

# TÉZISGYŰJTEMÉNY

**Szádóczkiné Varga Veronika**

A biztosítási piac modellezése

című Ph.D. értekezéséhez

**Témavezető:**

**Ágoston Kolos Csaba**

egyetemi docens

Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék

## TÉZISGYŰJTEMÉNY

**Szádóczkiné Varga Veronika**

**A biztosítási piac modellezése**

című Ph.D. értekezéséhez

**Témavezető:**

**Ágoston Kolos Csaba**

egyetemi docens

## Tartalomjegyzék

<b>I. Kutatási előzmények és a téma indoklása</b>	<b>2</b>
<b>II. A felhasznált módszerek</b>	<b>4</b>
II.1. Analitikus modellek . . . . .	4
II.2. Piacszerkezeti elemzés . . . . .	5
<b>III. Az értekezés eredményei</b>	<b>8</b>
III.1. Első tanulmány – Bertrand-árverseny állománypreferenciák mellett a biztosítási piacokon . . . . .	9
III.2. Második tanulmány – A biztosítási piac modellezése tőkekövetelmény korlát mellett	13
III.3. Harmadik tanulmány – A magyar biztosítási piac szerkezetének empirikus elemzése	15
<b>IV. Főbb hivatkozások</b>	<b>17</b>
<b>V. Saját publikációk listája</b>	<b>21</b>

## Ábrák jegyzéke

1. A kutatási kérdések, módszertanok és fő eredmények folyamatábrája . . . . .	10
2. A Herfindahl-Hirschman Index és a koncentrációs mutatók alakulása a magyar biztosítási piacon . . . . .	15

## Táblázatok jegyzéke

1. Összefüggés az állománypreferencia és a kockázatkerülés között . . . . .	12
2. A paraméterek egyensúlyi árakra gyakorolt hatása . . . . .	14
3. A magyar biztosítási piac strukturájának meghatározására használt négy modell konklúziója . . . . .	16

# I. Kutatási előzmények és a téma indoklása

A disszertáció fő témája a biztosítási piac modellezése. Számos közgazdasági tanulmány közép-pontjában e szektor empirikus és analitikus modellezése áll. Az aktuárius tudományok az élettartam, halandóság, kárszám és kárnagyság statisztikai előrejelzésével, továbbá az árazás és tartalékszámítás valószínűség számítási problémájával foglalkoznak. Másrészt a biztosítási piac számos közgazdasági jelenségre jó példa, így a bizonytalanság melletti döntés, információs asszimetria, antiszelekció és morális kockázat eseteit is modellezik ezen a piacon. A fejlett világ idősödő társadalmaiban ezek az eredmények nemcsak a biztosítók és magánnyugdíj pénztárak számára lehetnek hasznosak, hanem az állami egészségügy és nyugdíj rendszer problémáira is megoldást kínálhatnak.

A biztosítási piac fontos szerepet tölt be a fejlett országok gazdaságában, így 2020-ban a COVID-19 okozott egy átmeneti visszaesést ebben a szektorban is. A járvány miatti korlátozások nagyban befolyásolták az értékesítési folyamatokat (ügynökök) és a kárkifizetések alakulását. Ezzel együtt 2021-ben emelkedett a biztosítók díjbevétele, különösen az életszektorban. Az OECD jelentése szerint a magyar biztosítási piac növekedése meghaladta az OECD-országok átlagát 2021-ben (OECD, 2023).

Magyarországon az utóbbi időben évről évre emelkedett a biztosítók díjbevétele. A trend 2022-ben is folytatódott, a biztosítók által bejelentett díjbevétel 1,469 milliárd forint volt, ami 6,9%-kal haladta meg az előző évi díjbevételt. A várakozások szerint ez a növekvő tendencia 2023-ban is folytatódik. Az előző évhez képest az életbiztosítások díjbevétele 1,7%-kal, míg a nem életbiztosításoké 11,3%-kal nőtt, ezért 2022-ben a teljes díjbevételen belül az életbiztosítások aránya 43,6% volt a nem életbiztosítási ághoz képest (MABISZ, 2023).

A biztosítási szektor makrogazdasági kihívásai és szabályozása, piacszerkezetének alakulása számos nemzetközi és hazai aktuárius konferencia témája (MAT, 2024). A Budapesti Corvinus Egyetemen egy akadémiai kutatócsoport foglalkozik ezzel a területtel, így az több kutatás közép-pontjában áll (Ágoston, 2004; Balog, 2023; Banyár és Regős, 2012; Gyetvai, 2022; Kovács, 2023; Szepesváry, 2022; Vaskövi, 2024; Vékás, 2017).

A dolgozatban három tanulmány eredményeit mutatjuk be, amelyek jól kiegészítik egymást, és egyformán fontos és releváns kérdésekre keresik a választ. A bizonytalanság melletti döntések szakirodalma igen kiterjedt (Szentpéteri, 1980; Varian, 2014; Winston, 2004). A biztosítási piacon megfigyelhető érdekes gazdasági és matematikai jelenségek többnyire erre a problémára vezethetőek vissza. Két analitikus cikkben bizonytalanság mellett modellezzük a kockázatkerülés és a

tőkekorlát bevezetésének egyensúlyra gyakorolt hatását mikroökonómiai modellkeretben. Emellett empirikus eszközökkel vizsgáljuk a magyar biztosítási szektor piacszerkezetét. Az analitikus modellekben feltételezett piacszerkezeti forma alapvető jelentőségű az egyensúlyi árak alakulásának szempontjából, így ez a tanulmány fontos kiegészítése lehet a két analitikus cikknek.

Az első tanulmány a kockázatkerülés egyensúlyi árakra és profitokra gyakorolt hatását vizsgálja egy Bertrand-duopóliumban bizonytalanság mellett. A kockázatkerülést bizonytalanság mellett modellezzük, így a játékosok konkáv hasznosságfüggvényük várhatóértékét maximalizálják. Bevezetjük a hasznosságfüggvények új típusú csoportosítását, az állománypreferencia fogalmát, majd ez alapján csoportosítjuk a gyakran használt hasznosságfüggvényeket. Megmutatjuk, hogy ez a besorolás alapvetően befolyásolja a piaci egyensúly alakulását, és nem felel meg egyetlen korábban alkalmazott csoportosításnak sem. A kutatás számszerű példákkal illusztrálva vagy analitikusan igazolva osztályozza a gyakran használt hasznossági függvényeket.

A 2008-as pénzügyi válságot követően a rendszerszintű kockázatot tartalmazó intézményrendszerek szabályozása átalakult. A bankszektor a Basel (BIS, 2010) míg a biztosítási szektor 2016 óta a Szolvencia II irányelv (Directive 2009/138/EC, 2009) hatálya alá tartozik. E változás számos új kutatási kérdésre világít rá. A második tanulmányban Bertrand-duopólium mellett vizsgáljuk a szavatolótőke-szükségletének hatását az egyensúlyi árakra és a várható profitra. Ebben a modellben a biztosítók kockázatmentesek, várható profitjukat maximalizálják. A komparatív statika segítségével megvizsgáljuk, hogy a biztonság szintje, a szereplők száma és a biztosítók tőkéje hogyan befolyásolja az egyensúlyi árakat.

Az analitikus modellekben a biztosítási szektort oligopóliumként modellezzük. Ez a feltételezés alapvetően befolyásolja az eredményeket. Így felmerül a kérdés, hogy milyen piaci struktúra áll a legközelebb az ágazat gyakorlati működéséhez. A harmadik tanulmányban a magyar biztosítási szektort vizsgáljuk strukturális (koncentrációs mutatók, Herfindahl-Hirschman Index) és nem strukturális (Panzar és Rosse, 1987) módszerekkel. A Panzar és Rosse modell empirikusan tesztelhető hipotézist fogalmaz meg a szektor input árrugalmasságára vonatkozóan, amiből következtethetünk a piacszerkezetre. Az input árrugalmasságot statikus és dinamikus panel modellel becsüljük 2010 és 2019 között. A piacszerkezeti forma elemzése a fogyasztóvédelem, a versenyfelügyelet és a biztosításfelügyelet szempontjából is érdekes és fontos lehet.

A bemutatott eredmények további kutatási irányokat nyitnak meg, és nem korlátozódnak a biztosítás területére. Az értekezés három fő kérdése szorosan összefügg, hiszen az analitikus modellek alkalmazása során rendkívül fontos a piac szerkezetének ismerete. A kockázatkerülés

és a tőkeszükséglet modellezésénél hasonló eredmények figyelhetők meg, magasabb egyensúlyi árak is kialakulhatnak, a biztosítók jobban járhatnak (magasabb várható hasznosság és pozitív profit), de az is előfordulhat, hogy egyetlen biztosító működik a piacon. A kutatás természetes folytatása lehet a két jelenség együttes modellezése, melynek során a kockázatkerülő biztosítók tőkekövetelmény-korláttal szembesülnek.

## II. A felhasznált módszerek

### II.1. Analitikus modellek

A biztosítási piac elemzése során (Dionne, 2000) gyakran hagyományos mikroökonómiai modelleket (Varian, 2014) használnak. Ezek a modellek nem kooperatív játékként definiálják a piacot (Osborne és Rubinstein, 1996), és gyakran használják egyensúlyfogalomként a Nash-egyensúly koncepcióját. Az értekezés analitikus modelljei (I. és II. tanulmány) hasonló modelleket alkalmaznak. A következőkben röviden bemutatjuk, hogy mik a két modell fő hasonlóságai és különbségei.

Először is, mindkét modell *Bertrand-modell* (Bertrand, 1883) két vagy több vállalat egyidejűleg dönt az árszintről, úgy hogy maximalizálják saját kifizetésüket. Az értékesített termék homogén, így a fogyasztók a legolcsóbbat választják. Ez egy tökéletes információs játék. A szimmetrikus Bertrand árverseny egyedi Nash-egyensúlyában a vállalatok a határkölségek szintjén határozzák meg áraikat, így a vállalatok profitja nulla, ha nincs fix költség a modellben. Az eredmény megegyezik a tökéletes verseny esetével, még akkor is, ha csak két cég van a piacon.

Másodszor, mindkét modellben a *Nash egyensúlyt* (Nash, 1951) határozzuk meg. Ez a megoldási koncepció egy stratégia profil, amelyben minden játékos a legjobb választ adja a többiek stratégiájára. Ez az egyensúly nem feltétlenül egyértelmű. Az egyensúlyt a tiszta stratégiák halmazán keressük (nem vizsgáljuk a játék kevert kiterjesztését), így a megoldás nem feltétlenül létezik. Annak meghatározására, hogy melyik árszinttől nem éri meg a szereplőknek egyoldalúan eltérniük az ár- és szerződészámsíkon ábrázoltuk a közömbösségi görbéket.

Harmadszor, a fogyasztókkal kapcsolatos feltételezések is hasonlóak a két modellben. A fogyasztók kockázata azonos, független valószínűségi változókkal írható le, azonos szintű kárnagysággal, azonos valószínűséggel rendelkeznek. Mindkét modellben van egy csökkenő keresleti függvény. A biztosítások homogének, így minden fogyasztó a legalacsonyabb árat meghatározó biztosítótól vásárol. Ha több vállalat ugyanazt az árat szabja, a piac egyenlően oszlik el a szereplők között.

A cégek nem utasíthatnak vissza ügyfelet. A biztosító teljes körű biztosítást nyújt, így kár esetén a teljes kárösszeget kifizeti a károsultnak. Így a biztosító kifizetései bizonytalanok.

A fő különbség a két modell (I. és II. vizsgálat) között a biztosítók kockázati attitűdje. Az I. vizsgálatban konkrét hasznosság függvénnyel rendelkező kockázatkerülő biztosítókat feltételezünk, akik a várható hasznosságukat maximalizálják, míg a II. kutatásban a biztosítók kockázatmentesek, várható profitjukat maximalizálják. Ezenkívül a második modellben megjelenik a tőkekorlát (a vizsgált jelenség), így ebben a modellben van fix költség, ami a tőketartás költségének felel meg.

A *komparatív statika* módszerével különböző egyensúlyokat hasonlítunk össze, hogy a különböző paraméterek egyensúlyi árakra gyakorolt hatását meghatározhassuk.

## II.2. Piacszerkezeti elemzés

Számos strukturális és nem strukturális modell létezik egy szektor piacszerkezetének meghatározására. Strukturális mutatók közül a Herfindahl Hirschman Indexet (HHI) és a legnagyobb három, öt és tíz vállalat koncentrációs mutatóit használjuk. Ezen indexek számítási módja a következő alakban írható fel:

$$C_3 = \sum_{i=1}^3 r_i$$

$$C_5 = \sum_{i=1}^5 r_i$$

$$C_{10} = \sum_{i=1}^{10} r_i$$

$$HHI = \sum_{i=1}^n r_i^2$$

ahol  $r_i$  az  $i$ -edik legnagyobb cég piaci részesedése,  $n$  a cégek száma. A gyakran használt HHI index  $\frac{1}{n}$  és 1 közötti értékeket vehet fel. Monopólium esetén 1 az értéke, ekkor a piac teljesen koncentrált, míg ahogy közelít a piac a tökéletes versenyhez, úgy közelít a HHI index értéke 0-hoz, hiszen ebben az esetben minden szereplőnek egyenlő részesedése van (a piac nem koncentrált), a szereplők száma a végtelenbe tart, ami azt eredményezi, hogy  $\frac{1}{n}$  0-hoz tart. A magasabb koncentráció a piaci összejátszásra is rávilágíthat. Szintén gyakori, hogy az  $r_i$  értékeket százalékban adják meg, ebben az esetben a HHI érték az itt bemutatott HHI érték 10000-szerese.

Matsumoto et al. (2009) mutatott rá a mérőszám egy kedvezőtlen tulajdonságára, ha az iparág

összes vállalata összejátszik, a HHI érték megegyezik az összejátszás nélküli értékkel. Ráadásul a HHI hasonló nagyságú marad, ha a piaci részesedések hasonlóak, még akkor is, ha a szereplők sorrendje évről évre változik. Habár a sorrend változása erős versenyt is jelenthet (Kovács, 2011), de a HHI ezt nem tükrözi.

A biztosítási piac elemzése a Panzar-Rosse (Panzar és Rosse, 1987) modellen alapul, amely empirikusan tesztelhető feltételeket ad a profitmaximalizáló cégekre, így következtethetünk a szektor piaci szerkezetére. A szereplők profitja az alábbi egyenlettel írható le:

$$\pi = R(y, z) - C(y, w, t),$$

ahol  $R(y, z)$  a bevételeket tartalmazza,  $y$  a döntési változók vektora,  $z$  további külső változók vektora, amelyek befolyásolják a bevételi függvényt. Az  $y$  vektorváltozó azokat a döntési változókat tartalmazza, amelyek befolyásolják a vállalat bevételét és közvetve vagy közvetlenül a költségeit is. Ez a termelési szint mellett jelenthet árakat vagy akár reklámkiadásokat vagy egyéb tényezőket is.  $C(y, w, t)$  a költségfüggvény, ahol  $w$  az exogén inputárak vektora,  $t$  a költségeket befolyásoló további exogén változók vektora. Ez az egyszerű modell profitmaximalizáló vállalatokat feltételez. A cikkben megfogalmazott állítások az input árrugalmasságra vonatkoznak:

$$H = \sum_i \frac{\partial R^*}{\partial w_i} \frac{w_i}{R^*},$$

ahol  $*$  jelöli a profitmaximalizáló értékeket.

Panzar és Rosse (1987) különböző állításokat fogalmaz meg az input árrugalmasságra vonatkozóan a különböző piacszerkezetek esetén. Egy neoklasszikus monopólium vagy összejátszó oligopólium esetében a rugalmasság nempozitív, míg hosszú távú egyensúlyban versenyző, árelfogadó piac esetén egységnyi. E két szélső helyzet között a input árrugalmasság 0 és 1 között van, a piacot monopolisztikus versenynek tekintjük. Az elméleti modell felteszi, hogy tökéletes verseny és monopolisztikus verseny esetén a vállalatok hosszú távú egyensúlyban vannak, és a piacra való be- és kilépés szabad, ezért ezt is meg kell vizsgálni az empirikus elemzés során. Hosszú távú egyensúlyban a megtérülési ráták nem korrelálnak az input árakkal. A hosszú távú egyensúly empirikus teszteléséhez az eszközök megtérülése (ROA) becslhető ugyanazokkal a független változókkal, amelyeket a input árrugalmasság becslésénél is használunk. Hosszú távú versenyegyensúlyban az input árrugalmasság nulla.



A modellt az elmúlt években több kritika is érte, de továbbra is ez az egyik legelterjedtebb elemzési forma a banki és biztosítási szektorban. A cégek eltérő mérete okozhat problémát a megfelelő piacszerkezet meghatározásánál (Bikker et al., 2012), illetve Shaffer és Spierdijk (2015) szerint előfordulhatnak a H statisztikának negatív és pozitív értékei is a verseny bármely szintje mellett, és találóbb lenne a mutató jelentését árnyaltabban értelmezni, nem a piacszerkezeti forma meghatározására használni (Sanchez-Cartas, 2020). Goddard és Wilson (2009) rámutatott, hogy az empirikus becslés során dinamikus és nem statikus becslési eljárást kell alkalmazni a torzítatlanság érdekében, mivel a fix hatású becslési eljárás nulla felé torzítja a becsült H statisztika értékét. Bikker et al. (2012) szerint csak a nem normált egyenlet ad torzítatlan becslést, így a bevételt mint eredményváltozót nem szabad normálni, illetve a teljes eszközállomány értéke nem szerepeltethető a magyarázó változók között. Ez utóbbi, az empirikus alkalmazással kapcsolatos javaslatokat az elemzésünk során figyelembe vettük.

Mind a statikus, mind a dinamikus megközelítést alkalmaztuk az input árrugalmasság *Panel modellel* (Baltagi, 2021) való becslése során. A paneladatokat idő- és keresztmetszeti dimenzióval is bírják. Aszerint, hogy melyik dimenzió a domináns, szokás megkülönböztetni az adatállományokat. A *statikus* panelegyenlet a következő:

$$y = X\beta + u,$$

ahol  $y$  a függő vektorváltozó,  $X$  a független változók mátrixa és  $u$  a reziduális vektor.

A *dinamikus panel* becslés a függő változó autoregresszív tagját is szerepelteti magyarázó változóként. Az Arellano–Bond eljárás (Arellano és Bond, 1991) egy gyakori becslési módszer a dinamikus panel modellekhez. Az általánosított momentumok módszerét (GMM) alkalmazza az első differenciálokra, az egyedhatás kiküszöbölése érdekében. Az endogenitás problémáját úgy kezeli, hogy a függő változó késleltetett értékeit instrumentumként szerepelteti a modellben. A módszert egy lépéses GMM panel becslésnek is nevezik.

Két modelldiagnosztikai eszközt használtunk fel az elemzés során. Az identifikációs tesztet a specifikáció tesztelésére és a hibatag másodrendű autokorrelációjának tesztelését a dinamika ellenőrzéséhez.

### III. Az értekezés eredményei

A cikk alapú disszertáció főbb eredményeit tudományos folyóiratokban publikáltuk.

Ágoston, K. Cs. és **Varga, V.** (2020). Bertrand-árverseny állománypreferenciák mellett a biztosítási piacokon *Sigma*, 51(2), 149-167. <https://journals.lib.pte.hu/index.php/sigma/article/view/3261/3066>

**Varga, V.** és Madari, Z. (2023). The Hungarian insurance market structure: an empirical analysis. *Central European Journal of Operations Research* 31(3), 927-940. <https://doi.org/10.1007/s10100-023-00842-8>

**Varga, V.** és Ágoston, K. Cs. (2024). A biztosítási piac modellezése tőkekövetelmény korlát mellett. *Sigma* 55(2), 239-255.

A doktori disszertációban szereplő kutatási kérdések, módszerek és eredmények kapcsolata az 1. ábrán látható.

A disszertáció központi témája a biztosítási piac elemzése. Az ágazat különlegessége a bizonytalanságban rejlik. Az ügyfelek valamekkora kockázatnak vannak kitéve, amit biztosítás megkötésével kívánnak fedezni. A biztosítási díj fejében a biztosító kártérítést fizet. Azt viszont nem lehet előre látni, hogy a biztosítási időszak alatt hány és mekkora káresemény következik be, illetve előfordulhat, hogy egyáltalán nem keletkezik be káresemény. Aktuáriusi elemzések során a kockázatot mérhetőnek tekintjük, így statisztikailag vagy matematikailag becsülhető. A kockázat leírható egy valószínűségi változóval. A biztosítási szektorra jellemző bizonytalanság mindhárom tanulmányban megjelenik, és nagyban befolyásolja a kapott eredményeket.

A tőkeszükséglet és a kockázatkerülés hatásának vizsgálata analitikus modellkeretben történt. Ezekben a modellekben a piacszerkezetről fel kell tennünk valamit, így a pontosabb és reálisabb eredmények érdekében felmerül a kérdés, hogy a piaci szerkezet melyik formája közelíti meg leginkább a valós piaci működést. Ennek érdekében koncentrációs mutatók és input ár rugalmasság segítségével megvizsgáltuk a magyar biztosítási piacot, és **Panzar és Rosse (1987)** hipotézisei alapján következtettünk a piac szerkezetére.

A kockázatkerülés és a tőkeszükséglet hatását két alapvetően nagyon hasonló elméleti modell segítségével vizsgáltuk. A piacszerkezeti eredményeknek megfelelően oligopolisztikus (duopol)

piacokat feltételeztünk. Az ügyfelekkel kapcsolatos feltételezések is hasonlóak a két cikkben. Azonban a kockázatkerülés elemzése során kockázatkerülő biztosítókat feltételeztünk, míg a tőkekövetelményre vonatkozó modellben a biztosítók kockázatsemlegesek.

Az eredmények is több ponton egybevágnak a két tanulmányban. A paramétereiktől függően mindkét esetben előfordulhat kontinuum sok szimmetrikus Nash egyensúly a piacon, vagy olyan egyensúly, amikor csak az egyik vállalat értékesít, míg a másik nem. Azt is megmutatjuk, hogy mindkét esetben láthatunk példát arra, hogy a biztosítók kezdeti vagyonához képest valamilyen többletet érnek el, ez a kezdeti vagyon hasznosságánál nagyobb várható hasznot, vagy pozitív várható profitot jelent. Ha ez a jelenség a gyakorlatban is megfigyelhető, az nagyban befolyásolja a vállalatok bevételeit, így az empirikus elemzéshez felhasznált mérlegadatokat is. Így a kutatásban elemzett jelenségek kölcsönösen befolyásolják egymást.

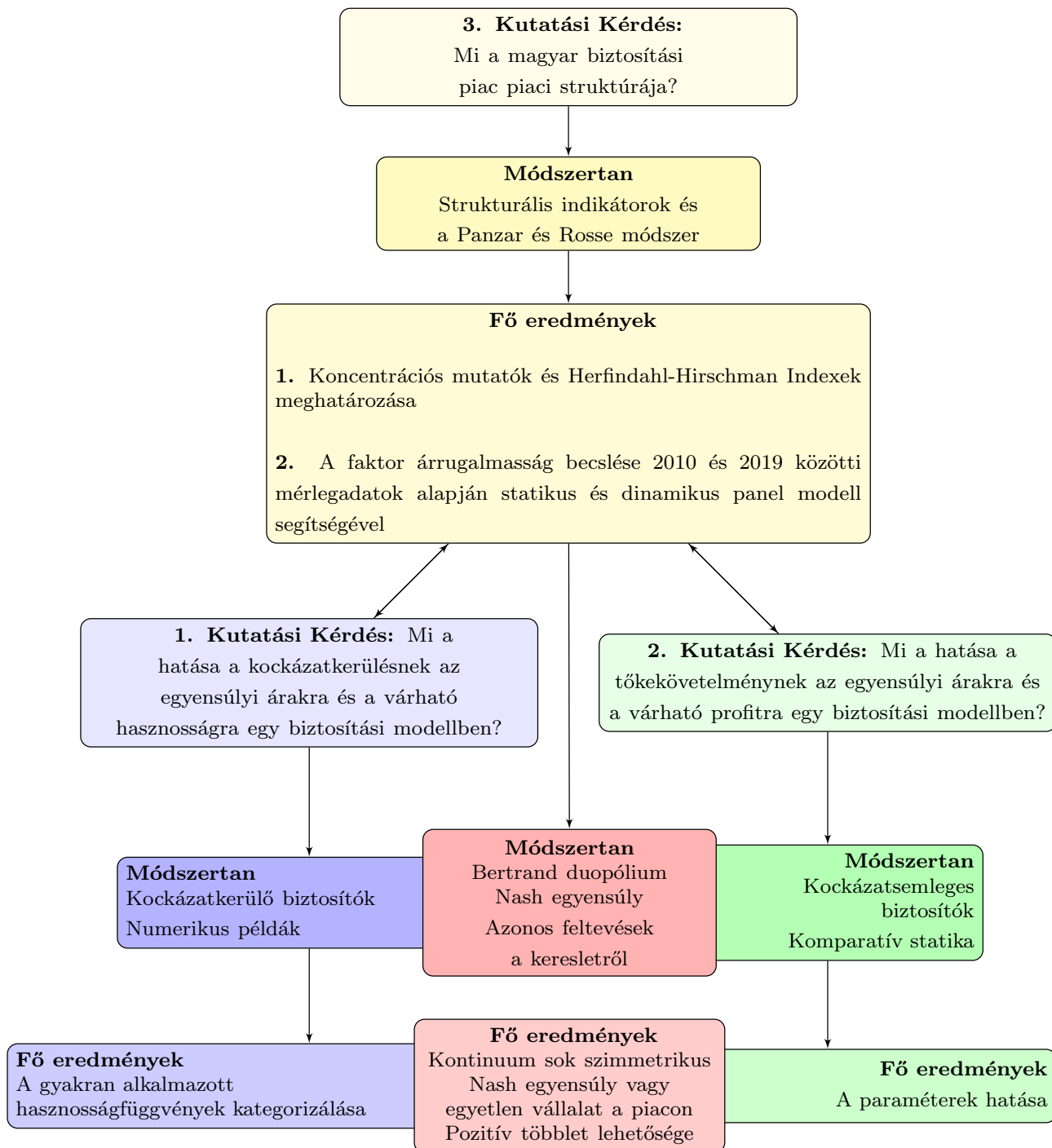
A három kutatás érdekes és hasonló eredményekhez vezet, amelyek új kutatási irányokat nyitnak meg. A piacszerkezet elemzése során nem utasíthatjuk el a tökéletes verseny hipotézisét, ezért érdemes lehet ilyen keretek között is megvizsgálni a kockázatkerülés és a tőkekorlátozás hatásait. A két jelenség együttes vizsgálata is új irányt jelenthet; mikor kockázatkerülő döntéshozók szembeesülnek a tőkekorláttal. Emellett felügyeleti szempontból is fontos kérdés lehet az alacsonyabb, egyértelmű egyensúlyi árak kialakulása, ezért érdemes egy másik egyensúlyi koncepciót vagy a játék lefolyásának másféle dinamikáját is megvizsgálni (pl.: szekvenciális játék).

A következőkben bemutatjuk a három tanulmány fő eredményeit és az egyéni és elválaszthatatlan hozzájárulásokat.

### **III.1. Első tanulmány – Bertrand-árverseny állománypreferenciák mellett a biztosítási piacokon**

Az I. tanulmány a biztosítótársaságok kockázatkerülését vizsgálja egy Bertrand-duopóliumban. Gyakorlatban a biztosítók igyekeznek minél több jól árazott szerződést értékesíteni, azonban ha a kockázatkerülő magatartást feltételezzük, ez nem feltétlenül igaz. A cégek kockázatkerülése a közgazdaságtanban azért fontos, mert a vállalatok bizonytalanság mellett döntenek, így kockázati attitűdjük nagy jelentőséggel bírhat. Bevezetjük az állománypreferencia fogalmát, és példákon keresztül szemléltetjük az egyensúlyt a különböző esetekben, részletesebben elemezzük az állománypreferencia és az eddig ismert kockázatkerülési fogalmak kapcsolatát.

A korábbi irodalomban a kockázatkerülés mértékét az abszolút kockázatkerülési mértékkel



1. ábra. A kutatási kérdések, módszertanok és fő eredmények folyamatábrája

írták le (Pratt, 1964). Eszerint megkülönböztethetünk konstans, csökkenő és növekvő abszolút kockázatelutasítást (CARA, DARA és IARA), ahol a kockázatelutasítás mértéke a vagyon növekedésétől független, nő vagy csökken azzal. Később nagyobb figyelmet kapott az a tény, hogy a kockázatkerülés nem elég pontosan írja le a kockázatkerülő viselkedést abban az esetben, ha egyszerre több kockázatot vizsgálunk. Pratt és Zeckhauser (1987) szigorúbb kritériumot fogalmaz meg a kockázatkerülő hasznosságfüggvényekre vonatkozóan, amit valódi kockázatelutasításnak nevezünk.

Az elemzés során konkrét hasznosságfüggvénnyel rendelkező kockázatkerülő biztosítókat feltételezünk. A hasznosságfüggvény alapján eltérő a biztosítók állománymérethez való hozzáállása, ami alapvetően befolyásolja a piaci egyensúlyt. Ennek vizsgálatához definiáljuk az állománypreferencia fogalmát. Adott számú szerződés ( $n$ ) esetén a *közömbös ár* az az ár, amelyen a biztosító közömbös, hogy elad  $n$  szerződést, vagy egyet sem ad el. A hasznossági függvény *állománykerülő*, ha nem preferált még egy biztosítás értékesítése ezen a közömbös árszinten, *állománykereső*, ha preferált az értékesítés, és *állománysemleges*, ha a biztosító közömbös.

Annak érdekében, hogy a különböző esetek egyensúlyait összehasonlíthassuk a három esetet példákön keresztül szemléltetjük. Felteszünk egy Bertrand-duopólium piacot, ahol a vállalatok maximalizálják várható hasznosságukat. A vevők viselkedését egy lineáris keresleti függvénnyel írjuk le. A homogén biztosítási piacon árverseny van, ezért a legolcsóbb cégnél vásárolnak az ügyfelek. Ha az árak egyenlőek, a vállalatok egyenlően megosztóznak a piacon. A megszabott áron a biztosítónak az összes ügyfelet ki kell szolgálnia, aki nála jelentkezik.

A piaci egyensúlyt három csoportban vizsgáljuk. Bebizonyítjuk, hogy az exponenciális hasznosságfüggvény állománysemleges. Ez egy konstans kockázatelutasítási mértékkel rendelkező függvény, mely megfelel a valódi kockázatelutasítás követelményeinek is. Ebben az esetben az egyensúlyi ár a közömbös ár, és a biztosítók várható haszna megegyezik a kezdeti vagyon hasznosságával. Hasonló ez a hagyományos Bertrand-modell esetéhez, amikor a határkötség az egyensúlyi ár, a profit nulla.

Az állománykerülő biztosítók esetében kontinuum sok szimmetrikus Nash-egyensúly adódik, és extra hasznosság érhető el. Mutathatunk példát olyan esetekre is, amikor az aszimmetrikus piaci részesedés is lehet egyensúlyi. Bebizonyítjuk, hogy a kevert exponenciális (DARA) és a kvadratus hasznosságfüggvények (IARA) állománykerülőek, és numerikus példákkal illusztráljuk, hogy a gyakran használt négyzetgyök- és logaritmusfüggvény is ide sorolható.

Végül az állománykedvelés esetét Pratt és Zeckhauser (1987) módosított példájával illusztrál-

hatjuk. Ez a függvény ellenpéldaként tűnik fel az irodalomban, kockázakerülő viselkedés esetén nem javasolt a használata, csökkenő kockázatelutasítási mértékkel rendelkezik, de a valódi kockázatelutasítás tulajdonságának nem tesz eleget. Az állománykedvelésre is csak bizonyos paraméterek mellett jó példa, globálisan nem igaz rá ez a tulajdonság sem. Egyensúlyban csak egy cég van a piacon, de az alacsonyabb áron értékesít, mint az úgynevezett monopolár.

Az 1. táblázat összefoglalja az állománypreferencia és az abszolút kockázatkerülési mérték közötti összefüggéseket. A kék szín a valódi kockázatelutasítást jelöli. Az állománypreferencia szoros kapcsolatban állhat a valódi kockázatkerüléssel, általában a valódi kockázatkerülés állománykerülést is jelent. De az állománykerülés tágabb fogalom, nem valódi kockázatkerülés mellett is teljesülhet, például a kvadratikus hasznosságfüggvény esetén.

		Abszolút Kockázatkerülési Mérték		
		<i>Konstans</i>	<i>Csökkenő</i>	<i>Növekvő</i>
Állomány	<i>Semleges</i>	Exponenciális		
	<i>Kerülő</i>		Kevert exponenciális , Log, Gyök	Kvadratikus
	<i>Kedvelő</i>		Módosított példa	

1. táblázat. Összefüggés az állománypreferencia és a kockázatkerülés között

**Minden eredmény elválaszthatatlan közös a társszerzővel (Ágoston Kolossal):**

- Széleskörű szakirodalmi áttekintés a kockázatkerülési és biztosítási modellekkel kapcsolatban;
- Szimulációk futtatása numerikus példák keresésére;
- Bizonyítás, számítások ellenőrzése;
- Szemléltető ábrák;
- A cikk szerkesztése és írása.

## III.2. Második tanulmány – A biztosítási piac modellezése tőkekövetelmény korlát mellett

A II. tanulmányban a tőkekorlát egyensúlyi árakra és profitokra gyakorolt hatását vizsgáljuk. 2016 óta a biztosítók működését az Európai Unióban a Szolvencia II irányelv szabályozza. A szabályozás szerint a biztosítók szavatolótőke-követelményének biztosítania kell, hogy a csőd legfeljebb 200 esetenként egyszer forduljon elő ([Directive 2009/138/EC, 2009](#)). Ez a tőkekövetelmény 99,5%-os kockázatotott érték feladatként (VaR) határozható meg.

Bertrand-modellt vizsgálunk profitmaximalizáló vállalatokkal.  $I$  biztosítótársaság tevékenykedik a piacon, és egyszerre döntenek az árszintről ( $P_i$ ). A cégek azonos tőkével rendelkeznek. A tőketartásnak vannak költségei, így a modellben fix költség is van.

Az ügyfelek a kockázat tekintetében homogének. Ugyanolyan eloszlású független kockázatokkal néznek szembe. Az ügyfelek eltérő rezervációs árakkal rendelkeznek, amit csökkenő keresleti függvény reprezentál. Ha valaki biztosítást vásárol és kára keletkezik, azt a biztosító teljes mértékben fedezi (teljes biztosítás). A biztosítási szerződések homogén termékek, így az ügyfeleknek közömbös, hogy melyik biztosítótól vásárolják meg. Így mindig a legolcsóbb biztosítót választják. Ügyfelet visszautasítani a kiszabott ár mellett nem lehet.

Az egyensúly vizsgálatokor négy kitüntetett szerepű árszint van. Az első a nettó ár, amely egy fogyasztó várható kárának felel meg. Mivel a biztosítók maximalizálják a várható profitjukat, nem érdemes ennél alacsonyabb áron értékesíteni a szerződéseket. A második, a monopol ár az az ár, amelyen egyetlen piaci szereplő maximalizálná várható bevételét, ami pont a kétszerese a nettó árnak. A harmadik, a keresleti görbe és a tőkekorlát metszéspontja (ezt  $P_U$  jelöli), az a legalacsonyabb ár, amelyen egyetlen biztosító egyedül ki tudja szolgálni az egész piacot, miközben teljesíti a tőkekövetelményt. A negyedik, a kereslet  $I$ -edik részének és a tőkekorlátnak a metszéspontja ( $P_L$ ), az a legalacsonyabb ár, amelyen a biztosítók közösen fedezhetik a piacot a tőkekorlát betartása mellett.

Az egyensúlyi árak alakulását az határozza meg, hogy a fenti metszéspontok a tőkekorlát növekvő vagy csökkenő részén helyezkednek-e el. Ha a növekvő szakasz releváns, akkor  $P_L \leq P_U$ . Ebben az esetben kontinuum sok szimmetrikus egyensúly van a  $[P_L, P_U]$  intervallumon, amennyiben ezek az árak magasabbak, mint a nettó ár. Ha a csökkenő rész releváns ( $P_U < P_L$ ), akkor egyensúlyban egy biztosító van a piacon, aki  $P_U$  árat állapít meg, a többiek magasabb árat szabnak. Feltéve, hogy ez az ár magasabb, mint a monopol ár.

A várható profit nagysága a paramétereiktől függ. Nettó díj mellett a várható nyereség nem pozitív, és a fix költség határozza meg, míg, ha magasabb a díj, akkor a profit pozitív is lehet. Ha a kamatláb alacsonyabb, akkor gyakrabban fordul elő pozitív profit.

Azt is megvizsgáltuk, hogy az egyes paraméterek alakulása hogyan befolyásolja az egyensúlyi árintervallum végpontjait. A biztonsági szint emelkedése (nagyobb biztonság) mellett mindkét végpont növekszik. Csak a magasabb árak biztosíthatják a magasabb biztonsági szintet. A magasabb tőkeszint alacsonyabb egyensúlyi díjakhoz vezethet. A cégek számának növekedése az egyensúlyi intervallum alsó végpontjában ( $P_L$ ) csökkenést okoz, míg a felső végpont változatlan. A cégek számának növekedésével azonban növekszik a piacon lévő összítőke mennyisége is. Ezért érdekes kérdés, hogy mi történik, ha rögzítjük az összítőke nagyságát. Ha a piacon az összítőke fix, akkor a vállalatok számának növekedésével az egyensúlyi intervallum alsó végpontja nő. Ha az összítőkeszint rögzített a piacon, akkor a több piaci szereplő alacsonyabb egyéni tőkeszintet jelent, így csak magasabb árak biztosíthatják a tőkekorlát teljesülését. A 2. táblázat összefoglalja a komparatív statika eredményeit.

	$P_L$	$P_U$
Növekvő biztonsági szint	+	+
Növekvő tőke	-	-
Több biztosító	-	<i>nincs hatás</i>
Több szereplő rögzített összítőkeszint mellett	+	+

2. táblázat. A paraméterek egyensúlyi árakra gyakorolt hatása

**Minden eredmény elválaszthatatlan közös a társszerzővel (Ágoston Kolossal):**

- Irodalmi áttekintés;
- Szimulációk futtatása az egyensúly megtalálásához;
- Számítások, a tételek bizonyítása;
- Szemléltető ábrák;

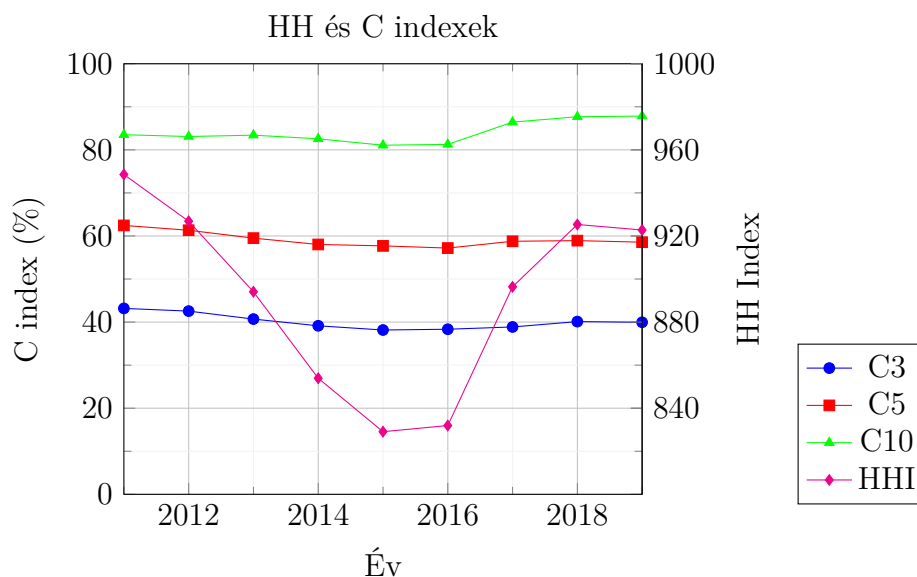


- A cikk szerkesztése és írása.

### III.3. Harmadik tanulmány – A magyar biztosítási piac szerkezetének empirikus elemzése

A biztosítási modellekben monopóliumot, oligopóliumot és tökéletes versenyt feltételező megközelítések is előfordulnak. Ezek a piacszerkezeti formák azonban nagyban befolyásolják az eredményeket, ezért érdemes megvizsgálni, hogy a piaci struktúra melyik formája illik legjobban a szektor valós működéséhez. Számos kvantitatív és kvalitatív tanulmány foglalkozik hasonló kérdéssel, különböző országokat és időszakokat vizsgálva. A piacszerkezet elemzésére többféle módszertani lehetőség kínálkozik. A kutatásban a 2010 és 2019 közötti magyar piacra fókuszálunk, strukturális és nem strukturális módszerekkel elemezve az ágazat működését.

Felsoroljuk a biztosítók számát a vizsgált időszakban, és kiszámítjuk a legnagyobb három, öt és tíz biztosító társaság piaci részesedését. Ez utóbbi és a HHI index értékei a 2. ábrán láthatók.



2. ábra. A Herfindahl-Hirschman Index és a koncentrációs mutatók alakulása a magyar biztosítási piacon

A vizsgált időszakban a piacvezetők pozíciója stabil, bár a három legnagyobb cég 43%-os részesedése az időszak végére 40%-ra csökkent. A legnagyobb 5 biztosító már lefedi a piac több mint felét. A tíz legnagyobb vállalat piaci részesedése 2019-ben 88% volt, a későbbi elemzés során ezeket a cégeket vesszük figyelembe.

A nem strukturális modellek közül a szektor elemzésére leggyakrabban a Panzar és Rosse

modellt alkalmazzák, amely az input árrugalmasság (H statisztika) alapján következtet a piac szerkezetére. A piac jelentős részét lefedő tíz cég éves pénzügyi beszámolóinak adatait felhasználva statikus és dinamikus panel becslést végeztünk. A statikus modellnél fix hatású becslést, a dinamikus panel modellnél a GMM módszert alkalmaztuk 1 vagy 2 autoregresszív változóval. Az irodalomban általában a következő három tényezőt tekintik inputárnak: a munkaerő, az üzleti szolgáltatások és a tőke egységára. Az eredmények robusztusságának ellenőrzése érdekében az elemzést két függő változóval is elvégeztük. Az első esetben az eredményváltozó a biztosítási és technikai bevétel együttesen, a második esetben csak a biztosításból származó bevételt vettük figyelembe.

A 3. táblázat összefoglalja a négy modell következtetéseit. Az első eredmény változónál (biztosítási és technikai eredmény) a becsült H statisztika a statikus modell szerint 0,081, dinamikus modell szerint -0,006. A monopol piac (vagy összejátszó oligopóliumok) hipotézise egyik esetben sem utasítható el, tehát a piac monopólium vagy monopolisztikus verseny. Ha a függő változó csak a biztosítási bevételeket tartalmazza, akkor több szignifikáns magyarázó változót kapunk. A statikus becslés 0,49, a dinamikus becslés pedig 0,758 az input árrugalmasságra vonatkozóan. A statikus modell eredményei alapján elvetjük a tökéletes verseny és a monopólium hipotézisét, a piac monopolisztikus verseny. Míg a dinamikus modell esetében a piac lehet monopolisztikus vagy tökéletes verseny. A piacszerkezet e két formájára vonatkozó következtetés csak akkor helytálló, ha a piac hosszú távú egyensúlyára vonatkozó feltételezés teljesül. A ROA-ra vonatkozó modell segítségével ellenőriztük, hogy a magyar biztosítási szektor 2010 és 2019 között hosszú távú egyensúlyban volt-e.

		Statikus panel modell	Dinamikus panel modell
Függő változó	Biztosítási és technikai bevétel	<i>Monopólium vagy Monopolisztikus verseny</i>	<i>Monopólium vagy Monopolisztikus verseny</i>
	Biztosítási bevétel	<i>Monopolisztikus verseny</i>	<i>Monopolisztikus verseny vagy Tökéletes verseny</i>

3. táblázat. A magyar biztosítási piac strukturájának meghatározására használt négy modell konklúziója

Tanulmányunkban további 9 kutatás eredményeit összegezzük, melyek hasonló módszertannal különböző országokat vizsgáltak más más időszakban. A legtöbb modell a monopolisztikus verseny

hipotézisét erősíti, de vannak példák a másik két piacszerkezetre is.

### Egyéni hozzájárulások:

- Irodalmi áttekintés;
- Adatgyűjtés és változók számítása;
- A szöveg szerkesztése és írása.

## IV. Főbb hivatkozások

Ágoston, K. Cs. (2004). Hogyan hat a bizonytalanság és a vevőkör nagysága együttesen az árakra. Doktori (PhD) értekezés, How uncertainty and the size of the customer base together affect prices. Doctoral (PhD) thesis, Budapesti Corvinus Egyetem, Közgazdaságtani Doktori Iskola.

Arellano, M. és Bond, S. (1991). Some tests of specification for panel data: Monte Carlo evidence and an application to employment equations. *The Review of Economic Studies*, 58(2), 277-297.

Arrow, K. J. (1963). Uncertainty and the welfare economics of medical care. *American Economic Review*, 53, 941-969.

Balog, I. (2023). Biztosítási díj meghatározása összetett kockázati modellben általánosított exponenciális hasznosságfüggvény esetében. Determination of insurance premium in the case of a generalized exponential utility function in a stratified risk model. *Sigma*, LIV(1), 55-79.

Baltagi, B. H. (2021). *Econometric Analysis of Panel Data*, Springer Nature, 2021.

Banyár J. és Regős G. (2012). Paradoxical price effects on insurance markets, *Economic Modelling*, 29(4), 1399-1407.

Bank for International Settlements (BIS). (2010). *Basel III: International Framework for Liquidity Risk Measurement, Standards and Monitoring*  
[https://www.bis.org/about/basel\\_process.htm?m=54](https://www.bis.org/about/basel_process.htm?m=54), Letöltés: 2023.12.11.

Bertrand, J. (1883). Review of 'Théorie mathématique de la richesse sociale' and 'Recherche sur les principes mathématiques de la théorie des richesses'. *Journal des Savants*, 499-508.

- 
- Bi, J. és Cai, J. (2019). Optimal investment–reinsurance strategies with state dependent risk aversion and VaR constraints in correlated markets. *Insurance: Mathematics and Economics* 85(C), 1-14.
- Bikker, J. A. és Haaf, A. (2002). Measures of Competition and Concentration in the Banking Industry: a Review of the Literature. *Economic & Financial Modelling* Summer 2002.
- Bikker, J. A. , Shaffer, S. és Spierdijk, L. (2012). Assessing competition with the Panzar-Rosse model: The role of scale, costs, and equilibrium. *The Review of Economics and Statistics*, 94(4), 1025-1044.
- Bresnahan, T.F. (1982). The Oligopoly Solution Concept is Identified, *Economic Letters* 10, 87-92.
- Cournot, A. (1838). Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses; English Edition, in *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*, N. Bacon, ed., Macmillan, New York, 1879.
- Dionne, G. (2000). Handbook of Insurance, Kluwer Academic Publishers, 2000, <https://doi.org/10.1007/978-94-010-0642-2>.
- Doff, R. (2016). The Final Solvency II Framework: Will It Be Effective? *The Geneva Papers*, 41(4), 587-607.
- Dusek, T. (2022). A valószínűség és a kockázat tudományos és hétköznapi értelmezései. Scientific and common concepts of probability and risk. *Statistikai Szemle*, 100(9), 873-895. <https://doi.org/10.20311/stat2022.9.hu0873>.
- Dutang, C., Albrecher, H. és Loisel, S. (2013). Competition between non-life insurers under solvency constraints: a game-theoretic approach. *European Journal of Operational Research*, 231(3), 702-711.
- Edgeworth, F. (1897). La Teoria Pura del Monopolio, *Giornale degli Economisti* 40; English Version, The pure theory of monopoly, in *Papers Relating to Political Economy, Vol. 1*, F. Edgeworth, ed., Macmillan, London, 1925.
- Goddard, J. és Wilson, J. O. S. (2009). Competition in banking: A disequilibrium approach. *Journal of Banking & Finance*, 33, 2282-2292.

- 
- Gyetzvai, M. (2022). Optimization of Bonus-Malus Systems. Doktori (PhD) értekezés, Doctoral (PhD) thesis, Budapesti Corvinus Egyetem, Közgazdasági és Gazdaságinformatikai Doktori Iskola. <http://doi.org/10.14267/phd.2022041>.
- Iwata, G. (1974). Measurement of Conjectural Variations in Oligopoly. *Econometrica*, 42, 947-966.
- Kovács, E. (1996). Újjáéledő hivatás és képzés: az aktuárius. Reviving profession and training: the actuary. *Sigma*, 27(4), 221-226.
- Kovács, N. (2011). A piaci erő közvetett mérése a biztosítási piacon, Indirect measurement of market power in the insurance market, Széchenyi István Egyetem Regionális és Gazdaságtudományi Doktori Iskola doktori értekezés.
- Kovács, E. (2023). Hagyomány és innováció a biztosításban, Traditions and innovations in insurance. *Biztosítás és Kockázat* 10, 38-55.
- Nash, J. (1951). Non-Cooperative Games. *Annals of Mathematics*, 54(2), 286-295. <https://doi.org/10.2307/1969529>
- MABISZ. (2023). Magyar Biztosítók Évkönyve. Budapest: Magyar Biztosítók Szövetsége (Yearbook of Hungarian Insurance Companies: Hungarian Insurance Association).
- MAT. (2024). Magyar Aktuárius Társaság, Hungarian Actuarial Society. <https://www.actuary.hu/weblap3/>, Letöltés: 2024.03.20.
- Matsumoto, A., Merlone, U. és Szidarovszky, F. (2009). Some notes on applying the Herfindahl–Hirschman index. *Working paper*
- OECD. (2023). Global Insurance Market Trends 2022, <https://www.oecd.org/daf/fin/insurance/globalinsurancemarkettrends.htm>, Letöltés: 2024.03.20.
- Osborne M. J. és Rubinstein A. (1996). A course in game theory. The MIT Press, Cambridge MA.
- Panzar, J. C., és Rosse, J. N. (1987). Testing For ‘Monopoly’ Equilibrium. *The Journal of Industrial Economics*, 35(4), 443-456.
- Pratt, J. W. (1964). Risk aversion in the small and in the large. *Econometrica* 32, 122-136.

- 
- Pratt, J. W. és Zeckhauser, R. J. (1987). Proper Risk Aversion. *Econometrica*, 55(1), 143-154.
- Sanchez-Cartas, J. M. (2020). The Panzar-Rosse H statistics and Monopoly Issues on its Use as a Market Power Measure. *The B.E. Journal of Economic Analysis & Policy*. 20(4), 1-11.
- Shaffer, S. és Spierdijk, L. (2015). The Panzar-Rosse Revenue Test and Market Power in Banking. *Journal of Banking and Finance*. 61, 340-347.
- Solvency II (2009). Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council of 25 November 2009 on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II).
- Szentpéteri Sz. (1980). Gazdasági döntések bizonytalanság esetén. Economic decisions under uncertainty. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest
- Szepesváry, L. (2022). Informatikai kihívások a modern aktuáriusi modellezésben: Kvantitatív módszerek és gépi algoritmusok alkalmazása a pénzáram modellezésben és az árazásban. Doktori (PhD) értekezés. IT challenges in modern actuarial modeling: Application of quantitative methods and machine algorithms in cash flow modeling and pricing. Doctoral (PhD) thesis Budapesti Corvinus Egyetem, Közgazdasági és Gazdaságinformaticai Doktori Iskola. <https://doi.org/10.14267/phd.2022057>.
- Tipurić, D., Pejić Bach M. és Pavić, T. (2008). Concentration of the insurance industry in selected transition countries of Central and Eastern Europe, 1998–2006. *Post-Communist Economies*, 20(1), 97-118.
- Uhrin G. (2010). A verseny intenzitásának mérhetősége, Measurability of competition intensity. Szakdolgozat, Budapesti Corvinus Egyetem. <https://szd.lib.uni-corvinus.hu/2413/>, Letöltés: 2021.06.20.
- Varian, Hal R. (2014). Intermediate microeconomics: a modern approach. New York: W.W. Norton & Company.
- Vaskövi, Á. (2024). Fejezetek az idősödő társadalmak nyugdíjtudatosságáról, Chapters on the pension awareness of ageing societies. Doktori (PhD) értekezés, Doctoral (PhD) thesis, Budapesti Corvinus Egyetem, Közgazdasági és Gazdaságinformaticai Doktori Iskola. <https://doi.org/10.14267/phd.2024003>.

Vékás, P. (2017). Az élettartam-kockázat modellezése, Modeling longevity risk. Doktori (PhD) értekezés, Doctoral (PhD) thesis, Budapesti Corvinus Egyetem, Közgazdaságtani Doktori Iskola. <https://doi.org/10.14267/phd.2017018>.

Wambach, A. (1999). Bertrand competition under cost uncertainty. *International Journal of Industrial Organization*, 17, 941-951.

Wilson, R. (1968). The theory of syndicates. *Econometrica*, 36, 113-132.

Winston, W. L. (2004). *Operations Research Applications and Algorithms*. 4th Edition, Duxbury Press, Pacific Grove, CA.

## V. Saját publikációk listája

### Angol nyelven

Madari, Z. és Varga, V. (2021) Empirical Analysis of the Hungarian Insurance Market. *In: Drobne, Samo; Stirn, Lidija Zadnik; Kljajić, Borštinar Mirjana; Povh, Janez; Žerovnik, Janez (eds.) Proceedings of the 16th International Symposium on Operational Research in Slovenia : SOR'21 in Slovenia*

Szádóczkiné Varga, V., és Madari, Z. (2022). The Hungarian bank market structure – An empirical analysis *In: Dankó, Dóra; Dióssy, Kitti; Horváth, Viola; Nagy, Orsolya; Varga, Gábor (eds.) Embracing change and transformation: Conference proceedings Budapest, Hungary: Corvinus University of Budapest (2022)* 81–90.

Szádóczkiné Varga, V. és Madari, Z. (2024). Empirical analysis of the market structure of the Hungarian bank market. *Central European Journal of Operations Research* 32(4):1013-1033. <https://doi.org/10.1007/s10100-024-00916-1>.

Varga, V. és Madari, Z. (2023). The Hungarian insurance market structure: an empirical analysis. *Central European Journal of Operations Research* 31(3):927-940. <https://doi.org/10.1007/s10100-023-00842-8>

## Magyar nyelven

Ágoston, K. Cs. és **Varga, V.** (2020). Bertrand-árverseny állománypreferenciák mellett a biztosítási piacokon *Sigma*, 51(2):149-167. <https://journals.lib.pte.hu/index.php/sigma/article/view/3261/3066>

Kovács, E. és Varga, V. (2019). Adathullámok egészségről, idősödésről, nyugdíjba vonulásról. *Biztosítás és Kockázat* 6(4), 42-55.

Varga, V. (2019). Külföldi hallgatók a magyar felsőoktatásban – Az elmúlt évek tendenciái. *In: Nagy, Szabolcs; Salamin, Géza (szerk.) Geopolitikai tényezők hatása a Kárpát-medencei magyar oktatási struktúrákra Budapest, Magyarország : Budapesti Corvinus Egyetem (2019).* 141–157.

Varga, V. és Ágoston, K. Cs. (2024). A biztosítási piac modellezése tőkekövetelmény korlát mellett. *Sigma*, 55(2):239-255.