

**Farkas-Kis András Máté**

**A KOGNITÍV MATEMATIKAI KOMPETENCIÁK,  
ÉS FEJLESZTÉSÜK HATÁSA  
A DÖNTÉSHOZATALI FOLYAMATOKRA**

© Farkas-Kis András Máté

## **Budapesti Corvinus Egyetem, Gazdálkodástani Doktori Iskola**

Témavezető: **Dr. Zoltayné Dr. Paprika Zita, Egyetemi tanár**

Vállalati szakértő: **Gaspartz András**

**Budapesti Corvinus Egyetem**  
**Gazdálkodástani Doktori Iskola**

**A KOGNITÍV MATEMATIKAI KOMPETENCIÁK,  
ÉS FEJLESZTÉSÜK HATÁSA  
A DÖNTÉSHOZATALI FOLYAMATOKRA**

**DOKTORI ÉRTEKEZÉS**

**Írta: Farkas-Kis András Máté**

**Budapest, 2024**

Az Innovációs és Technológiai Minisztérium Kooperatív Doktori Program Doktori Hallgatói Ösztöndíj programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült.

## TARTALOMJEGYZÉK

<b>TÁBLÁZATOK JEGYZÉKE</b> .....	6
<b>ÁBRÁK JEGYZÉKE</b> .....	7
<b>I. BEVEZETÉS</b> .....	11
1. A témaválasztás aktualitása.....	11
2. A doktori értekezés felépítése .....	14
<b>II. PANORÁMA - A TÉMA TÁRSADALMI, GAZDASÁGI ÉS KÖRNYEZETI RELEVANCIÁJA</b> .....	15
1. A számok gazdasági szerepének története.....	15
2. Döntésméleti szaktudományi kontextus.....	17
3. Matematikaoktatási szaktudományi kontextus .....	22
4. A matematika jelenléte a döntéstudomány fejlődésében .....	28
5. A számszerűsítés és a döntések kapcsolata.....	33
6. Adatvizualizációk értelmezése a matematika oldaláról .....	37
<b>III. HORIZONT - KUTATÁSI KÉRDÉSEK ÉS HIPOTÉZISEK</b> .....	40
<b>IV. TÁMPONTOK - SZAKIRODALMI HÁTTÉR FELTÁRÁSA ÉS ELEMZÉSE</b> .....	45
1. Az oktatói szerepmodell és a tanulás .....	46
2. A diákok és a tanulás az oktatói szerepperspektívából nézve .....	52
3. Oktatás, motiváció, csapda .....	57
3.1. A Klasszikus Kondicionálás.....	58
3.2. Az Operáns Kondicionálás.....	60
3.3. A Kognitív Tanulás.....	62
3.4. A büntetés .....	63
4. A matematikatanulás teljesítményének befolyásolói.....	64
4.1. Tanulási motiváció és önbizalom.....	64
4.2. A matematikai szorongás .....	65
4.3. A matematikai önhatékonyság .....	68
4.4. Matematikai szorongás és önhatékonyság.....	70
<b>V. UTAK - A KUTATÁSI TERV ÉS ELEMZÉSI MÓDSZERTAN</b> .....	72
1. Primer kutatások .....	73
1.1. Szakirodalom kutatás .....	73
1.2. Interjúkészítés .....	74
1.3. Online kérdőív kitöltetés .....	75
1.4. Tanulócsoportok .....	76
1.5. Kompetencia felmérés .....	77
2. Szekunder kutatás. ....	78
<b>VI. FÓKUSZ – A KUTATÁS EREDMÉNYEINEK BEMUTATÁSA</b> .....	79

1.	Online kérdőív részletes bemutatása .....	80
1.1.	A mintavétel .....	80
1.2.	A kérdőív részletes felépítése .....	81
2.	A mintáról – a demográfiai háttér eredményei.....	85
2.1	A válaszadók neme (Q1) és születési éve (Q2).....	86
2.2	A válaszadó lakóhelye (Q3) és legmagasabb iskolai végzettsége (Q4) .....	87
2.3	A válaszadók személyes beállítódása (Q16).....	88
2.4	A válaszadók munkaterülete (Q5).....	88
2.5	A válaszadók munkaköre (Q8).....	89
2.6	A válaszadók munkahelyének típusa (Q6) .....	90
3.	A demográfiai háttér eredményei alapján megfigyelt összefüggések .....	90
3.1	Generációk (Q2) és a személyes beállítódás (Q16) kapcsolata .....	90
3.2	A munkakör (Q8) és a személyes beállítódás (Q16) kapcsolata .....	92
3.3	Az iskolai végzettség (Q4) és a személyes beállítódás (Q16) kapcsolata .....	92
3.4	A iskolai végzettség (Q4) és a munkakör (Q8) kapcsolata.....	93
4.	A matematikai sikeresség (Q9) .....	94
5.	A H1 hipotéziseihez kapcsolódó kutatási modell és az eredmények .....	98
5.1	A H1 hipotézishez kapcsolódó kutatási modell.....	98
5.2	A H1 hipotézishez kapcsolódó kutatási eredmények.....	101
5.3	A H1 hipotézishez kapcsolódó kutatási eredmények közötti összefüggések .....	105
5.4	Következtetések és a H1 hipotézis igazolása .....	112
6.1	A H2 hipotézishez kapcsolódó kutatási modell.....	116
6.2	A H2 hipotézishez kapcsolódó kutatási eredmények.....	118
6.3	A H2 hipotézishez kapcsolódó kutatási eredmények közötti összefüggések .....	123
<b>VII. ÖSSZEFOGLALÓ ÉS ZÁRÓ GONDOLATOK .....</b>		<b>126</b>
<b>HIVATKOZÁSOK JEGYZÉKE .....</b>		<b>129</b>
<b>A SZERZŐ TÉMÁBAN SZÜLETETT PUBLIKÁCIÓI.....</b>		<b>151</b>
1.	<b>SZÁMÚ FÜGGELÉK .....</b>	<b>153</b>
2.	<b>SZÁMÚ FÜGGELÉK .....</b>	<b>155</b>

## TÁBLÁZATOK JEGYZÉKE

1. táblázat: Motiváció és orientáció mátrix (saját szerkesztés).....	27
2. táblázat: Az érzelmi és a racionális döntések számszerűsítése (saját szerkesztés; Farkas-Kis, 2022).....	35
3. táblázat: A válaszadók nemi megoszlása (saját szerkesztés).....	86
4. táblázat: A válaszadók megoszlása (fő) lakóhely és legmagasabb iskolai végzettség szerint (saját szerkesztés).....	87
5. táblázat: A válaszadók személyes beállítódás szerinti megoszlása (saját szerkesztés) .....	88
6. táblázat: A válaszadók megoszlása munkaterület szerint (saját szerkesztés).....	89
7. táblázat: A válaszadók munkakörének megoszlása (saját szerkesztés).....	89
8. táblázat: A válaszadók megoszlása a munkahely típusa szerint (saját szerkesztés) ...	90
9. táblázat: A válaszadók generációk szerinti megoszlása a személyes beállítódások szerint. Az értékek a válaszadók számát (fő) jelölik (saját szerkesztés).....	91
10. táblázat: A válaszadók matematikai sikeressége általános iskolában (saját szerkesztés).....	94
11. táblázat: A válaszadók matematikai sikeressége középiskolában (saját szerkesztés) .....	94
12. táblázat: A válaszadók matematikai sikeressége a felsőoktatásban (saját szerkesztés) .....	95
13. táblázat: A válaszadók matematikai sikeressége a tudományos fokozatszerzéskor (saját szerkesztés).....	95
14. táblázat: A matematikai sikeresség egyes leíró statisztikai mutatószámai oktatási szintek szerint (saját szerkesztés).....	95
15. táblázat: A generációk teljesítményének alakulása páronként összehasonlítva (saját szerkesztés).....	98
16. táblázat: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy mennyire volt szerepe a matematikának a pályaválasztásukban (saját szerkesztés).....	102
17. táblázat: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy mennyire használnak matematikai megközelítést a döntéseikben (saját szerkesztés).....	102
18. táblázat: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy mennyire befolyásolják őket a számok a döntéseikben (saját szerkesztés).....	103
19. táblázat: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy mennyire segíti őket a matematikai megközelítés a döntéseikben (saját szerkesztés).....	104
20. táblázat: A Q9, Q10, Q11, Q12 és Q18 ismérvek közötti korrelációk. A feketével kiemelték Erős pozitív kapcsolatot feltételeznek, a világosszürkék közepes pozitív kapcsolatot jelölnek (saját szerkesztés).....	123

## ÁBRÁK JEGYZÉKE

1. ábra: A fogalmi kontextus értelmezése (saját szerkesztés).....	12
2. ábra: A társas érintkezés közben folytatott tranzakciók (saját szerkesztés).....	32
3. ábra: Az érzékelés korlátjai (saját szerkesztés).....	34
4. ábra: A kutatási keret (saját szerkesztés).....	41
5. ábra: A szakirodalmi háttér elhelyezése a kutatási mezőben (saját szerkesztés).....	45
6. ábra: Lange-Garritsen (1972) szerinti öt szerep (saját szerkesztés).....	49
7. ábra: Krappmann (1980) és Zrinszky (1994) szerinti szerepértelmezések (saját szerkesztés).....	51
8. ábra: PISA kutatások eredményességének alakulása a matematikai képességek területén, (saját szerkesztés, adatok forrása: <a href="https://data.oecd.org/pisa/mathematics-performance-pisa.htm">https://data.oecd.org/pisa/mathematics-performance-pisa.htm</a> ).....	54
9. ábra: Krappmann (1980) és Zrinszky (1994) szerinti szerepértelmezések (saját szerkesztés).....	57
10. ábra: A klasszikus kondicionálás folyamata (saját szerkesztés).....	59
11. ábra: A kutatási mező és a kutatási terv elemeinek kapcsolata (saját szerkesztés)...	72
12. ábra: A kutatási mező és a kutatási kérdőív kérdéseinek kapcsolata. Kék négyzettel jelölve, hogy a kutatási mező mely elemeihez kapcsolódnak a kérdések. (saját szerkesztés).....	79
13. ábra: A válaszadók nemi megoszlása generációk szerint. Vízszintes tengelyen a válaszadók száma (darab), Függőleges tengelyen a generációk vannak megjelölve (saját szerkesztés). .....	87
14. ábra: A személyes beállítódás százalékos megoszlása a generációnként (saját szerkesztés).....	91
15. ábra: A válaszadók személyes beállítódásának százalékos megoszlása a munkakörök szerint (saját szerkesztés).....	92
16. ábra: Az iskolai végzettség és a személyes beállítódás közötti kapcsolat (saját szerkesztés).....	93
17. ábra: A válaszadók munkakörének megoszlása az iskolai végzettség szerint (saját szerkesztés).....	93
18. ábra: A válaszadók sikerességének eloszlása oktatási szintek szerint (saját szerkesztés).....	96
19. ábra: A válaszadók sikerességének aránya az oktatási szintek szerint (saját szerkesztés).....	97
20. ábra: A válaszadók sikerességének aránya az oktatási szintek szerint a generációk szerinti összehasonlításban (saját szerkesztés).....	97
21. ábra: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy milyen döntéshozónak tartják magukat (saját szerkesztés).....	100
22. ábra: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy milyen döntéshozónak tartják magukat (saját szerkesztés).....	101
23. ábra: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy miben segítette őket a matematikatanulás (saját szerkesztés).....	104

24. ábra: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy a felsőfokú tanulmányaik során elért matematikai sikerek szerint milyen arányban töltenek be vezetői munkakört (saját szerkesztés) .....	105
25. ábra: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy a jól teljesítők és a teljesítők milyen arányban töltenek be vezetői munkakört (saját szerkesztés).....	106
26. ábra: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy a matematikai sikerek a felsőfokú tanulmányok során hogyan alakítják a válaszadók döntéshozói típus szerinti eloszlását (saját szerkesztés).....	107
27. ábra: Az egyes matematikai teljesítmények szintjei szerint a válaszadók által döntéshozói típus szerint megadott értékek átlaga (saját szerkesztés).....	107
28. ábra: A matematikai sikerek a felsőoktatásban és a személyes beállítódás kapcsolata (saját szerkesztés).....	108
29. ábra: A felsőfokú végzettséggel rendelkezők véleményének megoszlása arról, hogy a jó matematikai képességek jobb döntéseket eredményeznek-e (saját szerkesztés) ...	109
30. ábra: A határozott válasszal rendelkező felsőfokú végzettséggel rendelkezők véleményének megoszlása arról, hogy a jó matematikai képességek jobb döntéseket eredményeznek-e (saját szerkesztés).....	110
31. ábra: A felsőfokú tanulmányok alatt megélt matematikai sikerek és a számok befolyásoló hatásának kapcsolata (saját szerkesztés) .....	110
32. ábra: A pályaválasztás és a válaszadók munkaköre közötti megoszlás a beosztott és a vezetői munkakörök között (saját szerkesztés) .....	111
33. ábra: A pályaválasztás és a válaszadók munkaköre közötti megoszlás közép- és felsővezetők között (saját szerkesztés).....	111
34. ábra: A pályaválasztás és a válaszadók középiskolai matematikai sikere közötti megoszlás (saját szerkesztés) .....	112
35. ábra: A matematikai sikerek a felsőoktatásban és a reál illetve humán személyes beállítódás kapcsolata (saját szerkesztés).....	114
36. ábra: A H2 hipotézishez kapcsolódó kutatási modell (saját szerkesztés) .....	117
37. ábra: A matematika tanulás szeretete az egyes oktatási szinteken (saját szerkesztés) .....	119
38. ábra: A matematika tanár szeretete az egyes oktatási szinteken (saját szerkesztés)	120
39. ábra: A matematikatanulás hasznosságának megítélése az egyes oktatási szinteken (saját szerkesztés).....	121
40. ábra: A figyelem mértéke a matematika órákon az egyes oktatási szinteken (saját szerkesztés) .....	121
41. ábra: A hallgatók milyen arányban vesznek igénybe külön tanárt az egyes oktatási szinteken (saját szerkesztés).....	122
42. ábra: A külön tanár igénybevételével kapcsolatos élmények az oktatási szintek szerint (saját szerkesztés) .....	123
43. ábra: A matematikai tanulmányok hasznosságának megítélése foglalkozásonként csoportosítva. 5-ös érték ha maximálisan szükség van rá, 1-es érték ha nincs szükség rá (saját szerkesztés).....	125



*Feleségemnek Noéminek és gyermekeimnek Boldizsáznak és Olivérnek,  
akik, habár nem mindig egyszerű,  
de kitartóan mellettem vannak és követik kutatásaimat.*

*Zitának és Andrásnak, akik végig támogatták a munkám  
és visszajezéseikkel folyamatos kihívás elé állítottak.*

*S végül Dr. Bodosi Bélának,  
akivel annak idején a neveléstudományi területen elindultunk,  
hogy a matematikapedagógia mélyére nézzünk.*

*„Mert az igazi matematika nem egyéb,  
mint a minimális eszköztárat használó tiszta gondolkodás,  
nem triviális ismeretek megszerzése  
mesterséges számolási fogások felhalmozása nélkül.”*

*Rademacher H. & Toeplitz O.*

## I. BEVEZETÉS

### 1. A témaválasztás aktualitása

Felgyorsult életünkben egyre több döntést kell egyre rövidebb idő alatt meghozni, különösen az üzleti világban, ahol a vállalatok működésének egyik legfontosabb eleme a döntéshozatal és az ahhoz vezető út. A sikeresség szempontjából meghatározó, hogy ez milyen szervezeti folyamaton keresztül, milyen információra épülve, azokat milyen eszközökkel feldolgozva, kiértékelve és nem utolsósorban milyen munkavállalói szintekhez köthetően történik meg. Ugyanakkor a gyakorlat azt mutatja, hogy habár a döntéshozatalhoz kapcsolódó formai keretek a legtöbb helyen kialakításra kerülnek, a mindennapi döntések soha nem a tényleges, hanem az észlelt helyzetek alapján születnek. Azaz komoly jelentősége van a pszichés állapotnak és a valóság realitásérzékelésének, egy-egy akadály leküzdésénél és a végső döntéshozatalnál. Ezért a döntések sikerességének meghatározó feltétele, hogy a döntés mögött meghúzódó kérdés megfelelően került-e meghatározásra, azonosításra, strukturálásra a döntéshozó szintjén.

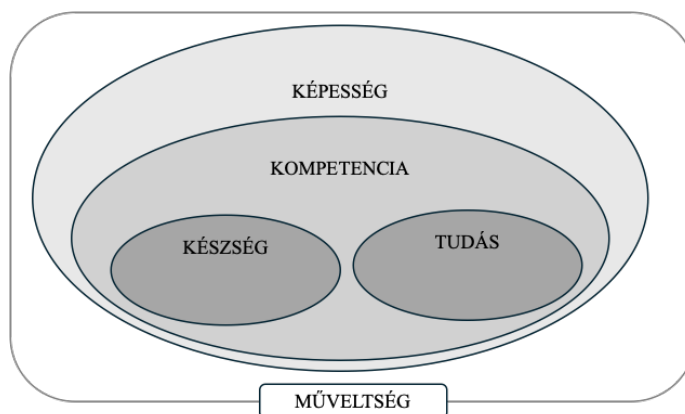
Viszont, ha a döntésekről gondolkodunk, arról sem szabad elfeledkeznünk, hogy az esetek nagyon nagy részében a döntéseket – különösen vállalati környezetben – számokkal reprezentált információk, számszerűsítés kíséri valamilyen módon. Ha pedig számokról és számszerűsítésről van szó, akkor elengedhetetlen, hogy ne beszéljünk matematikáról, matematikai kompetenciákról és a matematika műveltségről.

A matematikai műveltséget a matematikai képesség, kompetencia, tudás és készség szintjei határozzák meg. Ahhoz, hogy ezek komplex kapcsolata értelmezhető legyen, tisztázni kell, hogy a jelen kutatással összefüggésben hogyan kapcsolódnak egymáshoz a továbbiakban felmerülő és tárgyalt területek és, hogy miként függenek össze ezek a szakirodalomban is használt (Roberts et al. 2007; Csapó 2003; Gardner 1983; Spancer & Spancer 1993), hasonló, sokszor a köznyelvben is szinonimaként megjelenő fogalmak:

1. A „műveltség” egy széleskörű, jól szervezett tudásrendszer, amely az adott tudományterület (itt a matematika) holisztikus megközelítését jelenti. Jellemzője a kritikai gondolkodás, az értékelés képessége és a kulturális összefüggések megértése. A műveltség lehetővé teszi az egyének számára, hogy tudatosan részt vegyenek a társadalmi és kulturális életben.

2. A „képesség” az egyén általános mentális, fizikai és szociális potenciálját jelenti, amely lehetővé teszi számára, hogy tanuljon, problémákat oldjon meg, és alkalmazkodjon a környezetéhez. Ezek veleszületett vagy fejlesztett tulajdonságok, amelyek meghatározzák az egyén teljesítményét.
  3. A „kompetencia” az a képesség, amely magában foglalja a készségeket, tudást és attitűdöket, lehetővé téve az egyének számára, hogy hatékonyan teljesítsenek bizonyos feladatokat vagy szerepeket.
  4. A „készség” egy specifikus, gyakorlott tevékenységek során kialakult, automatizált viselkedésforma, amely lehetővé teszi az egyének számára, hogy hatékonyan és gördülékenyen végezzék feladataikat. A készségek elsajátítása gyakorlás révén történik, és gyakran specifikus kontextusokhoz kötődnek.
  5. A „tudás” az információk, tények, koncepciók, elméletek és elvek összessége, amelyeket az egyén megszerez és megért az oktatás, a tanulás, a tapasztalat révén.
- Ezeknek a fogalmaknak a kapcsolatát az 1. ábra szemlélteti.

1. ábra: A fogalmi kontextus értelmezése (saját szerkesztés)



A matematikai tanulmányok már az általános iskolától kezdve azt a célt kellene, hogy szolgálják, hogy a diákok megtanuljanak gondolkodni. A Program for International Student Assessment (továbbiakba: PISA) vizsgálat, amelynek egyik meghatározó része a matematikai kompetenciák mérése, az alábbi módon definiálja az alkalmazott matematikai műveltséget (PISA, 2007): „Az alkalmazott matematikai műveltség azt jelenti, hogy az egyén felismeri és érti a matematika szerepét a valós világban, jól megalapozott döntéseket hoz, és a matematikatudása hozzásegíti ahhoz, hogy saját életének valós problémáit helyesen oldja meg, és a társadalom konstruktív, érdeklődő, megfontolt tagjává váljék.”

A definíció alapján a megalapozott döntésekhez, a helyes problémamegoldáshoz és a teljes körűen megélt társadalmi szerephez elengedhetetlen az alkalmazott matematikai műveltség. Ez a definíció jól mutatja, hogy amennyiben döntésekről, döntéshozatalról beszélünk, akkor a matematikai műveltség megkerülhetetlen. Az előbbi meghatározás is arra utal, hogy a döntések háttérében mindig az ember áll, akinek a kapcsolata a matematikával (legyen az tudatos vagy sem) meghatározó.

Amikor egy kosárlabdázó dob, nem tudatosul benne, hogy agyában felmérve a távolságot, kiszámolva az erő nagyságát és a szögét, milyen egyenletek sokaságát oldja meg és dönt a mozdulata kivitelezéséről. Ugyanígy írható le a középpályás, amikor vezeti a labdát és felpillant, hogy felmérje, hogyan tovább és dönt a passzról. Látja a többi játékos mozgását és mintha Laplace démonja (egy a mozgásegyenletek segítségével a világ jövőjét kiszámoló elképzelt lény) szállná meg, meghozza a döntést és beadja a labdát a megfelelő helyre. Ezek a folyamatok a játék irama miatt egyszerűen lehetetlenné teszik, hogy a játékosok, akik a döntéseket hozzák, elgondolkodjanak arról, hogy mi is történik, vagy kiszámoljanak bármilyen pályaadatot. Egyszerűen tudják, látják, mit kell tenni. Ez a gondolatmenet vezetett oda, hogy a matematikára nem a számítástudomány eszközeként kell tekinteni, hanem – hasonlóan a PISA definíciójához – a problémamegoldás és a döntési kompetenciák alapvető elemeként, meghatározójaként. Ilyen módon a matematika nem más, mint azoknak a tudat alatti folyamatoknak az absztrakt, formalizált leírása, amelyek minden emberben jelen vannak, és alapjaiban irányítják a gondolkodásukat és az érzéseiket.

Az utóbbi évtizedekben a gazdasági-, döntéelméleti- és matematikaoktatási tudományterületek egymás mellett, viszont nagyrészt egymástól függetlenül fejlődtek. Miközben mind jelentős előrelépést ért el, közös területeik kevésbé voltak a tudományos kutatások középpontjában. A jelenlegi kutatás célja az, hogy összefoglalja a legfontosabb mérföldköveket és azokon keresztül megmutassa, hogy hogyan alakult ki a számszerűsítés és hogyan jutott el a matematikai gondolkodásig. Milyen hatást fejtett ki a felsorolt tudományterületeken, hogyan kapcsolta össze azokat. Miként lett a gazdasági folyamatok fő meghatározója, a döntéseket befolyásoló, az oktatásban központi szerepet játszó szimbólumrendszer a matematika. Hogyan vált a racionalitás letéteményesévé és ad lehetőséget a figyelmetlen döntéshozó elme megtévesztésére. És mindeközben mégis hogyan képes közvetíteni az érzelmi és racionális döntéseink között. S végül, de nem utolsó sorban, miért félnek annyira az emberek a matematikától, hogy sokakban kialakul a matematikai szorongás, amely befolyásolja a döntéseiket.

## 2. A doktori értekezés felépítése

A doktori értekezés a Bevezetésben bemutatott sokszínű és igen széles tudományterületeket átfogó kutatási térben mozog, ezért elengedhetetlen, hogy némi kapaszkodó álljon az olvasó rendelkezésére.

Az értekezés II. fejezete, a „Panoráma” bemutatja a gazdasági, döntéseméleti és matematikaoktatási tudományterületek elméleti hátterét és az elmúlt 50-100 év meghatározó elméleteit, kutatási eredményeit ezeken a területeken. Kitér a döntések és a számszerűsítés kapcsolatára, a matematika szerepére a döntéshozatalban. E fejezet zárásaként a számszerűsítés kommunikációja, az adatvizualizáció és azok matematikai értelmezése kerül bemutatásra.

A III. fejezetben a „Horizont”, melyben a kutatási kérdések és hipotézisek vannak a középpontban. Ebben a fejezetben ismertetésre kerülnek azok a kérdések, amelyekre a hipotézisek felállítását követően a kutatás választ szeretne találni. Szintén itt kerül meghatározásra a kutatási keret, amely meghatározza és bemutatja e komplex kérdéskör tereit, azok alapvető összefüggéseit és viszonyrendszerét.

A IV. fejezet a „Támpontok” meghatározása, azaz azoknak a legfrissebb kutatásoknak a bemutatása, amelyek legközelebb állnak a hipotézisek vizsgálatának céljához. Szintén ebben a fejezetben kerül tárgyalásra mindaz a pedagógiai-pszichológiai tér, amelyet a kutatás vizsgálni szándékozik.

Az V. fejezet, az „Utak” bemutatja a kutatási kérdések alapján, a megfogalmazott hipotézisek igazolása érdekében tervezett kutatásokat, egyrészt módszertani és adatfelvételi oldalról, másrészt az adatelemzés irányából.

A VI. fejezet a „Fókusz”, amely a terjedelmi korlátokra és a disszertáció tervezetre adott bírálói reflexiókra reagálva, az Utak fejezetben bemutatott komplex kutatási tervből kiindulva egy szűkebb, konkrét kutatás részletes bemutatására és az eredményeinek értékelésére fókuszál.

Végül pedig a VII. fejezet, a „Horizont”, amely összefoglalja és zárja az értekezést és a jövőbe tekint.

## II. PANORÁMA - A TÉMA TÁRSADALMI, GAZDASÁGI ÉS KÖRNYEZETI RELEVÁNCIÁJA

### 1. A számok gazdasági szerepének története

Sok százezer éven keresztül, ameddig az ember a természettel vad küzdelemben a túlélésért harcolt, a matematika, a számolás nem létezett, mert nem volt rá szükség. Az akkori emberiség az életben maradás egyszerű szabályai mentén élt. Döntései mögött a létfenntartás, az életben maradás és a fejfennntartás álltak. Számolásra nem volt szüksége. Még ha tudat alatt számba is vette a lehetőségeket, ez az adott pillanat ösztönösségében csapódott le vagy merült ki, a van-nincs és a kevés-sok megítélésében.

A változás – sokszor egyszerre párhuzamosan – akkor jött el, amikor az ember felfedezte az első gabonatermő vidékeket, melyek lehetővé tették, hogy életvitele helyhez kötötteen állandósulhasson. Ez a változás i.e.10000-től i.e.3000-ig tartott és jelentősen átalakította a korábbi életvitelt és ezzel összefüggésben teljesen új döntési és problémakezelési helyzetek elé állította az embereket / embercsoportokat. Az ember reaktív magatartása a természettel szemben átalakult egy aktív és egyre inkább proaktív tevékenységgé. Mezopotámia rozsa és árpája, Szíria tönkölye, a Nílus-völgy búzája és a Jangce-kiang valamint Hoang-ho menti rizs és köles lehetőséget adott a változásra: a vadászat, gyűjtögetés és helyenként a halászat helyett át lehetett térni a földművelő életmódra. Mivel így már nem csak a túlélés volt a cél, lehetőség nyílt a fejlődésre minden területen. Megjelentek a háziállatok, a szerszámok, cserépedények és a kapcsolódó mesterségek. Létrejöttek az első települések és ezzel elindult a modern korba vezető központosított és irányított hatalom és gazdaság / gazdálkodás kialakulása.

A földművelés megkövetelte a szervezést, a természet részletesebb megfigyelését. Az egyes mesterségeket / ágazatokat össze kellett hangolni, gondoskodni kellett a településekről és később az állam védelméről. Bár ezek a fejlődésnek indult területek sokszor egymástól több ezer kilométer távolságban voltak és akkoriban földrajzilag nem is tudták egymást megközelíteni, mégis mind ugyanazon irányba indultak el. A növekedés, az ipari tevékenységek, a helyi kereskedelem, a raktározás, a természet megfigyelése már nem lehetett meg a mérés, a hosszúság, a terület, a térfogat és a tömeg mértékegységei nélkül. Az utazás és hadviselés fejlődése elengedhetlenné tette az időbeli és térbeli tájékozódást. A termelés, a gazdálkodás, az ipar és a kereskedelem szükségszerűen elkezdte életre hívni azokat az üzleti mechanizmusokat, amelyek a mai modern gazdálkodáspolitikának is részei: a megtermelt, raktározott, illetve elfogyasztott

mennyiségek hosszabb ideig is szükséges nyilvántartását, a javak számszerű ellenőrzését. Ilyen módon i.e.4000-től megszülettek az első számírások, amelyek onnantól kezdve szervesen meghatározták a döntéseket.

Az ókorból az egyik leggazdagabb első írásos emléket André Parrot francia régész 1933-ban megkezdett ásatása során az Eufrátesz partján lévő Mári város királyi palotájának levéltárában találták meg (Sain, 1986). 20000 babiloni ékírásos szöveg került elő: levelek, rendeletek és gazdasági feljegyzések, amelyek közül a legrégebbi i.e. 2000-ből származik. Ebből az időszakból számos olyan ékírásos számtáblázat is előkerült, amelynek célja az volt, hogy a számolást gyorsítsa meg.

A Nílus menti kultúrából származó egyik legfontosabb lelet, a skót Henry Rhind által meglelt (megvett) és a Középbirodalom idejéből származó Ahmesz-papirusz (Sain, 1986). Ezen már több matematikai probléma is megfogalmazásra és bemutatásra kerül, mint pl. a számolástechnikai módszerek, egyszerű egyenletek megoldásai, terület és térfogat számításai. A Nílus évenkénti kiáradása meghatározó volt a gazdálkodás szempontjából, így előre tudni kellett, hogy mikor fog a folyó áradni. Ehhez pedig a csillagok mozgása tudott támpontot adni. Az égbolt megfigyelése és a csillagok mozgásának leírása adta meg a ma is használatos naptár alapjait is.

Az Égei-tenger térségében a mükénéi kultúra az, amelyről az első írásos emlékek előkerültek (Sain, 1986). Az ott fellelt agyagtáblák i.e. 2000 és i.e. 1500 körülire tehetőek és az adókivetéssel voltak összefüggésben. Később a térség átalakulásával, a városállamok kialakulásával, majd i.e. VII-től az V. századig a szabad polgárság és a démosz uralmának megjelenése nyomán Athénban különösen káprázatos fejlődést láthatunk nem csak gazdaságilag, hanem a tudományok és a művészetek területén is. Az Égei-tengerhez alkalmazkodó életmód szemben a mezopotámiai és egyiptomi földet művelő statikus életvitellel egy dinamikusabb stílust kellett, hogy képviseljen. Ez tette lehetővé, hogy egyre többször fel merjék tenni nem csak a „hogyan” kérdéseket a természet jelenségeire vonatkozóan, hanem a „miértet” is.

Röviden érdemes még megemlíteni azokat a további területeket is, ahol szintén már a korai időszakban megjelentek a számok. Ami a mai Kína területén történeteket illeti, itt is az első számjelek az i.e. XIV-től XI. századig terjedő időszakból származnak (Sain, 1986). Céljuk az volt, hogy a javakat számba vegyék, leltározzák. Tőlük távol a maják - még ha időben később is - (i.sz 300-tól) szintén nagyon közel álltak a számokhoz és matematikailag is fejlettek voltak. Habár a korábbiakhoz hasonló kifejezetten



matematikai lelet nem maradt fenn, a feltárt városokból arra lehet következtetni, hogy rendkívül fejlett volt például a csillagászati és naptár ismeretük.

Látható tehát, hogy a számok, a matematika eredete a gyakorlati élet feladataival összefüggésben keresendő és az azzal kapcsolatos helyzetek leírására, ellenőrzésére a döntések támogatására jött létre. Az emberi szükségletek hozták létre és a gyakorlati megoldásokat volt hivatott támogatni, kiszolgálni. Ebben a szolgálatban van egy különösen érdekes elem. Ez pedig nem más, mint az életmódokból, a társadalmi berendezkedésekből adódó statikusság. A matematikában, a számok használatában szinte mindenhol megfigyelhető volt ez, egymástól elszigetelt kultúrák esetében is. A számok, a számolás megrekedt az ősi kultúrák mindegyikében az élet megkívánta feladatokhoz tartozó megoldások használatánál, amit nem lehet felróni sem az egyiptomi sem a babiloni birodalomnak. A görögök viszont – talán épp a korábban már említett más típusú életmód miatt – képesek voltak továbblépni: a számokról való gondolkodás, a matematikai műveletek a társadalom egy bizonyos fejlettségi fokán elszakadtak a közvetlen gyakorlattól, megjelent az öncélúság. A csodálatos ebben az öncélúságban az, hogy az utolsó 2000 évben, milyen utat járt be a matematika és hogyan fejlődött tovább. Hála az arab kultúrának nem merült feledésbe, így a felvilágosodásban újra teret tudott nyerni és végül napjaink gazdaságtani felfogásainak alapját képezi.

A matematikai gondolkodás és a számok nyelve a civilizációk megszületése óta meghatározó az egyéni gondolkodásban és a vezetői döntéshozatalban egyaránt. Célja nem sokat változott, módja és összetettsége annál inkább. Mivel a döntési folyamatok felépítése, a döntéselőkészítésnél használt információk köre, és felhasználásuk módja, eszközei mind emberek által meghatározottak és a matematikai kompetenciákra épülnek, ezért a siker végső kulcsa a döntéshozatalban is ebben keresendő.

## 2. Döntéselméleti szaktudományi kontextus

A XXI. században a gazdaság komplex rendszerének egységét a vállalatok alkotják. Mivel az emberi szükségletek kielégítésére szolgáló tevékenységekhez elengedhetetlen erőforrások mennyisége szűkös, így fontos szerepet játszik az adott vállalat hatékonysága. 1776-ban Adam Smith kimutatta, hogy a társadalmi munkamegosztás tekinthető a legalapvetőbb eszköznek a hatékonyság növelésében tett kísérletek közül (Smith, 1776). Ez a specializáció azonban nem elég. A munkamegosztás során kialakuló egységeknek kommunikálniuk kell egymással és koordinálni kell a munkájukat. Ebben a koordinációban számtalan döntés meghozatalára kényszerülnek az abban résztvevők,

amely döntések az adott szükséglet kielégítésével kapcsolatos tevékenységekre olykor nagyon összetett módon hatnak.

Ebben a kontextusban fontos tisztázni, hogy a döntések milyen szellemben, milyen céllal valósulnak meg, amelyhez ismerni kell, hogy magát a vállalatot milyen felfogásmód szerint értelmezzük (Chikán, 2021).

- A standard mikroökonómia vállalatfelfogása szerint a vállalati döntések racionálisan, teljeskörű információk alapján születnek meg a profitmaximalizálás érdekében.
- A tranzakciós költség elmélet az előzőhöz képest további szempontokat is figyelembe vesz, mégpedig azt, hogy egy-egy csereaktus, a szerződések létrejötte is költségekkel jár.
- A megbízó-ügynök elmélet működési oldalról közelíti meg a kérdést: korunkban egy vállalat tulajdonosa (megbízó) és a menedzsmentje (ügynök) nem minden esetben azonosak, ami elviekben érdekütközéseket okozhat, hiszen a profit nem azé lesz, aki a döntéseket hozza annak maximalizálása érdekében. Továbbá ugyanitt még egy jelenség megjelenik, amely hatással van a döntésekre és az eltérő célok és rendelkezésre álló információk miatt alakul ki, ez az információs aszimmetria.
- Az evolucionalista vállalatelméleti megközelítések szerint egy vállalat hatékonyságát a benne résztvevő, illetve a vele kapcsolatban álló szereplők határozzák meg. Ezért egy-egy döntés esetében a fókuszban az érintettek aspirációi állnak.

A vállalatelméletek fejlődésével a vezetői döntéshozatal is egyre összetettebb módon került tárgyalásra. Az emberi magatartás egyre nagyobb szerepet kapott a vállalati célok megértésében és leírásában. A modern, komplex rendszerek pedig maguk után vonják az emberi gondolkodási-információfeldolgozási képesség korlátjaiból következő döntési mechanizmusok megjelenését: a korlátozott racionalitást. Elmondható tehát (Cristofaro, 2017), hogy amennyiben az emberi magatartást is figyelembe vesszük, akkor a vállalatok és a bennük zajló döntések:

- az érintettek koalíciójaként működnek;
- sok célt jelenítenek meg és ebből adódóan nem optimumot keresnek, hanem kielégítő megoldást;
- feltételezik, hogy az információnak költsége van;

- nem képesek a racionalitás keretei között maradni.

A vállalatelmélet fejlődéstörténete mellett legalább ennyire fontos a különböző döntéshozatali felfogásmódok fejlődéstörténetének áttekintése is. Az ókorban a filozófusok mondták meg, hogy miként kell a döntésekről gondolkodni. A középkorban és különösen az újkorban az ipari termelés elterjedésével és a vállalatok megjelenésével azonban egy újabb felfogás vált általánossá, jelesül a közgazdasági felfogásmód.

Mivel a vállalatok, s így a tulajdonosok céljai évszázadok alatt sem változtak meg, azaz a profitot akarták maximalizálni, ezért egyre inkább teret nyert a gondolkodásban, hogy fontos a menedzsment tagjainak, a vállalatot irányítóknak, hogy képesek legyenek jó döntéseket hozni. A jó döntés fogalma viszont relatív és egyúttal meghatározza, hogy magáról a döntési helyzetről mit gondolunk.

A közgazdasági közelítésmód szerint a piacon megjelenő termékek és szolgáltatások számszerűsíthetők. Ebben az esetben viszont az adott termék vagy szolgáltatás hasznossága is megfogalmazhatóvá és megfoghatóvá válik. Taylor tette le az ebből a gondolatmenetből származó döntéseméleti alapokat (Taylor, 1965), amelyek arra épültek, hogy

- egy adott döntés esetében a hozzá kapcsolódó kimeneti események bármelyike bekövetkezhet;
- a döntéshozó rendelkezik minden, a mérlegeléshez szükséges információval;
- az eredmények értelmezhetők és átláthatók egy skálán;
- a döntés mindig az adott haszon maximalizálása érdekében történik.

Ez a megközelítés makrogazdasági szinten működőképesnek bizonyult és bizonyos mértékben képes volt előre jelezni, hogy mit fognak tenni a gazdaság egyes aktorai. Ugyanakkor az újabb közgazdasági kutatások feltárták, hogy az egyén nem cselekszik minden esetben a hasznosságmaximalizálás elvárásainak megfelelően.

Az adminisztratív modell kialakulásában jelentős szerepe volt annak, hogy az egyéni döntések megfigyelésekor azt látták, hogy a közgazdasági modellben lefektetett feltételek nem minden esetben teljesülnek. Egyrészt a hasznosság megállapításához nem áll rendelkezésre minden információ, másrészt számtalan esetben hatnak egyéb motivációs tényezők, amelyek elviszik a fókusz a hasznosságról. Utóbbira a pszichológiai kutatások hívták fel a figyelmet (Zoltayné, 2005). Ezek világítottak rá arra, hogy egy döntéssel összefüggésben domináns szerepet kapnak az észlelések a valósággal szemben. Azaz, a döntéshozó elgondolásai, elvárásai jelentősen befolyásolják a

döntéseket. March és Simon (1965) végül az alábbiak szerint foglalta össze az adminisztratív modell legfontosabb jellemzőit:

- a döntési alternatívák nem állnak rendelkezésre, azokat ki kell alakítani;
- az eredményekre vonatkozó információk hiányosak, azokat keresni kell;
- az információszerzés költséges;
- az információk pontatlansága az eredmények várható értékének bizonytalanságához vezet.

Az előbbieket alapján két további jelenséget figyeltek meg. Az egyik, hogy a döntéshozók az információk bizonytalanságából eredő probléma kezelésénél a figyelmüket próbálják az eredményekre (azon belül is inkább a rövid távú eredményekre) és kiemelten a számszerűsíthető eredményekre irányítani, és ami nem számszerűsíthető, azt inkább figyelmen kívül hagyják. A másik, hogy igyekeznek csökkenteni az információszerzés költségét, ezért kerülnek a komplex információmenedzsment rendszereket és megelégednek az adott döntést kielégítően alátámasztó információk meglétével.

A Skinner-féle modell azt képviseli, hogy amennyiben a döntések okait akarjuk megérteni, akkor fel kell tárunk azokat a mechanizmusokat, amelyek által az eredmények megerősítést nyernek (Skinner, 1971). Tehát a modell szerint szigorú megerősítések állnak a háttérben, amelynek alapjait Thorndike effektustörvénye jól keretezi, mely szerint „azt a viselkedést vagy magatartást, amely jutalomhoz vezet (vagy úgy látszik, hogy jutalomhoz fog vezetni), az emberek megismétlik” (Haire, 1974). A Skinner-féle döntéselméleti modell négy sarokpontja a következő:

- A leghatékonyabb és legerősebb befolyásoló tényezők azok, amelyek a legközvetlenebb kapcsolatban vannak a döntéshozó legalapvetőbb szükségleteivel.
- Szemben a folyamatos megerősítéssel, a szakaszos megerősítések sokkal magasabb szinten tartják az adott viselkedési preferenciát.
- A pozitív megerősítéssel nagyobb hatást lehet gyakorolni, mint a negatívval.
- Csak empirikusan ismerhetők meg a viselkedést erősítő eredmények.

A vállalati környezetben a döntéshozók szükségletei azonban koránt sem érzelmi szükségletek. Ezek a legtöbb esetben valamilyen fizetési bónusszal motivált célkitűzések, melyek úgynevezett kulcs teljesítménymutatók (Key Performance Indicator, röviden: KPI) vagy azzal ekvivalens mérőszámok segítségével írhatók le.

Az alternatív megközelítési módok között fontos még kiemelni a fokozatos hozadék modelljét (Allison, 1969) is. Ez a modell egyfajta szabályozott anarchiát feltételez, azaz azt állítja, hogy a gyakorlatban szemben azzal, hogy milyen keveset tudunk az eredmények és a cselekvési változatok kapcsolatáról, nagyon nagyszámú és komplex eredmény fordul elő. Ebből következően a hasznosság alapú összehasonlítás nem lehetséges és a döntéshozatal során kimaradnak olyan kimenetek az értékelésekből, amelyek később rendkívül fontossá válhatnak. A modell fő jellemzői:

- Az értékelés alapja az, hogy egy adott helyzetben azonosított cselekvési változatokat összehasonlíja a múltban fellelhető, az adott cselekvési változatokhoz hasonló tényleges eredményekkel.
- Ebből adódóan a döntéshozó kockázatminimalizálása valósul meg azzal, hogy egy korábban működő, hasonló cselekvést választ egy adott helyzetben. Ez viszont azt is maga után vonja, hogy a változások általában lassan, kis lépésekkel valósulnak meg, mert a korábbi gyakorlatoktól nem térünk el jelentősen.

Szintén jellemző vállalati gyakorlat – amely jól szemlélteti ennek a modellnek a működését –, amikor a vállalati tervezésnél az adott költségcsonton a tárgyévi értéket vagy annak csekély mértékben változtatott értékét adják meg vezetők.

Az anarchiától pedig csupán egy lépés választ el minket a káoszra, amely Cohent, Marchot és Olsent (1972) a szemeteskosár döntési modell megalkotásához vezette. Megfigyeléssel szerzett kutatási eredményeik alapján kimutatták, hogy egy adott döntésre fordított idő tipikusan az alábbi körülményektől függ:

- mikor érkezik a probléma,
- milyen más problémákkal foglalkoznak éppen,
- milyen kész megoldások vannak,
- a problémák leülepedése, fölroppenése hogyan változik,
- milyenek a döntési rituálék,
- milyen mértékű a pazarlás az erőforrásokkal.

A szemeteskosár modell azt a lehetőséget mutatja meg, hogy sokáig lehet húzni a problémák megoldását elodáztatott döntéshozattal, ez azonban összeomláshoz vezethet. Az ismertett modellekből az tűnik ki, hogy a vállalatfelfogások és a döntésméleti megközelítések együtt fejlődtek és alakultak. Viszont egy dolog minden esetben jelen volt és van a mai napig. Ez pedig az, hogy mind a vállalatfelfogások, mind a döntésméleti megközelítések információkra alapoznak, mely információk az esetek többségében számszerű vagy számszerűsített adatok. Teljesen mindegy, hogy objektív

mérésekről van szó vagy szubjektív megítélésről. A gondolati absztrakció szintjén szinte minden számokban jelenik meg az ítéletalkotás és a döntéshozatal egy bizonyos pontján. Ezek a számok pedig fontos és megkerülhetetlen kontrollt és befolyást gyakorolnak ránk a döntéseink során.

### 3. Matematikaoktatási szaktudományi kontextus

Már az ókortól kezdődően a számok, a számszerűsítés, a számvitel a menedzsment feladatok kontroll funkciójának ellátását és az ezzel kapcsolatos döntések támogatását voltak hivatottak szolgálni. Éppen ezért ennek a szolgáltatnak az ellátásához szükséges volt, hogy a matematika, mint a számokkal foglalkozó tudományterület megjelenjen az oktatásban és ez így is maradt mind a mai napig. A matematika az a tantárgy, melyet jellemzően a leghosszabb ideig tanulnak a diákok, kötelező jelleggel 12 éven át az érettségiig. És sokan még azt követően az egyetemen is, de a tudományos pályán is elengedhetetlen, ha a kvantitatív kutatási módszertanokra gondolunk.

Napjainkban a Nemzeti Alaptanterv<sup>1</sup> (NAT) a matematikaoktatásban lévő értékeket és kompetenciákat az alábbiak szerint határozza meg:

- Tájékozódás térben és időben, a világ mennyiségi viszonyaiban. Azaz képesség arra, hogy egy szimbólumokkal kódolt címet, időt, azonosítani tudjunk, és a számtalan megközelítési lehetőség közül ki tudjuk választani az optimálisabb megoldást.
- Megismerés, tapasztalatszerzés, képzelet, emlékezés, gondolkodás, ismeretek rendezése és azok használata. Ez az a belső tudat alatti reprezentáció, amely képessé tesz minket új ismeretek elsajátítására, és beépítésére. Amely miatt képesek vagyunk a meglévő információállományokat összetetten kezelni, végig gondolni, és következtetéseket tenni a jövőt illetően, amelynek megfelelően döntéseket hozhatunk.
- Ismeretek alkalmazása, az analógiák felismerése.
- Problémakezelés és megoldás. Egy adott feladaton keresztül megismerni egy adott típuspéldát, melynek megoldását általánosítva már könnyebben el lehet végezni hasonló típusú feladatokat.
- Alkotás és kreativitás. A képzelethez nyúlik vissza, azaz a már meglévő információk alapján a világot figyelve olyan új észrevételeket tesz az ember,

<sup>1</sup> <https://www.nefmi.gov.hu/kozoktatasi/tantervek/nemzeti-alaptanterv-nat>

amelyek azelőtt nem léteztek, de képes volt az analógiák révén megfeleltetni bizonyos információkat, amelyekkel új megfigyelésekhez jutott.

- Akarati, érzelmi, önfejlesztő képességek és együttéléssel kapcsolatos értékek. Ilyenek a kommunikáció, az együttműködés, motiváltság, önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Ezek talán a legfontosabbak, mert az ember mindennapi életében és kapcsolataiban, az egészsége szempontjából fontos, hogy lássa az ok-okozati összefüggéseket, és képes legyen előre gondolkodni.
- A matematika épülésének elvei, amelyen keresztül analógiákat lehet teremteni az összes eddigi kompetenciával kapcsolatosan.

Látható az előző meghatározásból, hogy a matematika irányait tekintve számtalan olyan terület fejlődéséhez, fejlesztéséhez járul hozzá, amely nem a klasszikus értelemben vett számolás, racionalitás irányába mutat. Sok területen a személyiségfejlődés elengedhetetlen része és magának a gondolkodási képességnek a műveltségi megalapozása is egyben. Amennyiben ilyen módon tekintünk rá, akkor elmondható, hogy a matematika az értelmi fejlődés egyik fő megalapozója az ember döntéshozatali kompetenciáinak. A gondolkodási képességeket többféle módon lehet rendszerezni, azonban abban a tekintetben, hogy melyekről rendelkezünk mérési információkkal három csoportra lehet felosztani őket:

- (1) műveleti gondolkodás,
- (2) induktív gondolkodás,
- (3) problémamegoldó gondolkodás.

A műveleti gondolkodás megalkotója Jean Piaget (Csapó, 2012) szerint az értelmi fejlődést megalapozó tudás eredete a környezettel való interakció, az aktív tevékenységből nyert tapasztalat. Elmélete szerint ez a fejlődés úgynevezett stádiumok sorozataként írható le, amelyeket a gyermekkorhoz kapcsol. Ezek gyakorlatilag különböző szinteket jelölnek, amelyeket aszerint különböztet meg, hogy a gyermeknek-fiatalnak milyen eszközök állnak a rendelkezésére a környezetből érkező információk feldolgozására, rendszerezésére. Ez utóbbiakat sémáknak nevezi és elmélete szerint egy adott szinten csak azokat az információkat vagyunk képesek befogadni, amelyek összhangban vannak a sémáinkkal. Ennek értelmében egy feldolgozási folyamat két módon valósulhat meg:

1. Asszimilációval, amikor a feldolgozási folyamat sikeres;
2. Akkomodációval, amikor nincs összhang a sémáinkkal és úgynevezett kognitív konfliktus keletkezik, amely az aktuális sémáink átrendeződéséhez vezet.

Utóbbi tanulás során lehet előidézni ily módon stimulálva a fejlődést.

Piaget két további elmélete is szorosan kapcsolódik ehhez a gondolatmenethez. Az első a stádiumok elmélete (Piaget, 1993) amelyben négy fő szintet különböztet meg. Az első az életünk első éveit átfogó érzékszervi-mozgásos szint. A második a művelet előtti szint. A harmadik a konkrét műveletek szintje. A negyedik pedig a formális szint. Az utolsó három szint már mind a közoktatás időszakára esik, így megélésükben az intézményi rendszerben szerzett közvetlen tapasztalat meghatározó.

A második elmélet, az úgynevezett struktúrák elmélete (Piaget, 1970). Ez a megközelítés az értelem műveleti struktúráit matematikai eszközökkel leírható rendszerbe foglalja. Azaz a hétköznapi életben megjelenő mindennapos tevékenységekben, tanulásban, alkotásban megjelenő gondolkodási folyamatokat írja le, amelyeket megfelelő alkalmazott matematikai területekkel lehet reprezentálni. Ilyenek többek között a relációk elmélete, a halmazműveletek, a matematikai logika, a kombinatorika, a valószínűségelmélet és a geometria. Piaget kutatásai világítottak rá arra, hogy a matematika és az értelem alapvető műveleti struktúrái között nagyfokú hasonlóság van.

Az induktív gondolkodási elmélet (Csapó, 2002) a műveleti gondolkodással szemben nem támaszkodik egy egyértelműen meghatározható pontos szerkezetre. Pszichológiai háttérét tekintve több megközelítés is ismert és ezek közös eleme, hogy az induktív folyamat bár lépéseiből következik az újabb és újabb gondolat, magának a folyamatnak az eredménye széttartó is lehet, mert egyazon alapállásból kiindulva különböző következtetésekre (akár egymásnak ellentmondókra) is lehet jutni. Az induktív gondolkodás érdekessége az, hogy folyamatában párhuzamba állítható a deduktív gondolkodással. Ugyanakkor, míg a dedukció jól azonosítható műveletekből épül fel, amely helyesen alkalmazva igaz kiinduló állításokból szintén igaz állításokat eredményez, addig az indukcióra ez nem feltétlenül igaz. Az indukció egyfajta értelmességet mutat meg, amely a gondolkodási folyamatnak és az emberi megismerésnek a sajátja, ugyanakkor az, hogy az információkat összekapcsolja, még nem teszi bizonyossá, hogy azt helyesen teszi meg. Viszont kétségkívül közös vonása a dedukcióval, hogy valamilyen szabályszerűség mentén próbál gondolkodni és sokszor alkalmaz a gondolkodási folyamatban úgynevezett analógiákat.

A problémamegoldó gondolkodás (Csapó, 2012) akkor jelentkezik, amikor olyan helyzet áll elő, amelyben az ismert megoldási sémák nem alkalmazhatóak vagy azok alkalmazását bizonyos tényezők akadályozzák. A döntéshozó egy új helyezett elé van



állítva, amelyben a korábban megszerzett tudása és tapasztalata nem tud közvetlen segítséget nyújtani. Ezek az úgynevezett komplex vagy intranszparens problémahelyzetek, amelyek megoldására több megközelítés is született.

A Gestalt-pszichológia alaklélektani megközelítése értelmében az ember képes átlátni egy probléma szerkezetét, majd a megoldás érdekében újra strukturálni azt. Ilyen formában maga a folyamat produktív és reprodukív egyben, ahol is kiemelt jelentőséget kapnak az úgynevezett „Aha-élménynek”, amelyek az újrarendezés és a belátás legfőbb indikátorai. Pólya György a problémamegoldó gondolkodást kétirányú- illetve ciklikus folyamatként értelmezi (Pólya, 1978). Szerinte a matematikai természetű problémamegoldás négy szakaszra bontható:

- (1) a probléma felismerése és megértése,
- (2) a probléma megfogalmazása és terv készítése,
- (3) a stratégia kiválasztása és a terv végrehajtása,
- (4) a megoldás vizsgálata.

Ezen gondolkodásmódok azok, amelyek leginkább meghatározzák egy-egy helyzetben a reakcióinkat és a cselekvési folyamat mögötti mozgató erőket. Viszont mindegyikre igaz, hogy az oktatás-nevelési környezet az, amely meghatározza fejlődésüket, használati gyakoriságukat.

Ha a matematikatudás területén megvalósult hazai vizsgálatokat nézzük, akkor négy jelentős csoport azonosítható (Csapó, 2012):

- (1) matematikai tudásszintmérések,
- (2) matematikai kompetenciavizsgálatok,
- (3) matematikai feladat- és problémamegoldás vizsgálatok,
- (4) matematikai alapkészségek vizsgálata.

Jelen kutatás szempontjából két jelentős vizsgálatot kell kiemelni.

Az első, a kompetencia vizsgálatok köréből származik (Balázsi et al., 2005), amelyek eredménye alapján négy képességszint különböztethető meg:

1. Első szint: A tanuló képes egyszerű, ismerős feladatok megoldására, jól begyakorolt számítások elvégzésére;
2. Második szint: A tanuló képes egyszerű problémákat átlátni, egyszerű adatokat megjeleníteni, ismerős eljárásokat alkalmazni és a különbözőképpen megjelenített adatokat értelmezni és azokkal egyszerű műveleteket végezni;
3. Harmadik szint: A tanuló képes megfogalmazni gondolatait bizonyos szituációk matematikai értelmezésére, a megoldáshoz való megfelelő stratégia

kiválasztására, modellek alkalmazására és az utóbbiak alkalmazásához szükséges feltételek azonosítására;

4. Negyedik szint: A tanuló képes önálló matematikai modell alkotására, újszerű gondolkodásra, és képes kommunikálni a megoldásával kapcsolatos összefüggéseket.

A második a matematikai alapkészségek vizsgálatához kapcsolódik (Nagy, 1973).

Ezek a vizsgálatok az alábbi területeken mérik a diákok képességeit, teljesítményét:

- az alpműveleti számolási;
- számlálás és mennyiségi értelmezés;
- következtetés és relációsszókincs.

A vizsgálatok közös jellemzője, hogy már meglévő tudás- és képességszinteket kutatnak. Fontos kiemelni, hogy az oktatási intézményi verseny eredményeként ezen kutatások jelentős mértékben valósulnak meg helyi szinteken is, mert a fenntartónak fontos, hogy milyen képességekkel hagyják el a diákok az érintett intézményeket.

A matematikatudás területén megvalósuló hazai vizsgálatok rávilágítottak arra, hogy maga a tantárgy megítélése, a matematikai énkép erősen negatív kategóriába esik (Csapó, 2012). Ez, továbbá a mérések alatt tapasztalt további eredmények új irányt jelöltek ki a kutatásoknak. Ameddig korábban szinte egyeduralkodó volt a kognitív területek vizsgálata, addig az utóbbi évtizedekben fejlődésnek indult az affektív, motivációs területek befolyásoló hatásának kutatása is (Józsa & Fejes, 2012). Ezeket a kutatásokat kiemelt figyelemmel kell kezelni a jelen kutatással összefüggésben, ugyanis Aschcraft és Krause (2007) mutatott rá, hogy amennyiben a matematika tanórán a diákokat sikertelenség éri, azonnal megjelenhet a teljesítményszorongás, amely blokkolja agyunk munkamemóriáját. A munkamemóriának pedig kiemelt szerepe van az aritmetikai képességek vonatkozásában (Márkus, 2007)

Nagy József a motiváció komplex értelmezése szerinti megközelítésében négy lépésben határozza meg annak fogalmát (Nagy, 2000):

- (1) érdekértékelésre és érdekeltségi döntésre készítés,
- (2) érdekértékelési és érdekeltségi döntés,
- (3) érdekeltségi jelzés és
- (4) aktivitásra készítés.

A motívumok, amelyek szerepet játszanak a motivált viselkedés elkezdésében, fenntartásában és végrehajtásában többek között a különböző személyes célok, beállítódások, vélekedések, meggyőződések, személyes normák és értékek. Szintén

meghatározó az a megközelítés, amely két alapvető motivációt tart fontosnak (D. Molnár, 2013; Linnebrink & Pintrich, 2001; Fejes, 2011), az (1) elsajátítási motivációt, amely a megértésre törekszik; és a (2) teljesítménymotivációt, amely az eredményre, mások elismerésére fókuszál. Az utóbbi két motivációt egy kétszer-kettes mátrixban elrendezve és az orientációkkal egybevetve jutott Linnebrink és Pintrich (2001) a 1. táblázatban bemutatott célkategorizálásra:

1. táblázat: Motiváció és orientáció mátrix (saját szerkesztés)

	ELSAJÁTÍTÁSI MOTIVÁCIÓ	TELJESÍTMÉNY MOTIVÁCIÓ
ELKERÜLŐ ORIENTÁCIÓ	<b>ELKERÜLŐ ELSAJÁTÍTÁSI CÉL</b> (ELKERÜLNI, HOGY NEM ÉRTEM)	<b>ELKERÜLŐ TELJESÍTMÉNYCÉL</b> (ELKERÜLNI A ROSSZ ÉRTÉKELÉST)
KÖZELÍTŐ ORIENTÁCIÓ	<b>KÖZELÍTŐ ELSAJÁTÍTÁSI CÉL</b> (MINÉL JOBBAN MEGÉRTENI)	<b>KÖZELÍTŐ TELJESÍTMÉNYCÉL</b> (JÓ EREDMÉNYT ELÉRNI)

Ezeket az orientációkat jól meg lehet figyelni azokban a vezetői helyzetekben is, amikor adatalapú döntésnél azt vizsgáljuk, hogy az adott lehetőséget alátámasztó számszerűsített értékekre hogyan reagálnak az érintett vezetők. Egyszerűen átsiklanak rajtuk, nyugtázva, hogy van mögöttük elemzés, de nem kockáztatva, hogy esetlegesen nem értik azt, vagy nem értenek hozzá. Vagy belelapozva az érintett elemzésbe egyeztetnek annak készítőjével, és rákérdeznek minden olyan értékre, amely nem világos, hogy hogyan jött ki, olykor akár megkérdőjelezve azok módszertani vagy ad abszurdum a döntés szempontjából való relevanciáját.

A matematikatanulás egyik legfőbb érdekessége, hogy ez az a tantárgy, amely nagyon hosszú ideig gyakorol hatást az emberre. Ha a közoktatást vesszük alapul, szinte minden nap találkozunk vele. Viszont ebből kifolyólag a matematikatanulás eredményei is – az oktatás elméleti céljait figyelembe véve – széles körben tudják támogatni az életünk különböző területeit, kihívásait. Éppen ezért érdekes, hogy a matematikatanulás milyen eredményekkel jár, milyen kompetenciákat és tudást ad a diákoknak.

#### 4. A matematika jelenléte a döntéstudomány fejlődésében<sup>2</sup>

Az előzőekben ismertetett gondolkodásmódok azok, amelyek leginkább meghatározzák egy-egy helyzetben a reakcióinkat és a cselekvési folyamat mögötti mozgató erőket. Mindegyikre igaz, hogy az oktatás-nevelési környezet az, amely meghatározza fejlődésüket, alkalmazási gyakoriságukat. Ebbe a környezetbe illeszkedik a matematika, amely jelen van az alap- és középfokú oktatásban és ezzel komoly hatást gyakorol vagy gyakorolhat életünkre a legváratlanabb területeken is, mint például a menedzsmentképeségek esetében. A több évtizedre visszanyúló Versenyképesség kutatások világítottak rá arra (Zoltayné & Szántó, 2011), hogy azok a pénzügyi vezetők, akik erősebb matematikai háttérrel rendelkeznek, problémamegoldási képességeik tekintetében általában hajszálnyival jobbak a többi vezetőnél. Ugyanebben a kutatásban mutattak rá arra is, hogy a felkészültebb vezetők általában proaktívabban képesek reagálni a változásokra és teljesítményük is jobb az átlagosnál. Ha ezzel összefüggésben a vállalati döntéshozatalra gondolunk, akkor mind a vállalaton belül, mind a piac és az állami hivatalok részéről az egyik legmeghatározóbb, legtöbbet használt és ellenőrzött tulajdonság a pénzügyi/gazdasági teljesítmény. Az üzleti világban szinte nem is létezik olyan döntési helyzet, amelyhez ne kapcsolódna valamilyen pénzügyi elemzés. Ezek az elemzések részei a vállalaton belül működő figyelmeztető rendszereknek. Ilyen módon a döntések esetében kiemelt szerepe van azoknak az elemzéseknek, melyek objektívek, számszerűsítettek, s így racionálisak. Legalább is elsősre ezt gondolnánk, hogy azok, azonban a valóság ennél sokkal bonyolultabb.

A gazdaságtudományi képzésekben résztvevő hallgatók két központi tantárgya a makroökonómia és a mikroökonómia. Előbbi az iparágakkal és a teljes gazdasággal foglalkozik, utóbbi az egyéni gazdasági szereplőkkel. E tudományterületek meghatározó gondolkodói között találunk matematikusokat, statisztikusokat, mérnököket, fizikusokat és közgazdászokat is. Mindegyikük gondolkodásában erősen meghatározott a klasszikus matematikai közelítésmód és a modelljeik szereplőinek viselkedéséről feltételezték, hogy racionálisan viselkednek, és ez vezeti őket döntéseikben is. De mit értünk racionális viselkedés alatt? A közgondolkodásban jellemző vélekedés, hogy az a jó döntés, amely racionális. A normatív döntésemélet megközelítése szerint (Neumann & Morgenstern, 1955) a racionalitás axiómái a következők:

---

<sup>2</sup> Részlet saját tanulmányból, minimális módosításokkal (Farkas-Kis, 2022)

- (1) az összehasonlíthatóság, azaz két döntési alternatíva közül a döntéshozó képes és tud dönteni, a rendelkezésre álló információk alapján;
- (2) a tranzitivitás, azaz amennyiben egy „A” alternatívánál jobb a „B” alternatíva, a „B” alternatívánál pedig jobb a „C” alternatíva, akkor ebből következik, hogy „A” alternatívánál jobb a „C” alternatíva;
- (3) a dominancia, azaz ha két cselekvési változat egyaránt preferált a döntéshozó számára, akkor azt választja, amelyiknek van legalább egy olyan tényállapota, amelyben preferáltabb a másikhoz képest; és végül
- (4) a függetlenség, azaz a döntések eredményeinek hasznossága és valószínűségük egymástól függetlenek.

A négy axióma jól mutatja, hogy a matematikai szemlélet, a matematikai logika és a diszkrét matematikai fogalomrendszer folyamatosan jelen van a racionalitási megközelítésekben.

Ugyanakkor az előbbi axiómák gyengeségét – és ilyen módon a racionalitás megvalósíthatóságának gyengeségét is jelzi –, hogy már az első axiómával kapcsolatban is komoly kétségek merülnek fel. Ha a való életre gondolunk és a hasznosság az, amelyet a klasszikus döntéshozatal központi vezérlő céljaként határozunk meg, akkor máris problémákba ütközünk. Hogy ki, mit és mennyire tekint hasznosnak, az számtalan esetben szubjektív megítélés kérdése. Ugyanis a hasznosság nem a dolgok belső, objektív tulajdonsága, amely a körülményektől független, hanem az általa okozott hatástól függ, azaz egyénenként változó. Amennyiben viszont a racionalitás ilyen téren nem teljesül, akkor felvetődik a kérdés, hogy mi az, ami irányítja a döntéseket? Valóban a szubjektum személyes megélése, az érzései? Hogyan viszonyulnak ezek egymáshoz? A döntéshozatal szempontjából ez a kérdésfelvetés végig kísérte az emberi kultúra fejlődéstörténetét az elmúlt 6000 évben.

Már az ókorban megjelent a klasszikus közelítésmód, mely szerint a racionalitás Isten ajándéka, amely elválaszt minket az állatvilágtól. Felül tudunk emelkedni az érzéseinken és képesek vagyunk átlátni a helyzeteket és helyesen dönteni. Platón ezt a kettősséget úgy illusztrálta (Platón, 1984), hogy az agyunk egy fogathajtó, akinek a kezében van a gyepplő. A befogott két ló közül pedig az egyik egy nemes, jó viselkedésű, a másik egy féktelen, kételkedő és alig engedelmeskedő. A kocsis feladata, hogy ezeket a lovakat megzabolázza. Ez a kettős gondolkodásmód nagyon erősen beépült a nyugati gondolkodásmódba és a kultúránkban mind a mai napig érezteti hatását.

Descartes a felvilágosodás korában tovább vitte ezt a gondolatmenetet és kifejezetten bírálta az érzelmek kifejeződését, amelyet a test mechanikus szenvedélyeinek titulált (Lehrer, 2012). „Értekezés a módszerről” című művében a racionalitás tiszta formáját igyekszik bemutatni azzal a céllal, hogy ez emberiséget kivezesse ebből a börtönből és felfedje azokat a tiszta és világos elveket, amelyek mentén megtisztítanak attól, amit az érzelmek és az intuíció eltakarnak szemünk elől. A felvilágosodástól kezdődően az ésszerűség és az abba vetett hit egyre nagyobb teret nyert. Francis Bacon és Auguste Comte az ésszerű és tudományos alapokon átalakított társadalomban hittek (Lehrer, 2012). Thomas Jefferson azt remélte, hogy az ember képes csak az ész által irányítottan élni (Jefferson, 1903).

A XX. század pedig a számítógépek megjelenésével újra lendületet adott az elme ilyen irányú megközelítése által, azt állítva, hogy agyunk nem más mind hardveren futó programok sokasága. Viszont nem szabad elfelejteni, hogy a számítógépeknek az emberi aggyal szemben nincsenek érzéseik. Azaz a kognitív megközelítés szerint, a racionalitás az érzelmek felett áll, s nyilvánvalóan, ha az érzelmeink nem szólnának bele a döntéseinkbe, akkor minden bizonyos társadalmilag sokkal előrébb tartanánk. Ezt a gondolatot az elmúlt 20-30 évben számtalan popkulturális mozifilm dolgozta fel és használta alapgondolatként egy-egy utópisztikus elképzeléséhez.

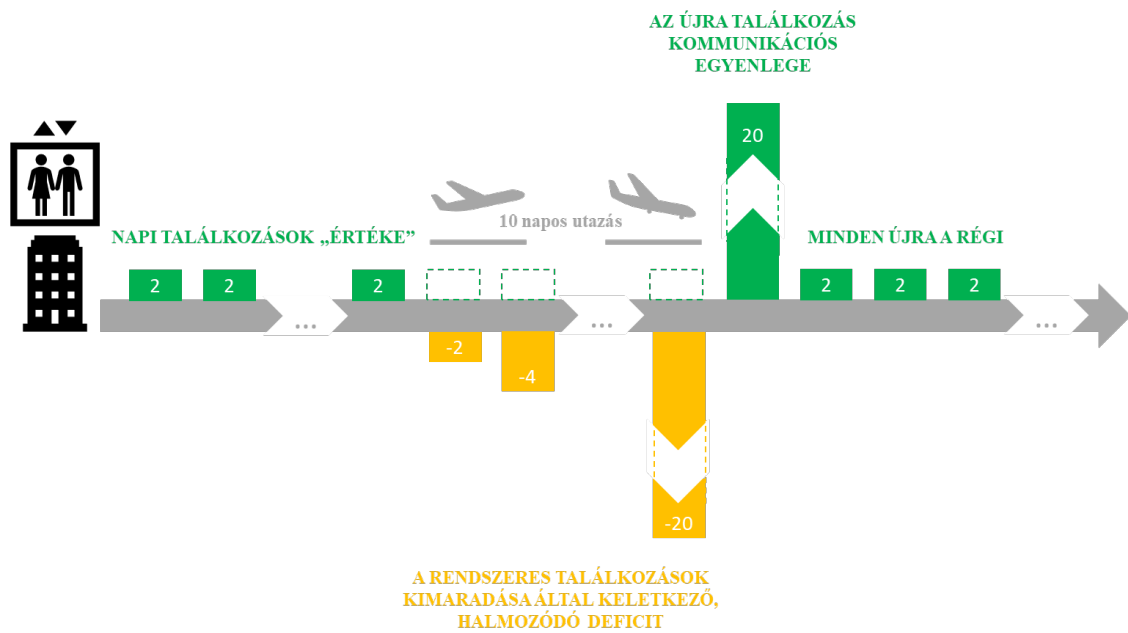
Ugyancsak fontos kiemelni, hogy amikor racionális döntésekről beszélünk, akkor elkerülhetetlen a matematika megemlézése. Ha az informatikai területeket ki is hagyjuk, a matematikai logika szinte teljes egészében jelen van a racionalitási narratívákban. Továbbá a számszerűsítés és a számítástudomány fejlődésének köszönhetően az alkalmazott matematikai területek mellett, hogy a természettudományok területén a fejlődés motorjai, a közgazdaságtudományban is jelentős dominanciára tettek szert. Az analízis, a statisztika, a valószínűségelmélet, a sztochasztika mind-mind azok a matematikai területek, amelyek fejlődése és kutatásai a modern gazdaságtudományok és gazdálkodási rendszerek kialakulásához elvezettek. Az ehhez kapcsolódó egyre fejlettebb számítástechnika pedig lehetővé tette, hogy a gazdasági problémákat kellő összetettséggel tudjuk modellezni és napjainkra számtalan olyan ügyviteli, elemző, adatfeldolgozó rendszer működik, ami sokak számára – akik napi szinten használják – fekete dobozok, egyszerűen elfogadják létezésüket és a belőlük kinyerhető eredményeket. Hiszen azok racionális úton álltak elő, ilyen módon megkérdőjelezésük lehetetlen.

A klasszikus gondolkodók elméleteinek közös eleme, hogy olyan emberképből indulnak ki, amely képes arra, hogy objektíven mérje fel környezetét, ismerje meg az

alternatívákat. Ugyanakkor ez a látásmód mellőzi az emberi észlelés és a figyelem, az emlékezés, a problémamegoldás és a döntéshozatal további tényezőit. Ugyanis az észlelt világ jelentősen eltérhet az objektív valóságtól. S minden ilyen eltérés kihagyásokban és torzításokban jelenik meg a gyakorlatban a döntéseinkkel összefüggésben, amelyek alapja minden esetben csakis az észlelésünk és az abból levont következtetésünk. Tehát a racionalitás alapvetése már az észlelésnél csorbát szenved: az érzékelt valóság, a jelenségek felfogásakor érzékelt ingerek / információk sokasága áthalad a központi idegrendszeren és ott egy aktív folyamat részeként nem mindent fogunk fel, csak ami a figyelmünk középpontjába kerül. Azaz minden információ az adott személy szűrőjén keresztül kerül érzékelésre, amely azonnal egy szubjektív minőséget ad minden problémamegoldási és döntési folyamatnak.

Ugyanakkor, mégis tudat alatt továbbra is működni látszik a kommunikációs helyzetekben egyfajta mérőrendszer, amely pl. a társas érintkezések értékét méri. Eric Berne figyelte meg (Berne, 1984), hogy bizonyos esetekben nagyon is programozottan, mögöttes számításokat használva zajlanak a társas interakciók. A kommunikáló felek az adott szituációban bizonyos mennyiségű / pontértékű tranzakciót folytatnak le az információcsere folyamatában. Amennyiben ez rendszeresen következik be, mert például a két fél egymás szomszédja, akkor ez beépül a mindennapok rutinjában. Ilyenkor például egy, a munkába induláskor lefolytatott „Jó reggelt!”, „Önnek is!” helyzet, a tudat alatt meghatározott pontértékű tranzakciónak minősül, amely legyen pl. 2 pont. Amennyiben az egyik fél 10 napra elmegy otthonról, akkor a visszaérkezését követő reggel, amikor újra találkoznak, ennek a 10 napnak a deficitjével állnak egymással szemben, ami  $2 \times 10$  azaz 20 pont. Ezt a deficitet mindkét fél tudat alatt „számon tartja”. Így azon a reggelen nem egy megszokott 2 pontos tranzakciót fognak lefolytatni, hanem kölcsönösen behajtják a 20 pont értékű interakciót: „Hogy teltek az elmúlt napok?”, „Milyen idő volt arra?”, stb. Pontosán addig tart a beszélgetés, ameddig a 20 pont kölcsönösen jóváírásra nem kerül. Ezt követően másnapról minden visszakerül a régi kerékvágásba, a jól megszokott napi köszönési rutinhoz (2. ábra).

2. ábra: A társas érintkezés közben folytatott tranzakciók (saját szerkesztés)



Ez a tudat alatti működés, mint egyfajta belső számvitel és controlling megjelenik a döntéseinket megelőző problémamegoldás és alternatívamérlegelés szintjén is. Többek között Thaler is megfigyelte (Thaler, 1985), hogy a fogyasztók gyakran nem a közgazdasági modelleknek megfelelő módon viselkednek. Gyakran fordítanak figyelmet az elsüllyedt költségekre, amikor nem kellene, vagy alábecsülik a használandó költségeket a már kifizetett költségekhez képest. A jelenséget mentális könyvelésnek nevezzük, és megnyilvánulása abban rejlik, hogy külön-külön könyveljük el a különböző eseményeket, nem összevonva.

Az emberek tehát nem követik a normatív döntési előírásokat sem a mindennapi életben, sem a munkájuk során, még akkor sem, amikor elvárt lenne a szakértői, azaz a racionális döntéshozatal. Az üzleti területeken ez kiemelten fontos és érdekes kérdés. A racionális és intuitív döntéshozói megközelítések vizsgálata érdekes összefüggéseket tárt fel (Zoltayné, 2010). A menedzserképessegek fontossági rangsorában (ahol 11 képesség került vizsgálat alá) a vezetők általi besorolás eredményeként a problémamegoldó képesség jellemzően az első három helyen volt, míg az elemző készség az utolsó három helyen. Másrészt az intuíció jellemzően több ponton megjelenik a vezetői döntéshozatalban a probléma létezésének felismerésekor, a rutin helyzetekben, az információk szintetizálásánál és ha gyorsan kellett használható megoldást találni. Hasonló tapasztalatok egyre inkább ráirányították a figyelmet a döntések pszichológiai, viselkedéstudományi vizsgálatának fontosságára. Ugyanakkor ezekkel a kutatásokkal párhuzamosan nemzetközi szinten is megfigyelhető, hogy a matematika tanulása és az



embernek önmagáról kialakított képe a matematikával kapcsolatban erősen negatív (Artelt et al., 2003). Ha pedig figyelembe vesszük az előbbieket, akkor egyre szorosabb összefüggés kezd körvonalazódni a matematikaoktatás, a számszerűsítés és a racionális döntések között.

### 5. A számszerűsítés és a döntések kapcsolata<sup>3</sup>

Ahogy fokozatosan világossá vált, hogy a racionalitás nem valósulhat meg a döntésekkel összefüggésben, úgy kezdett teret nyerni a korlátozott racionalitás elmélete (Zoltayné, 2005). E megközelítés központjában annak elfogadása áll, hogy az emberi agy információ felfogó és feldolgozó képessége nem határtalan. Ebből pedig három dolog következik az alternatívák közötti döntésekkel összefüggésben. Az első, azok szekvenciális kezelése, az a gyakorlat, hogy az alternatívákat egymás után, sorban vesszük figyelembe, s amennyiben sikerül olyan alternatívát azonosítani, amely megfelel a feltételeknek, akkor az megtartásra kerül, sőt, ha kellően kielégítő, akkor az alternatíva keresés is leállhat. Amennyiben több alternatíva is azonosításra kerül (amely esetben fontos kiemelni, hogy továbbra sem minden lehetséges alternatíva, csak egy vagy több preferált), akkor pedig az egyes alternatívák elemi szempontjai alapján kezdődik meg a szűrés és kizárás. A második az úgynevezett heurisztikák, hüvelykujjszabályok alkalmazása, amelyek olyan területekre irányítják a figyelmet az alternatívák keresésénél, ahol nagy esély van arra, hogy ott meg is találjuk a kielégítő megoldást. A harmadik pedig a kielégítésre törekvés, ami azt jelenti, hogy a döntéshozók nem az optimális, hanem a kielégítő megoldást keresik. Ennek fő oka, hogy amennyiben eleve sok a számbavételre alkalmas lehetőség, akkor az ember egy idő után – különösen, ha nem talál az optimálisához közeli megoldást – megelégszik egy kielégítő alternatívával is, ami ez esetben nem biztos, hogy a legmegfelelőbb, de azért elfogadható.

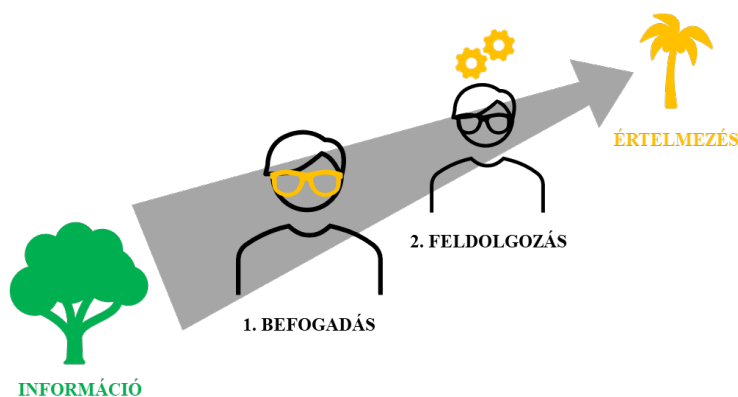
Megfigyelhető, hogy mind a három lépésben az adott probléma megoldásával, illetve a döntés meghozatalával kapcsolatosan elérhető legkisebb energiaráfordítás van a középpontban. További érdekesség, hogy ha döntéshozókat kérdezzünk, hogy milyen döntési módszereket alkalmaznak, akkor jellemzően azt válaszolják, hogy haszonmaximalizáló, racionális döntéseket hoznak. Ugyanakkor a gyakorlati megfigyelések ugyan ennél a csoportnál megmutatták, hogy gyakrabban követik a korlátozott racionalitás útját (Zoltayné, 1999). Ennek pedig a legfőbb oka, hogy a

---

<sup>3</sup> Részlet saját tanulmányból, minimális módosítással (Farkas-Kis, 2022)

valóságban a döntéshozók kognitív korlátjaik miatt kényszerülnek a kielégítő megoldások elfogadására. Ezek a korlátok két jelentős ponton jelentkeznek a problémamegoldás és a döntéselőkészítés fázisában: (1) az információ befogadásakor és (2) az információ feldolgozásakor. Ilyen módon feltételezhető, hogy a döntéshozatal sikeressége, a legjobb döntés megtalálása nem valósulhat meg (3. ábra).

3. ábra: Az érzékelés korlátjai (saját szerkesztés)



Tversky és Kahneman (1991) szerint ezek a korlátok szinte leküzdhetetlenek. Ugyanakkor munkáik rávilágítanak arra, hogy ezek a jelenségek sokszor nem téves, hanem helyes megoldáshoz vezetnek minket. Sőt, Engländer Tibor megközelítése szerint (Engländer, 1999) ezek a jellegzetes „hibák” fontos szerepet játszanak az egyén biológiai alkalmazkodásában. Véleménye szerint a becslési torzításokat, heurisztikákat a gondolkodás folyamatosan korrigálja (Vranas, 1999). Ugyanis bizonyos helyzetekben nem a legjobb megoldást kell alkalmazni, csak egyszerűen túl kell élni, azaz valójában egy kielégítő megoldás kell, nincs idő mérlegelni, optimalizálni.

A heurisztikák miatt a döntéseink manipulálhatóak (Thaler & Sunstein, 2008). Mivel továbbra is szeretnénk fenntartani a racionalitás látszatát, ezért szinte kivétel nélkül a matematikai megoldáskereséshez fordulunk, azaz számszerűsítünk mindent. Döntéstámogató, adatmenedzsment rendszereket dolgozunk ki és használunk, hogy a döntéseket legitimmé tegyük. Ugyanakkor nem vesszük észre, hogy sok esetben ezzel éppen azokat a heurisztikákat szolgáljuk ki, amelyeket el szeretnénk kerülni. Amikor ugyanis valamilyen jelenség, érzés egy szám formájában jelenik meg, onnantól kezdve teljesen máshogy tekintünk rá. A helyzetből adódóan egy valószínűség számszerű megjelenése azonnal egy helytelen valószínűségbecslést vonhat maga után, vagy egy alkunál bmondott összegnél azonnal lehorgonyoz a másik fél épp a heurisztikákból

adódóan. Ami azt jelenti, hogy amennyiben egy vezető egy adott számszerű mutatót és annak számítási mechanizmusát nem érti, akkor, amikor egy vezetői riportban ezek az értékek megjelennek, azok inkább hátráltatják a döntéshozatalt (Tirnitz, 2012).

Összefoglalva az eddigieket azt lehet mondani, hogy a döntéseinket két fő dimenzió mentén lehet értelmezni, melyek jelentősen meghatározzák azok előkészítésének folyamatát is. Az egyik dimenzió az, hogy érzelmi (intuitív) vagy racionális döntésről van-e szó. A másik az, hogy számszerűsített értékek kapcsolódnak-e az adott döntéshez vagy sem (2. táblázat).

2. táblázat: Az érzelmi és a racionális döntések számszerűsítése (saját szerkesztés; Farkas-Kis, 2022)

MEGKÖZELÍTÉSEK	ÉRZELMI	RACIONÁLIS
NEM SZÁMSZERŰSÍTETT	<b>MEGÉRZÉSEINK ALAPJÁN HOZOTT DÖNTÉSEK</b> <i>PÉLDA: ARCULATI MEGJELENÉS</i>	<b>TAPASZTALAT ALAPJÁN HOZOTT DÖNTÉSEK</b> <i>PÉLDA: COMPLIANCE</i>
SZÁMSZERŰSÍTETT	<b>ÖNIGAZOLÁS ALAPJÁN HOZOTT DÖNTÉSEK</b> <i>PÉLDA: STRATÉGIA</i>	<b>MÉRLEGELÉS ALAPJÁN HOZOTT DÖNTÉSEK</b> <i>PÉLDA: SZÁMVITEL</i>

Ha e két dimenzió mentén próbáljuk végiggondolni a döntéseket, akkor négy fő területet tudunk meghatározni az 2. táblázat alapján:

- Az első típusba a megérzéseink alapján hozott döntések tartoznak, amelyeket érzelmi alapon hozunk anélkül, hogy bármilyen számszerűsített információnk lenne. Ilyen például a vállalati arculat elfogadása. Itt legtöbbször a döntéshozó vagy döntéshozók szubjektív megítélésén múlik, hogy melyik külső megjelenés kerül elfogadásra.

- A második típus az önigazolás alapján hozott döntéseké, amelyek esetében egy konkrét érzelmi döntést úgy próbálunk igazolni, hogy valamilyen számszerű értéket rendelünk hozzá. Általában ilyenek azok a stratégiai döntések, melyeket sokszor olyan módon ruházunk fel adatokkal, hogy azok a döntésünk indokoltságát támasszák alá. Ezt a típust leginkább az induktív gondolkodás jellemzi.
- A harmadik típus a tapasztalat alapján hozott döntéseké. Ezek mögött jellemzően racionális érvelés áll, melynek alapját a múltbeli hasonló döntéseket követő események és az azok alapján levont következtetések adják. Erre lehet jellemző példa a compliance területek feladataihoz kapcsolódó döntések meghozatala. A folyamatok racionális úton kerülnek kialakításra, viszont a tapasztalat az, amely alapján annak eldöntése megtörténik, hogy milyen lépések kövessék egymást. Ez a típus leginkább a problémamegoldó gondolkodáshoz áll közel.
- Végül a negyedik típusnál, a mérlegelés alapján hozott döntések esetében, az egyes alternatívákhoz jól leírható, számszerűsített és a preferenciák alapján sorba rendezhető információkat használnak fel a döntéshozók. Ennek legjobb példái a klasszikus vállalatirányítási, pénzügyi és kontrolling területek, mint például a számvitel. Az ide sorolható döntés jellemzően egy deduktív gondolkodási folyamat eredménye.

Egy-egy vezető nem csupán egy típusba tartozó megközelítés mentén képes gondolkodni. Megfigyelhető, hogy az adott helyzettől, problémától függ, hogy egy konkrét szituációban a négy típus közül melyiket részesítjük előnyben. Ez azt is jelenti, hogy amennyire adott tudatállapotunk meghatározza a döntéseink minőségét, ugyanígy a körülmények is meghatározzák azt, hogy milyen tudatállapotba kerülünk a döntés meghozatalának pillanatában. Az emberi viselkedés, a döntések megértése és megítélése mögött számos megközelítés is létezik. Viszont, ha jobban megfigyeljük, mindegyiknek közös eleme, hogy a számok, a matematikai gondolkodásmód mindegyikben jelen van. A klasszikus megközelítésnél, a racionalitásnál ez nem is kérdés, hiszen minden modellt, amely ott előfordul, matematikai alapokon lehet leírni. A hasznosságfüggvény, az optimális megoldás mind-mind matematikai alapokon kerül meghatározásra. Tágabb értelemben véve a döntéshozatal az alternatívákhoz rendelt súlyokon és valószínűségeken alapszik. És ez az a pont, ahol kiemelt jelentősége lesz újra annak, hogy a számok értelmezése, a számokhoz való viszonyunk hogyan alakult a matematikaoktatás során. A

valószínűségi értékek felfogása és értelmezési képessége összefüggést mutat a döntési helyzetek kezelésével kapcsolatban (Peters et al., 2006). Egy adott problémahelyzetben a magasabb számolási képességekkel rendelkező személyek nagyobb valószínűséggel keresik meg és használják a megfelelő numerikus elveket, mint az alacsonyabb képességűek. Továbbá, ha egy adott számhoz nincsen valamilyen értelmezés rendelve, akkor a döntéshozók egyszerűen nem használják közvetlenül azokat a döntésekben (Peters, 2012). Ez viszont szintén oda vezet, hogy a jobb számolási képességekkel rendelkező vezetők helyzeti előnybe kerülhetnek.

Ugyanakkor a korlátozott racionalitás kutatási eredményei alapján a számok és a számokon keresztül történő reprezentáció megkerülhetetlen. A lehorgonyzási heurisztika esetében a számoknak különösen erős hatása van egy-egy döntés meghozatala szempontjából. Kahneman és Tversky kísérletei arra mutattak rá (Kahneman, 2012), hogy a számok, még akkor is képesek befolyást gyakorolni a döntéseinkre, amikor látszólag azoknak semmi közük nincs az adott döntéshez. Ebből adódóan a számok legitimálni tudják a megérzésen alapuló döntéseket (Zoltayné & Farkas-Kis, 2021) is.

## 6. Adatvizualizációk értelmezése a matematika oldaláról

A matematika társadalomban betöltött szerepét vizsgálva Skovsmose (1994) a tudás különböző típusait írja le: (1) matematikai, (2) technológiai és (3) reflektív tudást. Míg az adatvizualizációk olvasása és felfogása a matematikai és a technológiai tudás szintjén valósul meg, a reflektív tudás az előttünk álló információk kritikus értelmezéséhez szükséges. Utóbbi ugyanis kulcsfontosságú ahhoz, hogy a matematika szerepét azonosítani lehessen a döntéshozatali folyamatba kapcsolt adatvizualizációk létrehozásánál. Ez magába foglalja az adott helyzetre vonatkozó feltételezéseket és döntési alternatívákat, a beágyazott bizonytalanságokat és a matematikai következtetések szándékos vagy nem szándékos következményeit. A kritikus szemmel történő olvasás stratégiát kínál az adatvizualizációkra való reflektáláshoz az újragondolás révén.

Az adatvizualizációk szerepe és jelentősége jól demonstrálható a COVID-19 világjárvány példáján, melynek során kiemelt szerepe volt annak, hogy hogyan kommunikálják a válsággal kapcsolatos információkat, s ezáltal gyakoroljanak – globálisan is – hatást mind szakpolitikai szinten, mind az egyéni döntések szintjén. Miközben egyre több leíró/magyarító grafikon jelent meg, úgy kapcsolódtak hozzá a narratívák is, amelyek nem voltak értelmezhetőek a matematika nélkül: az exponenciális

növekedés megértése, a modellezés jelentősége, a statisztikai elemzésekből következő előrejelzések és hasonlók. Ezek áttételesen mind lehetőséget adtak a matematika tanítására és tanulására. S közben nem lehet figyelmen kívül hagyni azt sem, hogy ezek az adatvizualizációk társadalmi narratívák is, amelyeket a készítőik sajátos nézőpontból hoztak létre olyan céllal, hogy történeteket meséljenek el (Laurei et al, 2021), és hatást váltsanak ki.

Ezen a ponton vissza kell térni oda, ahonnan a matematika társadalmi szerepe elindult: a számszerűsítés és a matematikára való alapvető támaszkodásunk megerősíti az adatvizualizációk társadalmi funkcióját. Az emberek objektívnek, megbízhatónak és semlegesnek tételezik fel ezeket az információkat. Az adatok olvasása, a grafikonok értelmezése ugyanakkor megköveteli a matematika szerepének kibontását, beleértve azt is, hogy az adatokat és változókat hogyan jelenítjük meg, és hogyan keretezzük az összefüggéseket, hogy azok történeteket meséljenek el bizonyos nézőpontból.

Több kutatás is vizsgálta (több perspektívából), hogy hogyan jutnak el az emberek az adatvizualizációk értelmezéséhez (pl. Börner et al., 2019; Galesic & Garcia-Retamero, 2011; Glazer, 2011; Lee et al., 2016; Shah & Hoeffner, 2002). A matematikaoktatással kapcsolatos kutatások rávilágítottak arra, hogyan tanulják meg az emberek, hogy grafikonokból és más reprezentációkból információkat azonosítsanak, összefüggéseket és trendeket fedezzenek fel, előrejelzéseket tegyenek, tágabb összefüggésekkel kapcsolatokat fedezzenek fel, következtetéseket és állításokat kérdőjelezzenek meg, vagy mondjanak ki (Ainley, 1995; Ben Zvi & Arcavi, 2001; Curcio, 1987; Friel et al., 2001; Shaughnessy, 2007; Watson, 1997; Watson & Moritz, 1999).

A világvárossal összefüggésben újra a kutatások középpontjába került ez a problémakör és a matematikai gondolkodás. Több kutatás kifejezetten azt vizsgálta, hogy az emberek hogyan értelmezik az adatvizualizációkat a COVID-19 járványra adott viselkedésük tükrében (pl. Rotem & Ayalon, 2021). Romano és munkatársai (2021) például azt állapították meg, hogy azok a járvány alatt bemutatott adatvizualizációk, amelyek logaritmikus skálákkal dolgoztak, sokakat félrevezetettek, és hátrányosan befolyásolták az egyéni és közösségi döntéshozatalt.

Ahhoz, hogy az adatvizualizációk közérthetőek és értelmezhetőek legyenek, szükség van arra, hogy a matematikaoktatásban megfelelő szintre tudjanak kerülni a tanulók. Gal (2002) kiemeli, hogy amikor egy ábrát értelmezünk, akkor nem lehet eltekinteni az úgynevezett „olvasási kontextustól”, amely a szerzőkhöz kapcsolódik, és magában foglalja a kísérő szöveget és a főcímet is. Laurie és társai (2021) kidolgoztak

egy megközelítést az adatok kritikus olvasásához és értelmezéséhez. A matematikaoktatás kontextusában a vizualizációk értelmezése/kialakítása három, egymással összefüggő elemre támaszkodik:

1. A matematikai formázás, azaz, hogy mit mérünk és hogyan, továbbá, hogy mit fogunk számszerűsíteni;
2. A keretezés, azaz, hogy a változók hogyan kapcsolódnak egymáshoz, és milyen módon fogjuk mindezt megjeleníteni;
3. Az elbeszélés, azaz, hogy mit akarunk mondani az adott adatvizualizációval, annak vannak-e lehetséges hatásai és korlátjai, amelyek a megjelenítést befolyásolják.

A matematikai formázás és a keretezés nem más, mint a struktúrák szervezése a konkrét adatértelmezésekhez. Ez előkészíti a későbbi elbeszélést. A rendelkezésre álló adatok fajtái alakítják a lehetséges matematikai formázásokat és keretezéseket, mintegy meghatározva bizonyos irányokat. A matematikai formázás, a keretezés és az elbeszélés folyamatai interaktívak abban a tekintetben, ahogyan egymásra hatással vannak. Az adatvizualizációk ezeken keresztül újraértelmezése, átkeretezése vagy átbeszélése azt eredményezheti, amit Skovsmose (2018) „hipotetikus érvelésnek” nevez: olyan aktív kérdéseket teszünk fel, amelyek az adatvizualizáció újragondolásához vezetnek.

„Az adatok nem beszélhetnek önmagukért”, hanem ehelyett „olyan narratívákba süllyednek, amelyek formát és értelmet adnak nekik” (Loukissas, 2019), és beleszövődnek egy folyamatba, amelynek során „különböző pillanatokban, különböző célokra, különböző történeteket mesélnek el” (Dourish & Gómez Cruz, 2018). Ilyen módon a számok és azok matematikai értelmezése, az adatvizualizációkon keresztül egyrészt „matematizálják” a valóságot, másrészt a formázás, a keretezés és az elbeszélés egymással összefüggő folyamatai révén egy narratívává alakítják át az adatot, és egyáltalán nem semleges reprezentációk.

### III. HORIZONT - KUTATÁSI KÉRDÉSEK ÉS HIPOTÉZISEK

A matematika sokoldalúan és a diszciplínákat átszöve, összekötve jelenik meg szinte minden tudományterületen és a mindennapi életünkben, olykor észrevétlenül. A számok azonban minden esetben tetten érhetőek, így a számszerűsítés módja és megjelenése a személyes, vállalati és fogyasztói döntéshozatalban kiemelten érdekes. Ezeknek a számoknak az értelmezéséhez szükségünk van a kognitív matematikai képességekre. Ebben a komplex, összefüggő rendszerben az alábbi kutatási kérdések merülnek fel:

- Hogyan befolyásolja a döntéshozatali megközelítéseinket a matematikai képzettség szintje?
- A különböző döntési helyzetek milyen matematikai területekre és kompetenciákra vezethetők vissza egyéni, fogyasztói és vállalati szinten?
- Miként hat a problémamegoldási és döntési helyzetekre, valamint a viselkedésre a kognitív matematikai képességek fejlesztése?
- A matematika megértése hogyan hat az önbecsülésre és ezáltal az asszertivitásra a döntéseinkkel összefüggésben?

A kutatás célja a matematikai kompetenciák, a számszerű reprezentációk és a döntések kapcsolatának megismerés azzal a céllal, hogy bizonyításra kerüljön a kettő szoros kapcsolata, s ezen túlmenően olyan új irány meghatározása a matematikaoktatásban, a matematikai kompetenciák fejlesztésében, amely bárki számára használható tudást képes adni. Ennek megfelelően a kutatás célja az is, hogy megismerje és megértse a matematikával kapcsolatos közösségi képzeteket, amelyekre a legnagyobb hatást a matematikatanulással töltött idő gyakorolja. Ezen elveknek megfelelően a kutatás hipotézisei:

**H1 A kognitív matematikai képességek összefüggésben állnak a problémamegoldó és a döntéshozatali képességekkel:**

H1a Minél képzetesebb valaki a szakmájával összefüggő releváns matematikai képességek terén, annál sikeresebb problémamegoldó és döntéshozó lesz.

H1b Az elsajátított matematikai kompetenciák hatással vannak a gondolkodási képességekre, valamint a viselkedésre, így közvetve sikeresebb döntéseket eredményeznek.

**H2 A matematika oktatásának minősége meghatározó szerepet játszik a tantárgy hasznosságának megítélésében:**

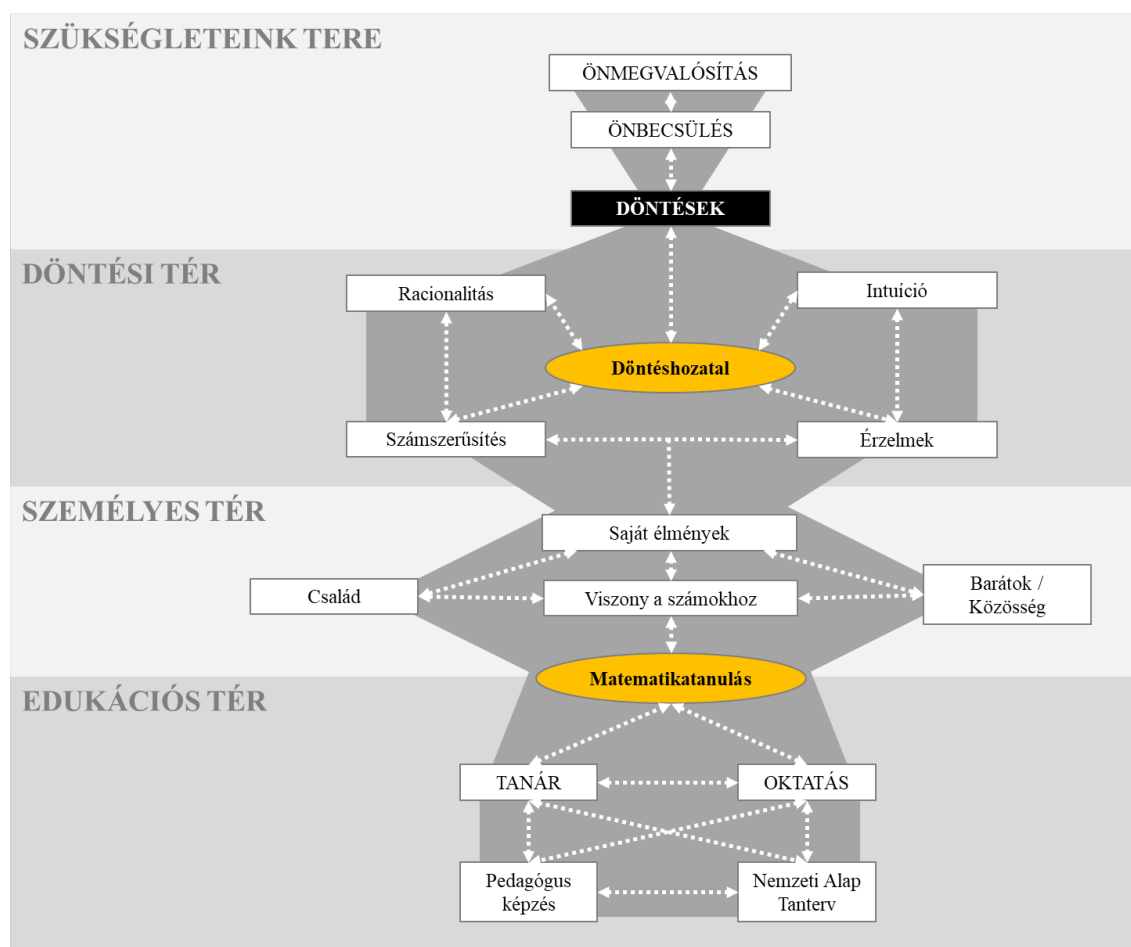


H2a A hagyományos matematikaoktatási módszertan nem alkalmas arra, hogy fenntartható módon készítsen fel a XXI. század kognitív kihívásainak való megfelelésre.

H2b A matematikaoktatás innovációja akkor vezethet fenntartható gondolkodáshoz, ha növeli a jövő generációk önbecsülését, akik ezáltal képesek lesznek az önmegvalósításra döntéshozóként.

A kutatási mező összetettségét és a benne lévő elemek összefüggését több megközelítés mentén is el lehet végezni. Jelen doktori értekezésben a döntések középpontjában minden esetben az ember áll, a gondolkodása, a tapasztalatai és az ezekből következő helyzetfelmérése és cselekedetei. Ahhoz, hogy a jelen kutatás holisztikus és multidiszciplináris kereteit szemléltessük, vegyük szemügyre a 4. ábrát. Az ábra alapvető célja, hogy szemléltesse a kapcsolatrendszer azon tényezők között, amelyet a jelen kutatás – és a jövőbeli kutatások is – vizsgálni kívánnak. A kapcsolatok iránya és hatásának mértéke nem képezi a bemutatás részét, most csak azok kontextusa irányadó, ezért kettős nyíllal és pontozott vonallal kerülnek megjelenítésre.

4. ábra: A kutatási keret (saját szerkesztés)



A kutatás tárgyát képező első négy tényező az úgynevezett *Edukációs tér*-ben helyezkedik el. Ide tartoznak:

- A *Nemzeti Alap Tanterv (NAT)* az a törvényi / szabályozó keretrendszer, amely definiálja az oktatás társadalmi feladatát, annak céljaival és elvárásaival együtt. Ez határozza meg azt, hogy mit, milyen módon, milyen felépítésben kell a tanulóknak elsajátítani az életkori sajátosságaiknak megfelelően.
- A *Pedagógus képzés* az a folyamat, amelynek során fejlesztésre kerülnek azok a személyek, akiket később tanároknak, oktatóknak hívunk. Ők lesznek azok, akik az adott tudomány, tantárgy keretei között kapcsolatba kerülnek a diákokkal és támogatják a tanulmányi fejlődésüket. A pedagógusképzésnek alapvetően két fontos célja van. Egyrészt, az oktatók szaktárgyi tudásának a megalapozása és fejlesztése. Másrészt, azoknak a módszertani és pszichológiai kompetenciáknak a fejlesztése, amelyek az oktatáshoz, a pedagógiai tevékenységhez elengedhetetlenek.
- A *Tanár* maga az oktató személy, aki személyiségével, képességeivel közvetlenül járul hozzá a diákok fejlődéséhez miközben az oktatási folyamatban kapcsolatba kerül velük.
- Az *Oktatás* az a tér, fizikailag és eszközrendszerét tekintve, ahol a diák tanul és kapcsolatba kerül a tanárral. Ide tartozik éppen ezért mindazon szakmai, módszertani megvalósítás, amely leírja az adott tanuló oktatását. Például a tankönyv kiválasztása, a tanterem berendezése, a diákok feladatmegoldási technikái, a számonkérés módja stb.

A következő négy tényező és a hozzájuk kapcsolódó folyamat az úgynevezett *Személyes tér*-hez tartozik. Ezt az alábbiak alkotják:

- A *Matematikatanulás*, ennek a térnek a központi folyamata, amely az egyén megnyilvánulása azzal összefüggésben, hogy milyen módon áll hozzá a tantárgyhoz, hogyan memorizálja és hívja elő a matematika tantárgy összefüggésében tanult tananyagot. Ide tartozik jellemzően, hogy például magolja-e a képleteket, vagy megérti, gyakorolja a példamegoldást, illetve, hogy adott esetben küzd, szenved a feladatok megértésével.
- A *Viszony a számokhoz* azokat az érzéseket gyűjti össze és írja le, amelyek jelzik, hogy egy adott személy milyen módon áll a számok megjelenéséhez a különböző élethelyzetekben. A számokhoz való viszonyulás lehet komfortos, de előfordul,

hogy nehezkessé válik, mivel értelmezhetetlen a megjelenésük, netalán taszítóvá válnak.

- A *Saját élmények* mindazokat a helyzeteket foglalják magukba, amelyek a matematikatanulással összefüggésben keletkeznek. Ide tartoznak azok a megélések, amelyeket a példamegoldások során, pl. az osztály előtt vagy egyetemi vizsgahelyzetben éreznek a tanulók vagy a hallgatók. Szintén ide tartozik minden olyan személyes interakcióból származó élmény, amely a matematikával összefüggésben tanárokkal, osztálytársakkal és barátokkal keletkezett.
- A *Család és a Barátok, Közösség* ebben a térben azért jelenik meg, mert az általuk hozott, átadott, megélt élmények hatást gyakorolnak a személyes élményekre. Ez igaz mind előzetesen, egy adott esemény, például vizsga előtt „ne izgulj, apának sem ment, mégis lettem valaki”; illetve utólagosan, például „ugye mondtam, hogy ez gyerekjáték lesz ilyen szuper matekos aggyal”.

A harmadik terület, a *Döntési tér*, amelyben az emberek a mindennapjaikat élik. Itt a kutatás szempontjából szintén négy tényező és egy folyamat került azonosításra. Meghatározó részei a következők:

- A *Döntéshozatal*, amely ennek a térnek a központi folyamata. Ide lényegében azok a döntést, mint pillanatnyi eseményt megelőző és ahhoz vezető történések tartoznak, amelyek eredményeként végül a döntés megszületik.
- A *Számszerűsítés* úgy jelenik meg, mint egy, a döntéshozatalra hatást gyakorló technikai eljárás. Minden olyan folyamatot ide kell sorolni, melynek során a döntéssel összefüggésben, annak meghozatala előtt valamilyen oknál fogva számokat használunk, hívunk be, hogy azzal gyakoroljunk hatást az esetleges kimenetelekre.
- Az *Érzelmek* azok a nem megfogható területek, amelyek egy adott döntéssel összefüggésben, azt megelőzően keletkeznek az emberben. Ide tartoznak azok az érzések, amelyeket vagy egy múltbéli tapasztalat alapján vagy a pillanatnyi helyzetnek köszönhetően érzünk. Jellemzően ezek nem indokolhatóak, valójában benyomások.
- A *Racionalitás* minden olyan érvelést, gondolkodást, okfejtést lefed, amely alapján egy adott döntéshozatali folyamatban alkalmazott eljárást logikus érvelés és indoklás mellett, objektív tényezőket felhasználva támasztunk alá.

- Az *Intuíció*, szemben a racionalitással, olyan útja a döntéshozatalnak, amely az érzésekre, érzelmekre támaszkodva próbálja indokolni a jövőbeli választás helyességét.

A modellben a *Döntések* önmagukban álló, pillanatnyi cselekvések, amelyek múltbeli előkészítés eredményei (döntéshozatal) és a jövőre hatást gyakorló cselekedetek. A negyedik és egyben utolsó tér a modellben a *Szükségleteink tere*. Ez az a tér, amelyben az emberi szükségleteink jelennek meg, azok közül is az a kettő, amely leginkább meghatározó az emberi létezéssel összefüggésben és éppen ezért a Maslow (1970) által kidolgozott és azóta sokat vitatott, de lényegében meg nem haladott piramis csúcsán helyezkedik el:

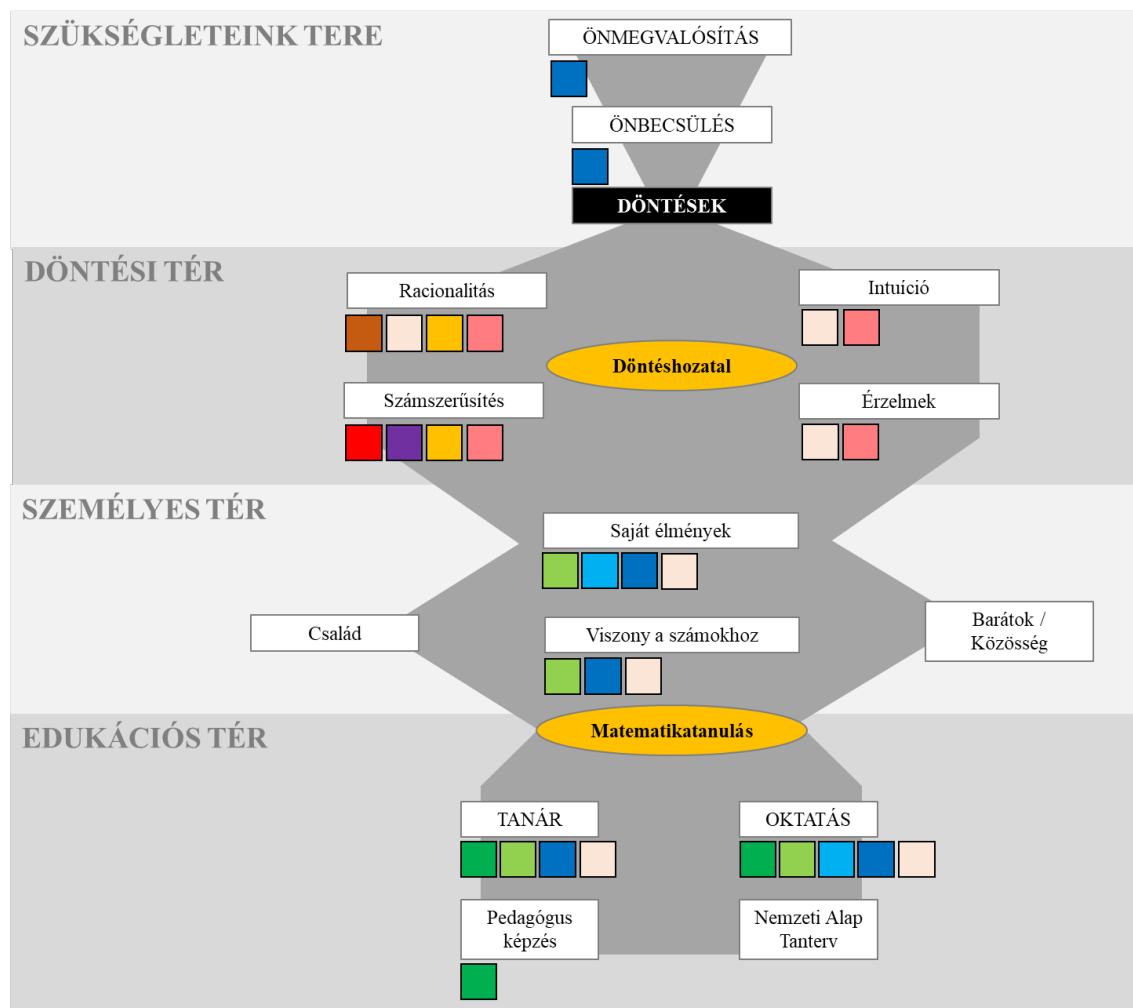
- Az *Önbecsülés*, amely azáltal valósul meg, hogy önmagunkat kompetens és hatékony döntéshozónak tartjuk a problémamegoldási helyzetekben. Ez vezet oda, hogy elismerjük önmagunkat.
- Az *Önmegvalósítás* pedig a döntéseinket követő teremtő erő eredménye. Akik ismerik és elfogadják önmagukat, azok képesek az önmegvalósításra. Képesek a közösségi kihívásokra válaszokat adni, nyitottak és mernek döntéseket hozni, amelyek következményeivel komfortosak.

A 4. ábrán bemutatott tényezők közötti kapcsolatrendszer határozza meg a jelen kutatás terét és az abban felmerülő összefüggésekkel kapcsolatos kérdéseket, amelyek a matematika és a döntéshozatal kapcsolatát vizsgálják, az egyéni és közösségi interakciók tapasztalataival összefüggésben. A kutatás kiemelten fókuszál a múltbeli élmények hatására - a jövőbeli cselekedetek meghatározójaként.

## IV. TÁMPONTOK - SZAKIRODALMI HÁTTÉR FELTÁRÁSA ÉS ELEMZÉSE

A szakirodalmi háttér feltárása a XX. század meghatározó elméleteit és a XXI. század releváns kutatásainak eredményeit foglalja össze a kutatás terein keresztül. E fejezet és a II. Panoráma fejezet részeinek a kutatási mezővel való kapcsolatát az 5. ábra mutatja be.

5. ábra: A szakirodalmi háttér elhelyezése a kutatási mezőben (saját szerkesztés)



### IV. TÁMPONTOK RÉSZEI

- Az oktatói szerepmódel és a tanulás
- A diákok és a tanulás az oktatói szerepperspektívából nézve
- Oktatás, motiváció, csapda
- A matematikatanulás teljesítményének befolyásoló

### II. PANORÁMA RÉSZEI

- A számok gazdasági szerepének története
- Döntésméleti szaktudományi kontextus
- Matematikaoktatási szaktudományi kontextus
- A matematika jelenléte a döntéstudomány fejlődésében
- A számszerűsítés és a döntések kapcsolata
- Adatvizualizációk értelmezése a matematika oldaláról

## 1. Az oktatói szerepmodell és a tanulás

Amikor a pályaválasztásra terelődik a szó a beszélgetésekben, sok esetben hallja az ember, hogy: „Azért lettem angol szakos, mert nagyon jó angol tanárom volt.”, „Azért lettem jogász, mert utáltam a matekot.”, „Azért lettem biológus, mert szuper biológia óráim voltak.”.

Az emberek életében meghatározó – ha éppen nem az egyik legmeghatározóbb – döntés, hogy milyen pályát választanak. Ez a döntés egész további életpályájukat meghatározza. Ezt a döntést számtalan tényező befolyásolja direkt vagy indirekt módon:

- a szorosabb családi közösség,
- a barátok, ismerősök hatásai, és nem utolsósorban
- az őket körülvevő oktatók.

Utóbbiak azok a személyek, akikkel közvetlen napi kapcsolatban vagyunk éveken át, akik bevezetnek minket a tudás világába, s ebből adódóan jelentős hatást tudnak ránk gyakorolni.

Alaphelyzetben az oktató és a diák – legyen alap-, közép-, vagy felsőfokú oktatási szinten – nem egy hétköznapi viszonyrendszerben helyezkedik el. Közöttük, különösen az oktató irányából célzatos viselkedés érvényesül. Kapcsolatuk, kapcsolódásuk sikere jellemzően irányított és többé-kevésbé a tanár által kontrollált személyes interakciók egymásutáni sokasága. Ráadásul mindez egy olyan kontextusban, amelyben az elvárásoknak való kitettség rendkívül magas mind a két fél irányában. Egyrészt az interakcióban résztvevők egymás iránt is jelentős elvárásokkal viseltetnek, másrészt megjelennek a szülők, kollégák, vezetők, azaz az interakciókban közvetlenül részt nem vevő szereplők elvárásai is.

Ez a helyzet maga után vonja, hogy az oktatói pálya jelentősen telített a belső-, és a felek közötti szerepkonfliktusokkal, amelyekre két további körülmény is hatást gyakorol.

- I. Az egyik az a hatalmi pozíció, amelyben a tanár van: döntései és ítéletalkotása a diákról jelentősen befolyásolják annak életét, egész sorsát.
- II. A másik az előbbivel szorosan összefügg: a tanuló ki van szolgáltatva mind a személyi, mind pedig az oktatási rendszer által gyakorolt hatalomnak.

Azt sem felejtethjük el, hogy a mindezek ellenére, az oktatási tevékenység egyike az emberiség egyik legegységesebb, legősibb és a fejlődésünket leginkább meghatározó kulturális tevékenységének.

Az ember személyisége azokból a tanult viselkedési mintákból tevődik össze, amelyeket személyes élettapasztalata során sajátít el. A minták, amelyeket maga körül lát, meghatározzák és formálják attitűdjét. A gyermekkortól kezdve a fiatal felnőtt korig a többség kötelezően részt kell, hogy vegyen a közoktatásban. Ilyen módon az idő jelentős részében oktatókkal találkozik. A pedagógus az együttlét időhorizontjából adódóan egész lényével, személyiségével részt vesz akarva vagy akaratlanul ezekben az oktatási, nevelési helyzetekben. Ily módon a diákok felé példaszemélyként is megjelenik, vagy ahogy Mitrovics Gyula fogalmaz, a pedagógus „*mintaember*” (Zrinszky, 1994).

Ha ehhez hozzávesszük Thorndike effektus törvényét, akkor egyértelművé válik, hogy a tanulás folyamatában a diákot érő ingerek meghatározzák a motiváltságukat egy adott ismeretanyag elsajátításával kapcsolatban. Ezen ingerek legnagyobb része az oktatóval történő interakciókból származik, a matematikai esetében a legtöbb esetben minimum 8, de sokszor legalább 12 éven keresztül.

Van még egy aprónak tűnő, de a szerepmeghatározásokat jelentősen befolyásoló további hatás is. A társadalmi fejlődés eredményeképpen a tudományterületek kiszélesedésével a tanári pálya egy új jelenséggel kellett, hogy szembe nézzen: a saját pályájának a megosztottságával. Sokszor viccelnek a tanárok arról, hogy az ő tantárgyuk a legfontosabb, s ennek különféle módon adnak érvényességet, olykor keményebb vizsgáztatási elvárások mellett. Ebben a konfliktusban nem csak a munkaterületi differenciáltságból adódó mélyreható különbségekről van szó, hanem arról, hogy egy-egy szaktárgyon belül az eltérő szociológiai jellemzőkkel bíró intézmények pedagógusai között hierarchikus konfliktusok alakulnak ki. Bár a felsőoktatásban a „*Bologna folyamat*”-ban meghatározott elvek ennek a megszüntetésére törekednek, sokszor hallunk arról, hogy ami az egyik egyetemen, főiskolán négyes, az egy másik helyen csak kettest ér.

A szerepfelfogásokra az oktatás strukturális adottságai természetesen hatást gyakorolnak. Kériné Sós Júlia vizsgálatai a tanári pálya sajátos rétegzettségére hívják fel a figyelmet (Kériné, 1969). Alapvetően három csoportra osztja a tanárokat:

- I. Az első az az általános iskolai tanító, akivel szemben az az elvárás, hogy „*pedagógiailag*” érzékeny legyen, és színvonalas módszerekkel oktasson.
- II. A második az egyetemi oktató, akivel szemben nem csak azok az elvárások, hogy jó oktató és vizsgáztató legyen, hanem a tudományágának színvonalas képviselője is. Gondoljunk csak arra, hogy manapság már doktori fokozat nélkül nem lehet a felsőoktatásban tanítani.

III. A harmadik, a középben elhelyezkedő középiskolai tanár. Ő a híd a kettő között.

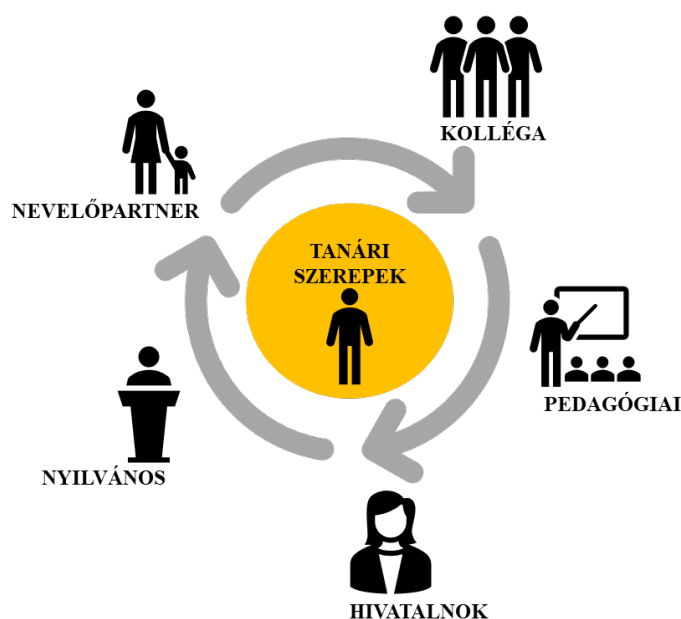
Az oktatói helyzet kereteiből adódóan a pedagógus pozíciójánál fogva több összetett csatornán keresztül közvetít értékeket, melynek eredményeként többféle módon van jelen a mindennapi helyzetekben. Egyrészt megjelenik az egyéni és kollektív interakciókban, mint „szülőpótló”, nevelő: ő az idősebb, a tapasztaltabb, a bölcsőbb, aki konfliktushelyzetekben tanácsot ad, és akihez fordulhatnak problémáikkal a diákok. Másrészt megjelenik, mint szakember: aki az adott tudományterületen többet tud, mint tanítványai, és ilyen módon tekintély és tisztelet övezi. Harmadrészt pedig, mint hivatalnok: aki az adminisztrációt végzi, dokumentálja a diákjai előmenetelét, felülbírálja tudásszintjüket, és statisztikákat készít.

Ennek megfelelően alakulnak, illetve alakulhatnak ki a tanári szerepek is. Helga Lange-Garritsen megközelítse szerint a strukturális megközelítés alapján öt szerep azonosítható (6. ábra) a tanári pályával összefüggésben (Lange-Garritsen, 1972):

- I. A „*pedagógiai szerep*”, amely átfogja a tanár-tanuló viszonyt.
- II. A „*kolléga szerep*”, amely az intézményben oktató tanárok közötti viszonyokat határozza meg, és kialakítja az iskolai atmoszférát, amely jelentősen hat a diákok komfortérzésére.
- III. A „*hivatalnoki szerep*”, melyben a pedagógusok, mint közalkalmazottak jelennek meg, akik adminisztrációs felelőséggel tartoznak, és függő viszonyban állnak a foglalkoztató intézményekkel.
- IV. A „*szülők nevelőpartnere szerep*”, amely a szülő-tanár közös céljait határozza meg, és megalapozza azt az együttműködést, amely kedvezőbb és egyedibb lehetőséget kínál egy-egy diák kiteljesedésében, és szellemi fejlődésében.
- V. A „*nyilvános szerep*”, amely Lange-Garritsen (1972) szerint a demokratikus társadalomban magától értetődő.



6. ábra: Lange-Garritsen (1972) szerinti öt szerep (saját szerkesztés)



E szerepegyüttesek köré csoportosulva több évtized alatt kialakult és mára már szinte teljesen általánossá vált a közoktatásban az az irány, amelyben a nevelő szerepében a pedagógus mindenekelőtt érték közvetítő és személyiségfejlesztő feladatokat lát el. Ennek módja pedig pl. Magyarországon a frontális oktatás módszerével valósul meg. Bár a rendszerváltás elmúlt harminc évében sokat változott és formálódott az oktatás és a pedagógusszerep, ennek ellenére megmaradt ez a fajta szervezési mód a legtöbb intézményben. Ennek eredményeképpen a tanóra főszereplője a tanár, és egységes módon szerveződik az oktatás.

Ennek ellenére a szerepek átalakulása megindult. A rendszerváltásnak köszönhetően itthon is elkezdtek előtérbe kerülni új, eddig többé-kevésbé mellőzött szerepfelfogások. Mihály Ottó és munkatársai már 1989-től hangsúlyozták, hogy „*az értékek, magatartásminták különbözősége nem akadály, hanem éppenséggel előfeltétele a sikeres szocializációnak*” (Mihály, 1989). Az alternatív iskolák megjelenésével a klasszikus pedagógusszerepek kisebb-nagyobb mértékű tagadása jelent meg. Az új értékek részben visszatértek a rousseau-i ősforráshoz. A gyermekekre, fiatalokra való odafigyelés középpontjában az „*itt és most*” került. A pedagógusra jellemző a belefeledkezés attitűdje, térben és időben együtt van a tanítványaival és ilyen módon nem pusztán a metodikai instrukciók végrehajtója, hanem folyamatos kreativitásra kényszerül. Egy ilyen pedagógiai szituációban a tanár megéli maximális szabadságát, s pont a

spontaneitás miatt itt sokkal inkább előtérbe kerül a személyiség jelenléte és részvétele feltéve, hogy a tanár erre képes.

Az analogikus szerepfelfogások közül kiemelendő Merrill Jackson „*orvoslási*” szerepeinek Joseph Adelson által a tanárookra adaptált megkülönböztetése, amely három típusra osztja a pedagógusokat (Pataki, 1976):

- I. A „*sámán*”, aki nagy energiával rendelkező, kissé nárcisztikus, viszont munkájában igen elkötelezett oktató, aki a karizmatikus pedagógusszemélyiséget testesíti meg.
- II. A „*lelkész*” a közösség elhivatott képviselője, s a tudomány szolgáloja.
- III. A „*misztikus gyógyító*” akinek a középpontban nem a tananyag, hanem a diák áll, ahogy Adelson megfogalmazza: „*Azért tudok rajtad segíteni, mert olyan vagy amilyen*”.

A szerep, amelyet egy-egy oktató felvesz, akarva-akaratlan jelen van a mindennapi gyakorlatában. Ez kimondva vagy kimondatlanul meghatározza a diákokkal való interakciót. A kérdés, hogy a szerep, amelyet a tanár felvesz, milyen kapcsolatban áll az egyéniségével.

Lothar Krappmann az „*egyén és szerepe*” viszonylatában öt fő változatot különböztet meg (Krappmann, 1980):

- I. Az adott szereppel való teljes azonosulást;
- II. A szerepkövetelmények formális teljesítését azonosulás nélkül;
- III. A szerep megjátszását;
- IV. A szerepnek való megfelelést a formális elvárások minimálisra történő redukciójával; és
- V. A szerep szubjektív átértelmezését, meghamisítását.

A Krappmann (1980) által meghatározott viszonyrendszer az egyén irányából közelíti meg a szerepfelfogásokkal tudatosan vagy tudat alatt kialakuló kapcsolatokat. Az egyén beállítódásai jelentősen meghatározzák, hogy egy helyzetben a dinamikából adódó szereppel milyen viszonyt tud kialakítani. Ezt a viszony pedig meghatározza, hogy az adott szituációban – esetünkben a diákokkal folytatott interakciókban – milyen minőségben tud jelen lenni az oktató és ez a jelenlét milyen hatást gyakorol a hallgatóságára.

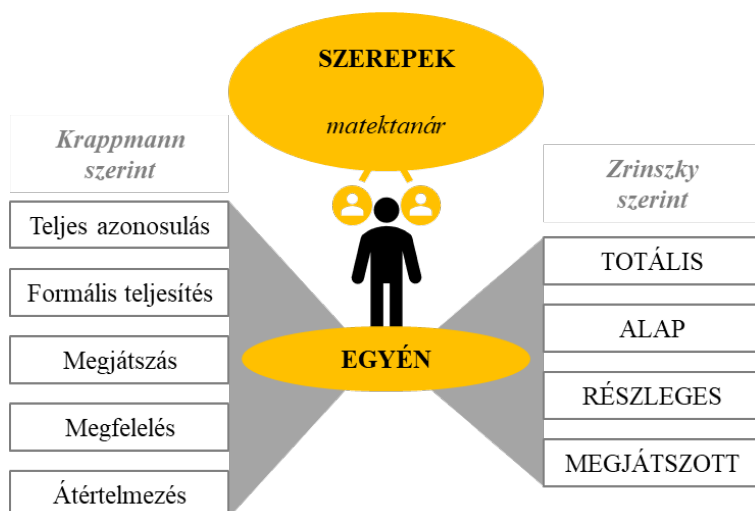
A Krappmann (1980) által leírtak rávilágítanak arra, hogy mit tesz az egyén a kijelölt szereppel. Ugyanakkor a szerep is hatással van az egyénre. Ebből a szempontból

a különböző szerepek eltérő módon működnek, amelyeket Zrinszky munkája a következők négy kategóriába sorol (Zrinszky, 1994):

1. Totális szerepek: ezek szinte teljesen betöltik az életünket és olyan erős elvárásokat támasztanak bennünk, hogy egyszerűen nem tudunk eltávolodni tőlük, vagy ha ezt mégis megpróbáljuk, akkor büntudatot érzünk;
2. Alapszerepek: ugyancsak erős elvárásokat támasztanak az egyénnel szemben, de ezek nem törnek olyan kizárólagosságra, mint a totális szerepek. (Szinte minden szerep alapszereppé tud válni.) Ilyenek lehetnek például hivatásszerepek, mint az oktatói;
3. Részleges szerepek: a helyzetekhez kötődő, a személyiséget kevésbé keretező szerepek. Inkább egyes állapotokra jellemzőek, amely helyzetekben a szerep „meghívja” a személyiség egy részét. Hogy az oktatásnál maradjunk, jó példa amikor egy hallgató tart kiselőadást. Ilyenkor annak időtartamára egy részleges oktatói szerepbe kerül;
4. Megjátszott szerepek: jellemzően ezekkel a szerepekkel nem azonosul személyiségünk, csak imitáljuk vagy szimbolikusan ábrázoljuk azokat (például: színjátszás).

A szerepértelmezések tehát több irányból közelíthetők (7. ábra), ugyanakkor kétségtelen, hogy a szerepek, amelyeket életünkben magunkra kell öltönnünk alapjaiban érintenek meg minket. Így direkt vagy indirekt, de jelentős mértékben meghatározzák az énképet és felszínre hozzák az önmegvalósítás és önelidegenedés problémáját.

7. ábra: Krappmann (1980) és Zrinszky (1994) szerinti szerepértelmezések (saját szerkesztés)



Az énkép és a szerepek közötti konfliktus az oktatói hivatásban egy alapvető dilemmát keretez: „*milyenek látszom a hallgatóim szemében*”. Az előbbi megállíthatatlanul elkezd egybemosódni az éneszménnyel: „*milyenné szeretnék válni*” és az önábrázolási vágyképpel: „*szeretném, ha ilyenek látnának*”. Ennek eredményeképpen a belső megítélésem és a külső megítélésem folyamatosan szembesülnek egymással. A körvonalazódó konfliktust pedig a szerepfelfogások oldalról a folyamatos alapszerepbe belépő, azt moduláló szerepek dilemmája határozza meg: szemben állás alakulhat ki az oktató „*természetes*” és „*mesterként*” viselkedése között. Ez a szembenállás pedig hatással van oktatói minőségére, s ily módon a diákjai motivációjára is.

## **2. A diákok és a tanulás az oktatói szerepperspektívából nézve**

A tanulás folyamatában a diákot érő ingerek meghatározzák a motiváltságát, egy adott ismeretanyag elsajátításával kapcsolatban. Egy diák például arról számolt be, hogy jogosítványt szeretne és ezért beiratkozott egy autóvezetési tanfolyamra. Sikeresen teljesítette is a „KRESZ vizsgát”, de a tanára minden alkalommal amikor órára ment, olyan megalázóan viselkedett vele és kiabált, hogy úgy döntött abbahagyja a tanulást és nem fog vezetni.

A jutalmazás és a büntetés, a pozitív megerősítés vagy a megvonás meghatározzák egy diák hozzáállását és nyitottságát egy adott témával kapcsolatban. A tanult tantárgyak kapcsán nagyon lényeges, hogy a diákok önértékelése ne sérüljön meg, ugyanis szemben a „*teher alatt nő a pálma*” hipotézissel, Claude Steel 1992-ben épp egy ellentétes jelenségről számolt be (Smith & Meckie, 2004).

A fekete diákok, akik olyan osztályba jártak, ahol a tanáraik buktatták őket, azért mert azzal az előítélettel viszonyultak hozzájuk, hogy négeres, és buták, ott egy nagyon érdekes pszichés védekező mechanizmus alakult ki a tanulóknál. A diákok saját énképüket olyan mértékben változtatták meg, hogy önértékelésükből kizárták az iskolai eredményességet. Ilyen módon megszűnt az iskola iránti érdeklődésük és a tanulmányi teljesítményből eredő elismerés iránti vágyuk, s ezáltal megvédték magukat azoktól a negatív visszajelzésektől, amelyek ártalmasok voltak számukra. Viszont ebben a személyes válaszból egy önbeteljesítő ördögi kör alakult ki, amelynek eredményeképp ezek a diákok valójában nem teljesítettek, így a kudarcuk elkerülhetetlenül bekövetkezett.

Ugyancsak ebben a kísérletben világított rá Steele (1992), hogy a diákoknak az iskolai teljesítmény fontosságáról alkotott képe szoros összefüggésben áll az érdemjegyeik minőségével. Ez megint csak azt támasztja alá, hogy az önértékelés védelme mennyire erősen jelen van az ember személyiségében. Ha a diák jó jegyeket kap, akkor fontossá válik számára a tantárgy és meghatározó értéket képvisel. Ha rosszak az érdemjegyei, akkor az érdeklődése csökken, és lényegtelen lesz, hogy hányast kap, csak élje túl.

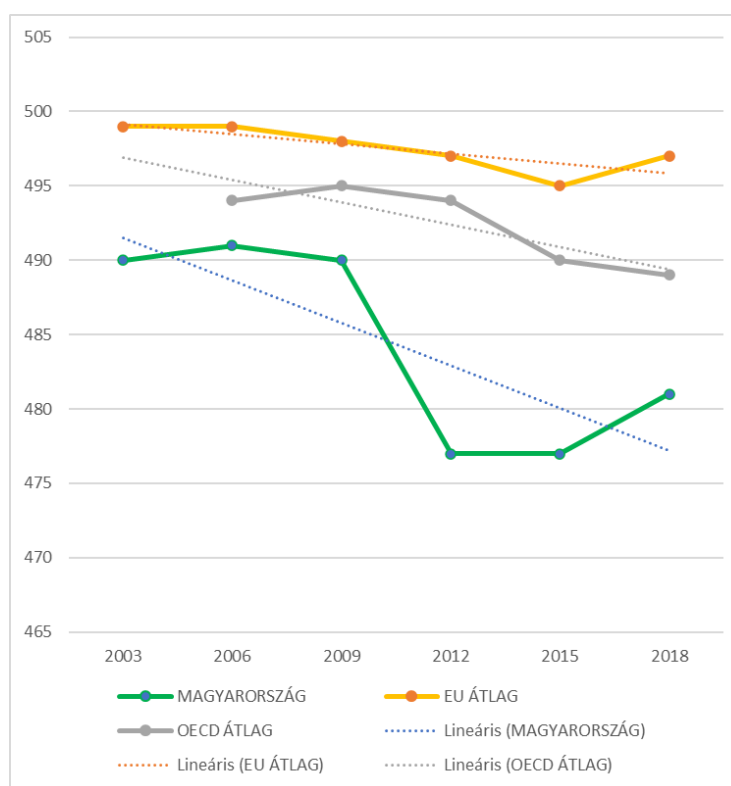
Maslow elmélete (1970) a különböző emberi szükségletek hierarchikus kapcsolatát egy piramis modellen mutatja be, amelyen az önbecsülés és az önmegvalósítás szükséglete a piramis felső szintjein helyezkedik el. Bár Maslow úgy gondolta, hogy minél feljebb lépünk a piramison, annál gyengébb az adott szükséglet, ugyanakkor azt is mondta, hogy annál inkább emberibbek a szükségletek. Az egészséges emberi létezésnek a lényege, hogy az önbecsülés és az önmegvalósítás megvalósulhasson.

A tanulás és kiemelten a matematikatanulás és annak sikeressége, megélése épp erre a két szükségleti szintre vannak hatással: az önbecsülésre és az önmegvalósításra. Erre pedig az oktató szerepmeghatározása és ily módon a viselkedése nagyon jelentős hatást tud gyakorolni.

Ha a diákok szemszögéből próbáljuk megközelíteni, hogy melyek azok a tulajdonságok, amelyek a tanári szereppel járnak, akkor azt a választ kapjuk, hogy a diákok szeretnék „*ha tanáraik mindenhez értő, jókedvű, barátságos és igazságos személyiségek lennének, akikhez gondjaikkal is bátran fordulhatnak*” (N. Tóth, 2015).

Korunk egyik meghatározó kihívása, hogy az iskolai oktatást eredményessége javuljon. Ennek oka talán az, hogy a tanulók jelentős része nem éri el azt a kompetencia szintet, amelyet megkívánnak. Különösen igaz ez a matematika oktatás területén. A diákok motiválatlanok, a tanulást tehernek élik meg. Ugyanakkor érdekes, hogy ennek ellenére egy 2002-es felmérés szerint a matematika tanulásának szükségességét sem a szülők, sem a diákok nem vitatják (Somfai, 2010). Azonban az oktatás eredményessége nem felel meg a várakozásoknak, amiket az ember egy „*fontos*” tantárggyal való teljesítménnyel kapcsolatosan elvárna. Ennek jó fokmérője az évtizedek óta rendszeresen elvégzett PISA kutatások eredményességének alakulása (8. ábra).

8. ábra: PISA kutatások eredményességének alakulása a matematikai képességek területén, (saját szerkesztés, adatok forrása: <https://data.oecd.org/pisa/mathematics-performance-pisa.htm>)



Miközben látható a számokból is, hogy az oktatás hatékonyságával szemben komoly kérdéseket lehet feltenni, felmerül a kérdés, hogy miként lehet ezt a trendet megfordítani. A pályán lévő oktatók sokszor panaszkodnak arra, hogy még azok a módszerek sem működnek a diákok motivációjának fenntartására, amelyek korábban beváltak. Emellett pedig egyre több kritika fogalmazódik meg a tanárokkal és a tanítási módszerekkel kapcsolatosan, amely kritika hatással van a szerepértelmezésre és ilyen módon a diákokra is.

Ha megnézzük az ifjú társadalmi réteget, jól látható, hogy egy olyan korban élnek, amikor nagyon magas azingerszükséglet. Ez pedig komoly hatást gyakorol a viselkedésükre. Konrad Lorenz már 1972-ben megfogalmazta ennek veszélyeit: „Az erős és egyre erősödő ingerekhez való hozzászokás miatt egyre inkább eltűnőben van az öröm átélésének képessége, és ezért nem lehet csodálkozni azon, hogy a fásult emberek mindig újabb és újabb ingerhelyzeteket hajhásznak” (Lorenz, 2001).

Tény, hogy ez ellen nehezen lehet bármit is tenni. A különböző életkorokban eltérő azingerszükséglet, viszont az ingerekkel kapcsolatos dinamikák minden esetben

hasonló elven működnek. Ha egy adott helyzetben az egyén aktivációs szintje leesik, akkor megjelenik az unalomérzés és elkezdődik az ingerkeresés. Itt tudna belépni egy felkészült oktató, aki képes ezt kiaknázni és a tanulás szolgálatába állítani ezt az igényt. Amikor a diák az órán a mobiltelefont, a laptopot nézni, az azért van, mert az onnan jövő ingerek jobban kielégítik a szükségleteit.

Az oktatói szerepmeghatározás, a szereppel járó viselkedésminta meghatározzák, hogy sikerül-e a diákokat lekötni, irányítani a figyelmüket és motiválni a tanulásra, egy adott tantárgy szeretetére. Számtalanszor hallani, hogy azokat a tárgyakat szeretjük és a karrierutunk szempontjából is olyan irányt választunk sokszor, ahol a tanáraink, oktatóink hatással voltak ránk, meg tudtak minket szólítani.

Számos kutatás igazolta, hogy az iskolák, az oktatási rendszerek hatékonysága a pedagógusokon múlik. Személyes tapasztalatokkal is igazolható, hogy nem iskola, hanem oktatófüggő az, hogy milyen eredményt produkálnak a gyerekek. Felvetődik tehát a kérdés, hogy mitől lesz jó egy oktató?

Az ezzel a kérdéssel kapcsolatos kutatások egyértelműen rámutatnak, hogy három tényező az, amely jelentősen meghatározza a tanári minőséget: a személyiség, a szerepmodell és a kognitív elemek.

Füzi Beatrix munkájában jól összefoglalja az ebből kiinduló kutatások és irányok útkereséseit az elmúlt közel 80 évben (Füzi, 2015):

*„A múlt század közepén azt feltételezték, hogy a tanórákon alkalmazott készségek tökéletesítése – például a magyarázatokban előforduló kötőszavak száma vagy a szabályok és példák bemutatásának sorrendje – jelentősen javíthatja a tanári hatékonyságot (Allen és Ryan, 1969; Gage, 1972). A fent említett elemi készségeknek nagy jelentőséget tulajdonító kutatások kritikájaként egyesek a személyiség fontosságát hangsúlyozták (Rogers, 1959, 1961; Asch, 1973). Rogers a kongruenciát, önmagunk és a mások elfogadását tartotta a legfontosabbnak. Mások a tanár gondolkodását és döntéseit kezdték vizsgálni (Shavelson, 1976) feltételezve, hogy a cselekvés mozgatórugói valójában ezek. Később a figyelem középpontjába a pedagógiai tudás került, és ennek részeként komoly jelentőséget tulajdonítottak a gyakorlat során kialakuló rutinoknak, a kezdő és gyakorlott tanár közötti különbségeknek, a tartalmi és módszertani tudásnak (Falus, 1986, 2001). Más kutatások azokat a speciális képességeket igyekeztek feltárni, melyek a tanári mesterséghez nélkülözhetetlenek, például a kommunikációs és konfliktuskezelési képesség (Sallay, 1996; Hegyi, 1996). Majd a reflektív gondolkodásra*

*irányult a figyelem, melyben a tanári munka önfejlesztésének kulcsát vélték felfedezni (Schön, 1983; Kimmel, 2002, 2006)."*

Látható tehát, hogy szinte folyamatos az útkeresés.

A szerepmodell, amelyet az oktató tudatosan vagy tudat alatt választ, nem más, mint szakmai önmeghatározása. Szerepe van ennek a kialakulásában a személyiségéből a tanári feladatok ellátása érdekében mozgósított elemeknek, a tanításról-nevelésről szerzett tapasztalatainak és tudásának. Nem utolsó sorban pedig a diákokhoz való viszonya, a pedagógus-diák kötődés az, amely szintén befolyásoló hatással bír.

A kötődés pszichológiai megközelítése alapján nem más, mint a közelség keresése és fenntartása egy másik személlyel. Olyan erős és tartós érzelmi kötelék a felek között, amelyben a kötődő felek támaszt, biztonságot éreznek, ami nem helyettesíthető mással. Amennyiben pedig nem elérhető ez a kapcsolat, akkor a kötődő fél szorongást él át.

A pedagógiában is megjelenik ez, ahol is az érzelmi kapcsolat legfőbb motívumai a bizalom, a ragaszkodás és a szeretet. Funkciói pedig a másik fél segítése, és a tanulási folyamatban betöltött támasz és védelem mellett a szocializáció. Éppen emiatt nagyon fontos az oktatók szerepválasztásában, hogy milyen viszonyban vannak diákjaikkal, hogyan határozzák meg a velük kapcsolatos kötődés minőségét.

A szociális-motivációs modell alapját adó három fő irány (valahová tartozás, kompetencia és autonómia) az oktatás szintjén is megjelenik a pedagógusok esetében:

- jelen vannak a tanulók életében,
- törekednek a tanulási környezet átlátható és következetes rendszerként való fenntartására, valamint
- támogatják a diákok önállóságát.

Számos vizsgálat igazolta az utóbbi évtizedekben, hogy a pedagógus-diák kapcsolat hosszú távra leginkább a későbbi magatartást jelzi előre (Baker, 2006): Az oktató-hallgató kötődés erőssége az általános iskolás évek alatt negatív összefüggést mutat a diákok externalizáló (például agresszió, hiperaktivitás) és internalizáló viselkedési problémáival (például szorongás, depresszió stb.).

A hazai vizsgálatok közül egyet emelnék ki, amely két megállapításra jut az előzőekben tárgyalt vizsgálatokkal összefüggésben (Szabó et al., 2019):

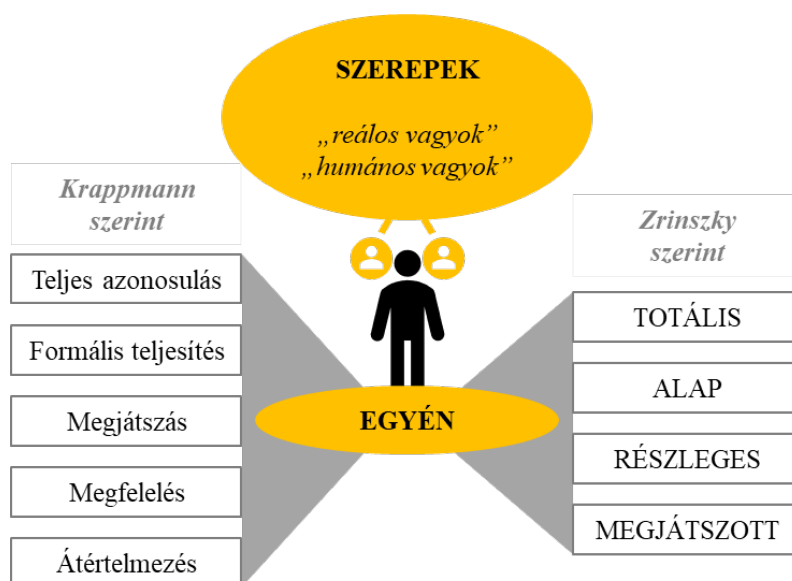
- (1) *„a vizsgált serdülőkori mintán a pedagógus-diák kapcsolatban jellemző közelség a küszöbértéknél alacsonyabb mértékű”;*



(2) „10. évfolyamon a pedagógus és diák közötti kapcsolat nem párosul magasabb fokú érzelmi minőséggel – sem a közelség, sem a konfliktus tekintetében –, ezzel együtt feltételezhetően veszt a személyes jellegéből, a pedagógus és a diák eltávolodik egymástól”.

A felsőoktatásban ez a kötődés – lévén felnőtt emberekről van szó – még érdekesebb hatásokkal színesedik. Ugyanakkor általánosan elmondható, hogy a fent leírt hatások a matematikatanulás terén és később a számszerűsítés, a számok használatával összefüggésben hozott döntések terén jelentősen meghatározzák a döntéshozói attitűdöt. Ahogyan a tanárok bizonyos szerepeket vesznek fel és kommunikálnak, úgy a diákok is belehelyezkednek szerepekbe és önmeghatározásuk egész életük folyamán hatással van rájuk (9. ábra). Ezek közül az egyik legmeghatározóbb, amelyet az alábbi módon írnak le: „nincs matekos agyam”.

9. ábra: Krappmann (1980) és Zrinszky (1994) szerinti szerepértelmezések (saját szerkesztés)



### 3. Oktatás, motiváció, csapda

Az ember az ismereteit tanulás útján szerzi. A tanulás lehet öröm, lehet teher, az viszont biztos, hogy a folyamata mindenképp meghatározza, hogy az adott tantárgy, ismeret irányába milyen viszonyt alakítunk ki. Éppen ezért nem elhanyagolható, hogy milyen módon zajlik a tanulás. Milyen közeget teremtenek a tanulásra, kik azok, akik vezetnek minket benne és végül, de nem utolsó sorban, mi a mi saját hozzáállásunk.

A tanulás többféle módon tud megvalósulni. Az egyik legegyszerűbb formája az úgynevezett habituáció vagy megszokás (Zimbardo et al., 2022). Ez jellemzően az a mód, amikor egy vagy több ingerrel összefüggésben megtanulunk nem reagálni az adott ingerre. Jó példája ennek, amikor a városi ember vidékre megy és észreveszi, hogy mennyire csend van. Ezzel a képességgel tudja megkülönböztetni a zajos körüli forgalom történéseit a fontos, lényeges ingerektől, például, hogy jön a mentőautó és ne lépjen le a járdáról.

A másik – szintén egyszerűbb formája a tanulásnak – a tanult előnyben részesítése egy olyan inger viszonylatában, amely már ismerős, más néven ez az ismerősségi hatás. Ilyenkor egy olyan ingert részesítünk előnyben, amellyel már találkoztunk, egy olyannal szemben, amelyet még nem ismerünk. Jellemzően ez a hatás mindenképpen bekövetkezik, attól függetlenül, hogy az adott inger milyen emlékhez kapcsolódik (legyen az szép vagy rossz), és sokszor nem is vagyunk ennek tudatában (Zajonc, 1968).

A tanulás további formái, már sokkal összetettebbek, ugyanis a további szinteken már az ingerek közötti összefüggést is figyelembe veszi az agyunk. A másodfokú egyenlet megoldóképletét látva eszünkbe jut az iskolapad, az osztály hangulata, s magunk előtt látjuk a régi tanárunkat. Amikor megtanuljuk, hogy két inger között valamilyen összefüggés áll fenn, például jutalmazás vagy büntetés által, akkor egy új dimenzió mentén történik meg a tanulás. Az inger és a rá kapott válasz alapján alakul ki a tanulási folyamat, amelyet a viselkedéses tanulásnak nevezünk. Két legfontosabb formája a klasszikus kondicionálás és az operáns kondicionálás.

Végül, de nem utolsó sorban az összetett problémamegoldás, az iskolai tanulás tovább mélyíti az elménk működésének tanulási szintjeit. Az előbbi tanulási formákon túlmutató, a belső mentális folyamatokkal is összefüggésben lévő tanulási forma a kognitív tanulás.

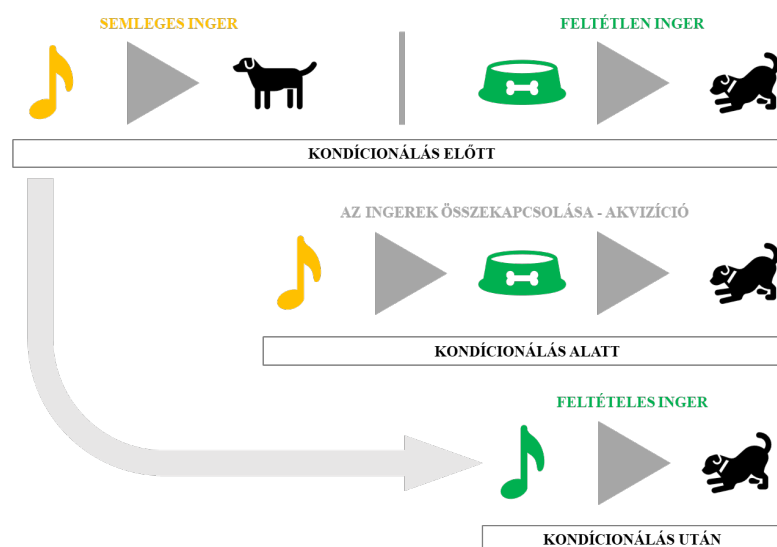
A tanulási formák megértése és a velük kapcsolatos, az ember személyiségére ható tapasztalatok nagyon fontosak ahhoz, hogy megérthessük, miként befolyásolja a matematikaoktatás minősége a döntéseket.

### 3.1. A Klasszikus Kondicionálás

Ivan Pavlov 1904-ben kapott Nobel-díjat annak felfedezéséért, hogy hogyan lehet egy veleszületett reflexet kiváltó ingert helyettesíteni egy addig semlegesnek számító ingerrel, s ezzel lényegében ugyanazt a válaszreakciót kiváltani. Kísérleteiben kutyákkal dolgozott együtt és az emésztőrendszer kutatásával ért el áttörést (Pavlov, 1928).

A kísérlet alapját egy feltétlen válaszra építette fel, amely az állatban ösztönösen jelen van: ha az állat meglátja a táplálékot, akkor automatikusan elindul a nyáleválasztása, mert enni fog. Ugyanakkor, ha például az állat meghall egy hangot, pl. csengetnek, akkor semmi nem történik, ami a nyáltermelést illeti, azon túl persze, hogy az inger irányába fordul érdeklődően. Pavlov kísérleteiben ezt a semleges ingert használta fel olyan módon, hogy az ingereket minden esetben egy adott sorrendben ismételte meg. Először megszólalt a csengő, majd jött a táplálék és a kutya nyáladzott. Amikor ez a szekvencia ismétlődően előfordult, akkor bekövetkezett az úgynevezett akvizíció. A kutyánál már akkor megindult a nyáleválasztás, amikor meghallotta a csengőt. Azaz egy semleges ingerből, a csengő hangjából egy feltételes inger lett, amely kiváltotta ugyanazt a reakciót (nyáltermelés), amelyet a feltétlen inger aktivál (nyáltermelés). A folyamatot a 10. ábra szemlélteti.

10. ábra: A klasszikus kondicionálás folyamata (saját szerkesztés)



Ezt a tanulási folyamatot, amelyben a veleszületett ingert kiváltjuk egy semlegessel, azaz egy feltételes ingert létrehozva egy feltételes válasz születik – amely, megegyezik a feltétlen válasszal, csak a kiváltó ingerében különbözik – klasszikus kondicionálásnak nevezzük (Zimbardo et al., 2022).

A klasszikus kondicionálás során számtalan reakció ki tud alakulni az életünk során. Viszont Pavlovék azt is megfigyelték, hogy amennyiben a feltételes ingert nem követi a feltételes válaszhoz kapcsolódó esemény, például a jutalom – azaz az állat nem kapja meg a csengő után az ételt –, akkor a fiziológias reakció egy idő után elmarad. Ezt a jelenséget, hogy a feltételes válasz gyengül, majd megszűnik, kioltásnak nevezték el.

Viszont ez a kioltás csalóka, ugyanis amennyiben a körülmények úgy adódnak, képesek vagyunk egy-egy feltételes ingerre hirtelen visszaemlékezni, annak ellenére, hogy hosszabb idő telik el a feltételes inger újbóli érzékeléséig. Ez a jelenség az úgynevezett spontán felújítás.

A klasszikus kondicionálással összefüggésben egy további jelenséget is fontos megemlíteni: az inger generalizációt. Ez az a jelenség, amikor egy kondicionált válaszreakció kiterjed olyan feltételes ingerekre is, amelyek hasonlítanak az eredeti ingerhez. Jellemzően ez olyan esetekben alakul ki, amikor nagyon erős érzelmekkel párosul egy történés, traumatikus hatás következménye. Például amikor valakit megcsíp egy darázs – ami nagyon fájdalmas tud lenni –, előfordul, hogy onnantól kezdve minden rovarról fél és pánikba esik, nem csak akkor, ha darazsat lát.

Ez a velünk született tanulási folyamat, amelyet a környezeti hatások jelentősen tudnak befolyásolni, hatást gyakorol ránk, különösen olyan esetekben, amikor célzott helyzetben vagyunk. Az oktatási évek alatt, számtalan olyan helyzetet élünk meg, amelyek alatt fennállnak a klasszikus kondicionálás feltételei. Ezekben a helyzetekben – sokszor észrevétlenül –, lezajlik ez a tanulási folyamat. Az oktatói szerepek, s az azokban ismételt eltérő kommunikációs, problémakezelési helyzetek újra és újra hasonló érzéseket váltanak ki a diákokban. Ilyen módon kialakítva azokat a feltételes ingereket, amelyekre később az iskolától független környezetben is pontosan azokkal az érzésekkel, válaszokkal reagálnak majd, mint annak idején az iskolapadban.

### 3.2. Az Operáns Kondicionálás

A klasszikus kondicionálás folyamatában az inger előbb merül fel és a válasz arra születik meg. Ugyanakkor a viselkedéses tanuláshoz van egy másik módja is. Ez akkor következik be, amikor a válasz bekövetkezésének valószínűsége annak következményén alapul, azaz egy adott helyzetben hozott döntés utáni események azok, amelyek ösztönzik a viselkedés megváltoztatását. Ezt a tanulási folyamatot, amelyet a viselkedés következményei – jellemzően a jutalmazás vagy a büntetés – alakítanak, operáns kondicionálásnak nevezünk, s ez ad magyarázatot az új és akaratlagos viselkedések megjelenésének természetére.

Ahogy Thorndike az effektus törvényében leírta, azokat a viselkedéseket részesítjük előnyben, amelyek kellemesebb állapothoz vezetnek (Thorndike, 1898). Skinner tovább vitte ezeket a kutatásokat és egész pályafutását annak szentelte, hogy bemutassa, hogy a legnagyobb erővel ezek az állapotváltozások és következményeik

befolyásolják a viselkedésünket. Ezeket a következményeket, amelyek a későbbiekben hatnak ránk erősítőknak nevezte el. (Skinner, 1956). Definíciójában ezek az erősítők tehát olyan ingerek, amelyek egy helyzetre adott viselkedést, választ követnek és megerősítik azt (amivel együtt jár az inger megszűnése vagy megmaradása). A megerősítések esetében Skinner két típust különít el, amelyeket a köznyelvben sokszor használunk: a pozitív- és a negatív megerősítést. Jellemzően előbbit többen ismerik, mint az utóbbit.

A pozitív megerősítés során a viselkedés következményeként megjelenő ingerek növelik annak valószínűségét, hogy a válasz ismét bekövetkezzon, az azt kiváltó viselkedés megismétlődjön. A jó jegy, a dicséret, a figyelem pontosan olyan módon töltik be ezt a szerepet, mint a desszert, a pénz vagy a szex. Ha egy gyermek otthon lepakolja maga után az asztalt a vacsorát követően és ezért kap egy kocka csokoládét, következő alkalommal újra megteszi, remélve, hogy megint jutalomban részesül. Jellemzően tehát olyan ingerekről van szó, amelyek jó érzéseket váltanak ki belőlünk.

A megerősítés másik formája – amelyet sokszor hibás kontextusban értelmeznek – az úgynevezett negatív megerősítés. Szemben a közfelfogással itt nem a pozitív megerősítéshez kapcsolt „jutalmazás” kontextus ellentétéről van szó, azaz nem a „büntetésről”. A negatív kifejezés a matematikai *kivonás* műveletének felel inkább meg: egy kellemetlen ingertől való megszabadulás az eredménye az adott viselkedésnek. Minden olyan esetet, amelyben egy adott viselkedési reakció egy viselkedést kiváltó inger megszűnéséhez vezet, negatív megerősítésnek nevezünk. (Ebben az értelemben, a pozitív megerősítés pedig az *összeadás* műveleti megfelelője.) Számos jelenség van a mindennapokban, amely erre a tanulási formára épít. A figyelmeztető rendszerek egyik legjobb példája ennek. A jelző hang addig tart, ameddig a helyes viselkedés be nem következik: becsukjuk az ajtót, becsatoljuk a biztonsági övet és a figyelmeztető hang megszűnik vagy éppen kiteszünk minden fém tárgyat a reptéren a zsebünkből, hogy a biztonsági kapu ne jelezzon. Amikor helyesen viselkedünk, akkor a kellemetlen sípolás megszűnik mindkét esetben.

Az akaratlagos viselkedésre ható megerősítés leginkább időzítésében és gyakoriságában tud meghatározó lenni, s valódi változást eredményezni. A tanulási folyamat elején minden helyes válasz jutalmazása egyértelmű visszajelzést ad a kívánatos viselkedéssel összefüggésben. Ilyenkor folyamatos megerősítésről beszélünk. Amikor viszont a kívánt viselkedés megjelenik, akkor a tanulónak már nincsen szüksége arra, hogy jutalmat kapjon a helyes és helytelen válasz közötti különbségtételért. Amikor egy kutyának tanítunk egy új, összetett viselkedést, akkor a parancsra adott válasz

rögzítéséhez, minden egyes sikeres válaszra adunk jutalomfalatot. Onnantól viszont, hogy az állat minden esetben helyesen cselekszik, elég már csak minden harmadik esetben jutalmazni, a feladatot továbbra is helyesen hajtja végre. Ez az úgynevezett részleges megerősítés. A részleges megerősítés az a módszer, amivel egy megtanult viselkedés fenntarthatóvá válik (Robbins, 1971; Terry, 2000). Legnagyobb előnye, hogy szemben a klasszikus kondicionálással, a kioltás nem hat rá, csak abban az esetben, ha a jutalmazás teljesen elmarad. Minden egyéb esetben a viselkedés ugyanazzal az intenzitással jelentkezik az adott helyzetben.

A mindennapi helyzetekben a megerősítések kettős irányba is megvalósulhatnak. Például amikor egy kisgyermek éjszakai felsírására, mert rosszat álmódott, a szülők úgy reagálnak, hogy maguk közé fektetik, akkor ezt rendszeresen alkalmazva kettős megerősítő hatás érvényesül. Egyrészt a gyermek pozitív megerősítést kap a viselkedésére: ha sírok, akkor anya és apa között alhatok. A szülők pedig negatív megerősítés útján tanulnak: ha befektetjük közénk, abbahagyja a sírást, így nyugodtan alhatunk. Ezek a hatások szintén megjelennek azokban az interakciókban, amelyek a matematikaórákon, a feladatok megértése és megoldása közben érik a tanulókat.

### 3.3. A Kognitív Tanulás

Az operáns tanulási módszerek képviselőivel szemben, a pszichológusok egy csoportja a tanulás egy másik formáját kezdte vizsgálni. Ők úgy vélték, hogy a tanulás folyamatának számos eleme a mentális folyamatokban keresendő még akkor is, ha sok esetben szubjektív kérdésekről van szó ezen a területen. Köhler bizonyította, hogy nem csupán kondicionált tanulás révén adott válaszokra képesek a fejlettebb főemlősök, hanem belátással, a problémára vonatkozó percepciók útján létrehozottakra is. Ezt, hogy az észlelt helyzeteket mentálisan képesek vagyunk átrendezni, átértelmezni, belátásos tanulásnak nevezte el (Köhler, 1925).

A viselkedéses tanulás mellett megjelenő tanulási formák bizonyítására vállalkozott Tolman is (Tolman, 1949). Kísérleteiben patkányokat hagyott szabadon kóborolni labirintusokban hosszú órákig. Eközben nem kaptak semmilyen megerősítést az állatok, egyszerűen csak jöttek-mentek. A tapasztalatok arra vezettek, hogy az állatok megtanulták, kiismerték az útvesztőt. Ugyanis amikor később az útvesztő egy távoli pontján táplálékot helyeztek el, akkor jellemzően azok az állatok, akik feltérképezték környezetüket, gyorsabban eljutottak az élelemig, mint azok, akiknek erre nem volt lehetősége. Ezt a jelenséget Tolman látens tanulásnak nevezte el. A környezet ilyen

mértékű kognitív feltérképezése evolúciós szempontból nagy jelentőséggel bír, hiszen azon élőlények esetében, akiknek a táplálékukat aktívan fel kellett kutatni, ott ez az adaptív viselkedés kulcsfontosságú (Kamil et al., 1987).

Budura tovább ment kutatásaiban, s míg a korábbiakban a viselkedéses tanuláshoz tapasztalt megerősítés csak azokra hatott, akik a viselkedést végrehajtották addig ő azt bizonyította, hogy az azt megfigyelőkre is hatással lehet (Bandura et al., 1963). Tehát, amennyiben egy megfigyelt személy (modell) viselkedésével összefüggésben azt látjuk, hogy az eredményre vezet, akkor mi is hajlamosak lehetünk azt a viselkedést választani. Ezt a tanulási formát megfigyeléses tanuláshoz (más néven szociális tanuláshoz) nevezzük.

A megfigyeléses tanulás jelenségével összefüggésben nagyon nagy szerepe van a XXI. században a médiának. Azáltal, hogy nagyon sok videótartalmat fogyasztunk, olyan mintákat látunk, amelyek befolyásolják a viselkedésünket. Murray és Kippax, már 1979-ben leírta az érzelmi dermedtség jelenségét (Murray & Kippax, 1979). Kísérletükben bizonyították, hogy azok az emberek, akik erőszakos jeleneteket néznek, azok kevésbé zaklatódnak fel, ha ilyet látnak. Huesmann és Moise tovább mentek (1996) és igazolták, hogy az erőszakos viselkedés látványa növeli az erőszakos viselkedés felbukkanásának valószínűségét. Mindez pedig a viselkedési mintákhoz vezethető vissza, amelyet látnak a megfigyelők egy adott helyzetben.

### 3.4. A büntetés

A tanulóval kapcsolatosan egy fontos viselkedésről szükséges még említést tenni, a büntetésről. A büntetés egy adott viselkedésre adott olyan averzív következmény, ami – szemben a negatív megerősítéssel – gyengíti az adott viselkedés erejét, azaz a negatív megerősítés és a büntetés pont ellentétesen hat a viselkedésre (Baum, 1994).

A személyiség azokból a tanult viselkedési tendenciákból tevődik össze, amelyeket az egyén személyes élettapasztalata során elsajátít. A minták, amelyeket maga körül lát, meghatározzák és formálják attitűdjét. A gyermekkorától kezdve a fiatal felnőtt korig a többségnek kötelezően részt kell vennie a közoktatásban. Ilyen módon az idő jelentős részében oktatóinkkal vagyunk. A pedagógus az együttlét időhorizontjából adódóan egész lényével, személyiségével részt vesz - akarva vagy akaratlanul - ezekben az oktatási, nevelési helyzetekben. A matematika tanulás területén különösen fontos ez a hatás, amely a tanulmányaink alatt folyamatosan jelen van a felsőfokú tanulmányok végéig, sőt van, hogy még azon is túl.

Ez a jelenség a matematikatanulás során szintén tetten érhető abban az általános megközelítésben, hogy valakinek „matekos agya” vagy „humán agya” van. Amennyiben az oktató, a diák, a szülő, majd a felnőtt, vezető döntéshozó ezzel a megközelítéssel gondolkodik önmagáról, az eredmény hasonló lesz: kizárja a matematikai teljesítmény fontosságát saját megítélése kapcsán.

#### **4. A matematikatanulás teljesítményének befolyásolói**

##### **4.1. Tanulási motiváció és önbizalom**

A diákok érdeklődése egy adott tantárgy iránt fontos tényező a kognitív fejlődésben és a tanulásban (Hidi, 1990). Meghatározó, hogy egy adott témakör érdekli-e a tanulót vagy sem. Különösen igaz ez a matematika területén, ahol az érdeklődés bizonyíthatóan korrelál a matematikai teljesítménnyel (Schiefele et al., 1992; Kim et al., 2015). Egyes tanulmányok szerint a matematika esetében az érdeklődés a tanulók későbbi tanulmányi teljesítményének előre jelzője is lehet (Schiefele & Csikszentmihalyi, 1995; Singh et al., 2002; Viljaranta et al., 2009). A matematika iránti érdeklődés többféle módon képes támogatni a tanulók matematikatanulását:

- (1) az erőfeszítés növelésével (Deci et al., 2001);
- (2) a matematikatanulás időtartamának és gyakoriságának növelésével (Ericsson et al., 1993; Schiefele, 2001);
- (3) specifikus tanulási stratégiák alkalmazásával (Schiefele, 2001).

A motiváció függvényében ezek a viselkedésformák még akkor is megvalósulhatnak, ha a tanári hozzáállás a matematikaoktatás gyakorlatában nem alkalmazkodó (Bong et al., 2015). Vagyis a motiváció elősegítheti, hogy a tanulók mélyebben megvizsgálják a matematikai problémákat és bővítsék ismereteiket, ami tartós matematikatanuláshoz és jó eredményekhez vezet (Reeve et al., 2015; Schiefele & Csikszentmihalyi, 1994).

A tanulási folyamatban szükség van motivációra (Irhamna et al., 2020). Ez fontos szerepet játszik abban, hogy szenvedélyt vagy lelkesedést biztosítson a tanuláshoz, így az erősen motivált diákok sok energiával rendelkezzenek a tanulási tevékenységek elvégzéséhez. Ha a diák motivált a tanulásban, az jó tanulmányi eredményeket fog eredményezni. A motiváció intenzitása nagyban meghatározza az elért tanulmányi eredmények szintjét. A motiváció a személyiségben bekövetkező olyan változás, amelyet a célok elérésére irányuló affektív tényezők, érzések és reakciók megjelenése jellemez.



A tanulók erős motivációja növeli az érdeklődést, a hajlandóságot és a lelkesedést az adott ismeretanyag iránt. Irhamna és társai által vizsgált kutatások (2020) is azt mutatják, hogy a tanulási motiváció szoros kapcsolatban áll a tanulási teljesítménnyel. Észrevették, hogy minél magasabb a tanulási motiváció, annál jobb a tanulmányi teljesítmény. Azok az emberek, akik egy adott területen nagyobb motivációval rendelkeznek, sokkal eredményesebbek azon a területen.

A motiváció mellett az önbizalom is fontos tényező, amely befolyásolja a diákok tanulmányi eredményeit. Az önbizalom nagyon fontos ahhoz, hogy a diákok sikeresek legyenek a matematika tanulásban. A magas önbizalommal rendelkező diákok ugyanis motiváltabbak lesznek és szívesebben tanulják a matematikát. Ennek köszönhetően a tanulók képesek megfelelő és hatékony lépéseket tenni különböző helyzetekben, még akkor is, ha kihívások merülnek fel önmaguk vagy mások részéről (Burton & Platts, 2006). A tanulók önbizalma hasznos a tanulási légkör megteremtéséhez is, amely támogatja a tanulókat abban, hogy a lehető legjobban végezzék el a rájuk bízott feladatokat és higgyenek saját kemény munkájuk eredményességében anélkül, hogy csalniuk kellene a sikerhez. Gyakran előfordul, hogy a diákok nem tudják teljes mértékben megmutatni a képességeiket, mert bizonytalannak érzik magukat abban, hogy képesek-e teljesíteni a rájuk bízott feladatokat. Ez különösen tetten érhető a matematika területén, ahol a megértés megerősítést ad, a tévedés viszont sokszor szégyenérzettel jár együtt, amely rombolja, az önbizalmat.

A kérdés az, hogy a matematika területén ez a motiváció meddig tartható fenn. A matematika esetében a problémamegoldás van a fókuszban, nem pedig a lexikális ismeretek elsajátítása. Ez pedig folyamatos kihívások elé állítja a diákokat, mert az érdeklődés fenntartása és a motiváció megléte a megoldandó problémák komplexitásának növekedésével egyre nehezebben megy. A siker elérésében meghatározó a tanulók kezdeményező készsége, amely azon múlik, hogy mernek-e kérdezni, gondolkodni vagy esetleg tévedni.

#### **4.2. A matematikai szorongás**

A tanulók matematikai problémamegoldó képességét számos külső és belső tényező befolyásolja. A XX. században sok kutatás csak a külső tényezőkre, a tanulási, tanítási módszerekre vagy stratégiákra összpontosított, holott valójában a belső tényezőknek is meglehetősen nagy szerepük van a matematikai problémák megoldásának képességében (Sukarti, 2018). A matematikai problémamegoldás természetéből adódóan több mint

rutinszerű alkalmazása a tanultaknak, ezért magasabb megértési szintet igényel. Ez pedig belső konfliktusokhoz vezethet a tanulóknál.

Amikor tanulásról beszélünk, akkor az egy konstruált helyzetben, célzottan, pedagógiai hatásgyakorlón keresztül, az oktatási rendszerbe ágyazottan és előre meghatározott eszközökkel történik. A tanulók teljesítménye ebben a kontextusban kiemelten a motiváción, a személyes képességek megélésén keresztül valósul meg, de számos egyéb pszichológiai tényező is hatást gyakorol rá. Ezek közül ki kell emelni egyet, amely a tanulók alacsony tanulmányi teljesítményét befolyásolja (Kumar & Karimi, 2010) és kifejezetten a számolási feladatokkal összefüggésben alakul ki: ez a matematikai szorongás. A matematikai szorongás azzal függ össze, amire már ötven éve felfigyeltek a kutatók, hogy a tanulók feszültnek érzik magukat, amikor számokkal dolgoznak, vagy matematikai problémákat oldanak meg (Richardson & Suinn, 1972).

A szorongás szélesebb körben elfogadott definíciója a másik személlyel vagy személyekkel való való vagy várt kommunikációtól való félelem (Opt & Loffredo, 2000). Ez a matematikatanulási kontextusban az alacsony önértékelés egyik következménye (Daane et al, 1986). Ez egyben a félelem, illetve a másokkal való interakciókra adott negatív reakciók indoka is (Beatty & Beatty, 1976; Smith et al., 1994; McGuire et al., 1995;). Xu (2004) a matematikai szorongást a feszültség, az ellenszenv, a frusztráció és a félelem komplex érzéseként határozza meg. Ez az a jelenség, ami gyakorlatilag ellehetetleníti a tanulók matematikatanulását. A tanórán tapasztalt élmények kellemetlen állapotot eredményeznek a diákoknál, amely arra készteti őket, hogy amennyire lehet, kerüljék a matematikát.

A matematikai problémák megoldásával összefüggésben sok diáknak kevés az önbizalma, amely a matematikai szorongás eredménye (Scarpello, 2005). A tanulók kellemetlen élményei a matematika tanórán, a szülők által közvetített tapasztalatok, vagy akár a tanárok hozzáállása is olyan tényezőként hatnak, amelyek befolyásolhatják a tanulók matematikai szorongását (Barnes, 2006). Ashcraft és Krause (2007) szerint, ha egy diáknak nehézségei vannak a munkamemóriájával, lassabban számol, akkor szintén a matematikától szorongó személlyé válik. Ezeket az eredményeket vizsgálva arra lehet következtetni, hogy a stressz, amely kihat a munkamemória használatára, kétségtelenül hatással van a matematikai teljesítményre. Viszont ez a folyamat visszafelé is hat: a matematikai teljesítmény is összefüggésbe hozható a matematikai szorongás növekedésével (Furner & Duffy, 2002; Hopko et.al. 2003). Minél nagyobb a matematikai szorongás, annál alacsonyabb lesz a matematikatanulás során a diákok eredményessége,

az ismeretanyag elsajátításának mértéke és a motiváltság szintje az új ismeretek felé. A regressziós elemzések kimutatták, hogy a matematikai szorongás szignifikáns előre jelzője a teljesítménynek, negatív a korreláció a matematikai szorongás és a matematikai teljesítmény között (Devine et al., 2012). Olaniyan és Salman (2015) arról számoltak be, hogy a matematikai szorongással küzdő tanulók hajlamosak azt állítani, hogy a matematika nehéz tantárgy, nem szeretik, nem gyakorolnak, sőt még a tanórát is kihagyják. Ez minden bizonnyal befolyásolhatja a matematika vizsgákon elért sikereiket.

A szorongás leküzdésének egyik megoldása lehet, hogy az oktató olyan stratégiákat használ módszertanilag, amelyek csökkentik a diákok terhelését. Ettől a diákok kényelmesen fogják érezni magukat (Oxford & Vordick, 2006) és csökken az ellenállásuk. Fontos, hogy a tanárok olyan célokat tűzzenek ki a diákoknak, amelyek teljesíthetőek, és ezen keresztül igyekezzenek a tanulók matematikai önbizalmának növelésére összpontosítani. Ha valaki állandóan olyan kijelentésekkel szembesül, mint például „a matematika nem fontos a világban” vagy „nem vagy jó matekos”, esetleg „a gyengébbek kedvéért nézzük meg még egyszer”, akkor ezek a kijelentések a tanulónál végül átfordulhatnak a saját matematikai kompetenciájukkal kapcsolatos negatív meggyőződésekbe (Chinn, 2008): „nincs matekos agyam”, „hülye vagyok a matekhoz”.

A megoldás egy másik útja a csoportmunkán keresztül valósulhat meg. Alsop (2004) arra a következtetésre jutott, hogy a matematikai szorongás jelentősen csökkent, amikor a diákok közösen dolgoztak egy matematikai probléma megoldásán. Az interaktív és kollaboratív tanítási stratégiák alkalmazásával azt is megállapította, hogy a diákok kevésbé szorongtak a matematikától, magabiztosabbak lettek a matematikai problémamegoldó képességeikben, és a saját tanulásukat illetően is nagyobb felhatalmazást kaptak a feladatok megoldásának kezdeményezése terén. Iossi (2007) tanulmánya szerint a szorongás minimalizálására irányuló stratégiák közé tartoznak még további stratégiák is, mint pl. az egyéni tanulási utak, a távoktatás, az azonos szinten lévő diákokból álló osztályok kialakítása és a célzott matematika szorongást oldó kurzusok.

A matematikai szorongás azonban nem csak azokat érinti, akik tanulnak. Az oktatók körében is tetten érhető ez a jelenség. A matematikai szorongás arra készíti a matematikatanárokat, tanárjelölteket, hogy passzívan fejlessék a kompetenciáikat, és elkerüljék azokat a helyzeteket, amikor matematikai szakértelmükre kellene támaszkodniuk. Jó példa erre az a helyzet, amikor a diák nem a megtanult módszer szerint oldd meg helyesen egy feladatot. Ilyenkor két út áll az oktató előtt. Vagy átgondolja a megoldást és megdicséri a diákot, vagy nem fogadja el azt, mert nem a tanult/tanított

sémát alkalmazza. Choppin (2011) világított rá arra, hogy a matematikai szorongással küzdő tanárok főként a tankönyv alapú tanításra támaszkodnak, amely az alapvető készségekre, a tanult formulák mechanikus alkalmazására és a minimális vitatevékenységekre helyezi a hangsúlyt. A matematikai szorongással küzdő tanárok kevésbé képesek a különböző matematika oktatási tanulás stratégiák osztálytermi alkalmazására (Swars et al., 2007). Ily módon valódi matematikai problémamegoldás nem történik az osztályteremben, és a pedagógusok az egyedi helyzetek felismerésében, és a tanulói igényekre és megoldásokra való reagálásában is gyengébben teljesítenek.

A matematikai szorongás miatt a diákok nehezen tanulják meg és alkalmazzák a matematikai fogalmakat (Gleason, 2008). Az érintett diákok úgy nőnek fel, hogy egyáltalán nem szeretik a matematikát, olyan tantárgynak tartják, amely nem szórakoztató, nehezen érthető, különböző feladatokat vagy problémákat kell megoldani, amit nem mindenki képes megtenni. A matematikai szorongás olyan érzés, amely félelemmel jár, amikor felmerül egy számolási kihívás, egy matematikai problémával való foglalkozás lehetősége. A matematikai szorongás hátrányosan befolyásolja a matematikatanulás folyamatát és eredményeit. Ez hatással van a diákok teljesítményére. A matematikai szorongás napjainkban globális problémává válik, amelyre új megoldási stratégiákat kell kidolgozni (Luttenberger et al., 2018).

### **4.3. A matematikai önhatékonyság**

A matematikai szorongással összefüggésben számos kutatás nevesíti az úgynevezett matematikai önhatékonyság fogalmát. Ezt úgy határozzák meg, mint az egyénnek a matematikai képességeivel kapcsolatos meggyőződése vagy felfogása arról, hogyan szeret tanulni. Más megközelítésben az önhatékonyságot úgy is definiálhatjuk, mint az egyén képességeinek megítélését egy adott feladat sikeres elvégzésével összefüggésben (Zimmerman, 2000). A motivációval összefüggésben a matematikai önhatékonyságot úgy határozzák meg, mint az egyén egyediségét és képességeit a szervezett, részletes és specifikus munka elvégzésére (Pastorino & Doyle-Portillo, 2013). Margolis és McCabe (2006) szerint az önhatékonyság az egyén a céljának elérésére vonatkozó egyéni képességéről alkotott meggyőződése. Ezért a tudatos önbizalommal rendelkező tanulók képesek nehéz feladatot is elvégezni és motiváltak a megoldáskeresésben. Arra is rámutattak, hogy a tanulók hogyan érik el az önhatékonyságot a tapasztalatok, a verbális meggyőzés és az érzelmi állapot révén. Az önhatékonysági meggyőzések befolyásolják az egyéni döntéshozatali folyamatokat (May & Glynn, 2008).

A kutatások eredményei azt mutatják, hogy a tanulási környezet és a tanítási módszer javíthatja az önhatékonyságot az osztályteremben (Bandura, 1991). Fencel és Scheel (2005) kimutatta, hogy a tanároknak különböző stratégiákat kell alkalmazniuk a tanítás során annak érdekében, hogy fejlesszék a tanulók önhatékonyságát. A tanítási módszerek az osztálytermi légkörön keresztül mérhetők. Tanulmányukban leírják, hogy a kollaboratív tanulás és a kutatásalapú tevékenységek nagyban hozzájárulnak a tanulók önhatékonyságának fejlődéséhez. Bandura (1991) is arra a következtetésre jutott munkájában, hogy a kooperatív tanulási stratégia javíthatja a tanulók önhatékonyságát és tanulmányi eredményességét. Schunk és Pajares (2002) további pedagógiai módszereket is azonosítottak, amelyek segíthetnek a tanulók önhatékonyságának javításában, mint pl. a személyes napló és a reflexiós dolgozat írása. Megoldás lehet a tanulók teljesítményének a tanár által kitűzött célhoz való viszonyítása, és nem az osztály többi tagjához való hasonlítása is.

Vannak tanulmányok, amelyek azt mutatják, hogy az önhatékonyság és a matematikai teljesítmény összefügg. Pajares és Miller (1994) majd Bong (1998) is kimutatták, hogy az önhatékonyság jó előre jelzője lehet az általánosabb tanulmányi teljesítménynek. Higbee és Thomas (1999) szerint a matematikai önhatékonyság befolyásolja a tanulók teljesítményét. Hall és Ponton (2002) pedig azt feltételezte, hogy ez a megállapítás alátámasztja Bandura azon nézeteit, hogy a matematikai teljesítmény az önhatékonyság legnagyobb forrása. Ha a diákok rendelkeznek matematikai önhatékonysággal, akkor fennáll annak a lehetősége, hogy kompetensebbek a matematikai problémák sikeres megoldásában (Kabiri & Kiamanesh, 2004; Liu & Koirala, 2009).

A kutatások alapján úgy tűnik, hogy az érdeklődés számos tantárgyi területen, különösen a matematikában szorosán összefügg az önhatékonysággal (Lent et al., 1991; Bong et al., 2015;). Rottinghaus et al. (2003) 60 független mintán végzett empirikus metaanalízist. Az eredmények azt mutatták, hogy az érdeklődés és az önhatékonyság közötti korreláció a matematikában érezhetően erősebb volt, mint más tantárgyi területeken. Ennek egyik oka az lehet, hogy az egyén másoktól vagy saját tevékenységéről kapott visszajelzések alapján erősítheti önhatékonyságát, ezáltal kompetensnek érzi magát és nem adja fel a tanulást (Bandura, 1986). A matematika esetében ezek a visszajelzések sokkal erősebb üzeneteket hordozhatnak mind a saját élmény területén: „megértettem, rájöttem a megoldásra”, mind mások által adott reakciók terén: „szuper, hogy sikerült kitalálnod az összefüggést”.

Az elmúlt évtizedek kutatásai egyértelműen rámutattak, hogy az önhatékonyság rendkívül erős előre jelzője a matematikai teljesítménynek (Pajares & Miller, 1994; Pajares & Kranzler, 1995; Pajares & Graham, 1999; Kitsantas et al., 2011; Cleary & Kitsantas, 2017). A magas önhatékonysággal rendelkező tanulók általában úgy vélik, hogy képesek az előttük álló célok elérésére, a problémák megoldására. Így hajlamosak nagyobb erőfeszítést tenni (Sakiz et al., 2012), jobban kitartanak, mint más diákok (Bandura, 1986; Schunk & Zimmerman, 2006; Hoffman & Schraw, 2009), eredményesebb stratégiákat használnak (Butler & Winne, 1995), és jobb matematikai teljesítményt érnek el (Fast et al., 2010). Az önhatékonyság a tanulók matematikai teljesítményének meghatározó tényezője (Skaalvik et al., 2015; Schöber et al., 2018).

#### 4.4. Matematikai szorongás és önhatékonyság

Azok a diákok, akiknek alacsony az önhatékonysága és úgy érzik, hogy gyenge a koncentrációjuk, hajlamosak a matematikai szorongás megtapasztalására (Fennema & Peterson, 1983). May szerint a matematikai szorongás és az alacsony önhatékonyság hatással van a matematikaoktatásra. Ezek a tényezők befolyásolják a tanulók matematikai teljesítményét, ezért nagyon fontos a kapcsolatuk. May (2009) tanulmánya szerint azok a diákok, akik sikeresen vizsgáztak, magasabb önhatékonysággal és alacsonyabb szorongással rendelkeztek, mint azok, akik megbuktak.

Di és Chan (2020) az önhatékonyság és a matematikai szorongás közvetítő szerepét és a matematikai érdeklődésnek a matematikai teljesítményre gyakorolt hatását vizsgálták. Kína 4 tartományából összesen 158161 nyolcadik osztályos tanuló vett részt a felmérésükben. Az eredmények azt mutatták, hogy

- (1) a matematikai érdeklődés közvetlen és pozitív hatással volt a diákok matematikai teljesítményére;
- (2) a matematika iránti érdeklődés és a matematikai teljesítmény közötti pozitív kapcsolatot az önhatékonyság befolyásolja;
- (3) az önhatékonyság és a matematikai szorongás meghatározza a matematikai eredményességet.

Azok a diákok, akik szoronganak a matematikatanulás miatt, általában a matematikai számonkéréseken (dolgozat, felelés, vizsga) nyújtott teljesítményük miatt aggódnak (Ashcraft & Ridley, 2005). Az így kialakuló stresszhelyzet lefoglalja a problémamegoldáshoz elengedhetetlen munkamemóriában lévő erőforrásaikat, ami

kulcsfontosságú a matematikai készségek használatához a matematikai problémák megoldása során (Richardson & Suinn, 1972; Ashcraft & Kirk, 2001; Beilock et al., 2004; Mammarella et al., 2015). A matematikai szorongás mellé sokszor fiziológiai reakciók is társulnak, mint a fájdalom (Lyons & Beilock, 2012; Pletzer et al., 2015), vagy negatív érzelmeket éreznek (Ma, 1999; Ashcraft, 2002; Young et al., 2012; OECD, 2013; Ramirez et al., 2018), és ezért a diákok kerülnek a matematikát vagy azokat a matematikával kapcsolatos helyzeteket, amelyek ezt a szorongást kiváltják (Beasley et al., 2001; Ashcraft & Ridley, 2005; Ashcraft & Moore, 2009; Chang & Beilock, 2016).

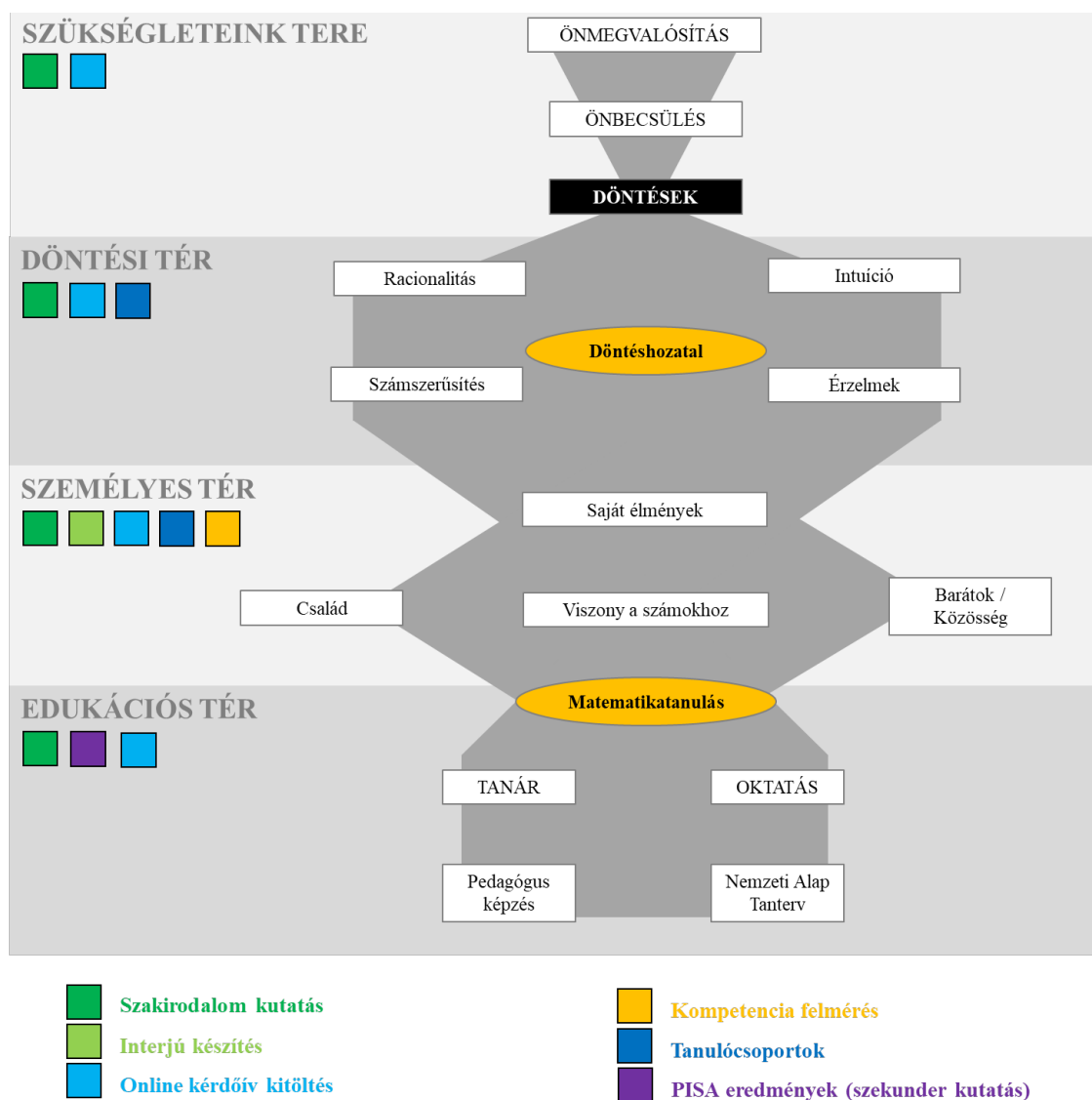
Több kutatás is igazolta, hogy szignifikánsan negatív korreláció van a matematikai szorongás és a matematikai teljesítmény között (Ma, 1999; Chang & Beilock, 2016; Foley et al., 2017; Gunderson et al., 2018; Ramirez et al., 2018; Wang, 2019). A magas matematikai szorongással küzdő diákok általában rosszabbul teljesítenek, mint az alacsony szorongással küzdő társaik (Ashcraft & Moore, 2009; OECD, 2013), különösen az összetett matematikai feladatok megoldásakor (Ashcraft & Kirk, 2001; Ashcraft & Moore, 2009). Az OECD (Organisation for Economic Cooperation and Development) országok között a diákok matematikai teljesítményében mutatkozó eltérések 14%-a magyarázható a matematikai szorongással (OECD, 2013).

A kutatások szerint az önhatékonyság szignifikánsan összefügg a matematikai szorongással (Pajares & Miller, 1994; Pajares & Kranzler, 1995; Jameson, 2014). Bandura (1986, 1997) szociális kognitív elmélete is kitér az önhatékonyság és a szorongás közötti kapcsolatra. Az elmélet szerint a tanuló észlelt önhatékonysága döntő szerepet játszik a szorongás érvényesítésében. Azok, akik úgy gondolják, hogy képesek kezelni az aggodalmat keltő „káros eseményeket”, általában sikeresebbek a szorongást pozitív eredményekké alakítani, átkeretezni. Míg a matematikával szemben gyenge önhatékonysággal rendelkező tanulók hajlamosak szorongani a tanulmányi követelmények teljesítése miatt. Más szóval, a szociális kognitív elmélet azt állítja, hogy a matematikával kapcsolatos szorongásért a tanulóknak a matematikával kapcsolatos önhatékonysága a felelős (Bandura, 1997). Emellett empirikus kutatások kimutatták, hogy a matematikai önhatékonyság szignifikánsan előre jelezte a matematikai szorongást (Akin & Kurbanoglu, 2011). A magas matematikai önhatékonysággal rendelkező diákok kevesebb matematikai szorongást és jobb teljesítményt nyújtanak a nehéz feladatok megoldásában, mint az alacsonyabb önhatékonysággal rendelkező társaik (Lee, 2009; Hoffman, 2010).

## V. UTAK - A KUTATÁSI TERV ÉS ELEMZÉSI MÓDSZERTAN

A kutatás módszertanilag kevert, mert több aspektusból közelíti meg a kutatási kérdéseket. Ilyen módon kvantitatív és kvalitatív kutatómódszertani elemek egyaránt alkalmazásra kerülnek. Kiemelendő azonban, hogy a kutatás tengelyét egy online kérdőíves kutatásra épülő adatfelvétel adja, amelynek eredményeit egészíti ki, erősíti meg a többi, kapcsolódó kutatási-, adatfelvételi irány. A kutatási mező és a kutatási terv elemeinek kapcsolatát a 11. ábra mutatja.

11. ábra: A kutatási mező és a kutatási terv elemeinek kapcsolata (saját szerkesztés)





## 1. Primer kutatások

A primer kutatások célja, a matematikai kompetenciák oktatásának meglévő irányzatai és a számfogalom és számszerűsítés személyes megélése, megítélése a matematikatanulás hasznosságának függvényében, valamint a döntéelméleti kontextus megismerése. Tekintettel arra, hogy a primer kutatások kvalitatív módszertanú kutatásokat is tartalmaznak, így helyenként a szerző egyes szám, első személyben fogalmaz meg kutatói önreflexiót.

### 1.1. Szakirodalom kutatás

Az elmúlt évtizedekben a jelen kutatással összefüggésben született publikációk elemzése, hogy feltárássra kerüljenek a kutatási témával összefüggő korábban elért eredmények, nézetek.

**A kutató szerepmeghatározás:** a nyomozó.

**Elhelyezés a kutatási mezőben:** A fő vizsgálati terület a teljes kutatási mező által lefedett témakörökkel kapcsolatos kutatások.

**A kutatás módszertana:** A kutatás átfogó szakirodalmi áttekintésen alapul. Elméleti alapja a személyes tapasztalatokon alapuló és azt alátámasztó célzott tématerület választás, illetve jelen esetben ezen területek közötti összefüggések feltárása. Mindezek fényében, illetve a módszertani szempontokat figyelembe véve, az alábbi lépések mentén valósult meg:

- Kutatási fókusz meghatározása: A cél az volt, hogy a gazdaságtudomány, a döntéelmélet és a matematikaoktatás területein elérhető információk átfogó kontextusban kerüljenek értelmezésre.
- A témakörök fogalmi áttekintése: Meghatározásra került, hogy melyek azok a kulcsfogalmak, amelyeken keresztül felépítésre és értelmezésre kerül a doktori értekezés. Szintén itt kerültek meghatározásra azok a keresőszavak, amelyek mentén a szakirodalmi áttekintés megtörtént.
- Szakirodalmi áttekintés: A szakirodalom keresésére három online kereső/adatbázis állt rendelkezésre, amelyek a (1) Scopus, a (2) Web of Science és a (3) Google Scholar voltak. Ezek mellett jelentős elsődleges forrást biztosítottak azok a nyomtatott szakirodalmi források, melyek korábbi saját gyűjtésből származtak személyes szakmai érdeklődés nyomán.

Jellemzően az ezekben talált szakirodalmi hivatkozások másodlagos forrást biztosítottak.

- Irodalomelemzés és szintézis: A kutatásba bevont szakirodalmi források kiválasztásánál szerepet játszott azok kapcsolata, kapcsolódása az elméleti szintézishez, amellet, hogy a legismertebb tudományterületi felfogások is megjelenjenek az elemzésben.
- Véglegesítés: A felépített történeti út mentén az egyes források releváns gondolatainak az összedolgozása.

## 1.2. Interjúkészítés

A kutatásban több célcsoportból származó személyekkel készültek interjúk azzal összefüggésben, hogy a matematika, illetve a matematikai tudás különböző, a korábbiakban felvázolt aspektusait vizsgálni lehessen:

- Felnőtt munkavállalók / vezetők: Az interjúk célja az volt, hogy kiderüljön életükben és munkájukban a matematika milyen mértékben van jelen;
- Diákok (általános és középiskola, illetve felsőoktatás): Az interjúk célja az volt, hogy feltárásra kerüljön a fiatalok hozzáállása a matematikához és megéléseik a matematika oktatással kapcsolatos tapasztalataikról;
- Matematikát tanítók: Az interjúk célja az volt, hogy elmondják, hogy mit és miért szeretnének a különböző korosztályoknak tanítani a matematikán keresztül.

**A kutatói szerepmeghatározás:** a kíváncsi.

**Elhelyezés a kutatási mezőben:** A fő vizsgálati terület az Edukációs tér és a Személyes tér.

**A kutatás módszertana:** Az interjúk elkészítése online (a koronavírus alatti járványügyi intézkedések miatt) vagy személyesen történt, félstrukturált formában. Minden esetben a hanganyag került rögzítésre, amely alapján leírat készült az interjúról. Az adatfelvétel anonim volt, a hanganyag rögzítése minden esetben személyes beleegyezésen alapult.

A mintavétel tekintetében szakértői kiválasztás történt, mert a cél az volt, hogy különböző társadalmi-, tanulmányi-, életkori-, háttérrel rendelkező személyek számoljanak be a saját matematikai narratívájukról.

Az interjúk előre meghatározott kérdései az alábbiak voltak:

- Ha a matematikára, mint színre kellene gondolnod, mi jutna az eszedbe?

- Ha a matematikára, mint ruhadarabra kellene gondolnod, mi jutna az eszedbe?
- Mikor talákoztál először a matematikával?
- Mik az emlékeid általános és középiskolából és a felsőoktatásból?
- Mit adott neked a matematikatanulás?
- Milyenek voltak a matektanáraid?
- Melyik volt életednek az a pillanata, amikor úgy érezted, hogy nagyon kellett a matek?
- Gyerekeid hogyan állnak a matekhoz? Kell őket motiválni?
- Ha kellő erőforrásod lenne, min változtatnál a matektanításban?

Az adatfelvétel a 2020. évben történt.

Az interjúk érdekessége, hogy egyik kutatótársa a doktori értekezés szerzőjével is elkészítette az interjút, amelyet ő készített el másokkal a kutatás érdekében. Ilyen módon az elemzésnek része lesz a szerző által képviselt álláspontra való önreflexió is.

### 1.3. Online kérdőív kitöltetés

Az online kérdőív azt vizsgálta, hogy milyen tipikus attitűdök azonosíthatóak a matematikával kapcsolatban, s ezekre milyen hatással vannak a matematika tanulás során szerzett élmények, illetve milyen a matematika szerepének megítélése. A kérdőív 5 blokkból állt. Az elsőben a válaszadók demográfiai háttere került felmérésre. A másodikban a matematikával kapcsolatos szabad asszociációk voltak a fókuszban. A harmadikban a matematikatanulási élményeket kellett feleleveníteni. A negyedik blokk a szakmai döntések, a munka és a matematika kapcsolatára kérdezett rá. Végül pedig a személyes vélemények kerültek feltárássra, az, hogy az egyes foglalkoztatási területekkel összefüggésben mit gondolnak a válaszadók, mennyire van szükség a matematikára.

A kérdőív eredményeinek a kiértékelésénél különös figyelemmel kellett lennem arra, hogy a kérdésselvetésekre hatással lesz előzetes beállítódásom. Ezért képesnek kellett lennem elvonatkoztatni kutatási céljaimtól és nem egy irányba terelni a gondolkodást a kérdések által.

Az alkalmazott kérdések és adatfelvételi módszerek alapján leíró és többváltozós statisztikai módszereket használva elemeztem a válaszokat. Ezen elemzések alatt a bevonódásom minimális volt, amelyben segített az adatfelvétel módja is.

**A kutatói szerepmeghatározás:** a könyvelő.

**Elhelyezés a kutatási mezőben:** A fő vizsgálati terület az Edukációs-, Személyes- és Döntési tér.

**A kutatás módszertana:** A kérdőív a digitális térben került kialakításra, megosztásra és kitöltésre. Az adatfelvételi eszköz a Qualtrics volt. Az adatfelvétel önkitöltős formában valósult meg, így fontos volt, hogy a kérdésfelvetés egyértelmű legyen, a lehető legtöbb félreértelmezési lehetőséget kizárva, az ebből adódó torzítások kizárása érdekében.

Tekintettel arra, hogy az alapsokaságról nem álltak rendelkezésre ismeretek a kutatási kontextusban meghatározott vizsgálati szempontok szerinti jellemzéssel összefüggésben, így a mintavétel hólabda módszerrel valósult meg. A kérdőív linkje az online közösségi terekben került megosztásra (Facebook, LinkedIn illetve direkt e-mail formában, az egyszerűen elérhető alanyok módszerével). Továbbá egy kapcsolódó kommunikációs kampány is kísérte a kérdőív terjesztését.

A beérkezett válaszok alapján történő demográfiai kiértékelést követően került ellenőrzésre a minta reprezentativitásának kérdése, de az előzetes várakozások alapján annak feltételei nem tudtak teljesülni. Tekintettel arra, hogy a kutatás feltáró jellegű, ez nem hátráltatja az eredmények kiértékelését és értelmezését.

Az elemzés tekintetében a kérdésekre adott válaszok alapján kvalitatív és kvantitatív elemzést is végre kellett hajtani az adatokon. A kvalitatív területeken a kódolást követően a személyes narratívák kerültek elemzésre, továbbá a szabad asszociációs válaszokat mind szimbólum, mind a pszichológiai archetípusok oldalról elemezni kellett. A kvantitatív elemzés érdekében feltett kérdések esetében jellemzően a feleletválasztós, vagy 5 fokú Likert-skálán feltett kérdések domináltak. Ezek esetében a leíró statisztikai elemzésen túl többváltozós statisztikai elemzéseket is végre lehetett hajtani. Végül kiemelendő, hogy a vizsgálatokat – tekintettel a nagy mintaelemszámra -, a fő demográfiai adatokra alapozott klaszterek mentén is el lehetett végezni, külön vizsgálva a kialakításra kerülő klaszterek közötti eredmények eltéréseit is.

#### 1.4. Tanulócsoportok

A Kooperatív Doktori Program lehetőséget teremtett arra, hogy egy üzleti partnerrel kialakításra kerüljenek olyan tanulócsoportok (összesen kettő), ahol tervezett módszertan

szerinti matematikai kompetenciafejlesztő program kerülhetett végrehajtásra. A csoportalkalmak hang, és ahol lehetséges volt, képi rögzítése is megtörtént.

**A kutatói szerepmeghatározás:** a mentalista.

**Elhelyezés a kutatási mezőben:** A fő vizsgálati terület a Személyes tér és a Döntési tér.

**A kutatás módszertana:** A tanulócsoport összeállítása tervezetten két csoportot foglalt magában, amely a kutatás vállalati partnerének munkavállalóiból állt olyan módon, hogy a szervezet minden szintje képviseltette magát, az ügyvezető igazgatótól a recepciósig. Ilyen módon a mintavétel az egyszerűen elérhető alanyok módszerével történt. A csoportoknak egyazon program került kidolgozásra, hasonló tematika mentén.

### 1.5. Kompetencia felmérés

A kiválasztott tanulócsoportokon tervezett módszertan szerinti matematikai készségfejlesztés végrehajtása érdekében egy előzetes majd egy követő teszt került kitöltésre és elemzésre. Ennek célja az volt, hogy mérni lehessen, hogy a tervezetten végrehajtott matematikai kompetenciafejlesztés a személyiség és a kompetenciák szintjén milyen területekre van hatással.

**A kutatói szerepmeghatározás:** a lélekbúvár.

**Elhelyezés a kutatási mezőben:** A fő vizsgálati terület a Döntési tér és a Szükségleteink tere.

**A kutatás módszertana:** A kompetencia felmérés a tanulócsoportokban résztvevő személyek esetében történt meg. Ilyen módon a mintavétel az egyszerűen elérhető alanyok módszerével történt, szakértői kiválasztással. Az adatfelvétel tervezetten két alkalommal zajlott: (1) a tanulócsoportokkal történő közös munkavégzés megkezdése előtt; (2) a tanulócsoportokkal végrehajtott fejlesztéseket követően.

A felméréshez a ProfileXT (PXT) kompetenciafelmérő teszt került alkalmazásra.

Ez a teszt a teljes személyiséget vizsgálja az alábbi szempontok szerint:

- kognitív képességek és gondolkodási stílus;
- viselkedésbeli tulajdonságok;
- érdeklődési kör.

A kérdőív kitöltése átlagosan 70-90 percet vett igénybe, de nincs időhöz kötve. Maga a felmérés online történt, ilyen módon az adatfelvétel kényelmesen, személyes jelenlét igénye nélkül tudott megvalósulni.

## 2. Szekunder kutatás.

### A „PISA kutatás”

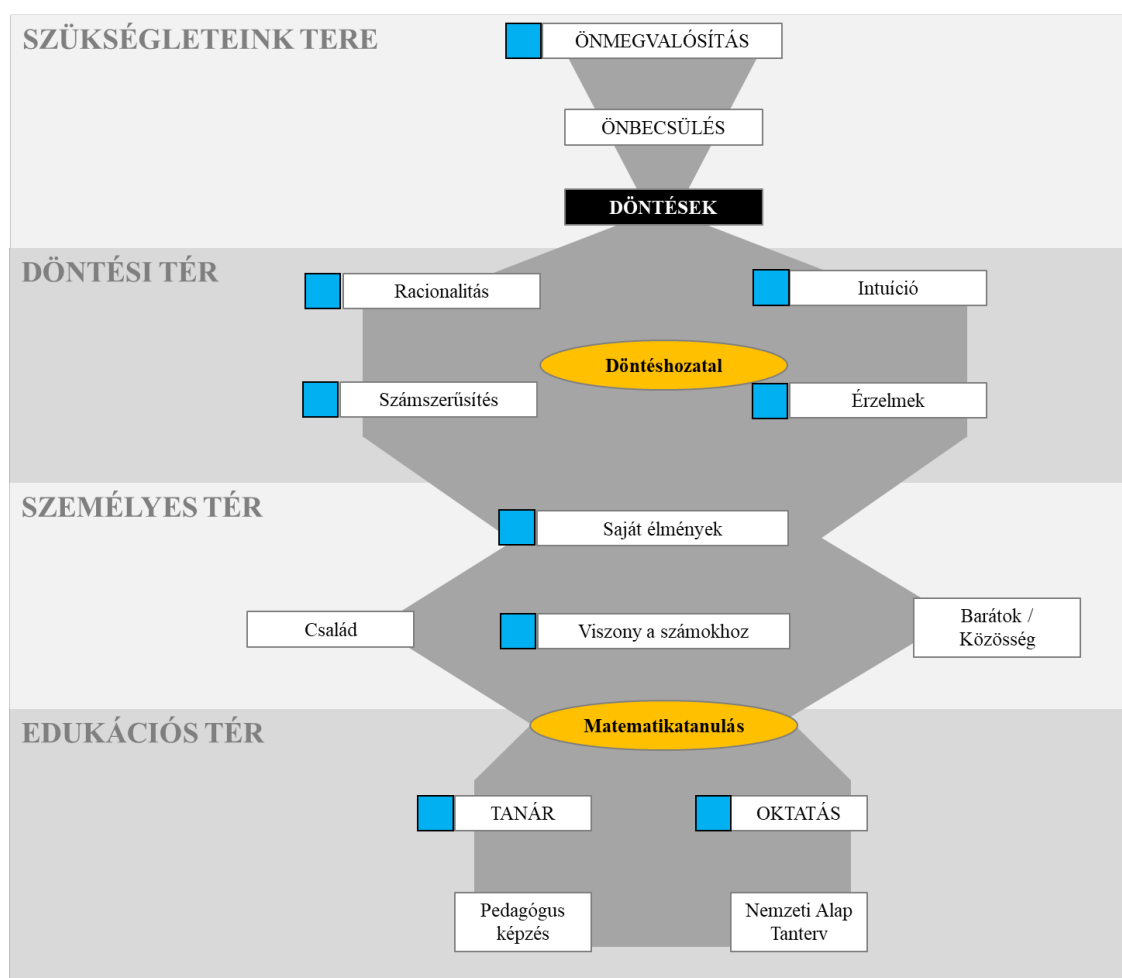
A tanulói kompetenciaszintek elemzésére és a nemzetközi kontextusba helyezés érdekében az úgynevezett Programme for International Student Assessment (PISA) kutatások eredménye került elemzésre. Ennek a kutatásnak az volt a célja, hogy a középiskolások körében felmérje, hogy a 15 éves diákok milyen ismereti háttérrel rendelkeznek.

A PISA mérésekben egyre több ország vesz részt (PISA, 2019). A hetedik mérés 2018-ban történt, amikor már 79 ország és oktatási rendszer képviseltette magát. Az országokban közel 32 millió 15 éves diák van, akiket körülbelül 600 000 tanuló reprezentált a felmérésben. A mérés azokat a diákokat tekinti 15 évesnek, akiknek az életkora 15 év 3 hónap és 16 év 2 hónap között van az adatfelvétel idején. Ebben a hazai diákokat 5132 tanuló képviselte 245 iskolából. 324 tanuló 7. vagy 8. évfolyamos, 3800 tanuló 9. évfolyamos, 1006 tanuló 10. évfolyamos és 2 tanuló 11. évfolyamos volt a felmérés idején.

## VI. FÓKUSZ – A KUTATÁS EREDMÉNYEINEK BEMUTATÁSA

Tekintettel a kutatás komplexitására, terjedelmére és a doktori értekezés formai és tartalmi határaitra, valamint a disszertációtervezetre adott bírálói javaslatokra, jelen doktori értekezés keretében a primer kutatások közül az on-line kérdőíves kutatás főbb kvantitatív eredményei kerülnek bemutatásra és elemzésre (12. ábra). A kutatási tervben részletezett további kutatások eredményei tematikusan, hazai és nemzetközi szakmai folyóiratokban és konferenciákon jelennek majd meg a későbbiekben a jelenlegi doktori értekezés eredményeire épülve.

12. ábra: A kutatási mező és a kutatási kérdőív kérdéseinek kapcsolata. Kék négyzettel jelölve, hogy a kutatási mező mely elemeihez kapcsolódnak a kérdések. (saját szerkesztés)



## 1. Online kérdőív részletes bemutatása

### 1.1. A mintavétel

A kutatásban nem a véletlen mintavételi eljárás került alkalmazásra. Ennek oka, hogy a mintavételnek kifejezett célja volt, hogy olyan alanyok kerüljenek jó eséllyel kiválasztásra, akik vélhetően több időt töltenek, töltöttek az oktatási rendszerben matematikatanulással, ily módon közvetlenül rendelkeznek tapasztalattal annak rövid-, közép- és hosszútávú hatásairól. Ezért az alkalmazott technika a hólabda-mintavétel volt (Sajtos és Mitev, 2007), amely egy nem valószínűségi mintavételi eljárás. Kifejezett cél volt, hogy a kutatási alanyok meghatározott csoportokba tartozzanak.

A hólabda módszer alkalmazását és elfogadását számos tudományos publikáció tárgyalja, mint például Goodman (1961), aki az egyik korai tanulmányában vizsgálta ezt a technikát, vagy Biernacki és Waldorf (1981), akik részletesen elemezték a módszer alkalmazási lehetőségeit és korlátait. Ezek a munkák segítenek megérteni a hólabda mintavétel elméleti alapjait és gyakorlati alkalmazását, valamint annak hatékonyságát és korlátait különböző kutatási kontextusokban.

Jelen kutatásban a mintavételi eljárás egyik fő hátránya, hogy nem biztosít véletlenszerű mintavételt, így a kapott eredmények nem feltétlenül általánosíthatók a nagyobb populációra. Emellett fennáll a minta torzulásának veszélye is, mivel a minta gyakran a kezdeti résztvevők szociális hálózataira korlátozódik, ami befolyásolhatja az eredmények objektivitását.

Fenti korlátozó tényezőket két szempontból is igyekezett a mintavételi eljárás kompenzálni:

- 1) A mintavétel során, a kezdőpont nem csak a személyes közösségi platformok (Facebook és LinkedIn) voltak, ahol első körben a kutató a saját személyes és szakmai hálózatába tartozó alanyokat érte el, hanem olyan, a kutatással összefüggésben készült online cikkekhez kapcsolódóan is megjelent felhívás a kitöltésre, amely biztosította, hogy független alanyok is hozzáférjenek a kérdőívhez;
- 2) Tekintettel a minta elemszámának maximalizálására (több mint 500 fő), a mintavételi hiba csökken és a megbízhatóság nő (Alreck-Settle, 1995).

Fontos azonban kiemelni, hogy a kutatás feltáró jellegű, így rövid távú célja, hogy a kutatási kérdéseket és az azokhoz tartozó elsődleges hipotéziseket vizsgálja és



előkészítsen egy olyan követő kutatást, amelyet a jelen eredmények indokolnak. Éppen ezért kiemelt fontossága van annak a tényezőnek is, hogy a mintavétel módjára tekintettel azok töltötték ki a kérdőívet, akik úgy érezték, hogy valamilyen módon kapcsolódnak annak témaköréhez. Jelenleg nem volt cél azok kutatása, akik nem kapcsolódnak a matematikához. Az adatfelvétel a 2021. év folyamán történt.

## 1.2. A kérdőív részletes felépítése

A kérdőív 5 blokkból állt. Az adatfelvételi eszköz a Qualtrics volt, amelyben a kitöltők a személyes adataik védelmére és az anonimitásra figyelemmel lépésről lépésre válaszoltak a kérdésekre. Az adatfelvétel önkitöltős formában történt. A kérdőív az online közösségi terekben került megosztásra (Facebook, LinkedIn) az egyszerűen elérhető alanyokat megcélozva, a korábban bemutatott hólabda módszerrel. Tekintettel arra, hogy a kutatás feltáró jellegű volt, ezért a minta reprezentativitása nem volt elvárás. Számos – későbbiekben jelölt – kérdés esetén a lehetséges válaszok meghatározásánál figyelembevételre került a Központi Statisztikai Hivatal (KSH) által meghatározott kategorizálás.

### (1) Az első blokk: A demográfiai háttér megismerése

A demográfiai háttér esetében azok a jellemzők kerültek felmérésre, amelyek leginkább meghatározzák a válaszadók személyes jellemzőit. A kutatás szempontjából ezek a következők:

- A válaszadó neme (Q1): férfi, nő, egyéb; változó típusa: nominális;
- A válaszadó születési éve (Q2); változó típusa: ordinális;
- A válaszadó lakóhelyének típusa (Q3, KSH alapján): Főváros, Kis- és középváros, Megyeszékhely / Megyei jogú város, Község, Nagyváros, Egyéb; változó típusa: nominális;
- A válaszadó legmagasabb iskolai végzettsége (Q4): Alapfokú végzettség, Középfokú végzettség, Felsőfokú végzettség, Tudományos fokozat; változó típusa: nominális;
- A válaszadó személyes beállítódása (Q16): Inkább „reál”, Inkább „humán”, Inkább „művész”, Vegyes; változó típusa: nominális;
- A válaszadó munkaterülete (Q5): Fizikai, Szolgáltató, Szellemi; változó típusa: nominális;

- A válaszadó munkaköre (Q8): Szabadfoglalkozású, Beosztott, Csoportvezető, Középvezető, Felsővezető, Diák, Nyugdíjas; változó típusa: nominális;
- A válaszadó munkahelyének típusa (Q6): Egyéni vállalkozó, Kis- és közép vállalkozás, Hazai nagyvállalat, Multinacionális nagyvállalat; Tanuló, Nem dolgozom, Oktatási területen dolgozom; változó típusa: nominális;

## (2) A második blokk: A matematikáról, szabadon

A személyes szabad asszociációk felmérésének a célja az volt, hogy kvalitatív képet kaphassunk arról, hogy milyen érzések vannak a válaszadókban a matematika tantárggyal, a matematika oktatásával kapcsolatban. A válaszok minden esetben szabadszavas módon történtek. Ezeknek a válaszoknak a kiértékelése nem ennek az elemzésnek a célja, de a teljesség kedvéért a kérdések itt is bemutatásra kerülnek:

- A válaszadók szerint, ha a matematika szín lenne, akkor milyen színű lenne (Q37);
- A válaszadók szerint, ha a matematika ruhadarab lenne, akkor milyen ruha lenne (Q40);
- Ha a válaszadók matematikára gondolnak, akkor milyen érzések, gondolatok, képek jutnak eszükbe (Q39);
- Ha a válaszadók a matematika tanáraikra gondolnak, akkor milyen érzések, gondolatok, képek jutnak eszükbe (Q41);
- Ha a válaszadók a matematika órákra gondolnak, akkor milyen érzések, gondolatok, képek jutnak eszükbe (Q42).

## (3) A harmadik blokk: Matematikatanulási élményeink

A harmadik blokkban ötfokozatú Likert skálán kellett a matematikatanulást és az azzal kapcsolatos élményeket, tapasztalatokat értékelni. A válaszokat minden esetben az oktatási szintekhez rendelve kellett megadni, azaz alapfokú-, középfokú-, felsőfokú tanulmányok és a tudományos fokozatszerzés esetében. A matematikai sikeresség esetében az ötfokú skála a magyarországi értékelési rendszerben szerzett átlagos eredményeknek feleltek meg. A kérdések az alábbi területeket fedték le:

- A válaszadók - emlékeik szerint - mennyire voltak sikeresek matematikából tanulmányaik során (Q9\_1: Alapfokú matematikai tanulmányok, Q9\_2: Középfokú matematikai tanulmányok, Q9\_3: Felsőfokú matematikai tanulmányok; Q9\_4: Tudományos fokozat; Együtt: Q9); Az öt csillag kiválasztása

az ötös, az egy csillag kiválasztása az elégtelen tanulmányi teljesítményt jelölte. A változó típusa: metrikus.

- A válaszadók – emlékeik szerint – mennyire szeretették a matematikát tanulni tanulmányaik során (Q10\_1: Alapfokú matematikai tanulmányok, Q10\_2: Középfokú matematikai tanulmányok, Q10\_3: Felsőfokú matematikai tanulmányok; Q10\_4: Tudományos fokozat. Együtt: Q10); Az öt csillag kiválasztása a "nagyon szerettem", az egy csillag kiválasztása az "egyáltalán nem szerettem" kategóriákat jelölte. A változó típusa: metrikus.
- A válaszadók - emlékeik szerint - mennyire szerették a matematika tanáraikat a tanulmányaik során (Q11\_1: Alapfokú matematikai tanulmányok, Q11\_2: Középfokú matematikai tanulmányok, Q11\_3: Felsőfokú matematikai tanulmányok; Q11\_4: Tudományos fokozat; Együtt: Q11); Az öt csillag kiválasztása a "nagyon szerettem", az egy csillag kiválasztása az "egyáltalán nem szerettem" kategóriákat jelölte. A változó típusa: metrikus.
- A válaszadók - emlékeik szerint - mennyire érezték hasznosnak a matematikából tanultakat tanulmányaik során (Q12\_1: Alapfokú matematikai tanulmányok, Q12\_2: Középfokú matematikai tanulmányok, Q12\_3: Felsőfokú matematikai tanulmányok; Q12\_4: Tudományos fokozat, Együtt: Q12); Az öt csillag kiválasztása a "nagyon hasznos volt", az egy csillag kiválasztása az "egyáltalán nem értem miért kellett" kategóriákat jelölte. A változó típusa: metrikus.
- A válaszadóknak - emlékeik szerint - mennyire kötötték le a figyelmüket a matematika tanórák tanulmányaik során (Q18\_1: Alapfokú matematikai tanulmányok, Q18\_2: Középfokú matematikai tanulmányok, Q18\_3: Felsőfokú matematikai tanulmányok; Q18\_4: Tudományos fokozat; Együtt: Q18); Az öt csillag kiválasztása a "teljes mértékben lekötötték", az egy csillag kiválasztása az "egyáltalán nem kötött le" kategóriákat jelölte. A változó típusa: metrikus.
- A válaszadóknak szüksége volt-e fizetett különóra, és ha igen, akkor mely tanulmányaik alatt (Q13): alapfokú tanulmányok alatt; középfokú tanulmányok alatt; felsőfokú tanulmányok alatt; tudományos fokozat megszerzésekor; sosem. A változó típusa: nominális;
- Azoknak a válaszadóknak, akik jártak különórahoz, milyen élmény volt a különóra (Q21): jó volt és végre megértették a matekot; egyénileg tudott

gyakorolni, de nem volt más, mint az órán; a különtanár sem segített jobban megérteni. A változó típusa: nominális.

- A válaszadók jártak-e matematika szakkörre (Q22): igen, nem. változó típusa: nominális;
- Azok a válaszadók, akik érettségiztek, azt milyen szinten tették (Q20): középszint (régén az iskolai érettségi); emelt szint (régén az egyetemi felvételi vizsga); nem érettségizett matematikából. A változó típusa: nominális.
- A válaszadók pályaválasztásában milyen szerepet játszott a matematika (Q15): olyan pályát választott, amihez nem kellett a matematika; olyan pályát választott, amihez kell a matematika; olyan pályát választott, ami kifejezetten matematika igényes; pályaválasztás előtt áll. A változó típusa: nominális.
- A válaszadóknak meg kellett jelölniük kedvenc matematikai témakörüket is (Q14). Itt cél volt, hogy mindenképpen jelenjen meg minden válaszadó előtt legalább egy terület, ezért nem lehetett olyan választ adni, amelyben elkerüli azt. Az alábbi témakörök közül lehetett több választ is megjelölni: Matematikai logika, Halmazelmélet, Számelmélet, Algebra, Síkgeometria, Térgeometria, Vektorok, Trigonometria, Koordinátageometria, Kombinatorika, Gráfok, Függvények, Sorozatok, Az egyváltozós függvények analízisének elemei, Statisztika, Valószínűség-számítás. A változó típusa: nominális.

#### (4) A negyedik blokk: Munka és matematika

A negyedik blokkban a pályaválasztás, munka és a döntések háromszögében került vizsgálatra a matematikával való kapcsolat:

- A válaszadóknak meg kellett adniuk, hogy a mindennapi feladataikkal kapcsolatos döntésekben mikor használnak matematikai megközelítést (Q26): mindig matematikai alapon döntenek; attól függ milyen döntésről van szó; nem szokott, tudatosan biztos nem. A változó típusa: nominális.
- A válaszadóknak meg kellett adniuk, hogy a számok szokták-e a mindennapi feladataikkal kapcsolatos döntéseiknél befolyásolni (Q28): igen; attól függ, milyen döntésről van szó; nem, ritkán találkozik számokkal. A változó típusa: nominális.
- A válaszadók mit gondolnak, vajon a saját döntéseik meghozatalában segítené-e őket a matematikai megközelítés (Q29): igen, mindenképpen; attól függ, milyen

döntésről van szó; nem hinné, hogy máshogyan döntene. A változó típusa: nominális.

- A válaszadók mit gondolnak, hogy aki matematikából jó, az jobb döntéseket tud hozni (Q30): igen, mindenképpen; attól függ, milyen döntésről van szó; nem hinné, hogy máshogy döntenének. A változó típusa: nominális.
- Mi az, amiben a válaszadókat a leginkább segítette a matematikatanulás (Q31): megtanult jól számolni; megtanult logikusan gondolkodni; minimális előnyét látja. A változó típusa: nominális.
- Milyen döntéshozónak tartja magát a válaszadó, ahol is egy 10 fokú Likert skálán kellett megadni ennek értékét, amely szerint az 1-es érték, ha teljes mértékben intuitív gondolkodó, a jobb oldali 10-es érték, ha maximálisan racionális gondolkodó (Q32). A változó típusa: metrikus.
- A válaszadónak szabad szavas válaszadással olyan eseteket kellett felsorolni az életükből, amikor a matematikatudásukat kellett használniuk (Q33). A változó típusa: nominális.

#### (5) Az ötödik blokk: Foglalkozások és a matematika

Ebben a blokkban az volt a cél, hogy felmérésre kerüljön, hogy az egyes foglalkoztatási területekkel összefüggésben a válaszadók milyen percepciókat támasztanak a matematikai képességek szükségességét illetően (Q23). A válaszokat 5 fokú Likert-skálán adták meg, ahol az 5-ös érték azt reprezentálta, hogy az iskolai matematika tanulmányok nagyon hasznosak az adott területen, az 1-es pedig, hogy az iskolai matematikai tanulmányok teljesen feleslegesek azon a területen. A kutatásban vizsgált foglalkoztatási területek a KSH alapján kerültek meghatározásra, azokat részletesen az 1. számú függelék tartalmazza.

A kutatási kérdőív kérdéseinek kimentett leírását az 1. számú melléklet tartalmazza.

## 2. A mintáról – a demográfiai háttér eredményei

A kutatási minta az adattisztítást követően 505 főre redukálódott. Azok a válaszadók lettek kizárva az elemzésből, akik csak elkezdtek (azaz megnyitották a kérdőívet és az első néhány kérdésre válaszoltak), illetve valamely ponton eldobták azt (nem fejezték be a kérdőív kitöltését). Az 505 válaszadóra redukált mintaelemszám a kutatás

szempontjából informatív: egy ilyen mélységű matematikával kapcsolatos kérdőív esetében kihívást jelent a matematikához kapcsolódni, és azzal összefüggésben koncentrált munkát végezni. A redukált 505 fő – korosztályához mérten – szinte minden kérdésre válaszolt. Ugyanakkor előfordult egy-egy hiányos mező, ami miatt amikor a teljes mintára vonatkozó adatokkal kapcsolatos elemzések bemutatásra kerülnek, akkor egyes esetekben néhány értékkel elmarad a teljes válaszadók száma az 505-től.

## 2.1 A válaszadók neme (Q1) és születési éve (Q2)

A válaszadók 69.1%-a nő, 30.5%-a férfi és 0.4%-a egyéb identitású. Azaz több mint kétszer annyi nő töltötte ki a kérdőívet, mint férfi (3. táblázat).

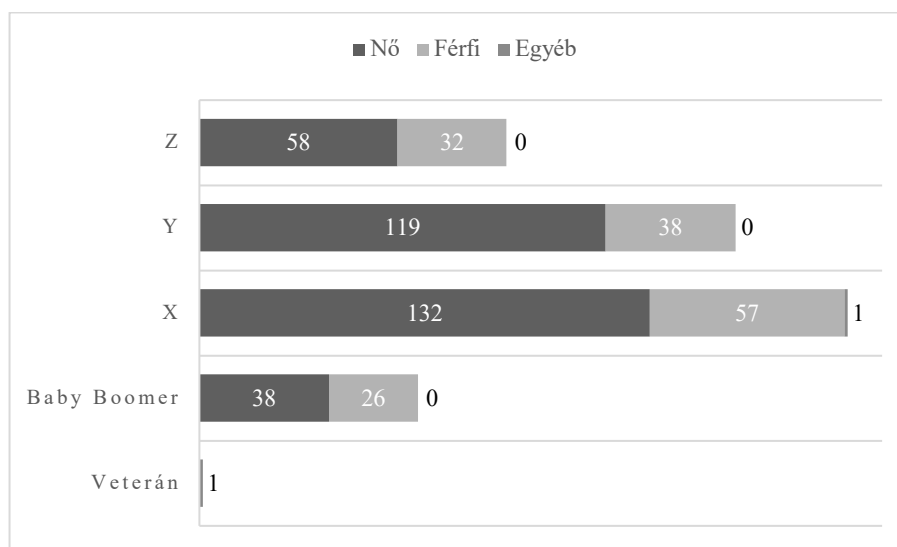
3. táblázat: A válaszadók nemi megoszlása (saját szerkesztés)

	Nem	
	Fő (db)	Arány (%)
Egyéb	2	0.4%
Férfi	154	30.5%
Nő	349	69.1%

A válaszadók korát tekintve a kutatás szempontjából öt generációs klaszter került meghatározásra Steigervald (2020) alapján (a kitöltéskor aktuális életkor szerint): (1) Veterán generációhoz tartoznak azok a válaszadók, akik 1945-ben vagy az előtt születtek, azaz legalább 79 évesek; (2) Baby boomer generációhoz tartoznak az 1946 és 1964 között született válaszadók, azaz a 60 és 78 év közöttiek; (3) X generációhoz tartoznak az 1965 és 1979 között született válaszadók, azaz a 45 és 59 év közöttiek; (4) Y generációhoz tartoznak az 1980 és 1994 között született válaszadók, azaz a 30 és 44 év közöttiek; és végül (5) Z generációhoz tartoznak az 1995 és 2009 között született válaszadók, azaz a 15 és 29 év közöttiek.

A válaszadók generációk szerinti megoszlása alapján elmondható (13. ábra), hogy legnagyobb részben az X és az Y generáció tagjai töltötték ki a kérdőívet, összesen 347 fő, ami a válaszadók közel 70%-a. A minta összetétele alapján nem meglepő, hogy mindegyik generáció esetében több nő válaszolt, mint férfi, és a Baby boomereket leszámítva közel kétszer annyi nő töltötte ki generációnként a kérdőívet, mint férfi. A generációnként elért mintaméretük ugyanakkor lehetővé teszik, hogy a feltáró kutatás részeként azokat külön-külön is megvizsgáljuk a kutatási kérdések szempontjából.

13. ábra: A válaszadók nemi megoszlása generációk szerint.  
 Vízzintes tengelyen a válaszadók száma (darab),  
 Függőleges tengelyen a generációk vannak megjelölve (saját szerkesztés).



## 2.2 A válaszadó lakóhelye (Q3) és legmagasabb iskolai végzettsége (Q4)

A válaszadók jellemzően a fővárosból és a megyeszékhely / megyei jogú városokból kerültek ki, közel 68%-ban. Ugyanakkor, ha a főváros és a fővároson kívüli válaszadók arányát nézzük, akkor a válaszadók közel 58%-a a fővárosból, és közel 42%-uk azon kívülről érkezett. Iskolai végzettség tekintetében pedig szintén közel 68%-a a válaszadóknak rendelkezik felsőfokú végzettséggel és további közel 10%-uk tudományos fokozattal is. A válaszok megoszlását a 4. táblázat mutatja.

4. táblázat: A válaszadók megoszlása (fő) lakóhely és legmagasabb iskolai végzettség szerint (saját szerkesztés)

	FŐVÁROS	Megye-székhely / Megyei Jogú Város	Nagy-város	Kis- és Közép-város	Község
Alapfokú Végzettség	7	1	1	1	1
Középfokú Végzettség	47	16	4	18	12
Felsőfokú Végzettség	200	32	8	78	21
Tudományos Fokozat	33	5	0	9	1

A felsőfokú végzettséggel rendelkezők magas aránya a mintában a kutatás szempontjából különösen fontos, mert tekintettel a kutatás feltáró jellegre és a matematikai műveltség hatásaira, kifejezetten cél volt, hogy olyan alanyokat vizsgáljunk, akik hosszú időt töltöttek az oktatási rendszerben, így több tapasztalatuk van.

### 2.3 A válaszadók személyes beállítódása (Q16)

A kutatás szempontjából a válaszadók egyik meghatározó tulajdonsága, hogy milyen gondolkodónak / döntéshozónak tartják magukat. A klasszikus sztereotípiákat és a mainstream kutatásokat alapul véve három fő típus került definiálásra: (1) a „reál” gondolkodású, (2) a „humán” gondolkodású és (3) a művész. Illetve meghatározásra került egy úgynevezett „vegyes” kategória azok számára, akik nem érzik magukat elkötelezettnek egyik irányba sem. Az eredményeket az 5. táblázat mutatja be.

5. táblázat: A válaszadók személyes beállítódás szerinti megoszlása (saját szerkesztés)

Személyes beállítódás		
	Fő (db)	Arány (%)
<i>nem válaszolt</i>	1	0.2%
Inkább "humán" beállítódású vagyok	122	24.2%
Inkább "művész" vagyok	21	4.2%
Inkább "reál" beállítódású vagyok	184	36.4%
Vegyes	177	35.0%

A válaszadók többsége, 36,4%-a reál gondolkodásúnak vallotta magát, kicsit több mint 24,2%-uk humánnak, 4,2%-uk művésznek és a maradék 35%-uk vegyesnek. (0,2%-a a válaszadóknak nem nyilatkozott ebben a kérdésben).

### 2.4 A válaszadók munkaterülete (Q5)

A minta összetételét elemezve, munkaterület felől közelítve a válaszadóknak 85,5%-a „Szellemi munkavégzés” területen dolgozik, 9,1%-uk „Szolgáltató területen” és mindössze 3%-uk nyilatkozott úgy, hogy „Fizikai munkavégzés” a területe és 15 fő nem válaszolt (6. táblázat).



6. táblázat: A válaszadók megoszlása munkaterület szerint (saját szerkesztés)

<b>Munkaterület</b>		
	Fő (db)	Arány (%)
<i>nem válaszolt</i>	15	3.0%
Fizikai munkavégzés	12	2.4%
Szellemi munkavégzés	432	85.5%
Szolgáltató terület	46	9.1%

## 2.5 A válaszadók munkaköre (Q8)

A kutatás szempontjából kiemelten fontos, hogy a válaszadók milyen munkakörben dolgoztak, ugyanis a munkakör az, amely jól reprezentálja a döntési kompetenciákat. Minél magasabb munkakörben helyezkedik el (vagy tud elhelyezkedni) a válaszadó, annál több szakmai kompetenciával rendelkezik és annál több döntés meghozatala vár rá. A döntéshozatal szempontjából mérvadó három vezetői kategória összesen 24,6%-át adta a válaszadóknak, ami közel a negyedüket jelenti. Közöttük 21 fő „Csoportvezető” (a minta 4,2%-a), 59 fő „Középvezető” (a minta 11,7%-a) és 44 fő „Felsővezető” volt (a minta 8,7%-a). A válaszadók további 37,4%-a „Beosztott” munkakörben dolgozik (189 fő) és 17,4%-uk „Szabadfoglalkozású”. A maradék válaszadó „Nyugdíjas” (5%-uk, 25 fő) és „Diák” (14,5%-uk, 73 fő). Megoszlásukat részletesen a 7. táblázat mutatja be.

7. táblázat: A válaszadók munkakörének megoszlása (saját szerkesztés)

<b>Munkakör</b>		
	Fő (db)	Arány (%)
<i>nem válaszolt</i>	6	1.2%
Beosztott	189	37.4%
Csoportvezető	21	4.2%
Diák	73	14.5%
Felsővezető	44	8.7%
Középvezető	59	11.7%
Nyugdíjas	25	5.0%
Szabadfoglalkozású	88	17.4%

## 2.6 A válaszadók munkahelyének típusa (Q6)

A munkahely típusa szintén reprezentálja a problémamegoldási és döntéshozatali igényeket és képességeket. A válaszadók fele (50,1%-a, 253 fő) a vállalati szektorban dolgozik. 22,6%-uk „Kis- és középvállalkozásban”, 11,7%-uk „Hazai nagyvállalat”-nál és 15,8%-uk „Multinacionális nagyvállalat”-nál. A második legnagyobb arányban (19%-ban) a válaszadók az „Oktatási terület”-én vannak (96 fő). A további válaszadók közül 62 fő „Tanuló” (12,3%) és 26 fő a „Nem dolgozom” (5,1%) válaszokat jelölte meg. Megoszlásukat részletesen a 8. táblázat mutatja be.

8. táblázat: A válaszadók megoszlása a munkahely típusa szerint (saját szerkesztés)

	Munkahely típus	
	Fő (db)	Arány (%)
<i>nem válaszolt</i>	16	3.2%
Egyéni vállalkozó	52	10.3%
Hazai nagyvállalat	59	11.7%
Kis- és középvállalkozás	114	22.6%
Multinacionális nagyvállalat	80	15.8%
Nem dolgozom	26	5.1%
Oktatási területen dolgozom	96	19.0%
Tanuló vagyok	62	12.3%

## 3. A demográfiai háttér eredményei alapján megfigyelt összefüggések

A minta alapvető tulajdonságainak megismeréséhez az egyes vizsgált ismérvek közötti esetleges összefüggések feltárása kiemelten fontos. A kutatásnak ebben a szakaszában az összefüggéseket kerettáblák segítségével kerültek első szinten meghatározásra, amelyet követően a korrelációs együtthatók kiszámításával a kapcsolatok megléte, illetve annak szorossága került kimutatásra.

### 3.1 Generációk (Q2) és a személyes beállítódás (Q16) kapcsolata

A válaszok megoszlását a személyes beállítódás az egyes generációk szerint részletesen a 9. táblázat mutatja be.

9. táblázat: A válaszadók generációk szerinti megoszlása a személyes beállítódások szerint.

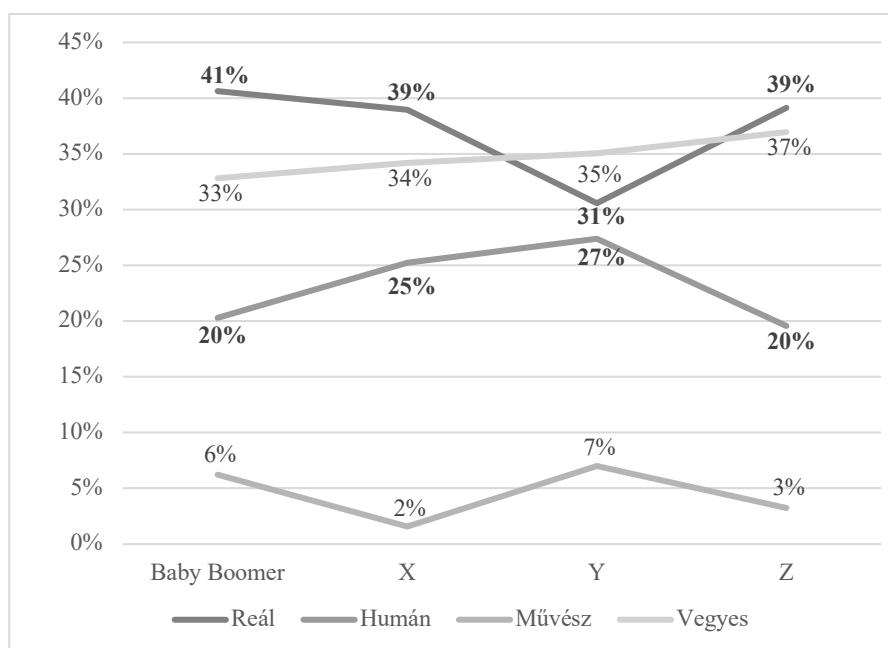
Az értékek a válaszadók számát (fő) jelölik (saját szerkesztés)

	Veterán	Baby Boomer	X	Y	Z
Reál	0	26	74	48	36
Humán	0	13	48	43	18
Művész	0	4	3	11	3
Vegyés	1	21	65	55	34
Összesen	1	64	190	157	91

A 9. táblázatban bemutatott adatok alapján meghatározható, hogy a személyes beállítódás az egyes generációkban milyen arányban volt jelen, amelyet a 14. ábra jelenít meg. Ez alapján három tulajdonság figyelhető meg a mintával összefüggésben:

- (1) A „humán” és „reál” gondolkodású válaszadók aránya generációról-generációra egymással ellentétes irányba változik a Baby boomer, az X, az Y és a Z generációk esetében. A két csoport közötti Pearson-féle korrelációs együttható értéke  $-0,79$ .
- (2) A „vegyes” beállítódású válaszadók generációról-generációra egyre többen vannak, lassan, de szigorúan monoton módon emelkedett az arányuk a Baby boomer generációs 33%-ról a Z generációs 37%-ra.
- (3) A „művész” beállítódású válaszadók arány pedig generációról-generációra változik, hol nagyobb, hol kisebb arányban van jelen.

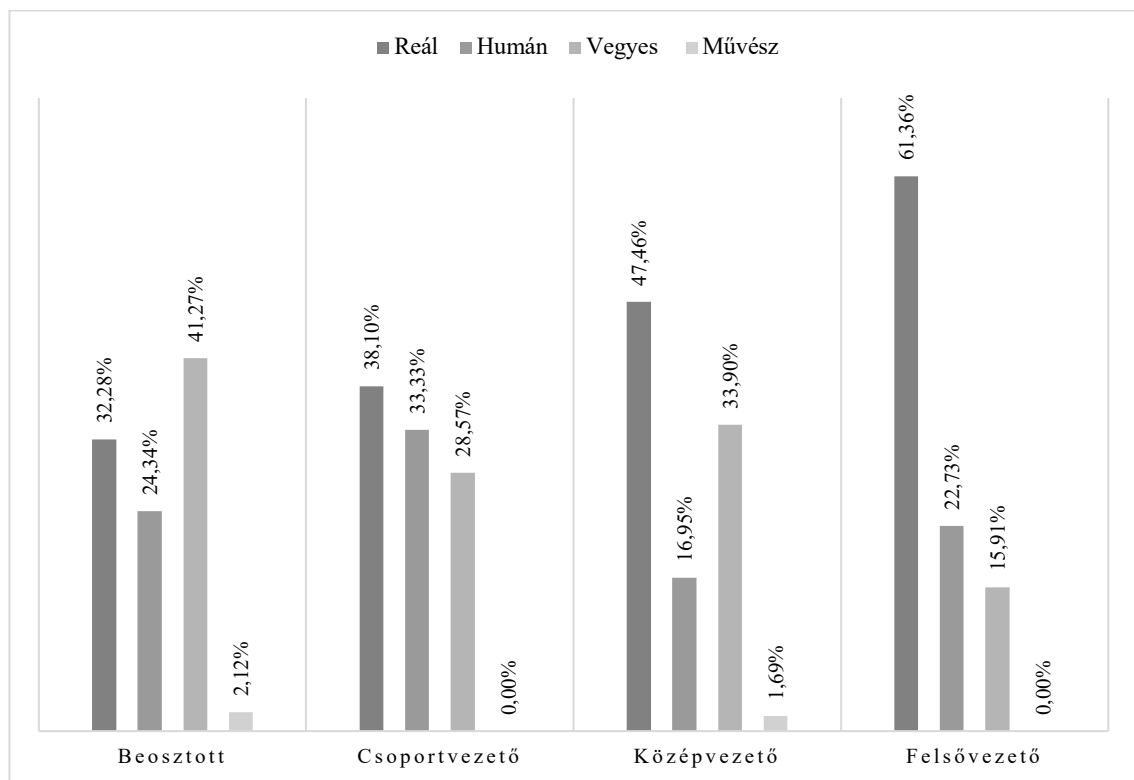
14. ábra: A személyes beállítódás százalékos megoszlása a generációnként (saját szerkesztés)



### 3.2 A munkakör (Q8) és a személyes beállítódás (Q16) kapcsolata

A válaszadók tekintetében érdemes megfigyelni, hogy a munkakör és a személyes beállítódás között milyen különbségek figyelhetők meg. Míg a „Beosztott” és a „Csoportvezető” esetében a „Reál” és „Humán” beállítódásuk közel azonos arányban képviselik magukat saját bevallásuk szerint, addig a „Középvezetők” 2,8 szerese-, a „Felsővezetők” 2,7 szerese vallja magát „Reál” beállítódásúnak a „Humán” beállítódáshoz képest. Az arányokat a 15. ábra szemlélteti.

15. ábra: A válaszadók személyes beállítódásának százalékos megoszlása a munkakörök szerint (saját szerkesztés)

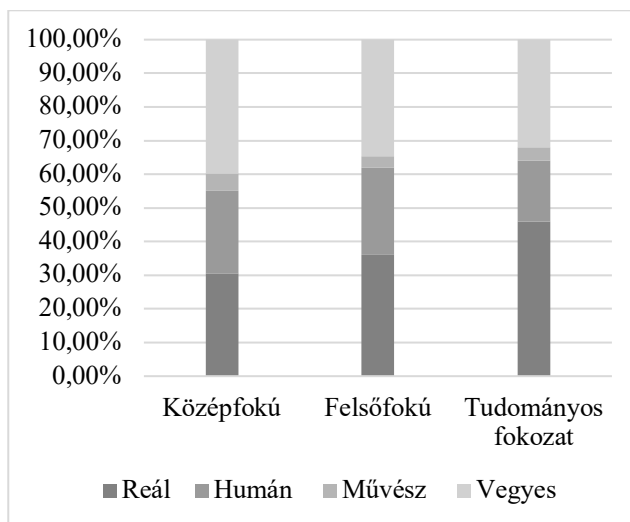


### 3.3 Az iskolai végzettség (Q4) és a személyes beállítódás (Q16) kapcsolata

Az iskolai végzettség és a személyes beállítódás közötti kapcsolat esetében megfigyelhető, hogy minél magasabb az iskolai végzettség, a válaszadók annál nagyobb arányban tartják magukat reál beállítódásúnak. Ameddig a középfokú végzettség esetében ez 30,61%, addig felsőfokú végzettségénél 36,05% és tudományos fokozattal rendelkezők esetében pedig 46%. Ezzel együtt a magukat vegyes beállítódásúnak mondó válaszadók aránya csökken, a középfokú végzettséggel rendelkezőknél még 39,8%-uk állítja azt magáról, ami felsőfokú végzettséggel rendelkezők esetén 34,59% és

tudományos fokozattal rendelkezőknél már csak 32%. A humán beállítódás középfokú és felsőfokú tanulmányokkal rendelkezők esetében közel azonos 24,49% és 25,87%, míg a tudományos fokozatot szerzettek körében alacsonyabb arányú, mindössze 18%. Az eredményeket a 16. ábra szemlélteti.

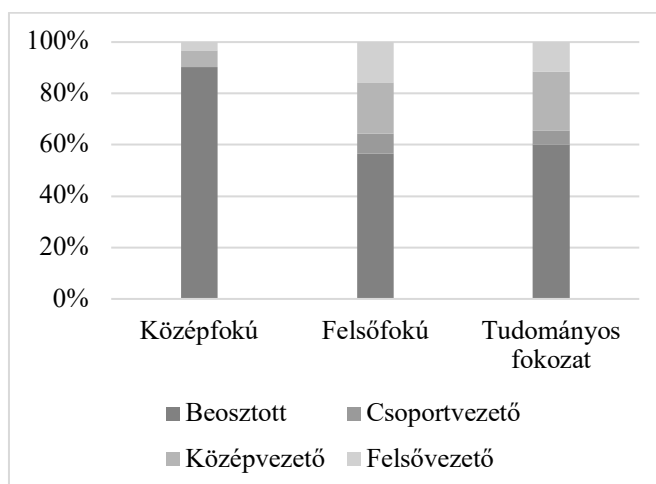
16. ábra: Az iskolai végzettség és a személyes beállítódás közötti kapcsolat (saját szerkesztés)



### 3.4 A iskolai végzettség (Q4) és a munkakör (Q8) kapcsolata

A végzettség és a munkakör között a legnagyobb különbség a középfokú és felsőfokú végzettséggel rendelkezők között van (17. ábra). A középfokú végzettséggel rendelkezők 90%-a beosztotti munkakörben dolgozik, azaz nem vezető. Ezzel szemben a mintában a felsőfokú végzettséggel rendelkezők 43,43%-a vezető beosztásban van és 15%-uk felsővezető.

17. ábra: A válaszadók munkakörének megoszlása az iskolai végzettség szerint (saját szerkesztés)



#### 4. A matematikai sikeresség (Q9)

A kutatás szempontjából kiemelten fontos a matematikai sikerességgel kapcsolatos válaszadói tapasztalatok elemzése (Q9\_1, Q9\_2, Q9\_3, Q9\_4). A matematikai sikeresség az, amely megmutatja azt, hogy az adott válaszadó milyen szinten áll a tudását tekintve saját bevallása szerint az oktatási rendszer által elvárt feltételekre (éremjegyek) támaszkodva. A sikerességet az oktatási szintek szerint felbontva a 10-13. táblázatok mutatják be. Az „NA” értékek, azokat a válaszadókat jelölik, akik nem válaszoltak, mert az adott tanulmányi szinten már nem folytattak tanulmányokat. Utóbbi esetben elmondható a válaszok alapján, hogy a válaszadók közül szinte mindenki, aki általános iskolában tanult, az tovább ment középiskolai tanulmányokat folytatni. Ugyanakkor a középfokú tanulmányok után már a válaszadók 23%-a nem tanult tovább.

10. táblázat: A válaszadók matematikai sikeressége általános iskolában (saját szerkesztés)

Általános iskola		
	Fő (db)	Arány (%)
1	1	0.2%
2	6	1.2%
3	38	7.5%
4	97	19.2%
5	359	71.1%
NA	4	0.8%

11. táblázat: A válaszadók matematikai sikeressége középiskolában (saját szerkesztés)

Középiskola		
	Fő (db)	Arány (%)
1	5	1.0%
2	33	6.5%
3	80	15.8%
4	127	25.1%
5	251	49.7%
NA	9	1.8%

12. táblázat: A válaszadók matematikai sikeressége a felsőoktatásban (saját szerkesztés)

Felsőoktatás		
	Fő (db)	Arány (%)
0	4	0.8%
1	20	4.0%
2	55	10.9%
3	101	20.0%
4	125	24.8%
5	84	16.6%
NA	116	23.0%

13. táblázat: A válaszadók matematikai sikeressége a tudományos fokozatszerzéskor (saját szerkesztés)

Tudományos fokozatszerzés		
	Fő (db)	Arány (%)
0	17	3.4%
1	28	5.5%
2	3	0.6%
3	16	3.2%
4	13	2.6%
5	17	3.4%
NA	411	81.4%

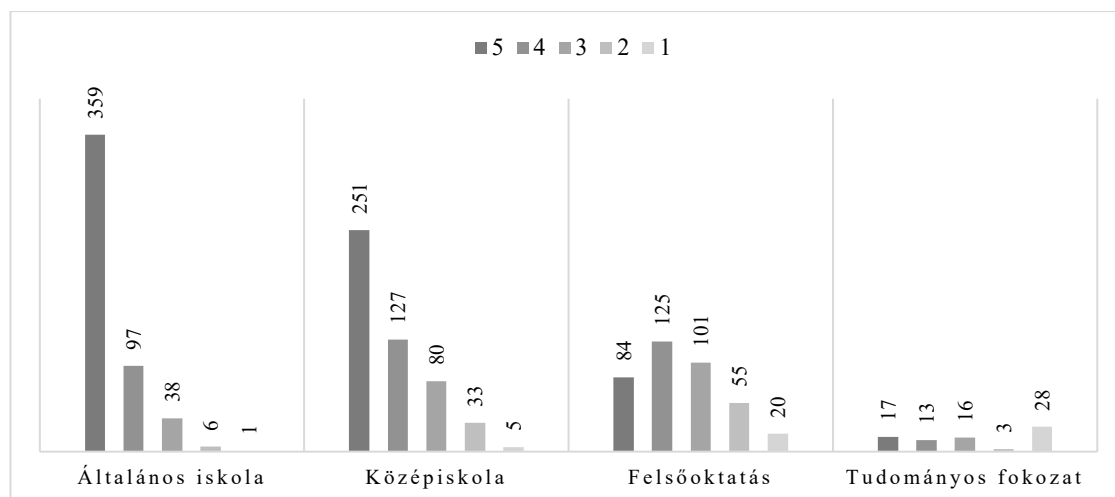
A teljes minta tekintetében a válaszok leíró statisztikai elemzése alapján elmondható (14. táblázat), hogy a matematikai sikeresség az oktatási szinteken való előrehaladás közben egyre rosszabb eredményt mutat. Ameddig általános iskolában az érdemjegyek (a sikeresség) átlaga 4,61-es érték, amelyhez egy igen alacsony szórás tartozik 0,697-es érték mellett, addig a tudományos fokozatszerzéskor az átlag már csak 2,33 és a szórás is jelentősen megnő 1.816-es értékre.

14. táblázat: A matematikai sikeresség egyes leíró statisztikai mutatószámai oktatási szintek szerint (saját szerkesztés)

	Átlag	Szórás	Ferdeség	Csúcsosság
Matek sikerek általános iskolában	4.61	0.697	-1.857	3.201
Matek sikerek középiskolában	4.18	0.997	-1.022	0.149
Matek sikerek felsőoktatásban	3.48	1.183	-.544	-.261
Matek sikerek tudományos fokozatszerzéskor	2.33	1.816	0.198	-1.458

A ferdeség mutatószámai azt mutatják, hogy ameddig általános iskolában még erősen az ötös érdemjegy irányában koncentrálódnak az adatok  $-1.857$  érték mellett, addig középiskolában ez már csak  $-1.022$ , a felsőoktatásban  $-0.544$  és a tudományos fokozatszerzéskor  $0.198$ , azaz átbillen az elégtelen teljesítmény irányába. A csúcosság esetében is csökkenő értékek figyelhetők meg,  $3,2$  értéktől egészen közel  $-1,46$ -ig csökken, ami azt jelenti, hogy ameddig kezdetben jelentősen csúcsosak az eredmények (általános iskolában szinte mindenki ötös), addig a tanulmányok előrehaladásával ez a fajta dominancia megszűnik és a teljesítmény eloszlása a válaszadók között ellaposodik. Az eredményeket a 18. ábra szemlélteti.

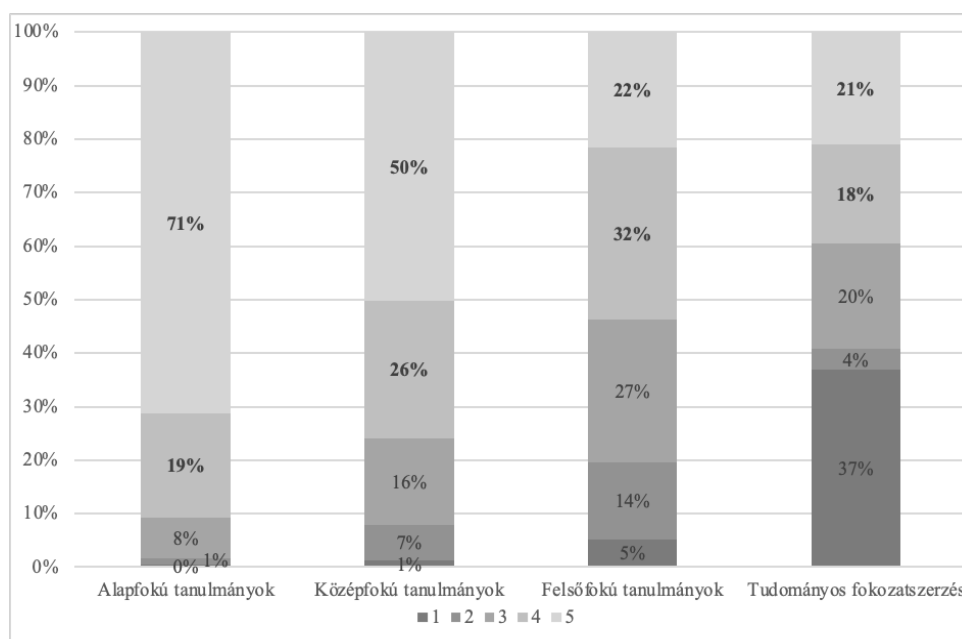
18. ábra: A válaszadók sikerességének eloszlása oktatási szintek szerint (saját szerkesztés)



Szembetűnő, hogy az alapfokú oktatásban a válaszadók teljesítménye kiugróan jó (19. ábra). Közel 90 százalékuk 4-es vagy annál jobb jegyet kapott emlékei szerint, sőt 71 százalékuk jeles eredménnyel teljesített. Ez a pozitív teljesítmény azonban az évek előrehaladásával megváltozik. Már a középiskolás tanulmányok alatt a 91 százalékról közel 76 százalékra esik vissza a legjobb teljesítményt produkálók aránya (4-es vagy 5-ös), amely a felsőoktatásban mindösszesen már csak 54 százalék és a tudományos fokozatszerzés esetében a 40 százalékot sem éri el. Ezzel szemben a rossz teljesítmény jelentős kiugrást mutat és megfigyelhetők a jelei egy kétpólusú matematikai teljesítmény minta kialakulásának. Van, aki tudja a matematikát és van, aki nem, s a kettő között egy űr jelenik meg: a 2-es teljesítmény közel 4 százalékos és két oldalán helyezkedik el a válaszadók 37- illetve 59 százaléka.

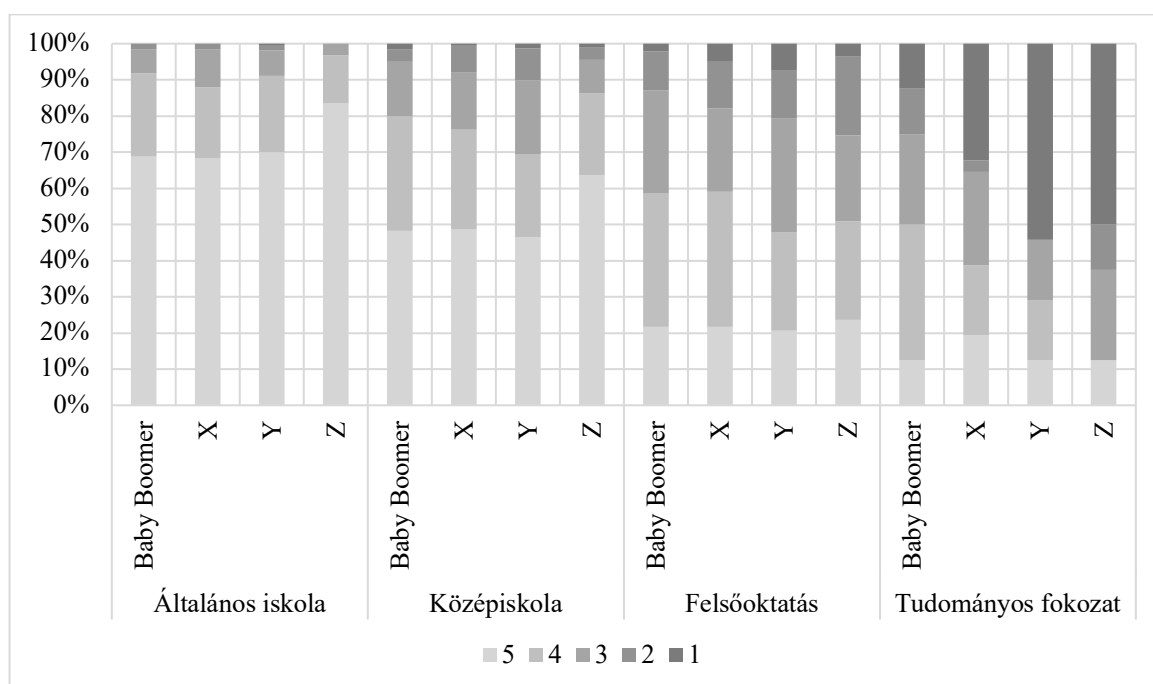


19. ábra: A válaszadók sikerességének aránya az oktatási szintek szerint (saját szerkesztés)



A matematikai sikerességgel összefüggésben felmerül a kérdés, hogy vajon a generációk eltérő mértékben teljesítettek-e. A válaszadók nagy száma lehetővé tette, hogy a minta generációk szerint is elemzésre kerüljön, amelynek eredménye az 20. ábrán látható.

20. ábra: A válaszadók sikerességének aránya az oktatási szintek szerint a generációk szerinti összehasonlításban (saját szerkesztés)



Az egyes tanulmányi szinteken a generációk szerinti megoszlása a matematikai sikereknek nagyon hasonló mértékben valósult meg jól látható módon. Ezért

meghatározásra került az egyes adatszoportok közötti adateloszlás statisztikai vizsgálata korrelációs együttható meghatározásával (15. táblázat). Két tizedesjegyre kerekítve bármely két generáció között a korrelációs együttható értéke lealább 0,96-os érték. Ez azt jelenti, hogy a válaszadók minden generációja nagyon hasonló teljesítményt tudott felmutatni, lényegében tehát megegyezik a sikeresség mértékének alakulása a generációk szintjén.

15. táblázat: A generációk teljesítményének alakulása páronként összehasonlítva (saját szerkesztés)

	Baby Boomer	X	Y	Z
Baby Boomer	1,00	0,99	0,98	0,96
X		1,00	0,98	0,97
Y			1,00	0,97
Z				1,00

## 5. A H1 hipotéziseihez kapcsolódó kutatási modell és az eredmények

A kutatás H1 hipotézise a következő:

H1 A kognitív matematikai képességek összefüggésben állnak a problémamegoldó és a döntéshozatali képességekkel:

H1a Minél képzetesebb valaki a szakmájával összefüggő releváns matematikai képességek terén, annál valószínűbb, hogy problémamegoldó és döntéshozó lesz.

H1b Az elsajátított matematikai kompetenciák hatással vannak a gondolkodási képességekre valamint a viselkedésre, így közvetve sikeresebb döntéseket eredményeznek.

### 5.1 A H1 hipotézishez kapcsolódó kutatási modell

A hipotézisben megjelenő jelenségeket, tulajdonságokat, képességeket az alábbi vizsgálati kérdések reprezentálják a kutatási kérdőívben:

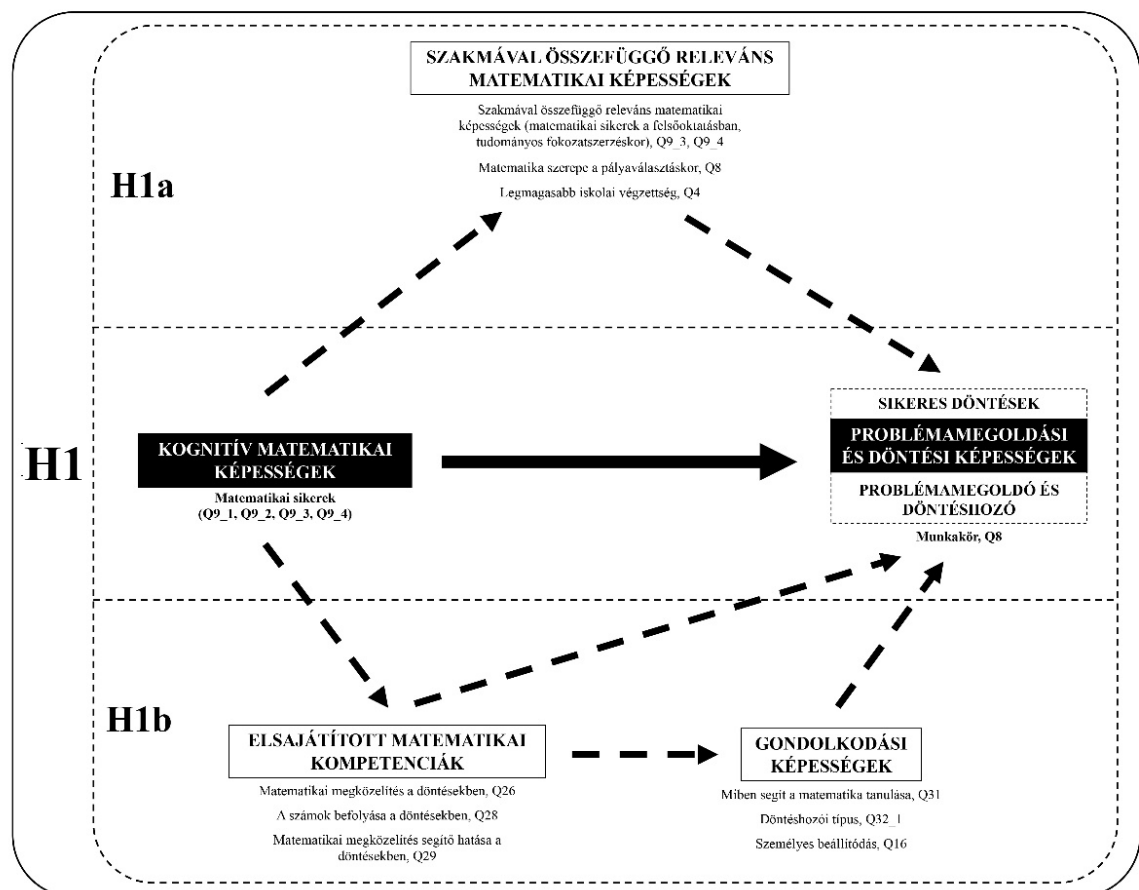
- (1) Kognitív matematikai képességek: Az oktatási rendszerben az alapfokú, középfokú, felsőfokú tanulmányok és tudományos fokozatszerzés folyamán megszerzett matematikai ismeretekre épülő, a matematikai sikereken keresztül mért változók. A mért változók és jelölésük: Matematikai sikerek általános iskolában: Q9\_1; Matematikai sikerek a középiskolában: Q9\_2, Matematikai sikerek a felsőoktatásban: Q9\_3, Matematikai sikerek a tudományos fokozatszerzéskor: Q9\_4.

- (2) Problémamegoldó és döntéshozatali képességek: a problémamegoldó és döntéshozatali képességek mérése indirekt történik egyrészt a személyes beállítódás és a válaszadók döntéshozói módja alapján, valamint a válaszadók legmagasabb iskolai végzettsége és munkaköre szerint. Utóbbi eseteket az indokolja, hogy egyrészt a magasabb iskolai végzettség magasabb szintű problémamegoldási képességeket jelent a releváns szakterületen; másrészt a munkakörök minden esetben meghatároznak egy-egy felelősségi szintet, amelyben jellemzően a vezető beosztású munkakörökhöz tartoznak a komolyabb döntési hatáskörök. A mért változók és jelölésük: Személyes beállítódás: Q16; A válaszadó milyen döntéshozó: Q32\_1; Legmagasabb iskolai végzettség: Q4; és a Munkakör: Q8.
- (3) Szakmával összefüggő releváns matematikai képességek: A kutatásban a szakmákkal összefüggő releváns matematikai képességek alatt a felsőfokú oktatásban és a tudományos fokozatszerzéskor tanult matematikai ismeretek alatt elsajátított képességeket értjük, illetve azon keresztül, hogy a válaszadó továbbtanulása esetében szempont volt-e a matematika, mint pályaválasztási kritérium. Tekintettel a kutatás feltáró jellegére itt azon válaszadókra fókuszálunk, akik felsőfokú végzettséggel rendelkezve töltenek be vállalati pozíciókat. A mért változók és jelölésük: Matematikai sikerek felsőoktatásban: Q9\_3; Matematikai sikerek tudományos fokozatszerzéskor: Q9\_4; Matematika szerepe a pályaválasztáskor: Q15.
- (4) Elsajátított matematikai kompetenciák: A kutatás szempontjából „elsajátított matematikai kompetenciának” kell tekinteni mindazon cselekvéseket, amelyek összefüggésben állnak a matematikával és a válaszadók részéről a problémamegoldási és döntéshozatali helyzetekben alkalmazásra kerülnek. Ilyenek a matematikai megközelítések, például a számszerűsítés használata és az azzal kapcsolatos beállítódás. A mért változók és jelölésük: Matematikai megközelítés a döntésekben: Q26; A számok befolyása a döntésben: Q28; A matematikai megközelítés segítő hatása a döntésekben: Q29.
- (5) Gondolkodási képességek: A gondolkodási képességek két irányból kerülnek indirekt mérésre. Egyrészt, hogy a válaszadók miként vélekednek arról, hogy a matematikai tanulmányaik miben segítettek őket. Másrészt, hogy a válaszadók mit gondolnak magukról, milyen a személyes beállítódásuk és milyen

- döntéshozónak tartják magukat. A mért változók és jelölésük: Miben segített a matematikatanulás, Q31; Személyes beállítódás, Q16; Döntéshozó típus, Q32\_1.
- (6) Sikeres döntések: A sikeres döntéseket szintén a foglalkozások körében elért szakmai szint alapján mérjük, indirekt módon, feltételezve, hogy a meghozott sikeres szakmai döntések azok, amelyek révén az adott válaszadó a karrierjében egyre elismertebb lett, ilyen módon a szakmai munkáját előléptetések követték. Ezért az ehhez tartozó változó szintén a Munkakör: Q8.

A H1 hipotézishez kapcsolódó kutatási modellt a 21. ábra mutatja.

21. ábra: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy milyen döntéshozónak tartják magukat (saját szerkesztés)

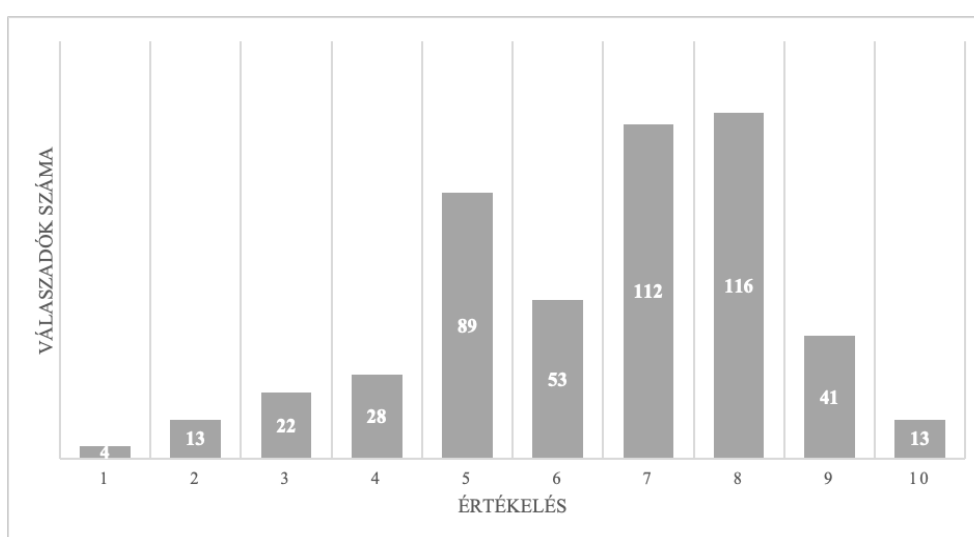


## 5.2 A H1 hipotézishez kapcsolódó kutatási eredmények

### 5.2.1 A válaszadó milyen döntéshozó: Q32\_1

A válaszadóknak arról is kellett nyilatkozniuk, hogy milyen döntéshozónak tartják magukat. A válaszokat 1-től 10-ig tartó Likert-skálán kellett aszerint megadniuk, hogy az 1-es érték azt jelentette, hogy teljes mértékben intuitív módon hoznak döntéseket, a 10-es pedig azt, hogy maximálisan törekednek a racionális döntésekre. Az eredményeket a 22. ábra mutatja.

22. ábra: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy milyen döntéshozónak tartják magukat (saját szerkesztés)



A diagram ábrázolásának választása is mutatja, hogy a válaszadók inkább a racionalitás irányába tolódnak el, ha a kérdés az, hogy milyen módon döntenek. Az adatokra számolt ferdeség 7,4-es értékű, azaz a minta aszimmetrikus a racionalitás irányába.

### 5.2.2 Matematika szerepe a pályaválasztáskor: Q15

A válaszadók közel 70%-a olyan pályát választott (vagy kellett választania), amelyhez szükség volt a matematikára és közülük majdnem 20% az, aki kifejezetten matematika igényes pályára ment. Ez azt mutatja, hogy a mintában a pályaválasztók jelentős része nem tudja a matematikát kizárni a továbbtanulása feltételei között. Az eredményeket részletesen a 16. táblázat tartalmazza.

16. táblázat: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy mennyire volt szerepe a matematikának a pályaválasztásukban (saját szerkesztés)

	válaszadók (fő)	%
NA	5	1.0%
Olyan pályát választottam, amihez kell a matematika.	246	48.7%
Olyan pályát választottam, ami kifejezetten matematika igényes.	95	18.8%
Olyan pályát választottam, amihez nem kellett a matematika.	146	28.9%
Pályaválasztás előtt állok.	13	2.6%

### 5.2.3 Matematikai megközelítés a döntésekben: Q26

A kutatás szempontjából kérdés volt, hogy a válaszadók mit gondolnak, milyen mértékben támaszkodnak a mindennapos döntéseik esetében matematikai megközelítésekre. A válaszadók közel háromnegyede kitért az elől, hogy egyértelműen állást foglaljon a kérdésben, ők azt jelölték meg, hogy attól függ milyen döntésről van szó. A fennmaradók viszont egyértelműen dönteni tudtak ebben a kérdésben és míg 6,3%-uk azt nyilatkozta, hogy mindig matekosan dönt, addig 17,6%-uk pedig nem. Tehát a biztos válaszadók közül 2,8-szor többen döntenek nem matematikai alapon azokhoz képest, akik úgy döntenek. Az eredményeket a 17. táblázat foglalja össze.

17. táblázat: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy mennyire használnak matematikai megközelítést a döntéseikben (saját szerkesztés)

	válaszadók (fő)	%
NA	10	2.0%
Attól függ milyen döntésről van szó.	374	74.1%
Igen, mindig matematikai alapon döntök.	32	6.3%
Nem szoktam, tudatosan biztos nem.	89	17.6%

#### 5.2.4 A számok befolyása a döntésben: Q28

Mivel a matematikához szervesen hozzá tartozik a számok használata, ezért felmerült az a kérdés is, hogy a válaszadókat mennyiben befolyásolják a számok (azaz számszerűsített információk), amikor döntéseket hoznak. Itt a válaszadók mindössze 40%-volt bizonytalan. Több mint a fele a válaszadóknak, közel 52%-a, úgy nyilatkozott, hogy a számok befolyásolják őket és mindössze közel 5%-a gondolja úgy, hogy nincsenek a döntéseikben a számok befolyása alatt. Ez azt jelenti, hogy a biztos válaszadók körében 10-szer többen gondolják úgy, hogy a számok hatást gyakorolnak a döntéseikre. Az eredményeket részletesen a 18. táblázat mutatja.

*18. táblázat: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy mennyire befolyásolják őket a számok a döntéseikben (saját szerkesztés)*

	válaszadók (fő)	%
<i>NA</i>	10	2.0%
Attól függ milyen döntésről van szó.	209	41.4%
Igen.	262	51.9%
Nem, ritkán találkozom számokkal.	24	4.8%

#### 5.2.5 A matematikai megközelítés segítő hatása a döntésekben: Q29

A matematikával kapcsolatos személyes percepciók közül kiemelten fontos, hogy megismerjük, hogy a válaszadók milyen módon tekintenek a matematikai kompetenciákra. Ezért válaszolniuk kellett arra a kérdésre, hogy mit gondolnak arról, hogy a matematikai megközelítés segíthet-e a döntéshozatalban. A kérdés kapcsán közel 60%-a a mintának kitért a válasz elől, abban az értelemben, hogy ezt az adott döntés határozza meg. Ugyanakkor a biztos válaszadók mindössze 11,5%-a gondolja úgy, hogy nem segít, és a maradék közel 26% pedig véli úgy, hogy segíteni tud. Ez azt jelenti, hogy közöttük több mint kétszer többen gondolják úgy, hogy a matematika segít, mint, hogy nem. Az eredményeket részletesen az 19. táblázat mutatja.

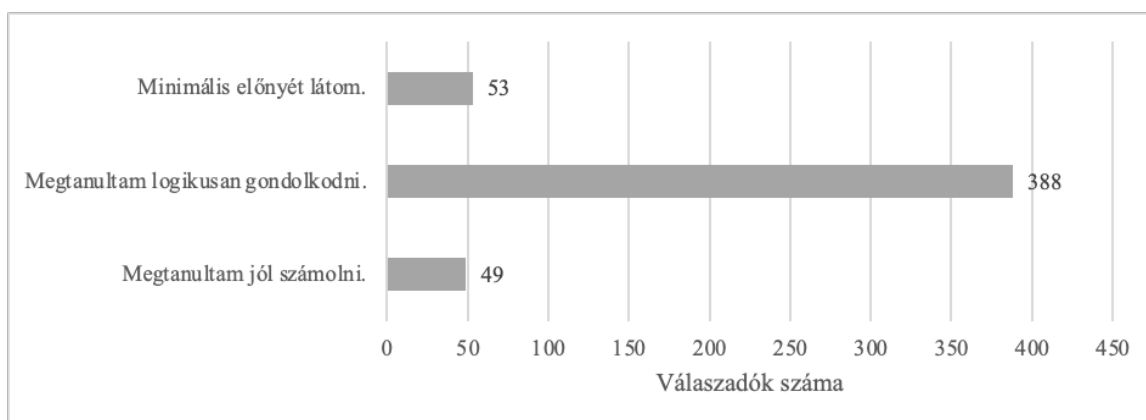
19. táblázat: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy mennyire segíti őket a matematikai megközelítés a döntéseikben (saját szerkesztés)

	válaszadók (fő)	%
NA	10	2.0%
Attól függ milyen döntésről van szó.	306	60.6%
Igen, mindenképpen.	131	25.9%
Nem hinném, hogy máshogy döntenék.	58	11.5%

### 5.2.6 Miben segített a matematikatanulás, Q31

Szintén központi kérdés volt, hogy a válaszadók vajon mit gondolnak, miben segítette őket a matematikatanulás. Három lehetőségből tudtak egyszerű feleletválasztással választani: (1) minimális előnyét látják a matematikai tanulmányoknak, (2) megtanultak logikusan gondolkodni, illetve (3) megtanultak jól számolni. Az eredmények alapján elmondható, hogy a válaszadók döntő többsége (majdnem 80%-a) nyilatkozott úgy, hogy megtanult logikusan gondolkodni, s mindössze közel 11%-uk gondolja azt, hogy a matematika tanulásának minimális előnyét látja. Ugyanakkor utóbbi azt is feltételezi, hogy a mintában minden 10. válaszadó ezt gondolja. Az eredményeket grafikusán a 23. ábra mutatja.

23. ábra: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy miben segítette őket a matematikatanulás (saját szerkesztés)



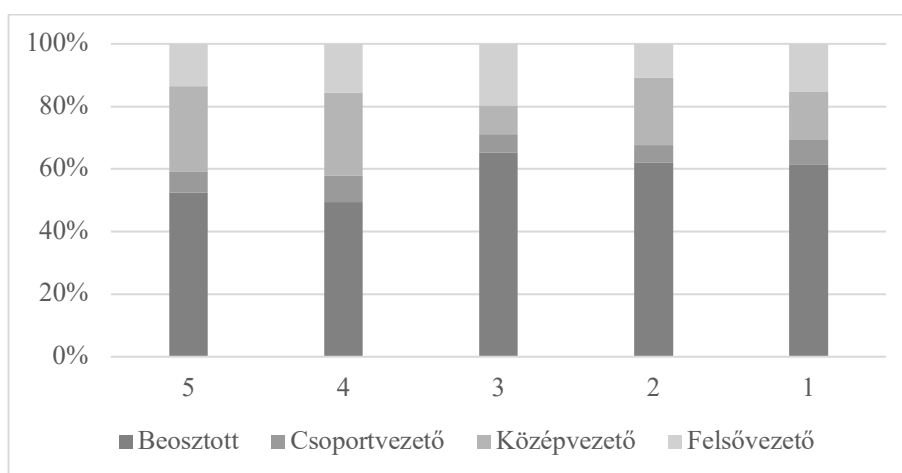


## 5.3 A H1 hipotézishez kapcsolódó kutatási eredmények közötti összefüggések

### 5.3.1 A matematikai sikerek és a munkakör közötti kapcsolat

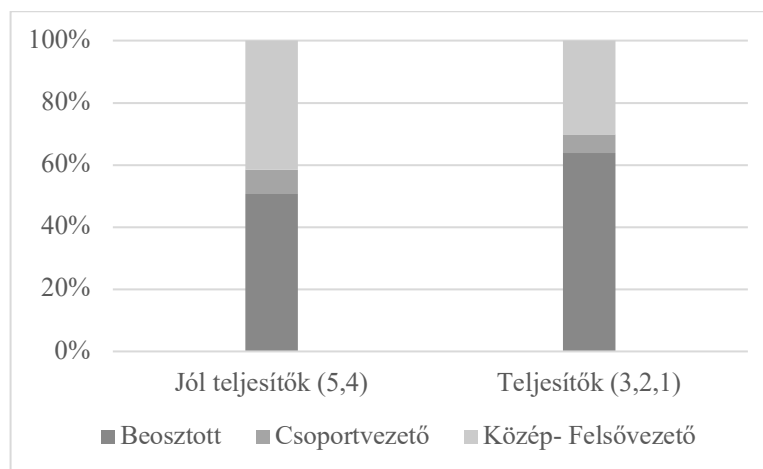
A felsőfokú tanulmányokat végzett válaszadók 57%-a beosztottként dolgozik, 7%-uk csoportvezető, 21%-uk középvezető és 16%-uk felsővezető. Ha ezt az arányt a matematikai teljesítmény összefüggésében nézzük, akkor attól függően, hogy milyen szinten (jeles: 5, jó: 4, közepes: 3, elégséges: 2 vagy elégtelen: 1) teljesítettek a bevallásuk szerint, eltérő arányban töltenek be vezetői pozíciót (24. ábra).

24. ábra: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy a felsőfokú tanulmányaik során elért matematikai sikerek szerint milyen arányban töltenek be vezetői munkakört (saját szerkesztés)



Ha az adatokat két klaszter szerint elemezzük, amelyben az egyik a legalább jó teljesítményt nyújtók, azaz a felsőoktatásban mért sikerek tekintetében (Q9\_3) 4-es és 5-ös értéket megadó válaszadók (jól teljesítők), a másik a legfeljebb közepes szintet elérők, 3-as, 2-es vagy 1-es értéket megadó válaszadók (teljesítők), akkor szignifikánsan eltérő a két csoport közötti eredmény (25. ábra).

25. ábra: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy a jól teljesítők és a teljesítők milyen arányban töltnek be vezetői munkakört (saját szerkesztés)

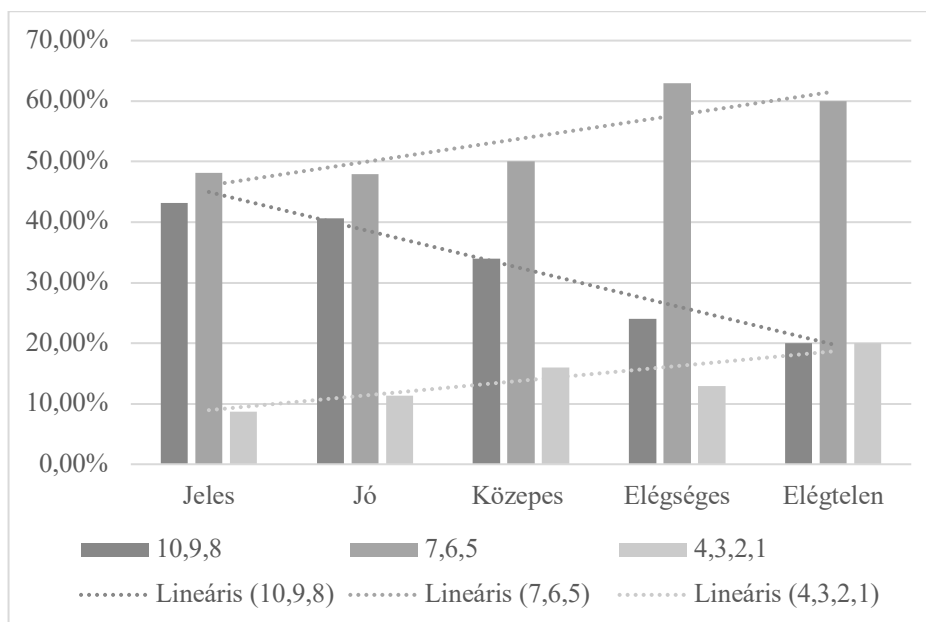


A jól teljesítők esetében csupán 50,7%-uk az, aki beosztottként dolgozik. Azaz közel a fele a válaszadóknak vezetővé vált azok közül, akik sikeresek voltak matematikából. Ezen belül is 7,7%-uk csoportvezető, 26,8%-uk középvezető és 14,8%-uk felsővezető. A matematikát teljesítők esetében a vezetők aránya alacsonyabb. Az ő esetükben a válaszadók 63,8%-a, azaz arányaiban 1,25-szor többen töltnek be beosztotti pozíciót. A közép és felsővezetői szinten pedig mindössze 30,3%-uk dolgozik, szemben a jól teljesítőkkel, akiknek 41,6%-uk.

### 5.3.2 A matematikai sikerek (Q9\_3) és a válaszadók döntéshozó típusa (Q32\_1) közötti kapcsolat

A két ismerv összehasonlításánál a döntéshozói típusra adott válaszok 3 csoportba lettek összevonva. Az első csoport, akik a racionálisabb döntéshozók, ők 10, 9 vagy 8 pontot adtak maguknak. A második, akik középen helyezkednek el, azaz 7, 6, 5 vagy 4-es értéket adtak meg. S végül az intuitív döntéshozók, akik 3, 2 vagy 1 pontot adtak. A felsőfokú tanulmányokat végzettek matematikai sikerei és a döntéshozói típus közötti kapcsolat arra az eredményre vezetett a minta jellemzőit illetően, hogy azok a válaszadók, akik sikeresebbek a matematikai tanulmányaik terén, racionálisabb döntéshozónak tartják magukat, mint azok, akik nem teljesítenek olyan jól (26. ábra).

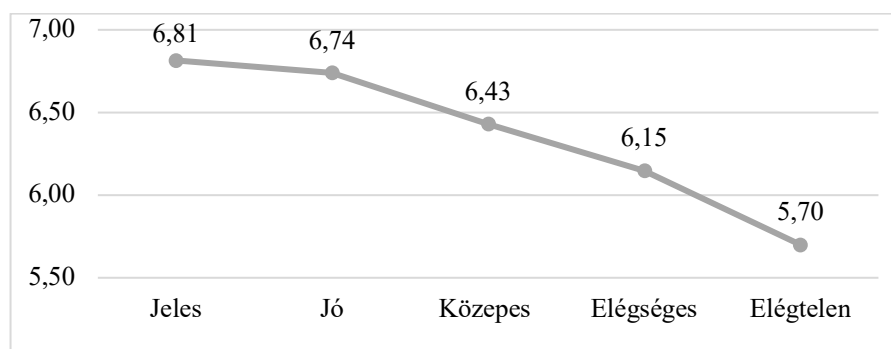
26. ábra: A válaszadók megoszlása aszerint, hogy a matematikai sikerek a felsőfokú tanulmányok során hogyan alakítják a válaszadók döntéshozói típus szerinti eloszlását (saját szerkesztés)



A 26. ábrán jól látható, hogy a jeles tanulóktól az elégséges tanulók felé haladva jelentősen csökken a magukat racionális gondolkodónak tartók aránya. Az elégtelenül teljesítők körében már kevesebb, mint fele annyian vannak, mint a legjobban tanulók között.

Ez a csökkenés szemléletes, ha az egyes matematikai teljesítmények szintjei szerint a válaszadók által megadott értékek átlagát nézzük. Az 27. ábrán látható, hogy annak értéke szigorúan monoton csökken, közel 1.1 egységet a teljesítmény szerint. Így az mindenképp elmondható, hogy a magasabb matematikai sikereket elérők sokkal racionálisabbnak tartják magukat.

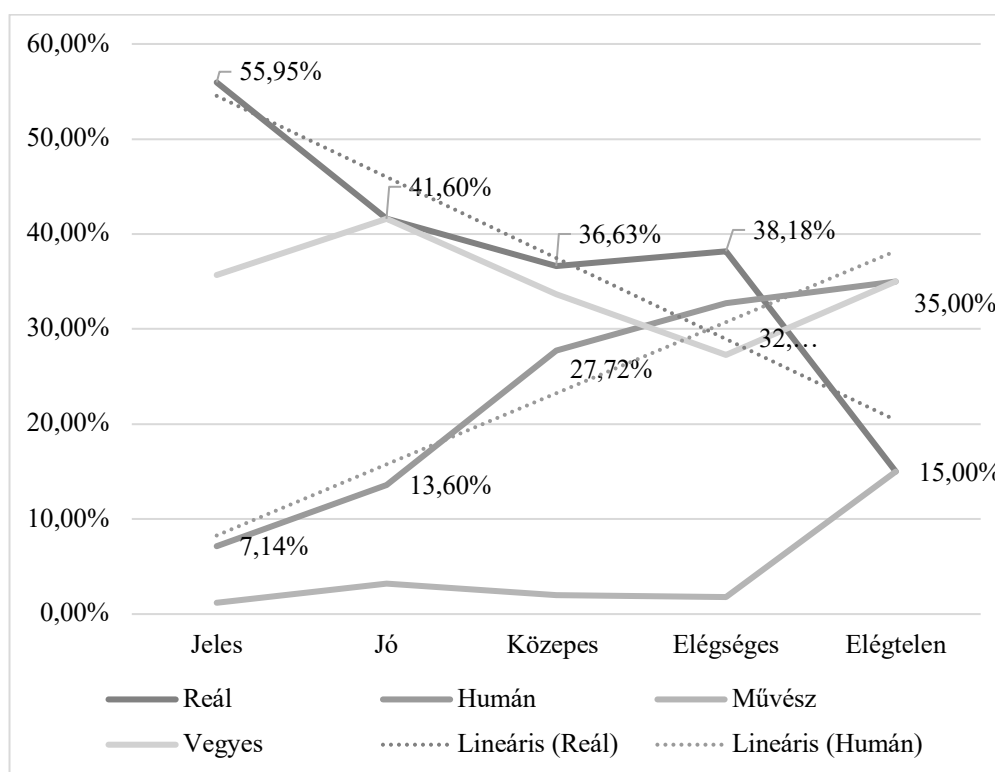
27. ábra: Az egyes matematikai teljesítmények szintjei szerint a válaszadók által megadott értékek átlaga (saját szerkesztés)



### 5.3.3 A matematikai sikerek és a személyes beállítódás kapcsolata

A matematikai sikerek a felsőoktatásban és a személyes beállítódás kapcsolatát vizsgálva, szembetűnő, hogy a jeles teljesítményt nyújtók esetében mennyire magas a reál beállítódásuk aránya: 55,95%. Azaz, minden második válaszadó reál beállítódásúnak tartja magát. Ez az arány a sikeresség csökkenésével együtt szintén csökken, egészen 15%-ig, azaz kevesebb, mint harmadára. Ugyanakkor érdemes megfigyelni, hogy a vegyes válaszadók aránya mind az öt szinten a 30-40%-os sávban mozog. Azaz, a matematikai sikeresség csökkenésével a humán beállítódás a reállal szemben növekedik. A jeles válaszadók esetében a humán típus mindössze 7,14%. Viszont ez az érték szigorúan monotonon növekedik, ahogyan a sikeresség csökken. Az elégtelen érdemjegyet elérő válaszadók esetében már 35%, ami azt jelenti, hogy arányaiban ötször annyi, mint a jelesek esetében. A művész beállítódás szinte végig 2 % körül mozog, ugyanakkor jelentős kiugrást mutat az elégtelen teljesítményt nyújtók között, ahol 15%-ot vesz fel. Az eredményeket a 28. ábra szemlélteti.

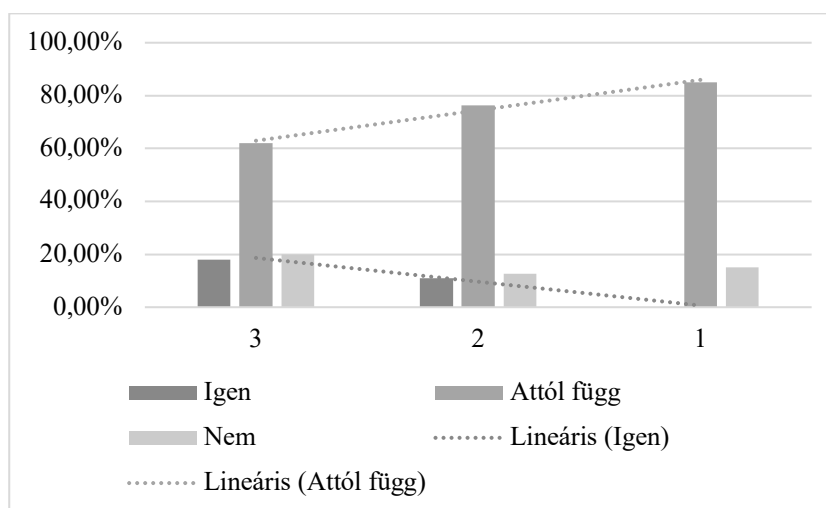
28. ábra: A matematikai sikerek a felsőoktatásban és a személyes beállítódás kapcsolata (saját szerkesztés)



### 5.3.4 A matematikai sikerek és a matematikai alapon történő döntések kapcsolata

A felsőfokú végzettséggel rendelkezők tanultak a legtovább az életük folyamán matematikát valamilyen formában. Ezért esetükben kifejezetten érdekes megvizsgálni, hogy mit gondolnak arról, hogy a matematika milyen szerepet tölt be a döntéseikben: ha az emberek sikeresek matematikából, akkor jobb döntést hoznak-e. Ennél a kérdésnél a válaszadók három lehetőség közül tudtak választani: igen; nem; attól függ milyen kérdésről van szó. Az a tapasztalat a kérdésre adott válaszok esetében, hogy a közepes teljesítménytől kezdve az elégtelenig, a válaszadók legnagyobb része (annál nagyobb része, minél alacsonyabb volt a matematikai teljesítménye) a semleges, harmadik válasz irányába mozdult el (29. ábra). Ugyanitt megfigyelhető, hogy az igenek aránya is csökken.

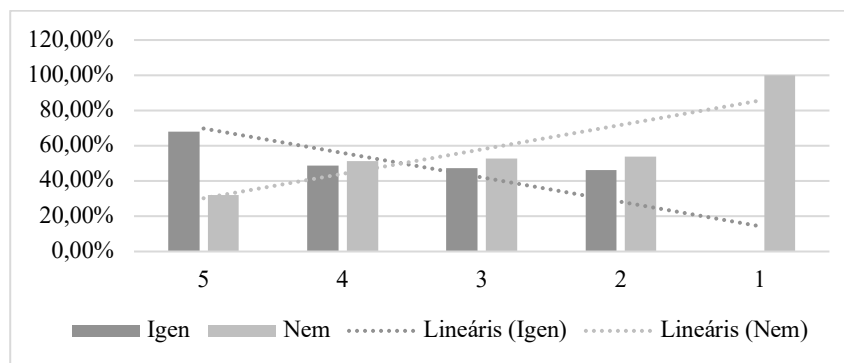
29. ábra: A felsőfokú végzettséggel rendelkezők véleményének megoszlása arról, hogy a jó matematikai képességek jobb döntéseket eredményeznek-e (saját szerkesztés)



Viszont ha a mintát leszűkítjük azokra a válaszadókra, akik határozott elképzeléssel rendelkeznek a kérdésben, érdemes megnézni, hogy az „igen”-ek és a „nem”-ek hogyan változnak a felsőfokú tanulmányok alatt elért matematikai sikeresség függvényében (30. ábra). Akik matematikából elégtelen (1) eredményt értek el, azok teljes mértékben elutasítják a feltételezést, hogy a matematika befolyásolná a döntéseket. Igaz, a mintából mindössze 3 főről beszélünk, így semmiképpen nem tekinthető ez az arány reprezentatívnak. Amikor a teljesítmény elégséges (2), közepes (3) vagy jó (4), közel azonos mértékben (46,15% és 48,78% között) és közel egyenlő arányban gondolják a válaszadók azt, hogy a jobb matekos jobb döntést hoz. Ellenben ez a közel 47% - 53% arány a „nem”-ek javára, erőteljesen átbillen a jeles (5) teljesítmény

esetében: a válaszadók 68%-a azt gondolja, hogy a jobb matekos jobb döntést hoz, ahogyan ez a 30. ábrán látható.

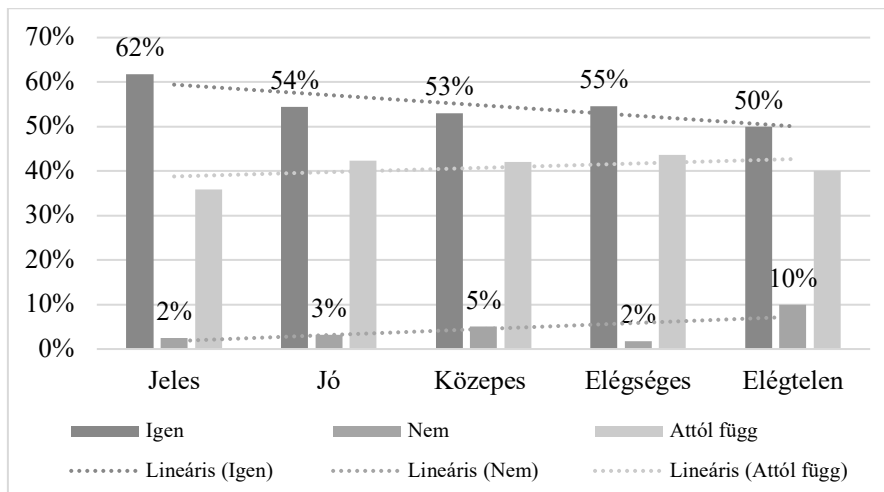
30. ábra: A határozott válasszal rendelkező felsőfokú végzettséggel rendelkezők véleményének megoszlása arról, hogy a jó matematikai képességek jobb döntéseket eredményeznek-e (saját szerkesztés)



### 5.3.5 A matematikai sikerek és a számok döntést befolyásoló hatása közötti kapcsolat

A matematikai sikerektől függetlenül elmondható, hogy a számok legalább minden második válaszadót befolyásolnak a döntéseikben. Ennek mértéke a jeles válaszadónál 62%, míg az elégtelennél 50%. Azaz ugyan csökken az aránya, de nem olyan erős ütemben, mint amilyen mértékben a sikeresség. Ezzel szemben a sikeresség csökkenésével azok száma nő, akiket – véleményük szerint – nem befolyásolnak a számok. Az ő arányuk a jeles esetében 2%, míg az elégtelennél 10%. Tehát ötször többen gondolják úgy, hogy a számok nem hatnak a döntéseikre, ha sikertelenek matematikából (31. ábra).

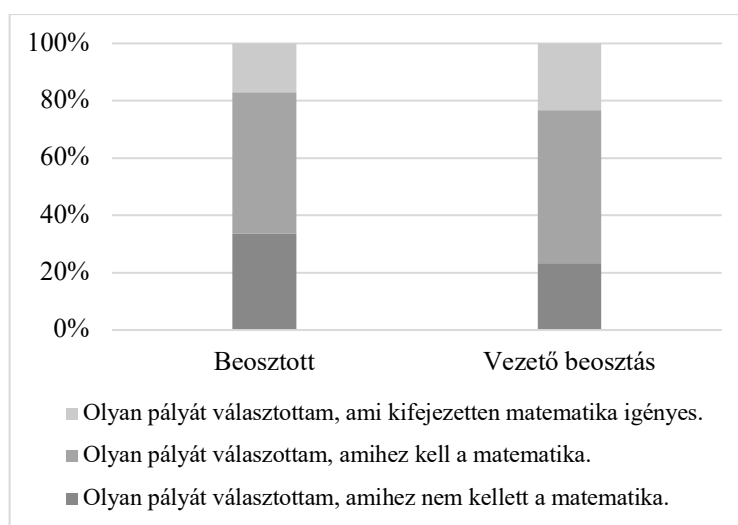
31. ábra: A felsőfokú tanulmányok alatt megélt matematikai sikerek és a számok befolyásoló hatásának kapcsolata (saját szerkesztés)



### 5.3.6 A munkakör és a matematikai pályaválasztás kapcsolata

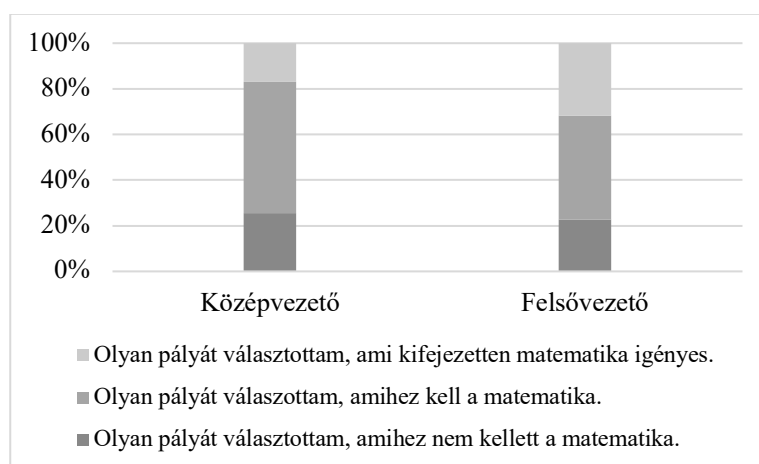
Fontos kérdés, hogy az iskolai végzettség megszerzéséhez és hozzá kapcsolódóan a pályaválasztáshoz mennyire van szükség a matematikára. Ennek mérésére szolgált a kérdőívben a matematika és a pályaválasztás kapcsolatának kérdése. A valamilyen vezető beosztásban dolgozók közel 10%-kal többen választottak olyan pályát, amelyhez kellett a matematika vagy kifejezetten matematika igényes. (32. ábra).

32. ábra: A pályaválasztás és a válaszadók munkaköre közötti megoszlás a beosztott és a vezetői munkakörök között (saját szerkesztés)



Ha a vezetői beosztásokat hasonlítjuk össze, akkor egyértelműen látszik, hogy a felsővezetők körében mennyivel nagyobb azoknak az aránya a mintában, akik kifejezetten matematika igényes pályát választottak. Közel kétszer akkora: 31,82%, mint a középvezetők esetében: 16,95% (33. ábra).

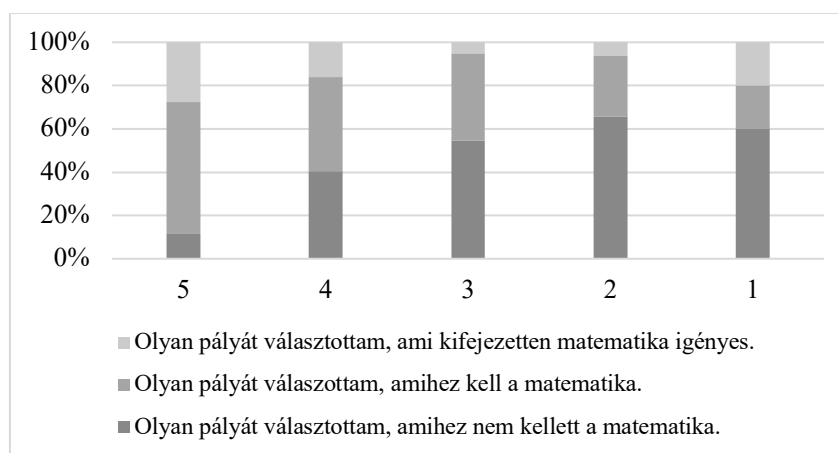
33. ábra: A pályaválasztás és a válaszadók munkaköre közötti megoszlás közép- és felsővezetők között (saját szerkesztés)



### 5.3.7 A matematikai sikerek és a matematikai pályaválasztás kapcsolata

Ha nem a munkakör, hanem a matematikai sikerek irányából közelítünk, akkor elmondható, hogy a mintában azok választanak matematika igényes pályát túlnyomó részt, akik egyébként is sikereket értek el matematikából. A középiskolai eredmények alapján az a tapasztalat, hogy ameddig a válaszadók között az elégséges (2) tanulók 65,63%-a olyan pályát választ, amelyhez nem kell a matek, ez az arány a jeles (5) tanulóknál már csak 11,52%. Ami kifejezetten érdekes, hogy a jó (4) és jeles (5) tanulók között egy viszonylag nagy ugrás figyelhető meg. Ameddig a jó (4) tanulóknak 40,32%-a választ olyan pályát, amelyhez nem kell a matematika, addig a jelesek (5) esetében a korábbi 11,52% az eredmény (34. ábra).

34. ábra: A pályaválasztás és a válaszadók középiskolai matematikai sikere közötti megoszlás (saját szerkesztés)



### 5.4 Következtetések és a H1 hipotézis igazolása

A kognitív matematikai képességek és a problémamegoldó és döntési képességek közötti kapcsolathoz tartozó mutatók (Q9 és Q8, 25. ábra) elemzésekor az látszik, hogy a matematikából jól teljesítők (jeles vagy jó, azaz 5 és 4-es értéket válaszolók) között nagyobb arányban vannak jelen a közép- és felsővezető beosztásban dolgozók. Ameddig a jól teljesítőknél ez 41,55%, addig a (kevésbé jól) teljesítőknél mindössze 30,17%. Azaz, elmondható, hogy a mintában azok a válaszadók, akik matematikából sikeresebben teljesítenek, nagyobb eséllyel lesznek közép vagy felsővezetők. Sőt, ha csak a vezetői besorolást nézzük, akkor pedig a jól teljesítők közel fele (49,3%-a) tölt be valamilyen vezetői beosztást, tehát minden második válaszadó vezető. Ha pedig a teljesítők eredményeit nézzük, akkor ez az érték 36,2%, ami azt jelenti, hogy itt csak közel minden harmadik válaszadó tölt be vezetői pozíciót. Ebből következik, hogy a matematikai sikeresség pozitív kapcsolatot mutat a munkakörökkel összefüggésben, de ahhoz, hogy



ez a kép árnyalható legyen meg kell nézni további változók közötti összefüggések eredményeit is (H1).

Azok, akik a szakmájuk miatt eleve rászorulnak a matematika választására (vagy, mert kell a továbbtanuláshoz, vagy, mert eleve abba az irányba szeretnének továbbtanulni), ott még erősebben látszik annak a hatása, ha sikeresek a matematikai tanulmányokban. Ha a középiskolai matematikai sikerek fényében nézzük (Q9\_2), akkor azok, akik sikeresebbek matematikából, sokkal nagyobb arányban választanak olyan pályát amely matematika igényes. A 34. ábra is azt mutatja, hogy azoknak a középiskolásoknak, akik matematikából jeles (5) teljesítményt nyújtanak, közel 90%-a (88,47%) olyan pályát választ, amelyhez kell a matematika. Ez az arány az elégséges (2) mértékben sikeres válaszadók felé csökken, ahol már csak 34,37%. Tehát, míg a jó matekosok közül csak minden tizedik nem választ matekos pályát, addig a rosszabb teljesítmény esetében csak minden harmadik megy olyan pályára, ahol szükséges a matematika.

Nagyon fontos látni, hogy a fenti eredmények alapján látszik, hogy a sikeresebb matekosok nagyobb arányban választanak matematikához kapcsolódó továbbtanulási pályát, ugyanakkor az összes válaszadó közel kétharmada (67,5%) nyilatkozta azt, hogy a matematikára szüksége volt a pályaválasztásában, azaz a matematika nem megkerülhető.

Ha pedig a felső- és középvezetőket hasonlítjuk össze (33. ábra), akkor a mintáról elmondható, hogy a felsővezetők között közel kétszer olyan arányban vannak a kifejezetten matematika igényes pályát választók (31,92%), mint a középvezetők között (16,95%). Azaz a felsővezetők között valóban dominánsabban vannak jelen azok, akik a szakmájukkal specifikus matematikai képességek terén sikeresebbek (H1a).

Az elsajátított matematikai kompetenciák terén további izgalmas eredmények rajzolódnak ki a minta tekintetében, amely további kutatások kérdéseit veti fel.

Az elsajátított kompetenciák tekintetében a válaszadók jelentős része (74,1%-a) azt nyilatkozta, hogy helyzetfüggő, hogy használnak-e matematikai megközelítést a döntéshozatalkor. A biztos válaszadók nagyobb része, 17,6%-uk nem használja a matematikát és mindössze 6,3%-uk gondolja úgy, hogy igen, használja.

Az elsajátított kompetenciák egyik másik mérési ismerve az volt, hogy mennyire befolyásolják a válaszadókat a döntéseikben a számok. Érdekes módon ebben a tekintetben már sokkal nagyobb a biztos válaszadók aránya: 51,9%-ukat befolyásolják a számok a döntéseikben.

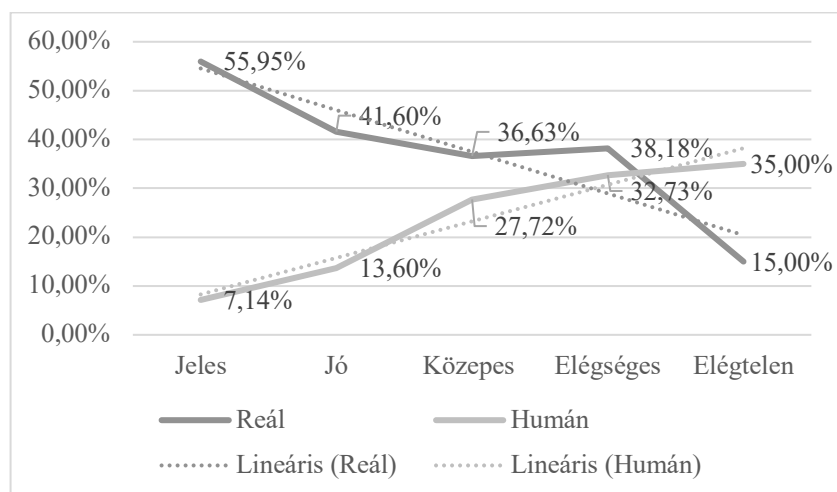
Ha e két kérdés keresztábráját megnézzük, akkor jól látható, hogy azok, akik mindig matematikai alapon döntenek, azokat a számok is befolyásolják a döntésekben. Azok, akik azt nyilatkozták, hogy attól függ, hogy milyen döntésről van szó, hogy használnak-e matematikai megközelítést (374 fő), azok között jelentős arányban (56,95%-ban) olyanok vannak, akiket befolyásolnak a számok a döntésekben. És azok körében is, akik nem használnak matematikai megközelítést, minden ötödik válaszadó (21,34%-uk) úgy nyilatkozott, hogy a számok ennek ellenére befolyásolják.

A válaszadók 25,9%-a egyetért azzal, hogy a matematikai megközelítés segít a döntések meghozatalában és mindössze 11,5%-uk gondolja úgy, hogy nem döntene másként, ha matematikai alapon közelítene.

Az elsajátított kompetenciák tekintetében, a felsőoktatásban szerzett sikereket figyelembe véve a gondolkodási képességekkel kapcsolatosan elmondható, hogy aki jeles (5), ott a legmagasabb a magukat racionális döntéshozónak tartók aránya: 43,21%. Jellemzően ez az arány szigorúan monoton csökken, ahogyan a szakmával összefüggő matematikai sikeresség csökken, egészen 20%-ig. Tehát, aki sikeresebb matematikából, az racionálisabb döntéshozónak tartja magát, mint aki nem, sőt, a sikertelenek között kétszer annyian vallják magukat intuitív döntéshozónak, mint a sikeresek között. A válaszadók átlagát ábrázolva a tendencia jól látható az 27. ábrán.

Ezt a kettősséget még jobban látni, ha a személyes beállítódás és a matematikai sikerek metszetét nézzük. Ha csak a reál és a humán válaszokra fókuszálunk (35. ábra), akkor nagyon személetes az, hogy a sikeres matematikai eredmények milyen mértékben dominálnak reál beállítódásban a jeles (5) teljesítmény esetében, és ahogyan romlik a matematikai teljesítmény, úgy veszi át a helyét a humán megközelítés (H1b).

35. ábra: A matematikai sikerek a felsőoktatásban és a reál illetve humán személyes beállítódás kapcsolata (saját szerkesztés)



A feltáró kutatás eredményei alapján elmondható, hogy

1. A mintában a válaszadók kognitív matematikai képességei, amelyeket a matematikai sikereken keresztül mérünk, összefüggésben állnak a problémamegoldó és a döntéshozatali képességekkel, azaz a válaszadók munkakörével.
2. Minél képzettebb valaki a szakmájával összefüggő releváns matematikai képességek terén, azaz sikeresebb a felsőoktatásban matematikából, annál valószínűbb, hogy problémamegoldó és döntéshozó lesz, mert a magasabb matematikai sikereket elérők aránya magasabb a vezetői munkakört betöltők körében.
3. Az elsajátított matematikai kompetenciák hatással vannak a gondolkodási képességekre, mert aki sikeresebb matematikából, az nagyobb mértékben vallja magát racionális döntéshozónak és reál beállítódásúnak, mint aki nem. Továbbá sokkal jellemzőbb, hogy a matematikai megközelítést és a számokat figyelembe veszi a döntéseknél, így ez hatással van a viselkedésére, így közvetve sikeresebb döntéseket eredményez, mert magasabb munkaköröket tölt be.

A kutatási mintában a H1 hipotézis igazolást nyert.

## **6. A H2 hipotéziseihez kapcsolódó kutatási modell és az eredmények**

A kutatás H2 hipotézise a következő:

H2 A matematika oktatásának minősége meghatározó szerepet játszik a tantárgy hasznosságának megítélésében:

H2a A hagyományos matematikaoktatási módszertan nem alkalmas arra, hogy fenntartható módon készítsen fel a XXI. század kognitív kihívásainak való megfelelésre.

H2b A matematikaoktatás innovációja akkor vezethet fenntartható gondolkodáshoz, ha növeli a jövő generációk önbecsülését, akik ezáltal képesek lesznek az önmegvalósításra döntéshozóként.

## 6.1 A H2 hipotézishez kapcsolódó kutatási modell

A hipotézisben megjelenő jelenségeket, tulajdonságokat, képességeket az alábbi vizsgálati kérdések reprezentálják a kutatási kérdőívben:

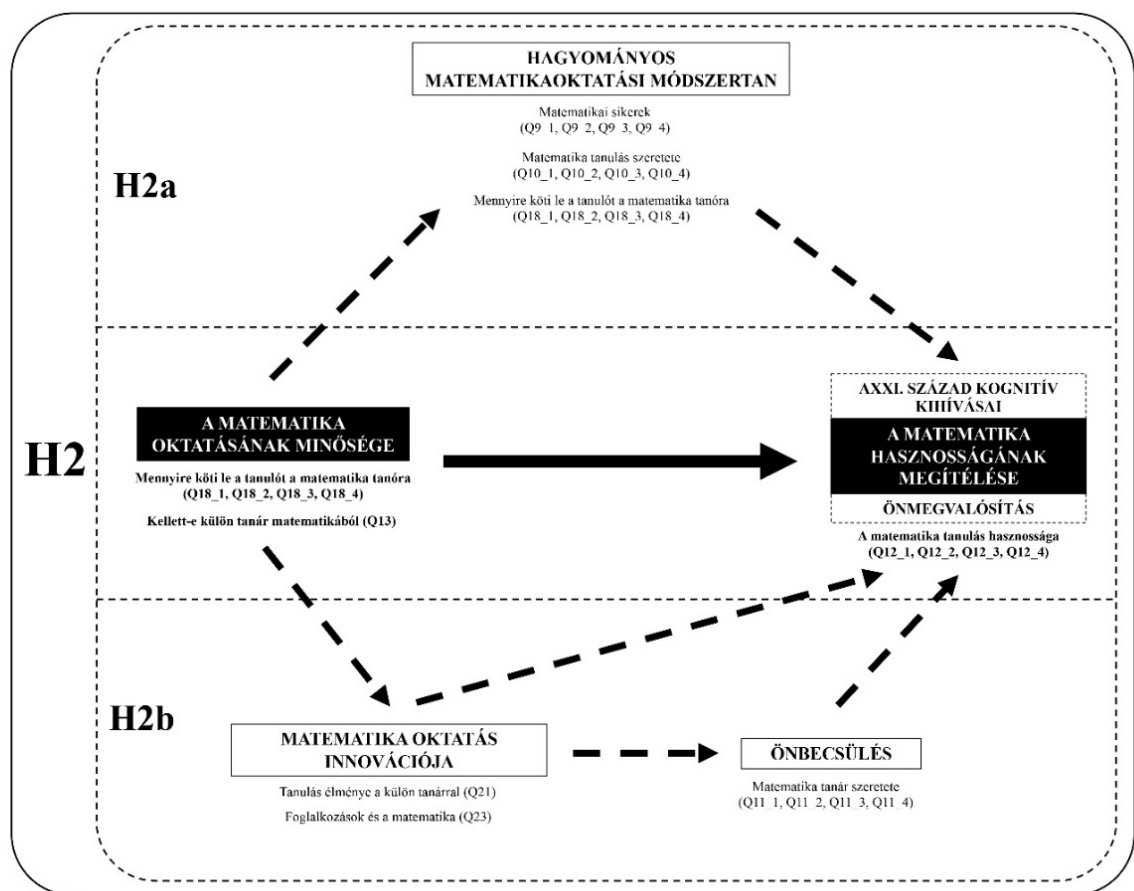
- (1) A matematika oktatásának minősége: Az oktatás minőségét számos tényezőn lehet mérni. Jelen kutatásban a minőség mércéje, hogy a diákok / hallgatók milyen mértékben szeretik tanulni az adott tárgyat, mennyire köti le őket az órai munka és elég-e amit az iskolarendszerben tanulnak, vagy további órákra is szükségük van, hogy tartani tudják a lépést. A kutatás arra is kitért, hogy abban az esetben, amikor valaki külön tanárt vesz igénybe, hogy jobb eredményt érjen el, akkor a külön tanárral vett órák esetében vajon változik-e a megélése a matematikatanulásról. A mért változók és jelölésük: Matematika tanulás szeretete az egyes oktatási szinteken (általános iskola, középiskola, felsőoktatás, tudományos fokozat): Q10\_1, Q10\_2, Q10\_3, Q10\_4; A matematika órák mennyire kötik le a tanulók figyelmét az egyes oktatási szinteken (általános iskola, középiskola, felsőoktatás, tudományos fokozat): Q18\_1, Q18\_2, Q18\_3, Q18\_4; Szükség volt-e külön tanár bevonására: Q13, Milyen élmény volt külön tanárral tanulni: Q21.

Természetesen a minőségre további dimenziók mentén is rá lehet nézni, mint a matematikai sikeresség, vagy a tárgy hasznosságának megítélése, de ezeknek a változóknak a mintán vett mérési eredményei korábban már részletesen ismertetésre kerültek, így a 6. fejezetben azok eredményei nem kerülnek újra bemutatásra.

- (2) A matematika tantárgy hasznosságának megítélése: A matematika tanulás hasznossága szándékosan került mérésre az egyes oktatási szintekhez rendelve. Ez azt igyekszik mérni, hogy a tanulók milyen mértékben érzik, hogy amit tanulnak, annak van értelme későbbi életük, karrierjük szempontjából. A mért változók és jelölésük: A matematika tanulás hasznossága az egyes oktatási szinteken (általános iskola, középiskola, felsőoktatás, tudományos fokozat): Q12\_1, Q12\_2, Q12\_3, Q12\_4.
- (3) A hagyományos matematikaoktatási módszertan: A matematikaoktatás módszertana nem került direkt módon mérésre a kérdőívben. Annak indirekt megítélése a mért változók eredményeinek függvénye a generációkon keresztül szemlélve és az azok közötti változásokat elemezve. Azaz a módszertani változások a generációk közötti, a matematikatanulással kapcsolatosan mért

eredmények eloszlásának összehasonlításán keresztül kerülnek megítélésre. A mért változók és jelölésük: Matematika tanulás szeretete az egyes oktatási szinteken (általános iskola, középiskola, felsőoktatás, tudományos fokozat): Q10\_1, Q10\_2, Q10\_3, Q10\_4; A matematika órák mennyire kötik le a tanulók figyelmét az egyes oktatási szinteken (általános iskola, középiskola, felsőoktatás, tudományos fokozat): Q18\_1, Q18\_2, Q18\_3, Q18\_4; Matematikai sikerek az egyes oktatási szinteken (általános iskola, középiskola, felsőoktatás, tudományos fokozat): Q9\_1, Q9\_2, Q9\_3, Q9\_4.

36. ábra: A H2 hipotézishez kapcsolódó kutatási modell (saját szerkesztés)



Két változót fontos még kiemelni, amelyek mérése kiemelten fontos az eredmények értékelése szempontjából:

- (4) A matematika tanár szeretete: Mivel a tantárgy megítélése összefüggésben van az oktató szeretetével, ezért a kutatás során ez is mérésre került, és az oktatás minőségi és módszertani megítélésére hatást gyakorol. A mért változók és jelölésük: A matematika tanár szeretete az egyes oktatási szinteken (általános iskola, középiskola, felsőoktatás, tudományos fokozat): Q11\_1, Q11\_2, Q11\_3, Q11\_4.

- (5) A foglalkozások és a matematika kapcsolatának vizsgálata, hogy a válaszadók mit gondolnak, hogy az egyes szakmákhoz mennyire kapcsolódik a matematika, mint elvárható képesség. A mért változó: Mennyire szükséges a matematika az adott szakma gyakorlásához: (Q23).

A H2 hipotézishez kapcsolódó kutatási modellt a 36. ábra foglalja össze.

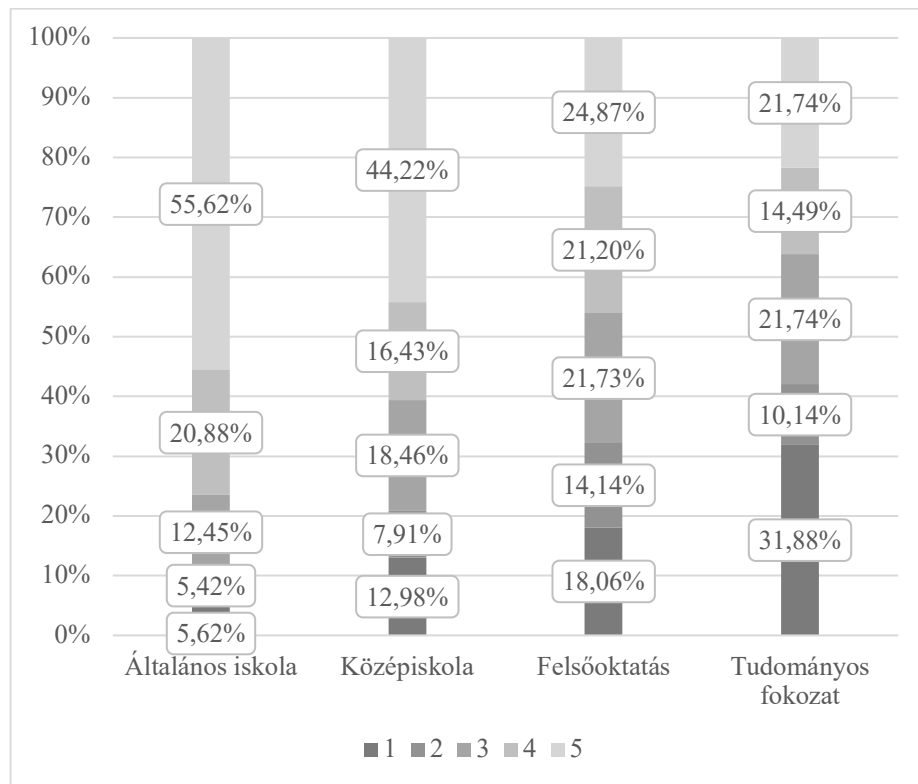
## 6.2 A H2 hipotézishez kapcsolódó kutatási eredmények

### 6.2.1 A matematika tanulás szeretete (Q10\_1, Q10\_2, Q10\_3, Q10\_4)

A matematikatanulás szeretete a válaszadók szempontjából az oktatási szintekhez igazítottan került mérésre, azaz a tanulmányok szerint meg kellett adni, hogy az adott szinten mennyire szerették a matematikát tanulni. Az eredmények alapján elmondható, hogy a válaszadók 76,5 %-a kezdetben legalább 4-esre értékelte a matematikatanulás szeretetét. Fontos, hogy 55,62%-uk 5-ös értéket adott, ami azt jelenti, hogy gyermekkorában még minden második válaszadó szeretett matematikát tanulni. Ahogy haladunk előre az időben, azaz a tanulmányok szintjén, szembetűnő, hogy a matematika szeretete csökken és a válaszadók egyre alacsonyabb mértékben szeretnek matematikát tanulni. A kezdeti 55,62% a középiskolában 44,22%-ra, felsőoktatásban 24,87%-ra esik vissza. Ez azt jelenti, hogy a tanulmányok kezdetén még minden második diák kifejezetten szereti a matematikát tanulni, de mire a felsőfokú tanulmányikhoz eljutnak, ez már csak minden ötödik válaszadóra igaz.

A másik tábor, akik nem szeretnek matematikát tanulni (az 1-es és 2-es értékeket válaszoló kitöltők), ezzel szemben növekszik. Ameddig általános iskolában 11,4%-uk nem szeret matematikát tanulni, addig a középiskolában ez az arány már 20,89%, a felsőfokú tanulmányokhoz érve pedig 32,21%. Közel megháromszorozódik azok száma, akik nem szeretnek matematikát tanulni. Az adatokat részletesen az 37. ábra mutatja be.

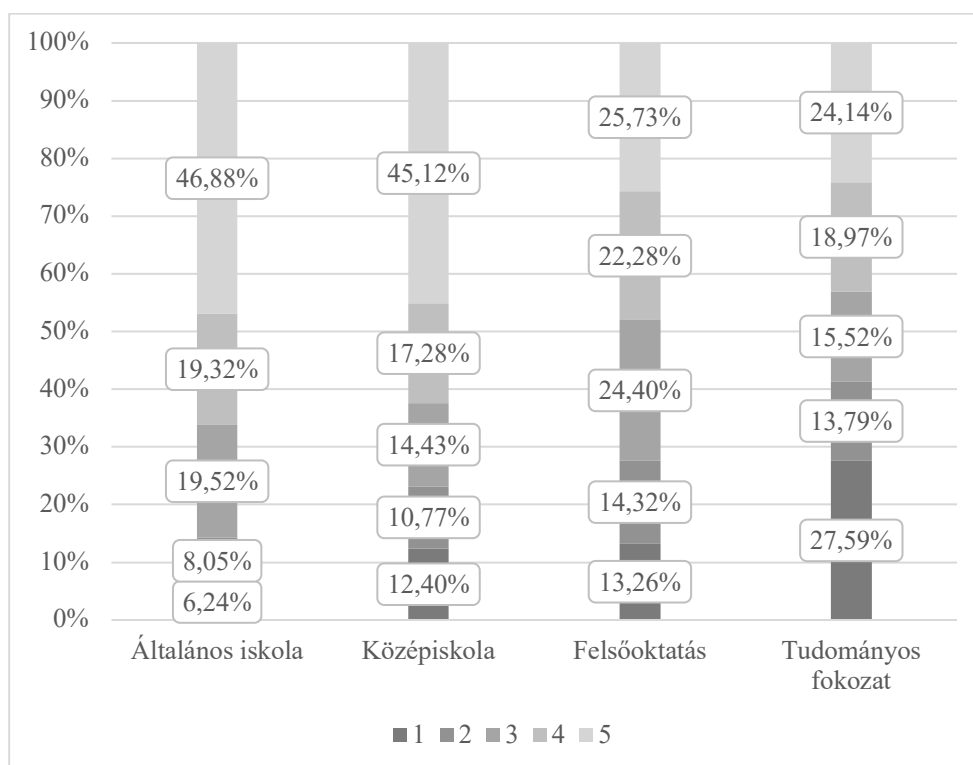
37. ábra: A matematika tanulás szeretete az egyes oktatási szinteken (saját szerkesztés)



### 6.2.2 A matematikatanár szeretete (Q11\_1, Q11\_2, Q11\_3, Q11\_4)

A matematika tanár szeretete az egyes oktatási szintekhez kötötten került mérésre. Az eredmények tekintetében elmondható, hogy az általános iskolában a legmagasabb azok aránya, akik szeretik a tanáraikat: 46,88%-uk 5-ös, még 19,32%-uk 4-es értéket adott meg. Ezek az értékek kis mértékben csökkennek a középiskola esetében, ugyanakkor a felsőoktatásba kerülve egy nagy ugrást lehet látni az 5-ös értéket adók esetében. A felsőoktatásba kerülve a korábbi 45,12% visszaesik 25,73%-ra és lényegében a tudományos fokozatszerzésnél is itt marad 24,14%-on. Ez alapján láthatóan kettős megítélés történik. Érettségi előtt általánosan a diákok 46%-a, azaz közel fele, minden második szereti a matematika tanárát. Majd érettségi után a továbbtanulók esetében ez az arány közel 25%-ra csökken, azaz már csak minden negyedik diák lelkesedik matematika tanáráért. A részleges megoszlást az 38. ábra mutatja.

38. ábra: A matematika tanár szeretete az egyes oktatási szinteken (saját szerkesztés)

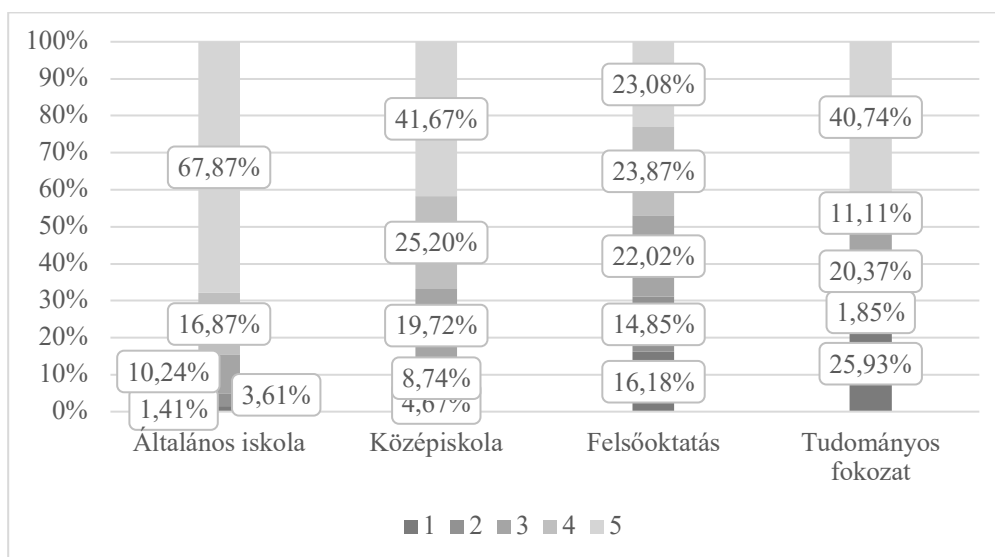


### 6.2.3 A matematikatanulás hasznossága (Q12\_1, Q12\_2, Q12\_3, Q12\_4)

A válaszadók a matematikatanulás hasznosságát egyértelműen úgy ítélték meg, hogy az általános iskolai tanulmányok azok, amelyek a leghasznosabbak. 67,87%-uk 5-ös értékelést adott és 16,87%-uk 4-est, azaz elmondható, hogy mindössze 15,44%-uk, akik nem, vagy kevéssé tartják hasznosnak a matematika tanulását ezen a szinten. Ugyanakkor vegyük észre, hogy a tantárgy hasznosságának megítélése milyen erős ütemben esik vissza, ahogyan a tanulmányokban haladunk előre. A kezdeti 67,87% a középiskolában 41,67%-ra a felsőoktatásban pedig 23,08%-ra redukálódik. Mindezt úgy, hogy közben a későbbi szakmával kapcsolatos releváns matematikatudást kellene megszerezni az egyre magasabb tanulmányi szinteken, mégis ezt a válaszadók egyre haszontalanabbnak tartják. Ami szembetűnő, hogy bár a tudományos fokozatszerzéskor a legrosszabb a matematikatanulás hasznosságának 1-es szintű megítélése, az 5-ös értékelést adók szinte megduplázódnak a felsőfokú tanulmányokhoz képest, a korábban már említett 23,08%-ról 40,74%-ra. Ennek okait érdemes vizsgálni, de feltételezhetően a tudományos munkához elengedhetetlen statisztikai és valószínűségi matematikai modellek hasznossága lehet a háttérben, amelyeket elengedhetetlen módon kell használni. A részletes eredményeket a 39. ábra mutatja.



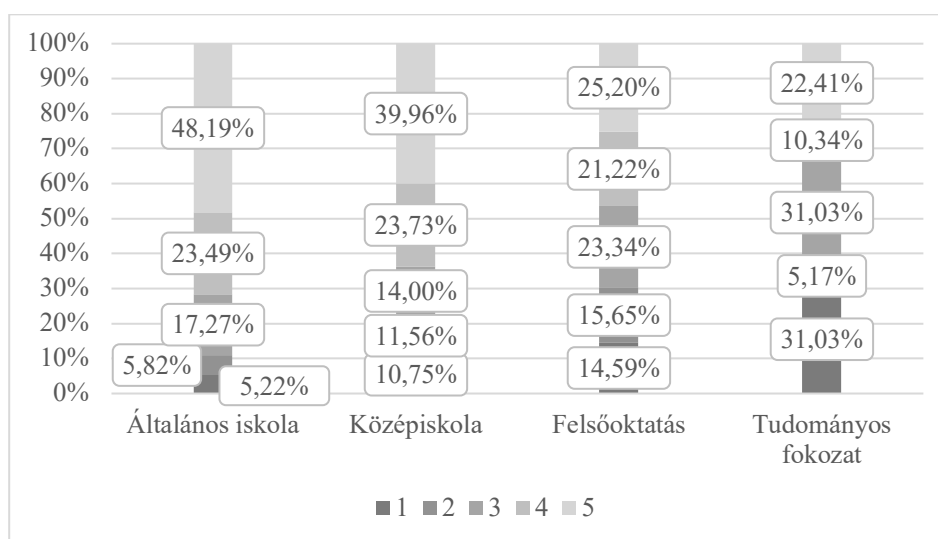
39. ábra: A matematikatanulás hasznosságának megítélése az egyes oktatási szinteken (saját szerkesztés)



#### 6.2.4 Figyelem a matematika órákon (Q18\_1, Q18\_2, Q18\_3, Q18\_4)

A figyelmet szintén az oktatási szintekhez kötöttén kellett megadnia a válaszadóknak. A korábbi tendenciák itt is tetten érhetőek: az általános iskolai tanulmányok teljesítenek a legjobban, és ahogyan haladunk az egyre magasabb tanulmányi szintek felé, úgy csökken a figyelem mértéke. Ha a 4-es és 5-ös értékeket közösen nézzük, akkor általános iskolában a figyelem szintje még viszonylag magas, 71,68%. Ez középiskolában 63,69%-ra esik vissza, majd felsőoktatásban 46,42% és tudományos fokozatszerzéskor már csak mindössze 32,75%. Azaz, közel a felére csökken felsőoktatásban azok aránya, akik jól tudnak / tudtak figyelni az órákon. Az eredményeket az 40. ábra mutatja.

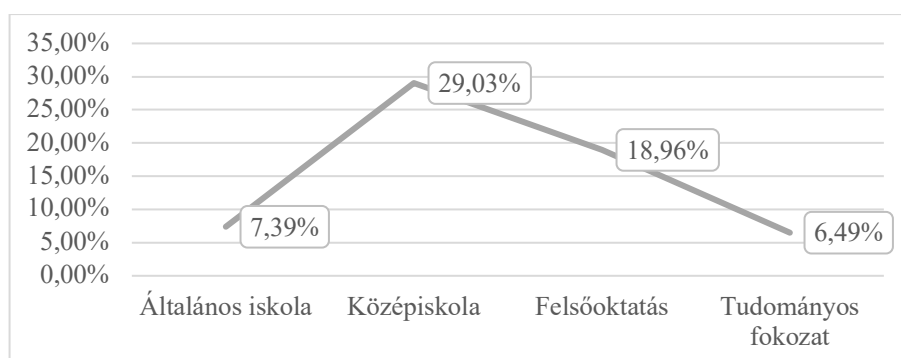
40. ábra: A figyelem mértéke a matematika órákon az egyes oktatási szinteken (saját szerkesztés)



## 6.2.5 Külön tanár igénybevétele (Q13)

A külön tanár igénybevétele egy fontos tényező a tanulmányok alatt. Az eredmények azt mutatják, hogy a külön tanár igénybevétele a középiskolai tanulmányok alatt a legintenzívebb (41. ábra). A válaszadók majdnem 30%-a igénybe vett külön tanárt, hogy a matematikai sikerek és a továbbtanulás biztosított legyen. A felsőoktatásban is viszonylag sok, minden ötödik válaszadó igénybe vett tanórán kívüli korrepetitort.

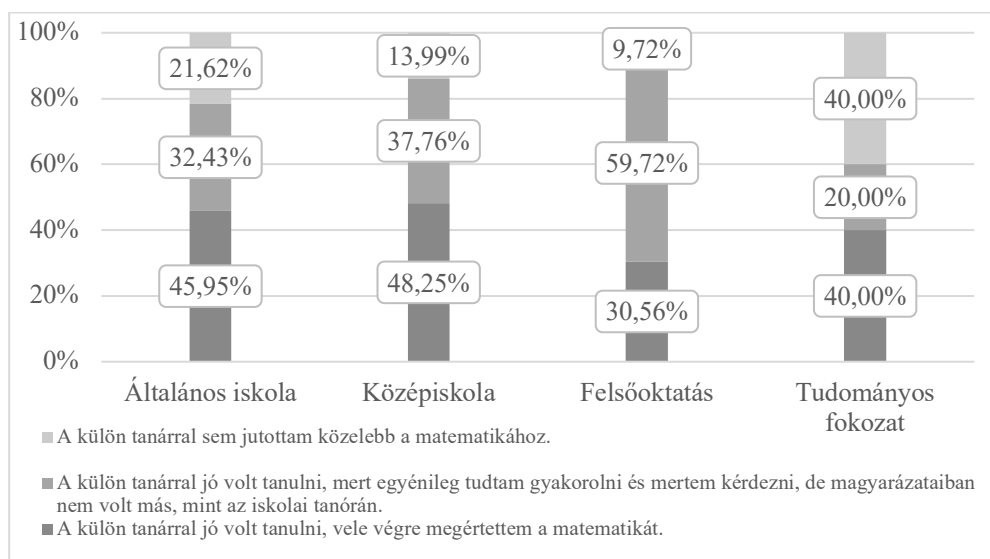
41. ábra: A hallgatók milyen arányban vesznek igénybe külön tanárt az egyes oktatási szinteken (saját szerkesztés)



## 6.2.6 Tanulási élmény a külön tanárral (Q21)

A külön tanár igénybevétele célja a kutatás szempontjából nem megkerülhető. Az eredmények alapján elmondható, hogy mind általános iskolai tanulmányok alatt, mind a középiskolai tanulmányok esetében a külön tanár igénybevétele meghatározó élménye, hogy szemben a kötelező tanórával, itt végre jó volt tanulni a matematikát. Általános iskolában a válaszadók 45,95%-a, középiskolában a válaszadók 48,25%-a nyilatkozta azt, hogy a külön tanórán tudta megérteni a matematikát. Ez az arány a felsőoktatásban 30%-ra visszaesik, de tudományos fokozatszerzésnél 40%-os arányt mutatva szintén jelen van. Az eredmények további részleteit az 42. ábra tartalmazza.

42. ábra: A külön tanár igénybevételével kapcsolatos élmények az oktatási szintek szerint (saját szerkesztés)



### 6.3 A H2 hipotézishez kapcsolódó kutatási eredmények közötti összefüggések

A kutatási eredményeket vizsgálva, nagyon hasonló tendenciák rajzolódnak ki abban az értelemben, hogy (1) a matematikai sikerek: Q9, a (2) matematika tanár szeretete: Q11, (3), a matematikatanulás haszna: Q12, (4) a matematikatanulás szeretete: Q10 és (5) a matematika tanórákon való figyelem: Q18, hogyan változnak meg a tanulmányok alatt. Szemmel láthatóan kapcsolat vélelmezhető ezek között, ezért elkészítésre került a fenti öt változóhoz tartozó, az egyes tanulmányi szintek szerinti bontásban a korrelációs mátrix, amelyet az 20. táblázat mutat be.

20. táblázat: A Q9, Q10, Q11, Q12 és Q18 ismérvek közötti korrelációk. A feketével kiemelték Erős pozitív kapcsolatot feltételeznek, a világoszürkék közepes pozitív kapcsolatot jelölnek (saját szerkesztés)

	Általános iskola	Középiskola	Felsőfokú tanulmányok	Tudományos fokozatszerzés
Q9-Q10	0.67	<b>0.78</b>	0.65	<b>0.74</b>
Q9-Q11	0.49	0.58	0.44	<b>0.71</b>
Q9-Q12	0.52	0.62	0.41	0.68
Q9-Q18	0.54	0.66	0.48	<b>0.72</b>
Q10-Q11	0.61	0.69	0.56	0.67
Q10-Q12	0.57	0.68	0.53	0.68
Q10-Q18	<b>0.72</b>	<b>0.78</b>	<b>0.71</b>	<b>0.77</b>
Q11-Q12	0.38	0.54	0.35	<b>0.73</b>
Q11-Q18	0.62	<b>0.71</b>	0.59	<b>0.75</b>
Q12-Q18	0.56	0.67	0.56	<b>0.80</b>

A Pearson-féle korrelációs együtthatók értékei alapján elmondható, hogy a feltételezett kapcsolat az ismérvek között valóban jelen van. Jellemzően közepes erősségű pozitív kapcsolat van páronként közöttük. Az is elmondható, hogy ez a kapcsolatok kifejezetten erősebbek a középiskolai tanulmányok alatt és a tudományos fokozatszerzés alkalmával.

#### 6.4 Következtetések és a H2 hipotézis igazolása

A matematika oktatásának minősége meghatározó szerepet játszik a tantárgy hasznosságának megítélésében:

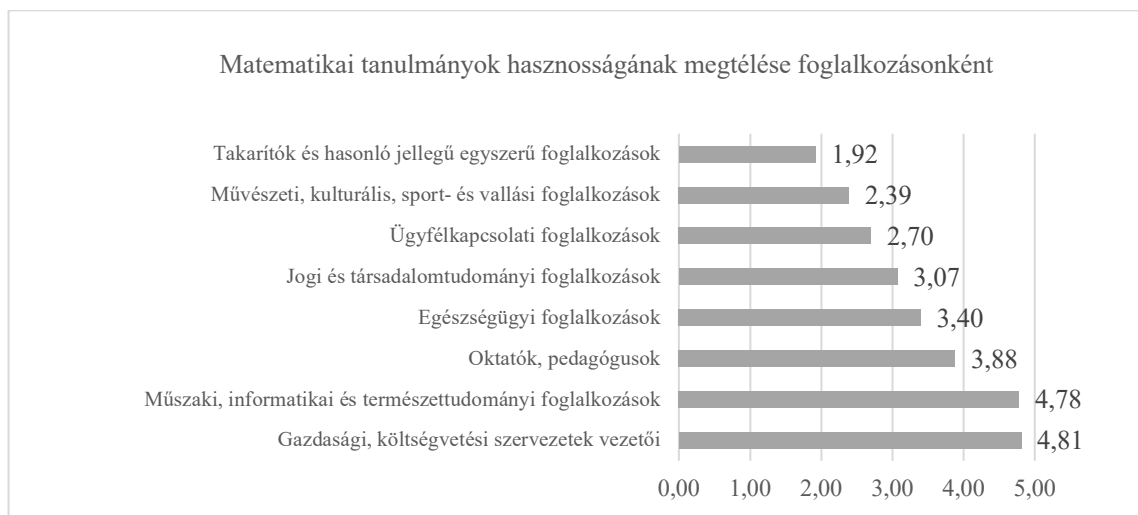
- (1) Az, hogy milyen mértékben köti le a tanóra a válaszadókat, erős pozitív korrelációban áll minden oktatási szinten azzal, hogy mennyire szeretik a tárgyat. Ennek a korrelációnak a mértéke általános iskolában 0,72, Középiskolában 0,78, felsőfokú tanulmányoknál 0,71 és tudományos fokozatszerzéskor 0,77.
- (2) Amennyiben sikeresek a válaszadók a matematika terén, akkor a matematikatanulást is szeretik. Ez a korreláció középiskolában, azaz pályaválasztás előtt a legerősebb, amikor is az értéke 0,78, azaz erősen pozitív a kapcsolat közöttük.
- (3) A matematikai sikerességet elemezve a generációk között elmondható, hogy az elmúlt négy generáció hasonló eredményeket tud felmutatni a matematikai sikerek terén, nem nőtt a sikeres tanulók aránya annak ellenére, hogy számos módszertani megújulás történt.
- (4) Általános és középiskolában azok közül, akik külön tanárhoz jártak, közel minden második tanulónak sikerült megérteni a matematikát. A másik felük pedig nem kapott módszertanilag mást, mint amit tanórán, és ez nem segítette elő a matematikai sikerek elérésében őket.

Látható tehát, hogy amennyiben megfelelő módszertan szerint, az egyén igényeire fókuszáltan történik az oktatás, akkor a tanulók sikeresebben képesek elsajátítani a matematika tárgyhoz kapcsolódó készségeket.

A XXI. században különösen kihívást jelent annak kérdése, hogy milyen szakmát / hivatást válasszon az ember. Fontos viszont azt látni, hogy ez a választás mennyire kapcsolódik a matematikához. A válaszadók a szakmákkal kapcsolatos kérdésekre, hogy mégis mennyire kell hozzájuk a matematika (Q23), a várakozásoknak megfelelően azokat

a szakmákat, amelyek számokkal foglalkoznak egyértelműen abba a kategóriába sorolták, ahol a matematikai tanulmányok nagyon hasznosak tudnak lenni (43. ábra). Ezzel párhuzamosan az is látható, hogy a jellemzően bölcsészettudományi, vagy egyszerű szakmunkás és ügyintézői feladatokat pedig leértékelték a matematika hasznosságának irányából, a tanult sztereotípiák szerint.

*43. ábra: A matematikai tanulmányok hasznosságának megítélése foglalkozásonként csoportosítva. 5-ös érték ha maximálisan szükség van rá, 1-es érték ha nincs szükség rá (saját szerkesztés)*



Ez az értékelés is jól mutatja, hogy ahhoz képest, hogy milyen teljesítménnyel sikerül az oktatási rendszerben részt venni, a diplomához kötött foglalkozási körök esetében (kivétel a kultúra, a művészet és a sport) a matematikai képzettség elvárás a válaszadók irányából. Ez különösen igaz a gazdálkodási területeken, így amikor arról beszélünk, hogy hogyan alakíthatóak ki a fenntarthatóságot biztosító gazdálkodási modellek, akkor érdemes figyelembe venni, hogy az alapvető elvárás, hogy akik a fenntarthatósággal kapcsolatos döntéseket meghozzák, matematikailag képzettek legyenek. Ez viszont csak úgy valósulhat meg, ha a jelenlegi teljesítményértékeken tudunk változtatni és képesek leszünk a matematikaoktatást módszertanilag is megújítani.

Ahogy a kapcsolódó kutatások is mutatták a teljesítménnyel szoros kapcsolatban áll a matematikai szorongás, amely a sikereken keresztül az önbecsülés növelésével oldható. A kutatás eredményei egyértelműen mutatják, hogy a sikerek azok, amelyek erősítik a matematikához való kapcsolódásunkat és ennek eredményeként nagyobb eséllyel válunk felkészült döntéshozóvá.

A válaszadók eredményei alapján a H2 hipotézist a mintára vonatkozóan igazoltnak tekintem.

## VII. ÖSSZEFOGLALÓ ÉS ZÁRÓ GONDOLATOK

Szent-Györgyi Albert úgy fogalmazott, hogy “Olyan lesz a jövő, mint amilyen a ma iskolája.” Úgy fogunk gondolkodni, olyan döntéseket fogunk hozni, mint amilyen mintákat mutattak nekünk, mint amit tanítottak, mint amit engedtek.

Látható, hogy az emberi viselkedés, a döntések megértése és megítélése mögött számos megközelítés létezik. Viszont, ha jobban megfigyeljük, közös elemük, hogy a számok, a matematikai gondolkodásmód mindegyikben jelen van. A klasszikus megközelítésnél, a „racionális modelleknél” ez nem is kérdés, hiszen azokat jellemzően matematikai alapokon lehet leírni. A hasznosságfüggvény, az optimális megoldás mind-mind matematikai alapokon kerül meghatározásra. Maga a döntéshozatal is az egyes alternatívákhoz rendelt súlyokon és valószínűségeken alapszik. Viszont hiába rugaszkodunk el a racionalitástól, a számok, az ősi időkre visszavezethető könyvelési mechanizmusok továbbra is megmaradnak vagy tudatosan vagy tudat alatt. Figyelünk az információkra, kiragadunk egyeseket, míg másokat elvetünk. Számokat rendelünk hozzájuk, vagy azért, mert van egy konkrét értékük, vagy valamilyen belső indíttatás okán. A korlátozott racionalitás kutatási eredményei nyomán a számok és a számokon keresztül történő reprezentáció újra fókuszba került, mert a heurisztikákon keresztül jelentős hatást gyakorolnak a döntéshozatalra. Ennek fő oka az, hogy a számok továbbra is alkalmasak arra, hogy kapaszkodót adjanak, mivel képzettársításunk hozzájuk nem más, mint maga a racionalitás fokozottabb jelenléte. Elég, ha arra gondolunk, hogy ha egy magyarázatunkban számokat helyezünk el, akkor sokkal hitelesebbnek tűnik, amit mondunk.

Nem véletlen tehát, hogy a matematika olyan meghatározó az életben. A számokkal itt találkozunk, itt dolgozunk a legtöbbet. A számokhoz való viszonyunk a matematika tanulása alatt alakul ki. Ebből fakadóan a siker kulcsa, hogy miként gondolkodunk, szintén itt keresendő. Meg kell találni a szakmákhoz/diplomákhoz rendelhető kognitív matematikai tudást. Megfelelően strukturált és módszertanilag helyesen megközelített matematikai képzéssel számos területen lehet fejlődést elérni:

- az asztalos szakmában a geometriai összefüggések ismerete, a „geométer gondolkodás” jobb problémamegoldókat, szerkezettervezőket és kivitelezőket eredményezhet;
- a szállodai folyamatszervezésben egy lineáris összefüggéseket ismerő, az optimalizálási eljárásokat átlátó recepciós jobban képes koordinálni a feladatokat, átlátni az erőforrások menedzsmentjét;

- a halmazelméleti és matematikai logikai tudásanyag támogatja a jogalkotók gondolkodását;
- egy közlekedésmérnök a gráfelmélet és a folyamatok ismerete által, a diszkrét matematika eszköztárát használva hatékonyabb munkát tud végezni.

Lehetne még sorolni a példákat a statisztikai terület hasznairól, hogy mely szakma/szakterület, a matematika mely ágának mélyebb átlátásával tud eredményesebb lenni.

A matematika, a matematikai gondolkodás a tudománytörténetben mindig is meghatározó jelentőséggel bírt, mint a racionalitás, a logikus gondolkodás megtestesítője. A döntéseinkkel összefüggésben is erős, pozitív hívószóként van jelen. A menedzsment döntések előkészítésében, a gazdasági elemzések mögött, az adatelemzések vagy a mesterséges intelligencia háttérében alkalmazott matematikai tudás áll. Ugyanakkor ennek a tudásnak a megértése keveseknek adatik meg. Láttuk, hogy az oktatásban ez az a terület, amellyel a legtöbbet, leghosszabban foglalkozunk, mégis számos kudarc kíséri. Sokan megmaradnak a „nincs matekos agyam” magyarázatoknál, s nem gondolnak mélyebben bele, hogy mi az oka a kudarcnak. Kutatásom ajtót kívánt nyitni abba az irányba, hogy gondoljuk újra a viszonyunkat a matematikával. Mi történik, miért alakul át a matematikával kapcsolatos pozitív viszonyunk a kezdeti sikerek után? A bemutatott eredmények alapján látható, hogy a kezdeti kapcsolat erős és sikeres. Később romlik meg ez a viszony, és a folyamat szoros korrelációban állhat az oktató személyével, az elért sikerekkel. Ez a viszony, a minta elemzése alapján generációk óta ugyanúgy van jelen, úgy is mondhatjuk: öröklődik. Hogyan lehet ezen változtatni? Hogyan tudjuk megőrizni a kezdeti pozitív élményeket, sikereket, pozitív megítélést és a matematikát a problémamegoldási és döntéshozatali képességek fejlesztésének szolgálatába állítani? Sokan értik a matematika funkcióját, hasznát, azt, hogy gondolkodni tanít, ami fontos a döntéshozatalhoz. Viszont, ahogy a tanulmányok egyre komplexebbé válnak, mégis egyre távolodunk tőle, annak ellenére, hogy a matematika fontossága nem kérdőjeleződik meg. Adott tehát a feladvány: hogyan őrizzük meg a jó viszonyt a matematikával?

A megoldás egyik lehetséges módja, hogyha ezt a tudományterületet is fenntarthatóvá tesszük. Képesnek kell lenni a folyamatos változásra és a kutatás eredményeként kapott tendenciák változtatása érdekében meg kell újítani a matematikaoktatást: az innovatív matematikaoktatás fenntartható gondolkodáshoz vezet anélkül, hogy csökkentené a jövő generációk önbecsülését, hogy képesek legyenek az önmegvalósításra. Ehhez pedig három alapelv betartása szükséges:

(1) Az első, hogy amit tanítani akarunk, az nem haladhatja meg a diákok befogadó, feldolgozó képességét.

(2) A második, hogy amit teljesítményként elvárunk, az nem haladhatja meg a diákok teljesítőkéességét.

(3) A harmadik pedig, hogy amikor egy probléma hibás megoldás miatt a diákok önbecsülésének mértéke visszaesik, akkor az nem haladhatja meg azt az ütemet, amilyen mértékben el lehet juttatni a diákokat a megértés szintjére, így meg tudják élni az önmegvalósítást.

Az eredmények azt sugallják, hogy ebben a folyamatban az oktató kulcsszereplő. Meg kell találni a megfelelő módszertani megközelítéseket és a megfelelő oktatókat. A jövőben további kutatások szükségesek ahhoz, hogy mélyebben megismerjük, megértsük és fejleszteni tudjuk a kapcsolatunkat a matematikával, és ezáltal még inkább fejlődjenek a döntéshozatali képességeink. Doktori munkám eredményeként a hipotéziseim igazolásán túl az alábbi céljaim vannak:

- Létrehozni az alapjait a matematikaoktatás és kompetenciafejlesztés egy új, kognitív és problémamegoldó megközelítésén keresztül;
- Kidolgozni azt a módszertan, amely szerint oktatott matematikai tudás sikeresebb diákokat és majdani munkavállalókat eredményez, oldva a matematikai szorongást;
- Az új hullámú matematikai oktatásmegközelítés eredményeként a „matekos tárgyak” és a matematika átkeretezése a szükséges rosszból, a fenntartható gondolkodást megalapozó és az önmegvalósítást támogató tudássá.

Kijelenthetem a matematikával kapcsolatban, hogy reménytelen helyzet nincs, csak feladott. A legnehezebb talán a feladásból visszahozni az embereket. Az elmúlt több mint 20 évben hol többet, hol kevesebbet, de mindig matematikaoktatással foglalkoztam. Egyetemista diákjaim, mentoráltjaim kilencven százaléka feladta a matematikát és nekem a feladatom több volt, mint a matematikát oktatni. Vissza kellett nekik adnom, amit elvesztettek: a reményt. A reményt arra, hogy ők is megérthetik a matematikát, és mégsem olyan buták, mint ahogyan azt gondolták magukról. S amikor ez megtörténik, akkor saját döntéseikben is kompetensebbé válnak, mert onnantól máshogy látják a világot.



## HIVATKOZÁSOK JEGYZÉKE

Asch, S. S. (1973): The psychoanalytic anatomy of a crime. *The Journal of Psychiatry & Law*, 1(2), 145-165.

Ainley, J. (1995): Re-viewing graphing: Traditional and intuitive approaches. *For the Learning of Mathematics*, 15(2), 10–16. *Science Review*, 63(3), 689–718. doi:10.1017/s000305540025853x

Akin, A., & Kurbanoglu, I. N. (2011): The relationships between math anxiety, math attitudes, and self-efficacy: A structural equation model. *Studia Psychologica*, 53(3), 263–273.

Allison, G. T. (1969): *Conceptual Models and the Cuban Missile Crisis*. American Political

Allen, D. W. & Ryan, K. A. (1969): *Microteaching*. Addison – Wesley, Reading, Mass. USA

Alsop, J. (2004): A comparison of constructivist and traditional instruction in mathematics. *Educational Research Quarterly*, 28 (4) 1-17.

Artelt, C., Baumert, J., Julius-Mc-Elvany, N. & Peschar, J. (2003): *Learners for Life: Student Approaches to Learning*. PISA. doi:10.1787/9789264103917-en

Alreck P. L. & Settle R. B. (1995): *The Survey Research Handbook: Guidelines and Strategies for Conducting a Survey*. IRWIN Professional Publishing, New York.

Ashcraft, M. H. (2002): Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11(5), 181–185.

Ashcraft, M. H., & Kirk, E. P. (2001): The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130(2), 224–237.

Ashcraft, M. H. & Krause, J. A. (2007): Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic Bulletin & Review*, 14. 2. sz., p. 243-248

Ashcraft, M. H., & Moore, A. M. (2009): Mathematics anxiety and the affective drop in performance. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 197–205.

Ashcraft, M. H., & Ridley, K. S. (2005): Math anxiety and its cognitive consequences: A tutorial review. In J. D. Campbell (Ed.). *Handbook of mathematical cognition* (pp. 315–327). New York, NY: Psychology Press.

Balázsi, I., Rábainé Szabó A., Szabó V. & Szepesi I. (2005): A 2004-es Országos kompetenciamérés eredményei. *Új Pedagógiai Szemle*, 55. 12. sz. p. 3–21.

Baker, J. A. (2006): Contributions of teacher–child relationships to positive school adjustment during elementary school. *Journal of School Psychology*, 44, 211-229.

Bandura, A. (1986): *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Bandura, A. (1991): Social cognitive theory of self-regulation. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 50(2), 248–287.

Bandura, A. (1997): *Self-efficacy: The exercise of control*. New York: Freeman.

Bandura, A., Ross, D., & Ross, S. A. (1963) : Imitation of film-mediated aggressive models. *Journal of Abnormal and Social Psychology*, 66, 3-11

Barnes, A. (2006): Investigating the causes of math anxiety in the high school classroom. In L.P. McCoy (Ed.), *Proceedings of Studies in Teaching 2006 Research Digest* (pp.13-18). NC: Winston-Salem. from <http://www.wfu.edu/education/gradtea/forum06/proceedings06.pdf>

Baum, W.M., (1994): *Understanding behaviorism: Science, behavior, and culture*. New York, Harper-Collins

Beasley, T. M., Long, J. D., & Natali, M. (2001): A confirmatory factor analysis of the mathematics anxiety scale for children. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, 34(1), 14–26.

Beatty, M. J. and Beatty, P. J. (1976): ‘Interpersonal communications anxiety’, *Theory Into Practice*, 15(5), pp. 368–372. doi: 10.1080/00405847609542660.

Beilock, S. L., Kulp, C. A., Holt, L. E., & Carr, T. H. (2004): More on the fragility of performance: choking under pressure in mathematical problem solving. *Journal of Experimental Psychology: General*, 133(4), 584–600.

Ben Zvi, D., & Arcavi, A. (2001): Junior high school students’ construction of global views of data and data representations. *Educational Studies in Mathematics*, 45, 35–65.

Berne, Eric (1984): *Emberi játszmák*. Budapest: Gondolat Kiadó

Biernacki, P., & Waldorf, D. (1981): Snowball Sampling—Problems and Techniques of Chain Referral Sampling. *Sociological Methods & Research*, 10, 141-163.

<https://doi.org/10.1177/004912418101000205>

Bong, M. (1998): Tests of the internal/external frames of reference model with subject-specific academic self-efficacy and frame specific academic self-concepts. *Journal of Educational Psychology*, 90, 102-110. from [http://repositorio.ual.es:8080/jspui/bitstream/10835/671/1/Art\\_3\\_27\\_eng.pdf](http://repositorio.ual.es:8080/jspui/bitstream/10835/671/1/Art_3_27_eng.pdf)

Bong, M., Lee, S. K., & Woo, Y. K. (2015): The roles of interest and self-efficacy in the decision to pursue mathematics and science. In Renninger K. A., Nieswandt M., & Hidi S. (Eds.). *Interest in mathematics and science learning* (pp. 33–48). Washington, DC: American Educational Research Association.

Börner, K., Bueckle, A., & Ginda, M. (2019): Data visualization literacy: Definitions, conceptual frameworks, exercises, and assessments. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 116(6), 1857–1864.

Burton, K. & Platts, B. (2006): *Building confidence for dummies*. West Sussex: John Wiley & Sons, Ltd

Butler, D. L., & Winne, P. H. (1995): Feedback and self-regulated learning: A theoretical synthesis. *Review of Educational Research*, 65(3), 245–281.

Chang, H., & Beilock, S. L. (2016): The math anxiety-math performance link and its relation to individual and environmental factors: A review of current behavioral and psychophysiological research. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 10, 33–38.

Chikán A. (2021): *Vállalatgazdaságtan*. Budapest, Akadémiai Kiadó

Chinn, S. (2008): Mathematics anxiety in secondary students in England. *Dyslexia*, 15 61-68.

Choppin, J. (2011): The Role of Local Theories: Teacher Knowledge and Its Impact on Engaging Students with Challenging Task. *Mathematics Education Education Research Journal*, 23 (5), 5-25.

Cleary, T. J., & Kitsantas, A. (2017): Motivation and self-regulated learning influences on middle school mathematics achievement. *School Psychology Review*, 46(1), 88–107.

Cohen, M. D., March, J. G., & Olsen, J. P. (1972): A garbage can model of organizational choice. *Administrative science quarterly*, 1-25.

Cristofaro, M. (2017): Herbert Simon's Bounded Rationality: its Evolution in Management and Cross-fertilizing Contribution. *Journal of Management History*, Vol. 23, No. 2, pp. 170-190

Curcio, F. (1987): Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 382–393.

Csapó B. (2002): *Az iskolai tudás*. Budapest, Osiris Kiadó

Csapó B. (2003): A tudás és a kompetenciák. In: *A tanulás fejlesztése*. Országos Közoktatási Intézet (OKI), Budapest, pp. 65-74.

<https://publicatio.bibl.u-szeged.hu/11274/>

Csapó B. (2012): *Mérlegen a magyar iskola*. Budapest, Nemzeti Tankönyvkiadó

Daane C.J., G. Judy, & Tina S. (1986): Mathematics Anxiety And Learning Styles: What Is The Relationship In The Elementary Pre Service Teachers? *J School Science and Mathematics*, 22 (1986), pp. 84-88

Davenport, T. H., & Prusak L. (2001): *Tudásmenedzsment*. Budapest, Kossuth Kiadó

Deci, E. L., Koestner, R., & Ryan, R. M. (2001): Extrinsic rewards and intrinsic motivation in education: Reconsidered once again. *Review of Educational Research*, 71(1), 1–27.

Di, Z., Chan, W., (2020): The relationship between mathematics interest and mathematics achievement: mediating roles of self-efficacy and mathematics anxiety, *International Journal of Educational Research*, Volume 104, <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2020.101648>.

D. Molnár É. (2013): *Tudatos fejlődés. Az önszabályozott tanulás elmélete és gyakorlata*. Budapest, Akadémiai Kiadó

Devine, A., Fawcett, K., Szucs, D., & Dowker, A. (2012): Gender Differences in Mathematics Anxiety and the relation to mathematics performance while controlling for test anxiety. *Behavioral and Brain Function*. 8(13), 2-9. Retrieved, September 17, 2014 from <http://www.behavioralandbrainfunction.com/contact/8/1/33>.

Dourish, P., & Gómez Cruz, E. (2018): Datafication and data fiction: Narrating data and narrating with data. *Big Data & Society*, 5(2), 1–10.

<https://doi.org/10.1177/2053951718784083>

Ekman, P., & Friesen, W.V. (1986): A new pancultural facial expression of emotion. *Motivation and emotion*, 10(2), 159-168.

Ekman, P. (1970): Universal facial expressions of emotion. *California Mental Health Research Digest*, 8, 151-158.

Engländer T. (1999): *Viaskodás a bizonytalannal*, Budapest: Akadémiai Kiadó

Ericsson, K. A., Krampe, R. T., & Tesch-Römer, C. (1993): The role of deliberate practice in the acquisition of expert performance. *Psychological Review*, 100(3), 363–406.

Falus I. (1986): *A mikrotanítás elméleti és gyakorlati kérdései*. Tankönyvkiadó, Budapest.

Falus I. (2001): Pedagógus mesterség – pedagógiai tudás. *Iskolakultúra*, 2. 21–27.

Farkas-Kis, M. (2022): A racionalitás végvárai: A számszerűsítés megjelenítése az üzleti döntésekben. *Vezetéstudomány Budapest Management Review*, 53(3), 73–82.  
<https://doi.org/10.14267/VEZTUD.2022.03.06>

Fast, L. A., Lewis, J. L., Bryant, M. J., Bocian, K. A., Cardullo, R. A., Rettig, M., et al. (2010): Does math self-efficacy mediate the effect of the perceived classroom environment on standardized math test performance? *Journal of Educational Psychology*, 102(3), 729–740.

Fejes J. B. (2011): A célorientációs elmélet lehetőségei a tanulási motiváció kutatásában. *Magyar Pedagógia*, 111. 1. sz. 25–51.

Fencl, H. S. & Scheel, K. R. (2005): Engaging students: an examination of the effects of teaching strategies on self-efficacy and course climate in a no majors physics course.

Journal of College Science Teaching, 35 (1), 20-25,  
<http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ834231.pdf>

Fennema, E., & Peterson, P. L. (1983): Autonomous learning behavior: A possible explanation. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Montreal

Foley, A. E., Herts, J. B., Borgonovi, F., Guerriero, S., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2017): The math anxiety-performance link: A global phenomenon. *Current Directions in Psychological Science*, 26(1), 52–58.

Friel, S. N., Curcio, F. R., & Bright, G. W. (2001): Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124–158.

Furner, J. & Duffy, M. L. (2002): Equity for all students in the new millennium: disabling mathematics anxiety. *Intervention in School and Clinic*, 38(2), 67- 74. 2006, from EBSCO database.

Fűzi B. (2015): A tanári szerepmodell fejlesztésében rejlő lehetőségek, *Neveléstudomány* 2015/4., 38-56. oldal

Gage, N. L. (1972): *Teacher Effectiveness and Teacher Education. The Search for Scientific Basis.* Pacific Books, Palo Alto, USA

Gal, I. (2002): Adult statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1–25.

Gardner, H. (1983): *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences*

Gleason, J. (2008): Relationship between Pre-service Elementary Teachers' Mathematics Anxiety and Content Knowledge for Teaching. *Journal of Mathematics Science and Mathematics Education*, 3 (1), 39- 47.

Galesic, M., & Garcia-Retamero, R. (2011): Graph literacy: A cross-cultural comparison. *Journal of Medical Decision Making*, 31(3), 444–457.

Glazer, N. (2011): Challenges with graph interpretation: A review of the literature. *Studies in Science Education*, 47(2), 183–210.

Goodman, L.A. (1961): Snowball Sampling. *Annals of Mathematical Statistics*, 32, 148-170. <https://doi.org/10.1214/aoms/1177705148>

Gunderson, E. A., Park, D., Maloney, E. A., Beilock, S. L., & Levine, S. C. (2018): Reciprocal relations among motivational frameworks, math anxiety, and math achievement in early elementary school. *Journal of Cognition and Development*, 19(1), 21–46.

Haire, M. (1974): *Pszichológia vezetőknek*. Budapest, Mezőgazdasági könyvkiadó

Hall, J. M., & Ponton, M. K. (2002): A comparative analysis of mathematics self-efficacy of developmental and non-developmental freshman mathematics students. Paper presented at the meeting of the Louisiana/Mississippi Section of the Mathematics Association of America, Natchitoches, LA.

Hegy I. (1996): *Siker és kudarc a pedagógus munkájában*. OKKER Kiadó, Budapest.

Hidi, S. (1990): Interest and its contribution as a mental resource for learning. *Review of Educational Research*, 60(4), 549–571.

Higbee, J. L., & Thomas, P. V. (1999): Affective and cognitive factors related to mathematics achievement. *Journal of Developmental Education*, 23, 8–24.

Hoffman, B. (2010): “I think I can, but I’m afraid to try”: The role of self-efficacy beliefs and mathematics anxiety in mathematics problem-solving efficiency. *Learning and Individual Differences*, 20(3), 276–283.



Hoffman, B., & Schraw, G. (2009): The influence of self-efficacy and working memory capacity on problem-solving efficiency. *Learning and Individual Differences*, 19(1), 91–100.

Hopko, D. R., McNeil, D. W., Lejuez, C. W., Ashcraft, M. H., Eifert, G. H. & Riel, J. (2003): The effects of anxious responding arithmetic and lexical decision task performance. *Journal of Anxiety Disorders*, 17(6), 647-665. from Science Direct database.

Huesmann, L. R., & Moise, J. (1996): Media violence: A demonstrated public health threat to children. *Harvard Mental Health Letter*, 12(12), 5-7.

Iossi, L. (2007): Strategies for reducing math anxiety in post-secondary students. In S. M. Nielsen, & M. S. Plakhotnik (Eds.), *Proceedings of the Sixth Annual College of Education Research Conference: Urban and International Education Section* (pp. 30-35). Miami: Florida International University. from [http://coeweb.fiu.edu/Research\\_Conference/2007\\_SUIE\\_Proceedings\\_files/Iossi.%20FINAL.pdf](http://coeweb.fiu.edu/Research_Conference/2007_SUIE_Proceedings_files/Iossi.%20FINAL.pdf)

Irhamna I., Amry Z., Syahputra H. (2020): Contribution of Mathematical Anxiety, Learning Motivation and Self-Confidence to Student's Mathematical Problem Solving. *BirLE-Journal*, Vol 3, No 4, DOI: <https://doi.org/10.33258/birle.v3i4.1343>

Jameson, M. M. (2014): Contextual factors related to math anxiety in second-grade children. *The Journal of Experimental Education*, 82(4), 518–536.

Jefferson, T. (1903): *The Writings of Thomas Jefferson*. Lipscomb and Bergh, Whashington, DC

Józsa K. – Fejes J. B. (2012): A tanulás affektív tényezői. in: Csapó Benő (szerk.): *Mérlegen a magyar iskola*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, p. 367–406.

Kabiri, M. & Kiamanesh, A. R. (2004): The role of self-efficacy, anxiety, attitudes and previous math achievement in students' math performance. In *Proceedings of the Third*

International Biennial SELF Research Conference, Available at [http://www.self.ox.ac.uk/Conferences/2004\\_Kabiri\\_Kiamenesh.pdf](http://www.self.ox.ac.uk/Conferences/2004_Kabiri_Kiamenesh.pdf) (last accessed on September 15th 2010)

Kahneman, D. (2012): *Thinking, Fast and Slow*. New York: Farrar, Straus and Giroux

Kamil, A.C., Krebs, J., & Pulliam, H.R. (1987): *Foraging behavior*. New York, Plenum

Kériné Sós J. (1969): *Tanárok élete és munkája*, Akadémiai Kiadó, Budapest,.

Kim, S., Jiang, Y., & Song, J. (2015): The effects of interest and utility value on mathematics engagement and achievement. In K. A. Renninger, M. Nieswandt, & S. Hidi (Eds.). *Interest in mathematics and science learning* (pp. 63–78). Washington, DC: American Educational Research Association

Kimmel M. (2002): A reflektív gyakorlat gyökerei. *Pedagógusképzés*, 3. 120–123.

Kimmel M. (2006): A tanári reflexió korlátai. *Pedagógusképzés*, 3–4. 35–49.

Kitsantas, A., Cheema, J., & Ware, H. W. (2011): Mathematics achievement: The role of homework and self-efficacy beliefs. *Journal of Advanced Academics*, 22(2), 310–339.

Kohler, W. (1925): *The mentality of apes*. (E. Winter, Trans.). Harcourt, Brace.

Krappmann L. (1980): *Az identitás szociológiai dimenziói*. Budapest., Szociológiai Füzetek, 21. sz.

Kumar, G., & Karimi, A. (2010): Mathematics Anxiety, Mathematics Performance and Overall Academic Performance in High School Students. *Journal of the Indian Academy of Applied Psychology*, 36, 147-150.

Lange-Garritsen H. (1972): H.: *Strukturkonflikte des Lehrerberufs*. *Düsseldorf*,

Laurie H. R., Nicol, C., & Chronaki, A. (2021): A critical mathematics perspective on reading data visualizations: reimagining through reformatting, reframing, and renarrating - Educational Studies in Mathematics. SpringerLink. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10087-4>

Lee, J. (2009): Universals and specifics of math self-concept, math self-efficacy, and math anxiety across 41 PISA 2003 participating countries. *Learning and Individual Differences*, 19(3), 355–365.

Lee, S., Kim, S. H., Hung, Y.H., Lam, H., Kang, Y. A., & Yi, J.S. (2016): How do people make sense of unfamiliar visualizations? A grounded model of novice's information visualization sensemaking. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 22(1), 499–508.

Lehrer, J. (2012): *Hogyan döntünk?* Budapest, Akadémiai Kiadó

Lent, R. W., Lopez, F. G., & Bieschke, K. J. (1991): Mathematics self-efficacy: Sources and relation to science-based career choice. *Journal of Counseling Psychology*, 38, 424–430.

Linnenbrink, E. A., & Pintrich, P. R. (2001): Multiple goals, multiple contexts: The dynamic interplay between personal goals and contextual goal stresses. In S. Volet & S. Järvelä (Eds.), *Advances in learning and instruction series. Motivation in learning contexts: Theoretical advances and methodological implications* (p. 251–269). Pergamon Press.

Liu, X. & Koirala, H. (2009): The effect of mathematics self-efficacy on mathematics achievement of high school students. In: *Proceedings of the NERA Conference 2009*. Available at [http://digitalcommons.uconn.edu/cgi/viewcontent.cgi?Article=1029&context=nera\\_2009](http://digitalcommons.uconn.edu/cgi/viewcontent.cgi?Article=1029&context=nera_2009) (last accessed on September 15th 2010)

Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2012): When math hurts: Math anxiety predicts pain network activation in anticipation of doing math. *PLoS ONE*, 7(10), Article e48076.

Lorenz, K. (2001): A civilizált emberiség nyolc halálos bűne, Budapest, , Cartaphilus Kiadói Kft.

Loukissas, Y. A. (2019): All data are local: Thinking critically in a data-driven society. MIT Press.

Luttenberger, S., Wimmer, S., & Paechter, M. (2018): Spotlight on math anxiety. *Psychology Research and Behavior Management*, 11, Article 311-322. <https://doi.org/10.2147/PRBM.S141421>

Ma, X. (1999): A meta-analysis of the relationship between anxiety toward mathematics and achievement in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(5), 520–540.

Mammarella, I. C., Hill, F., Devine, A., Caviola, S., & Szűcs, D. (2015): Math anxiety and developmental dyscalculia: A study on working memory processes. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, 37(8), 878–887.

March J. G. & Simon H. (1965): *Organizations*. New York, Wiley

Márkus A. (2007): *Számok, számolás, számolászavarok*. Budapest, Pro Die Kiadó

Margolis, H., & McCabe, P. P. (2006): Improving self-efficacy and motivation: What to do, what to say. *Intervention in school and clinic*, 41(4), 218-227.

Maslow, A. H. (1970): *Motivation and Personality*. New York: Harper & Row.

May, D. K. (2009): *Mathematics Self-efficacy and Anxiety Questionnaire*. University of Georgia, Athens, Georgia

May, D., & Glynn, S. (2008): A Mathematics Self-Efficacy Questionnaire for college students. Paper presented at the annual meeting of Research in Undergraduate Mathematics Education, San Diego.

McGurie, J., Stauble, C., Abbot, D., & Fisher, R. (1995): Ethical issues in the treatment of communication apprehension: A survey of communication professionals. *Communication Education*, 44, 98-109.

Mihály O. (1989): *Iskola és a pluralizmus*, Budapest.

Murray, J. P., & Kippax, S. (1979): Children's social behavior in three towns with differing television experience. *Journal of Communication*, 28, 19-29.

Nagy J. (1973): Alapműveleti számolási készségek. Standardizált készségi mérő tesztek 1. *Acta Universitatis Szegediensis de Attila József Nominatae, Sectio Paedagogica, Series Specifica*, Szeged

Nagy J. (2000): *XXI. század és nevelés*. Budapest, Osiris Kiadó

Neumann, J. & Morgenstern, O. (1955): *Theory of games and economic behaviour*. Princeton, Princeton University Press

N. Tóth Á. (2015): *A megváltozott pedagógusszerep, A pedagógia adósságai*. Savaria University Press, 197. oldal

OECD (2013): *PISA 2012 Results: Ready to Learn: Students' Engagement, Drive and Self-Beliefs (Volume III)*. PISA, OECD Publishing.

Olaniyan, O. M., & Medinat F. Salman. (2015): "Cause of Mathematics Phobia among Senior High School Students: Empirical Evidence from Nigeria." *Journal of the African Educational and Research Network* 1(15): 50-56. Diakses pada 16 Februari 2018 (<http://africanresearch.org/africansymposium/archives/TAS15.1/TAS15.1OIolaniyan.pdf>).

Opt, S. K., & Loffredo, D. A. (2000): Rethinking communication apprehension: A Myers-Briggs perspective. *The Journal of Psychology: Interdisciplinary and Applied*, 134(5), 556–570. <https://doi.org/10.1080/00223980009598236>

Oxford, J., & Vordick, T. (2006): Math anxiety at Tarleton State University: An empirical report. Tarleton State University.

Pajares, F., & Miller, D. M. (1994): Role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem-solving: A path analysis. *Journal of Educational Psychology*, 86(2), 193–203.

Pajares, F., & Graham, L. (1999): Self-efficacy, motivation constructs, and mathematics performance of entering middle school students. *Contemporary Educational Psychology*, 24(2), 124–139.

Pajares, F., & Kranzler, J. (1995): Self-efficacy and general mental ability in mathematical problem-solving. *Contemporary Educational Psychology*, 20(4), 426–443.

Pastorino, E., & Doyle-Portillo, S. M. (2013): *What Is Psychology? Essentials*, 2e. Pacific Grove, CA:Wadsworth. from [http://ung.edu/psychology/\\_uploads/files/faculty-CVs/Susan%20Doyle%20Portillo%20CV.pdf](http://ung.edu/psychology/_uploads/files/faculty-CVs/Susan%20Doyle%20Portillo%20CV.pdf)

Pataki F. (1976): *Pedagógiai szociálpszichológia*. Gondolat Kiadó, Budapest

Pavlov, I. P. (1928): *Conditioned Reflexes*. Oxford University Press, London.

Peters, E., Västfjäll, D., Slovic, P., Mertz, C. K., Mazzocco, K., & Dickert, S. (2006): Numeracy and Decision Making. *Psychological Science*, 17(5), 407–413. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.2006.01720.x>

Peters, E. (2012): Beyond Comprehension: The Role of Numeracy in Judgments and Decisions. *Current Directions in Psychological Science*, 21(1), 31–35. <https://doi.org/10.1177/0963721411429960>

Piaget, J. (1970): *Válogatott tanulmányok*. Budapest, Gondolat Kiadó

Piaget, J. (1993): *Az értelem pszichológiája*. Budapest, Gondolat Kiadó

PISA (2007): 2006 Összefoglaló jelentés 2007 Budapest, Oktatási Hivatal  
([https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/nemzetkozi\\_merese/pisa/pisa2006\\_jelentes.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/nemzetkozi_merese/pisa/pisa2006_jelentes.pdf))

PISA (2019): 2018 Összefoglaló jelentés. Budapest, Oktatási Hivatal  
([https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/nemzetkozi\\_merese/pisa/PISA2018\\_v6.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/nemzetkozi_merese/pisa/PISA2018_v6.pdf))

Platón (1984): Platón összes művei. Budapest: Európa Kiadó

Pletzer, B., Kronbichler, M., Nuerk, H. C., & Kerschbaum, H. H. (2015): Mathematics anxiety reduces default mode network deactivation in response to numerical tasks. *Frontiers in Human Neuroscience*, 9, 202.

Pólya Gy. (1978): A problémamegoldás iskolája. Budapest, Tankönyvkiadó

Ramirez, G., Shaw, S. T., & Maloney, E. A. (2018): Math anxiety: Past research, promising interventions, and a new interpretation framework. *Educational Psychologist*, 53(3), 145–164.

Reeve, J., Lee, W., & Won, S. (2015): Interest as emotion, as affect, as schema. In Renninger, K. A., Nieswandt, M., & Hidi S. (Eds.). *Interest in mathematics and science learning* (pp. 79–92). Washington, DC: American Educational Research Association.

Richardson, F. C., & Suinn, R. M. (1972): The mathematics anxiety rating scale: Psychometric data. *Journal of Counseling Psychology*, 19(6), 551–554.

Robbins, D. (1971): Partial reinforcement: A selective review of the alleyway literature since 1960. *Psychological Bulletin*, 76(6), 415–431. <https://doi.org/10.1037/h0031890>

Roberts, B. W., Kuncel, N. R., Shiner, R., Caspi, A., & Goldberg, L. R. (2007): The Power of Personality: The Comparative Validity of Personality Traits, Socioeconomic Status, and Cognitive Ability for Predicting Important Life Outcomes. *Perspectives on Psychological Science*, 2(4), 313–345. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6916.2007.00047.x>

Rogers, C. (1959): Student-Centered Teaching as Experienced by a Participant. *Educational Leadership*, Vol. 16. No. 2. 296–328.

Rogers, C. R. (1961): The process equation of psychotherapy. *American journal of psychotherapy*, 15(1), 27-45.

Rotem SH, Ayalon M. (2021): Exploring Israeli high school graduates' explanations for the spread of the coronavirus. *Educ Stud Math.* 2021;108(1-2):161-181. doi: 10.1007/s10649-021-10042-3. Epub 2021 Apr 15. PMID: 34934228; PMCID: PMC8047548.

Romano, A., Spadaro, G., Balliet, D., Joireman, J., Van Lissa, C., Jin, S., Agostini, M., Bélanger, J. J., Gützkow, B., Kreienkamp, J., & Leander, N. P. (2021): Cooperation and Trust Across Societies During the COVID-19 Pandemic. *Journal of Cross-Cultural Psychology*, 52(7), 622–642. <https://doi.org/10.1177/0022022120988913>

Rottinghaus, P. J., Larson, L. M., & Borgen, F. H. (2003): The relation of self-efficacy and interests: A meta-analysis of 60 samples. *Journal of Vocational Behavior*, 62(2), 221–236.

Sain M. (1986): *Nincs királyi út!* Budapest, Gondolat Kiadó

Sajtos, L., & Mitev, A. (2007): *SPSS kutatási és adatelemzési kézikönyv.* Budapest, Magyarország : Alinea Kiadó, 402 p.

Sakiz, G., Pape, S. J., & Woolfolk Hoy, A. (2012). Does perceived teacher affective supports matter for middle school students in mathematics classrooms? *Journal of School Psychology*, 50(2), 235–255.

Sallay H. (1995): Tanári szerepek percepciója: egy általános iskolai felmérés tanulságai. *Magyar Pedagógia*, 3–4. 201–227.



Scarpello, G.V. (2005): The effect of mathematics anxiety on the course and career choice of high school vocational-technical education students. Unpublished Doctor of Philosophy thesis, Drexel University. from [http://idea.library.drexel.edu/bitstream/1860/492/8/Scarpello\\_Gary.pdf](http://idea.library.drexel.edu/bitstream/1860/492/8/Scarpello_Gary.pdf)

Schiefele, U. (2001): The role of interest in motivation and learning. In J. M. Collis, & S. Messick (Eds.). *Intelligence and personality: Bridging the gap between theory and measurement* (pp. 167–199). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Schiefele, U., & Csikszentmihalyi, M. (1994): Interest and the quality of experience in classrooms. *Eur J Psychol Educ* 9, 251–269. <https://doi.org/10.1007/BF03172784>

Schiefele, U., & Csikszentmihalyi, M. (1995): Motivation and ability as factors in mathematics experience and achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 163–181.

Schiefele, U., Krapp, A., & Winteler, A. (1992): Interest as a predictor of academic achievement: A meta-analysis of research. In K. A. Renninger, S. Hidi, & A. Krapp (Eds.). *The role of interest in learning and development* (pp. 183–211). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Schöber, C., Schütte, K., Köller, O., McElvany, N., & Gebauer, M. M. (2018): Reciprocal effects between self-efficacy and achievement in mathematics and reading. *Learning and Individual Differences*, 63, 1–11.

Schön, D. A. (1983): *The reflective practitioner. How professionals think in action*. London. Temple Smith.

Schunk, D. H., & Pajares, F. (2002): The development of academic self-efficacy. In A. Wigfield & J. S. Eccles (Eds.), *Development of achievement motivation* (pp.15- 31). San Diego: Academic Press.

Schunk, D. H., & Zimmerman, B. J. (2006): Competence and control beliefs: Distinguishing the means and ends. In P. A. Alexander, & P. Winne (Eds.). *Handbook of educational psychology* (pp. 349–367). (second edition). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Shah, P., & Hoeffner, J. (2002): Review of graph comprehension research: Implications for instruction. *Educational Psychology Review*, 14, 47–69.

Shaughnessy, J. M. (2007): Research on statistics learning and reasoning. In Lester F. K. (Ed.),

Shavelson, R. J. (1976): Teacher's Decision Making. In: Gage, N. L. (ed.): *The Psychology of Teaching Methods The Seventy Fifth Yearbook of NSSE*. Chicago. University of Chicago Press. 372–414. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 957–1009). National Council of Teachers of Mathematics.

Singh, K., Granville, M., & Dika, S. (2002): Mathematics and science achievement: Effects of motivation, interest, and academic engagement. *The Journal of Educational Research*, 95(6), 323–332.

Skaalvik, E. M., Federici, R. A., & Klassen, R. M. (2015): Mathematics achievement and self-efficacy: Relations with motivation for mathematics. *International Journal of Educational Research*, 72, 129–136.

Skinner, B. F. (1971): *Beyond freedom and dignity*. New York, Knopf

Skinner, B. F. (1956): A case history in scientific method. *American Psychologist*, 11(5), 221–233. <https://doi.org/10.1037/h0047662>

Skovsmose, O. (1994): *Towards philosophy of critical mathematics education*. Kluwer.

Skovsmose, O. (2018): Mathematization as social process. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education*. Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9\\_112-2](https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_112-2).

Smith, A. (1776): 1976. An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations. The Glasgow edition of the works and correspondence of Adam Smith, 2.

Smith, E. R. & Mackie D. M. (2004): Szociálpszichológia. Osiris Kiadó, Budapest

Smith, D., Nelson, S., & Smeltzer, L. (1994): Boundaries and banners in business communication: Does the personal report of communication apprehension measure the apprehension of managers as communicators? *The Bulletin*, 57 (1), 27-32

Somfai Zs., (2009): A matematika tantárgyi helyzete a kérdőíves felmérés alapján, forrás: <https://ofi.oh.gov.hu/tudastar/tanitas-tanulas/matematika-tantargyi>

Spencer L. M. & Spencer S. M. (1993): *Competence at work : models for superior performance*. Wiley.

Steele, C. M. (1992): Race and the schooling of Black Americans, *The Atlantic Monthly*, pp. 68-78.

Steigervald K. (2020): *Generációk harca*. Budapest: Partvonal, 252 p. ISBN 978-615-6058-14-0. p. 33.

Swars, S.L., Daane, C.J. & Giesen, J. (2007): Mathematics Anxiety and Mathematics Teacher Efficacy: What is The Relationship in Elementary Pre-service Teacher. *School Science and Mathematics*, 106 (7), 306-315.

Sukarti. H. (2018): Hubungan Kecemasan Dan Kemampuan Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika. *Jurnal Pendidikan Informatika Dan Sains*. Vol.7 No.1.

Szabó L., Rausch A., Zsolnai A. (2019): A pedagógus-diák közötti kötődés jellemzése egy hazai vizsgálat tükrében, *Iskolakultúra*, 29. évfolyam, 2019/2-3. szám 22-38. oldal

Taylor, D. W (1965): *Decision making and problem solving*. Chicago, March, James G. (ed.): *Handbook of organizations*. Rand McNally

Terry, W.S. (2000): Learning and memory: Basic principles, processes, and procedures. Boston, Allyn & Bacon

Thaler, R. H. (1985): Mental accounting and consumer choice. Marketing Science Vol. 4, 199-214.

Thaler, R. H., & Sunstein, C. (2008): Nudge: Improving decisions about health, wealth and happiness. In Amsterdam Law Forum; HeinOnline: Online (p. 89).

Thorndike, E.L. (1898): Animal Intelligence: An Experimental Study of the Associative Processes in Animals. Psychological Review, Monograph Supplements, 2, 4-160. <https://doi.org/10.1037/10780-000>

Tirnitz, T. (2012): Stratégiai lehetőségek közötti választás racionalitásának biztosítása – az adóparadoxon esete. Vezetéstudomány / Budapest Management Review, 43(7-8), 78-83.

Tolman, E. C. (1949): There is more than one kind of learning. Psychological Review, 56(3), 144–155. <https://doi.org/10.1037/h0055304>

Tversky, A.& Kahneman, D. (1991): A döntések megfogalmazása és a választás pszichológiája, in: Pápai, Z. – Nagy, P.: Döntéelméleti szöveggyűjtemény. Budapest, Aula Kiadó

Viljaranta, J., Lerkkanen, M. K., Poikkeus, A. M., Aunola, K., & Nurmi, J. E. (2009): Cross-lagged relations between task motivation and performance in arithmetic and literacy in kindergarten. Learning and Instruction, 19(4), 335–344.

Vranas, P. B. M. (1999): Gigerenzer's normative critique of Kahneman and Tversky, Cognition 76 (2000) 179-193.

Wang, L. (2019): Mediation Relationships Among Gender, Spatial Ability, Math Anxiety, and Math Achievement. Educational Psychology Review, 32, 1–15.

Watson, J. M. (1997): Assessing statistical thinking using the media. In I. Gal & J. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 107–121). International Statistical Institute/ IOS Press.

Watson, J. M., & Moritz, J. (1999): The beginning of statistical inference: Comparing two data sets. *Educational Studies in Mathematics*, 37, 145–168.

Xu, J., (2004): The Casual Ordering of Mathematics Anxiety and Mathematics Achievement: A Longitudinal Panel Analysis. *J. Adolescence*, 27: 165-179.

Young, C. B., Wu, S. S., & Menon, V. (2012): The neurodevelopmental basis of math anxiety. *Psychological Science*, 23(5), 492–501.

Zajonc, R. B. (1968): Attitudinal effects of mere exposure. *Journal of Personality and Social Psychology*, 9(2, Pt.2), 1–27. <https://doi.org/10.1037/h0025848>

Zimbardo P., Robert L. J., Mccann V. (2022): *Pszichológia mindenkinek 2. Tanulás – Emlékezés – Intelligencia – Tudatosság*, Open Books

Zimmerman, B. J. (2000): Self-Efficacy: An Essential Motive to Learn. *Contemporary Educational Psychology*, 25, 82-91.

Zoltayné Paprika Z. (1999): *A stratégiai döntéshozatal módszertani kérdései*. Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem, PhD-értekezés

Zoltayné Paprika Z. (2005): *Döntéelmélet*. Budapest, Alinea Kiadó

Zoltayné Paprika, Z. (2010): Racionális és intuitív döntéshozók Kaliforniában és Magyarországon. *Vezetéstudomány / Budapest Management Review*, 41(6), 24-35.

Zoltay Paprika, Z. & Farkas-Kis, M. (2021): *The Myth of Maths in Decision Making*. In: Matteo, Cristofaro (Eds.) *Emotion, Cognition, and Their Marvellous Interplay in Managerial Decision-Making* (pp. 142-161.) Cambridge Scholars Publishing

Zoltayné Paprika, Z. & Szántó, R. (2011): Menedzsmentkéességek és döntéshozatali közelítésmódok longitudinális elemzése a versenyképesség-kutatások alapján. *Vezetéstudomány / Budapest Management Review*, 42(Special issue), 87-96.

Zrinszky L. (1994): *Pedagógusszerepek és változásaik*, ELTE-BTK, Budapest

## A SZERZŐ TÉMÁBAN SZÜLETETT PUBLIKÁCIÓI

### Tudományos könyvek, könyvrészletek

Farkas-Kis M. (2023): Digital Revolution and Sustainability Without Well-founded Mathematical Education. In: K, Hemachandran; Rodriguez, Raul V., Artificial Intelligence for Business: An Implementation Guide Containing Practical and Industry-Specific Case Studies, New York, Amerikai Egyesült Államok, Productivity Press (2023) pp. 15-28., 14 p.

Zoltay Paprika, Z. & Farkas-Kis, M. (2021): The Myth of Maths in Decision Making. In: Matteo, Cristofaro (Eds.) Emotion, Cognition, and Their Marvellous Interplay in Managerial Decision-Making, Newcastle, Egyesült Királyság / Anglia, Cambridge Scholars Publishing (2021) 268 p. pp. 142-161., 20 p.

### Szakmai folyóirat cikkek

Farkas-Kis M. (2023): Rationality, Mathematics & Self-Esteem - Innovation In Mathematics Education Is The Key For Sustainability. In: Gómez Chova, L., Martínez, G., Lees, J. (szerk.) EDULEARN23 Proceedings, International Academy of Technology, Education and Development (IATED) (2023) pp. 7669-7677., 9 p.

Farkas-Kis, M. (2022): Decision making in the shadow of mathematical education. Journal of Decision Systems, 31: Supplement 1 pp. 168-180. , 13 p.

Farkas-Kis, M. (2022): A racionalitás végvárai: A számszerűsítés megjelenítése az üzleti döntésekben. Vezetéstudomány Budapest Management Review, 53(3), 73–82. 10p

### Nemzetközi konferencia előadások

Farkas-Kis M. (2023): Rationality, Mathematics & Self-Esteem - Innovation In Mathematics Education Is The Key For Sustainability. EDULEARN23 (15th annual International Conference on Education and New Learning Technologies)

Farkas-Kis M. (2023): Mathematics & sustainable future - Why mathematics is the key to sustainability? VI. BBS International Sustainability Student Conference, Budapest Business University

Farkas-Kis, M. (2022): Decision Making in The Shadow of Mathematical Education. IFIP WG 8.3 Decision Support

Farkas-Kis, M. (2021): Count on it? How numbers and mathematical education influence business decisions and managerial thinking. International Doctoral Seminars about Innovations in Economics and Management, The Doctoral School of Wrocław University of Economics and Business

Farkas-Kis, M. (2021): There are three types of people in business, who can count and who cannot. International New Horizons in Business and Management Studies, Corvinus University of Budapest

### **Hazai konferencia előadások**

Farkas-Kis M. (2024): Öröklött sémák - a matematikaoktatás tanult tehetetlensége. XV. Taní-tani Online Nemzetközi Tudományos Konferencia

Farkas-Kis M. (2022): Felejtsd el a számokat, tanulj gondolkodni – a fenntarthatóság kulcsa a matematikaoktatás innovációja. Hidak és utak konferencia, Budapesti Corvinus Egyetem, ISBN: 978-963-503-934-0

Farkas-Kis M. (2022): Létezhet-e digitális forradalom és fenntarthatóság a matematikaoktatás innovációja nélkül? Beyond Financial Reporting – Fenntarthatóság: Integrált gondolkodás és integrált vállalati jelentés konferencia, Budapesti Gazdasági Egyetem



## 1. SZÁMÚ FÜGGELÉK

### A kutatásba bevett foglalkoztatási területek a KSH alapján

1. Törvényhozók, igazgatási, érdek-képviselői vezetők;
2. Gazdasági, költségvetési szervezetek vezetői;
3. Termelési és szolgáltatást nyújtó egységek vezetői;
4. Gazdasági tevékenységet segítő egységek vezetői;
5. Műszaki, informatikai és természettudományi foglalkozások;
6. Egészségügyi foglalkozások (felsőfokú képzettséghez kapcsolódó);
7. Szociális szolgáltatási foglalkozások (felsőfokú képzettséghez kapcsolódó);
8. Oktatók, pedagógusok;
9. Gazdálkodási jellegű foglalkozások;
10. Jogi és társadalomtudományi foglalkozások;
11. Kulturális, sport-, művészeti és vallási foglalkozások (felsőfokú képzettséghez kapcsolódó);
12. Egyéb magasan képzett ügyintézők;
13. Technikusok és hasonló műszaki foglalkozások;
14. Szakmai irányítók, felügyelők;
15. Egészségügyi foglalkozások;
16. Oktatási asszisztensek;
17. Szociális gondozási és munkaerő-piaci szolgáltatási foglalkozások;
18. Üzleti jellegű szolgáltatások ügyintézői, hatósági ügyintézők, ügynökök;
19. Művészeti, kulturális, sport- és vallási foglalkozások;
20. Egyéb ügyintézők;
21. Irodai, ügyviteli foglalkozások;
22. Ügyfélkapcsolati foglalkozások;
23. Kereskedelmi és vendéglátó-ipari foglalkozások;
24. Szolgáltatási foglalkozások;
25. Mezőgazdasági foglalkozások;
26. Erdőgazdálkodási, vadgazdálkodási és halászati foglalkozások;
27. Élelmiszer-ipari foglalkozások;
28. Könnyűipari foglalkozások;
29. Fém- és villamosipari foglalkozások;
30. Kézműipari foglalkozások;

31. Építőipari foglalkozások;
32. Egyéb ipari és építőipari foglalkozások;
33. Feldolgozóipari gépek kezelői;
34. Összeszerelők;
35. Helyhez kötött gépek kezelői;
36. Járművezetők és mobil gépek kezelői;
37. Takarítók és hasonló jellegű egyszerű foglalkozások;
38. Egyszerű szolgáltatási, szállítási és hasonló foglalkozások;
39. Egyszerű ipari, építőipari, mezőgazdasági foglalkozások;
40. Fegyveres szervek foglalkozásai.

## 2. SZÁMÚ FÜGGELÉK

### Az online kérdőív: Se vele, se nélküle - a matematika az életemben

**Q36 Se vele, se nélküle - a matematika az életemben** A matematikatanulás az ember életében megkerülhetetlen. Alapvetően egészen a középfokú oktatás végéig kötelezően elkísér minket, 12 éven át. Így módon vagy direkt, vagy indirekt mindenképp hatást gyakorol ránk. Szinte mindenkinek van legalább egy, a matekhoz köthető emléke, története, erős élménye. Kutatásomban ezeket szeretném megismerni kicsit mélyebben, a matematikai élményekkel összefüggésben. Kérem, hogy segítse munkámat azzal, hogy kitölti ezt a kérdőívet, s ezzel támogatja PhD kutatásom, hogy megértsem a matematikatanulás körüli misztériumot. A kérdőív 5 blokkból áll. Az elsőben a demográfiai háttérrel mérem fel. A másodikban a matematikával kapcsolatos szabad asszociációink vannak a fókuszban. A harmadikban a matematikatanulási élményeket kell feleleveníteni. A negyedikben a szakmai döntések, a munka és a matematika kapcsolatára kérdezek rá. Végül pedig érdekel az Ön véleménye, hogy az egyes foglalkoztatási területeken Ön szerint mennyire van szükség a matematikára. A kérdőív kitöltése anonim, így kérem, hogy csak egyszer töltsse ki azt. A kitöltés 15 percnél nem vesz több időt igénybe, s bízom benne, hogy izgalmas kaland lesz!

Q37 Bizonyítsa, hogy nem robot, és kezdődjék a kérdőív!

### Q25 A demográfiai háttér megismerése

Q1 Kérem adja meg nemét:

- Nő (1)
- Férfi (2)
- Egyéb (3)

Q2 Kérem adja meg születési évét:

▼ 1920 (1) ... 2019 (100)

Q3 Kérem válassza ki lakóhelyének típusát:

▼ Főváros (1) ... Egyéb (6)

Q4 Kérem adja meg legmagasabb iskolai végzettségét:

▼ Alapfokú végzettség (1) ... Tudományos fokozat (4)

Q16 Kérem adja meg, hogy melyik igaz önre:

▼ Inkább "reál" beállítódású vagyok (1) ... Vegyes (4)

Q5 Kérem adja meg, hogy milyen munkaterületen dolgozik:

▼ Fizikai munkavégzés (1) ... Szellemi munkavégzés (3)

Q8 Kérem adja meg, hogy milyen munkakörben dolgozik:

▼ Szabadfoglalkozású (1) ... Nyugdíjas (7)

Q6 Kérem adja meg munkahelyének típusát:

▼ Egyéni vállalkozó (1) ... Nem dolgozom (6)

Q43 Ez kicsit unalmas volt, de szükséges. Köszönöm türelmét! Jöhetnek az izgalmasabb blokkok! Kattintson a folytatáshoz.

### Q36 A matematikáról, szabadon

Q37 Ön szerint, ha a **matematika szín lenne**, akkor milyen színű lenne?

Q40 Ön szerint, ha a **matematika ruhadarab lenne**, akkor milyen ruha lenne?

Q39 Ha a **matematikára gondol**, akkor milyen érzések, gondolatok, képek jutnak eszébe? (Nyugodtan írjon szabadszavas felsorolást.)

Q41 Ha a **matematika tanáira gondol**, akkor milyen érzések, gondolatok, képek jutnak eszébe? (Nyugodtan írjon szabadszavas felsorolást.)

Q42 Ha a **matematika órákra gondol**, akkor milyen érzések, gondolatok, képek jutnak eszébe? (Nyugodtan írjon szabadszavas felsorolást.)

Q44 A szabad gondolkodás után következzenek a matematikatanulási élményeink, kicsit részletesebben. Még három blokk van hátra!

## Q17 Matematikatanulási élményeink

Q9 Kérem adja meg, hogy emlékei szerint  **mennyire volt sikeres matematikából** tanulmányai során. Az öt csillag kiválasztása az ötös, az egy csillag kiválasztása az elégtelen tanulmányi teljesítményt jelöli. Kérem választát a legmagasabb iskolai végzettségéig terjedő összes szintre adja meg (amennyiben voltak matematikai tanulmányai), a többit hagyja üresen.

Alapfokú matematikai tanulmányok (1)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Középfokú matematikai tanulmányok (2)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Felsőfokú matematikai tanulmányok (3)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tudományos fokozat (4)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Q10 Kérem adja meg, hogy  **mennyire szeretett matematikát tanulni** tanulmányai során. Az öt csillag kiválasztása a "nagyon szerettem", az egy csillag kiválasztása az "egyáltalán nem szerettem" kategóriát jelöli. Kérem választát a legmagasabb iskolai

végzettségéig terjedő összes szintre adja meg (amennyiben voltak matematikai tanulmányai), a többit hagyja üresen.

Alapfokú matematikai tanulmányok (1)	★	★	★	★	★
Középfokú matematikai tanulmányok (2)	★	★	★	★	★
Felsőfokú matematikai tanulmányok (3)	★	★	★	★	★
Tudományos fokozat (4)	★	★	★	★	★

Q11 Kérem adja meg, hogy  **mennyire szeretette matematika tanárait** a tanulmányai során. Az öt csillag kiválasztása a "nagyon szerettem", az egy csillag kiválasztása az "egyáltalán nem szerettem" kategóriát jelöli. Kérem választát a legmagasabb iskolai végzettségéig terjedő összes szintre adja meg (amennyiben voltak matematikai tanulmányai), a többit hagyja üresen.

Alapfokú matematikai tanulmányok (1)	★	★	★	★	★
Középfokú matematikai tanulmányok (2)	★	★	★	★	★
Felsőfokú matematikai tanulmányok (3)	★	★	★	★	★
Tudományos fokozat (4)	★	★	★	★	★

Q12 Kérem adja meg, hogy  **mennyire érezte hasznosnak a matematikából tanultakat** tanulmányai során. Az öt csillag kiválasztása a "nagyon hasznos volt", az egy csillag kiválasztása az "egyáltalán nem értem miért kellett" kategóriát jelöli. Kérem

válaszát a legmagasabb iskolai végzettségéig terjedő összes szintre adja meg (amennyiben voltak matematikai tanulmányai), a többit hagyja üresen.

Alapfokú matematikai tanulmányok (1)	★	★	★	★	★
Középfokú matematikai tanulmányok (2)	★	★	★	★	★
Felsőfokú matematikai tanulmányok (3)	★	★	★	★	★
Tudományos fokozat (4)	★	★	★	★	★

Q18 Kérem adja meg, hogy  **mennyire kötötték le a matematika tanórák a figyelmét** tanulmányai során. Az öt csillag kiválasztása a "teljes mértékben lekötötték", az egy csillag kiválasztása az "egyáltalán nem kötött le" kategóriát jelöli. Kérem válaszát a legmagasabb iskolai végzettségéig terjedő összes szintre adja meg (amennyiben voltak matematikai tanulmányai), a többit hagyja üresen.

Alapfokú matematikai tanulmányok (1)	★	★	★	★	★
Középfokú matematikai tanulmányok (2)	★	★	★	★	★
Felsőfokú matematikai tanulmányok (3)	★	★	★	★	★
Tudományos fokozat (4)	★	★	★	★	★

Q13 **Szüksége volt** a matematikatanulás során korrepetítorra, **fizetett külön tanárra**?  
Ha igen kérem adja meg, hogy mely tanulmányai alatt. Több lehetőséget is választhat, amennyiben szükséges.

- Alapfokú matematika tanulmányok alatt korrepetáltak (1)
- Középfokú matematika tanulmányok alatt korrepetáltak (2)
- Felsőfokú matematika tanulmányok alatt korrepetáltak (3)
- Tudományos fokozat megszerzésekor korrepetáltak (4)
- Sosem volt szükségem külön tanárra (5)

Q21 Amennyiben járt külön tanárhoz matematikát tanulni, akkor kérem adja meg, hogy **milyen élmény** volt ez:

- A külön tanárral jó volt tanulni, vele végre megértettem a matematikát. (1)
- A külön tanárral jó volt tanulni, mert egyénileg tudtam gyakorolni és mertem kérdezni, de magyarázataiban nem volt más, mint az iskolai tanórán. (2)
- A külön tanárral sem jutottam közelebb a matematikához. (3)

Q22 Kérem adja meg, hogy **járt-e matematika szakkörre** vagy részt vett tehetséggondozási programon, versenyfelkészítőn?

▼ Igen részt vettem. (1) ... Nem vettem részt. (2)



Q20 Kérem adja meg, hogy amennyiben **érettségizett, akkor azt melyik szinten** tette:

▼ Közép szint, régen a iskolai érettségi. (1) ... Nem érettségiztem matematikából. (3)

Q15 Kérem adja meg, hogy **milyen szerepet játszott a matematika a pályaválasztásában?**

▼ Olyan pályát választottam, amihez nem kellett a matematika. (1) ... Pályaválasztás előtt állok. (4)

Q14 Kérem adja meg, hogy melyek voltak a **kedvenc matematikai témakörei**. Több is kiválasztható.

- Matematikai logika (1)
- Halmazelmélet (2)
- Számelmélet (3)
- Algebra (4)
- Síkgeometria (5)
- Térgeometria (6)
- Vektorok (7)
- Trigonometria (8)
- Koordinátageometria (9)
- Kombinatorika (10)
- Gráfok (11)
- Függvények (12)

- Sorozatok (13)
- Az egyváltozós függvények analízisének elemei (14)
- Statisztika (15)
- Valószínűség-számítás (16)

Q45 Sok emlék jöhetett elő. De haladjunk tovább és kérem válaszoljon arra, hogy a munka terén hogyan van jelen mindez. Még két blokk és vége!

#### Q24 Munka és matematika

Q26 Kérem adja meg, hogy mindennapi feladataival kapcsolatos döntései esetében ön szokott-e **matematikai alapú megközelítést** használni?

▼ Igen, mindig matematikai alapon döntök. (1) ... Nem szoktam, tudatosan biztos nem. (3)

Q28 Kérem adja meg, hogy mindennapi feladataival kapcsolatos döntései esetében **szokták-e befolyásolni a számok**, mint a mérlegelést segítő paraméterek?

▼ Igen. (1) ... Nem, ritkán találkozom számokkal. (3)

Q29 Ön szerint **segítené-e Önt döntései meghozatalában**, ha matematikai alapon közelítené meg azokat?

▼ Igen, mindenképpen. (1) ... Nem hinném, hogy máshogy döntenék. (3)

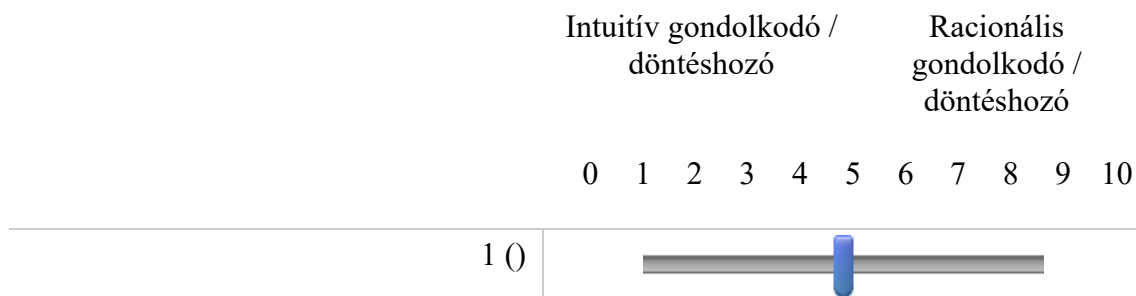
Q30 Mit gondol, aki **jó matekos, jobb döntéseket tud hozni**?

▼ Igen, mindenképpen. (1) ... Nem hinném, hogy máshogy döntenének. (3)

Q31 Hogy érzi, mi az amiben a leginkább **segítette Önt a matematikatanulás**?

▼ Megtanultam jól számolni. (1) ... Minimális előnyt látom. (3)

Q32 Ön **milyen döntéshozónak** tartja magát? A bal oldali 1-es érték, ha teljes mértékben intuitív gondolkodó, a jobb oldali tízes érték, ha maximálisan racionális gondolkodó.



Q33 Kérem, próbáljon felsorolni az életéből olyan eseményeket, amikor a **matematika tudását használni kellett**. Lehet munkahelyi vagy magánéleti az emlék, a fontos megkülönböztető jellemzője viszont az legyen, hogy kapcsolódjon hozzá a megélés: "igen, na ezért kellett matekot tanulni".

Q46 Nagyon köszönöm eddigi együttműködését! Már csak egy blokk maradt, ami kis kitekintés általában a munkaerőpiacra. Kitartást a végére!

### Q34 Foglalkozások és a matematika

Q23 Kérem adja meg, hogy Ön szerint a következő foglalkoztatási területeken  **mennyire hasznosak az iskolai matematikai tanulmányok**. Az öt csillag a "nagyon hasznos", az egy csillag "a teljesen felesleges" kategóriát jelöli.

Törvényhozók, igazgatási, érdek-képviselési vezetők (1)	★	★	★	★	★
Gazdasági, költségvetési szervezetek vezetői (2)	★	★	★	★	★
Termelési és szolgáltatást nyújtó egységek vezetői (3)	★	★	★	★	★
Gazdasági tevékenységet segítő egységek vezetői (4)	★	★	★	★	★
Műszaki, informatikai és természettudományi foglalkozások (5)	★	★	★	★	★
Egészségügyi foglalkozások (felsőfokú képzettséghez kapcsolódó) (6)	★	★	★	★	★
Szociális szolgáltatási foglalkozások (felsőfokú képzettséghez kapcsolódó) (7)	★	★	★	★	★
Oktatók, pedagógusok (8)	★	★	★	★	★
Gazdálkodási jellegű foglalkozások (9)	★	★	★	★	★
Jogi és társadalomtudományi foglalkozások (10)	★	★	★	★	★
Kulturális, sport-, művészeti és vallási foglalkozások (felsőfokú képzettséghez kapcsolódó) (11)	★	★	★	★	★
Egyéb magasan képzett ügyintézők (12)	★	★	★	★	★
Technikusok és hasonló műszaki foglalkozások (13)	★	★	★	★	★
Szakmai irányítók, felügyelők (14)	★	★	★	★	★
Egészségügyi foglalkozások (15)	★	★	★	★	★
Oktatási asszisztensek (16)	★	★	★	★	★
Szociális gondozási és munkaerő-piaci szolgáltatási foglalkozások (17)	★	★	★	★	★
Üzleti jellegű szolgáltatások ügyintézői, hatósági ügyintézők, ügynökök (18)	★	★	★	★	★
Művészeti, kulturális, sport- és vallási foglalkozások (19)	★	★	★	★	★
Egyéb ügyintézők (20)	★	★	★	★	★
Irodai, ügyviteli foglalkozások (21)	★	★	★	★	★
Ügyfélkapcsolati foglalkozások (22)	★	★	★	★	★
Kereskedelmi és vendéglátó-ipari foglalkozások (23)	★	★	★	★	★
Szolgáltatási foglalkozások (24)	★	★	★	★	★
Mezőgazdasági foglalkozások (25)	★	★	★	★	★
Erdőgazdálkodási, vadgazdálkodási és halászati foglalkozások (26)	★	★	★	★	★
Élelmiszer-ipari foglalkozások (27)	★	★	★	★	★
Könnyűipari foglalkozások (28)	★	★	★	★	★
Fém- és villamosipari foglalkozások (29)	★	★	★	★	★
Kézműipari foglalkozások (30)	★	★	★	★	★
Építőipari foglalkozások (31)	★	★	★	★	★
Egyéb ipari és építőipari foglalkozások (32)	★	★	★	★	★
Feldolgozóipari gépek kezelői (33)	★	★	★	★	★

Összeszerelők (34)	★	★	★	★	★
Helyhez kötött gépek kezelői (35)	★	★	★	★	★
Járművezetők és mobil gépek kezelői (36)	★	★	★	★	★
Takarítók és hasonló jellegű egyszerű foglalkozások (37)	★	★	★	★	★
Egyszerű szolgáltatási, szállítási és hasonló foglalkozások (38)	★	★	★	★	★
Egyszerű ipari, építőipari, mezőgazdasági foglalkozások (39)	★	★	★	★	★
Fegyveres szervek foglalkozásai (40)	★	★	★	★	★

Q47 Itt a vége a kérdőívnek! Már csak pár kattintás a lezárásig.

### Q35 Gratulálok!

Sikerült végig vinni mind az öt szintet.

**Nagyon köszönöm együttműködését és válaszait!**

Remélem izgalmas volt felidézni az emlékeket és elgondolkodni a matematika hasznosságán. Kérem, hogy amennyiben érdeklík a kutatásom eredményei akkor a lenti mezőbe adja meg e-mail címét, amelyet kizárólag a kutatás előrehaladásának kommunikációja érdekében használok fel.

**Amennyiben tetszett a kérdőív, támogassa kutatásom és küldje el ismerőseinek, hogy minél több emberhez elérjen!**

Köszönettel, Farkas-Kis Máté MBA

Az Ön e-mail címe: (1)

---