

Közgazdasági és Gazdaságinformatikai Doktori Iskola

TÉZISGYŰJTEMÉNY

Badics Milán Csaba

Hálózatelemzés a pénzügyi szektorban: Egy átfogó elemzés
Adaptive Joint LASSO módszerrel

című Ph.D értekezéséhez

Témavezető:
Huszár Zsuzsa Réka Ph.D.
Egyetemi docens

Budapest, 2023

Budapesti Corvinus Egyetem

Közgazdasági és Gazdaságinformatikai Doktori Iskola

TÉZISGYŰJTEMÉNY

Badics Milán Csaba

Network Analysis of the Financial Sector: A Comprehensive
Perspective with Adaptive Joint LASSO Method című Ph.D

értekezéséhez

Témavezető:
Huszár Zsuzsa Réka Ph.D.
Egyetemi docens

©Badics Milán Csaba

Tartalomjegyzék

1. Fejezet Motiváció	1
2. Fejezet Módszerek	2
2.1. Diebold-Yilmaz keretrendszer	2
2.2. Példa a Diebold-Yilmaz keretrendszerre	5
2.3. VAR becslés nagy dimenziós idősorok esetén	8
2.4. Adaptive Joint Lasso	10
2.5. Moving Block Bootstrap módszer	11
3. Fejezet Az értekezés tudományos eredményei	13
3.1. Elemzési módszerekkel kapcsolatos hozzájárulások	13
3.2. Empirikus hozzájárulások	18
4. Fejezet Saját publikációs jegyzék	20
Hivatkozások	21

Ábrák jegyzéke

1.	Elméleti Diebold-Yilmaz hálózatok ritka és sűrű Σ esetén	7
2.	Összefoglaló ábra az AJ LASSO módszer relatív hatékonyságáról a jobb RW LASSO módszerhez képest a különböző együttható (B) és inverz kovariancia (Ω) mátrixok által generált folyamatok esetén	13
3.	Struktúrális változás a Diebold-Yilmaz hálózatban	16

Táblázatok jegyzéke

1. Diebold-Yilmaz összekötöttségi tábla ritka együtthatómátrix B és ritka kovarianciamátrix Σ esetén 6
2. Diebold-Yilmaz összekötöttségi tábla ritka együtthatómátrix B and sűrű kovarianciamátrix Σ esetén 6

1. Fejezet Motiváció

A pénzügyi rendszer vizsgálata hálózatelemzési eszközökkel csak az elmúlt évtizedben vált népszerűvé, köszönhetően a szabályozás fontossága miatt. A pénzügyi intézmények közötti kapcsolatok egyaránt stabilizálhatják vagy destabilizálhatják a rendszert. A pénzügyi intézmények összekapcsoltsága egyrészt segíti a gazdaságban a beruházások és a finanszírozási folyamatok rugalmas kivitelezését, másrészt ezek a kapcsolatok válságok esetén hozzájárulhatnak a kockázatok terjedéséhez. Továbbá a pénzügyi intézmények közötti nagyfokú összekapcsoltság elősegíti egy-egy sokk esetén a hálózat struktúrájának hirtelen átalakulását is (Acemoglu és szerzőtársai, 2015; Elliott és szerzőtársai, 2014).

A pénzügyi intézmények közötti sokkok terjedése döntő szerepet játszik a rendszerkockázat modellezésében. Válságok idején a kapcsolatok erőssége hirtelen megnő, és a kockázat átterjedhet azokra az intézményekre is, amelyek korábban kevésbé voltak beágyazottak a rendszerbe, ahogy ez a 2007-2008-as globális pénzügyi válság idején is történt (Diebold és Yilmaz, 2014). Ezért a szabályozóknak figyelemmel kell kísérniük a pénzügyi hálózatok szerkezeti változásait, illetve azonosítaniuk kell a szisztematikusan fontos pénzügyi intézményeket.

A 2007-2008-as globális pénzügyi válság miatt több olyan elméleti megközelítés is megjelent a szakirodalomban, amely a pénzügyi intézmények közötti kapcsolatok hálózati modellezésével foglalkozik. Acemoglu és szerzőtársai (2015) és Elliott és szerzőtársai (2014) a bankrendszer összekapcsoltságát a közös eszközökbe történő befektetések korrelációjából vezették le. Ezek egyrészt fokozhatják a diverzifikációt, de az ilyen kapcsolatok a rendszerben bekövetkező egymással összefüggő csődökhöz is vezethetnek. Következésképpen a pénzügyi intézmények közötti kapcsolatok feltárása és nyomon követése alapvető fontosságú válságok idején a fertőzés terjedésének megértéséhez.

Emellett Acemoglu és szerzőtársai (2015) elméleti keretek között bemutatta, hogy a pénzügyi hálózat összekapcsoltsága növeli a rendszer stabilitását mindaddig, amíg a hálózatot érő sokkok nagysága és száma alacsony marad. Ha azonban a sokkok szintje meghalad egy bizonyos küszöbértéket, akkor a pénzügyi hálózat szerkezete hatással van a fertőzés mértékére. Más szóval, a nagyobb pénzügyi összekapcsoltság érzékenyebbé, és a sokkok átterjedésére hajlamosabbá teszi a hálózatot. A periférián lévő intézmények a pénzügyi hálózat középpontjába kerülhetnek egy olyan jelentős külső sokkok hatására, amelyek átstrukturálja a kapcsolatok szerkezetét. Ezért nemcsak a rendszerszinten fontos intézmények elemzése, hanem a teljes rendszer vizsgálata szükséges a hálózat jobb megértéséhez.

A disszertáció több szempontból foglalkozik ezzel a fontos témával, kutatásom során a következő két kérdésre válaszolok:

- Hogyan lehet nagy dimenziós idősorokat ökonometriai és hálózatelemzési módszerekkel hatékonyan modellezni?
- Hogyan lehet a pénzügyi intézményrendszer hálózataiban bekövetkezett strukturális változásokat eseményelemzés keretei között vizsgálni?

2. Fejezet Módszerek

2.1. Diebold-Yilmaz keretrendszer

Az idősorokon alapuló hálózatokat gyakran gráfokon ábrázolják, ahol a csomópontok (amelyek az idősorokat reprezentálják) és az élek (az idősorok közötti kapcsolatok) grafikusan jelennek meg. A hálózat egyik típusa a súlyozott hálózat, amely lehetővé teszi, hogy az élek súlyaival a csomópontok (idősorok) közötti erősebb vagy gyengébb kapcsolatokat ábrázoljuk. Az irányított hálózatok aszimmetrikus kapcsolatok vizsgálatát teszik lehetővé.

Diebold és Yilmaz (2009) korszakalkotó tanulmányában elsőként mutatta meg, hogy egy becsült Vektor autoregresszív (VAR) modell előrejelzési hibavariancia dekompozíciója súlyozott irányított gráfként értelmezhető. Diebold és Yilmaz (2012) és Diebold és Yilmaz (2014) tanulmányaikban ezt kiegészítve egy egységes keretrendszert (DY keretrendszer) mutattak be, ami alkalmas az idősorok közötti kapcsolatok, és a tovagyrúzó hatások mérésére és modellezésére. A keretrendszer rendkívül népszerű lett az elmúlt években, a három alapmű idézettsége csak 2022-ban több mint 1500 volt.

A DY keretrendszer legfontosabb előnyei a következők (Demirer és szerzőtársai, 2018):

1. A módszer nem igényel további feltételezéseket, mint amiket a VAR(p) modell becsléséhez és identifikációjához használunk.
2. A módszer jól kapcsolható a hálózatelemzéshez, a becsült hálózat egy irányított és súlyozott gráf lesz, amely megadja az kapcsolatok irányát és erősségét.
3. A módszer alapjául szolgáló impulzusválasz függvényeket és az előrejelzési hibavariancia dekompozíciókat már régóta gyakran használják a közgazdaságtanban és az ökonometriában. A módszer könnyen értelmezhető hálózatokat becsül.
4. A keretrendszer lehetővé teszi az idősorok közötti sokkhatások tovagyrúzásának nyomon követését a hálózat minden szintjén, a páronkénti kapcsolatoktól (mikroszint) a rendszerszintű kapcsolatokig (makroszint).
5. Lehetővé teszi a statikus és dinamikus használatot (görgetett ablakos becslés), ami fontos a pénzügyi alkalmazásokban, ahol az események gyakran hirtelen alakítják át a hálózat struktúráját.
6. A keretrendszer a Granger-okság teszten alapú hálózatok általánosításának tekinthető.

A keretrendszer azon a koncepción alapul, hogy a hálózat minden egyes idősorára kiszámíthatjuk az előrejelzési hibavariációt a VAR modell becsült együtthatómátrixa (B) és kovarianciamátrixa (Σ) alapján. A kapcsolat a mátrixok és az előrejelzési hibavariancia között nemlineáris. Ez a variancia a saját és más idősorok sokkjaihoz kapcsolódik. Az Y_i idősor előrejelzési hibájának varianciája szétbontható a saját idősorban bekövetkező, illetve a rendszer egyéb idősoraiban megjelenő sokkokra. Ezáltal jól mérhető a sokkok transzmissziója az egyes idősorok között. Ez a dekompozíció midegyik idősorra elvégezhető, és egy táblázatban összefoglalható (DY összekötöttségi táblázat - Θ), ami az idősorok közötti kapcsolatrendszert jellemzi. A táblázatban az idősorhoz tartozó sor (FROM) és oszlopelemek (TO) aggregálásával (NET) vizsgálható az adott idősor rendszerben betöltött szerepe (nettó sokk terjesztő vagy nettó sokk fogadó).

A következő bekezdésekben részletesebben is bemutatom a keretrendszert. A keretrendszer első lépése egy VAR(p) modell megbecslése a hálózat J idősorán a következő egyenlet alapján:

$$Y_t = \sum_{i=1}^p \beta_i Y_{t-i} + \epsilon_t \quad (1)$$

ahol Y_t a $(J \times 1)$ az idősorok vektora, β_i a $(J \times J)$ a együtthatómátrix és ϵ_t a $(J \times 1)$ hibatagok vektora. A VAR(p) folyamatról feltételezzük, hogy stacioner idősorok alkotják, a hibatagok kovarianciáról (Σ) pedig azt, hogy pozitív definitív (Lütkepohl, 2013).

A DY keretrendszer legfontosabb elemének, a DY összekötöttségi táblázatnak a vizsgálatához hatékonyan kell megbecsülni a $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ együtthatómátrixokat és a Σ kovariancia mátrixot is. A β_i együtthatómátrixok feltárják az idősorok közötti időbeli függőségeket a Σ kovarianciamátrix pedig az egyidejű kapcsolatokat jellemzi (Davis és szerzőtársai, 2016; Han és szerzőtársai, 2015).

A DY keretrendszer kiindulópontja a VAR(p) model mozgóátlag reprezentációja a Wold-féle reprezentációs tétel alapján (Diebold és Yilmaz, 2012):

$$Y_t = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \epsilon_{t-i} \quad (2)$$

ahol A_i a $(J \times J)$ mozgóátlag együtthatómátrix. A Wold-féle reprezentációs tétel alapján A_i megadható a következő rekurzióval $A_i = \sum_{j=1}^p \beta_j A_{i-j}$ ahol $A_j = 0$, ha $j < 0$, és A_0 egy egységmátrix.

Ahogy Diebold és Yilmaz (2012) tanulmányában hangsúlyozta, a kiszámított mozgóátlag koefficiensek és a becsült kovarianciamátrix (vagy annak nemlineáris transzformációi, mint például az impulzusválaszfüggvények vagy az előrejelzési hibavariancia) tekinthetők kulcsinformációnak az idősorok hálózati dinamikájának megértéséhez.

Az előrejelzési hibavariancia számolása lehetővé teszi számunkra, hogy kiszámítsuk a Y_i H lépéses előrejelzésében a hibák varianciájának azt a hányadát, amely más idősorok, például Y_j sokkjainak köszönhető. Erre a továbbiakban úgy fogok hivatkozni, mint az Y_i és az Y_j közötti tovagyűrűzési hatás (Diebold és Yilmaz, 2012). A DY keretrendszerben a VAR(p) modell előrejelzési hibavariancia dekompozíciója adja meg az idősorok közötti tovagyűrűzés mértékét. Sajnos ennek egyszerű kiszámításához ortogonális hibatagok szükségesek, az empirikus elemzések esetén azonban a VAR hibatagok gyakran korrelálnak egymással (Basu és Michailidis, 2015; Diebold és Yilmaz, 2012; Diebold és Yilmaz, 2014).

A DY keretrendszerrel kapcsolatos tanulmányokban két széles körben használt megközelítés létezik az előrejelzési hibavariancia dekompozíció előállítására. Az első módszer a Σ kovarianciamátrix Cholesky-faktor alapú ortogonalizációját használja. Ennek a módszernek az a hátránya, hogy a dekompozíció sorrendfüggő lesz (Diebold és Yilmaz, 2012; Fengler és Gisler, 2015). A másik megközelítés az általánosított VAR-keretrendszert használja, amit Koop és szerzőtársai (1996) és Pesaran és Shin (1998) vezettek be. A módszer sorrendfüggetlen dekompozíciót eredményez, ezt használják gyakrabban az empirikus irodalomban.

A következő egyenlet alapján számolhatjuk az előrejelzési hibavariancia dekompozíciót H lépéses előrejelzés esetén:

$$\theta_{ij}^g(H) = \frac{\sigma_{jj}^{-1} \sum_{h=0}^{H-1} (e_i' A_h \Sigma e_j)^2}{\sum_{h=0}^{H-1} (e_i' A_h \Sigma A_h' e_j)} \quad (3)$$

ahol σ_{jj} a j -ik diagonális eleme a hibatagok együttthatómátrixának (Σ), A_h a mozgóátlag koefficiensmátrixának és a h késleltetésű sokk vektorának a szorzata, az e_i pedig egy szelekciós vektor. A számláló reprezentálja az Y_j idősor sokkjának a H lépéses előrejelzési hibavarianciához való hozzájárulását Y_i idősor esetén. A nevező a Y_i idősor előrejelzési hibavarianciája.

Sajnos a hálózat idősorainak a hozzájárulásainak az összege az előrejelzési hibavarianciájához nem feltétlenül egy, mivel a sokkok általában nem ortogonálisak (Diebold és Yilmaz, 2012). Emiatt normalizálásra van szükség, ami a következő módon számolható:

$$\tilde{\theta}_{ij}^g(H) = \frac{\theta_{ij}^g(H)}{\sum_{k=1}^J \theta_{ik}^g(H)}. \quad (4)$$

Ezt az általánosított előrejelzési hibavariancia dekompozíciót a DY keretrendszer több rendszerszintű kapcsolódási mérőszámának számolásához használjuk (Diebold és Yilmaz, 2012; Diebold és Yilmaz, 2014).

Először is, az összes többi idősorból az Y_i idősorba történő sokk tovagyűrűzés összegét (FROM tovagyűrűzési index $S_{i \leftarrow \bullet}^g$) határozzuk meg a következő egyenlet segítségével:

$$S_{i \leftarrow \bullet}^g(H) = \frac{\sum_{k=1, k \neq i}^J \tilde{\theta}_{ik}^g(H)}{\sum_{k=1}^J \tilde{\theta}_{ik}^g(H)} * 100\% = \sum_{k=1, k \neq i}^J \tilde{\theta}_{ik}^g(H) * 100\%. \quad (5)$$

Ezután, a Y_i idősor által más idősoroknak továbbított sokkok összege számolható (TO tovagyűrűzési index $S_{\bullet \leftarrow i}^g$) a következő egyenlettel:

$$S_{\bullet \leftarrow i}^g(H) = \sum_{k=1, k \neq i}^J \tilde{\theta}_{ki}^g(H) * 100\%. \quad (6)$$

A harmadik releváns mérőszám a NET tovagyűrűzési index (S_i^g , 7. egyenlet, amely az összes többi idősorból származó bruttó adott (TO) és kapott (FROM) sokk közötti különbséget számítja ki:

$$S_i^g(H) = S_{\bullet \leftarrow i}^g(H) - S_{i \leftarrow \bullet}^g(H) \quad (7)$$

Végül, a hálózatelemzés makroszintjén az egész rendszerre kiterjedő tovagyűrűzési index (SUM tovagyűrűzési index S_{total}^g) információt nyújt arról, hogy egy idősor átlagosan milyen hatással van az összes többi idősorra, függetlenül a hatás irányától. Ez a következő módon számítható:

$$S_{total}^g(H) = \frac{1}{J} \sum_{i, k=1, i \neq k}^J \tilde{\theta}_{ik}^g(H) \quad (8)$$

Az aggregált tovagyűrűzési index a DY összekötöttségi tábla összes nem diagonális elemének összege a VAR(p) modellben figyelembe vett idősorok számával elosztva (Diebold és Yilmaz, 2012; Gabauer és szerzőtársai, 2020).

2.2. Példa a Diebold-Yilmaz keretrendszerre

A Diebold-Yilmaz keretrendszer illusztrálására a következő példákban bemutatom, hogy egy alacsony dimenziójú rendszer (5 idősor eséréen) esetén hogyan lehet a FROM, TO, NET és SUM tovagyrűzési indexeket kiszámolni és értelmezni. Egy olyan rendszert fogok modellezni, ahol az adatgeneráló folyamat egy VAR(1) modell, és az együtthatómátrix (B) ritka, egy domináns idősorral.

$$B = \begin{bmatrix} 0.40 & 0 & \mathbf{0.08} & 0 & 0 \\ 0 & 0.40 & \mathbf{0.07} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.40 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{0.08} & 0.40 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{0.09} & 0 & 0.40 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Az együtthatómátrix diagonális elemei az idősorokon belüli autoregresszív dinamikára utalnak. A mátrix harmadik oszlopa alapján a harmadik idősor hatással van a többi idősorra (Granger-okság), a többi idősor között azonban nincs semmilyen kapcsolat.

A kovarianciamátrix (Σ) Diebold-Yilmaz keretrendszerben betöltött szerepének illusztrálására két különböző struktúrát is vizsgálok. Az első esetben a kovarianciamátrix a lehető legegyszerűbb, egy egységmátrix:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

A második esetben a kovarianciamátrix struktúrája Toeplitz-típusú, $\rho = 0.3$ paraméterrel:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.20 & 0.04 & 0.01 & 0.00 \\ \mathbf{0.20} & 1.00 & 0.20 & 0.04 & 0.01 \\ \mathbf{0.04} & 0.20 & 1.00 & 0.20 & 0.04 \\ \mathbf{0.01} & 0.04 & 0.20 & 1.00 & 0.20 \\ \mathbf{0.00} & 0.01 & 0.04 & 0.20 & 1.00 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Ebben az esetben a kovarianciamátrix sűrű, és az elemei exponenciálisan csökkennek az átlótól való távolság növekedésével.

Az együttható- és a kovariancia mátrixok alapján kiszámítom az elméleti összekötöttségi táblázatot és az tovagyrűzési indexeket a DY keretrendszer segítségével. A következő Diebold-Yilmaz összekötöttségi táblázat (1. táblázat) illusztrálja az első rendszert, ahol az együtthatómátrix ritka, egy domináns idősorral, a kovarianciamátrix pedig egy egységmátrix:

1. táblázat. Diebold-Yilmaz összekötöttségi tábla ritka együttthatómátrix B és ritka kovarianciamátrix Σ esetén

	TS1	TS2	TS3	TS4	TS5	FROM
TS1	98.96	0.00	1.04	0.00	0.00	1.04
TS2	0.0	99.20	0.80	0.00	0.00	0.80
TS3	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00
TS4	0.00	0.00	1.04	98.96	0.00	1.04
TS5	0.00	0.00	1.31	0.00	98.69	1.31
TO	0.00	0.00	4.20	0.00	0.00	4.20
NET	-1.04	-0.80	4.20	-1.04	-1.31	0

Komment: Az együttthatómátrix (B) ritka, egy domináns idősorral, a kovarianciamátrix (Σ) pedig egységmátrix.

Az összekötöttségi táblázat azt mutatja, hogy a harmadik idősor sokkjai átterjednek a rendszer többi idősorára (TO = 4.2), de nem fogad semmilyen sokkot a rendszer maradék részétől (FROM = 0). A rendszerben az idősor domináns szerepet játszik, ez az idősor terjeszti a sokkokat. A hálózat többi idősora között nincs kapcsolat. A teljes tovagyrüzési index nagyon alacsony (SUM = 4,2/5 = 0,8%) a ritka együtttható- és kovariancia-mátrix miatt. A második esetben, amikor az együttthatómátrix ugyanaz, mint az első esetben, de a kovarianciamátrix sűrű, a Diebold-Yilmaz összekötöttségi táblázat a következő:

2. táblázat. Diebold-Yilmaz összekötöttségi tábla ritka együttthatómátrix B and sűrű kovarianciamátrix Σ esetén

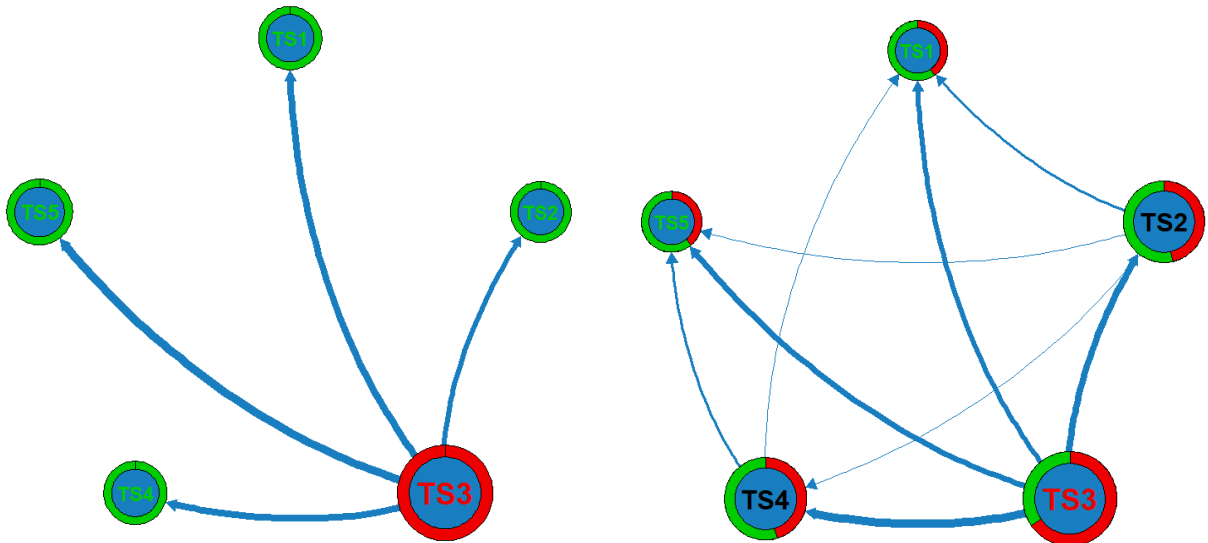
	TS1	TS2	TS3	TS4	TS5	FROM
TS1	94.42	4.09	1.43	0.06	0.00	5.58
TS2	3.63	90.65	5.49	0.22	0.01	9.35
TS3	0.15	3.69	92.32	3.69	0.15	7.68
TS4	0.01	0.23	5.85	90.30	3.61	9.70
TS5	0.00	0.08	1.72	4.12	94.08	5.92
TO	3.79	8.09	14.48	8.10	3.77	38.24
NET	-1.80	-1.25	6.80	-1.61	-2.15	0

Komment: Az együttthatómátrix (B) ritka, egy domináns idősorral, a kovarianciamátrix (Σ) pedig Toeplitz-típusú, $\rho = 0.3$ paraméterrel.

A harmadik idősor ebben az esetben is dominálja a többi, de a nem diagonális kovarianciamátrix miatt a FROM tovagyrüzési indexének értéke nem egyenlő nullával (FROM = 7.68). Ebben az esetben a hálózat többi idősora között is megjelennek kapcsolatok, minden idősornak pozitív TO és FROM értékei vannak. A hálózat átlagos összekötöttsége magasabb, mint az első esetben (SUM = 38.24/5 = 7.6%).

A tanulmányok többsége a hálózatot gráfokon ábrázolja (az összekötöttségi tábla mellett), hogy könnyebben értelmezhetőek legyenek a kulcsfontosságú szereplők közötti kapcsolatok. A következő két gráfon (1. ábra) szemléltetem a ritka és sűrű kovarianciamátrixon alapuló hálózatokat :

1. ábra. Elméleti Diebold-Yilmaz hálózatok ritka és sűrű Σ esetén



Kommentek: Az első (második) adatgeneráló folyamathoz tartozó hálózat a bal (jobb) ábrán látható. Az együtthatómátrix (B) mindkét esetben ritka, egy domináns idősorral, a kovarianciamátrix (Σ) az első esetben egy egységmátrix, a második esetben pedig egy Toeplitz-típusú mátrix, $\rho = 0.3$ értékkel. A csomópontok az idősorokat jelölik. A csomópontok mérete a SUM értékeket reprezentálja. A kördiagramok zöld (piros) szelete az idősorok FROM (TO) tovagyrűzési indexeinek arányát jelöli. Az élek irányai a nettó tovagyrűzési indexeket jelölik; vastagságuk azok nagyságát mutatja. Az ábrákon az összes él látható. A zöld betűkkel jelölt csomópontok olyan idősorokat jelölnek, ahol a $FROM/SUM \geq 55\%$, a pirosak pedig olyanokat, ahol a $TO/SUM \geq 55\%$.

Ahhoz, hogy ezekből az ábrákból releváns következtetést vonhassunk le, elengedhetetlen a gráfok illusztrációjának magyarázata. A csomópontok az idősorokat ábrázolják. A csomópontok körüli kördiagramok színei az idősor által továbbított (piros színnel jelölt TO tovagyrűzési érték) és kapott (zöld színnel jelölt FROM tovagyrűzési érték) sokk arányát jelölik. A csomópontokhoz kapcsolódó utolsó információ a SUM érték, amelyet a csomópontok mérete reprezentál. Az élek iránya az idősorok NET tovagyrűzési indexének előjelét, vastagságuk pedig azok nagyságát jelölik. Az ábrákon az összes él látható. A zöld betűkkel jelölt csomópontok olyan idősorokat jelölnek, ahol a $FROM/SUM \geq 55\%$, a pirosak pedig olyanokat, ahol a $TO/SUM \geq 55\%$. Az ehhez hasonló ábrák célja a rendszer kulcsfontosságú szereplőinek (nagy sokk terjesztő és fogadó) azonosítása. A SUM mutató egy adott idősor rendszerbeli központosságát méri, függetlenül a sokk átvitelének irányától. A piros (zöld) betűkkel jelölt csomópontok a hálózat legnagyobb sokk terjesztő (fogadó) szereplőit jelölik.

Az első grafikonon jól látható a harmadik idősor dominanciája, és a sokkokat továbbító szerepe. A többi idősor közötti kapcsolatok hiánya a koefficiens és a kovariancia mátrixok ritkaságát mutatja. Ezzel szemben a második grafikonon a hálózat a B és a Σ mátrixok és a Diebold-Yilmaz keretrendszer összekötöttségi táblázata közötti nemlineáris kapcsolat, valamint a kovarianciamátrix sűrű szerkezete miatt sűrű.

Ezek a példák az összekötöttségi táblákkal és a hálózati gráfokkal illusztrálják a B és a Σ és a Θ közötti nemlineáris kapcsolatot, valamint a mátrixok szerepét a Diebold-Yilmaz keretrendszerben.

2.3. VAR becslés nagy dimenziós idősorok esetén

Nagy dimenziós idősorok esetén a VAR-modellek paramétereinek hatékony becslése kihívások elé állítja a kutatókat. Egyrészt kezelni kell a dimenzionalitás problémáját (Basu és szerzőtársai, 2019; Davis és szerzőtársai, 2016; Kock és Callot, 2015), másrészt, a VAR-modell időbeli függőségi struktúráját is figyelembe kell venni a becslés során (Basu és Michailidis, 2015). Fontos feladat annak a meghatározása, hogy mely változók és (azok) késleltetései relevánsak, főleg ha a minta mérete kicsi a dimenzióhoz és a késleltetések számához képest (Hecq és szerzőtársai, 2023; Nicholson és szerzőtársai, 2017).

A hagyományos VAR becslés komoly hátránya a sok szükségszerűen megbecslendő paraméter, ami korlátozza alkalmazhatóságát a közgazdasági és pénzügyi problémák esetén, ahol nagy dimenziójú rendszerek modellezése szükséges (Hecq és szerzőtársai, 2023). Ha kevés adat áll rendelkezésre, az zajos paraméterbecslésekhez, az előrejelzések potenciális instabilitásához vezethet. Emellett, ha $T < J^2p$, azaz az idősor hossza rövidebb mint a kibecslendő paraméterek száma, akkor nem használható az egyenletenkénti becslés, ami legkisebb négyzetek módszerét (OLS) alkalmazza (Basu és Michailidis, 2015; Kock és Callot, 2015).

A nagydimenziós idősorok modellezésével foglalkozó legújabb tanulmányok bemutatják, hogy a VAR-modell becslése viszonylag kevés minta esetén is lehetséges, még akkor is, ha a legkisebb négyzetek becslése nem alkalmazható (Basu és Michailidis, 2015; Davis és szerzőtársai, 2016; Kock és Callot, 2015). Az együtthatómátrix konzisztens becslését úgy tudjuk elérni, hogy egy speciális struktúrát feltételezünk erről a mátrixról. Általánosan elfogadott nézet, hogy a legtöbb gazdasági és pénzügyi alkalmazás esetén (Fan, Lv, és Qi, 2011; Giannone és szerzőtársai, 2021), az idősorok rendszerét generáló folyamat együtthatómátrixa ritka, a változóknak csak egy kis, ismeretlen részhalmaza rendelkezik nullától lényegesen eltérő együtthatókkal, és az összes többi változó együtthatója elhanyagolható, vagy akár pontosan nulla (Demirer és szerzőtársai, 2018; Hecq és szerzőtársai, 2023; Kock és Callot, 2015). Ezért ebben az esetben előnyösebb egy ritka VAR-modellt illeszteni, sok együtthatót nullára állítva, hogy pontosabban közelítsük az adatgeneráló folyamatot. Az ilyen modellek további előnye, hogy lehetővé teszik az olyan rendszerek modellezését is, ahol idősorok száma nagyon nagy (Fan, Feng, és Song, 2011; Fan és szerzőtársai, 2014). Ezeket a módszereket együttesen regularizációs eljárásoknak nevezzük.

Két gyakori megközelítés van a nagy dimenziójú idősorok modellezési problémáinak a kezelésére. Az első módszer esetén a paramétereket csak "behúzzuk" a nulla felé (L2-regularizáció), de nem szelektáljuk őket, a második viszont szelektálja a paramétereket, nagy részüket nullára beállítva (L1-regularizáció).

A regularizációs megoldások közül nagy dimenziós idősorok esetén a leggyakrabban a LASSO (least absolute shrinkage and selection operator) módszert alkalmazzák, amely a két alapkonceptiót ötvözi. A LASSO koncepciót először Tibshirani (1996) javasolta. A módszer elméleti alapjait a korszakalkotó cikk megjelenése óta többen is vizsgálták: Zou (2006), Meinshausen és Bühlmann (2006) és Bickel és szerzőtársai (2009).

A LASSO módszer lényege, hogy egy a paraméterek abszolút értékén alapuló büntetést épít be a négyzetes hibafüggvény mellé az optimalizálandó célfüggvényébe:

$$\operatorname{argmin}_{\beta_{ij}} \left[\sum_{t=p+1}^T (y_{jt} - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^J \beta_{ij} y_{j,t-i})^2 + \lambda_j \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^J |\beta_{ij}| \right] \quad (12)$$

Az L1 regularizáció kettős célt szolgál. A büntetőkomponens célfüggvénybe való

beépítésével lehetővé teszi a β_{ij} becslését még akkor is, ha a VAR-modellben az együtt-hatók száma meghaladja az idősor hosszát. A becslés ritka autoregresszív B mátrixot eredményez azáltal, hogy a mátrix egyes elemeit pontosan nullával teszi egyenlővé. A büntetés mértéke határozza meg a szelekció mértékét: minél nagyobb a λ regularizációs paraméter, annál ritkább az együttthatómátrix (B). A LASSO módszer alapkonceptiója az OLS által becsült paraméterek (az B mátrix elemei) nullára zsugorítása a becslési variancia csökkentése érdekében (Demirer és szerzőtársai, 2018; Kock és Callot, 2015).

Ahogy a 12-es egyenlet mutatja, a LASSO minden paramétert egyformán büntet. Ha megvalósítható lenne, hogy a valóban nulla paraméterekhez (β_{ij} -k, amelyek az adatgeneráló folyamatban nulla értéket vesznek fel) nagyobb büntetést rendeljünk, mint a nem nulla paraméterekhez, akkor jobb becslési és előrejelzési teljesítményre számíthatnánk. Zou (2006) egy további súlyparaméter bevezetésével javította az eredeti koncepciót. Az adaptive LASSO módszer egy kétlépéses algoritmus, amely az első lépés becslésének eredményét (általában a ridge becslést) használja a késleltetett idősorok (magyarázó változók) súlyozására. Ha az első lépés becslője az egyik paramétert nullának tekint, az a paraméter a második lépésben már nem vesz részt. Ez a koncepció a legtöbb esetben pontosabb becslést eredményez.

A következő egyenlet mutatja az adaptive LASSO objektív függvényét:

$$\operatorname{argmin}_{\beta_{ij}} \left[\sum_{t=p+1}^T (y_{jt} - \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^J \beta_{ij} y_{j,t-i})^2 + \lambda_j \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^J w_{ij} |\beta_{ij}| \right] \quad (13)$$

ahol ($w_{ij} = \frac{1}{|\beta_{ij}^{\text{ridge}}|}$) rerezentálja a súlyokat.

Az adaptive LASSO egyik hasznos tulajdonsága az, amit Fan és Li (2001) orákulum tulajdonságnak nevez. Ez azt jelenti, hogy az adaptive LASSO egy valószínűséggel helyesen azonosítja az együttthatómátrix nulla komponenseit megfelelően hosszú idősorok esetén (az adatgeneráló folyamat minden nulla paraméterét pontosan nullára állítja a becsléssel (Zou, 2006)). Az algoritmusnak ez a tulajdonsága mind keresztmetszeti regresszió, mind nagy dimenziójú VAR-modellek becslése (Kock és Callot, 2015) esetén igaz.

Azonban a keresztmetszeti regresszióval összehasonlítva a nagy dimenziójú VAR-modellek regularizált becslése bizonyos szempontból nehezebb. Mivel a VAR modellek becslése esetén a függő változó többváltozós, a becslési lépésben a veszteségfüggvény (hibatagok négyzetösszege vagy negatív log-likelihood) optimális kiválasztása kihívást jelent a modellezők számára (Basu és Michailidis, 2015). Az alkalmazott veszteségfüggvénynek kritikus szerepe van, mivel befolyásolja a regularizált VAR modell paraméterbecslését, még akkor is, ha a többváltozós idősorok hibatagja normális eloszlást követ. Ez a jelenség súlyosabbá válik, ha a többváltozós hibafolyamat erősen korrelált (Basu és Michailidis, 2015). Ennek oka, hogy míg a negatív log-likelihood függvény figyelembe veszi a hibatagok inverz kovarianciamátrixát (Ω), addig az OLS becslés nem. Ez a különbségtétel a nagydimenziós VAR-modellek eltérő becsléséhez vezet, kivéve, ha a kovarianciamátrix egységmátrix (Basu és Michailidis, 2015; Davis és szerzőtársai, 2016).

A regularizált VAR modell becslésekor a leggyakoribb megközelítés az, hogy a regressziós becslést külön-külön alkalmazzák minden egyes függőváltozóra (Kock és Callot, 2015)). Ez lényegében a VAR-modell lineáris regressziós modellt történő átalakítását jelenti, ahol az idősor aktuális értékeit tekintjük függőváltozónak, a késleltetett értékeket pedig magyarázó változóknak. A kutatók a regularizációs büntetőtagot egyenletenként külön-külön alkalmazzák, gyakran különböző regularizációs paraméterekkel (Basu és Mi-

chailidis, 2015; Davis és szerzőtársai, 2016; Deshpande és szerzőtársai, 2019; Kock és Callot, 2015; Lee és Liu, 2012). A továbbiakban ezt a becslést row-wise LASSO-nak (RW LASSO), a becslés adaptív változatát pedig adaptive row-wise LASSO (ARW LASSO) nevezem¹.

Bár a módszer egyszerű és népszerű, ez a becslési stratégia figyelmen kívül hagyja a függőváltozók közötti információt. Nem veszi figyelembe az idősorok közötti függőséget (az egyidejű korrelációt), ami bizonyos körülmények között gyenge előrejelző teljesítményhez vezethet. Ahogy Lee és Liu (2012) kutatása rámutat, a VAR-modell hibatagjai közötti korreláció jelentős hatással van a becsült paraméterekre regularizált becslés esetén. A korreláció figyelmen kívül hagyása a regularizációs módszerek esetén kockázatos lehet, mert a becslés elméleti tulajdonságai az idősorok közötti egyidejű keresztkorreláció mértékétől függenek (Basu és Michailidis, 2015; Song és Bickel, 2011).

2.4. Adaptive Joint Lasso

A hatékonyabb becslés elérése érdekében disszertációmban bevezetek egy módosított regularizációs maximum likelihood módszert a VAR modell paramétereinek a becsléséhez. A B és Ω mátrixok hatékonyabb becslése érdekében a hibatagok inverz kovarianciamátrixát is figyelembe veszem a becslési eljárás során, és mind az együttható, mind az inverz kovarianciamátrixot regularizálom, követve a Rothman és szerzőtársai (2010), Lee és Liu (2012) és Barbaglia és szerzőtársai (2020) tanulmányokat. A korábbi tanulmányoktól eltérően azonban a modellt adaptive LASSO-val becsülöm, minimalizálva a következő súlyozott negatív log-likelihood függvényt:

$$(\hat{B}, \hat{\Omega}) = \underset{B, \Omega}{\operatorname{argmin}} \left[\frac{1}{2J} \operatorname{trace} \left[((Y - XB)\Omega(Y - XB))' \right] - \frac{1}{2} \log |\Omega| + \lambda \sum_{s=1}^p \sum_{i,k=1}^J w_{s,ik} |\beta_{s,ik}| + \gamma \sum_{i=k}^J w_{ik} |\omega_{ik}| \right] \quad (14)$$

ahol λ and γ a módszer két regularizációs paramétere.

A LASSO adaptív változatát két okból alkalmazom. Először is, ahogy Kock és Callot (2015) bemutatta, csak az adative LASSO rendelkezik orákulum tulajdonsággal a nagy dimenziójú VAR-modellek esetén. Másodsor, Lee és Liu (2012) állítása alapján, a többváltozós regresszió kovarianciabecsléssel eljárás (MRCE)² adaptív változata jobb paraméterbecslési pontossággal rendelkezik keresztmetszeti adatok esetén. .

Az adaptive LASSO súlyait az L2 becslőfüggvény reciprokaként számolom, ahol a ridge becslés a következő függvény minimalizálásán alapul:

$$(\hat{B}, \hat{\Omega}) = \underset{B, \Omega}{\operatorname{argmin}} \left[\frac{1}{2J} \operatorname{trace} \left[(Y - XB)\Omega(Y - XB)' \right] - \frac{1}{2} \log |\Omega| + \lambda_2 \sum_{s=1}^p \sum_{i,k=1}^J \beta_{s,ik}^2 + \gamma_2 \sum_{i=k}^J \omega_{ik}^2 \right] \quad (15)$$

¹12. egyenlet egyenlet a row-wise LASSO, 14. egyenlet pedig az adaptive row-wise LASSO objektív függvénye

²módszerem ezen a keresztmetszeti adatokon gyakran alkalmazott eljárás alapul

Az új algoritmusomt adaptive joint LASSO (AJ LASSO) módszernek hívom. A modell lényege a maximum likelihood függvény minimalizálása együttes regularizációval az együttható (B) és az inverze kovariancia (Ω) mátrixon. Az adaptive joint LASSO az MRCE (Rothman és szerzőtársai, 2010) és a penalized maximum likelihood LASSO (Barglia és szerzőtársai, 2020) módszereket bővíti ki az adaptív becslési lépéssel.

Két jelentős előnye van az általánosan használt adaptive row-wise LASSO-módszerrel szemben. Egyrészt beépíti az inverz kovarianciamátrixot (Ω) az együtthatómátrix (B) becslésébe. Az MRCE módszert alkalmazó és vizsgáló korábbi tanulmányok eredményei alapján (Lee és Liu, 2012; Rothman és szerzőtársai, 2010) a becslésnek ez a tulajdonsága akkor lehet fontos hogyha az inverz kovarianciamátrix sűrű, vagy sávós szerkezetű ($\Omega \neq I_J$). Másrészt pedig az együtthatómátrix (B) regularizációja mellett ez a megközelítés az inverz kovarianciamátrix (Ω) elemeit is bünteti a becslési eljárás során³. Ez akkor hatékony, ha az inverz kovarianciamátrix ritka ($\Omega = I_J$). Ezen előnyök mellett azt is kiemelem, hogy a Diebold-Yilmaz keretrendszer összekötöttségi táblája függ mind a B , mind a Ω mátrixoktól, és módszerem erőssége az, hogy ezeket a mátrixokat együttesen, regularizálva becsli.

Módszerem hátrányának tekinthető azonban hogy, csak egy-egy regularizációs paramétert használ az együttható- és az inverz kovariancia mátrix becsléséhez, míg a row-wise LASSO egyenletenként optimalizálja a szelekciót. Ha csak néhány idősor dominál a rendszerben, akkor a row-wise LASSO jobb választás lehet a koefficiensmátrix (B) becslésére.

2.5. Moving Block Bootstrap módszer

A becsült hálózat makroszintű (teljes tovagyűrűzési index) és mikroszintű (nettó páronkénti tovagyűrűzési index) mérőszámaira vonatkozó bootstrap konfidencia intervallumok megalkotásával meg lehet határozni a rendszerben bekövetkező szignifikáns változásokat. Ennek eredményeként értékelhetjük a sokkok nagyságát és statisztikai szignifikanciáját.

Az elmúlt két évtizedben különböző bootstrap módszereket alkalmaztak a VAR-becslések során. A leggyakoribb módszerek a rekurzív wild bootstrap, a fix wild bootstrap és a pairwise bootstrap (Brüggemann és szerzőtársai (2016)). Az elemzésemben én a reziduális alapú moving-block bootstrap (MBB) eljárást fogom használni, aminek hatékonyságát VAR modellek esetén Brüggemann és szerzőtársai (2016) vizsgálta.

Buse és szerzőtársai (2022) és Greenwood-Nimmo és Tarassow (2022) is ezt a módszert használták DY keretrendszerben a becslés kedvező tulajdonságai miatt. A módszer nem igényel ismeretet a DY tovagyűrűzési indexek eloszlásáról, alkalmas kis minták esetén is, és emellett feltételes heteroszkedaszticitás (Greenwood-Nimmo és Tarassow, 2022) esetén is konzisztens marad.

Az MBB megközelítés logikája az, hogy a becsült VAR-modell reziduámainak $s = 1, 2, \dots, S$ bootstrap mintáit szimuláljuk, és a modellt ezeken a bootstrap mintákon is megbecsüljük. A VAR-modell újbóli becslése után (MBB-VAR) minden bootstrapmintára kiszámítjuk a DY tovagyűrűzési indexeket (SUM, FROM, TO és NET indexek), amelyek felhasználhatóak a rendszer változásainak az elemzéséhez.

Az MBB-VAR módszer hatékonysága az idősorok hosszától és a bootstrap mintaszámtól függ. A konfidencia intervallumokat pontosabban tudjuk megbecsülni, ha az idősorok hossza és a bootstrap mintaszám nagyobb. Empirikus elemzésem során 1000 bootstrap

³row-wise LASSO és az adaptive row-wise LASSO módszerek csak az együtthatómátrixot (B) regularizálják

mintát generálok. A hálózati gráfok összehasonlítása esetén 68%-os, amikor a teljes tova-
gyűrűzési index strukturális változásait elemzem, akkor 95%-os konfidenciaintervallumot
használok.

3. Fejezet Az értekezés tudományos eredményei

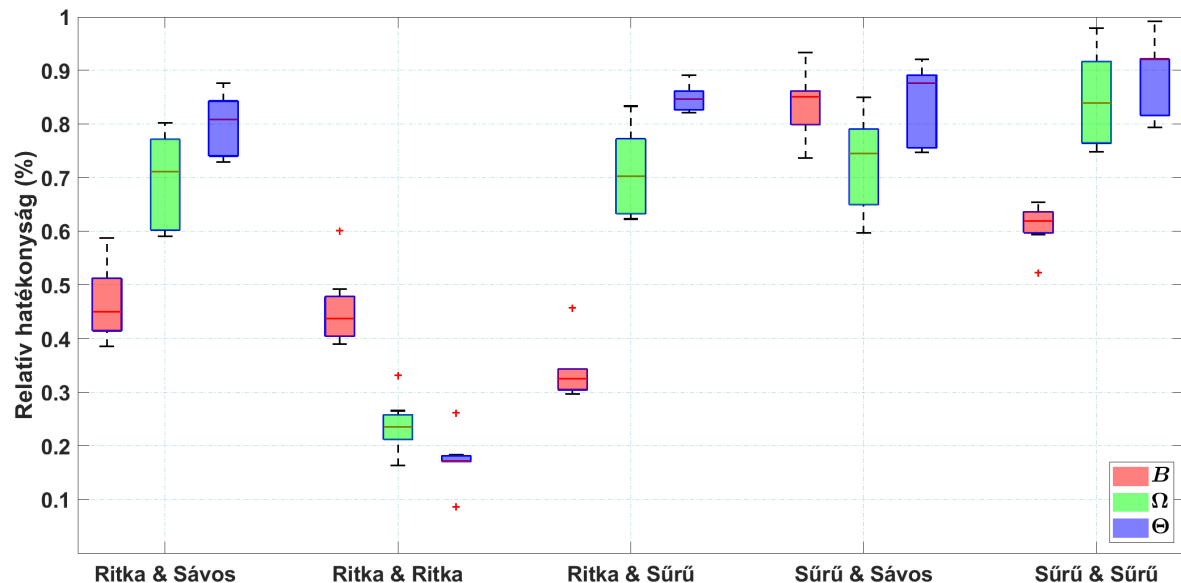
3.1. Elemzési módszerekkel kapcsolatos hozzájárulások

A VAR-modell becslési lépésében alkalmazott regularizáció hasznos lehet a nagy dimenziójú idősorok modellezéséhez. Disszertációm 5. fejezetében kibővíttem az empirikus cikkekben gyakran használt row-wise LASSO-módszert. Egy új regularizációs módszert vezetek be, amely különösen hasznos a DY keretrendszerben, mivel egyszerre veszi figyelembe és regularizálja a becslési eljárás során az együttható (B) és inverz kovarianciamátrixot (Ω).

Az 5.2. fejezetben egy részletes Monte Carlo szimuláció elemzést végzek, hogy bemutassam az általam javasolt módszer statisztikai tulajdonságait. Az új megközelítésemet összehasonlítom a leggyakrabban használt VAR-modell becslési módszerekkel (OLS, RW LASSO és ARW LASSO).

A Monte Carlo szimuláció eredményeinek szemléltetésére az 2. ábrán bemutatom az módszerek becslési eredményeit. Az ábra az általam bevezett új módszer relatív átlagos abszolút becslési hibáját mutatja (B , Ω és Θ mátrixok esetén) a benchmark modellekhez képest, az általam a szimulációban megvizsgált adatgeneráló folyamatokra.

2. ábra. Összefoglaló ábra az AJ LASSO módszer relatív hatékonyságáról a jobb RW LASSO módszerhez képest a különböző együttható (B) és inverz kovariancia (Ω) mátrixok által generált folyamatok esetén



Kommentek: A piros, zöld és kék dobozárak az AJ LASSO módszer relatív becslési pontosságát mutatják a jobb RW LASSO-hoz képest az együttható (B), az inverz kovariancia (Ω) és a DY összekötöttségi (Θ) mátrixok esetében. A becslési hibát az átlagos abszolút becslési hibával mérem. Az x-tengelyen az esetek a következők: ritka B és sávós Ω ; ritka B és ritka Ω ; ritka B és sűrű Ω ; sűrű B és sávós Ω ; sűrű B és sűrű Ω .

A Monte Carlo szimuláció főbb megállapításai a következők:

1. A 2. ábra alapján mind az öt adatgeneráló folyamat esetén az AJ LASSO módszer jelentősen felülmúlja mindkét RW LASSO becslést mindhárom (B , Ω és Θ) mátrix esetén.

2. Az szimuláció alapesetének tekinthető adatgeneráló folyamat alkalmazásakor (ritka B és sávós inverz kovariancia Ω mátrix) az eredmények azt mutatják, hogy erősen korrelált rendszerekben az AJ LASSO módszer relatív értelemben nagyon jól teljesít, különösen az együtthatómátrix (B) becslése esetén.
3. A pontosságnövekedés nagysága a benchmark módszerekhez képest érzékeny a kovarianciamátrix struktúrájára, ritka Ω - az elméleti ökonometrikában szokásos feltételezés - esetén a legmagasabb (75-90% között Θ becslésénél). Az eredmények azt mutatják, hogy az új módszer hatékonyan veszi figyelembe a ritka Ω struktúrát a becslés során az együttesen regularizált (mind a B , mind a Ω büntetése) célfüggvényen keresztül.
4. A relatív pontosság a sűrű Ω esetén is magas, különösen az együtthatómátrix (B) becslésekor. A sűrű Ω információinak a beépítése az B becslési folyamatba az új módszer hatékonyságának kritikus pontja.
5. Mind a ritka, mind a sűrű Ω esetén a relatív előny az alacsony dimenziójú rendszerekben ($J = 10$) is jelentős. Ez azt jelenti, hogy az új módszer hasznos lehet a DY-hálózatok elemzésére akkor is, ha kevés idősor alkotja a rendszert.
6. Az AJ LASSO módszer becslési pontosságának relatív előnye sűrű B esetén kisebb, de még mindig jelentős. Az új módszer előnye többi becslőhöz képest a sűrű B és a sávós Ω adatgeneráló folyamat esetén a legkisebb.
7. Még ha az AJ LASSO csak kis mértékben is jobb sűrű B esetén, akkor is vannak előnyei. Azon esetek száma, ahol a hiba több mint 20% a becslésben, lényegesen alacsonyabb, mint a többi módszer esetén.
8. Általánosságban elmondható, hogy a módszer előnye nagyobb, hogyha az idősorok rövidebbek. A relatív becslési előny érzékeny a rendszer dimenziójára, nagy dimenzió esetén a legnagyobb.

Ezen eredmények alapján az AJ LASSO hasznos lehet a nagy dimenziójú VAR-rendszerek (és DY-hálózatok) modellezéséhez. Disszertációm 6. fejezetében az általam javasolt regularizációs módszert a pénzügyi intézmények volatilitás és illikviditás hálózatának becslésére használom.

A pénzügyi hálózatok modellezése és az eseményelemzés kombinálása hasznos lehet turbulens időszakokban a gyorsan változó rendszer vizsgálatához. Disszertációm 6.1.3. fejezetében az eredeti Diebold-Yilmaz keretrendszert egy eseményelemzési eszközzel bővíttem ki, hogy a strukturális változások során a hálózatokban megjelenő fertőzési csatornába mélyebb betekintést nyújthassak.

Bevezetek egy statisztikai eljárást a FROM, TO, NET és SUM (5-8. egyenletek) tovagyrűzési indexek időbeli eloszlásainak összehasonlítására. Az általam választott bootstrap algoritmust integrálom a DY keretrendszer becslési lépésébe, hogy megállapítsam, hogy a DY tovagyrűzési indexek empirikus eloszlása a különböző időszakokban egyenlő-e. Ennek a módszernek az az előnye, hogy nemcsak makroszinten, hanem mikroszinten is használhatjuk a hálózat szerkezeti változásainak az elemzésére. A reziduális alapú MBB Brüggenmann és szerzőtársai (2016) módszer és a DY keretrendszer kombinálásával (MBB-alapú DY keretrendszer) megvizsgálhatom, hogy a megfigyelt sokkok hogyan alakítják át a pénzügyi hálózatokat. Az idősorokat hálózatként értelmezve napi szinten tudom a rendszert vizsgálni, és a kombinált módszerrel a strukturális változásokat elemezni.

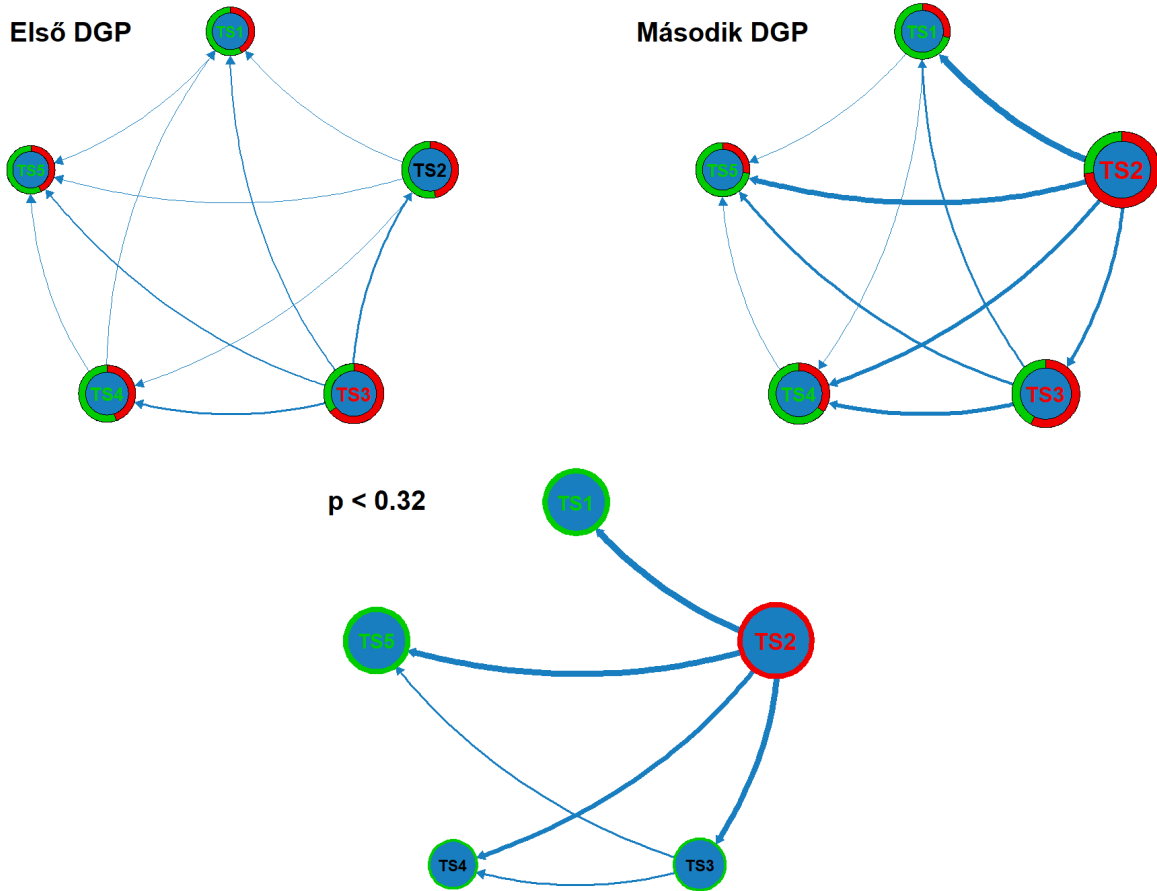
Az eljárásom használhatóságának illusztrálására a MBB-alapú DY keretrendszert két különböző hálózatra alkalmazva megvizsgálom a módszer strukturális változás dedektálási hatékonyságát. Tekintsünk egy alacsony dimenziójú rendszert ($J = 5$), ahol az adatgeneráló folyamat megegyezik az 1. fejezet második esetével. A B együtthatómátrix ritka, egy domináns idősorral (9. egyenlet), a kovariancia mátrix (Σ) pedig egy Toeplitz-típusú mátrix, $\rho = 0.3$ értékkel (11. egyenlet). A hálózat szerkezeti változásának elemzéséhez egy sokkot adok a rendszerhez. A következő együtthatómátrix (B) a sokk utáni adatgeneráló folyamatot reprezentálja⁴

$$B = \begin{bmatrix} 0.40 & \mathbf{0.12} & 0.08 & 0 & 0 \\ 0 & 0.40 & 0.07 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{0.12} & 0.40 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{0.11} & 0.08 & 0.40 & 0 \\ 0 & \mathbf{0.13} & 0.09 & 0 & 0.40 \end{bmatrix} \quad (16)$$

A NET-értékek minden idősor esetén a következőképpen változnak a strukturális törés hatására: -5.31, 15.35 -0.79, -4.11, - 5.25. A rendszer megváltozása során a második idősor sokk terjesztő szerepe megnőtt. Emellett az első, a negyedik és az ötödik idősor esetében a sokk fogadó szerep erősödött. A strukturális törés szemléltetése érdekében ezt egy gráfcsoporton (3. ábra) mutatom be, amely hasonlít az 1. ábrára, de összetettebb.

⁴a kovarianciamátrix a sokk után is ugyanaz

3. ábra. Strukturális változás a Diebold-Yilmaz hálózatban



Kommentek: A sokk előtti (sokk utáni) hálózat a bal felső (jobb felső) ábrán látható. Az első esetben az együtthatómátrix (B) ritka, egy domináns idősorral (TS1). A második esetben szintén ritka, de két domináns idősorral (TS1, TS2). A kovarianciamátrix (Σ) mindkét esetben Toeplitz-típusú mátrix, $\rho = 0.3$ értékkel. Az alsó ábra a különbségüket mutatja 32%-os szignifikancia-szinten. A csomópontok az idősorokat jelölik. **Felső panel:** A csomópontok mérete a SUM értékeket reprezentálja. A kördiagramok zöld (piros) szelete az idősor FROM (TO) tovagyrűzési indexeinek arányát mutatja. Az élek irányjai a nettó tovagyrűzési indexeket jelölik, vastagságuk a nagyságrendeket mutatja. A diagramokon az összes él látható. **Alsó panel:** A zöld (piros) határok a csomópont nettó tovagyrűzési indexének jelentős csökkenését (növekedését) jelzik. Az átlagos méretnél kisebb (nagyobb) méretek a SUM értékek jelentős csökkenését (növekedését) jelentik. **Csomópontok:** A felső gráfon a zöld betűkkel jelölt csomópontok olyan idősorokat jelölnek, ahol a $FROM/SUM \geq 55\%$, a pirosak pedig olyanokat, ahol a $TO/SUM \geq 55\%$. Az alsó gráfon a zöld betűk olyan idősorokat jelölnek, ahol a $FROM/SUM$ arány több mint 10%-kal nőtt, a pirosak pedig olyanokat, ahol a TO/SUM több mint 10%-kal nőtt. **MBB-VAR:** A szignifikanciaszinteket MBB módszerrel becslöm (blokkméret = 15, szimulációs futtatás = 1000). A Diebold-Yilmaz-hálózat információit $T = 1000$, AJ LASSO-VAR(2) becslésből számolom.

Ahhoz, hogy az ilyen jellegű ábrákból releváns következtetést vonhassunk le, fontos tisztázni a gráfok jellemzőit. Minden ábra három különböző gráfot kombinál. A felső kettő az eredeti idősorok VAR-becsléséből származik, míg az alsó a szignifikáns különbségeket mutatja 32%-os szinten a MBB módszerrel számolva. A csomópontok az idősorokat jelölik. A csomópontok körüli kördiagramok színei az idősor által továbbított (piros színnel jelölt TO spillover érték) és kapott (zöld színnel jelölt FROM spillover érték) sokk arányát

jelölik. A csomópontok mérete a SUM értéket reprezentálja. A felső panel mindkét ábráján az élek iránya az idősorok NET tovagyrűzési indexének előjelét, vastagsága pedig azok nagyságát jelöli. Az összes kapcsolat ábrázolva van a gráfokon A zöld betűs csomópontok olyan idősorokat jelölnék, ahol a $FROM/SUM \geq 55\%$, a pirosak pedig olyanokat, ahol a $TO/SUM \geq 55\%$. A csomópontok méretét és az élek vastagságát az első és a második időszak alapján átskáláztam; az alsó ábrákon a legnagyobb csomópontméret a két időszak maximális SUM-értékét, a kisebb pedig a minimális SUM-értéket jelöli. A legvastagabb él az alsó diagramokban a maximális NET értéket, a legkevésbé vastag pedig a minimális NET értéket képviseli.

Az alsó grafikon a két felső gráf által mutatott SUM, FROM, TO és NET mérőszámok közötti szignifikáns különbségeket mutatja. Ezen a grafikonon csak a jelentősen megváltozott élek jelennek meg. Ezek iránya és vastagsága jelzi a strukturális változás által az időszakok során generált hatás irányát és nagyságát. Itt a csomópontok határainak piros (zöld) színe azt jelzi, hogy az MBB-módszer alapján történt-e szignifikáns változás az továbbított (fogadott) sokkokban. Ez azt jelenti, hogy a határ színe piros (zöld), ha a nettó tovagyrűzési index nőtt (csökkent) a strukturális törés hatására. Ha a csomópont mérete az átlagos méret felett (alatt) van, akkor jelentős növekedés (csökkenés) történik a SUM tovagyrűzési index értékében. A zöld betűkkel jelölt csomópontok olyan idősorokat jelölnék, ahol a FROM/SUM arány több mint 10%-kal nőtt, a pirosak azt, ahol a TO/SUM arány nőtt több mint 10%-kal.

E pillanatképek célja a rendszer kulcsfontosságú résztvevőinek (mind a nagy sokk terjesztőinek, mind a fogadóinak) azonosítása, és annak elemzése, hogy ezek a szerepek hogyan változnak a strukturális törés hatására. Emellett a Moving Block Bootstrap módszerrel szét tudom választani a hálózatban bekövetkező szignifikáns és nem szignifikáns változásokat. A piros (zöld) betűvel jelölt csomópontok a legnagyobb sokk terjesztő (fogadó) csomópontokat jelentik. A felső panelben a megnövekedett méret az idősornak a rendszerben betöltött emelkedett szerepét jelzi, míg a kisebb méret a hálózatban kevésbé fontos résztvevőt jelent. Az sokk terjesztő szerepének jelentős változását a felső panelen jelentős piros tortaszelet-növekedéssel mutatom (alul piros szegély). Hasonlóképpen, a sokk fogadó szerep jelentős változását a felső panelen látható szignifikáns zöld tortaszelet-növekedéssel (zöld szegély az alsó panelen) mutatom.

A 3 ábra a hálózat strukturális változását szemlélteti. A felső ábrák a rendszerben megnövekedett teljes összekötöttséget mutatják: az élek vastagabbak, különösen azok, amelyek a második idősorhoz kapcsolódnak. Emellett a csomópontok mérete a legtöbb idősor esetében nagyobb. A második idősor csomópontja a rendszerben megváltozott szerepét mutatja. A két felső ábra azonban csak a strukturális törés hatására megnövekedett összekötöttséget mutatja, és azt, hogy kinek a szerepe változott a rendszerben. Ezen ábrák alapján nem tudjuk eldönteni, hogy melyik változás volt szignifikáns és melyik nem. Az ábra alsó része megoldás erre a problémára. Ez az ábra azt szemlélteti, hogy a második idősor esetében a sokkterjesztő szerep jelentősen megnőtt, a rendszer másik négy szereplője esetén pedig a strukturális változás miatt a sokk fogadó szerep vált nagyobb mértékűvé.

3.2. Empirikus hozzájárulások

Disszertációm 6.2. fejezetben az amerikai pénzügyi intézmények illikviditási hálózatát vizsgálom az általam bevezetett AJ LASSO módszerrel a Diebold-Yilmaz keretrendszerben. A volatilitás és illikviditási hálózat közötti jelentős hasonlóságokat és különbségeket vizsgálom, mind makro- és mikroszinten a MBB módszer segítségével.

Empirikus eredményeim azt mutatják, hogy az illikviditás hálózat is releváns a rendszerkockázat elemzésében, mivel eltérően viselkedik, mint a gyakrabban vizsgált volatilitáson alapú rendszer. Makroszinten mindkét index eltérően reagál a pénzügyi rendszert érő sokkokra, de még nyugodt időszakokban is eltérő lehet a hálózatok dinamikája. Emellett, ha a pénzügyi intézmények közötti páronkénti kapcsolatokat vizsgálom, domináns illikviditás sokkot terjesztő szereplők jellennek meg a hálózatban. Megmutatom, hogy a volatilitáson és az illikviditáson alapuló hálózat nemcsak makroszinten (teljes összekötöttség index), hanem mikroszinten (páros nettó tovaggyűrűzési indexek) is különbözik. Elemzésem végén arra a következtetésre jutotok, hogy a mikro- és makroszintű illikviditási tovaggyűrűzési indexek fontos információkkal szolgálnak a pénzügyi hálózatot elemzők számára.

Dolgozatom 6.3. fejezetében a 2008-as globális pénzügyi válság kritikus eseményeit vizsgálom, azzal az elemzési céllal, hogy teszteljem az új eseményelemzési keretrendszerem stukturális töréseket azonosító képességét. Az MBB alapú DY-keretrendszer alkalmazva megvizsgálom a volatilitás és illikviditási hálózatokat, a globális pénzügyi válság négy kulcsfontosságú eseményére összpontosítva. Emellett napi hálózati gráfokat elemzek a pénzügyi intézmények rendszeréről, hogy szemléltessem azt, hogy az illikviditási hálózat kapcsolatai az események idején fertőzési csatornaként működnek.

Empirikus elemzésemben bemutatom, hogy az eseményelemzés eszközei, mint például a vizualizáció, és az új statisztikai módszer amit bevezettem, segítenek azonosítani a pénzügyi rendszerben a kulcsfontosságú eseményeket, a pénzügyi közvetítőket és a fertőzési csatornákat. Továbbá azt találok, hogy mind a makro-, mind a mikroszintű elemzés során a pénzügyi intézmények illikviditási hálózata a globális pénzügyi válság alatt releváns információval szolgál a hálózatot elemző számára. Megmutatom, hogy bár a volatilitási hálózatok nem mindig reagálnak a pénzügyi rendszert érő sokkokra, a bajba jutott pénzügyi intézmények válnak az illikviditási hálózatok fő sokk terjesztőivé. Az illikviditási kapcsolatok az [Acemoglu és szerzőtársai \(2015\)](#) tanulmánya által leírt pénzügyi kapcsolatokként működnek: a problémás időszakokban a fertőzés terjedésének az útvonalai lesznek a hálózatban. Empirikus eredményeim összhangban vannak [Gai és Kapadia \(2010\)](#) tanulmányának megállapításaival is. Azt találok, hogy egy sokk rendszerre vonatkozott hatása attól is függ, hogy a hálózat melyik csomópontját éri. Elemzésemmel arra a következtetésre jutok, hogy a DY keretrendszer a MBB megközelítéssel együtt hatékony eszköz a szabályozók számára a potenciális csődök és a rendszerszinten fontos szereplők azonosításához. Az eseményelemzés során megfigyelhetővé teszi azokat a strukturális töréseket, amelyek jelentős változásokhoz vezetnek a pénzügyi hálózatban.

A dolgozatom 6. fejezetében szereplő elemzés három ponton járul hozzá az empirikus hálózatelemzési szakirodalomhoz. Tudomásom szerint én vagyok az első, aki összehasonlítja a volatilitás és illikviditás hálózatokat az MBB-alapú DY keretrendszerrel.

Másodszor, én vagyok az első, aki az MBB-alapú DY-keretrendszert alkalmazza a hálózat kulcsfontosságú eseményeinek elemzésére. Az eredeti keretrendszer fontos korlátja, hogy nincs formális statisztika annak tesztelésére, hogy a rendszerben bekövetkező változások szignifikánsak-e. Végül megmutatom, hogy a DY illikviditási hálózat tovaggyűrésési indexei jobban mutatják a rendszer kulcsszereplőit pénzügyi zavarok idején, mint a volatilitás hálózat információi. Empirikus eredményeim megerősítik a [Gai és Kapadia \(2010\)](#) és [Acemoglu és szerzőtársai \(2015\)](#) megállapításait, én is az találok, hogy egy rendszert érő sokk hatása attól függ, hogy a hálózat melyik csomópontját éri, a hálózat átalakulásának perzisztenciája pedig sokk méretével áll kapcsolatban.

4. Fejezet Saját publikációs jegyzék

Badics, M. Cs., Huszár, Zs. R., és Kotró, B. B. (2023). The impact of crisis periods and monetary decisions of the Fed and the ECB on the sovereign yield curve network. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 88, 101837

Badics, M. Cs. (2016). Cross-correlation analysis of international foreign exchange markets: An EEMD-based approach. in *10th International Conference on Computational and Financial Econometrics*, ISBN 978-9963-2227-1-1

Badics, M. Cs., és Kutasi, D. (2016). Valuation methods for the housing market: evidence from Budapest. *Acta Oeconomica*, 66(3), 529-548.

Badics, M. (2015). Integrating independent component analysis-based SSA with neural network for stock price prediction. in *International work-conference On Time Series*, 635-636, ISBN 9788416292202

Badics, M., Berlinger, E., Illés, F., és Tuza, Á. (2015). Technical Analysis, neural networks and logoptimal portfolios. in *Mastering R for Quantitative Finance*, Chapter 10, 227-256, ISBN 139781783552078

Badics, M. Cs. (2014). Tőzsdei idősorok előrejelzése adatbányászati módszerekkel. *Hitelintézet* szemle, 13(4), 207-227.

Hivatkozások

- Acemoglu, D., Ozdaglar, A., és Tahbaz-Salehi, A. (2015). Systemic risk and stability in financial networks. *American Economic Review*, 105(2), 564–608.
- Barbaglia, L., Croux, C., és Wilms, I. (2020). Volatility spillovers in commodity markets: A large t-vector autoregressive approach. *Energy Economics*, 85, 104555.
- Basu, S., Das, S., Michailidis, G., és Purnanandam, A. (2019). A system-wide approach to measure connectivity in the financial sector. *Available at SSRN 2816137*.
- Basu, S., és Michailidis, G. (2015). Regularized estimation in sparse high-dimensional time series models.
- Bickel, P. J., Ritov, Y., és Tsybakov, A. B. (2009). Simultaneous analysis of lasso and dantzig selector.
- Brüggemann, R., Jentsch, C., és Trenkler, C. (2016). Inference in vars with conditional heteroskedasticity of unknown form. *Journal of econometrics*, 191(1), 69–85.
- Buse, R., Schienle, M., és Urban, J. (2022). Assessing the impact of policy and regulation interventions in european sovereign credit risk networks: What worked best? *Journal of International Economics*, 139, 103673.
- Davis, R. A., Zang, P., és Zheng, T. (2016). Sparse vector autoregressive modeling. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 25(4), 1077–1096.
- Demirer, M., Diebold, F. X., Liu, L., és Yilmaz, K. (2018). Estimating global bank network connectedness. *Journal of Applied Econometrics*, 33(1), 1–15.
- Deshpande, S. K., Ročková, V., és George, E. I. (2019). Simultaneous variable and covariance selection with the multivariate spike-and-slab lasso. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 28(4), 921–931.
- Diebold, F. X., és Yilmaz, K. (2009). Measuring financial asset return and volatility spillovers, with application to global equity markets. *The Economic Journal*, 119(534), 158–171.
- Diebold, F. X., és Yilmaz, K. (2012). Better to give than to receive: Predictive directional measurement of volatility spillovers. *International Journal of Forecasting*, 28(1), 57–66.
- Diebold, F. X., és Yilmaz, K. (2014). On the network topology of variance decompositions: Measuring the connectedness of financial firms. *Journal of Econometrics*, 182(1), 119–134.
- Elliott, M., Golub, B., és Jackson, M. O. (2014). Financial networks and contagion. *American Economic Review*, 104(10), 3115–53.
- Fan, J., Feng, Y., és Song, R. (2011). Nonparametric independence screening in sparse ultra-high-dimensional additive models. *Journal of the American Statistical Association*, 106(494), 544–557.

- Fan, J., és Li, R. (2001). Variable selection via nonconcave penalized likelihood and its oracle properties. *Journal of the American statistical Association*, 96(456), 1348–1360.
- Fan, J., Lv, J., és Qi, L. (2011). Sparse high-dimensional models in economics. *Annu. Rev. Econ.*, 3(1), 291–317.
- Fan, J., Ma, Y., és Dai, W. (2014). Nonparametric independence screening in sparse ultra-high-dimensional varying coefficient models. *Journal of the American Statistical Association*, 109(507), 1270–1284.
- Fengler, M. R., és Gisler, K. I. (2015). A variance spillover analysis without covariances: What do we miss? *Journal of International Money and Finance*, 51, 174–195.
- Gabauer, D., Gupta, R., Marfatia, H., és Miller, S. M. (2020). Estimating us housing price network connectedness: Evidence from dynamic elastic net, lasso, and ridge vector autoregressive models. *Lasso, and Ridge Vector Autoregressive Models (July 26, 2020)*.
- Gai, P., és Kapadia, S. (2010). Contagion in financial networks. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 466(2120), 2401–2423.
- Giannone, D., Lenza, M., és Primiceri, G. E. (2021). Economic predictions with big data: The illusion of sparsity. *Econometrica*, 89(5), 2409–2437.
- Greenwood-Nimmo, M., és Tarassow, A. (2022). Bootstrap-based probabilistic analysis of spillover scenarios in economic and financial networks. *Journal of Financial Markets*, 59, 100661.
- Han, F., Lu, H., és Liu, H. (2015). A direct estimation of high dimensional stationary vector autoregressions. *Journal of Machine Learning Research*.
- Hecq, A., Margaritella, L., és Smeekes, S. (2023). Granger causality testing in high-dimensional vars: a post-double-selection procedure. *Journal of Financial Econometrics*, 21(3), 915–958.
- Kock, A. B., és Callot, L. (2015). Oracle inequalities for high dimensional vector autoregressions. *Journal of Econometrics*, 186(2), 325–344.
- Koop, G., Pesaran, M. H., és Potter, S. M. (1996). Impulse response analysis in nonlinear multivariate models. *Journal of econometrics*, 74(1), 119–147.
- Lee, W., és Liu, Y. (2012). Simultaneous multiple response regression and inverse covariance matrix estimation via penalized gaussian maximum likelihood. *Journal of multivariate analysis*, 111, 241–255.
- Lütkepohl, H. (2013). Vector autoregressive models. *Handbook of research methods and applications in empirical macroeconomics*, 30.
- Meinshausen, N., és Bühlmann, P. (2006). High-dimensional graphs and variable selection with the lasso.
- Nicholson, W. B., Matteson, D. S., és Bien, J. (2017). Varx-l: Structured regularization for large vector autoregressions with exogenous variables. *International Journal of Forecasting*, 33(3), 627–651.

- Pesaran, H. H., és Shin, Y. (1998). Generalized impulse response analysis in linear multivariate models. *Economics Letters*, 58(1), 17–29. doi: 10.1016/s0165-1765(97)00214-0
- Rothman, A. J., Levina, E., és Zhu, J. (2010). Sparse multivariate regression with covariance estimation. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 19(4), 947–962.
- Song, S., és Bickel, P. J. (2011). Large vector auto regressions. *arXiv preprint arXiv:1106.3915*.
- Tibshirani, R. (1996). Regression shrinkage and selection via the lasso. *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 58(1), 267–288.
- Zou, H. (2006). The adaptive lasso and its oracle properties. *Journal of the American statistical association*, 101(476), 1418–1429.