

Varga Balázs

Elemzések időben változó paraméterű modellekkel

Matematikai Közgazdaságtan és Gazdaságelemzés Tanszék

Témavezető: Darvas Zsolt, Ph.D.

© Varga Balázs

Budapesti Corvinus Egyetem
Közgazdaságtudományi Doktori Iskola

Elemzések időben változó paraméterű modellekkel
Ph.D. értekezés

Varga Balázs
Budapest, 2015

Tartalomjegyzék

Tartalomjegyzék.....	5
Táblázatok jegyzéke.....	6
Ábrák jegyzéke.....	7
Bevezetés	9
I. FEJEZET Időben változó együtthatójú ökonometriai modellek.....	11
I.1 Bevezetés.....	11
I.2 A Kalman-szűrő.....	14
I.3 A rugalmas legkisebb négyzetek módszere és kapcsolata a Kalman-szűrővel	18
I.4 Markov rezsimműködő modellek	24
I.5 Szimulációs vizsgálat.....	29
I.6 Összefoglalás	39
Ábrák.....	41
II. FEJEZET Az inflációs perzisztencia alakulása Közép- és Kelet-Európában	47
II.1 Bevezetés	47
II.2 Módszertan	51
II.3 Adatok	55
II.4 Empirikus eredmények	56
II.5 Összegzés.....	63
Táblázatok és ábrák.....	65
III. FEJEZET A munkanélküliség természetes rátájának időben változó becslése Közép-Európában	73
III.1 Bevezetés.....	73
III.2 Elméleti háttér és módszertan.....	77
III.3 Adatok	80
III.4 Becslési eredmények	83
III.5 Összefoglalás.....	87
Táblázatok és ábrák.....	89
IV. FEJEZET Méri-e a tőkepiacok nyitottságát a beruházás és megtakarítás időben változó kapcsolata?.....	93
IV.1 Bevezetés.....	93
IV.2 Időben változó paraméterű modellkeretek	98
IV.3 Adatok és formális kointegrációs tesztek	102
IV.4 A tőkepiaci nyitottság időben változó mértéke	104
IV.5 Összevetés más nyitottsági mértékekkel	109
IV.6 Összegzés	112
Ábrák.....	114
Összefoglalás	117
Hivatkozások.....	121
Saját publikációk a témakörben	127

Táblázatok jegyzéke

I.1. táblázat – A visszabecslések átlagos RMSE értékei az 5 eset 5-féle szimulációjában	41
II.1. táblázat – Perzisztencia-változás tesztek	65
II.2. táblázat – A becsült autoregressziók reziduálisainak Box-Pierce és Ljung-Box tesztjei	57
II.3. táblázat – A becsült időben változó perzisztencia-mértékek értékei néhány időpontban.....	60
II.4. táblázat – Welch-féle t-tesztek az OLS becslés és az időben változó paraméterű becslések átlagának egyezőségére.....	61
III.1. táblázat – A munkanélküliségi ráták szintjeinek és megváltozásainak szórásai országoként	83
III.2. táblázat – Munkanélküliségi ráták és Kalman-simított NAIRU becslések, a modellek eredményei, Csehország.....	89
III.3. táblázat – Munkanélküliségi ráták és Kalman-simított NAIRU becslések, a modellek eredményei, Magyarország	90
III.4. táblázat – Munkanélküliségi ráták és Kalman-simított NAIRU becslések, a modellek eredményei, Lengyelország.....	91
III.5. táblázat – Munkanélküliségi ráták és Kalman-simított NAIRU becslések, a modellek eredményei, Szlovákia	92
IV.1. táblázat – Összefoglaló a beruházás-megtakarítás kapcsolatot időben változó paraméterű modellekkel vizsgáló tanulmányokról	96
IV.2. táblázat – A beruházási és megtakarítási ráták egyedi és csoportos kointegrációs, valamint paraméter-instabilitási tesztjei	103
IV.3. táblázat – A 126 ország eredményorozatainak néhány statisztikája két standard hibás konfidencia-sávokat figyelembe véve.....	105
IV.4. táblázat – Az eredmény-adatsorok egyváltozós regressziói ismert nyitottsági mértékeken	111

Ábrák jegyzéke

I.1. ábra – OLS, Kalman és Markov becslések, időben konstans együttható	42
I.2. ábra – OLS, Kalman és Markov becslések, diszkrét törés az együtthatóban	43
I.3. ábra – OLS, Kalman és Markov becslések, lineáris trend az együtthatóban.....	44
I.4. ábra – OLS, Kalman és Markov becslések, szinuszoid mozgás az együtthatóban	45
I.5. ábra – OLS, Kalman és Markov becslések, egységgyök az együtthatóban	46
II.1. ábra – A vizsgált országok inflációs idősorai	55
II.2. ábra – Becsült inflációs perzisztencia sorozatok	66
III.1. ábra– A munkanélküliségi ráta, valamint az inflációs (teljes / mag / várt) idősorok áttekintése.....	81
III.2. ábra – Az infláció-munkanélküliség párok evolúciója	82
III.3. ábra – Munkanélküliségi ráták és Kalman-simított NAIRU becslések, a modellek eredményei, Csehország	89
III.4. ábra – Munkanélküliségi ráták és Kalman-simított NAIRU becslések, a modellek eredményei, Magyarország	90
III.5. ábra – Munkanélküliségi ráták és Kalman-simított NAIRU becslések, a modellek eredményei, Lengyelország	91
III.6. ábra – Munkanélküliségi ráták és Kalman-simított NAIRU becslések, a modellek eredményei, Szlovákia	92
IV.1. ábra – A beruházás és megtakarítás időbeli együttmozgását vizsgáló modellek aggregált eredmény-sorozatai, két standard hibás konfidencia-intervallumaikkal.....	114
IV.2. ábra – Aggregált eredmény-sorozatok kontinensek szerint összegezve egységnyi súlyozással.....	115

Bevezetés

Az értekezés négy önálló tanulmányból áll négy fő fejezetben, amelyek témáját összeköti az időben változó paraméterű ökonometriai modellek alkalmazása. Elsőként áttekintést adunk az időben változó paraméterű regressziók lehetséges becslési módszereiről, a következő három fejezetben pedig a módszerek különböző gazdasági alkalmazásait mutatjuk be.

Az első fejezet bevezetést nyújt az időben változó együtthatójú lineáris ökonometriai modellek megoldási módozataiba és elemzi ökonometriai képességeiket. Elsőként az állapot-tér modellkeretben működő Kalman-szűrőt és a hozzá szorosan kapcsolódó (ám kevésbé ismert) rugalmas legkisebb négyzetek módszerét ismertetjük, majd az alternatívaként használható Markov-típusú rezsimváltó modell kerül bemutatásra. A két modellesalád képességeit és a közönséges legkisebb négyzetek módszeréhez való viszonyát szimulációkkal illusztráljuk.

A második fejezet időben változó paraméterű autoregressziós modellekkel vizsgálja 12 közép- és kelet-európai ország inflációs perzisztenciájának alakulását, összevetve azokat az Egyesült Államok és az euróövezet adatsoraival. Az inflációs perzisztencia jellemzően magasabb, amikor az infláció is magas, értéke az USA-ban és az euróövezetben az olajárrobbanások óta trendszerűen csökkent. A kelet- és közép-európai országok nagy többségében a perzisztencia csökkenése figyelhető meg az 1995-2012-ig terjedő mintaidőszak alatt; a kivételt ez alól Csehország, Szlovákia és Szlovénia jelenti, ahol a perzisztencia meglehetősen stabilnak tűnik. Eredményeink jelentőséggel bírnak a monetáris politika vitele és az euróövezethez való csatlakozás szempontjából is. Vizsgálatunk azt is alátámasztja, hogy egy autoregresszió OLS becslése jellemzően felfelé torzított a paraméter időbeli átlagához képest, amennyiben a paraméterek időben változnak.

A harmadik fejezet rövid távú Phillips-görbe kapcsolatokat becsül a 90-es évek közepétől 2012-ig terjedő mintán négy közép-európai országra: Csehországra, Magyarországra, Lengyelországra és Szlovákiára. A becsléshez *Gordon* [1997, 1998] eredeti "háromszög" modelljét használjuk, ahol a munkanélküliség időben változó természetes rátáját (TV-NAIRU) látens változó írja le, amely véletlen bolyongást követ, és az aktuális munkanélküliségi rátától vett eltérése (a munkanélküliségi rés) hat az infláció alakulására, további faktorokkal együtt. Az eredmények az infláció-munkanélküliség átváltás tekintetében megfelelnek a szakirodalomnak, bár Lengyelország és Szlovákia eredményei nem szignifikánsak. Csehország természetes rátája a minta teljes hosszán csökkenésben van, Magyarországon viszont folyamatos emelkedés tapasztalható. Az inflációs várakozások, mint magyarázó változó, szignifikánsnak bizonyulnak az inflációs egyenletben minden országnál, de erősen gyengítik a munkanélküliségi rés együtthatójának méretét és szignifikanciáját.

A negyedik fejezet a szakirodalomban jól ismert *Feldstein-Horioka* [1980] rejtély egy időben változó paraméterű megközelítését mutatja be. A nemzetközi tőkepiaci nyitottságnak, mint az egyes országok beruházása és megtakarítása közötti kapcsolat erősségének becsüljük ki különböző időben változó mértékeit a Kalman-szűrő segítségével egy 126 országból álló 51 éves panel adatbázison. Először megvizsgáljuk, hogy a beruházási és megtakarítási ráták kointegráltak-e, majd ennek megfelelően építünk egy új modellváltozatot a hamis regresszió elkerülésére. Ezután a modellek eredményeként adódó megtakarítás-visszatartási együttható sorozatok alakulását figyeljük világ- és kontinens-szinten, végül két másik pénzügyi nyitottsági mutatóhoz mérjük azokat. Eredményeink alátámasztják a tőkemobilitás erőteljes növekedését az elmúlt 50 évben, és megerősítést nyer a külső nyitottsági mértékekkel való együttmozgás is.

A zárófejezetben röviden összefoglaljuk az értekezés eredményeit és további kutatási irányokat jelölünk ki.

I. FEJEZET

Időben változó együtthatójú ökonometriai modellek¹

A fejezet bevezetést nyújt az időben változó együtthatójú lineáris ökonometriai modellek megoldási módzataiba és elemzi ökonometriai képességeiket. Elsőként az állapot-tér modellkeretben működő Kalman-szűrőt és a hozzá szorosan kapcsolódó (ám kevésbé ismert) rugalmas legkisebb négyzetek módszerét ismerteti, majd az alternatívaként használható Markov-típusú rezsimváltó modell kerül bemutatásra. A két modellcsalád képességeit és a közönséges legkisebb négyzetek módszeréhez való viszonyát szimulációkkal illusztráljuk.

I.1 Bevezetés

A XX. század közgazdasági összefüggéseinek túlnyomó többségét formálisan lineáris modellként fogalmazták meg. Ez a feltevés azért bizonyult univerzálisnak, mert ha a valós összefüggés mégsem lineáris (esetleg lineárisra alakítható), a folytonosság miatt egy korlátozott tartományon még mindig közelíthető akként. Így a lineáris modell alapvetően két okból lehet elvetendő: vagy olyan nemlineáris összefüggéssel állunk szemben, amely az általunk vizsgált tartományon nem tekinthető már lineárisnak, vagy a minta időbelisége miatt az összefüggés megváltozik, ami ugyancsak elrontja lineáris becslésünket. Mindkettőre rengeteg példát találunk, hiszen a közgazdaságtan sok összefüggése nemlineáris, kezdve a fogyasztók hasznossági függvényétől a modern neurális hálókig; másrészt, strukturális töréseket régóta keresnek makroökonómiai idősorokban, a híres Lucas-kritika pedig egyenesen intézményesítette a gazdasági szereplők viselkedésének időbeli változását.

¹ A fejezet a Varga [2011] tanulmány szerkesztett változata, a szimulációs rész lényeges módosításon esett át. A szerző hálás köszönettel tartozik Darvas Zsolt, Kézdi Gábor, valamint egy meg nem nevezett lektor tanácsaiért.

Granger [2008] egyik utolsó írásában szembeállítja egymással a nemlineáris valamint az időben változó együtthatójú modelleket, azzal érvelve, hogy utóbbiak jobban értelmezhetők közgazdaságilag, valamint könnyebben készíthető belőlük többidőszakos előrejelzés is. Gondolatsorának központi eleme a White-tétel, amely azt mondja ki, hogy tetszőleges véges és nem nulla várható értékű y_t idősor leírható olyan AR(1) modellel, amelynek együtthatója időben változik – pontosabban megfogalmazva létezik olyan β_t $t - 1$. időszakai filtrációra (F_{t-1} -re) mérhető sorozat, és ε_t martingál-differencia idősor, melyekre

$$y_t = \beta_t y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{I.1})$$

Granger ezzel a tétellel azt mutatja be, hogy bármilyen – akár nemlineáris adatgeneráló folyamatból származó – mintára illeszthető időben változó együtthatójú lineáris modell. Tudnunk kell azonban, hogy ez bizonyos formában fordítva is igaz: ha nemlineáris modellspecifikációt kellően rugalmasra alakítjuk (pl. elég nagy fokszámú polinomot veszünk), azzal is tetszőlegesen jól le tudunk írni bármilyen folyamatot.

Tanulmányunk az időben változó együtthatójú modellek többféle becslési módját mutatja be, majd szimuláció segítségével hasonlítja össze a képességeiket. Célunk egyrészt az, hogy ezekről a becslési eljárásokról átfogó képet nyújtsunk az olvasó számára – rávilágítva az egyes eljárások közötti kapcsolatokra és különbségekre, másrészt útmutatást nyújtsunk, hogy milyen helyzetben melyik módszer használata lehet a megfelelőbb. Az alapvető egyenlet, amellyel foglalkozunk, a fenti, (I.1) összefüggés némiképp általánosított formája, ahol a jobb oldalon bármilyen exogén vagy késleltetett endogén (predeterminált) változók p elemű lineáris kombinációja állhat, a függő változónk az egyszerűség kedvéért skalár:

$$y_t = \beta_t' x_t + \varepsilon_t \quad (\text{I.2})$$

Ebben a keretben tehát β_t egy $p \times 1$ méretű oszlopvektor értékei azok, amelyeknek időbeli sorozataira kíváncsiak vagyunk. A klasszikusnak nevezhető megoldás *Kalman* [1960] nevéhez fűződik, aki elindította útjukon az időben változó együtthatójú modelleket, amelyek alkalmazásaikkal azóta is jelen vannak a közgazdaságtanban. Az egyenlet – mint később meg is mutatjuk – kiegészíthető állapot-tér modellel, amely

becsülhető a híres Kalman-szűrővel, ami nagyon sok – főleg mérnöki – alkalmazásban bizonyított.

A Kalman-szűrő sikerének oka részint az, hogy feltevéseit tovább lehet lazítani az eredetileg megadottaktól, így például az eloszlási kitételek nagy részét ejthetjük. Ezen az alapon született meg 1988-ban *Kalaba* és *Tesfatsion* ([1988], [1989], [1990a]) jóvoltából az ún. rugalmas legkisebb négyzetek módszere (*Flexible Least Squares*, FLS). Ez a módszer gyakorlatilag bemutatja, hogy a Kalman-szűrő egyenleteit máshonnan kiindulva is levezethetjük, egyfajta négyzetes veszteségfüggvény minimalizálásaként. A szakirodalomban nem túl aktív, de hosszan tartó vita volt a két módszer közötti különbségekről, melyekre *Montana*, *Triantafyllopoulos* és *Tsagaris* [2009] tett végül pontot; cikkünkben összefoglaljuk ezen írás eredményeit is.

A Kalman-modellecsalád mellett egy másik megközelítés is használható időben változó együtthatójú folyamatok vizsgálatára. Megadhatunk az ismeretlen vektor egyes elemeinek véges sok állapotot – más néven rezsimet – is, amelyek közötti átmeneti valószínűségek segítségével minden időpontban becslést adhatunk az aktuális állapot valószínűség-eloszlására. Ez a Markov-típusú rezsinváltó modell (*Markov Switching Model*, MSW)² egy speciális esete, melyet a közgazdasági időszorelemzésben először *Hamilton* [1989] alkalmazott, miután adaptálta *Goldfeld* és *Quandt* [1973] keresztmetszeti rezsinváltó regresszióját. A Markov modell jóval általánosabb annál, minthogy csak időben változó együtthatójú egyenleteket vagy állapotter rendszereket becsülhessünk vele, ugyanakkor több közös vonása van a Kalman-szűrővel, amint erre a későbbiekben rámutatunk.

A becslőeljárások bemutatása után természetesen felmerül a kérdés, hogy melyikük mennyire használható a gyakorlatban, illetve hogy hogyan teljesítenek egy egyszerű OLS-becsléssel szemben. Ezért egy modellt építünk, ahol a becslendő együttható különböző jellegű pályákat fut be időben, miközben más, zavaró együttható is jelen van.

² A *Markov Switching Model* elnevezés leginkább a közgazdasági alkalmazásokban terjedt el, más diszciplínákban, ahol egyébként jóval régebb óta ismert, *Hidden Markov Model* (HMM, rejtett Markov modell) névvel és rövidítéssel illetik, utalva a benne szereplő Markov-láncot követő látens változóra.

A rendszert ezután kellően sokszor szimuláljuk és az eljárásaink segítségével visszabecsüljük, végül pedig összehasonlítjuk a becslések hatékonyságát.

Írásunk további része a következőképpen szerveződik: bemutatjuk a Kalman-szűrőt, a rugalmas legkisebb négyzeteket, és rávilágítunk a kettő közötti szoros kapcsolatra. Ezután a Markov rezsimváltó modell kerül sorra, majd szimulációs módszerekkel illusztráljuk az eljárások képességeit, végül összefoglaljuk az eredményeket.

I.2 A Kalman-szűrő

Az általános állapot-tér modell egy olyan dinamikus, lineáris rendszer leírása, amelyben három változócsoporthoz jelenik meg: az u_t bemeneti, a ζ_t állapot-, valamint az y_t kimeneti vagy megfigyelési változók. A feltevések szerint a rendszer állapotdinamikáját egy elsőrendű differenciaegyenlet írja le, melyben a bemeneti változók is szerepelhetnek; ez az ún. állapotegyenlet:

$$\zeta_t = A\zeta_{t-1} + Bu_{t-1} + \omega_t \quad (\text{I.3})$$

A megfigyelési egyenlet lineárisan összeköti az állapot- és kimeneti változókat, itt is megengedve az inputok hatását:

$$y_t = C\zeta_t + Du_t + \varepsilon_t \quad (\text{I.4})$$

A bementi változók tehát hatnak mindkét másik csoportra – regresszoroknak is hívhatnánk őket –, az állapot- és kimeneti változókat pedig azért kell megkülönböztetnünk egymástól, mert az előbbieket nem feltétlenül tudjuk mérni. Ezek a modell rejtett, látens változói, amelyek értékéről csak közvetetten, a megfigyeléseken keresztül kapunk információt. A fenti egyenletpárosban additív hibatagokat feltételezünk, ezekről szigorú feltevessel kell éljünk: mindkét hibatag-vektor rögzített korrelációs mátrixokkal rendelkezik, autokorrelálatlan, és a két vektor bármely tagjának bármely késleltetésre vonatkozó korrelációja is nulla. Az (I.3) és (I.4) egyenletekkel jellemzett állapot-tér modell diszkrét, mivel időben nem folytonos változóknak írtuk fel. A modellt leíró A , B , C és D mátrixok változhatnak az időben.

Az időben változó együtthatójú regressziót úgy tudjuk állapot-tér keretbe foglalni, hogy a β_t együtthatóvektort tesszük meg állapotvektornak, amelynek a dinamikája adja a rendszer állapotegyenletét. Például, ha az együtthatókról (állapot vektorról) azt feltételezzük, hogy eltolás nélküli egységgyök-folyamatot követnek, akkor:

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \omega_t \quad (\text{I.5})$$

Az egyenletben az ω_t hibatag várható értéke nulla, kovariancia-mátrixa pedig V_ω . A megfigyelési egyenlet pedig nem más, mint maga a regresszió, amelynek hibavektora ε_t , nulla várható értékkel, és V_ε kovariancia-mátrixszal:

$$y_t = \beta_t' x_t + \varepsilon_t \quad (\text{I.6})$$

Figyeljük meg, hogy az (I.4) egyenlet C mátrixának az itteni x_t regresszorok vektora felel meg, és mivel azok értéke időfüggő, így az állapot-tér rendszerünk is időfüggővé válik. A hibatagokról az általános modellnek megfelelően fel kell még tennünk, hogy bármely késleltetésre mind az auto- mind a kereszt-korrelációik nullák, továbbá bármely t időpontra az értékük korrelálatlan a β_0 kezdeti állapottal. A Kalman-szűrő eredeti megfogalmazásában és bizonyításában (*Kalman* [1960]) szerepet kap a hibafolyamatok normalitásának feltevése, azonban többen bizonyították már (*Montana et al* [2009], vagy *Eubank* [2006]), hogy a továbbiakban itt leírt következtetésekhez ez nem szükséges.

Maga a szűrő nem más, mint négyzetes értelemben vett optimális, lineáris algoritmus az állapotvektor becslésére, amely lépésről lépésre frissül, ahogy haladunk előre az időben. A becslésnek alapvetően két része van: a predikció és a korrekció. Az előbbi során a $t-1$. időszakban már rendelkezésünkre áll az állapot szintén $t-1$. időszakra vonatkozó $\beta_{t-1|t-1}$ becslése, így az állapotegyenletet használva azt kivetítjük egy időszakkal előre, képezve $\beta_{t|t-1}$ -t a t . időszaki érték becslését a $t-1$. időszakból. Esetünkben az állapotegyenlet egyszerűsége miatt

$$\beta_{t|t-1} = \beta_{t-1|t-1} \quad (\text{I.7})$$

A korrekció során beérkeznek a t . időpontra vonatkozó megfigyelési adatok, amelyek segítségével frissítjük az erre az időpontra vonatkozó becslésünket. Az algoritmus linearitása itt jelenik meg: az állapotvektor becslését a megfigyelés lineáris függvényében keressük. Ráadásul, mivel a megfigyelési egyenletünk lineáris, így abból kifejezhetjük az e_t megfigyelési hibát, miközben az állapotra vonatkozó becslés annak is lineáris függvénye marad. Megmutatható, hogy a keresett lineáris összefüggés konstansa éppen a frissítendő állapot lesz:

$$\beta_{t|t} = \beta_{t|t-1} + K_t e_t \quad (\text{I.8})$$

ahol tehát a megfigyelési hiba összefüggése

$$e_t = y_t - \beta'_{t|t-1} x_t = y_t - y_{t|t-1} \quad (\text{I.9})$$

Annak igazolása, hogy az (I.8) egyenlet konstansa épp a $\beta_{t|t-1}$ becslés lesz, egyébként abból fakad, hogy a becslés minimalizálni kívánja a megfigyelési hibák négyzetösszegét a teljes $1, 2, \dots, T$ intervallumon. A keresendő K_t mátrix (ami esetünkben $p \times 1$ -es oszlopvektor) Kalman-erősítés (*Kalman gain*) néven ismert és abban az értelemben optimális, hogy minimalizálja az állapotvektor adott időszaki becslése és valódi értéke közötti négyzetes eltérések összegét. A levezetéseket itt is mellőzzük, viszont a képletek megértéséhez definiálnunk kell néhány újabb jelölést. Legyen a valódi β_t vektor és a $\beta_{t|t}$ korrigált becslés kovariancia-mátrixa P_t , β_t és a $\beta_{t|t-1}$ prediktált becslés kovariancia-mátrixa pedig R_t , végül az $y_{t|t-1}$ egy időszakos becslés varianciája Q_t (esetünkben ez skalár). Az alábbi két összefüggés ekkor könnyen látható, ha a rendszer állapot- és megfigyelési egyenleteit „kovariancia-egyenletbe” fordítjuk, ügyelve a korrelálatlansági feltevéseinkre:

$$R_t = P_{t-1} + V_\omega \quad (\text{I.10})$$

ez lényegében az állapotegyenlet kifejezése kovariancia-mátrixokkal, és

$$Q_t = x'_t R_t x_t + V_\varepsilon \quad (\text{I.11})$$

ez pedig a megfigyelési egyenlet megfelelője. Most már tehát megadhatjuk az optimális erősítési mátrixot, ami nem más, mint

$$K_t = R_t x_t / Q_t \quad (\text{I.12})$$

ennek segítségével végül kifejezhetjük a P_t mátrix rekurzióját is:

$$P_t = R_t - Q_t K_t K_t' \quad (\text{I.13})$$

Készen állunk tehát a rekurzió egyenleteivel, hiszen ezek segítségével végig tudunk haladni az állapotvektor és annak P_t kovariancia-mátrixa becslésén, ahogyan az új megfigyelések fokozatosan beérkeznek – persze ha kezdetben megvannak a megfelelő $\beta_{1|0}$ és P_0 kiinduló értékeink.

Felépítése folytán a Kalman-szűrő alkalmas arra, hogy valós idejű alkalmazásokban működjön, hiszen az újabb állapotérték kiszámításához, a korrekció és predikció előregörgetéséhez elegendő egyetlen újabb megfigyelt adatpont. Ezért az elmúlt fél évszázadban nagyon elterjedté vált különböző gyakorlati megvalósításokban, különösen a térben mozgó objektumok (repülőgépek, műholdak) helyzetének becslésénél. A közgazdaságtanban is vannak területek, ahol jó kilátásokkal használhatjuk valós idejű alkalmazásként (gondoljunk a kereskedési stratégiákra, ahol az információhoz fokozatosan jutunk hozzá), viszont az ökonometriában jellemzőbb az a forma, ahol az adathalmaz már teljes egészében rendelkezésre áll, és nemcsak a legutolsó (vagy aktuális) állapotvektor képezi az érdeklődés tárgyát. Ekkor alkalmazhatjuk a Kalman-simító eljárást (*Kalman-smoother*), ami az adott adathalmaz összes pontját felhasználja. Pontosabban szólva könnyen belátható, hogy a t . időszaki simított becslés előállításához elegendő a $t+1$. időszaki simított becslés és a t . időszaki megfigyelés, így a simító eljárás nem más, mint egyfajta „visszalépdelés” az időben. Láthatjuk tehát, hogy ami összeköti a szűrt és simított becsült állapotvektorokat, nem más, mint az utolsó időszaki – azonos – érték.

Ez idáig semmilyen eloszlási feltevést sem tettünk, viszont a V_ω és V_ε kovariancia-mátrixokat teljes mértékben ismertnek feltételeztük. Ha szükségünk van ezek becslésére, a *Maximum Likelihood* (ML) módszert könnyen alkalmazhatjuk, miután

persze specifikáltuk az ω_t és ε_t hibatagok eloszlását. Itt tehát már szükségünk van normalitási (vagy esetleg egyéb eloszlási) feltevésekre. A szimulációban vizsgálni fogjuk az így becsült szűrt és simított becslés különbözőségét is.

A Kalman-szűrő irodalma óriási, használata a közgazdaságtanban a 90-es évekre széles körben elterjedt, akár változó együtthatójú regressziókkal, akár bonyolultabb állapot-tér modellekkel. Ekkorra már a módszer elméleti és szimulációs tulajdonságait is megvizsgálták, ez azonban – a más tudományágbeli alkalmazások miatt – nem a közgazdászok érdeme volt (az időben változó együtthatójú regresszió különböző elméleti tulajdonságairól lásd pl. *Guo* [1990] cikkét és egyéb munkáit). A közgazdasági alkalmazásokról viszont kifejezetten ökonometriai könyvet írt *Harvey* [1989], valamint a szűrő és simító becslés szabatos matematikai levezetése megtalálható *Hamilton* [1994] idősorelemzés alapművében.

Végül a makroökonómiai alkalmazásokhoz – a teljesség igénye nélkül – igyekszünk némi irodalmat adni. Sok, korábban konstansnak feltételezett látens változót modelleznek Kalman-szűrővel, így a semleges kamatlábat (*Horváth* [2007]), a munkanélküliség természetes rátáját (*Driver–Greenslade–Pierse* [2006]) vagy a fiskális politika hatását (*Cimadomo–Garnier–Schalck* [2007]). A monetáris transzmissziót kelet-közép európai országok viszonylatában *Darvas* [2013] elemezte időben változó együtthatójú strukturális vektorautoregresszióval. Az időben változó inflációs perzisztencia vizsgálatát többváltozós (*Beechey–Österholm* [2007], *Dossche–Everaert* [2005]) és egyváltozós modellkeretben (*Darvas–Varga* [2014]) is megkísérelték Kalman-szűrővel. *Darvas és Simon* [2002] a potenciális kibocsátásra írt fel újszerű állapot-tér modellt.

I.3 A rugalmas legkisebb négyzetek módszere és kapcsolata a Kalman-szűrővel

Felejtjük el egy pillanatra az időben változó együtthatóvektort és idézzük fel a közönséges legkisebb négyzetek módszerét! Az OLS együtthatók becslőeljárásához több kiindulási feltevésből is eljuthatunk (mint pl. a momentumok módszere), a

legtöbbször emlegetett négyzetes közelítés azonban nem más, mint a következőképpen definiált költség, vagy veszteség-függvény felírása:

$$C(\beta) = \sum_{t=1}^T (y_t - \beta'x_t)^2 \quad (\text{I.14})$$

Ezt a célfüggvényt úgy is átfogalmazhatjuk, hogy feltevésünk szerint a függő változó valós és illesztett értéke közötti eltérés „közel nulla” kell legyen, amit jelöléssel akár így is írhatunk:

$$y_t - \beta'x_t \approx 0 \quad (\text{I.15})$$

Kalaba és Tesfatsion ([1988], [1989], [1990a]) éppen ezzel a formalizmussal jelezte azt, hogy a kifejezés bal oldalát négyzetes értelemben minimalizálja, viszont az általunk már jól ismert „véletlen eltérésváltozó” fogalmat egyáltalán nem kívánta bevezetni, az ugyanis eloszlási feltevésekkel járt volna. Az OLS-ről jól tudjuk, hogy mivel ott a megoldást ortogonalitási feltételek adják, annyit mindenképp fel kell tennünk, hogy az a bizonyos eltérésváltozó nulla várható értékű, valamint létezik a szórása. Ezen felül viszont nem kell konkrét eloszlást specifikálnunk neki, a pontbecslés jó tulajdonságait ez gyakorlatilag nem érinti.

A szerzőpáros tehát elutasította a konkrét (pl. normalitási) eloszlási feltevéseket,³ és a közönséges legkisebb négyzetek módszerét (*least squares*, LS) a bemutatottak szellemében terjesztette ki időben változó együtthatóvektorra. Az (I.15) illeszkedési feltevésben az együtthatók időfüggését bevezetve kapta az ún. regressziós (megfigyelési) priort, míg β_t dinamikájára simító feltevést tett, dinamikus prior néven:⁴

$$y_t - \beta_t'x_t \approx 0 \quad (\text{I.16})$$

³ Bármennyire is elutasították, a szerzőknek az FLS esetében is szükségük volt a kétféle eltérésváltozó nulla várható értékének, valamint véges szórásának feltételezésére, hiszen ugyanolyan négyzetes optimumot alkalmaztak, mint ahogyan az OLS teszi. Ebben az értelemben hívhatnánk az FLS-t „*módosított momentumok módszerének*” is.

⁴ A *prior* kifejezés az FLS szerzőinek értelmezésében *előzetes feltevést* jelent, nincs köze a Bayes-i ökonometriában használt *prior eloszláshoz*.

$$\beta_t - \beta_{t-1} \approx 0 \quad (\text{I.17})$$

Vegyük észre, hogy e két egyenlet valójában nem más, mint a Kalman-szűrő állapot-tér modelljének új formalizmussal megadott felírása! A feltevések értelmében a közönséges négyzetes költségfüggvény is teljesen logikusan módosul, a két priornak megfelelő négyzetes költségösszegeket egy előre megválasztott $\mu \geq 0$ skalár súlyparaméterrel összesúlyozzuk:

$$C(\beta, \mu) = \sum_{t=1}^T (y_t - \beta_t' x_t)^2 + \mu \sum_{t=1}^{T-1} (\beta_{t+1} - \beta_t)' (\beta_{t+1} - \beta_t) \quad (\text{I.18})$$

Kalaba és Tesfatsion a kifejezés első tagját mérési költségnek (*measurement cost*), a másodikat pedig dinamikus költségnek (*dynamic cost*) keresztelte. A szerzők értelmezésében tehát az FLS feladat nem más, mint egy többszemponútú dinamikus optimalizáció, ahol a felhasználó a súlyparaméter segítségével adja meg preferenciáit a mérési és dinamikus költségfüggvény-komponenssel kapcsolatban. Optimális β_t sorozat esetén csak úgy tudunk bármely költségösszetevőn javítani, ha a másikon közben rontunk – mindez egy Pareto-értelemben vett hatékonysági korlátot (*residual efficiency frontier*) eredményez a két hibakomponens szerint, melyet akár ábrázolhatunk is a síkban.

Figyeljük meg, hogy a paraméter szélsőséges értékeire két jól ismert speciális esetet kapunk vissza! Ugyanis $\mu = 0$ esetén teljesen eltűnik a dinamikus költség, azaz a β_t sorozat szabadon változhat időben, miközben a megfigyelések eltérés-négyzeteit minimalizáljuk: ekkor nyilván olyan eredményt kapunk, ahol az illesztett y_t értékek megegyeznek a megfigyelésekkel, viszont az állapotok ennek megfelelően összevissza ugrálnak az időben. Másik szélsősésként $\mu \rightarrow \infty$, ekkor az együtthatóvektor bármilyen időbeli megváltozását végtelenül büntetjük, így az időben állandó lesz; a marginálisan, de megjelenő első tag pedig biztosítja, hogy ez esetben az OLS megoldáshoz érkezzünk.

Az FLS feladat megoldását vázolva, kezdetnek azt kell észrevennünk a költségfüggvényben, hogy lehetővé tesz egy $t = 1$ -ből induló dinamikus optimalizálást. Ha ugyanis $c(\beta_t, \mu)$ -vel jelöljük az $n - 1$ időpontbeli optimális költségértéket β_t -re kondicionálva, a következő rekurzív összefüggést írhatjuk fel:

$$c(\beta_{t+1}, \mu) = \inf_{\beta_t} \left\{ (y_t - \beta_t' x_t)^2 + \mu (\beta_{t+1} - \beta_t)' (\beta_{t+1} - \beta_t) + c(\beta_t, \mu) \right\} \quad (\text{I.19})$$

Továbbá, ez az optimális költség a feltevések szerint négyzetes kell legyen az állapotváltozó aktuális értékében:

$$c(\beta_t, \mu) = \beta_t' S_{t-1} \beta_t - 2 \beta_t' s_{t-1} + r_{t-1} \quad (\text{I.20})$$

Ezt a formát a (19) egyenletbe visszahelyettesítve és a deriválást elvégezve lineáris összefüggés adódik az állapotvektor t . és $t + 1$. becslései között – akárcsak a Kalman-szűrő (I.8) egyenletében. Az FLS filter végül a következő három egyenlettel írható le. Elsőként maga az állapotbecslés:

$$\beta_{t|t} = (S_{t-1} + x_t x_t')^{-1} (s_{t-1} + x_t y_t) \quad (\text{I.21})$$

ezután pedig az S_t mátrix és s_t vektor rekurzióinak összefüggése:

$$S_t = \mu (S_{t-1} + \mu I_p + x_t x_t')^{-1} (S_{t-1} + x_t x_t') \quad (\text{I.22})$$

$$s_t = \mu (S_{t-1} + \mu I_p + x_t x_t')^{-1} (s_{t-1} + x_t y_t) \quad (\text{I.23})$$

ezekben az egyenletekben I_p a $p \times p$ egység mátrixot jelöli, valamint természetesen kiindulásul meg kell adnunk az S_0 és s_0 kezdőértékeket. E mátrixoknak sajnos nem olyan könnyű értelmet találni, így a kezdőérték megadása esetlegessé válhat, a szerzők egyenesen kinullázzák őket. A simító eljáráshoz – melyet most nem részletezünk – ugyanezen kezdőértékek kellene, S_t és s_t görgetése is előre felé zajlik, csak a $\beta_{t|t}$ becsléseket származtatjuk visszafelé az időben.

A Kalman-szűrőhöz való elképesztő hasonlóság – azonos állapot-tér modell, négyzetes optimumok – nem csak az olvasónak lehet feltűnő. A folyóirat hasábjain, ahol az eredeti FLS cikkek is korábban megjelentek, már 1990-ben vita bontakozott ki a módszer új voltáról. *Tucci* [1990] könnyen bebizonyította, hogy a Kalman szűrő eloszlási feltevéseit az FLS-ben megtéve a két módszer már teljesen azonos, a még ugyanabban a lapban megjelenő válasz (*Kalaba-Tesfatsion* [1990b]) továbbra is a többszempontúsági

és eloszlás-függetlenségi érveket hozta fel. A támadó érve pedig nem volt erőtlen, de utólag már tudhatjuk, a „gond” nem az FLS, hanem a Kalman-szűrő oldalán volt: épp a Kalman-szűrő az, amely tökéletesen működik eloszlási feltevések nélkül is (ahogyan feljebb már utaltunk rá, de ezt akkoriban még nem feltételezték).

A két módszer közötti megfelelés további részleteihez lássunk egy tételt, amelyet a Kalman-szűrő eloszlási feltevések változatában már 1970-ben (!) bebizonyítottak (*Jazwinski* [1970]), *Montana*, *Triantafyllopoulos* és *Tsagaris* [2009] pedig később belátta, hogy az igazolás eloszlási feltevések nélkül is lehetséges. Az állítás szerint a Kalman-szűrő optimalizáló algoritmus ekvivalens a következő kifejezés minimalizálásával $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_T$ szerint:

$$\sum_{t=1}^T (y_t - \beta_t' x_t)^2 + \sum_{t=1}^{T-1} (\beta_{t+1} - \beta_t)' V_{\omega}^{-1} (\beta_{t+1} - \beta_t) \quad (\text{I.24})$$

Láthatjuk, hogy ez teljesen azonos az FLS (I.18) költségfüggvényével, ahol a súlyparaméter és az állapotvektor (egyébként diagonális) kovariancia-mátrixa között fennáll a

$$V_{\omega} = \mu^{-1} I_p \quad (\text{I.25})$$

összefüggés. Ezek szerint a μ súlyparaméter segítségével a becsült állapotvektor-sorozat megváltozásának varianciáját direkt módon állítjuk be. Jól látszik tehát, miben különbözik az FLS: míg ugyanezt a Kalman-szűrőnél a teljes – bár diagonális – V_{ω} formájában tesszük meg, itt egyetlen szám áll rendelkezésre a teljes p -tagú variancia leírására.

Összefoglalva tehát, az FLS annyiban korlátozóbb a Kalman-szűrőnél, hogy az összes állapotváltozó változási varianciáját az egyetlen súlyparaméterből eredezteti, így azok mind egyenlők lesznek. Ezen kívül a két módszer megegyezik egymással, egyformán jól működnek konkrét eloszlási feltevések nélkül is, az első és másodrendű momentumokat azonban explicit vagy implicit módon, de meg kell adjuk. Mindezt az ML módszerrel annyiban kiegészíthetjük, hogy a paramétereket – így akár μ -t is – meg tudjuk becsülni a normalitási feltevések meglépése után.

A kérdés mindezek után kettős: egyrészt, az FLS használata vajon egyszerűbbé teszi-e a becslést, másrészt pedig, a paraméterkorlátozása elfogadható-e a gyakorlatban? Az első kérdésre részleges választ ismét *Montana, Triantafyllopoulos és Tsagaris* [2009] tanulmánya ad: megmutatja ugyanis, hogy eredetileg mindkét szűrőeljárás használ mátrixinverziót, ami viszont mátrixszorzásokkal ügyesen kiküszöbölhető, ezzel jelentősen gyorsítva az algoritmusokat. A cikk bizonyításaiból némi számolással az is adódik, ahogyan az FLS S_0 és s_0 kezdőértékei származtathatók a Kalman-szűrő megfelelő $\beta_{1|0}$ és P_0 kiinduló becsléseiből, így egyszerűség és használhatóság tekintetében gyakorlatilag mindegy, melyik módszert használjuk. A paraméter-restrikció elfogadhatósága már nehezebb kérdés, erre a szimulációs részben igyekszünk választ adni.

A rugalmas legkisebb négyzetek szakirodalma a közgazdaságtanban jóval könnyebben áttekinthető híresebb társáénál, hiszen sokszorta kevesebb elemzés készült a használatával.⁵ A már többször említett kezdeti bemutatkozó sorozat és vita (*Kalaba–Tsfatsion* [1988], [1989], [1990a], [1990b]; *Tucci* [1990]) idején *Tsfatsion* és *Veitch* [1990] alkalmazásban illusztrálták az FLS képességeit. A szerzők amerikai adatokra vizsgálták a Goldfeld-féle pénzkeresleti modellt, amely a pénzkeresletet a saját késleltetettje és egyéb exogén változók segítségével modellezi. A becslött együtthatókban időbeli változást mutattak ki, ráadásul az AR(1) együttható értéke jóval alacsonyabban ingadozott a szokásos OLS becslésnél, ez a szerzők szerint alátámasztást szolgáltatott a pénzkeresletet korábban övező egységgyök-hipotézis megdöntéséhez.

Lütkepohl és Herwartz [1996] nagyon jól használható módon általánosították tovább az FLS módszert. A minimalizálandó (I.18) célfüggvénybe további, szezonális dinamikus összegeket vettek fel, mindemellett ők is észrevették az FLS „implicit” variancia-restrikcióját, így minden dinamikus tagba, a (I.24)-hez hasonlóan, előre megadott diagonális mátrixokat tettek. A módszerrel német szezonális makro-idősorokon értek el eredményeket.

⁵ *Leigh Tsfatsion*, az FLS egyik szülőatyja kitűnő irodalom- és programgyűjteményt hozott létre „az FLS honlapján”: <http://www2.econ.iastate.edu/tesfatsi/flshome.htm>

A kétezres években *Kalaba* és *Tesfatsion* eredeti munkáit olvasva egyre többen fedezték fel és alkalmazták a modellt egészen különböző tudományterületeken – érdemes megemlíteni, hogy az eredeti szerzőpáros nem ökonometriai, hanem általános számítástudományi területen tevékenykedik, ez talán még inkább hozzájárulhatott a módszer széleskörű terjedéséhez. Olyan egzotikus területeken is találunk alkalmazást, mint például az elnöki népszerűség modellezése FLS segítségével (*Wood* [2000]).

A módszert újabban is többen hasonlították össze a Kalman-szűrővel, annak ellenére, hogy a kapcsolat már korábban is egyértelmű volt. *Kladroba* [2005] valamint *Darvas* és *Varga* [2012] szimulációs vizsgálatokat folytatott, ahol mindketten belátták, hogy az FLS még a Kalman-szűrőnél alkalmazott ML becslés ellenére is jobb lehet, ez azonban nem egyértelmű. Jogos a kérdés, hogy a szimulációban miért nem lett teljesen ugyanaz a két módszer eredménye. A válasz a részletekben rejlik: a tényleges azonossághoz el kell hagyni az ML-t, továbbá minden kezdőértéket és paramétert megfelelőre kell állítani. Az FLS szűrő tulajdonságait *Morana* [2009] is vizsgálja, aki, bár leírja a megfelelést, az eloszlási feltevésekben különbséget lát. A teljes és részletes bizonyítást végül a már sokat hivatkozott *Montana–Triantafyllopoulos–Tsagaris* [2009] cikkben találjuk, ahol a szerzők egy valós idejű pénzügyi alkalmazást is bemutatnak.

A 2010-es években tovább folytatódik a módszer elméleti kiterjesztése is: *Hamidi* és szerzőtársai [2011] a kvantilis regressziót és az FLS-t házasítják össze, megalkotva a *Flexible Quantile Regression* (FQR) módszert, melyet aztán befektetési alapok (titkos) összetételének becslésére használnak. Egy másik tanulmányban *Bura*, *Chen* és *Yu* [2012] egy *Virtual Machine Model* (VMM) nevű állapot-megfigyelő hibatűrő rendszert építenek, amelyhez az adaptív Kalman-szűrőt (a szűrő egy olyan típusa, amely a nálunk rögzített paraméter kovariancia-mátrixokra is folyamatosan becslést ad) és az FLS-t együttesen használják.

I.4 Markov rezsimmváltó modellek

Ebben a részben röviden bemutatjuk az MSW-t, összefüggésben az időben változó együtthatójú regresszióval. Természetesen, akárcsak az állapot-tér modell, ez is felírható

jóval általánosabban, itt azonban az előző részhez hasonlóan ragaszkodunk a lineáris regressziós kerethez.

Kiindulásul be kell vezetnünk a (I.2) lineáris regresszió β_t együtthatóvektorának véges sok lehetséges értéket. Rögzítsünk ilyenből N darabot, amelyek mindegyike legalább egy skalár elemében különbözik a többitől, ezeket felső indexszel fogjuk jelölni:

$$\beta \in \{\beta^1, \beta^2, \dots, \beta^N\} \quad (\text{I.26})$$

Mivel ezek az együtthatóvektor-értékek kölcsönös megfeleltetésben állnak a modell N darab állapotával, azokra nem vezetünk be külön jelölést. Azt feltételezzük, hogy az állapotok Markov-láncot követnek, azaz definíció szerint az állapotok előrejelzéséhez a folyamat története nem releváns, kizárólag az utolsó időpontbeli állapot, formálisan

$$P(\beta_t = \beta^j | \beta_{t-1} = \beta^i) = P(\beta_t = \beta^j | \beta_{t-1} = \beta^i, \beta_{t-2} = \beta^k, \dots) = p_{ji} \quad (\text{I.27})$$

Mindennek megfelelően az állapotok közötti váltásokat két dimenzióban le tudjuk írni, az ún. átmenet- (vagy tranzíciós) mátrix segítségével. A Π átmenetmátrix $N \times N$ méretű, és i . oszlopának j . eleme megadja, hogy ha az előző időszak állapotot a β^i együtthatóvektor jellemezte, mekkora annak a valószínűsége, hogy a következő állapotot éppen β^j fogja:

$$\Pi = \begin{bmatrix} p_{11} & \dots & p_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N1} & \dots & p_{NN} \end{bmatrix}, \text{ ahol } p_{ji} = P(\beta_t = \beta^j | \beta_{t-1} = \beta^i) \quad (\text{I.28})$$

Mivel az állapotok halmaza zárt, azaz bármely állapotból csakis az N állapot valamelyikébe juthatunk (önmagát beleértve), könnyű látni, hogy az átmenetmátrix oszlopainak összege éppen egységnyi.⁶

⁶ A szakirodalom nagyrészt éppen az általunk használt mátrix transzponáltját alkalmazza. Ekkor az összes többi vektor (emissziók, becslések) sorvektorra kell váljon, a Π -vel való szorzások sorrendjét pedig meg kell cserélni, ezen felül minden igaz lesz, amit itt írunk. A két felírás teljesen ekvivalens egymással, mi az oszlopvektorokat ez esetben kényelmesebbnek tartjuk.

Gondoljunk az előző részre: jól látható az állapotdinamikát leíró átmenetmátrix analógiája az állapotegyenlettel, hiszen mindkettő a számunkra nem megfigyelt együtthatóvektor időbeli alakulását adja meg. Vajon mivel írjuk le a megfigyelési egyenlet megfelelőjét? Olyan leképezés szükséges számunkra, amely a megfigyeléseket az állapotok függvényében adja meg, hiszen ez lesz számunkra a kulcs az állapotok identifikálásában az adott megfigyelés ismeretében. Az emissziós mátrix való erre a célra: minden állapotban megadja az egyes kimenetek valószínűségét (természetesen diszkrét véges számú kimenet esetében). Modellünkben azonban folytonos kimenetek vannak, ennek megfelelően az η_t emissziós vektort definiáljuk, amely az állapot függvényében megadja a t . időszaki megfigyelés feltételes sűrűségfüggvényét:

$$\eta_t = \begin{bmatrix} p(y_t | \beta_t = \beta^1) \\ \vdots \\ p(y_t | \beta_t = \beta^N) \end{bmatrix} \quad (\text{I.29})$$

Vegyük észre, hogy az emissziós vektor megadásánál válik az eloszlási feltevések bevezetése elkerülhetetlenné, hiszen a feltételes sűrűségfüggvényeket meg kell adnunk, még ha paraméterezve is. Így például, ha lineáris regresszióink hibatagját normálisnak vesszük σ szórással, akkor y_t sűrűsége a β^i együtthatóvektort tartalmazó állapotot feltételezve nem más, mint

$$p(y_t | \beta_t = \beta^i) = \frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{y_t - \beta^i x_t}{\sigma}\right) \quad (\text{I.30})$$

ahol $\phi(\cdot)$ a standard normális eloszlás sűrűségfüggvényét jelöli. Ezzel a modellünknek megadtuk a „megfigyelési egyenletét” is, készen vagyunk a felépítéssel.

Ami most következik, az a rendszer predikció-korrekcio algoritmus, az analógia alapján akár „Markov-szűrő”-nek is nevezhetnénk. A kialakuló becsléseink azonban ezúttal nem közvetlenül az együtthatóvektor értékére vonatkoznak – hiszen azokat külön-külön ismerjük, hanem az egyes együtthatóvektorokkal jellemzett állapotok valószínűség-eloszlására. Ezt az eloszlást ξ -vel fogjuk jelölni, és az alsó indexében a korábbiakhoz hasonlóan megmutatjuk, hogy melyik időszakban készült és melyik időszakra vonatkozik. Így például a $\xi_{t/t}$ valószínűség-eloszlás vektor nem más, mint

$$\xi_{t|t} = \begin{bmatrix} P(\beta_t = \beta^1 | y_t) \\ \vdots \\ P(\beta_t = \beta^N | y_t) \end{bmatrix} \quad (\text{I.31})$$

természetesen a vektor oszlopösszege egységnyi. Ebből már könnyedén megkaphatjuk magára az együtthatóvektorra vonatkozó $\beta_{t|t}$ becslésünket, hiszen az egyes valószínűség-értékekkel be kell súlyozni magukat a lehetséges együtthatóvektorokat:

$$\beta_{t|t} = E(\beta_t | y_t) = [\beta^1 \quad \dots \quad \beta^N] \begin{bmatrix} P(\beta_t = \beta^1 | y_t) \\ \vdots \\ P(\beta_t = \beta^N | y_t) \end{bmatrix} = B \xi_{t|t} \quad (\text{I.32})$$

ahol B a lehetséges β^i oszlopvektorokból képzett $p \times n$ méretű mátrix.

A rendszer predikciója itt is az állapotdinamikából – azaz átmenetmátrixból – adódik és a Kalman-szűrőhöz hasonlóan igen egyszerű. Ha ugyanis megvan a $\xi_{t-1|t-1}$ korrigált becslésünk, azaz a $t-1$. időszaki állapotok valószínűség-eloszlása (illetve az összes megfigyelés eddig az időpontig), azt úgy tudjuk eggyel előre görgetni, hogy megszorozzuk magával az átmenetmátrixszal:

$$\check{\xi}_{t|t-1} = \Pi \check{\xi}_{t-1|t-1} \quad (\text{I.33})$$

E mátrixegyenlet egy sorának kifejtése igazolja az állítást, amely magukból a definíciókból adja magát. Ezután szokás szerint feltesszük, hogy beérkezik a t . időszaki megfigyelés, amiből a fentiek szerint ki tudjuk számolni az η_t emissziós vektort, majd a hiányzó becslésre felírjuk Bayes tételét:

$$P(\beta_t = \beta^i | y_t) = \frac{P(y_t | \beta_t = \beta^i) P(\beta_t = \beta^i)}{P(y_t)} \quad (\text{I.34})$$

Lássuk, mit takar az egyenlet jobb oldala. A számláló első tényezője az emissziós vektor i . eleme, a második tag pedig épp az imént kiszámolt $\check{\xi}_{t|t-1}$ becslés i . eleme (ne felejtsük el, hogy az egész egyenletet kondicionáljuk a $t-1$. időszakra). A nevező nem más, mint az y_t megfigyelés feltételes likelihood függvénye, amit könnyen megkaphatunk, ha minden i -re a számlálót összeadjuk:

$$P(y_t) = \sum_{i=1}^N P(y_t | \beta_t = \beta^i) P(\beta_t = \beta^i) = 1'(\eta_t \odot \xi_{t|t-1}) \quad (\text{I.35})$$

A második egyenlőség mindezt rövidített formában mutatja, az új operátor az elemenkénti szorzást jelöli. Az (I.34) egyenlet tehát éppen a keresett becslést adja meg, amelyet zárásként átírunk vektoriális formába:

$$\xi_{t|t} = \frac{\eta_t \odot \xi_{t|t-1}}{1'(\eta_t \odot \xi_{t|t-1})} = \frac{\eta_t \odot \Pi \xi_{t-1|t-1}}{1'(\eta_t \odot \Pi \xi_{t-1|t-1})} \quad (\text{I.36})$$

A képlet eredménye még csak valószínűség-eloszlás, viszont az ismert lehetséges állapotok B mátrixával való (I.32) összesúlyozással könnyen megkapjuk az aktuális állapot várható értékét. Ezzel az egyszerű szűrőalgoritmussal tehát a paraméterek ismeretében becslést adhatunk az ismeretlen együtthatóvektor sorozatára, miközben – mintegy melléktermékként – az egyes megfigyelések likelihood-értékeit is kiszámoljuk. Nem kétséges tehát, a Kalman-szűrőhöz hasonlóan itt is használhatjuk az ML módszert bármelyik paraméter megbecslésére, gyakorlatilag az egyetlen, amit nekünk kell megadni, az maga a modellstruktúra (pl. hogy éppen N darab állapot van, vagy az eloszlások milyenségét, stb.). Ráadásul, itt is lehetséges simított értékek számítása, melyet az korábbiakhoz hasonlóan nem részletezünk, az ugyancsak részletesen megtalálható a már említett *Hamilton* [1994] könyvben.

Így az állapot-tér rendszerekkel szemben a Markov-típusú rezsinváltós modellben a lineáris regresszióknak együtthatóvektora csak véges sok értéket vehet fel, és feltétlenül szükséges eloszlási feltevésekkel élnünk; még akkor is, ha nem alkalmazunk ML eljárást, cserébe a rugalmassága óriási. Ezért általában olyan alkalmazásokban használjuk, ahol relatíve kevés, elmélet szempontjából is jól megkülönböztethető rezsime van, amelyek időben feltehetőleg váltogatják egymást. Jó példát szolgáltatnak erre a pénzügyi piacok, ahol az ábrákról is leolvashatóan váltják egymást az optimizmus és pánik időszakai: előbbiben felfele haladnak az árak, a beárazott volatilitás folyamatosan csökken és az eszközök közötti korrelációk alacsonyok, míg az utóbbiban áresés, a volatilitás robbanásszerű emelkedése és megugró eszközosztályok közötti korrelációk tapasztalhatók.

Bár *Hamilton* [1989] eredeti cikke az üzleti ciklusokról szólt, a modell pénzügyi alkalmazásai gyorsan elterjedtek, klasszikus példát ad erre *Norden–Schaller* [1997], de érdemes *Dueker* [1997, 2007] munkásságát is végigkövetni, aki az eszközhozamokat rengeteg Markov-féle specifikációval modellezi. *Hamilton* és *Susmel* [1994] tanulmányának köszönhetően az ARCH típusú modelleket is elérte a rezsimváltások feltevése, ugyanezzel idehaza *Darvas* [2001] foglalkozott: ő a forintkamatlábba illesztett *switching*, azaz rezsimváltó ARCH (SWARCH) modellt.

I.5 Szimulációs vizsgálat

Ebben az alfejezetben egy részletes szimulációs vizsgálatot mutatunk be, ahol különböző környezetekben láthatjuk az eljárásainkat működés közben, összemérjük azok képességeit, valamint összehasonlítjuk őket a szakirodalomban jelenleg elérhető másik két szimulációval. Az ML paraméterbecsléssel kiegészített Kalman- és Markov-modellek mellé bevesszük az FLS-t is, hogy eldöntsük, milyen következményekkel jár a korábban már körüljárt variancia-korlátozás, illetve hogy megvizsgáljuk, mennyivel romlik a becslésünk, ha a μ súlyparamétert rosszul állítjuk be. „Kontroll-eljárásnak” végül bevesszük az OLS módszert, és mind a négy esetben a szűrő- és simítóeljárás eredményét is elkészítjük.

Az alfejezet felépítése a következő: először bemutatjuk a szimulációs modellünk pontos felépítését. Másodszor alaposan tárgyaljuk *Darvas* és *Varga* [2012] és *Kladroba* [2005] szimulációit, a felépítéseket rendre összehasonlítva a mienkkel. Harmadszor, részletesen végigmegyünk az eredményeinken, rendre összehasonlítva azokat a másik két szimulációval. Végül összefoglaljuk az eredményeket és levonjuk a következtetéseket.

Modellfelépítés. Végző célunk megvizsgálni azt, hogy különböző valós β_t sorozatok esetén hogyan becsli azokat vissza a módszerek szűrő- és simító algoritmusai. Ezért egy olyan regressziót szimulálunk, ahol aztán a számunkra fontos β_t együtthatóra öt különböző feltevéssel élünk, miközben egy másik, γ_t zavaró együtthatót is beveszünk az egyenletbe, amely azonban minden kísérletnél ugyanaz: egy nullaátlagú autoregresszív folyamat. Összességében tehát alapesetben a következő modellt szimuláljuk:

$$\begin{aligned}
y_t &= \beta_t x_{1t} + \gamma_t x_{2t} + \varepsilon_t \quad \text{és} \quad \varepsilon_t \sim N(0, 0.25) \\
\gamma_t &= 0.25\gamma_{t-1} + N(0, 0.05) \\
x_{1t} &\sim N(1, 0.25) \quad \text{és} \quad x_{2t} \sim N(1, 0.25)
\end{aligned}
\tag{I.37}$$

Az első egyenlet magát a regressziót adja, a második egyenlet a második együttható időbeli viselkedését írja le, végül a harmadik sorban azt láthatjuk, hogy az x_{1t} és x_{2t} regresszorok azonos normális eloszlásból kerülnek ki (mivel a regresszorokat ismerjük, a konkrét eloszlásuk vajmi keveset számít az eredményekben). A képletekben jelzett összes véletlen változó független egymástól, az eloszlásoknál pedig a várható értékeket és szórásokat tüntettük fel. A szimulációk hossza 200 megfigyelés, és minden egyes esetben 1000 szimulációt végzünk. A β_t -re vonatkozó öt feltevés a következő:

1. konstans együttható,
2. diszkrét törés az együtthatóban,
3. lineáris trend az együtthatóban,
4. szinuszoid mozgás az együtthatóban,
5. az együttható egységgyök folyamatot követ.

Miután a fenti alapesetet végigvizsgáltuk, a következő módosított szimulációkat is elvégezzük. Az egymás után következő módosítások mindig az alapesethez képest értendők, nem rakódnak egymásra:

- A. alapeset,
- B. a regressziós egyenlet hibatagjának (ε_t) szórása a megfigyelések második felében a kétszeresére növekszik (heteroszkedaszticitás),
- C. a regressziós egyenlet hibatagja 3 szabadságfokú t -eloszlást követ, szórása viszont marad 0.25 (eloszlási feltételek nem teljesülése / magas csúcsosság),
- D. a regressziós egyenlet hibatagja egyenletes eloszlást követ úgy, hogy a szórása marad 0.25 (eloszlási feltételek nem teljesülése / alacsony csúcsosság).
- E. a γ_t együttható várható értéke a megfigyelések második felében egységnivel megnő (zavarás).

A visszabecsléseket mindegyik módszernél a helyes specifikációval végezzük (tehát kétváltozós egyenletet teszünk fel). Az OLS szűrő esetünkben egy olyan becslés, amely

minden időpontban az aktuálisan rendelkezésre álló mintából számolja az együtthatókat a közönséges legkisebb négyzetek módszere segítségével,⁷ az OLS simító pedig ennek megfelelően nem más, mint a teljes mintán számolt konstans együtthatójú becslés. A Kalman-szűrőnél az (I.5) egyenlet értelmében az állapotokat egységgyök folyamatként kezeljük és a szűrőt $\beta_0 = 0.5$ -ről indítjuk, amely egy „semleges” feltevés, mivel ez az együttható időbeli átlaga az első négy esetben és ebből a kezdőértékből indul a véletlen bolyongás az ötödik esetben. Az FLS-nél a kezdőértékeket a Kalman-szűrővel ekvivalensnek állítjuk be, a μ súlyparaméter tekintetében pedig háromféleképpen járunk el, innét lesz majd a három FLS becslésünk. Elsőként, az ismert β_t differencia szórásának ismeretében optimális μ -t számolunk,⁸ majd – megvizsgálandó μ félrespecifikálásának hatását – vesszük ennek egytizedét, valamint tízszeresét. Az optimális μ valós együtthatókból történő kiszámolása illetéktelen előnyt jelenthet az FLS számára, hiszen a többi módszer maga becsli a paramétereket, ez azonban jóval kisebb előnyt ad várhatóan, mint amekkora az együttható-sorozatok különböző szórásából adódó hátrány. A Markov modellnél végül két rezsimit feltételezünk, amelyekben mindkét együttható más-más értéket vehet fel. Bár elég lett volna a számunkra fontos együttható rezsimenkénti változásának megengedése, a modell szabadságát az „igazságosság” érdekében minél közelebb akartuk hozni a Kalman-szűrőéhez. A kezdő valószínűségeket itt 50-50%-ra állítjuk a két rezsimben.

Szimulációs irodalom. Hasonlítsuk mindezt össze először *Darvas és Varga* [2012], majd *Kladroba* [2005] szimulációs keretével, és nézzük meg az említett szerzők eredményeit! Előbbi tanulmány eredetileg az inflációs perzisztenciát vizsgáló cikk (*Darvas–Varga* [2014], azaz e disszertáció II. fejezete) része volt, így az ottani szimuláció kifejezetten a becsülendő empíriához hasonló feltételeket állított. A tanulmányozott folyamat elsőrendű autoregresszió, ahol mind a konstans, mind az AR(1) együttható időben változhat. Utóbbi együttható – és legtöbbször a konstans is –

⁷ A rögzített kezdőpontból induló OLS egy speciális esete az ún. rekurzív legkisebb négyzetek módszerének (*recursive least squares*, RLS), ahol megengedett az egyes megfigyelések súlyozása (pl. exponenciálisan csökkenő súlyozás az időben hátrafelé haladva).

⁸ A konstans, illetve lineárisan változó együtthatós esetben ez a módszer végtelen nagy súlyparamétert eredményez, ezért itt korábbi tapasztalatok alapján 10^3 -ban határozzuk meg az optimális μ -t. A zavaró együttható differenciájának, azaz $\Delta \gamma_t$ -nek a szórása az (A-D) esetekben 5.9%, az (E) esetben 9.3%. $\Delta \beta_t$ szórása a diszkrét ugrásos esetben 2.8%, az egységgyök esetben 4.8%, minden más esetben $< 1\%$.

éppen ugyanazokat a formákat veszi fel, mint e fejezetben, tehát konstans, hirtelen váltás, lineáris mozgás, szinuszoid mozgás és végül egységgyök folyamat. A szimuláció egyik fontos eredménye, hogy az OLS ilyen esetekben felfelé torzít, ami az autoregresszió, mint speciális regressziós modell következménye. Ezzel ebben a fejezetben nem foglalkozunk, az OLS becsléstől így azt várjuk, hogy időben átlagolja az együttható-folyamatokat. A szimuláció másik eredménye, hogy az FLS a restriktcióival együtt is bizonyos helyzetekben jobb lehet, mint a *maximum likelihood* támogatott Kalman-szűrő. Ennek igazsága még a szerzők között is vitatott, mindenesetre tény, hogy a numerikus optimalizálás konvergenciájának nehézsége miatt a Kalman-szűrő a gyakorlatban sokszor produkál értelmezhetetlen: konstans, vagy erratikusan változó együttható-becsléseket, így az FLS nem igazán tesz. Hiába elméleti előny tehát a Kalman-szűrő oldaláról az együtthatók kovariancia-mátrixának szabadsága és pontos becslhetősége, ha közben gyakorlati hátrány a nehézkes optimalizálás. Ezért aztán egyik módszer előnye sem egyértelmű, de persze ez meglehetősen nagy eredménynek számít egy olyan eleddig teljesen ismeretlen módszertől, mint az FLS.

Kladroba [2005] nem vizsgálja az átlagos teljesítményeket, hanem csak egy-egy szimulációt mutat be a Kalman-szűrő és az FLS összehasonlítására. Utóbbit kétféle súlyparaméterrel vizsgálja, ám ezekről csak annyit tudunk, hogy „kicsi” és „nagy” értékek. Három-együtthatós regresszióban nézi a konstans, hirtelen váltásos, majd lineáris változásos esetet, és ezek közül neki is van, amelyikben az FLS valamely variánsa győz. Ezek után kétféle modellspecifikációs hibát vizsgál: az elsőben a becslés kezdeti értékét állítja el, és azt tapasztalja, hogy mindegyik módszer gyorsan korrigál – ehhez egészen hasonló a mi szimulációnk hirtelen váltásos esete. A második modellspecifikációs hibában a rendszer átmenetmátrixát (A mátrix az I.3 egyenletben) állítja rosszra, és azt kapja, hogy a becslött értékek nagyon gyorsan divergálnak (Kalman-szűrő), illetve egyáltalán nem konvergálnak a megfelelő értékhez (FLS). Ez az eset nagyon érdekes, viszont vizsgálata elég messzire vezet. Mi a teljes disszertációban egységmátrixot feltételezünk átmenetmátrixnak, ami bőven lefedi azt az esetet, hogy az együttható-folyamatok folytonosak, ami meglehetősen általános feltevés. Itt valójában az okozhat problémát, ha több változónk van, és azok az átmenetmátrix átlón kívüli elemein keresztül interakcióba léphetnek egymással – ezt ugyancsak lehet becsülni az ML módszerrel, és az is látható, hogy ha nem becsüljük, akkor a becslésünk végleg eltér

a helyes értéktől, így ezzel az esettel itt nem foglalkozunk. *Kladroba* végül azt is megemlíti, hogy az állapotter-modell bármely kovariancia-mátrixát is specifikálhatjuk rosszul, ez azonban nincsen hatással a kapott pontbecslésekre. Összességében döntetlenre hozza ki a két módszer közötti kérdést, hiszen FLS-sel egyrészt azonos vagy jobb eredményeket produkálhatunk, másrészt viszont a Kalman-szűrő problémáit nem kerülhetjük meg. A Kalman-szűrőnek annyi előnye van, hogy sok szoftverbe be van építve, valamint a hiper-paraméterek is becsülhetők ML segítségével.

Az alapeset eredményei. A következőkben végigvesszük a saját szimulációnk eredményeit. A becsült együttható-sorozatok átlagát, valamint 5. és 95. percentilisét véve konfidencia-intervallumot készítünk, amelyeket – a valós folyamattal együtt – az I.1a.-I.5a. ábrákon mutatunk be az (A) alapesetben. Párhuzamosan, az I.1b.-I.5b. ábrákon egy-egy véletlenszerűen kiválasztott esettel illusztráljuk tovább a becslést. Az ábráinkon a 3-3 FLS szűrt és simított becslést az olvashatóság megtartása végett kihagyjuk – ezek a becslések jellegükben nem térnek el a Kalman-szűrő becsléseitől, csupán különböző változékonysággal bírnak. Hasonlóan elhagyjuk az OLS simított becsléseket is – értelemszerűen, hiszen azok időben állandóak és leolvashatóak az ábrákról, mint az OLS-szűrt sorozatok utolsó értékei.

Azért, hogy számszerűen is áttekintést nyerjünk az egyes módszerek előnyeiről és hátrányairól, az I.1. táblázatban a valós és becsült sorozatok közötti átlagos RMSE (*root mean squared error*) értékeket adjuk meg mind az öt (A-E) esetben, valamint a (B-E) esetekben az RMSE értékeknek az (A) alapesettől együttható-folyamatonként és módszerenként vett eltéréseit is. Ezzel világossá tesszük, hogy adott módszer adott β_t idősoron adott esetben mennyit javított vagy rontott az alapesetbeli önmagához képest.

A következőkben bemutatjuk az öt feltevést az együtthatóvektor alakulására vonatkozóan, és külön-külön megvizsgáljuk az alapesetben kapott eredményeket.

- **(A1) Konstans együttható.** β_t értékét végig 0.5-ön tartjuk, ez egyfajta kontroll kísérlet. Az I.1a. ábrán látjuk, hogy várható érték tekintetében minden eljárás sikerrel vette ezt az alap-akadályt, bizonytalanság tekintetében viszont egyrészt a „hazai pályán játszó” OLS óriási kilengésekkel csökken le, másrészt pedig, a két Markov algoritmus jóval nagyobb – bár végig konstans – bizonytalanságot

produkált a Kalman-algoritmusoknál. Vajon miért? Az első kérdés megválaszolásánál azt kell észrevennünk, hogy az OLS szűrő induláskor semmiféle segítséget nem kap az ismeretlen együttható értékéről, ellentétben a többi módszerrel. Ezért kezdetben a kis mintaelemszám miatt nagy a szórása, ami aztán exponenciálisan csökken – kellően sok megfigyelés esetén viszont a többi módszer szórása alá is kerülhet!

A második kérdésre a tulajdonképpen technikai választ az I.1b. ábrán találjuk, ahol egyetlen kiragadott eset látható a szimulációkból: a Markov modell itt valójában egy félre-specifikációval szembesül, hiszen csak egyetlen β -érték van a kettő helyett. Az ML-optimumban viszont aligha garantálható, hogy a két kibecsült β egybeessen, valamekkora különbség mindig lesz közöttük a numerikus optimalizálás nem tökéletes volta és az aktuális minta egyenetlenségei miatt. A szűrő- és simítóalgoritmus viszont ettől „ugrálni” fog, mert az aktuális zajok miatt hol az egyik, hol a másik becsült érték felé hajlik.

A Kalman-szűrő és simító között is látunk minimális különbséget, bár csak az I.1b ábrán. Ez nem az aktuális eset specifikuma, hanem általános: a szűrő becslése mindig változékonyabb, hiszen csak a saját históriájából dolgozik, a simító – ahogy a neve is mutatja – a teljes környezetet figyelembe veszi (előre és hátrafelé is), így ez esetben is helyesen eltalálja az együttható konstans voltát.

A szimuláció tanulsága tehát, hogy a Markov modell becslésének bizonytalansága megnőhet, amikor hamisan túl sokféle állapotot feltételezünk és a becsült rezsimek viszont túlzottan egybeesnek; ettől eltekintve az eljárások jól képesek követni a konstans értéket, ahogyan azt vártuk.

- **(A2) Diszkrét törés az együtthatóban**, az értéke a minta felénél 0.3-ról 0.7-re vált. Ez az időbeli viselkedés a leginkább összeegyeztethető a Markov modell feltevéseivel, hiszen a két értéket két különböző rezsimnek foghatjuk fel. A I.2a.-I.2b. ábrákon mindez gyönyörűen visszaköszön, a Kalman algoritmusok láthatóan rosszabbul alkalmazkodnak az ugráshoz, bár ezen kívül a két modell standard hibája közel azonos. A szűrők – érthetően – csak az ugrás után kezdenek alkalmazkodni, a simítók pedig átsimítják az együttható változását.

Összességében, diszkrét váltásnál a Markov modell gyorsabban reagál, de a Kalman-szűrő is használhatóan működik. Az OLS az előző esethez hasonlóan nagy bizonytalansággal kezd, jól követi a konstans 0.3-at, majd a váltás után fokozatosan – nagyon lassan alkalmazkodik. A simított OLS becslés pedig jól láthatóan a két együttható-érték átlagát adja, ami nem meglepő, hiszen a törés épp a felező időpontban következett be.

- **(A3) Lineáris trend az együtthatóban,** értéke a mintában folyamatosan 0.2-ről 0.9-re változik. A I.3a.-I.3b. ábrák tanúsága szerint az OLS képtelen követni a változást, hiszen kiátlagolja a múltbéli β_t -ket. A Kalman algoritmusok ellenben alacsony bizonytalansággal pontosan képesek jó becslést adni a lineáris változásra. Figyeljük meg a szűrő alkalmazkodását a kezdő 0.5-ös értékről. A simító már jobban közelíti ezen a kezdeti szakaszon is az együtthatót, de az induló becsléshez való „húzás” itt is látszik.

A Markov modellek itt már nehezebb helyzetben vannak, hiszen az ML módszer két rögzített β állapotot tud csak kijelölni. Ezek az állapotok logikusan jelölődnek ki a növekvő lineáris szakasz első és harmadik negyedéhez, a szűrő és simító pedig – nagyjából középen – átvált a felső rezsimre, ezt láthatjuk az I.3b. ábrán. A másik panel szerint ez az átváltás eloszlik a minta közepén, így az egyedi eset hibája ellenére átlagosan jó becslést kapunk: egyrészt jó nagy standard hibával, másrészt pedig egyetlen becsléssel biztosan hibázni fogunk.

Ezt az esetet összefoglalva, a Markov modell „lépcsősen” becsül különböző rezsimeket a folytonos váltás helyett, és a valószínűségek többnyire úgy alakulnak, hogy a súlyozott várható érték nem folytonosan, hanem hirtelen vált át egyik rezsimből a másikba. Lineáris és ehhez hasonló folytonos változás esetén tehát érdemes a nagyon jó követési tulajdonságokkal rendelkező Kalman szűrőt választani.

- **(A4) Szinuszoid mozgás az együtthatóban,** β_t a mintában egy teljes periódusnyi szinusz hullámot végez, melynek középpértéke és amplitúdója rendre 0.5 és 0.3. Ez az eset jellegében nagyon közel áll az előzőhöz, hiszen itt sem véletlenek az együttható megváltozásai. Ennek megfelelően a megfigyelésünk is

hasznos: a Markov modell legfeljebb átlagosan ad jó becslést, az OLS kiátlagol, a Kalman-szűrő viszont helyesen követi az együtttható mozgását. Figyeljük meg a I.4a.-I.4b. ábrákon (és akár az előző, lineáris esetről is), hogy a Kalman-szűrő várhatóan némi késéssel követi csak a mozgást; ez egy általánosan megfigyelhető jelenség, amelynek az oka az, hogy az algoritmus egyre csökkenő súllyal, de figyelembe veszi az elmúlt megfigyeléseket. A simító természetesen már nem esik ebbe a hibába.

- **(A5) Az együtttható egységek folyamatot követ**, melynek kiinduló értéke 0.5. Ez az eset láthatóan a Kalman-szűrő terepe, hiszen tökéletesen megegyezik annak a feltevésével, míg a másik oldalon előre látható, hogy a Markov-modell vagy az OLS becslésének jósága itt esetleges, nagyban függhet a folyamat mintabeli alakulásától. Az I.5a.- I.5b. ábrákon lévő realizációból az előző két esethez hasonlóan következtethetünk: bár a Markov modell szabadsága jóval kisebb, itt is megfelelően választja ki a rezsimeket és vált közöttük.

A szimuláció első részének összefoglalásul tekintsünk az átlagos négyzetes hibákat összegző I.1. táblázat (A) paneljére! Elsőként szögezzük le, hogy az OLS szűrő produkálta a legrosszabb eredményt, ami részben a tényleges alkalmatlanságának, részben pedig a nagy kezdeti bizonytalanságának köszönhető. Az OLS simító – azaz teljes mintás konstans együttthatós becslés – hibaszintjei viszont már nem kirívóan rosszak: ezek egyfajta etalont jelenthetnek, hiszen ezt tudjuk elérni időben állandó, az együtttható-sorozatot valójában kiátlagoló becsléssel.

A Kalman és Markov modellek esetében megállapíthatjuk, hogy azokban az esetekben, ahol a feltevések megegyeznek az adott modell feltevésével, (i) a simítóeljárás jobb eredményt produkál a szűrőnél, és (ii) az adott modell jobban működik a másikkal. A fentiekben részletesen leírtuk, hogy melyik eset melyik modell feltételrendszerének kedvez jobban, és mindezek a tapasztalt hibákban is visszaköszönnek, ami nem meglepő. Ahogyan az sem meglepő, hogy félrespecifikálás hiányában az a jobb eljárás, ami az adott pillanatban „jövőbe lát”, tehát ismeri az összes adatpontot. Ne feledkezzünk el viszont arról sem, hogy valós idejű alkalmazásban csak a szűrt eredmények állnak rendelkezésre!

Vizsgáljuk meg most az FLS becsléseket! Először is, az optimálisnak számított μ paraméter is kicsivel rosszabb eredményeket ad a Kalman szűrőnél, amit a zavaró γ_t folyamat β_t -től különböző szórása okoz, ezt jól láthatjuk az utolsó, egységgyök-folyamatos esetben, ahol mind a szórásbeli, mind az RMSE-beli különbségek kicsik. Az eltérő szórású együtttható-sorozatok tehát a valóságban is némileg megzavarják az FLS módszert. A súlyparaméter beállítására való robusztusságot vizsgálva pedig azt kapjuk, hogy az eredmény μ megváltoztatásával bár romlik, még mindig jobb az OLS simító etalonjánál. Ez az eredmény egyrészt megfelel *Kladroba* [2005] vizsgálatának – hiszen nem is kevésszer létezik olyan realizáció, ahol valamely FLS megveri a Kalman-szűrőt, másrészt viszont ellentmond *Darvas és Varga* [2012] vizsgálatának, hiszen nálunk az FLS egyszer sem tudott nyerni. Valószínűleg ott az együtttható-folyamatok szórásai kellően közel álltak egymáshoz ahhoz, hogy az FLS valamely súlyparaméterre *átlagosan* is jobb legyen – a valóságban azonban ezt nagyon nehéz garantálni.

További esetek eredményei. Az alapesetből származtatott (B-E) esetekben minden becslésnek továbbra is a fentiekhez hasonlóan sikerült követni a valós együttthatót, így itt ábrákat nem érdemes mutatnunk, hiszen azok nagyon hasonlóak az alapesetbeliekhez. Itt leginkább az I.1. táblázat RMSE-adatait vizsgáljuk (a bal panelen), illetve azt, hogy adott módszer adott együtttható-folyamaton mennyit javított vagy rontott alapesetbeli önmagához képest (a jobb panelen).

- **(B) Heteroszkedasztikus eset.** Ez az eset minden módszernek nehézséget jelent, de nem egyenletesen. Az eloszlásra erősen támaszkodó Markov-modell sokat bukik, a Kalman-szűrő is rosszabb az (A) esetnél, de csak mérsékelten, és a különböző együtttható-feltevéseken nagyon egyenletes a teljesítménye – ő mutatkozik ez esetben a legjobbnak. Az FLS nagyon hektikus, diszkrét ugrásnál és egységgyök-folyamatnál is rengeteget romlik, ami azt sugallja, hogy a heteroszkedaszticitást csak folytonos együtttható-folyamatoknál tudja jól kezelni.
- **(C-D) Normalitás feladása.** Az eredmény azt mutatja, hogy a módszerek jósága figyelemreméltóan invariáns arra, ha a hibatagjaink normális eloszlását más, erősen csúcsos, vagy nagyon kevésbé csúcsos eloszlásra cseréljük le. Egyedül a Markov-modell szenved meg a csúcsos eloszlást, ennek az az oka, hogy a hibatag egy-egy extrém értékét a modell rezsimváltásnak értékeli, átcsúszik a

hamis rezsimbe, és onnét már nehezebben jön vissza akkor is, ha valójában nem történt rezsimváltás. Ezzel a két esettel empirikusan is igazoltuk, hogy a Kalman-szűrő invariáns a hibatagok eloszlására.

- **(E) Másik együtttható zavarása.** Mindkét hivatkozott szimulációs vizsgálat mutat olyan esetet, ahol a becslés a regressziós egyenlet egy másik változójának a megváltozása miatt romlik el hirtelen, majd araszol vissza újra a valós folyamat közelébe. Ez a tapasztalat azt mutatja, hogy az időben változó paraméterű módszerek nehezen tudják egymástól elválasztani a különböző együttthatók megváltozását, ezt vizsgáljuk ebben az esetben. Szimulációnkban a Markov-modell alig romlott, ami érthető, hiszen a zavarás nem volt akkora, hogy a diszkrét becsléseket elrontsa; viszont a többi módszer érezhetően rosszabbul teljesít. A Kalman-szűrő egyenletesen romlik, az FLS teljesítménye pedig nagyon hektikus – ez azzal magyarázható, hogy ebben az esetben megváltozik az együtttható-folyamatok differenciáinak szórása, és így az alkalmazandó súlyparaméter is. Valamely FLS átlagosan is megveri a Kalman-szűrőt, feltehetőleg a már említett numerikus optimalizációs probléma miatt, egy adott gyakorlati problémánál azonban nehéz volna megmondani, éppen milyen súlyparamétert kell ehhez használnunk.

Összefoglalva a négy származtatott esetben tapasztaltakat, az egyes jelenségeket az egyes módszerek konstrukciójából meg tudtuk magyarázni. A Kalman-szűrő előnyt mutatott az FLS-sel szemben, mivel egyenletesen és összességében jobban teljesített az egyes esetekben, mindannak ellenére, hogy létezett olyan környezet, ahol az FLS kerekedett felül. Mindazonáltal egy szimulációs környezetben nehéz bemutatni a Kalman-szűrőt sújtó optimalizációs nehézségeket, így nem mondunk ellent sem *Kladroba* [2005], sem *Darvas* és *Varga* [2012] szimulációs eredményeinek. Összességében nehéz bármelyiküket is kizárólagos nyertesnek kikiáltani, érdemes inkább arra fókuszálni, mikor melyiket érdemes használni. Sok gyakorlati probléma alapvetően olyan, hogy az ismeretlen együtttható változékonysága beépített szabadságfok (lásd például a NAIRU feladatot a III. fejezetben), ekkor valójában korlátozás nélkül használható az FLS, hiszen a súlyparamétert mindenképp meg kell adnunk, és ezzel megkerülhetjük az ML nehézségeit. Más esetben viszont nehéz jól

indokolható súlyparamétert találni, viszont az adatokból lehetséges a változékonyság mértékére következtetni, ezzel alátámasztva a Kalman-szűrő alkalmazását.

I.6 Összefoglalás

Tanulmányunkban az időben változó együtthatójú lineáris regresszióra felírt Kalman-szűrőt, a rugalmas legkisebb négyzetek módszerét és a Markov rezsimműtós modellt hoztuk közös keretbe és hasonlítottuk őket össze elméletben és gyakorlatban. A Kalman-szűrő egy olyan algoritmikus frissítő eljárás az állapot-tér modell állapotváltozójának becslésére, amely négyzetes értelemben optimális mind a megfigyelések, mind az állapotvektor valódi értékektől vett eltérése szempontjából. A rugalmas legkisebb négyzetek módszere ugyanebben az állapot-tér keretben, ugyanúgy az állapotváltozó becslésére szolgál, a célfüggvénye azonban a közönséges legkisebb négyzetek módszerének egy logikus továbbgondolása: a „szokásos” eltérésnégyzetek mellett egy dinamikus tagot is tartalmaz, amely az állapotvektor időbeli változásának varianciáját kontrollálja. A célfüggvény az OLS-hez hasonlóan konkrét eloszlási feltevések nélkül optimalizálható, és az is igazolható, hogy néhány korlátozás figyelembe vételével a Kalman-szűrővel azonos eredményre jut.

A Markov rezsimműtós modell alapjaiban hasonló az állapot-térhez, a látens állapotváltozó azonban itt diszkrét értékeket vehet fel, amelyeknek az egymásba való átmenete Markov láncot alkot. A megfigyelések feltételes sűrűségfüggvényének ismeretében adhatunk szűrőeljárást az állapotvektor becslésére, itt tehát nem kerülhetjük el az eloszlási feltevéseket a megfigyelt változókra vonatkozóan. Mind a Kalman-szűrőt, mind a Markov szűrőt alkalmazhatjuk együtt a maximum likelihood módszerrel, amely a modellek gyakorlatilag bármely paraméterét ki tudja becsülni.

A tanulmány gyakorlati része regressziókat szimulált, majd becsült vissza a rögzített minta-kezdőpontú OLS, FLS, Kalman-szűrő és a Markov modell segítségével. Az eredmények szerint egyrészt az időben változó együtthatóra vonatkozó feltevéstől függően az a modell teljesített jobban, amelynek a feltételei közelebb állnak az együtthatóéhoz, másrészt a simítóeljárások jobb eredményt érnek el a szűrőeljárásoknál. A Kalman-szűrő vagy FLS vitában újabb érdekes eseteket adunk hozzá a *Kladroba*

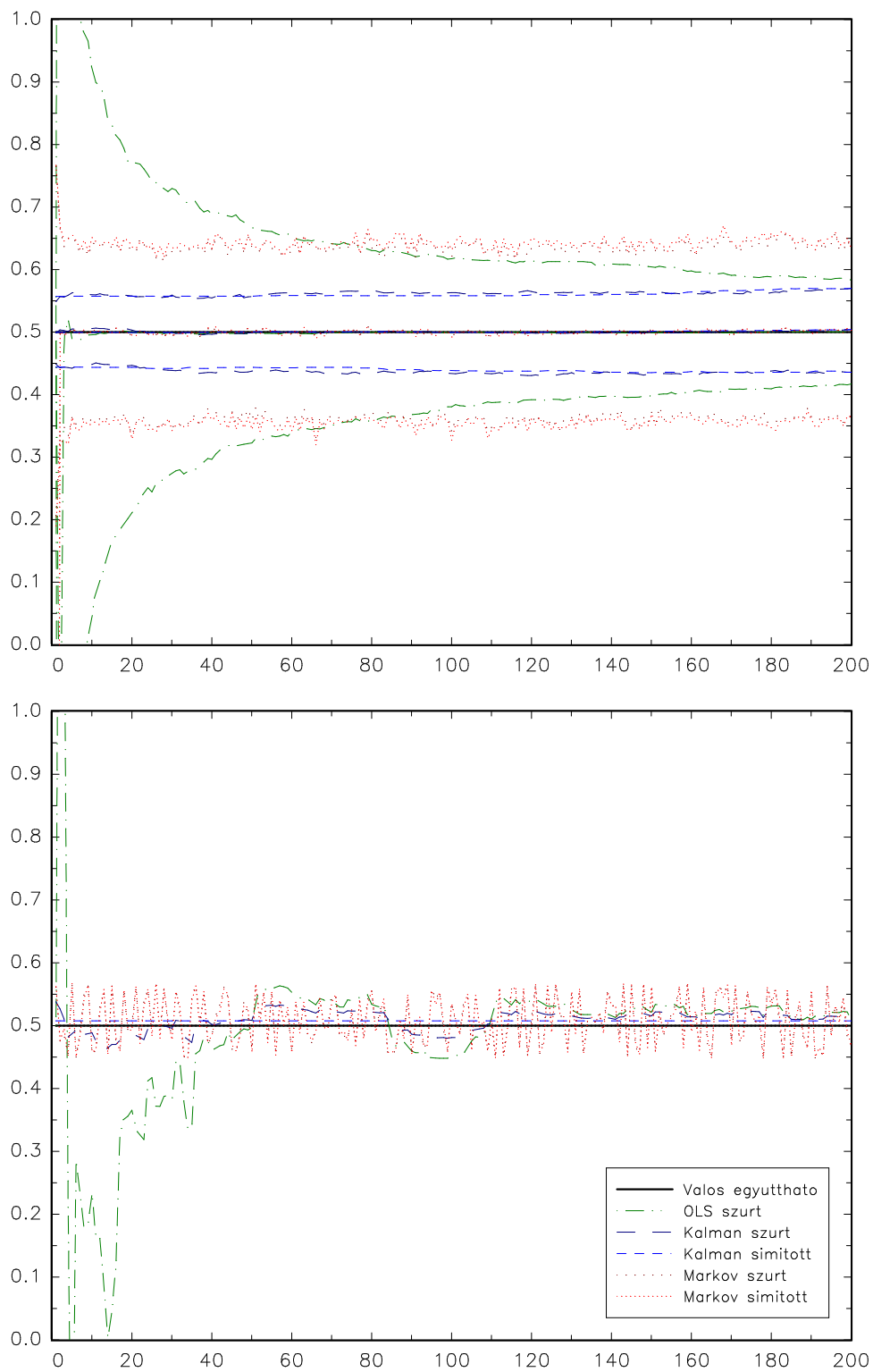
[2005] és *Darvas–Varga* [2012] által fémjelzett irodalomhoz, az eredmények a Kalman-szűrő felé húznak, összességében azonban van olyan alkalmazás, ahol az FLS-t lehet érdemes használni a becslései változékonyságának állíthatósága, valamint numerikus optimalizációt nem igénylő volta miatt.

Táblázatok és ábrák

Modellfeltevések Feltevések β_i -re	Alapeset (A)				
	Konstans	Diszk ugr	Lin trend	Színuszoid	Egységgyökök
OLS szűrő	59%	63%	51%	56%	42%
OLS simító	4%	21%	21%	22%	18%
FLS szűrő $\mu_{opt}/10$	7%	16%	10%	11%	21%
FLS simító $\mu_{opt}/10$	6%	12%	8%	9%	15%
FLS szűrő μ_{opt}	3%	12%	13%	15%	15%
FLS simító μ_{opt}	3%	9%	10%	13%	12%
FLS szűrő $\mu_{opt} \times 10$	1%	13%	18%	19%	15%
FLS simító $\mu_{opt} \times 10$	1%	11%	16%	18%	14%
Kalman szűrő	4%	10%	9%	9%	13%
Kalman simító	3%	8%	7%	7%	10%
Markov szűrő	8%	8%	13%	12%	14%
Markov simító	8%	7%	13%	12%	14%
Modellfeltevések Feltevések β_i -re	Heteroszkedasztikus eset (B)				
	Konstans	Diszk ugr	Lin trend	Színuszoid	Egységgyökök
OLS szűrő	42%	35%	207%	46%	40%
OLS simító	6%	22%	22%	23%	19%
FLS szűrő $\mu_{opt}/10$	12%	25%	14%	14%	32%
FLS simító $\mu_{opt}/10$	9%	19%	11%	11%	24%
FLS szűrő μ_{opt}	5%	25%	14%	14%	32%
FLS simító μ_{opt}	5%	19%	11%	11%	24%
FLS szűrő $\mu_{opt} \times 10$	2%	25%	18%	14%	32%
FLS simító $\mu_{opt} \times 10$	2%	19%	16%	11%	24%
Kalman szűrő	3%	13%	12%	12%	16%
Kalman simító	4%	12%	11%	10%	14%
Markov szűrő	15%	18%	19%	19%	19%
Markov simító	16%	17%	19%	19%	19%
Modellfeltevések Feltevések β_i -re	Heteroszkedasztikus eset (B)				
	Konstans	Diszk ugr	Lin trend	Színuszoid	Egységgyökök
OLS szűrő	-17%	-28%	156%	-10%	-2%
OLS simító	2%	1%	1%	1%	1%
FLS szűrő $\mu_{opt}/10$	4%	9%	3%	3%	11%
FLS simító $\mu_{opt}/10$	4%	7%	3%	3%	8%
FLS szűrő μ_{opt}	2%	13%	0%	-1%	17%
FLS simító μ_{opt}	2%	10%	1%	-1%	12%
FLS szűrő $\mu_{opt} \times 10$	1%	12%	0%	-5%	17%
FLS simító $\mu_{opt} \times 10$	1%	8%	0%	-7%	10%
Kalman szűrő	0%	3%	3%	3%	3%
Kalman simító	0%	3%	3%	3%	4%
Markov szűrő	7%	9%	6%	7%	5%
Markov simító	8%	10%	6%	7%	6%
Modellfeltevések Feltevések β_i -re	t - eloszlás eset (C)				
	Konstans	Diszk ugr	Lin trend	Színuszoid	Egységgyökök
OLS szűrő	206%	36%	44%	146%	44%
OLS simító	4%	21%	21%	22%	19%
FLS szűrő $\mu_{opt}/10$	7%	16%	10%	11%	21%
FLS simító $\mu_{opt}/10$	6%	12%	8%	9%	15%
FLS szűrő μ_{opt}	3%	12%	13%	15%	15%
FLS simító μ_{opt}	3%	9%	10%	13%	12%
FLS szűrő $\mu_{opt} \times 10$	1%	13%	18%	19%	15%
FLS simító $\mu_{opt} \times 10$	1%	11%	16%	18%	14%
Kalman szűrő	4%	10%	9%	9%	13%
Kalman simító	3%	8%	7%	6%	10%
Markov szűrő	17%	10%	14%	13%	17%
Markov simító	17%	8%	14%	13%	16%
Modellfeltevések Feltevések β_i -re	t - eloszlás eset (C)				
	Konstans	Diszk ugr	Lin trend	Színuszoid	Egységgyökök
OLS szűrő	147%	-27%	-7%	90%	1%
OLS simító	0%	0%	0%	0%	0%
FLS szűrő $\mu_{opt}/10$	0%	-1%	0%	0%	0%
FLS simító $\mu_{opt}/10$	0%	0%	0%	0%	0%
FLS szűrő μ_{opt}	0%	0%	0%	0%	0%
FLS simító μ_{opt}	0%	0%	0%	0%	0%
FLS szűrő $\mu_{opt} \times 10$	0%	0%	0%	0%	0%
FLS simító $\mu_{opt} \times 10$	0%	0%	0%	0%	0%
Kalman szűrő	0%	0%	0%	0%	0%
Kalman simító	0%	0%	0%	0%	0%
Markov szűrő	9%	2%	1%	1%	3%
Markov simító	9%	1%	1%	1%	3%
Modellfeltevések Feltevések β_i -re	Egyenletes eloszlás eset (D)				
	Konstans	Diszk ugr	Lin trend	Színuszoid	Egységgyökök
OLS szűrő	27%	51%	44%	47%	100%
OLS simító	4%	21%	21%	22%	18%
FLS szűrő $\mu_{opt}/10$	7%	16%	11%	12%	21%
FLS simító $\mu_{opt}/10$	6%	12%	8%	9%	15%
FLS szűrő μ_{opt}	3%	12%	13%	15%	15%
FLS simító μ_{opt}	3%	9%	10%	13%	12%
FLS szűrő $\mu_{opt} \times 10$	1%	13%	18%	19%	15%
FLS simító $\mu_{opt} \times 10$	1%	11%	16%	18%	14%
Kalman szűrő	4%	10%	9%	9%	12%
Kalman simító	3%	8%	7%	7%	10%
Markov szűrő	10%	8%	13%	12%	14%
Markov simító	10%	7%	13%	12%	13%
Modellfeltevések Feltevések β_i -re	Egyenletes eloszlás eset (D)				
	Konstans	Diszk ugr	Lin trend	Színuszoid	Egységgyökök
OLS szűrő	-32%	-12%	-8%	-9%	58%
OLS simító	0%	0%	0%	0%	0%
FLS szűrő $\mu_{opt}/10$	0%	0%	0%	0%	0%
FLS simító $\mu_{opt}/10$	0%	0%	0%	0%	0%
FLS szűrő μ_{opt}	0%	0%	0%	0%	0%
FLS simító μ_{opt}	0%	0%	0%	0%	0%
FLS szűrő $\mu_{opt} \times 10$	0%	0%	0%	0%	0%
FLS simító $\mu_{opt} \times 10$	0%	0%	0%	0%	0%
Kalman szűrő	0%	0%	0%	0%	0%
Kalman simító	0%	0%	0%	0%	0%
Markov szűrő	1%	0%	0%	0%	0%
Markov simító	1%	0%	0%	0%	0%
Modellfeltevések Feltevések β_i -re	Másik együttható zavarása (E)				
	Konstans	Diszk ugr	Lin trend	Színuszoid	Egységgyökök
OLS szűrő	30%	47%	86%	67%	44%
OLS simító	9%	24%	25%	26%	21%
FLS szűrő $\mu_{opt}/10$	15%	17%	14%	13%	22%
FLS simító $\mu_{opt}/10$	11%	12%	11%	8%	16%
FLS szűrő μ_{opt}	19%	13%	14%	17%	18%
FLS simító μ_{opt}	17%	9%	14%	16%	13%
FLS szűrő $\mu_{opt} \times 10$	11%	16%	8%	15%	21%
FLS simító $\mu_{opt} \times 10$	14%	14%	16%	20%	17%
Kalman szűrő	5%	14%	12%	14%	18%
Kalman simító	4%	11%	10%	11%	16%
Markov szűrő	6%	7%	13%	12%	19%
Markov simító	6%	7%	13%	12%	19%
Modellfeltevések Feltevések β_i -re	Másik együttható zavarása (E)				
	Konstans	Diszk ugr	Lin trend	Színuszoid	Egységgyökök
OLS szűrő	-29%	-16%	34%	12%	2%
OLS simító	5%	3%	3%	3%	3%
FLS szűrő $\mu_{opt}/10$	7%	1%	3%	1%	1%
FLS simító $\mu_{opt}/10$	5%	1%	3%	0%	1%
FLS szűrő μ_{opt}	16%	1%	1%	2%	3%
FLS simító μ_{opt}	14%	0%	4%	3%	1%
FLS szűrő $\mu_{opt} \times 10$	10%	3%	-10%	-4%	6%
FLS simító $\mu_{opt} \times 10$	13%	3%	0%	2%	3%
Kalman szűrő	1%	4%	4%	5%	6%
Kalman simító	1%	3%	3%	4%	6%
Markov szűrő	-2%	-1%	0%	0%	5%
Markov simító	-2%	0%	0%	0%	5%

I.1. táblázat – A visszabecslések átlagos RMSE értékei az 5 eset 5-féle szimulációjában

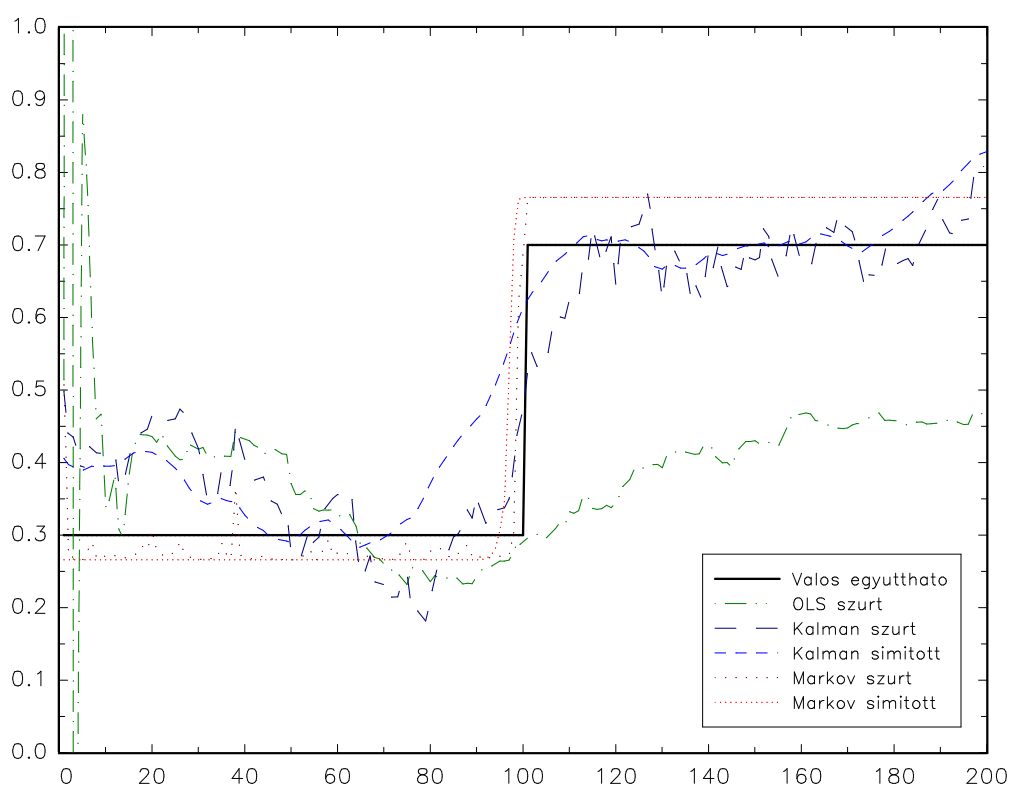
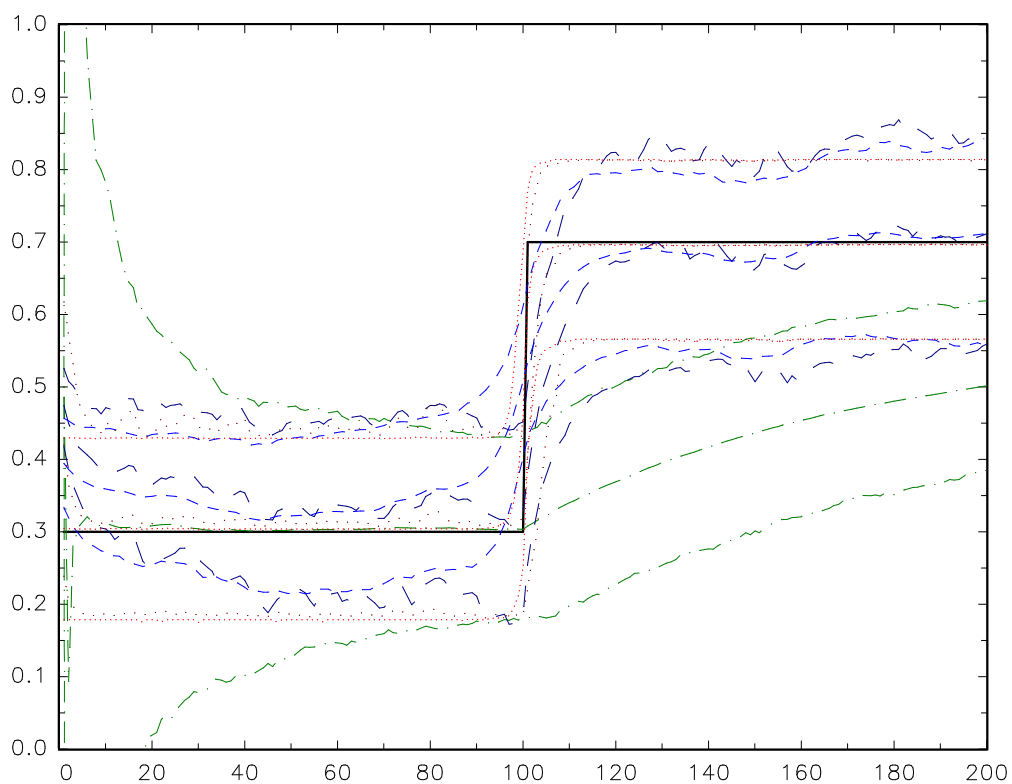
Átlagos RMSE értékek (bal panel), és az (A) alapesethez képesti RMSE eltérések (jobb panel)



I.1a – b. ábrák – OLS, Kalman és Markov becslések, (A1), időben konstans együttható, $\beta_t = 0.5$

Fent 1000 realizáció átlagos becslése látható 5 és 95%-os kvantilisekkel,

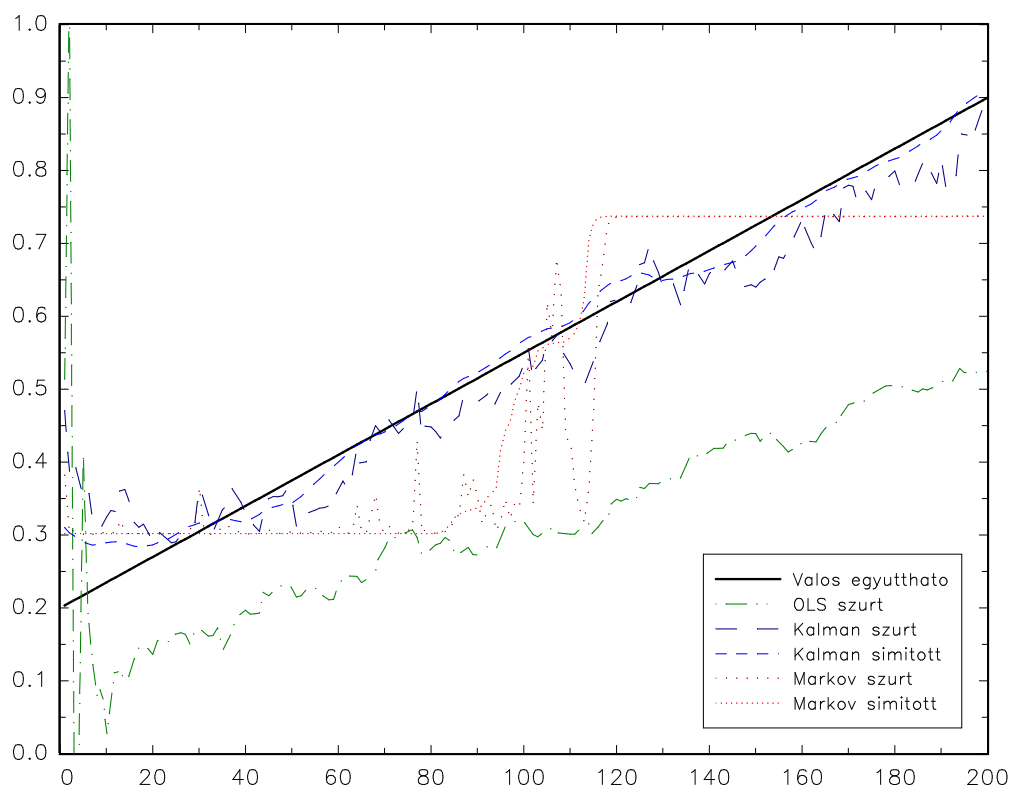
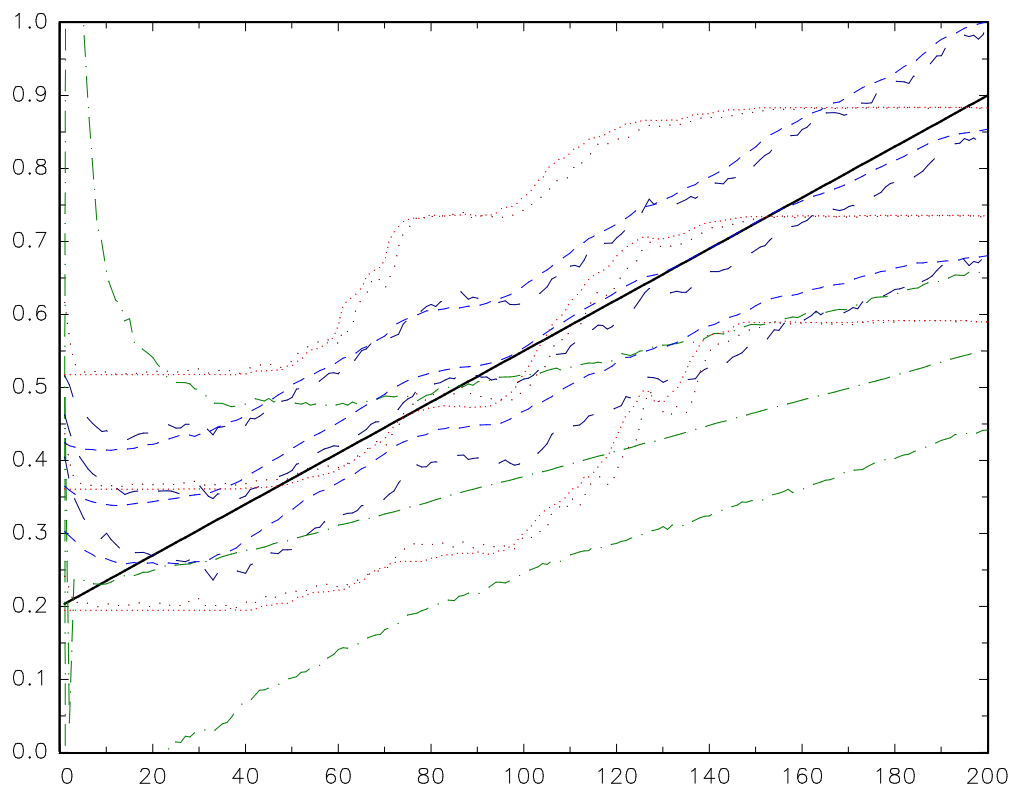
lent egyetlen realizáció becslései.



I.2a – b. ábrák – OLS, Kalman és Markov becslések

(A2) diszkrét törés az együtthatóban, $\beta_t = 0.3(t \leq 100) + 0.7(t > 100)$

Fent 1000 realizáció átlagos becslése látható 5 és 95%-os kvantilisekkel,
lent egyetlen realizáció becslései.

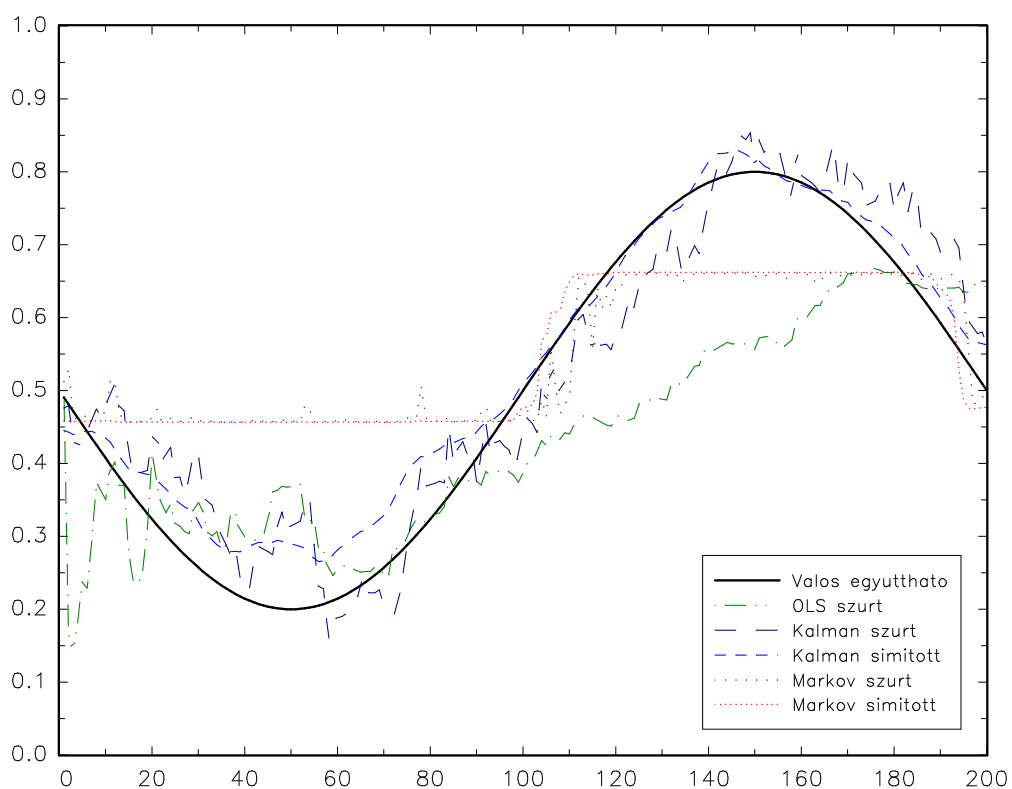
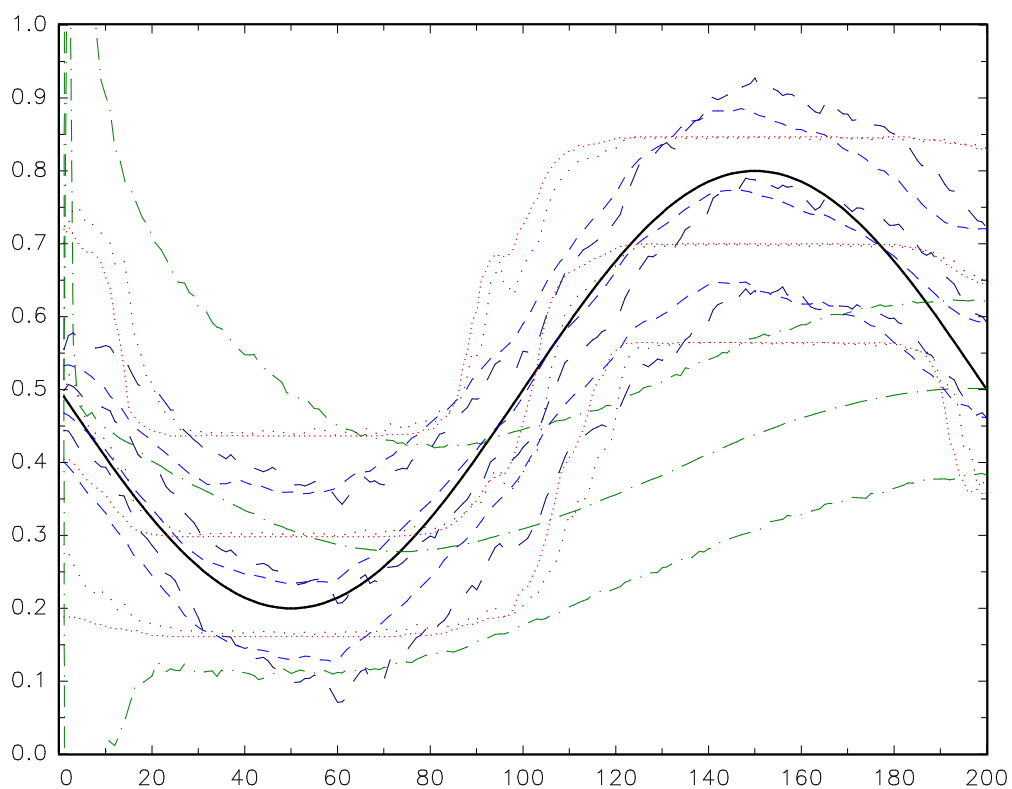


I.3a – b. ábrák – OLS, Kalman és Markov becslések

(A3) lineáris trend az együtthatóban, $\beta_t = 0.2 + 0.7(t/200)$

Fent 1000 realizáció átlagos becslése látható 5 és 95%-os kvantilisekkel,

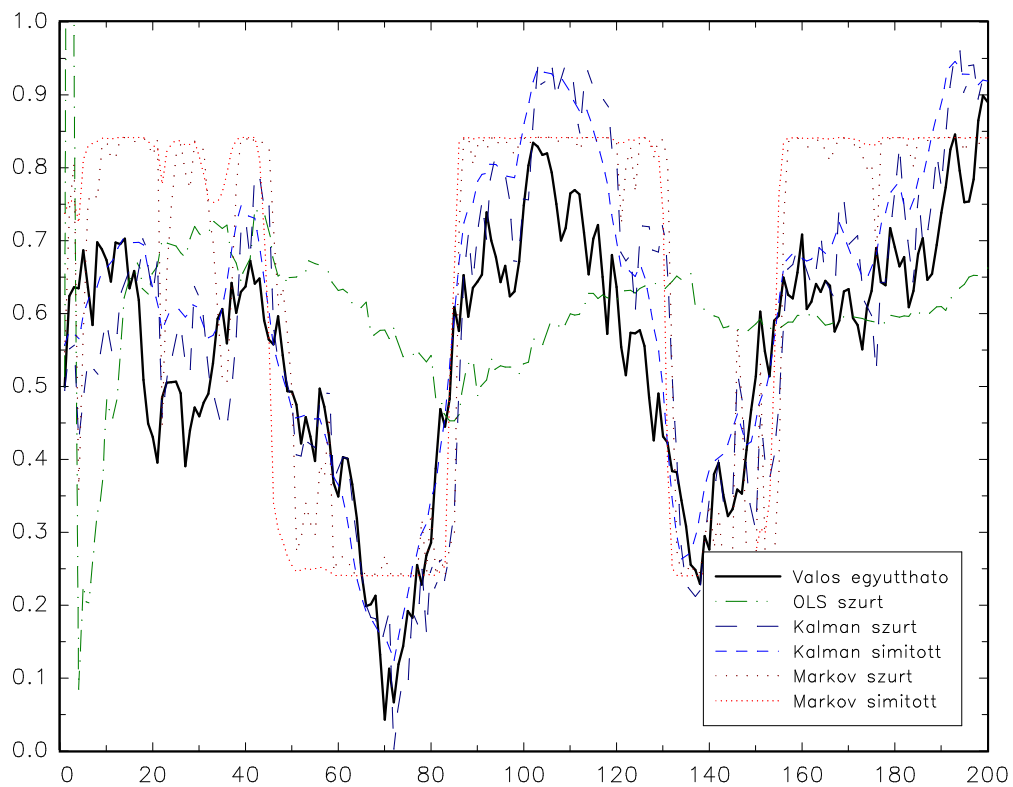
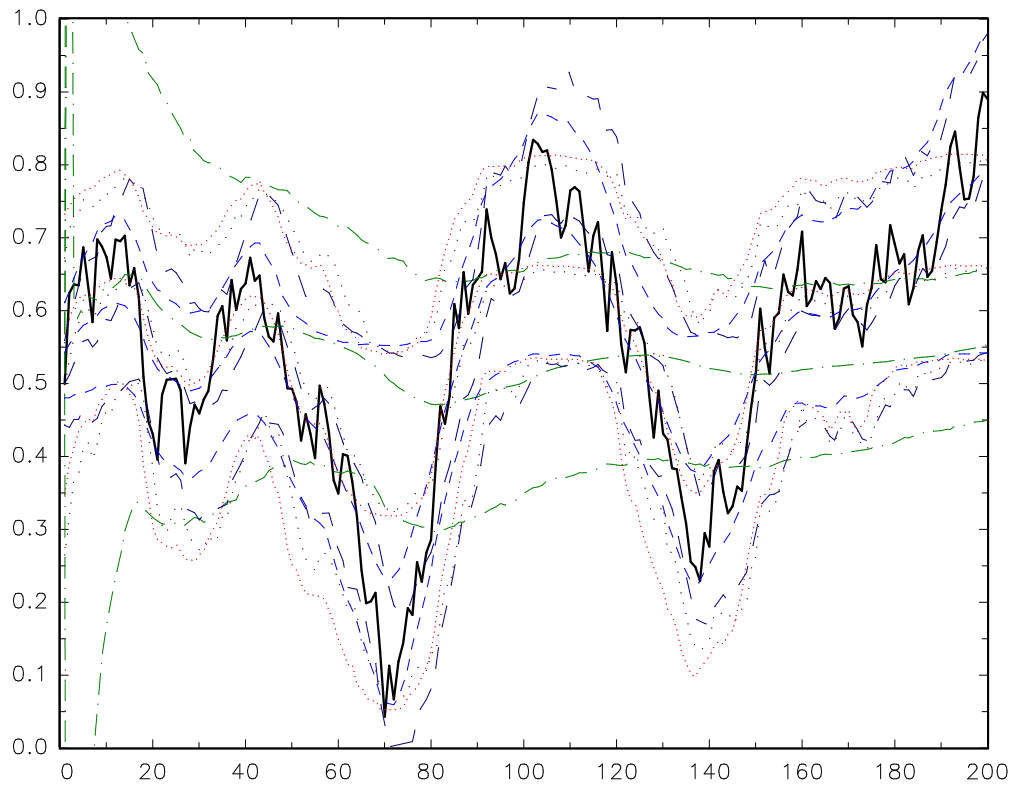
lent egyetlen realizáció becslései.



I.4a – b. ábrák – OLS, Kalman és Markov becslések

(A4) szinuszoid mozgás az együtthatóban, $\beta_t = 0.5 - 0.3 \sin(2\pi t/200)$

Fent 1000 realizáció átlagos becslése látható 5 és 95%-os kvantilisekkel,
lent egyetlen realizáció becslései.



I.5a – b. ábrák – OLS, Kalman és Markov becslések

(A5) egységgyök az együtthatóban, $\beta_t = \beta_{t-1} + 0.05\varepsilon_t$, ahol $\varepsilon_t \sim N(0,1)$

Fent 1000 realizáció átlagos becslése látható 5 és 95%-os kvantilisekkel,

lent egyetlen realizáció becslései.

II. FEJEZET

Az inflációs perzisztencia alakulása Közép- és Kelet-Európában⁹

Ez a fejezet időben változó paraméterű autoregressziós modellekkel vizsgálja 12 közép- és kelet-európai ország inflációs perzisztenciájának alakulását, összevetve azokat az Egyesült Államok és az euróövezet adatsoraival. Az inflációs perzisztencia jellemzően magasabb, amikor az infláció is magas, értéke az USA-ban és az euróövezetben az olajárrobbanások óta trendszerűen csökkent. A kelet- és közép-európai országok nagy többségében a perzisztencia csökkenése figyelhető meg az 1995-2012-ig terjedő mintaidőszak alatt; a kivételt ez alól Csehország, Szlovákia és Szlovénia jelenti, ahol a perzisztencia meglehetősen stabilnak tűnik. Eredményeink jelentőséggel bírnak a monetáris politika vitele és az euróövezethez való csatlakozás szempontjából is. Vizsgálatunk azt is alátámasztja, hogy egy autoregresszió OLS becslése jellemzően felfelé torzított a paraméter időbeli átlagához képest, amennyiben a paraméterek időben változnak.

II.1 Bevezetés

Az infláció gyakran van kitéve különböző makroökonómiai sokkoknak, amelyek eltérítik azt saját hosszú távú átlagától, amit általában a központi bank inflációs céljával azonosítunk. Ezen sokkok lehetnek perzisztensek illetve rendelkezhetnek perzisztens – azaz állandó, hosszútávon fennmaradó – hatásokkal az inflációra, mint például a nominális merevségek. Az adódó sokkok, illetve az infláció átlagától vett eltérésének perzisztenciája, annak mértéke fontos szerepet játszik a központi bank számára, hiszen elsődleges feladata az árstabilitás elérése. Az infláció sokk utáni átlaghoz való visszatérése jellemezhető annak sebességével – minél nagyobb ez a sebesség, annál egyszerűbb a központi banknak az árstabilitást elérnie. Maga a perzisztencia nem más,

⁹ A fejezet a *Darvas–Varga* [2014] tanulmány magyarra fordított és szerkesztett változata. A szerzők köszönettel tartoznak David I. Harvey-nak a *Harvey, Leybourne és Taylor* [2006] tanulmány statisztikai tesztjeit számoló GAUSS programkódjáért.

mint ennek a konvergencia-sebességnek egy, az inflációt leíró modell impulzus-válasz függvényének tulajdonságaira alapozott mértéke.

Az inflációs perzisztenciát modellek egész skálájával tanulmányozták, egyszerű autoregresszióktól kezdve egészen a jól strukturált dinamikus általános egyensúlyi modellekig. Egyváltozós autoregressziók használatakor sok szerző nagyon magas perzisztenciát talált, az Egyesült Államok és az euróövezet világháború utáni, nagyjából 50 évnyi inflációs adatsoraira nem is igazán tudták elutasítani az egységgyök nullhipotézisét. Későbbi tanulmányok azt találták, hogy az inflációs idősorok több strukturális töréssel is rendelkeznek, és ezek nagy része jól magyarázható néhány diszkrét történelmi eseménnyel, mint például a 70-es évek olajválságai. A törések által meghatározott rész-időszakokban már szignifikánsan alacsonyabb perzisztencia mérhető, főleg a legutóbbi néhány évtizedben. Lehetséges tehát, hogy az inflációs perzisztencia időben változik.

Alapvetően, az inflációs perzisztencia változása az alábbi öt jelenségnek lehet az eredménye:

- az inflációs sokkok típusa megváltozik;
- az inflációs sokkok perzisztenciája megváltozik;
- a monetáris politika válaszfüggvénye megváltozik;
- a gazdaság reakciójának a módja változik meg az inflációs sokkokra, illetve a monetáris politikai stimulusokra;
- valamint annak a következménye is lehet, hogy egy egyébként nemlineáris struktúrát lineáris modellel közelítenek, ekkor még ha a nemlineáris adatgeneráló folyamatban állandók is a paraméterek (és így a perzisztencia is), a lineáris közelítésben már nem feltétlenül lesz az.

Egy különböző mintákon becsült egyváltozós autoregresszív modell nem tud különbséget tenni a fenti alternatívák között. Hasonlóan, egy időben változó együtthatójú autoregresszió sem képes erre, viszont sokkal pontosabb betekintést adhat a perzisztencia változásának folyamatába, valamint alátámaszthatja a törések erősségét és időpontját. *Cogley–Sargent* [2001, 2005], *Dossche–Everaert* [2005], valamint

Pivetta–Reis [2007] is időben változó együttthatójú modelleket használtak az Egyesült Államok és/vagy az euróövezet inflációs idősoraira.¹⁰

Bár az euróövezet és az USA inflációs perzisztenciájára irányuló vizsgálatok különösen nagy figyelmet kaptak a közelmúltban,¹¹ a közép- és kelet-európai országokra alig található néhány kutatás. *Cuestas és Harrison* [2010] például öt különböző egységgyök-tesztet alkalmaz 12 közép és kelet-európai ország vonatkozásában 1994-2007-ig tartó mintán, míg *Ackrill és Coleman* [2012] 12 ország 1994-2011-ig tartó mintáján végez egységgyök- és frakcionális integrációra vonatkozó tesztek.

Mindkét tanulmány amellet érvel, hogy az általuk alkalmazott tesztek segítségével következtethetünk az inflációs perzisztenciára. Ez azonban csak részben helytálló: egyrészt igaz, hogy az inflációs idősorban talált egységgyök teljes perzisztenciát jelez (azaz minden sokk teljes mértékben beépül a folyamatba), másrészt viszont, az egységgyök elutasítása nem ad további információt a perzisztencia természetéről. *Franta, Saxa és Smidkova* [2007] ennél ésszerűbb megoldást választ: *Dossche és Everaert* [2005] alapján az inflációs perzisztencia mértékét időben változó átlag feltevése mellett becsli négy közép-európai országra 1993-2006-ig. Mi azonban amellet érvelünk, hogy mivel egy-egy ökonometriai vizsgálat tipikusan hosszú időszakokat ölel fel, magát a perzisztenciát is szabadon kell engedni, azaz döntse el maga a becslés, milyen annak időbeli lefutása.

A közép- és kelet-európai országok inflációs perzisztenciájának megértése nem csak a központi bankok és azok monetáris politikája szempontjából bír kiemelkedő fontossággal, hanem a jövőbeli eurózóna tagságra nézve is lényeges: az euróövezethez hasonló perzisztenciával rendelkezés ugyanis kritikus lehet a közös monetáris politika hatékonyságára nézve. Az Európai Központi Bank (EKB) politikája kialakításakor az

¹⁰ *Dossche és Everaert* [2005] az infláció időben változó várható értékének feltevése mellett becsli Kalman-szűrő segítségével a modelljeit, a perzisztencia viszont állandó, azaz egy becsült paraméter.

¹¹ Az euróövezet központi bankjai a kiterjedt vizsgálat érdekében létre is hozták az ún. *Inflation Persistence Network* (IPN) kutatási platformot, és sok erőforrást szenteltek az inflációs perzisztencia vizsgálatára. Az IPN végső eredményeit *Altissimo, Ehrmann és Smets* [2006] foglalja össze. A szakirodalomban az a kérdés is nagy vitát generált, hogy vajon a háború utáni USA-ban csökkent-e az inflációs perzisztencia, ennek egy összefoglalásához lásd pl. *Pivetta és Reis* [2007] cikkét.

átlagot veszi majd figyelembe, így ha egy ország ettől magasabb perzisztenciával rendelkezik, akkor egy közös inflációs sokk után itt lassabban csökken majd vissza az infláció, mint az aggregált euróövezeti érték. Ez pedig azt a veszélyes helyzetet eredményezheti, hogy az EKB a lecsökkent aggregált infláció következményeként már a monetáris lazításnál tart, miközben az adott országban az infláció nem csökkent eléggé vissza, és a lazítás miatt továbbra is a magasban ragadhat.

A közép- és kelet-európai országok inflációs perzisztenciájának időben változó együttthatójú elemzése tehát elkerülhetetlennek tűnik.¹² Ezen országok lényeges strukturális váltáson mentek keresztül, amikor gazdaságukat és intézményrendszerüket lecserélték a szocialista berendezkedésről piacra. Az átalakulási folyamat nem hirtelen, hanem folytonosan ment végbe, és az országok gazdaságai vélhetően még jelenleg is gyorsabb ütemben változnak, mint a fejlett gazdaságok. Ezek szerint tehát meglehetősen nehéz volna olyan időpontot találni, amitől kezdve a paraméterek állandóságát már biztos alapokon feltehetnénk.

Ez a tanulmány a következő tizenkét közép- és kelet-európai ország inflációs perzisztenciáját vizsgálja időben változó paraméterű autoregressziós módszerekkel: Albánia, Bulgária, Csehország, Észtország, Horvátország, Lengyelország, Lettország, Litvánia, Magyarország, Románia, Szlovákia és Szlovénia. Összehasonlításképp vizsgáljuk az euróövezet és az Egyesült Államok adatsorait. Kétféle modellt alkalmazunk: egyrészt az állapotter-modellel és maximum likelihood technikán alapuló Kalman-szűrőt; másrészt a hasonló, de kevésbé ismert rugalmas legkisebb négyzetek módszerét (*Flexible Least Squares*, FLS), amit Kalaba és Tesfatsion [1988] vezetett be.

Korábbi tanulmányunkban (Darvas–Varga [2012]) szimulációs módszerekkel teszteltük a két módszer képességét autoregresszív modelleken, az együttthatók különböző adatgeneráló folyamatai mellett. Azt találtuk, hogy az együttthatók hirtelen változásait sem a Kalman-szűrő, sem az FLS nem képes visszaadni, de amikor azok folytonosan

¹² Az 1999 előtti euróövezeti adatok időben változó paraméterű modellekkel való vizsgálata is erősen indokolt. Az euróövezet ugyanis nem létezett 1999 előtt és a rá vonatkozó adatok az egyes tagországok adatainak aggregálásával készültek. Elég valószínű tehát, hogy ezek a konstruált idősorok strukturális töréseket tartalmaznak.

változnak – mint például lineárisan, szinuszoid mozgást vagy éppen egységgyök-folyamatot követve – akkor a 100-as súlyparaméterrel rendelkező FLS-simító meglehetősen jól működött, és még a Kalman-simítónál is pontosabb eredményt adott. A teljes mintát felhasználó simító módszerek érthető okokból jobban teljesítettek a csak elmúlt mintát felhasználó szűrő módszereknél, ezért a simító módszereket preferáljuk a szűrőkkel szemben. Alkalmazzuk tehát az FLS simító módszerét az említett 100-as súlyparaméterrel, de épp a súlyparaméter tetszőleges volta miatt, megerősítésként a Kalman-simító adta eredményeket is megvizsgáljuk.

A fejezet további része a következőképpen van szervezve. A 2. alfejezet röviden bemutatja az időben változó együtthatójú autoregressziót és felvázolja a Kalman-szűrőt és az FLS-t. A 3. alfejezetben leírjuk a használt adatokat. A 4. alfejezet bemutatja az empirikus eredményeket a tizenkettő közép- és kelet-európai ország, valamint az USA és az eurózána viszonylatában. Végül, fő eredményeinket az 5. alfejezetben foglaljuk össze.

II.2 Módszertan

E tanulmányban a Kalman-szűrőt (*Kalman* [1960]) és a kevésbé ismert rugalmas legkisebb négyzetek (FLS) módszerét (*Kalaba és Tesfatsion* [1988]) alkalmazzuk időben változó együtthatójú autoregressziók becsléséhez.

Az inflációs perzisztenciának különböző mértékei vannak (lásd pl. *Fuhrer* [2010]), amelyek közül a leggyakoribb az elsőrendű autoregresszió paramétere, vagy az autoregresszív paraméterek összege egy magasabb rendű autoregresszióban. Megengedjük a magasabb rendű modellt is, ahol az összes autoregresszív együttható változhat időben:

$$y_t = \rho_{0,t} + \rho_{1,t}y_{t-1} + \dots + \rho_{p,t}y_{t-p} + u_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (\text{II.1})$$

ahol y_t a megfigyelt változó, $\rho_{i,t}$ az időben változó autoregresszív paraméterek, végül pedig u_t a hibatag. A késleltetések optimális számát a Box–Pierce és Ljung–Box statisztikával határozzuk meg, és mivel negyedéves adatokat használunk, legfeljebb

másfél évnyi, azaz 6 késleltetést engedünk meg. Az inflációs perzisztencia t időpontbeli mértékét az autoregresszív együtthatók összegében határozzuk meg:

$$IP_t = \sum_{i=1}^p \rho_{i,t}, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (\text{II.2})$$

ahol tehát IP_t az inflációs perzisztencia időben változó mértéke.

Korábbi tanulmányunkban (*Darvas és Varga [2012]*) már bemutattuk a Kalman-szűrőt és az FLS módszert, valamint az időben változó paraméterek becslésére vonatkozó képességüket, így most csak röviden felvázoljuk a két módszert, az ismeretlenebb FLS-re koncentrálva.

Az FLS, avagy rugalmas legkisebb négyzetek módszere a lehető legkevesebb addicionális feltevés mellett oldja meg az időben változó együtthatójú regressziós problémát. Tegyük fel, hogy y_t egy idősor t időpontbeli realizációja, amelyre a következő modellt illesztjük:

$$y_t = x_t' \beta_t + u_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (\text{II.3})$$

itt $x_t = (x_{0,t}, \dots, x_{K-1,t})$ jelöli az ismert egzogén regresszorok $K \times 1$ méretű vektorát (ami tartalmazhatja y_t késleltetettjeit is), $\beta_t = (\beta_{0,t}, \dots, \beta_{K-1,t})$ pedig a becslendő ismeretlen együtthatók $K \times 1$ vektora, ami változik időben, végül pedig u_t a közelítési hiba.

A módszer két fő feltételezése a következő:

$$\beta_{t+1} - \beta_t \approx 0, \quad t = 1, 2, \dots, T-1 \quad (\text{II.4})$$

$$y_t - x_t' \beta_t \approx 0, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (\text{II.5})$$

Azaz, a (II.4) előzetes dinamikus specifikáció szerint az együtthatók vektora lassan változik időben, illetve a (II.5) előzetes mérési specifikáció szerint a regresszió reziduumaik kicsik. Az FLS módszer ötlete, hogy a fentiek szerint kétféle reziduális hibát rendel minden lehetséges együttható-sorozathoz. Négyzetes hibafüggvényt feltételezve a következőképpen írhatjuk fel a költségfüggvényt:

$$C(\{\beta_t\}, \mu, T) = \mu \sum_{t=1}^{T-1} (\beta_{t+1} - \beta_t)' (\beta_{t+1} - \beta_t) + \sum_{t=1}^T (y_t - x_t' \beta_t)^2, \quad (\text{II.6})$$

itt μ mutatja a súlyparamétert, ami meghatározza, hogy a kétféle reziduális hiba milyen egymáshoz képesti arányban kerüljön a veszteségfüggvénybe. Bármilyen adott $\mu > 0$ súlyparaméterre a fenti veszteségfüggvény minimalizálása $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_T$ szerint egyértelmű együtttható-sorozatot ad eredményül, tehát egy adott megfigyeléshalmazra végtelen számú FLS megoldás létezik a μ súlyparamétertől függően. Így a súlyparaméter megválasztása az FLS módszer egy lényeges része, hiszen a megfelelő együtttható sorozat valahol a teljesen erraticus ($\mu \rightarrow 0$) és a teljesen stabil ($\mu \rightarrow \infty$) – azaz OLS – megoldás között van.¹³

Az FLS és Kalman-szűrő között közeli kapcsolat van, ahogyan azt már *Kalaba és Tesfatsion* [1990] is leírta. A szerzők hangsúlyozzák, hogy a két módszer konceptuálisan eltérő problémát céloz meg, de azt is megmutatják, hogy a Kalman-szűrő predikciós-korrekciós egyenletei (az FLS-hez hasonlóan) levezethetők egyszerű intuitív költségminimalizálás elve mentén is, mindennemű valószínűségi feltevés nélkül.

Egy friss tanulmányban *Montana–Triantafyllopoulos–Tsagaris* [2009] új szemszögből mutatja meg ezt a kapcsolatot a két módszer között úgy, hogy az FLS-hez gyenge valószínűségi feltevéseket társít, a Kalman-szűrő eredeti erős valószínűségi feltevéseit pedig legyengíti. Konkrétan, mindkét esetben azt a közös feltevést teszi meg, hogy mind a megfigyelt változó viselkedését leíró megfigyelési egyenlet, mind pedig a látens együtttható viselkedését leíró állapotegyenlet hibatagjainak létezik véges első és második momentuma. Formálisan, a (II.4) és (II.5) dinamikus illetve mérési priorokat a következőképpen alakítja át:

¹³ Ha a súlyparaméter a nullához közelít, a költségfüggvény egyáltalán nem helyez súlyt a dinamikus priorra, így teljes egészében a mérési hibát fogjuk minimalizálni. Ezzel olyan megoldás-sorozatot kapunk, ahol az egymás utáni értékek különbsége egyáltalán nem lesz lényeges, csak az illeszkedés. A másik oldalon, ha μ tetszőlegesen nagy, a költségfüggvény minden súlyt a dinamikus priorra helyez, így a megoldás-sorozat egyáltalán nem fog időben változni. A mérési priornak megmaradt nagyon kicsi súly pedig biztosítja, hogy ekkor az OLS megoldást kapjuk vissza.

$$\beta_{t+1} = \beta_t + \omega_t, \quad t = 1, 2, \dots, T-1 \quad (\text{II.7})$$

$$y_t = x_t' \beta_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (\text{II.8})$$

Ezek az egyenletek már teljes mértékben megfelelnek a standard állapot-tér modell felírásának. A feltevés, miszerint az ω_t és ε_t innovációk korrelálatlanok egymással és véges várható értékük valamint kovariancia-mátrixuk van, közel áll az FLS eredeti feltételrendszeréhez is. A fő különbség az ismeretlen együtthatóvektor véletlen voltában van: vegyük észre, hogy a simasági prior nem követeli meg, hogy β_t véletlen bolyongás legyen, csak a sima változás van feltételezve.

Montana et al [2009] először bebizonyítja, hogy a Kalman-szűrő rekurziói működnek a lazított valószínűségi feltevések mellett – sőt, a levezetéshez még mátrix-inverziót sem kell használni, ami könnyen megvalósíthatóvá teszi a módszert sokdimenziójú terekben és hosszú megfigyelés-sorozatokkal is. A szerzők azt is megmutatják, hogy az új feltételrendszer alatt a Kalman-szűrő predikciós-korrekciós egyenletei ekvivalensek az FLS egyenleteivel, és hogy a Kalman-szűrő likelihood-függvényének maximalizálása azonos a következő kifejezés minimalizálásával:

$$\sum_{t=1}^{T-1} (\beta_{t+1} - \beta_t)' V_\omega^{-1} (\beta_{t+1} - \beta_t) + \sum_{t=1}^T (y_t - x_t' \beta_t)^2, \quad (\text{II.9})$$

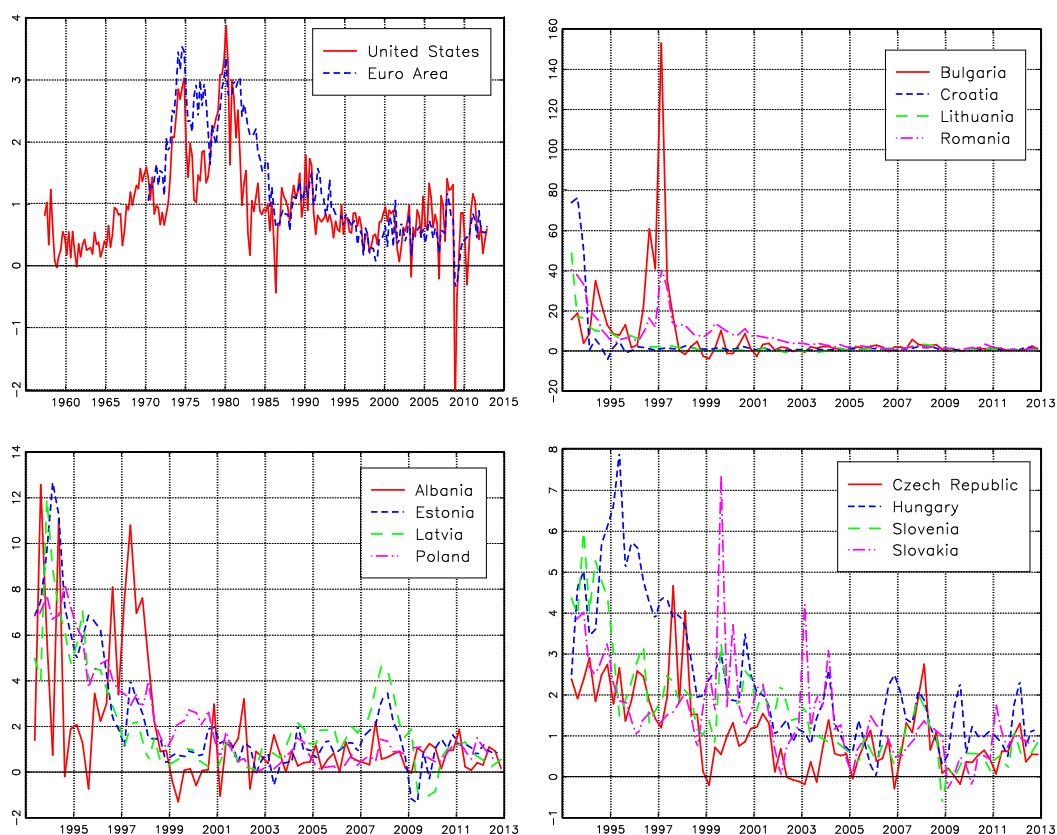
ahol V_ω a paraméter-vektor ω_t hibatagjainak kovariancia-mátrixa. A bizonyítás tehát fényt derít a súlyparaméter FLS-beli szerepére, hiszen összevetve (II.9)-et az inkompatibilitási költség (II.6) definíciójával a következőt kapjuk:

$$V_\omega = \mu^{-1} I_K, \quad (\text{II.10})$$

ahol I_K a $K \times K$ méretű egységmátrix. Nem meglepő módon tehát, a becsült paramétervektor innovációinak varianciája inverz módon van kapcsolatban az FLS μ súlyparaméterével.

Mint már említettük, a korábbi szimulációs eredményeket felhasználva az FLS módszert $\mu = 100$ beállítás mellett használjuk, és mellette a hagyományosabb Kalman-szűrőt is alkalmazzuk. Mindkettő módszerre bemutatjuk a szűrt és simított becsléseket is: a szűrt

becslés mindig csak az adott megfigyelésig kiterjedő mintát, míg a simított becslés minden pontja a teljes mintát használja fel. Az összehasonlítás kedvéért megmutatjuk az OLS becslés egyre növekvő mintán – azaz rekurzív módon – becsült (ez analóg lehet a időben változó paraméterű módszereknél származtatható szűrt becsléssel), és teljes mintán becsült (ez pedig a simított értékekkel analóg) változatát is. A Darvas–Varga [2012] tanulmány szimulációiban tapasztaltak azt sugallják, hogy az eredmények kiértékelésekor értékeléskor a simított értékeket preferáljuk.



II.1. ábra – A vizsgált országok inflációs idősorai

A közép- és kelet-európai országok a mintabeli legnagyobb inflációjuk alapján kerültek csoportosításra.

II.3 Adatok

Negyedéves adatokat használunk és a nyers idősorokat a Census X12 módszerrel igazítjuk szezonálisan. Az inflációt úgy definiáljuk, mint $100 \times \Delta \ln(\text{szezonálisan kiigazított fogyasztói árszint})$. Tizenkét közép- és kelet-európai ország inflációját tanulmányozzuk: Albánia, Bulgária, Csehország, Észtország, Horvátország, Lengyelország, Lettország, Litvánia, Magyarország, Románia, Szlovákia és Szlovénia.

Etalonként, illetve a szakirodalommal való összehasonlítási alapként ugyancsak vizsgáljuk az Egyesült Államok és az euróövezet idősorait.

A közép- és kelet-európai országoknál rendelkezésre álló mintánk 1993Q1-2012Q4-ig terjed, de az effektív minta 1995Q1-nél kezdődik, az ezelőtti megfigyeléseket a differenciázásra és a késleltetésekre használjuk fel (megjegyzendő, hogy legfeljebb hat késleltetést engedünk meg). Az USA esetén a rendelkezésünkre álló minta 1957Q1-2012Q4, az eurózónánál pedig 1970Q1-2012Q4, amelyek szintén két évvel rövidülnek az effektív mintában. Az adatok fő forrása az IMF IFS (*International Financial Statistics*) adatbázisa, de mivel itt az euróövezetre vonatkozó adatok csak 1998Q1-ben kezdődnek, a korábbi adatokat a Datastream-ből vettük és a két adatsort összeláncoltuk. Az inflációs adatsorok a II.1. ábrán láthatók.

II.4 Empirikus eredmények

Hogy lássuk, vajon volt-e szignifikáns változás az inflációs idősoraink perzisztenciájában, több formális tesztet is alkalmazunk. *Kim* [2000] – később korrigálva *Kim, Belaire-Franch* és *Amador* [2002] által – olyan tesztet javasolt, amely a stacionaritásból nemstacionaritásba váltást teszteli, míg *Buseti–Taylor* [2004] az ellenkező irányú változásra fejlesztett tesztet. Mindkét tesztípus nullhipotézise a konstans stacionaritás. Később azonban *Harvey, Leybourne* és *Taylor* [2006] megmutatta, hogy az említett két teszt igen előnytelen tulajdonsággal rendelkezik: egy konstans $I(1)$ folyamat esetén nagyon magas az elutasítások aránya stacionaritás nullhipotézisétől a váltás irányába. Azt is megmutatták, hogy ez a tulajdonság nem tűnik el aszimptotikusan, így mindkét tesztípusnak egy-egy módosított változatát fejlesztették ki, amelyek kiküszöbölik az említett hibát, és a nullhipotézisük az, hogy a folyamat vagy végig $I(0)$, vagy végig $I(1)$. A tanulmányban így a *Harvey, Leybourne* és *Taylor* [2006] által módosított változatokat használjuk.

Az eredményeket a II.1a. és II.1b. táblázatok mutatják. A konstans perzisztencia feltevését sehol sem tudjuk elutasítani a stacionaritásból nemstacionaritásba váltás hipotézisével szemben, viszont a másik irányba váltásnál mind a 14 vizsgált országnál elutasítható a nullhipotézis: Lettország és Szlovákia esetén csak 10%-os szignifikancia-

szinten, minden más országnál viszont 5%-on is. Így azt a következtetést vonjuk le, hogy változott a perzisztencia minden általunk vizsgált idősor esetén.

Lags	Albania <i>T</i> = 79		Bulgaria <i>T</i> = 79		Czech Republic <i>T</i> = 79		Croatia <i>T</i> = 79		Estonia <i>T</i> = 79		Hungary <i>T</i> = 79		Latvia <i>T</i> = 79	
	BP	LB	BP	LB	BP	LB	BP	LB	BP	LB	BP	LB	BP	LB
1	0.001	0.001	0.193	0.168	0.101	0.076	0.012	0.008	0.080	0.055	0.219	0.184	0.187	0.153
2	0.001	0.000	0.962	0.957	0.069	0.049	0.075	0.053	0.128	0.096	0.688	0.652	0.133	0.106
3	0.026	0.015	0.990	0.988	0.259	0.212	0.042	0.028	0.159	0.122	0.651	0.613	0.658	0.618
4	0.005	0.002	0.014	0.009	0.993	0.992	0.076	0.053	0.120	0.091	0.362	0.317	0.947	0.935
5	0.055	0.039	0.012	0.007	0.991	0.989	0.146	0.112	0.593	0.550	0.049	0.035	0.340	0.283
6	0.001	0.001	0.006	0.004	0.653	0.615	0.188	0.148	0.888	0.870	0.050	0.035	0.842	0.812

Lags	Lithuania <i>T</i> = 79		Poland <i>T</i> = 79		Romania <i>T</i> = 79		Slovakia <i>T</i> = 79		Slovenia <i>T</i> = 79		Euro-area <i>T</i> = 171		USA <i>T</i> = 223	
	BP	LB	BP	LB	BP	LB	BP	LB	BP	LB	BP	LB	BP	LB
1	0.040	0.025	0.854	0.836	0.492	0.461	0.119	0.097	0.653	0.623	0.012	0.010	0.001	0.001
2	0.024	0.015	0.891	0.873	0.031	0.022	0.118	0.092	0.498	0.462	0.018	0.015	0.002	0.002
3	0.000	0.000	0.856	0.833	0.054	0.042	0.053	0.039	0.650	0.617	0.156	0.140	0.145	0.133
4	0.001	0.000	0.783	0.754	0.079	0.063	0.056	0.042	0.225	0.192	0.019	0.016	0.851	0.843
5	0.265	0.217	0.110	0.081	0.281	0.246	0.085	0.067	0.261	0.222	0.003	0.003	0.893	0.887
6	0.377	0.324	0.180	0.135	0.135	0.110	0.287	0.254	0.055	0.040	0.013	0.011	0.913	0.908

II.2. táblázat – A becslt autoregressziók reziduálisainak Box-Pierce és Ljung-Box tesztjei

BP = Box-Pierce, LB = Ljung-Box, a tesztek *p*-értékei, félkövér jelöli a választott késleltetést.

A (II.1) időben változó paraméterű autoregresszióink késleltetés-hosszát a Box–Pierce és Ljung–Box statisztikákkal határoztuk meg, legfeljebb 6 késleltetést engedve. Az eredmények a II.2. táblázatban láthatók. Nyolc közép- és kelet-európai országra az elsőrendű modell bizonyult optimálisnak, Észtországnál 2, az USA-nál és az eurózónánál 3, Horvátország és Litvánia esetében pedig 5 késleltetést alkalmazunk. Albániánál a Ljung–Box statisztika minden késleltetésre elutasította a hibatagok autokorrelációja hiányának nullhipotézisét, a Box–Pierce statisztika viszont 5 késleltetésnél elfogadott 5%-on, így ott is 5 késleltetést alkalmazunk.

Az országonkénti eredményeket a II.2a-n. ábrák mutatják. Az **Egyesült Államokban** a becsléseink azt mutatják, hogy a késő 50-es és korai 60-as években alacsony, akár negatív inflációs perzisztencia volt, amely aztán közel egységnyire emelkedett az olajválságok alatt. Az újbóli csökkenés a 80-as években kezdődött el, valószínűleg az akkori agresszív monetáris politika eredményeként. A perzisztencia innentől kezdve fokozatosan csökkent egészen a globális pénzügyi és gazdasági válságig, amikor is egy újabb hirtelen jelentős csökkenés volt tapasztalható, amivel már ismét nulla környéki értékeket mérhetünk a mintaidőszak végén, 2012Q4-ben.

Ez az eredményünk nagyrészt megfelel *Cogley és Sargent* [2001] Bayes-i módszerekkel elvégzett becslésének – bár nehéz a kettőt számszerűen összehasonlítani, ugyanis ők a perzisztencia egy másik mutatóját alkalmazzák (a frekvencia-spektrum nullánál felvett értékét). A fő különbség, hogy az ő becslésük az első olajválság folyamán (azaz a 70-es évek első felében) az addiginál bár magasabb, de nem kiugró perzisztencia-értéket mutat – ellentétben a mienkkel, ahol az első olajválság idején is perzisztencia-csúcs van. Innentől kezdve viszont nagyon hasonlóak az eredmények: az 1977-1982 időszakban a teljesen perzisztensnek mondható értékekre való emelkedés, az utána következő csökkenés, majd a 80-as évek végi ideiglenes emelkedés náluk is megtalálható, viszont a tanulmány adatai 2000-ben végződnek. A fentebbi különbséget okozhatja akár az is, hogy az ő adatsoruk csak 1965-ben kezdődik, és így a 70-es évek elejére más információ állt az adott szűrőalgorithmus rendelkezésére; viszont megjegyzendő, hogy *Cogley és Sargent* [2001] modellje egy többegyenletes (*multivariate*) modell, amivel egy ilyen nagyfokú hasonlóság figyelemre méltó.

Pivetta és Reis [2007] tanulmánya sokkal inkább magára az időben változó inflációs perzisztenciára fókuszál többféle modellkeretben és becslési módszerrel, így például a *Cogley–Sargent* [2001] becslést is replikálja egy ponton. E tanulmány pontbecsléseivel az eredményeink minden lényeges tekintetben megegyeznek, ami egy fontos alátámasztása annak, hogy a becslésünk megfelelően működik. Ők is végeznek rekurzív OLS becslést, ami – hozzánk hasonlóan – szinte végig egységnyi körüli perzisztenciát mutat, az időben változó paraméteres módszereik pedig a II.2a. ábrához nagyon hasonló perzisztencia-folyamatokat hoznak ki. Ami számunkra érdekes lehet, hogy a mi tanulmányunkkal ellentétben ők egy 14-éves mozgóablakos OLS eredményét is megmutatják, ahol egyedül az 1981-1995 időszak környékén mutatnak ki alacsony perzisztenciát (0 és 0.1 között), mindenhol máshol pedig szinte egységnyit.¹⁴ Az ő becslésük is a nagy 2008-as válság előtt ér véget, így jelen tanulmány hozzáadott értéke lehet e tekintetben, hogy az elmúlt néhány évre is szolgáltat eredményeket, de a fő célunk itt nem több ellenőrzésnél, hogy meggyőződjünk, becslésünk helyesen működik.

¹⁴ Érdekes csattanó a *Pivetta – Reis* [2007] cikkel kapcsolatban, hogy a pontbecsléseik köré becsült konfidencia-intervallumok szélességére hivatkozva elutasítják az USA háború utáni inflációs perzisztenciájának megváltozását. Mi ezzel teljesen ellentétes következtetésre jutunk *Harvey, Leybourne és Taylor* [2006] tesztjeinek segítségével.

Az **euróövezet** effektív mintaidőszaka 1972-ben – az első olajárrobbanás környékén kezdődik, és az USA-hoz hasonlóan a becslésünk relatíve magas inflációs perzisztenciát mutat erre az időszakra. A perzisztencia azután csökkent, de az USA-nál magasabb szinten maradt, a késő 90-es években – az euró létrehozásakor – körülbelül 0.4-es szinten állt. Érdekes módon az eredményeink azt mutatják, hogy az eurózóna-beli inflációs perzisztencia a közös fizetőeszköz létrehozása óta meglehetősen stabil és nem változott sokat a globális válság ideje alatt sem.

A fenti eredmény érdekesnek tűnik *Altissimo, Ehrmann és Smets* [2006] IPN (*Inflation Persistence Network*) összegző munkájának fényében. Az euróövezet mintavégi inflációs perzisztenciájára eszerint a strukturális modellkerettel dolgozó kutatások 0.40 körüli értéket mondanak – ami teljességgel megfelel a mienknek, az egyváltozós modellek szerint azonban 0.60 a perzisztencia – míg ugyanezen kutatások az USA-beli értéket ennél alacsonyabbra, 0.40 környékére teszik. Fontos megjegyezni, hogy az IPN-ben szereplő kutatások egyike sem alkalmaz időben teljesen szabadon változó inflációs perzisztenciát: az egyváltozós modellek strukturális törésekkel számolnak, míg a többváltozós modellek – ilyen *Dossche és Everaert* [2005] munkája is – paraméterként kezelik az inflációs perzisztencia értékét. Az eredményünk tehát azt jelentheti, hogy egy egyváltozós keretben nem elég egyetlen töréspontot alkalmazni, mert még az is túlbecsülheti a perzisztenciát. Másrészt, tanulmányunk az első, ami az euróövezeti adatsorra ilyen módon számol inflációs perzisztenciát.

A **közép- és kelet európai országok** egy részében az inflációs perzisztencia egyértelműen csökkent 1995, azaz a mintánk kezdete óta. Albánia, Magyarország, Lengyelország és Románia tisztán ezt mutatják. Három másik országban – ami éppen a három Balti állam: Észtország, Lettország és Litvánia – ugyancsak csökkenő tendencia figyelhető meg, de a globális pénzügyi válság előtt ideiglenes növekedés is észlelhető. E három országban az infláció szignifikánsan növekedett a válság előtt és az inflációs perzisztencia jellemzően magasabb, amikor az infláció is magasabb. Bulgáriánál meglehetősen volatilis és nem monoton alakulását találjuk a perzisztenciának, ezt vélhetően az okozza, hogy az országban kiemelkedően magas infláció volt a minta első felében, ami zavarhatja a becslést. Horvátország esetében az FLS simított becslés nagyjából hasonló a minta elején és végén is (0.2 körül) némi változékonysággal 0 és

0.3 között; míg a Kalman-simító majdnem folytonosan emelkedő trendet mutat az erősen negatív -0.5 értékről, ami nem hangzik túl realiztikusan. Végül pedig, három országban – Csehország, Szlovákia és Szlovénia – a becslésünk állandó perzisztenciát mutat a teljes mintaidőszakban. Pontosabban, a Kalman-simító gyakorlatilag állandó perzisztenciát mutat, míg az FLS-simító inkább némi csökkenést 1995-höz képest.

Country	FLS-smoothed					Kalman-smoothed				
	1995Q1	1999Q1	2003Q1	2007Q1	2012Q4	1995Q1	1999Q1	2003Q1	2007Q1	2012Q4
Euro Area	0.51	0.41	0.42	0.42	0.43	0.53	0.36	0.43	0.43	0.45
United States	0.28	0.21	0.14	0.11	-0.04	0.24	0.14	0.05	0.32	-0.01
Albania	0.61	0.22	-0.17	-0.33	-0.45	0.39	0.16	-0.14	-0.40	-0.59
Bulgaria	0.40	0.05	-0.11	0.21	0.07	0.55	1.23	-0.39	0.19	-0.14
Croatia	0.18	0.20	-0.10	0.13	0.20	-0.49	-0.26	-0.08	0.20	0.37
Czech Republic	0.44	0.31	0.29	0.36	0.34	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33
Estonia	0.79	0.44	0.33	0.65	0.47	0.84	0.53	0.40	0.61	0.45
Hungary	0.82	0.61	0.42	0.43	0.25	0.86	0.68	0.51	0.48	0.37
Latvia	0.84	0.57	0.67	0.88	0.65	1.01	0.35	0.57	0.98	0.47
Lithuania	0.76	0.38	0.52	0.84	0.34	0.76	0.42	0.65	0.64	0.24
Poland	0.77	0.67	0.51	0.48	0.46	0.80	0.74	0.66	0.63	0.62
Romania	0.01	0.39	-0.16	-0.65	-0.55	-0.47	-0.09	-0.34	-0.53	-0.17
Slovakia	0.27	0.18	0.16	0.10	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13
Slovenia	0.49	0.41	0.39	0.37	0.27	0.46	0.46	0.46	0.46	0.46
75% percentile of CEE	0.77	0.47	0.44	0.52	0.37	0.81	0.57	0.53	0.62	0.45
Median of CEE	0.55	0.39	0.31	0.36	0.26	0.50	0.39	0.36	0.40	0.35
25% percentile of CEE	0.37	0.22	-0.10	0.12	0.12	0.28	0.15	-0.10	0.18	0.06

II.3. táblázat – A becsült időben változó perzisztencia-mértékek értékei néhány időpontban

Mindezt csak részben tudjuk összehasonlítani szakirodalommal, hiszen az országok jó részére tudtunkkal elsőként adunk időben változó inflációs perzisztencia becslést. *Franta, Saxa és Smídkova* [2007] 2006-ig tartó adatok alapján a cseh perzisztenciát 0.26-ra, a lengyelt 0.12-re, a szlovákok pedig 0.28-ra becsülte. A mi modelljeink 2006-ra vonatkozó becslése Csehországra 0.20-0.35 között, Lengyelországra 0.50-0.70 között, Szlovákiára pedig 0.00-0.15 között vannak. A két eredményhalmaz láthatóan nem fedí egymást (csak Csehországra kompatibilisek), viszont az eltérés oka lehet az, hogy a tanulmány állandó perzisztenciát feltételez a vizsgált időszakra.

Ackrill és Coleman [2012] mintái 1994-től 2011-ig tartanak, és az általuk vizsgált közép-európai országok listája kevésben tér el a mienktől: tartalmazza Macedóniát, viszont nem tartalmazza Albániát. Az átfedő 11 országból 5-re állapítják meg a szerzők egységgyök jelenlétét, ezek Csehország, Észtország, Magyarország, Lettország és Szlovénia. Nehéz mindennek megfeleltetni a saját eredményeket, hiszen míg a

Csehországra és Szlovéniára vonatkozó eredményeink ennek teljesen ellentmondanak (Csehországnál az összes időpontra vonatkozó összes becslés is a 0.00-0.60 sávban helyezkedik el, Szlovéniánál ugyanez 0.10-0.70), a másik három országnál van olyan időszak, amikor a becsléseink teljes perzisztenciát mutatnak.

Ha még egyszer megfigyeljük a közép-európai eredményeinket a perzisztencia nagysága – és nem irányultsága – szempontjából, és kizárólag a tranzíciós nehézségekkel már nem terhelt, 2000-től kezdődő időszakra koncentrálunk, akkor viszont jól látható mintázatot találunk. Észtország, Lettország és Litvánia kivételével minden ország perzisztenciája végig alacsony (0.60-nál kisebb), és a három balti állam esetén is csak a 2008-as válság környékén ugrik meg, viszont utána vissza is csökken. Összességében tehát azt tapasztaljuk, hogy ezen országokban jelenleg kivétel nélkül alacsony az inflációs perzisztencia, és ezzel lényegesen alacsonyabbra becsüljük azt, mint *Ackrill és Coleman* [2012].

Az országok közötti jobb összehasonlíthatóság érdekében, a II.3. táblázatban az FLS-simító és Kalman-simító perzisztencia-becsléseit mutatjuk be adott időpontokban. A tizenkét közép- és kelet európai országra a mediánt és az interkvartilis terjedelmet is közzétesszük. A táblázat alátámasztja az euró-zóna stabil perzisztenciáját, az USA nulla közeli értékeit a minta végén, és a perzisztencia fokozatos csökkenését és alacsony voltát a legtöbb közép- és kelet-európai országban.

Method		Albania	Bulgaria	Czech Republic	Croatia	Estonia	Hungary	Latvia	Lithuania	Poland	Romania	Slovakia	Slovenia	Euro-area	USA
OLS	Estimate	0.705	0.477	0.579	0.235	0.811	0.877	0.826	0.774	0.847	0.725	0.330	0.692	0.966	0.864
	Standard Error	0.085	0.102	0.093	0.179	0.054	0.049	0.054	0.048	0.037	0.080	0.109	0.070	0.025	0.044
FLS Filtered	Mean of Estimate	0.008	0.056	0.260	-0.003	0.454	0.501	0.622	0.564	0.561	-0.754	0.141	0.305	0.538	0.307
	Standard Error	0.352	0.541	0.107	0.172	0.200	0.156	0.129	0.260	0.101	0.837	0.279	0.119	0.143	0.349
	T-stat Value	16.441	6.522	19.145	8.192	14.700	19.644	12.497	6.789	22.800	15.032	5.374	23.949	37.918	23.333
	T-stat DoF (est)	80	77	141	144	82	86	97	77	91	73	93	116	174	223
	T-stat P-value	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
FLS Smoothed	Mean of Estimate	0.008	0.208	0.349	0.111	0.513	0.473	0.693	0.542	0.565	-0.137	0.132	0.380	0.571	0.338
	Standard Error	0.468	0.529	0.051	0.116	0.134	0.165	0.094	0.177	0.110	0.481	0.039	0.073	0.155	0.278
	T-stat Value	12.505	4.268	18.520	4.965	17.647	20.109	10.479	10.818	20.788	15.126	14.616	26.478	32.340	27.581
	T-stat DoF (est)	77	77	111	124	94	85	115	82	88	76	90	144	173	227
	T-stat P-value	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Kalman Filter	Mean of Estimate	-0.046	0.033	0.292	-0.205	0.525	0.615	0.505	0.561	0.689	-0.485	0.184	0.459	0.522	0.306
	Standard Error	0.376	1.059	0.065	0.315	0.186	0.138	0.289	0.303	0.048	0.822	0.177	0.043	0.209	0.420
	T-stat Value	16.643	3.566	21.507	10.366	12.644	15.233	9.322	5.944	22.315	12.519	6.014	24.347	27.100	19.501
	T-stat DoF (est)	79	73	129	114	84	90	77	76	135	73	120	120	169	221
	T-stat P-value	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Kalman Smoother	Mean of Estimate	-0.058	0.266	0.334	-0.020	0.540	0.552	0.619	0.539	0.680	-0.156	0.131	0.456	0.609	0.289
	Standard Error	0.497	0.993	0.000	0.269	0.124	0.148	0.212	0.221	0.063	0.518	0.000	0.000	0.204	0.363
	T-stat Value	12.916	1.808	22.451	6.740	17.130	17.790	8.098	8.894	19.548	14.365	15.619	28.894	22.323	23.204
	T-stat DoF (est)	76	74	72	125	98	88	81	79	116	75	72	72	169	222
	T-stat P-value	0.000	0.037	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

II.4. táblázat – Welch-féle t-teszt az OLS becslés és az időben változó paraméterű becslések átlagának egyezőségére

További leírás a szövegben.

Immár az OLS becsléseket figyelve, minden országra egyértelműnek tűnik, hogy az OLS konstans perzisztencia-becslése jóval nagyobb, mint az időben változó becslések időbeli átlagai. Hogy mindezt formálisan is megállapíthassuk, egyoldalú t -tesztet készítünk. A teszt elvégzéséhez szükségünk van mind az OLS perzisztencia-becslés, mind pedig az átlagos időben változó paraméterű perzisztencia-becslés varianciájára. Előbbit könnyen megkapjuk az OLS becsült kovariancia-mátrixa segítségével, hiszen a perzisztencia egyszerűen a nem-konstans együtthatók összege (lásd (II.2) egyenlet). Az utóbbit – azaz az időben változó perzisztencia-becslés időbeli átlagának varianciáját – közelítéssel készítjük, felhasználva az időben változó együttható-sorozatok mintából becsült kovariancia-mátrixát. Mivel ez a két variancia-érték jól láthatóan különböző, a Welch-féle t -tesztet használjuk, amely a t -statisztika értéke mellett a teszttel használandó szabadságfokok számára is ad közelítést.

A II.4. táblázat felső része mutatja az OLS pontbecsléseket és azok standard hibáját. Az alsó részen módszerenként található az átlagos időben változó perzisztencia a számított standard hibával, t -statisztika értékkel, szabadságfokok számával, végül a teszt p -értékével. Az eredmények tisztán mutatják, hogy az OLS becslések szignifikánsan nagyobbak, mint az időben változó becslések idő-átlaga, az egyenlőség nullhipotézise egyetlen országra sem fogadható el.

Miután korábban már elfogadtuk, hogy a mintaidőszak alatt szignifikáns perzisztencia változás, mégpedig csökkenés volt, a mostani teszt alapján azt következtethetjük, hogy az OLS becslések feltehetően felfelé torzítottak az időbeli átlaghoz képest. Ez a kép megerősíti korábbi, szimulációs tapasztalatunkat (*Darvas és Varga [2012]*), miszerint ha az adatgeneráló folyamat paraméterei időben változnak, az OLS becslés felfelé torzul a paraméterek időbeli átlagához képest.

Megjegyzendő, hogy a szakirodalomban szélesen dokumentált a tény, miszerint az autoregresszív együttható (vagy a domináns autoregresszív gyök) OLS becslése *lefelé* torzított, ha a paraméterek időben állandóak. A mi tapasztalataink tehát kiegészítik mindezt azzal, hogy ha az autoregresszió paraméterei változnak időben, az OLS becslés *felfelé* torzított az együtthatók időbeli átlagához képest.

II.5 Összegzés

Az inflációs perzisztencia viselkedésének megértése nem csak a központi bank számára lényeges a végzendő monetáris politika szempontjából, de egy valutaunió potenciális tagjai számára is fontos következtetései vannak. Az Európai Unió Közép- és Kelet Európában lévő tagországai számára a hasonló perzisztencia-értékek fontos strukturális hasonlóságot jelentenek, és az e téren való fejlődés újabb érvet adhat ezen országok kezébe az euróövezethez való csatlakozás érdekében. A múltbéli strukturális változások mind a gazdaságban, mind a monetáris politikában elkerülhetetlenné teszik, hogy a közép- és kelet európai országok inflációs perzisztenciáját időben változó paraméterű modellekkel vizsgáljuk.

Ez a tanulmány időben változó együtthatójú autoregressziókkal vizsgálta az inflációs perzisztenciát tizenkét közép- és kelet európai országban, összehasonlítva az eredményeket az Egyesült Államok és az eurózóna becsléseivel. A becslésekhez a közismert Kalman-szűrőt és a kevésbé ismert rugalmas legkisebb négyzetek módszerét (FLS) alkalmaztuk, összevetve azokat az OLS időben állandó eredményeivel.

A tanulmányozott inflációs idősorok nagy részénél azt találtuk, hogy a becsült autoregressziók együtthatói szignifikánsan változtak, így az inflációs perzisztencia is változott időben. Ezt a megfigyelést a perzisztencia változásának formális tesztjeivel is alátámasztottuk. Magasabb inflációs időszakokban az inflációs perzisztencia is jellemzően nagyobb. Az olajárrobbanások óta mind az Egyesült Államokban, mind az eurózónában történelmi mélypontokra süllyedt a perzisztencia, de ez a mélypont az eurózónában nem annyira alacsony, és az euró bevezetése óta gyakorlatilag változatlan. A legtöbb közép- és kelet európai országban az inflációs perzisztencia csökkent 1995 óta, a fő kivételeket Csehország, Szlovákia és Szlovénia jelenti, ahol a becsléseink részben állandóságot jeleztek.

Az Egyesült Államokra vonatkozó eredményeink teljesen megfelelnek a szakirodalomnak, a többi országra viszont – beleértve az eurózónát is – nincsen ilyen típusú becslés, így ezen esetekben az inflációs perzisztencia becsült számszerű értékeivel vetjük össze idősor-eredményeinket. Az eurózóna esetében nagyságrendileg

közel állunk az irodalom becsléseihez, az egyes közép- és kelet-európai országok esetében azonban nehéz hasonlóságot találni – ennek egy nyilvánvaló oka lehet, hogy egyetlen becslést nehéz összehasonlítani egy időszakkal, amikor az érték nem is átlagolja az időszakot.

Azt is levontuk következtetésként, hogy az OLS becslés valószínűleg felfelé torzított, ha egy autoregresszív modell együtthatói időben megváltoznak. Ez a megállapítás kiegészíti a szakirodalom ama felismerését, miszerint a becslés OLS autoregresszív együttható lefelé torzított, ha a paraméterek változatlanok.

Táblázatok és ábrák

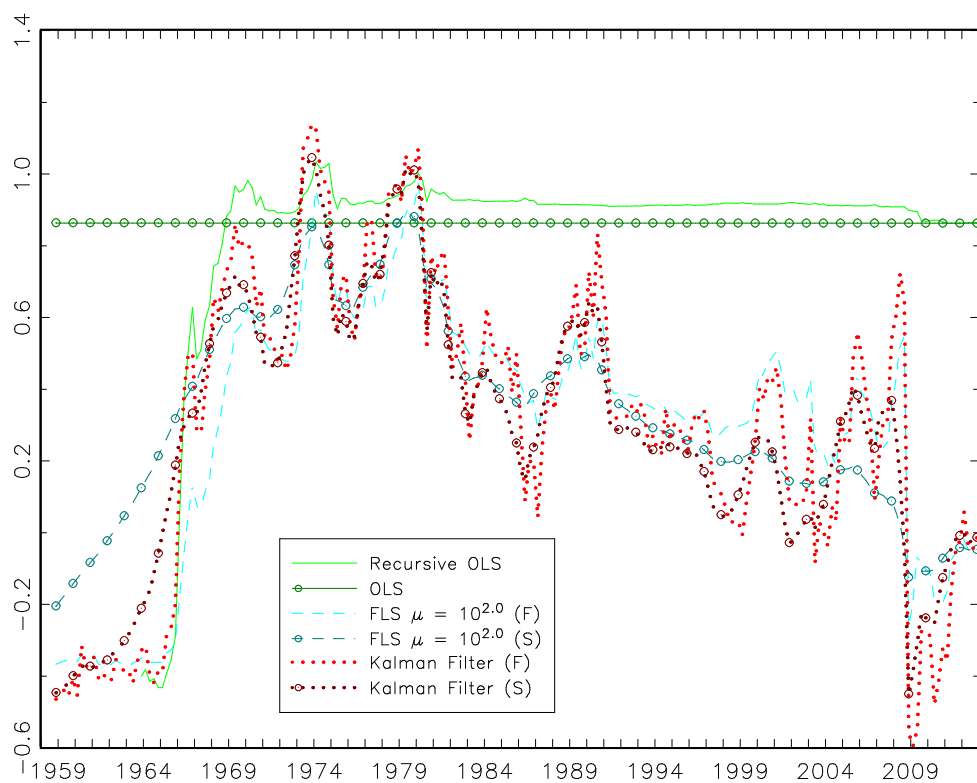
Series	$MS_m(10\%)$	$ME_m(10\%)$	$MX_m(10\%)$	$MS_m^R(10\%)$	$ME_m^R(10\%)$	$MX_m^R(10\%)$	$MS_m^M(10\%)$	$ME_m^M(10\%)$	$MX_m^M(10\%)$
$T = 79$	$MS_m(5\%)$	$ME_m(5\%)$	$MX_m(5\%)$	$MS_m^R(5\%)$	$ME_m^R(5\%)$	$MX_m^R(5\%)$	$MS_m^M(5\%)$	$ME_m^M(5\%)$	$MX_m^M(5\%)$
Albania	0.02	0.01	0.46	502.03 *	553.34 *	1137.98 *	484.50 *	528.65 *	1090.41 *
	0.01	0.00	0.25	484.40 **	528.60 **	1090.09 **	464.63 **	501.42 **	1036.72 **
Bulgaria	0.00	0.00	0.01	857.69 *	2907.37 *	6008.66 *	814.18 *	2719.34 *	5644.34 *
	0.00	0.00	0.01	813.94 **	2718.95 **	5641.91 **	765.74 **	2516.59 **	5241.91 **
Czech Republic	0.37	0.46	3.93	17.11 *	13.99 *	35.58 *	14.07 *	10.90 *	28.14 *
	0.31	0.36	3.10	13.90 **	10.73 **	27.72 **	11.08 **	8.06 **	21.10
Estonia	0.00	0.00	0.00	97.38 *	63.27 *	148.57 *	78.11 *	47.67 *	114.00 *
	0.00	0.00	0.00	78.02 **	47.65 **	113.80 **	60.25 **	34.34 **	83.36 **
Croatia	0.00	0.00	0.00	3696.58 *	3186.79 *	7261.66 *	2986.21 *	2422.93 *	5619.43 *
	0.00	0.00	0.00	2982.70 **	2421.50 **	5609.51 **	2322.47 **	1763.63 **	4149.76 **
Hungary	0.01	0.00	0.07	151.72 *	300.75 *	644.68 *	137.52 *	265.10 *	572.88 *
	0.00	0.00	0.01	137.44 **	265.02 **	572.41 **	122.48 **	229.02 **	498.23 **
Lithuania	0.00	0.00	0.00	119.72 *	204.31 *	558.75 *	72.06 *	106.45 *	303.61 *
	0.00	0.00	0.00	71.86 **	106.30 **	302.34 **	39.62 **	50.00 **	147.60 **
Latvia	0.00	0.00	0.00	6.52 *	6.71 *	20.88 *	3.72	3.26	10.63
	0.00	0.00	0.00	3.71	3.26	10.58	1.92	1.41	4.79
Poland	0.00	0.00	0.00	448.51 *	864.82 *	1960.54 *	366.47 *	667.22 *	1538.08 *
	0.00	0.00	0.00	366.07 **	666.85 **	1535.51 **	288.87 **	493.97 **	1154.36 **
Romania	0.01	0.00	0.03	435.91 *	628.24 *	1538.13 *	313.78 *	411.89 *	1036.26 *
	0.00	0.00	0.00	313.21 **	411.52 **	1033.44 **	213.03 **	252.52 **	649.58 **
Slovenia	0.01	0.00	0.02	18.02 *	30.70 *	79.23 *	12.72 *	19.62 *	52.13 *
	0.00	0.00	0.00	12.69 **	19.60 **	51.98 **	8.44 **	11.68 **	31.77 **
Slovakia	0.33	0.13	0.75	5.55 *	5.21 *	14.74 *	4.05	3.47	10.09
	0.24	0.08	0.49	4.04	3.47	10.06	2.79	2.17	6.44
Critical values									
$T = 100$, Mean case	MS	ME	MX	MS^R	ME^R	MX^R	MS^M	ME^M	MX^M
10%	3.56	3.48	12.91	3.56	3.48	12.88	4.66	5.23	17.00
5%	4.67	5.31	17.24	4.64	5.25	17.00	5.91	7.38	21.72
1%	7.75	11.02	29.38	7.67	10.49	28.37	9.26	13.34	34.31

II.1a. táblázat – Perzisztencia-változás tesztek a közép- és kelet-európai országoknál

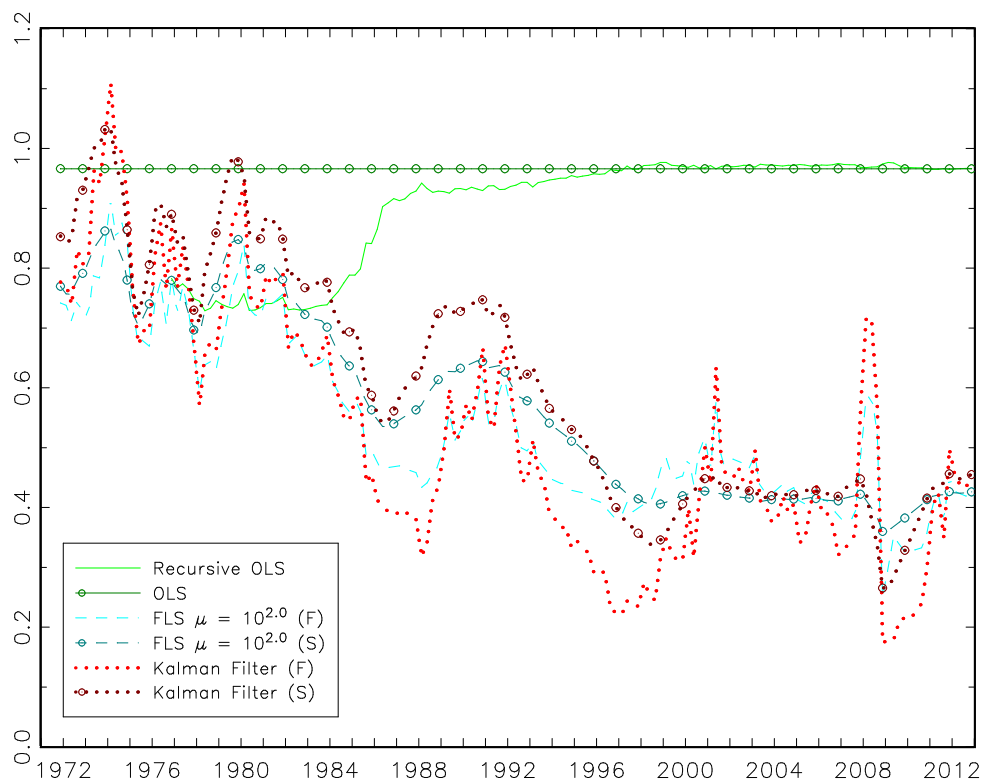
Series	$MS_m(10\%)$	$ME_m(10\%)$	$MX_m(10\%)$	$MS_m^R(10\%)$	$ME_m^R(10\%)$	$MX_m^R(10\%)$	$MS_m^M(10\%)$	$ME_m^M(10\%)$	$MX_m^M(10\%)$
$T = 171$	$MS_m(5\%)$	$ME_m(5\%)$	$MX_m(5\%)$	$MS_m^R(5\%)$	$ME_m^R(5\%)$	$MX_m^R(5\%)$	$MS_m^M(5\%)$	$ME_m^M(5\%)$	$MX_m^M(5\%)$
Euro Area	0.03	0.01	0.09	213.56 *	355.89 *	775.19 *	188.35 *	302.86 *	666.58 *
	0.01	0.00	0.01	188.22 **	302.76 **	665.88 **	162.44 **	251.21 **	557.60 **
United States	0.56	1.85	7.50	26.97 *	44.53 *	99.46 *	25.67 *	41.79 *	93.72 *
	0.29	0.75	3.20	25.67 **	41.79 **	93.69 **	24.22 **	38.83 **	87.37 **
Critical values									
$T = 200$, Mean case	MS	ME	MX	MS^R	ME^R	MX^R	MS^M	ME^M	MX^M
10%	3.51	3.36	13.14	3.54	3.47	13.37	4.62	5.11	17.31
5%	4.58	5.06	17.18	4.68	5.27	17.65	5.85	7.24	22.06
1%	7.56	10.21	28.58	7.82	10.69	29.64	9.21	13.20	34.82

II.1b. táblázat – Perzisztencia-változás tesztek az USA-ra és az eurózónára

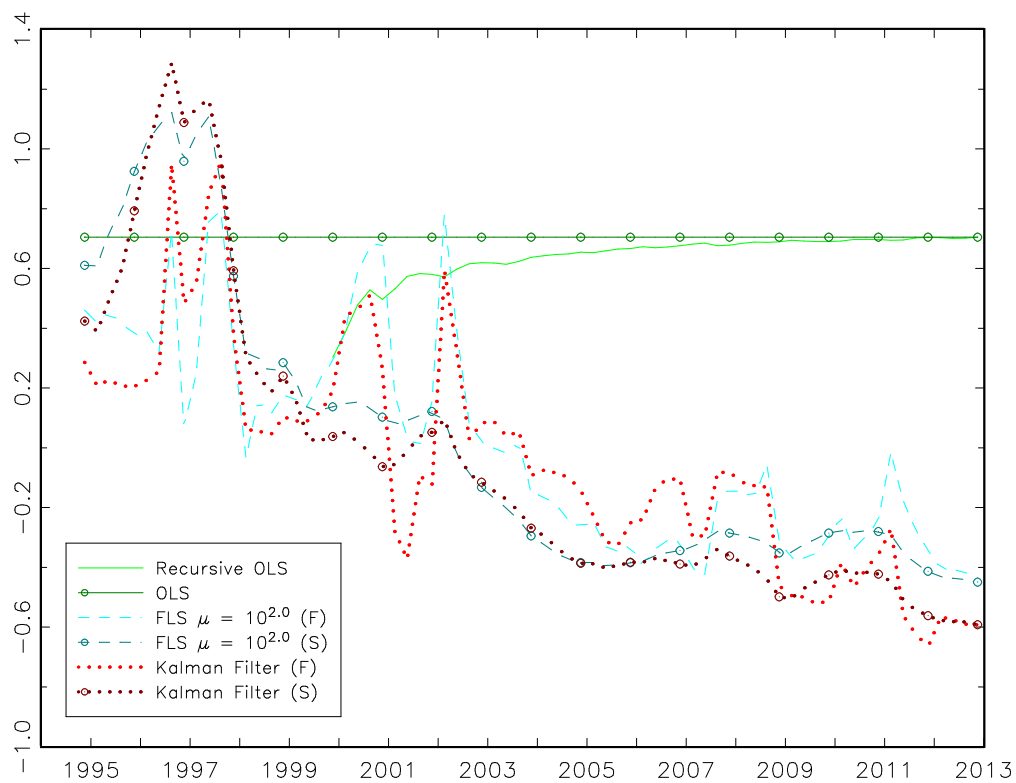
Csak a *Harvey, Leybourne és Taylor* [2006] féle módosított tesztekét közöljük. Az első három oszlop az $I(0)$ -ból $I(1)$ -be váltást teszteli (MS = mean score, ME = mean exponential, MX = maximum score), a második három oszlop az $I(1)$ -ből $I(0)$ -ba váltást teszteli reciprok-tesztekkel (R = reciprocal), az utolsó három oszlop pedig az előző kettő maximumaként tetszőleges váltást tesztel (M = maximum). A tesztek értéke függ az előre eldöntendő szingifikancia-szinttől, így az első sor 10%-on (* = elutasítás), a második 5%-on tesztel (** = elutasítás).



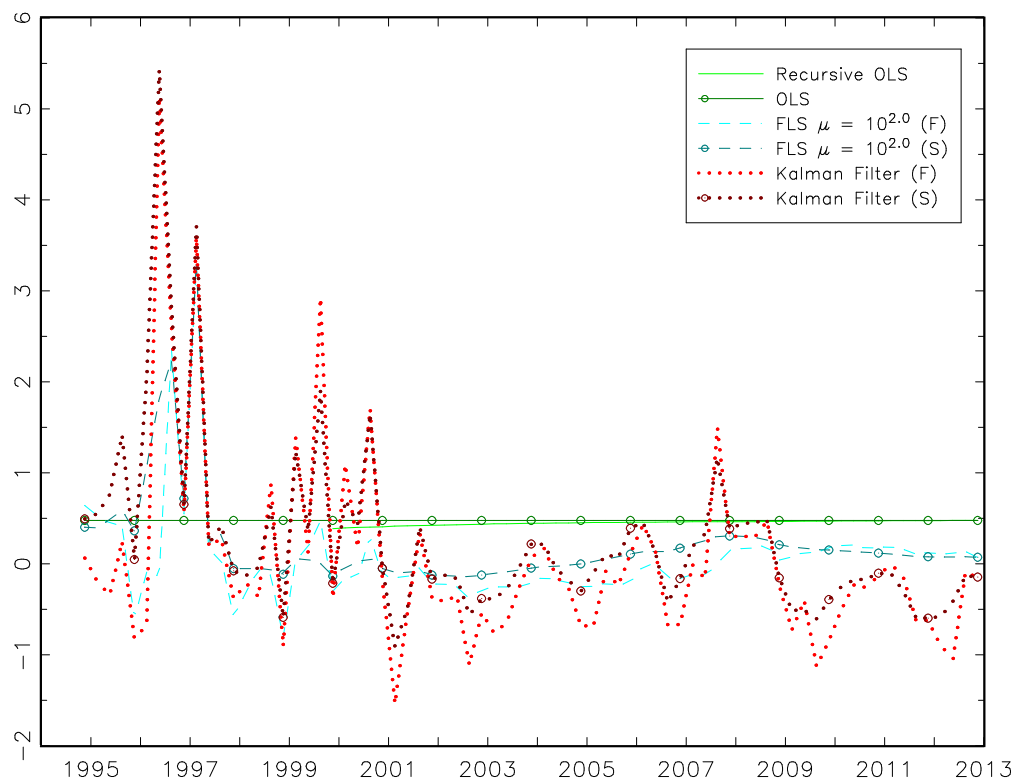
II.2a. ábra – Becsült inflációs perzisztencia – USA



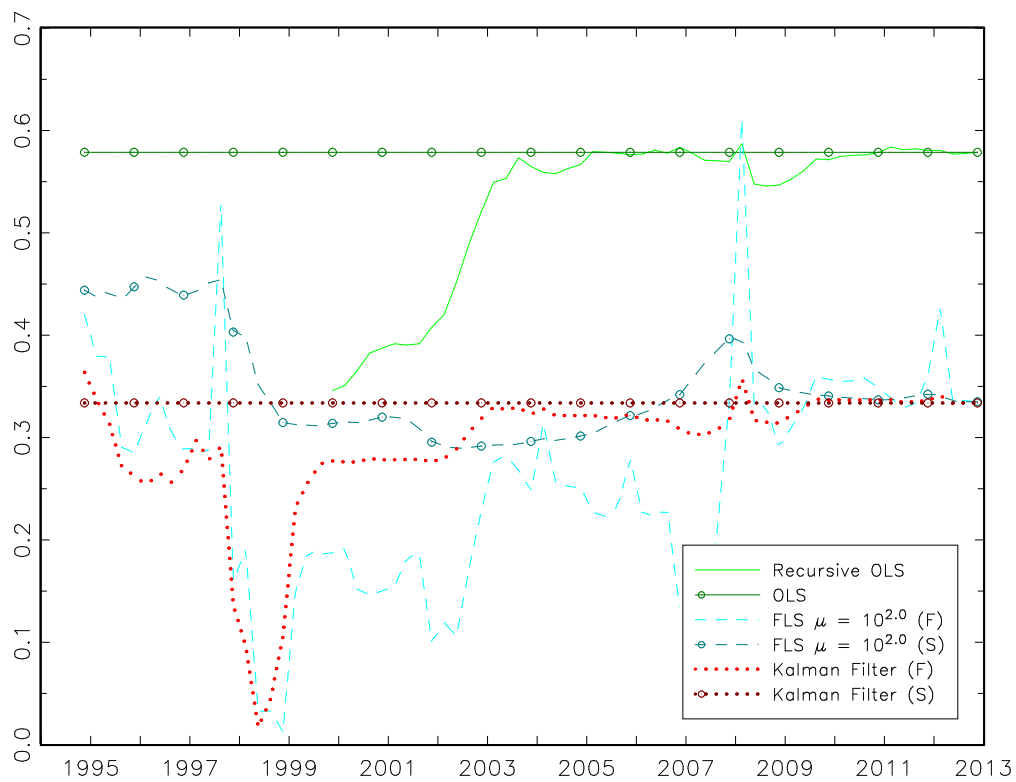
II.2b. ábra – Becsült inflációs perzisztencia – Euróövezet



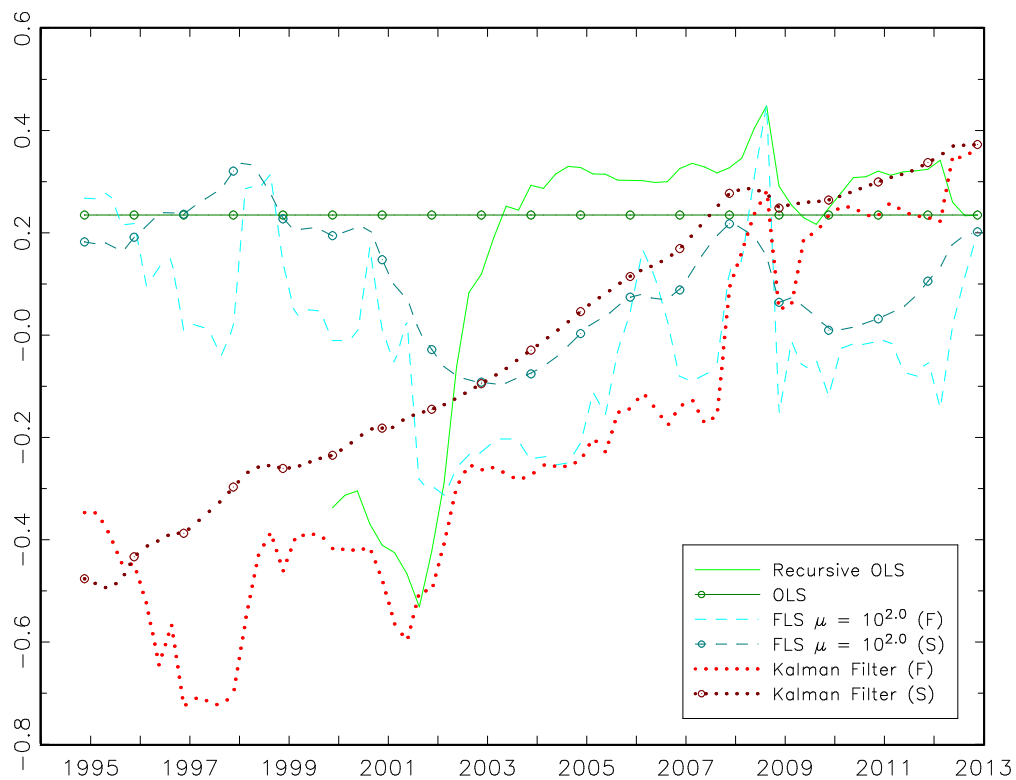
II.2c. ábra – Becsült inflációs perzisztencia – Albánia



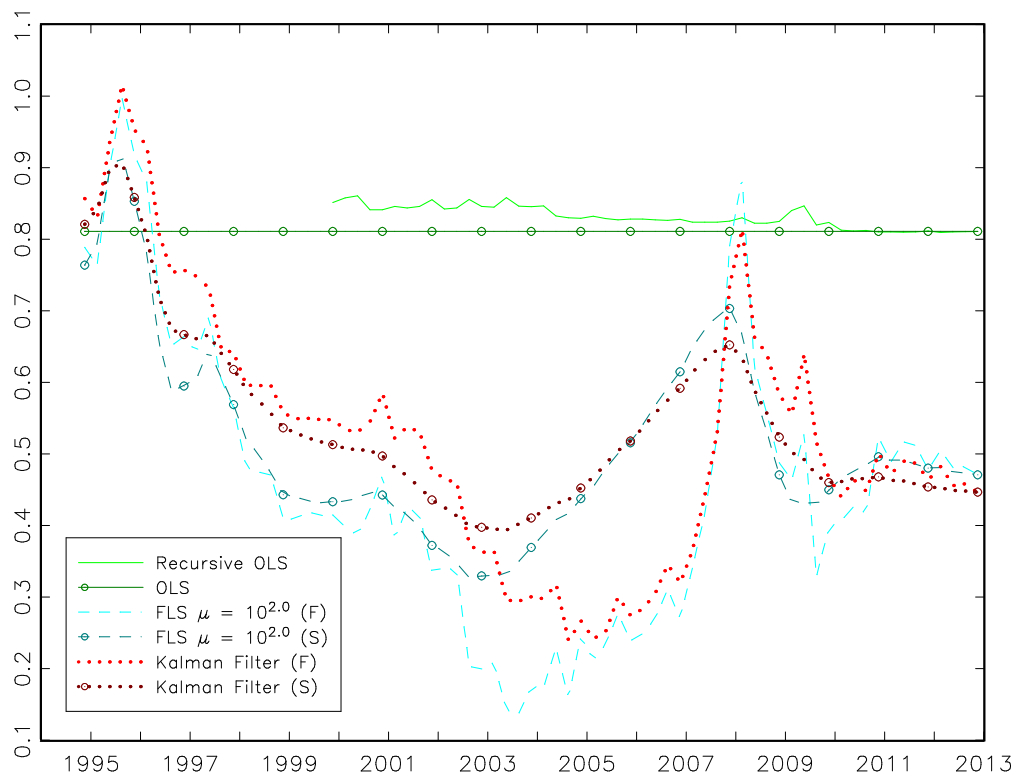
II.2d. ábra – Becsült inflációs perzisztencia – Bulgária



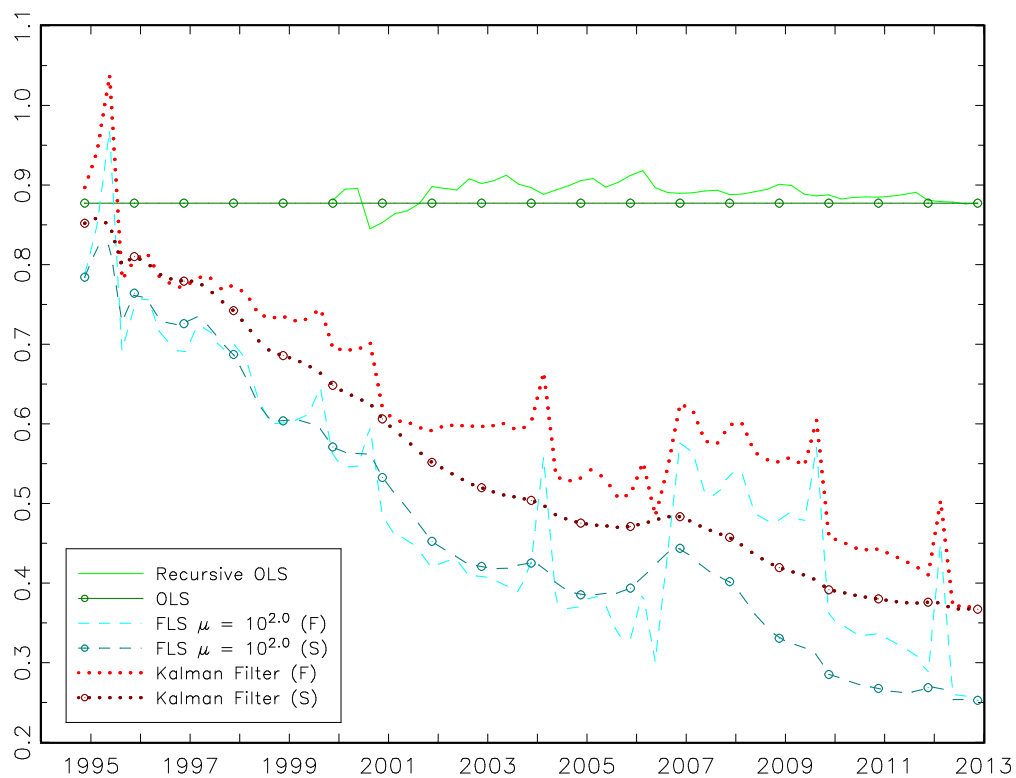
II.2e. ábra – Becsült inflációs perzisztencia – Csehország



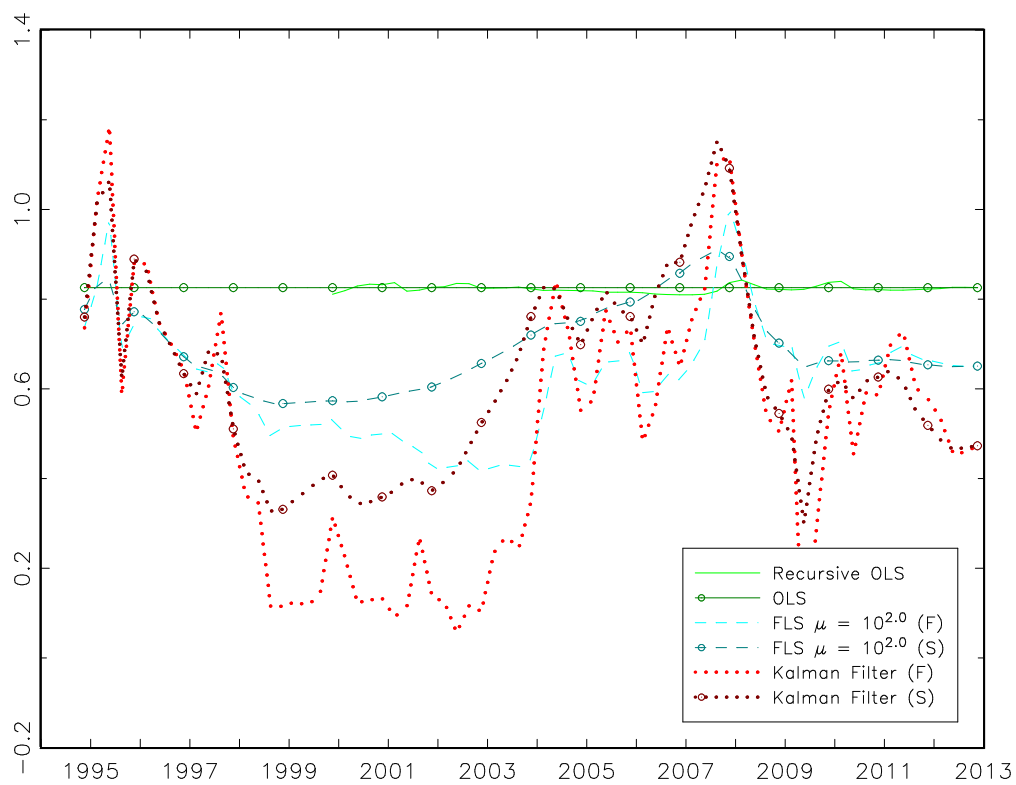
II.2f. ábra – Becsült inflációs perzisztencia – Horvátország



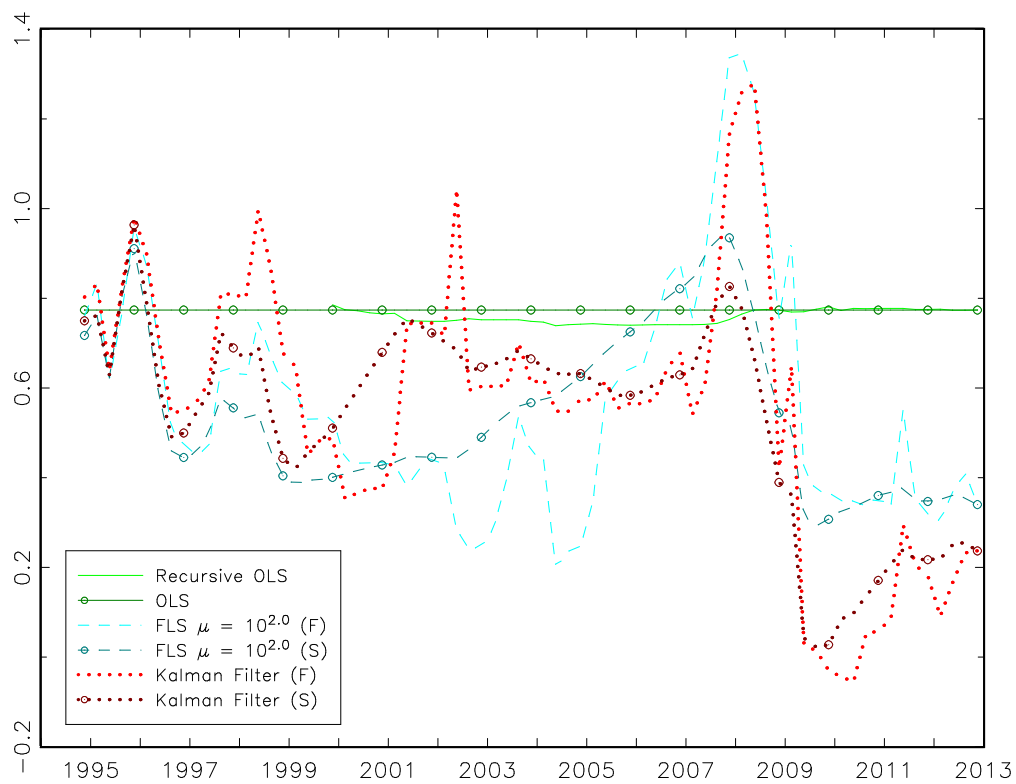
II.2g. ábra – Becsült inflációs perzisztencia – Észtország



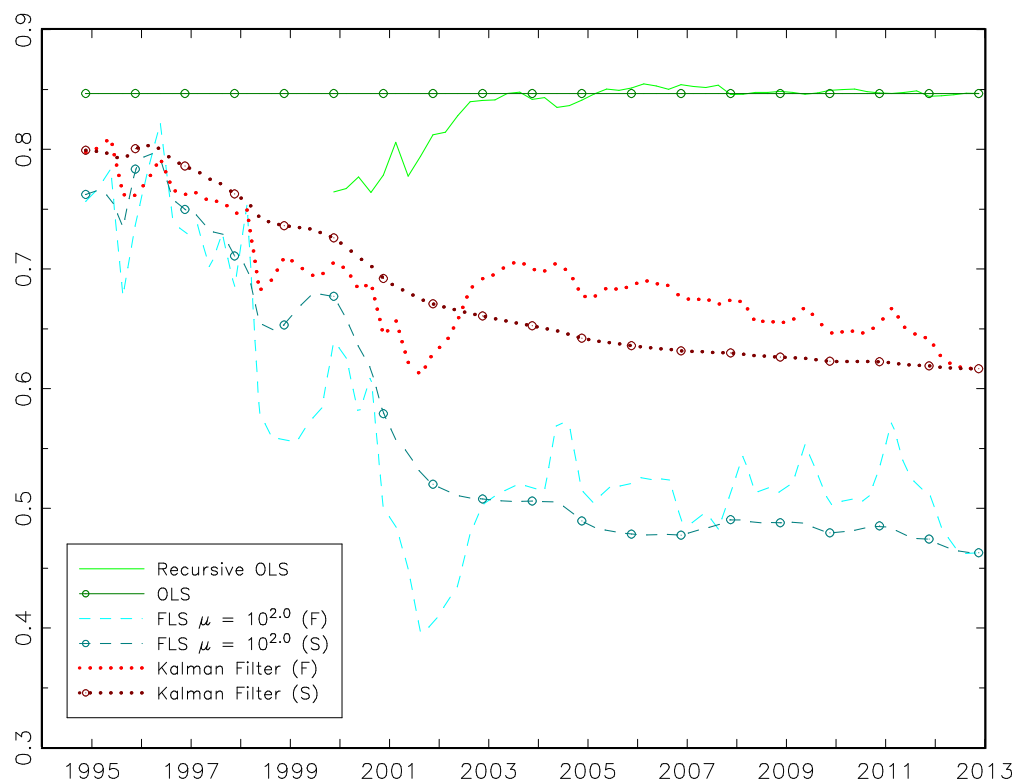
II.2h. ábra – Becsült inflációs perzisztencia – Magyarország



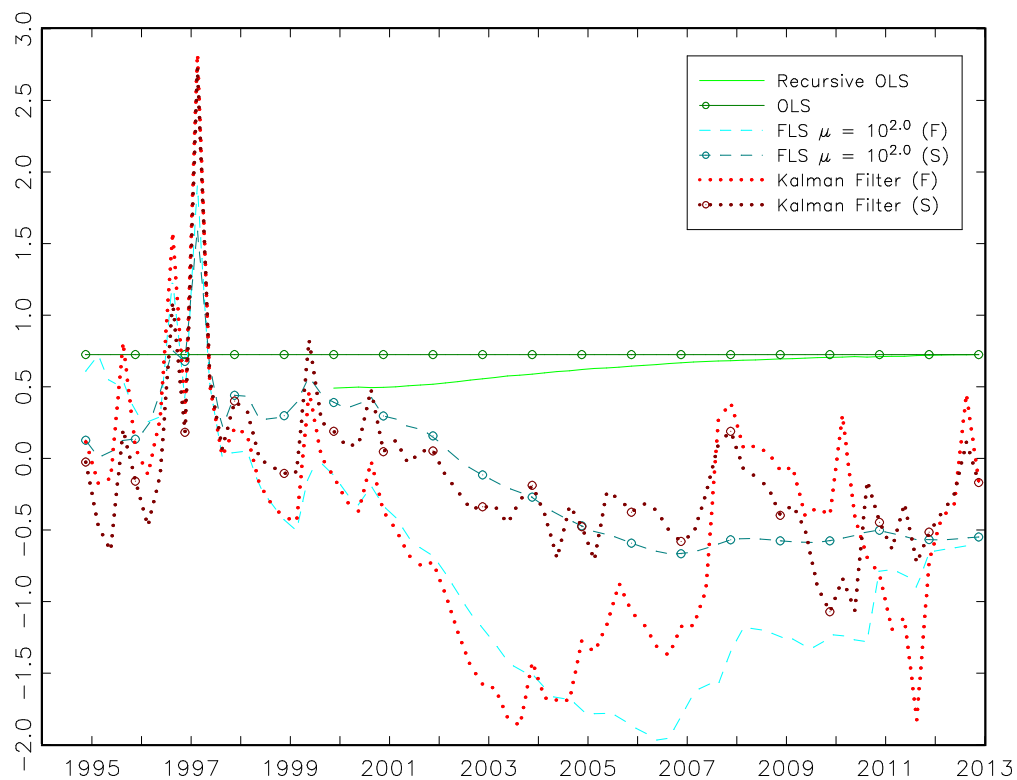
II.2i. ábra – Becsült inflációs perzisztencia – Lettország



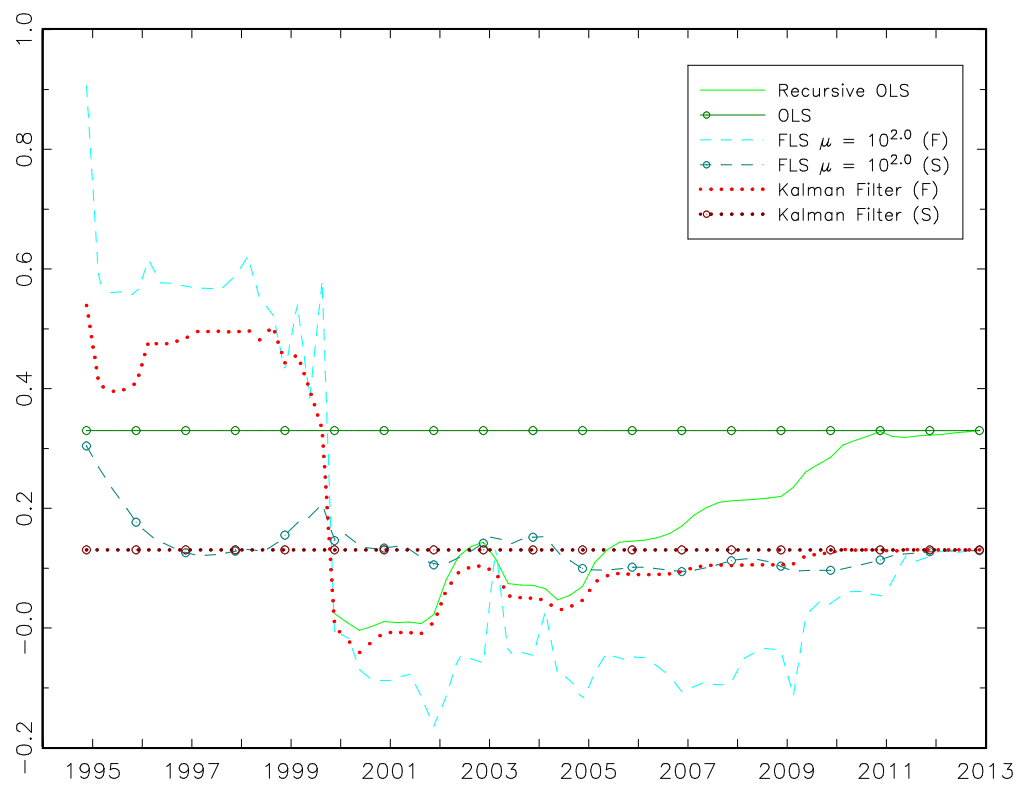
II.2j. ábra – Becsült inflációs perzisztencia – Litvánia



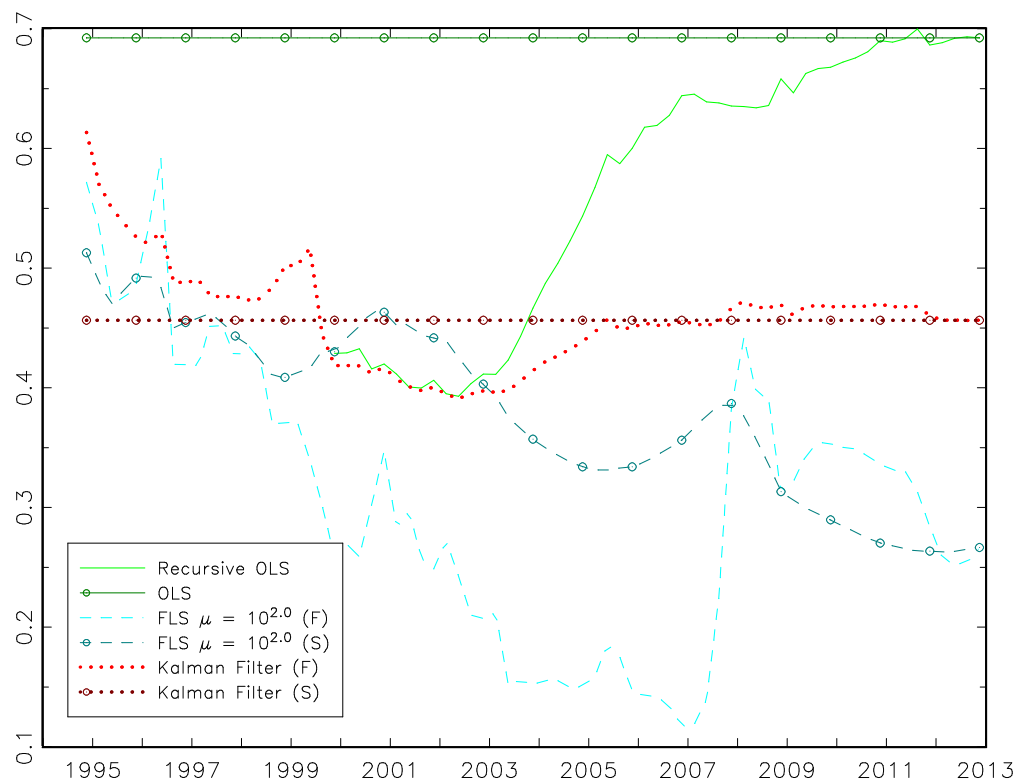
II.2k. ábra – Becsült inflációs perzisztencia – Lengyelország



II.2l. ábra – Becsült inflációs perzisztencia – Románia



II.2m. ábra – Becsült inflációs perzisztencia – Szlovákia



II.2n. ábra – Becsült inflációs perzisztencia – Szlovénia

III. FEJEZET

A munkanélküliség természetes rátájának időben változó becslése Közép-Európában¹⁵

E fejezet rövid távú Phillips-görbe kapcsolatokat becsül a 90-es évek közepétől 2012-ig terjedő mintán négy közép-európai országra: Csehországra, Magyarországra, Lengyelországra és Szlovákiára. A becsléshez *Gordon* [1997, 1998] eredeti "háromszög" modelljét használjuk, ahol a munkanélküliség időben változó természetes rátáját (TV-NAIRU) látens változó írja le, amely véletlen bolyongást követ, és az aktuális munkanélküliségi rátától vett eltérése (a munkanélküliségi rés) hat az infláció alakulására, további faktorokkal együtt. Az eredmények az infláció-munkanélküliség átváltás tekintetében megfelelnek a szakirodalomnak, bár Lengyelország és Szlovákia eredményei nem szignifikánsak. Csehország természetes rátája a minta teljes hosszában csökkenésben van, Magyarországon viszont folyamatos emelkedés tapasztalható. Az inflációs várakozások, mint magyarázó változó, szignifikánsnak bizonyulnak az inflációs egyenletben minden országnál, de erősen gyengítik a munkanélküliségi rés együtthatójának méretét és szignifikanciáját.

III.1 Bevezetés

A Phillips-görbe nem új a közgazdaságtanban, és ehhez kapcsolódóan a munkanélküliség „természetes” rátája, pontosabban a munkanélküliség inflációt nem gyorsító rátája (*Non Accelerating Inflation Rate of Unemployment*, NAIRU) sem: utóbbi koncepcióját *Friedman* [1968] vezette be híres tanulmányában. Bár a természetes ráta sosem volt definíciószerűen időben állandó, szükség volt egy gazdasági jelenségre, amely látványosan megcáfolja az állandóságot, és amely ráirányítja a kutatók figyelmét a NAIRU ezen aspektusára. Ez a jelenség pedig a *Goldilocks*-ként emlegetett időszak

¹⁵ A fejezet a *Varga* [2013] tanulmány magyarra fordított és szerkesztett változata. A bevezető, valamint eredmény-magyarázó részek jelentős változáson estek át. A szerző köszönettel tartozik Darvas Zsoltnak, Kézdi Gábornak, Evžen Kočendának és Várpalotai Viktornak értékes tanácsaikért, Uliha Gábornak az adatgyűjtésért, valamint Bauer Péternek az inflációs várakozások legfrissebb adataiért.

volt: a 90-es évek közepén az Egyesült Államok gazdasága jó néhány évig egyenletesen növekedett, sem túl lassan, sem túl gyorsan. Az időszakban kiugróan alacsony volt a munkanélküliség – négy éven át 6% alatt, és a rövid távú Phillips-görbe jóslata ellenére ezzel párhuzamosan erős defláció is zajlott. E kettő együtt pedig ellentmond annak a feltevésnek, hogy a természetes ráta állandó, hiszen a munkanélküliségi ráta korábbi pályája alapján a 6%-os érték kiugróan alacsony, tehát vélhetően NAIRU alatti, és így az elmélet értelmében többlet-inflációt kellett volna gerjesztenie.

Az időben változó természetes ráta, másképpen TV-NAIRU modellezésére három irányzatot emelünk ki. Az első szerint a NAIRU nem más, mint a munkanélküliségi ráta hosszú távú trendje. Ez a megközelítés nem identifikálja a természetes rátát a munkanélküliségen kívül más makroökonómiai adatsorból, hanem valamilyen gyakorlati megoldással trendet számít. *Papell–Murray–Ghiblawi* [2000] vagy *Camarero–Carrion-i-Silvestre–Tamarit* [2005] munkái töréssztekét alkalmaznak és így a NAIRU-t a munkanélküliség olyan átlagaként definiálják, ami csak diszkrét időpontokban változhat meg. *Ball és Mankiw* [2002] trendszűrő segítségével számítja ki a természetes ráta idősorát.¹⁶

A második irányzat *Elmeskov* [1993] tanulmányához kötődik, amely nem közvetlenül a Phillips-görbéből származtatja a természetes rátát, hanem annak egy bérszínvonalas, másodrendű formában felírt változatából. Ezt a természetes rátát a bérek (*wage*) angol megfelelőjéből adódóan NAWRU-nak rövidítjük. Előnye, hogy némileg könnyebb megbecsülni fejlődő országokra is, ugyanis a valóságban a munkapiacokat sok tényező vezérli és a változó körülményekre való lassabb reagálás – például a háztartások kisebb költözési hajlandósága – makroszinten empirikusan nehezen kimutatható közvetlen inflációs kapcsolatot eredményezhet. A módszer egy kiterjesztése – éppen annak jobb alkalmazhatósága miatt – az Európai Bizottság hivatalos módszere lett, mindez *Denis és társai* [2006] tanulmányában van részletezve.

Harmadik irányzatunk úttörőjeként *Gordon* [1997, 1998] éppen a fent említett *Goldilocks* időszak magyarázatára írta fel úgynevezett „háromszög” modelljét. Ez egy állapot-tér modell, amelynek véletlen bolyongást követő látens változója a NAIRU,

¹⁶ Egyben *Ball és Mankiw* [2002] adja a legjobb nem technikai bevezetést a témába.

megfigyelési egyenlete pedig maga a Phillips-görbe egy infláció-dinamikai egyenletbe burkolva. A módszer igen hasznos az infláció és munkanélküliség együttes elemzésére, mivel relatíve egyszerű, és egyetlen keretben tanulmányozhatjuk vele (i) a NAIRU időbeli evolúcióját, (ii) az infláció dinamikáját – előre- és visszatekintő tagokkal is, és (iii) a két változó közti egymásra hatást, azaz a Phillips-görbe meredekségét.

A *Goldilocks* évek történéseit az Egyesült Államokon kívül az Egyesült Királyságra is vizsgálta a háromszög-modell segítségével *Driver, Greenslade és Pierse* [2006]. Ők mindkét országra azt találták, hogy a NAIRU csökkent ebben az időszakban, majd ezután előrettekintő, azaz inflációs várakozásokat tartalmazó tagot is szerepeltettek a Phillips-görbe egyenletben. Az előrettekintő tag erősen szignifikáns lett és gyengítette az infláció-munkanélküliség kapcsolat együtthatóját, de még így is sikerült kimutatniuk a NAIRU csökkenését.

Míg *Gordon* csak az Egyesült Államokra végezte el vizsgálatát, *Turner és társai* [2001] újabb 21 fejlett OECD tagországra becsültek ily módon TV-NAIRU-t, majd *Richardson és társai* [2000], később pedig *Gianella és társai* [2008], végül *Guichard és Rusticelli* [2011] (mind OECD tanulmányok) bővítették még tovább a listát. A három utóbbi tanulmány az OECD hivatalos módszerévé avatja a háromszög-modell egy alternatív állapotegyenlettel képzett változatát: eszerint a NAIRU nem véletlen bolyongást követ, hanem a mindenkorin munkanélküliségi ráta felé húzó dinamikával rendelkezik.¹⁷ Ez egy nagyon fontos különbség, mivel erősen bekorlátozza a NAIRU alakulását, cserébe viszont könnyebbé teszi a becslést. Olyannyira, hogy *Guichard és Rusticelli* [2011] az egyetlen forrásunk, amely időben változó NAIRU becslésekkel rendelkezik közép-európai országokról.

Az OECD-s elemzésekhez hasonlóan *Laubach* [2001] is túl bizonytalannak tekintette az eredeti háromszög-modell becsléseit, ezért úgy fejlesztette azt tovább, hogy a munkanélküliséget trend és ciklus komponensekre bontotta, és a modellben feltételezte, hogy a Phillips-görbe eltolódásai a munkanélküliséggel közös trend szerint zajlanak.

¹⁷ A konkrét gyakorlati megvalósításban a munkanélküliségi ráta és a természetes ráta különbsége, azaz a munkanélküliségi rés követ alacsony perzisztenciájú autoregressziót. Az egyenlet meghatározásánál *Guichard és Rusticelli* [2011] is hivatkozik *Laubach* [2001] eredményeire.

Később ennek előnyét *Serve–Lemoine* [2011] kutatása cáfolta egy hét fejlett országból álló mintán: ők azt tapasztalták, hogy a NAIRU lényegesen különbözhet a munkanélküliség trendjétől, és hogy az inflációs egyenlet illeszkedése javul a közös trend feltevésének eldobásával.

Ebben a tanulmányban a Visegrádi Négyekként is ismert posztkommunista közép-európai országokat, nevezetesen Csehországot, Magyarországot, Lengyelországot és Szlovákiát vizsgáljuk a munkanélküliség természetes rátájának alakulása szempontjából. Ezen országok munkaerőpiaca óriási változáson esett át a rendszerváltással: a régi rezsim hivatalosan teljes foglalkoztatást mért, a valóságban viszont burjánzott a statisztikák által nem regisztrált kapun belüli munkanélküliség. A változások és a piacgazdaság felé fordulás így hatalmas növekedést okozott a mért munkanélküliségben, és ezzel párhuzamosan az addig nyomás alatt tartott árak is elszabadultak. A konszolidáció 90-es éveiben aztán a magas infláció és munkanélküliség többé-kevésbé egyszerre indult csökkenésnek, ráadásul nagyon magas értékekről, ami részben megnehezítheti a Phillips-görbe kapcsolat megragadását az extrém kezdőértékek és az azóta összegyűlt relatíve kis minta miatt. A másik oldalon viszont éppen ez indokolja az időben változó NAIRU alkalmazását, hiszen az infláció és munkanélküliség egyszerre történő csökkenése éppen egy *Goldilocks*-típusú jelenség, amely itt is a természetes ráta csökkenését implikálja. A masszív strukturális változás egyébként is erősen indokolja időben változó természetes rátát megengedő módszer használatát.

A becsléshez *Gordon* [1997, 1998] eredeti háromszög-modelljét használjuk, amelyben a NAIRU véletlen bolyongást követ; és a *Driver–Greenslade–Pierse* [2006] tanulmányhoz hasonlóan megfontoljuk a várakozásos, előretekintő tagok szerepeltetését is. A modellválasztás mellett azzal érvelünk, hogy a tranzíciós gazdaságok igen gyors változását teljesen szabadon engedett NAIRU folyamattal tudjuk a legjobban megragadni, amely felfedheti a munkaerőpiac változásának hosszabb távú tendenciáit is, szemben a NAIRU folyamatot a munkanélküliség közelébe korlátozó *Laubach* [2001]-féle módszerrel. Cserébe megkockáztatjuk azt a nehézséget, hogy nem járunk minden országnál sikerrel.

A fejezet további szerkezete a következő. A 2. alfejezet rövid elméleti háttérrel tartalmaz, majd bemutatja a modellt és a megoldás módszerét. A 3. alfejezet a használt adatokról ad képet, a 4. alfejezet az eredményeket közli, végül az 5. alfejezet levonja a következtetéseket.

III.2 Módszertan

Gordon [1997, 1998] „háromszög” modellje nem más, mint egy kétváltozós reprezentációja a jól ismert visszatekintő Phillips-görbének: míg a munkanélküliségi ráta maga véletlen bolyongást követ, rövid távú kapcsolatban áll az inflációs dinamikával egy olyan tagon keresztül, amely a munkanélküliségi ráta és az időben változó NAIRU különbsége – ezt hívjuk a kibocsátási rés mintájára munkanélküliségi résnek (*unemployment gap*). Ebben az elrendezésben tehát a munkanélküliség természetes rátája éppen a definícióját szolgálja: a munkanélküliségi rátának egy olyan szintje, amely semmilyen irányba sem okoz inflatorikus nyomást. Az inflációt e függés mellett a saját tehetetlensége (autoregresszív tagok) és néhány exogén kínálat-oldali sokk is befolyásolja.

Előretekintő dinamika bevezetésével a modell kibővíthető, hogy illeszkedjen az új-keynesi Phillips-görbe (*New Keynesian Phillips Curve*, NKPC) koncepcióra, ahol az árak ragadósága miatt az inflációs várakozások fontos szerepet játszanak az árak kialakításában. Az infláció az eredeti elméleti NKPC felírásban kizárólag előretekintő tagoktól függ, de a gyakorlatban sokkal hihetőbb, ha egyszerre alkalmazunk hátra- és előretekintő tagokat.¹⁸ Így aztán hasonlóan *Driver*, *Greenslade* és *Pierse* [2006] vizsgálatához, ami az előretekintő tagok szignifikáns voltát állapítja meg az USA és az Egyesült Királyság tekintetében, mi is megvizsgáljuk a várakozási idősorok magyarázó változóként való szerepeltetését.

¹⁸ *Rudd* és *Whelan* [2005] egyenesen megkérdőjelezi a csak előretekintő tagokat alkalmazó NKPC képességét az infláció megfelelő leírására. Tanulmányukban amellet érvelnek, hogy az előretekintő elemek – a hátratekintő tagokkal ellentétben – erősen korlátozott szerepet kapnak az inflációs dinamika meghatározásában.

Az állapot-tér modellünket – nagyrészt *Driver* és társai jelöléseit követve – a következő formában írjuk fel:

$$U_t^* = U_{t-1}^* + \eta_t \quad (\text{III.1})$$

$$\pi_t = \alpha(U_t - U_t^*) + \beta(L)\pi_{t-1} + \gamma\pi_{t+4}^e + \delta(L)z_t + \varepsilon_t \quad (\text{III.2})$$

$$\eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2), \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2), \quad \text{cov}(\eta_t, \varepsilon_t) = 0, \quad (\text{III.3})$$

ahol π_t az éves infláció (mivel negyedéves adatokat használunk, az inflációt az előző év azonos időszakához képesti százalékos változásként értelmezzük); π_{t+4}^e a várható infláció egy év múlva; U_t a munkanélküliség és U_t^* az időben változó NAIRU. Az α , $\beta(L)$, γ és $\delta(L)$ jelölésekkel együttthatókat és azok késleltetési polinomjait jelöljük, valamint η_t és ε_t rendre a (III.1) állapotegyenlethez és a (III.2) megfigyelési egyenlethez társítható hibatagok. Végül, z_t exogén reálértelemben vett kínálatoldali sokkokat fejez ki, egyrészt a reál olajár növekedést, másrészt pedig a reál importár növekedést. Az α paraméter jelöli a számunkra fontos munkanélküliségi rés együttthatóját, ez határozza meg a munkanélküliség természetes rátától vett eltérésének inflatorikus hatáserősségét, értéke az elmélet helyessége esetén negatív. A $\beta(L)$ és $\delta(L)$ késleltetési struktúrákat úgy választjuk meg, hogy egyik oldalon ne pazaroljuk a használható megfigyelések számát, a másik oldalon viszont minél több szignifikáns tagot kapjuk az egyenletben. Így, a kutatás jelen változatában, minden vizsgált országnál egyformán 5 inflációs késleltetést és 1-1 reál olajár sokk illetve reál importár sokk késleltetést alkalmazunk.

Feltevéseink szerint hosszú távon nincs átváltás infláció és reálaktivitás között, azaz a Phillips-görbe függőleges. Hogy ezt a hosszú távú NAIRU semlegességet a modellünkben is elérjük, két restrikciónak kell bevezetnünk: egyrészt, az inflációs együttthatók ($\beta(L)$, és, ha jelen van, γ) összege egységnyi kell, hogy legyen; másrészt, a kínálatoldali sokkok idősorait zéróösszegűre kell normalizálnunk. Mindez a gyakorlatban azt jelenti, hogy az inflációs idősort egységgyök-folyamatnak vesszük, és ha a (III.2) megfigyelési egyenlet mindkét oldalát időben összegezzük, azt is láthatjuk, hogy a korlátozás bebiztosítja, hogy a NAIRU időbeli átlaga egybeessen a munkanélküliség időbeli átlagával (de legalábbis közel kerüljön hozzá). Tehát az elméleti korlátozással elértük azt az egyébként szokásos kívánalmat, hogy a munkanélküliség a saját természetes rátája körül fluktuáljon.

A fenti okfejtés teljesen igaz, ha egyrészt az infláció kezdő és végső értéke nem esik túl messze egymástól a mintában, másrészt ha kihagyjuk a várakozásokat (azaz γ -t nullára állítjuk). Ha a várakozásokat bekapcsoljuk, azok torzítottak lehetnek abban az értelemben, hogy mintabeli átlaguk nem akkora, mint az inflációé. Ez a jelenség – megint csak a (III.2) egyenlet idő-összegzéséből adódóan – a munkanélküliségi rátához képest túl magas vagy túl alacsony NAIRU becsléseket eredményezhet. Ha például az inflációs várakozások permanensen a realizált infláció felett vannak, akkor a hosszú távú semlegességi korlátozás azt fogja okozni, hogy a becsült NAIRU sorozat túl alacsonyra kerül – a NAIRU időbeli átlaga a munkanélküliségénél alacsonyabban lesz. *Driver* és társai [2006] vizsgálatában ez az állapot nem volt feltűnő – a becsült NAIRU sorozatok nem helyezkedtek el értelmezhetetlen helyzetekben, de ez maguknak az USA és UK várakozási idősoroknak volt köszönhető.

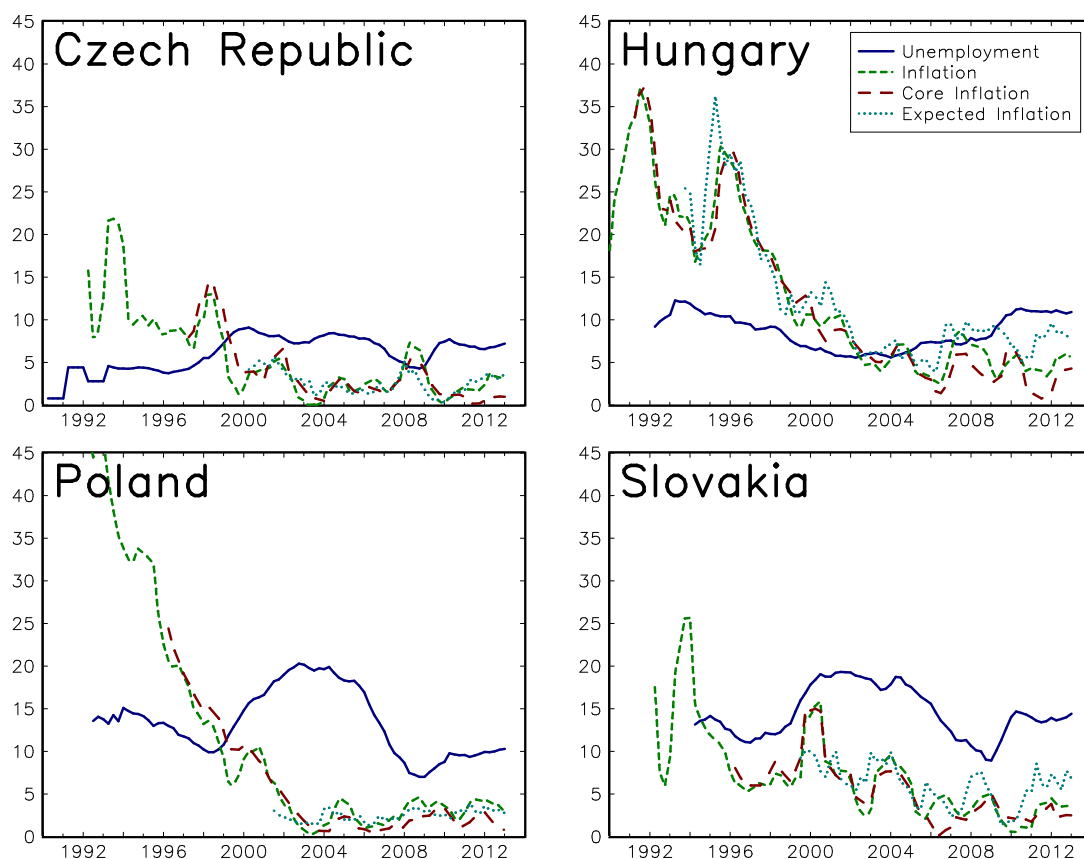
A felírt állapot-tér modellt a Kalman-szűrő és a Maximum Likelihood módszer segítségével becsüljük meg. Ezzel egyszerre tudjuk meghatározni mind a NAIRU sorozatot (a likelihood függvényben futó Kalman-szűrő és simító segítségével), mind pedig az ismeretlen paramétereket (a likelihood függvény maximalizálásával). A fenti okok miatt a Kalman-szűrő kezdeti értékei egyrészt a munkanélküliségi ráta mintabeli átlaga – mint a NAIRU kezdeti pontbecslése, másrészt 0.1-es érték – mint a NAIRU kezdeti standard hiba becslése. A kezdeti értékek állítása szinte egyáltalán nem befolyásolja eredményeinket, mivel a szűrt eredmények helyett sokkal inkább a simítottakat figyeljük.

Módszerünknek egyetlen komoly hátránya van: gyakorlati okokból kifolyólag szinte lehetetlen együtt megbecsülni a megfigyelési egyenlet σ_ε^2 , valamint az állapotegyenlet σ_η^2 varianciáját. A Maximum Likelihood módszert alkalmazó, mindkét paramétert egyszerre becselő próbálkozások egyöntetűen túl lapos, azaz kevésbé változó NAIRU sorozatokat kaptak, így erre megoldásként az a gyakorlat terjedt el, hogy a kettő érték közül az egyiket (vagy akár a hányadosukat, amit jel-zaj aránynak is hívunk) előzetesen beállítják. Mindebből persze az is következik, hogy a becsült NAIRU sorozat nem egyértelmű, hiszen varianciája függ az előre beállított értéktől.

A vázolt problémát *Gordon* úgy oldja fel, hogy a megfigyelési varianciát kibecsli, míg az állapot varianciára négy különböző értéket ad meg, ezek a 0.1^2 , 0.2^2 , 0.3^2 és a 0.4^2 . *Driver* még jobban lekorlátozza a becslést: a megfigyelési varianciát egységnyire állítják, az állapot varianciára pedig 0.4^2 -et használnak az Egyesült Királyság esetén, és 0.2^2 -et az Egyesült Államok esetén (valamint mindkét esetben végeznek érzékenységvizsgálatot). A mi tapasztalatunk az, hogy bár az egész becslési folyamat nagyon érzékeny, a megfigyelési egyenlet varianciája könnyen és szignifikánsan kibecsülhető, így ezzel kapcsolatban semmiképp sincsen korlátozásra szükség. Így aztán csak az állapot varianciát állítjuk be különböző szintekre, de még ezzel a becslési stratégiával is problémáink akadtak, valószínűleg azért, mert a munkanélküliség különösen nagy szórással rendelkezett az általunk vizsgált néhány országban. Így aztán minden egyes országnál, miután óvatosan megvizsgáltuk a munkanélküliségi idősor mért volatilitását, három variancia-beállítást alkalmazunk, amelyek valószínűleg egy elfogadhatóan nagy intervallumot fednek le, és amelyek bemutatják, hogyan változik a becsült NAIRU a beállítások hatására. Mivel az állapot varianciát nem becsüljük, az eredményeinket ennek megfelelően óvatosan kell majd kezelni. Az is megjegyzendő, hogy σ_η^2 előzetes beállításától nem feltétlenül lesz a becsült NAIRU sorozat variancia pontosan σ_η^2 .

III.3 Adatok

Különböző országok becslési eredményeinek összehasonlításakor lényeges, hogy az egyes országok adatai is minél inkább összhangban legyenek egymással, így e tanulmányban egy adott változó minden országra vonatkozó idősora azonos forrásból származik. Az egyes országok mintáit a lehető leghosszabbra igyekeztünk nyújtani, de a posztkommunista országoknál ez mindig problémát jelent: a kilencvenes évek elejénél – néha inkább közepénél – nem igazán sikerült régebbre menni. A korábbi adatok elhagyása konceptuális szempontból nem annyira problémás, hiszen – mint korábban érveltünk – a későbbi adatokban inkább várjuk a Phillips-görbe kapcsolat megnyilvánulását. Cserébe viszont a mintahossz lecsökken, ami megnöveli a mintavételi hibát, és elronthatja a kapcsolatok szignifikanciáját.

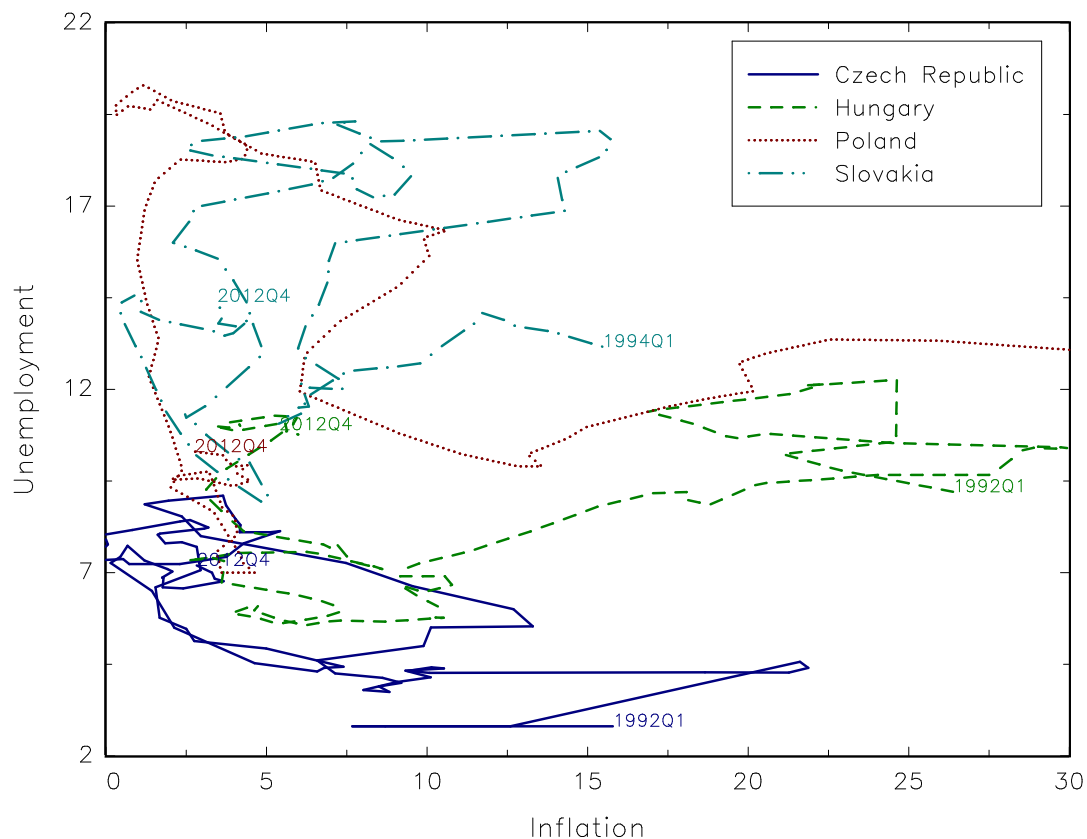


III.1. ábra– A munkanélküliségi ráta, valamint az inflációs (teljes / mag / várt) idősorok áttekintése

Használt adataink nagy része ismert forrásból származik. A negyedéves fogyasztói árindex valamint harmonizált munkanélküliségi ráta idősorok az OECD statisztikai adatbázisából jönnek, és a III.1. ábrán láthatóak mind a négy országra. A gyakorlatban azt találtuk, hogy a teljes infláció helyett maginflációt (élelmiszer- és energiaárakat nem tartalmazó érték) használva jobb eredményeket kapunk. Ez elméletileg is helytálló lehet, hiszen az energiaszektor Közép-Európában erősen szabályozott, az élelmiszerárak pedig jellemzően volatilisak és kevésbé kapcsolódnak a munkanélküliséghez. Az importárak deflátorként jönnek az Eurostat nemzeti számlákat tartalmazó adatbázisából. Az olajár az IFS adatbázisból származik és a Brent olajárát jelenti nemzeti valutába átszámolva. Az inflációs várakozások adatsorai az Európai Bizottság kvalitatív közvélemény-kutatási eredményeiből származnak, amelyeket *Gábrriel* [2010] fordított át számokba *Berk* [1999] módszere alapján.¹⁹ Az összes felsorolt idősor valamikor 1989Q1 és 1997Q1 között kezdődik, míg a végpont mindegyiknél 2012Q4. Az effektív minta

¹⁹ A *Gábrriel* [2010] tanulmányban fellelhető adathalmaz 2009Q1-ig tart, az újabb adatokat Bauer Péter szolgáltatotta a szerző személyes kérésére.

kezdőpontjai – az inflációs várakozásokat nem beleértve – Csehországnál 1997Q2 (összesen 63 megfigyelést adva), Magyarországnál és Lengyelországnál 1996Q2 (67 megfigyelés), és Szlovákiánál 1998Q2 (59 megfigyelés). Az inflációs várakozások idősorai sajnos relatíve rövidek, a magyar idősor időben, 1993Q3-ban kezdődik, de a másik három ország idősora csak 1999Q2 és 2001Q2 között indul, jelentősen lerövidítve ezzel a mintát.



III.2. ábra – Az infláció-munkanélküliség párok evolúciója

Mind az éves infláció, mind a munkanélküliségi ráták százalékpontokban adottak.

Mielőtt rátérnénk a becslési eredményekre a következő fejezetben, elvégzünk néhány előzetes adatvizsgálatot. A III.1. táblázat a négy munkanélküliségi idősor szintjének és változásának mutatja a becsült szórását, együtt az etalonként használt USA értékekkel. Jól látszik, hogy míg a cseh és magyar idősoroknak csak kicsit nagyobb a szórása az Egyesült Államokénál, addig a lengyel és szlovák szórások lényegesen nagyobbak.

	Czech Republic	Hungary	Poland	Slovakia	United States
stdev(U)	2.06	2.06	3.88	2.94	1.57
stdev(ΔU)	0.55	0.36	0.60	0.60	0.35

III.1. táblázat – A munkanélküliségi ráták szintjeinek és megváltozásainak szórásai országonként

A III.2. ábrán a jól ismert Phillips-grafikon található, a négy ország időben egymás után következő infláció-munkanélküliség párjait vonalakkal kötöttük össze. Az elmélet szerint a rövid távú átváltás miatt egy ilyen ábrán több negatív, mint pozitív meredekségű vonalat kell látnunk.²⁰ Csehország, a csoport messze legfejlettebb országa, tisztán mutatja ezt a jelenséget: a pontok durván egy negatív meredekségű Phillips-görbe mentén helyezkednek el, bár a minta korábbi része nem illeszkedik túl jól. Magyarország hasonló mintázatot mutat. Lengyelország esetében a minta elején épp ellentétes kapcsolat látszik, a minta közepén van egy nagyjából elfogadható szakasz, majd a minta végén függőleges kapcsolatot látunk. Szlovákia grafikonja még ennél is rosszabb illeszkedést mutat. Összességében is mind a négy országnál látható, hogy a minta korábbi részében, amikor is jelentős inflációs sokk volt jelen, az átváltás rosszabbul működik. Az ábra tanulmányozásából az is levonható következtetésnek látszik, hogy a Phillips-görbe hatás jobban működik egy alacsony infláció – alacsony munkanélküliség jellemezte környezetben.

III.4 Becslési eredmények

A becslési eredmények országonként csoportosítva a III.2.-III.5. táblázatokon, a hozzájuk társítható becslült NAIRU sorozatok pedig a III.3.-III.6. ábrákon láthatók. Az állapotegyenlet standard hibájának különböző beállításával 3 becslés készült először az inflációs várakozások használata nélkül, majd ugyanezen egyenleteket a várakozások használatával is megbecsüljük; ez összesen 6 modellt jelent. Általános szabályként a becslült NAIRU sorozatokat csak azon esetekben érdemes vizsgálnunk, ahol a munkanélküliségi rés együtthatója szignifikánsan negatív, különben a NAIRU sorozatoknak nincs elégséges identifikációja, tehát értelmetlenek. Csak a Kalman-simított becsléseket közöljük, amelyek a teljes minta információja alapján készültek.

²⁰ A Phillips-görbék ábrái iránt érdeklődő olvasóknak *Smith* [2006] írását ajánljuk.

Összehasonlításként megemlítyük *Driver* és társai [2006] munkanélküliségi rés együtthatóra vonatkozó eredményeit: az Egyesült Államok esetén -0.40 körül ingadozott várakozások nélkül (mintahossztól és a beállított jel-zaj aránytól függően), és -0.25 körül a várakozásokat felhasználva. Az Egyesült Királyságban az együttható rendre -0.85 és -0.80 körüli értékeket vett fel. *Turner et al* [2001] hasonló egyenletet becsült (néhány más taggal, pl. a munkanélküliség differenciájával kiegészítve) inflációs várakozások nélkül 21 fejlett országra, az általa jelentett munkanélküliségi rés együtthatók -0.13 és -2.66 között voltak.

Csehország 1998 óta alkalmaz inflációs célkövetést és az 1997Q2 óta rendelkezésre álló mintánkban legalább kettő teljes munkanélküliségi ciklus van. Mivel a munkanélküliségi ráta standard hibája csak kevéssé van az USA értékek felett, σ_η -ra a 0.1, 0.2 és 0.4 értékeket használjuk. Az inflációs várakozásokat kihagyó modellek erősen szignifikáns, -0.30 körüli munkanélküliségi rés együtthatót jeleznek, és a becsült NAIRU sorozat minden σ_η -ra csökkenő tendenciát mutat a minta elején 7-8%-ról 5.5-6.5%-ra. A grafikonon az is jól látszik, hogy ha a NAIRU szórását teljesen lekorlátoznánk nullára – ezáltal egy időben állandó NAIRU-t generálva, az nagyjából 6.5-7%-on lenne. Mindez némileg megváltozik, amikor bekapcsoljuk a várakozási együtthatót (ami erősen szignifikáns): a munkanélküliségi rés együtthatója még mindig szignifikáns, de ezúttal alacsonyabb (abszolút értékben): -0.17 és -0.19 között. A NAIRU sorozatok is más kicsit más képet mutatnak, nagyjából 2006-2008 körüli csúccsal és az azóta tartó csökkenéssel.

Guichard–Rusticelli [2011] eredménye Csehországra -0.15 értékű együttható, és kezdetben emelkedő, majd csökkenő NAIRU sorozat, amely a mi várakozásos esetünkre rímel, annak ellenére, hogy ők nem alkalmaznak előretekintő tagokat. Összességében, még a várakozásos esetekkel együtt is, Csehországban a minta egészére csökkenő tendenciájú NAIRU sorozat adódik, amely robusztus a különböző szórásbeállításokra. A munkanélküliségi rés együtthatójára kapott eredmények pedig figyelemre méltóan közel állnak a fejlett országokéhoz.

Magyarország már más képet mutat. A munkanélküliségi ráta valamivel magasabb, és az 1996Q2-től 2012Q4-ig terjedő mintaidőszakban nem igazán mutat jól definiálható ciklusokat: a 90-es években csökken, de aztán nagyjából 2002 óta szinte folyamatosan emelkedik. A némileg magasabb szórás miatt itt a 0.3, 0.5 és 0.8 értékeket használjuk σ_η -ra. A becsült munkanélküliségi rés együtttható szignifikáns, de értéke -0.10 és -0.15 között van, ez nagyjából a *Turner et al* [2001] által becsült értékeknek az alsó határa. A becsült NAIRU sorozat az összes szórásbeállításra növekedést mutat. A becslés 8%-ra teszi a természetes ráta mostani szintjét, ami, összehasonlítva a valós munkanélküliségi rátával, elfogadhatónak hangzik. Ha azonban bekapcsoljuk a modellben az inflációs várakozást, bár az együttthatója erősen szignifikáns, a munkanélküliségi rész elveszti szignifikanciáját és értéke is a nullához közelít (-0.06 és -0.08 között). Így aztán ebben az esetben a becsült NAIRU sorozatoknak már nincs a magyarázó ereje.

Eszerint tehát Magyarországon egyértelműen növekedett a munkanélküliség természetes rátája a teljes mintaidőszak alatt. Ez ellentétben van *Guichard–Rusticelli* [2011] becslésével, amely csak a minta második részében jelez emelkedést, az elsőben csökkenést. Figyeljük azonban meg, hogy az ő becsléseik kivétel nélkül minden egyes országra a munkanélküliségi ráta trendjét követik – ennek egyszerű oka, hogy így vannak konstruálva, ahogy már korábban említettük. Amellett érvelünk, hogy mivel a mi esetünkben a NAIRU alakulását nagymértékben a belőle kiinduló inflációs / deflációs nyomás identifikálja – és kevésbé a munkanélküliség trendje, ezért a mi módszerünk pontosabban ragadja meg a NAIRU időbeli irányultságát.²¹ Tanulmányunk szerint tehát Magyarországon a természetes ráta növekedése figyelhető meg.

Lengyelország és Szlovákia munkanélküliségi adatsorai nagyon volatilisak, így σ_η -ra az 1.20, 1.50 és 2.00 értékeknél állapodtunk meg. Lengyelországi mintánk 1996Q2-től 2012Q4-ig tart, ezen időszak alatt egyetlen teljes munkanélküliségi ciklus volt. Összesen két modellnek van elég nagy munkanélküliségi rés együttthatója: nagyjából -0.15 , de ezek sem szignifikánsak. Itt a NAIRU sorozatok erős növekedést mutatnak

²¹ Hozzá kell tennünk, hogy csak akkor pontosabb, amikor egyáltalán sikerül szignifikáns kapcsolatot találni, ami viszont a konstrukció miatt nehezebb, mint *Guichard–Rusticelli* [2011] esetében. Mint az összes TV-NAIRU folyamatot becslő szerző, nekünk is hozzá kell tennünk, hogy maga a NAIRU pontbecslés inkább csak indikatív, a tendencia következtetése azonban robusztusabb.

2005-ig, onnantól kezdve pedig erős csökkenést. Ezek az eredmények egyébként egészen közel állnak az OECD-becsléshez, *Guichard–Rusticelli* [2011] eredménye -0.12 (szignifikáns), és a mienkhez nagyon hasonló NAIRU folyamat. A várakozások ismét erősen szignifikánsnak bizonyulnak az infláció egyenletében, de teljesen elveszik a munkanélküliségi rés tag szignifikanciáját.

Szlovákia produkálja a legkevésbé használható eredményeket a becslésünkben: a munkanélküliségi rés együttható egyetlen modellünkben sem lett -0.05 -nél távolabb nullától és erősen inszignifikáns mind a hat esetben. A munkanélküliség egyébként igen magas az országban a teljes – csak 1998Q2-ben kezdődő – mintaidőszak alatt, a legalacsonyabb érték is majd 10% volt 2008-ban, a válság kitörése előtt. Az OECD-becslés itt sem nagy, értéke -0.12 , a becsült NAIRU folyamat pedig a vízszintes és a munkanélküliség trendjének egy átlaga.

Közös tehát az eredményekben, hogy az inflációs egyenletben az infláció késleltetettjei szignifikánsak, és akkor is szignifikánsak maradnak, ha a várakozásokra is kontrollálunk. Ez sokszor megfigyelt jelenség, és bizonyos értelemben ellentmond az tiszta új-keynesi Phillips-görbe koncepciónak, hiszen ezáltal az inflációnak van múltból eredő momentuma, perzisztenciája, és nem kizárólag a várakozásokon múlik. A másik oldalon viszont, a várakozások is kivétel nélkül szignifikánsak, miközben kontrollálunk az infláció késleltetettjeire, tehát alátámasztást nyer az is, hogy biztosan szerepet játszanak az infláció alakulásában. Ezzel megérkeztünk a hibrid, azaz előre- és visszatekintő Phillips-görbe modellhez, amelyet például részben múltbeli megfigyelések alapján árazó cégek elméletével lehet magyarázni (*Galí-Gertler* [1999]).

A becsléseinkben a munkanélküli rés együtthatója egységes, bár nem mindenhol szignifikáns. Csehország és Magyarország esetén sikerült szignifikáns és relatíve nagy értékeket találnunk, amelyek beleesnek a korábbi hasonló becslések tartományaiba: a munkanélküliségi ráta egy százalékpontos eltérése a természetes rátától ceteris paribus évi 0.30% -pont körüli lassulást vagy gyorsulást generál az éves inflációban Csehországon, és 0.13% -pontosat Magyarországon. A csehországi NAIRU nagyjából 2002 óta folyamatos csökkenésben van, és ezt a folyamatot a 2008-as válság sem állította meg jelentősen – ez egy várt eredmény, hiszen a közvetlen rendszerváltás utáni korszakban magas természetes rátát várunk, amelynek a piacgazdasági struktúra

beállításával párhuzamosan kell lecsökkennie (persze az is tény, hogy ehhez az érvhez a 2002-es mintakezdet relatíve későn van). Magyarországon ezzel szemben 1996 óta – tehát a rendszerváltást követő csupán hetedik évtől kezdve – növekedést látunk a természetes ráta idősorában: ez utalhat az országban végbemenő strukturális változásokra, amelyek Csehországgal ellentétben kedvezőtlen irányba haladnak. Bár ez messzemenő következtetés, a *Goldilocks*-időszak magyarázatánál az USA-ban is felmerültek strukturális indoklások, például az IT szektor széles térnyerése és ezzel a termelékenység általános növekedése (*Oliner és Sichel [2000]*).

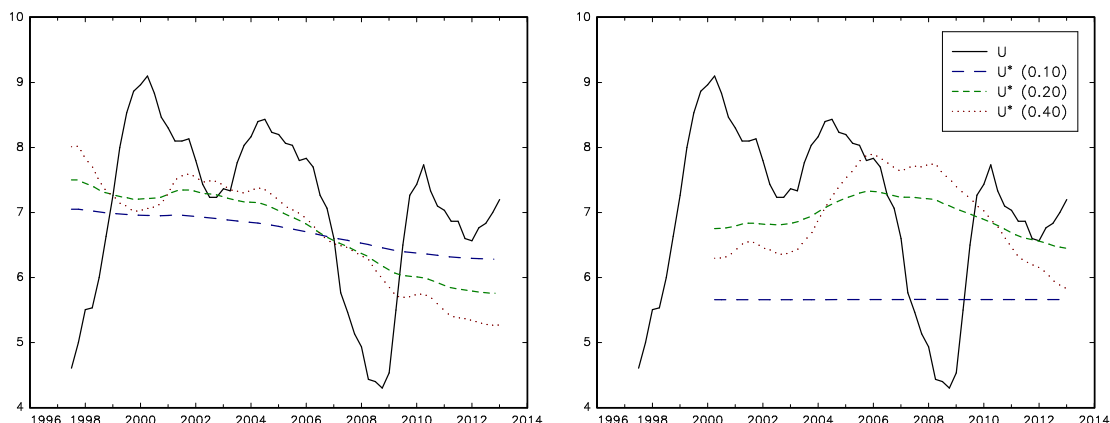
Végül, a becslés talán legtalányosabb tapasztalata, hogy az inflációs várakozásokra való kontrollálással a munkanélküliségi rés együtthatói kivétel nélkül lecsökkennek és elvesztik szignifikanciájukat. Ezt a jelenséget nehéz bővebb szakirodalommal összehasonlítani, mivel jelen tanulmányon kívül egyedül *Driver, Greenslade és Pierse [2006]* kísérletezik ezzel. Az ő, az Egyesült Államok és az Egyesült Királyság hosszú idősorain elvégzett vizsgálatukban a várakozások ugyancsak gyengítik a munkanélküliségi rés együtthatóját, de nem ilyen mértékben és nem a szignifikancia elvesztésével. Mindez jelentheti azt is, hogy szimplán túl rövid a mintánk a becsléshez, de okozhatja valamilyen lényeges különbség is a két angolszász ország és a visegrádi országok között. Lehetséges, hogy ezekben az országokban a vizsgálatok (*Guichard–Rusticelli [2011]*) hibát követnek el a várakozásokra való kontrollálás kihagyásával, és munkanélküliség természetes rátától vett eltérése egyáltalán nem rejt magában inflatorikus nyomást, mert például a munkapiac szabályozottabb, vagy a munkavállalóknak nincs meg a béremeléshez szükséges alkupozíciója.

III.5 Összefoglalás

Ez a tanulmány – elsőként a szakirodalomban – Phillips-görbe összefüggéseket és időben változó munkanélküliségi természetes ráta sorozatokat becsült négy közép-európai országra *Gordon [1997, 1998]* modelljével, amely a látens NAIRU folyamatot szabadon hagyja bolyongani, az inflációs egyenleten kívül nem ír rá elő pályamegkötést. A fő becslési eredményeink a következők. (i) Mind a négy országra megfelelő inflációs dinamikai egyenleteket tudtunk becsülni, amelyekben az inflációs várakozások együtthatója is erősen szignifikáns volt. (ii) A munkanélküliségi rés

együtthatóját tekintve Csehországnál nagy, a másik három országnál kisebb értéket kaptunk, amely teljesen kompatibilis a szakirodalommal, bár Lengyelország és Szlovákia esetén nem szignifikáns. (iii) A csehországi NAIRU folyamat a teljes mintán át csökken, a magyarországi pedig emelkedik, és ez az eredmény robusztus a NAIRU innovációk szórásának beállítására. Mindezek mellett azt találtuk, hogy (iv) az összes mintánk esetén az (erősen szignifikáns) inflációs várakozásos tag szerepeltetése gyengíti a munkanélküliségi rés együtthatóját. E jelenség pontos okának felderítését későbbi kutatásra hagyjuk.

Táblázatok és ábrák



Czech Republic	Sample: 1997Q2 - 2012Q4 (63 obs)			Sample: 2000Q1-2012Q4 (52 obs)		
	Models without expectations included			Models with expectations included		
SIGETA	0.10	0.20	0.40	0.10	0.20	0.40
U-U*	-0.30 (-2.22)	-0.35 (-2.56)	-0.30 (-2.12)	0.00 (-0.27)	-0.19 (-1.97)	-0.17 (-2.07)
PIE				0.25 (3.68)	0.30 (4.30)	0.32 (4.36)
PI1	1.10 (9.55)	1.08 (9.49)	1.07 (9.08)	1.11 (8.90)	1.03 (8.33)	1.00 (8.03)
PI2	0.03 (0.20)	0.05 (0.29)	0.06 (0.34)	-0.25 (-1.50)	-0.23 (-1.46)	-0.22 (-1.43)
PI3	-0.16 (-0.96)	-0.15 (-0.96)	-0.15 (-0.92)	0.15 (0.92)	0.15 (0.97)	0.16 (1.04)
PI4	-0.21 (-1.31)	-0.20 (-1.23)	-0.19 (-1.20)	-0.65 (-3.94)	-0.65 (-4.18)	-0.65 (-4.29)
PI5	0.24 (2.00)	0.23 (1.94)	0.21 (1.81)	0.40 (4.03)	0.40 (4.31)	0.40 (4.30)
RPIM1	0.09 (3.11)	0.10 (3.40)	0.10 (3.41)	0.02 (0.98)	0.04 (1.53)	0.03 (1.43)
RPOIL1	0.00 (-0.27)	0.00 (-0.30)	0.00 (-0.28)	0.00 (-1.48)	0.00 (-1.09)	0.00 (-1.08)
SIGEPS	0.85 (10.73)	0.83 (10.58)	0.82 (9.95)	0.57 (10.19)	0.53 (9.53)	0.52 (9.12)
LL	-82.47	-82.03	-82.44	-44.98	-44.46	-44.33

III.3a-b. ábra, III.2. táblázat – Csehország

Munkanélküliségi ráták és Kalman-simított NAIRU becslések, a modellek eredményei

Balra (ábra és 3 modell) – inflációs várakozások nélkül, / Jobbra (ábra és 3 modell) – inflációs várakozásokkal.

t-statisztikák zárójelben, a rövidítések a következők:

SIGETA = az állapotegyenlet innovációjának előre beállított standard hibája

U-U* = a munkanélküliségi rés együttthatója

PIE = egy év múlva várt infláció együttthatója

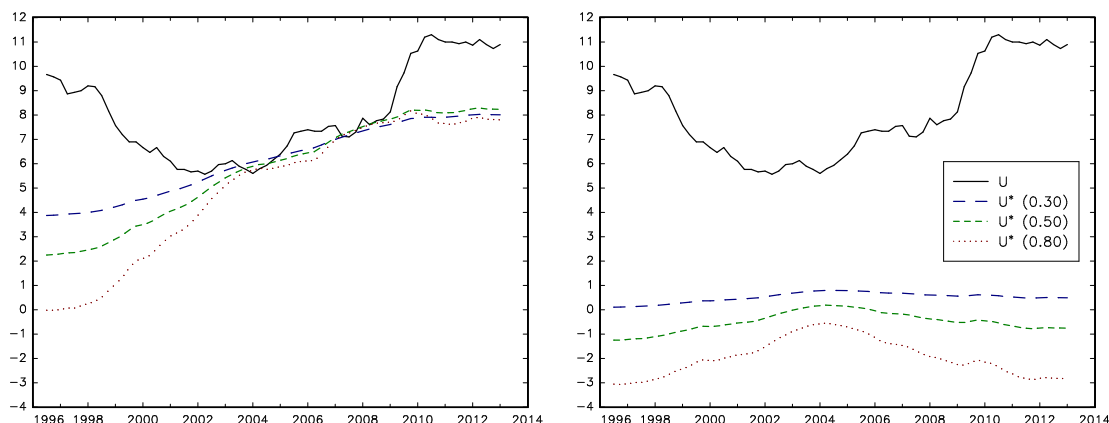
PI1 to PI5 = az infláció késleltetettjei

RPIM1 = reál importár infláció első késleltetettje

RPOIL1 = reál olajár infláció első késleltetettje

SIGEPS = a megfigyelési egyenlet innovációjának kibecsült standard hibája

LL = a modell log-likelihood értéke



Hungary	Sample: 1996Q2 - 2012Q4 (67 obs)			Sample: 1996Q2-2012Q4 (67 obs)		
	Models without expectations included			Models with expectations included		
SIGETA	0.30	0.50	0.80	0.30	0.50	0.80
U-U*	-0.15 (-2.31)	-0.13 (-2.53)	-0.10 (-2.47)	-0.08 (-1.99)	-0.07 (-1.99)	-0.06 (-2.07)
PIE				0.16 (4.11)	0.15 (3.85)	0.15 (3.64)
PI1	1.28 (12.51)	1.26 (12.56)	1.26 (12.51)	1.06 (9.77)	1.06 (9.75)	1.07 (9.70)
PI2	-0.16 (-0.94)	-0.15 (-0.91)	-0.15 (-0.91)	-0.07 (-0.47)	-0.07 (-0.48)	-0.08 (-0.48)
PI3	-0.05 (-0.31)	-0.06 (-0.36)	-0.06 (-0.39)	-0.09 (-0.57)	-0.09 (-0.58)	-0.09 (-0.58)
PI4	-0.35 (-2.24)	-0.33 (-2.16)	-0.33 (-2.13)	-0.37 (-2.60)	-0.37 (-2.58)	-0.37 (-2.56)
PI5	0.28 (3.68)	0.28 (3.74)	0.28 (3.76)	0.32 (4.48)	0.32 (4.47)	0.32 (4.44)
RPIM1	0.08 (4.78)	0.08 (4.42)	0.08 (4.25)	0.03 (1.70)	0.03 (1.70)	0.03 (1.71)
RPOIL1	0.00 (-2.07)	0.00 (-2.10)	0.00 (-2.07)	-0.01 (-3.16)	-0.01 (-3.11)	-0.01 (-3.07)
SIGEPS	0.70 (10.85)	0.69 (11.00)	0.69 (10.93)	0.65 (11.38)	0.65 (11.29)	0.65 (11.18)
LL	-75.36	-74.61	-74.53	-68.19	-68.51	-68.93

III.4a-b. ábra, III.3. táblázat – Magyarország

Munkanélküliségi ráták és Kalman-simított NAIRU becslések, a modellek eredményei

Balra (ábra és 3 modell) – inflációs várakozások nélkül, / Jobbra (ábra és 3 modell) – inflációs várakozásokkal.

t-statisztikák zárójelben, a rövidítések a következők:

SIGETA = az állapotegyenlet innovációjának előre beállított standard hibája

U-U* = a munkanélküliségi rés együtthatója

PIE = egy év múlva várt infláció együtthatója

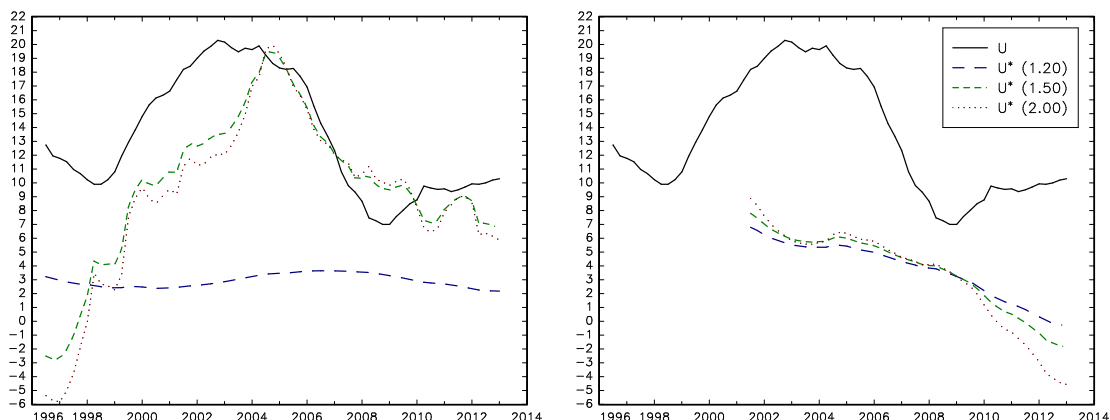
PI1 to PI5 = az infláció késleltetettjei

RPIM1 = reál importár infláció első késleltetettje

RPOIL1 = reál olajár infláció első késleltetettje

SIGEPS = a megfigyelési egyenlet innovációjának kibecsült standard hibája

LL = a modell log-likelihood értéke



Poland	Sample: 1996Q2 - 2012Q4 (67 obs)			Sample: 2001Q2-2012Q4 (47 obs)		
	Models without expectations included			Models with expectations included		
SIGETA	1.20	1.50	2.00	1.20	1.50	2.00
U-U*	-0.01 (-1.03)	-0.16 (-1.37)	-0.13 (-1.60)	-0.02 (-1.20)	-0.02 (-1.08)	-0.02 (-0.97)
PIE				0.15 (3.59)	0.15 (3.57)	0.15 (3.51)
PI1	1.38 (10.88)	0.96 (3.27)	0.96 (3.82)	1.05 (8.30)	1.05 (8.18)	1.04 (8.00)
PI2	-0.23 (-1.16)	-0.02 (-0.11)	-0.01 (-0.07)	-0.09 (-0.49)	-0.08 (-0.48)	-0.08 (-0.45)
PI3	-0.15 (-0.90)	-0.10 (-0.66)	-0.10 (-0.70)	-0.07 (-0.37)	-0.07 (-0.37)	-0.07 (-0.38)
PI4	0.01 (0.08)	-0.06 (-0.38)	-0.07 (-0.43)	-0.31 (-1.67)	-0.30 (-1.62)	-0.29 (-1.55)
PI5	0.00 (-0.01)	0.22 (1.53)	0.22 (1.65)	0.25 (2.21)	0.25 (2.15)	0.24 (2.06)
RPIM1	0.02 (2.05)	0.03 (2.45)	0.03 (2.44)	0.01 (0.90)	0.01 (0.94)	0.01 (0.96)
RPOIL1	0.00 (0.06)	0.00 (0.86)	0.00 (0.78)	0.00 (-1.19)	0.00 (-1.12)	0.00 (-1.02)
SIGEPS	0.53 (11.29)	0.38 (2.93)	0.37 (3.10)	0.34 (9.25)	-0.34 (-9.00)	0.34 (8.55)
LL	-53.24	-53.98	-53.68	-17.92	-17.89	-17.88

III.5a-b. ábra, III.3. táblázat – Lengyelország

Munkanélküliségi ráták és Kalman-simított NAIRU becslések, a modellek eredményei

Balra (ábra és 3 modell) – inflációs várakozások nélkül, / Jobbra (ábra és 3 modell) – inflációs várakozásokkal.

t-statisztikák zárójelben, a rövidítések a következők:

SIGETA = az állapotegyenlet innovációjának előre beállított standard hibája

U-U* = a munkanélküliségi rés együtthatója

PIE = egy év múlva várt infláció együtthatója

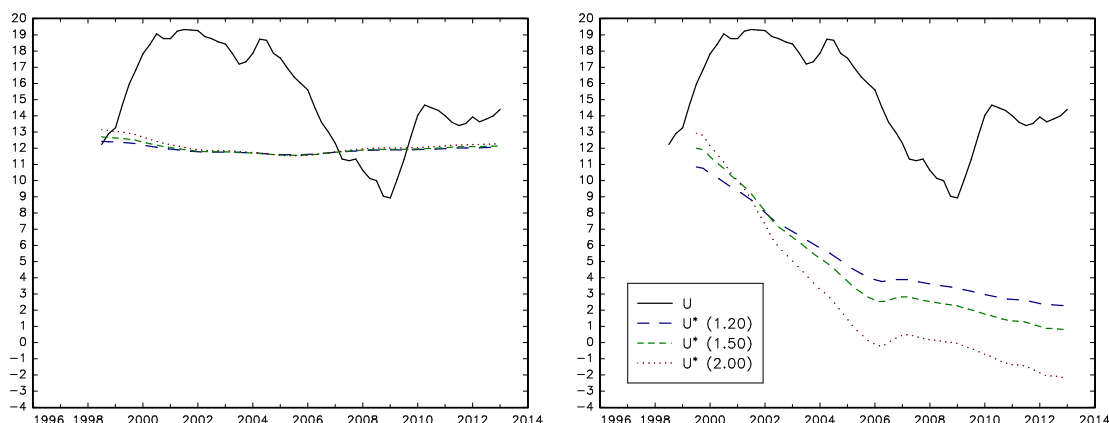
PI1 to PI5 = az infláció késleltetettjei

RPIM1 = reál importár infláció első késleltetettje

RPOIL1 = reál olajár infláció első késleltetettje

SIGEPS = a megfigyelési egyenlet innovációjának kibecsült standard hibája

LL = a modell log-likelihood értéke



Slovakia	Sample: 1998Q2 - 2012Q4 (59 obs)			Sample: 1999Q2-2012Q4 (55 obs)		
	Models without expectations included			Models with expectations included		
SIGETA	1.20	1.50	2.00	1.20	1.50	2.00
U-U*	-0.01 (-0.41)	-0.01 (-0.39)	-0.01 (-0.35)	-0.04 (-1.11)	-0.04 (-1.13)	-0.03 (-1.24)
PIE				0.26 (4.51)	0.26 (4.52)	0.27 (4.59)
PI1	1.19 (10.07)	1.19 (10.08)	1.19 (10.02)	0.87 (6.99)	0.86 (6.89)	0.86 (6.88)
PI2	-0.15 (-0.85)	-0.15 (-0.83)	-0.15 (-0.75)	-0.06 (-0.38)	-0.06 (-0.35)	-0.05 (-0.32)
PI3	0.01 (0.08)	0.01 (0.07)	0.01 (0.05)	0.07 (0.44)	0.07 (0.43)	0.07 (0.42)
PI4	-0.52 (-2.93)	-0.52 (-2.86)	-0.52 (-2.76)	-0.50 (-3.25)	-0.50 (-3.25)	-0.50 (-3.25)
PI5	0.47 (4.02)	0.47 (4.00)	0.47 (3.99)	0.36 (3.59)	0.36 (3.56)	0.36 (3.54)
RPIM1	-0.03 (-0.83)	-0.03 (-0.82)	-0.03 (-0.80)	-0.11 (-2.89)	-0.11 (-2.87)	-0.11 (-2.84)
RPOIL1	0.00 (0.35)	0.00 (0.34)	0.00 (0.32)	0.00 (1.34)	0.00 (1.29)	0.00 (1.24)
SIGEPS	1.18 (10.82)	1.18 (10.82)	1.18 (10.83)	0.97 (10.01)	0.97 (9.93)	0.96 (9.94)
LL	-93.40	-93.42	-93.44	-78.12	-78.00	-77.88

III.6a-b. ábra, III.5. táblázat – Szlovákia

Munkanélküliségi ráták és Kalman-simított NAIRU becslések, a modellek eredményei

Balra (ábra és 3 modell) – inflációs várakozások nélkül, / Jobbra (ábra és 3 modell) – inflációs várakozásokkal.

t-statisztikák zárójelben, a rövidítések a következők:

SIGETA = az állapotegyenlet innovációjának előre beállított standard hibája

U-U* = a munkanélküliségi rés együtthatója

PIE = egy év múlva várt infláció együtthatója

PI1 to PI5 = az infláció késleltetettjei

RPIM1 = reál importár infláció első késleltetettje

RPOIL1 = reál olajár infláció első késleltetettje

SIGEPS = a megfigyelési egyenlet innovációjának kibecsült standard hibája

LL = a modell log-likelihood értéke

IV. FEJEZET

Méri-e a tőkepiacok nyitottságát a beruházás és megtakarítás időben változó kapcsolata?²²

A szakirodalomban jól ismert *Feldstein-Horioka* [1980] tanulmány az egyes országok beruházásának és megtakarításának kapcsolatával azonosította a nemzetközi tőkepiaci nyitottságot és keresztmetszeti mintán mérte azt. E fejezetben ennek a kapcsolatnak becsüljük ki különböző időben változó mértékeit a Kalman-szűrő segítségével egy 126 országból álló 51 éves panel adatbázison. Először megvizsgáljuk, hogy a beruházási és megtakarítási ráták kointegráltak-e, majd ennek megfelelően építünk egy új modellváltozatot a hamis regresszió elkerülésére. Ezután a modellek eredményeként adódó megtakarítás-visszatartási együttható sorozatok alakulását figyeljük világ- és kontinens-szinten, végül két másik pénzügyi nyitottsági mutatóhoz mérjük azokat. Eredményeink alátámasztják a tőkemobilitás erőteljes növekedését az elmúlt 50 évben, és megerősítést nyer a külső nyitottsági mértékekkel való együttmozgás is.

IV.1 Bevezetés

A közgazdasági elmélet szerint az egyes országok közötti tökéletes tőkemobilitás esetén a tőke szabadon vándorol a legmagasabb hozammal kecsegtető országba, így adott ország beruházása és megtakarítása egymással korrelálatlan kell legyen. Ezt vizsgálta empirikusan *Feldstein* és *Horioka* [1980] azóta nevezetessé vált tanulmányában: a szerzőpáros 16 OECD ország adataira írt fel egyszerű ökonometriai egyenletet, amelyben a GDP-hez viszonyított hazai beruházási rátát magyarázta a hazai megtakarítási rátával, egy konstans szerepeltetésével. A regresszióban keresztmetszeti

²² A fejezet a *Varga* [2014] tanulmány szerkesztett változata, a Plajner Ádám társszerzésével írt munkaanyag folyamányaként született. A szerző köszönettel tartozik Plajner Ádámnak az adatok előkészítéséért és a vonatkozó szakirodalom feldolgozásáért; Darvas Zsolt-nak, Lieli Róbert-nek, egy meg nem nevezett lektornak, a VIII. BCE KDI Konferencia résztvevőinek, valamint az EcoMod2012 konferencia résztvevőinek hasznos tanácsaikért.

adatok szerepeltek, amelyeket az egyes országok beruházási és megtakarítási idősorainak kiátlagolásával nyertek az 1960-1974 időszakban, illetve a vizsgálatot ötéves átlagokkal is megismételték. A két változó kapcsolatát leíró „ β ” együttható – amelyet megtakarítás-visszatartási együtthatónak (*savings-retention coefficient*) kereszteltek el, minden becslésnél 0.9 körüli értéket vett fel, ami egyhez való közelsége miatt elméletük szerint a nemzetközi tőkemobilitás hiányát jelezte, még abban az esetben is, ha más, pénzügyi nyitottsági kontrollokat alkalmaztak az egyenletben. Ebben az elemzési keretben ugyanis a nullának tekinthető – azaz az inszignifikáns – β mutatja a tőkéletes tőkemobilitás megvalósulását, míg a szerzők szerint a minél inkább egy felé közeledő együttható a mobilitás fokozatosan növekvő hiányát jelenti, így válik a megtakarítás-visszatartási együttható a mobilitás mértékévé.

Az előbbi érvelés makroökonómiai szempontból azonban elég leegyszerűsítő, hiszen a tőkeimport és -export egyenlege szempontjából nettó szemléletű, azaz abszolút nagyságukat nem veszi figyelembe. Ha tehát mindkettő értéke jelentős, de megegyezik egy adott országban bizonyos évben, akkor a beruházási és a megtakarítási ráta egyezősége vajon mennyire támasztja alá az ország tőkemobilitásának hiányát? *Feldstein* és *Horioka* nem használt fel bruttó szemléletű változókat, vélhetően, mert a tőkeimport és -export elkülönített szerepeltetése a hiányzó adatok folytán nehéz lett volna.

Az eredeti *Feldstein–Horioka* [1980] tanulmány nagy visszhangot váltott ki, olyannyira, hogy *Obstfeld* és *Rogoff* [2000] besorolta a nemzetközi gazdaságtan hat legnagyobb rejtélye közé. Kezdetben sokan különböző ország-csoportokra és időszakokra alkalmazták az eredeti keresztmetszeti OLS módszertant – ilyenek *Turner* [1986], *Feldstein–Bachetta* [1989], *Bayoumi* [1990] és *Sinn* [1992] munkái – ők többé-kevésbé megerősítették az eredeti cikk által tapasztaltakat. Többen vizsgálták a rejtvényt a legkevésbé fejlett országok (*Least Developed Countries*, LDC) tekintetében – pl. *Frankel és társai* [1987], *Coakley és társai* [1999], *Kasuga* [2004], itt az a kissé meglepő konszenzus alakult ki, hogy ezekben az országokban átlagosan nagyobb a tőkemobilitás, ez a külföldi segélyeknek, a nem kereskedett szektor méretének és a kis országokra jellemző nyitottságnak köszönhető. A rejtvény megoldására épített makroökonómiai modellek a fizetési mérleg fenntarthatósággal (*Roubini* [1988]), a megtakarítások szétbontásával (*Baxter–Crucini* [1993]), a humántőkével (*Barro*,

Mankiw és Sala-i-Martin [1995]), illetve a tranzakciós költségekkel (*Obstfeld–Rogoff* [2000]) foglalkoztak. A valóban nehezen átlátható mennyiségű tanulmányról *Apergis és Tsoumas* [2009] dolgozata ad egy – a miénknél kicsit kevésbé tömör – összefoglalást.

Az empirikus megközelítésű kutatások módszertanát tekintve is nagy eltéréseket látunk. Az adatok jellemzően panel-formában adóttak, hiszen ország- és idődimenziójuk is van, ezzel teret engedve a keresztmetszeti, idősoros és panel módszereknek is. Az idő múlásával egyre hosszabb idősorok állnak rendelkezésre, amelyek segítségével út nyílik a jelenség országonkénti idősoros vizsgálatára. A kutatók felismerték, hogy az eredeti Feldstein–Horioka egyenletet idősorokra alkalmazva hamis regressziót kaphatunk, mivel a beruházási és megtakarítási ráták jellemzően egységgyök-folyamatok. Ezt a problémát mindenképpen kezelni kell, akár késleltetettek regresszióba illesztésével vagy differenciákra áttéréssel, de elsődlegesen kointegráció keresésével a két idősor között – így tette pl. *Jansen* [1996], *Taylor* [1996] vagy *De Vita* [2002].

Mindezeket szem előtt tartva, de a megtakarítás-beruházás kapcsolat időbeli változását is megengedve (azaz időben változó paraméterű modellt használva), a 2000-es évek folyamán több tanulmány született egy-egy országot vagy legfeljebb ország-csoportot vizsgálva, ezeket a jobb áttekinthetőség kedvéért a IV.1. táblázatban mutatjuk be. A szerzők kivétel nélkül a megtakarítás-visszatartási együttható időbeli alakulásából az adott ország tőkemobilitásának időbeli tendenciáira következtetnek. A vizsgálatokban alapvetően kétféle módszert láthatunk: egyrészt a csak diszkrét változásokat megengedő Markov-rezsimváltó modelleket (*Markov Switching Model*, MSW), másrészt folyamatos változást lehetővé tevő modelleket, mint amilyen az állapottér-keretben felírt és Kalman-szűrővel (esetleg rekurzív vagy mozgóablakos OLS segítségével) becsült modell.

A legintuitívabb, folytonos változást lehetővé tevő modell úgy keletkezik, hogy az eredeti Feldstein–Horioka egyenlet paramétereit (a konstans és a β együtthatót) időben változóvá tesszük, tulajdonképpen egy időben változó kointegrációs egyenletet alakítva ki. Ezt a modellt az angol neve után (*Time Varying Cointegrating Equation*) TVCE-nek rövidítjük és a későbbiekben persze részletesen bemutatjuk. A TVCE modellnek két fontos hiányossága van, amelyek mindketten abból fakadnak, hogy integrált változók együttmozgását nézzük időben változó keretben – ezekre mutatunk rá a következőkben.

Először, mivel integrált változók kapcsolatát becsli, a modell erősen kitett a hamis regresszió veszélyének. A hivatkozott szerzők ezt többször is úgy oldják fel, hogy konstans paraméterű kointegrációs teszteket alkalmaznak. Ez elméletileg semmiképpen sem adekvát – hiszen utána nem konstans paraméterű modellt illesztenek, viszont képet adhat arról, hogy a hamis regresszió veszélye mennyire van jelen. Az idáig vizsgált országok alacsony számossága jelentheti azt is, hogy a világ országainak csak egy kis részére lehet elutasítani a kointegráció hiányának nullhipotézisét: *Arisoy és Ucak* [2010] tanulmányának a G7 országokból mindössze egyetlenre sikerül.

Szerző(k)	Vizsgált ország(ok)	Vizsgált időszak	Módszer	Eredmények a tőkemobilitásra vonatkozóan
Aka [2007]	Elefántcsontpart, Ghána	1960-1998	MSW	Ghánában magasabb, tendencia nincs
Ho [2000]	Tajvan	1979-1995	MSW	1981 környékén váltott a magas rezsimbe
Telatar - Telatar - Bolatoglu [2007]	10 fejlett európai ország	1970-2002	MSW	részben az EMU 1994-es alakítása óta nőtt, részben nincs világos tendencia
Papapetrou [2006]	Görögország	1980-2003	MSW és TVECT	folyamatos növekedés
Arisoy - Ucak [2010]	G7 országok	1960-2007	TVCE	nem nőtt szignifikánsan
Evans -Kim - Oh [2008]	8 fejlett ország (kb. G7)	1850-1992	TVCE jellegű	nem állandó, 1. vh. előtt nagyobb volt, 2. vh. óta nem nő folyamatosan
Gomes - Ferreira - Filho [2008]	Argentína, Brazília, Chile	1950-2000	TVCE	változott de nincs trend, helytelen az FH mérték
Hatemi-J - Hacker [2007]	Svédország	1993-2004	TVCE	1993-1995-ig nőtt, majd magas szinten konstans
Sun [2004]	Dél-Korea, Hong Kong, Tajvan, Szingapúr	1980-1997	TVCE jellegű	folyamatos növekedés

IV.1. táblázat - Összefoglaló a beruházás-megtakarítás kapcsolatot időben változó paraméterű modellekkel vizsgáló tanulmányokról

A módszerek rövidítésének leírása a szövegben található.

Másodszor, az időben változó kointegrációnak már a koncepciója is meglehetősen ellentmondásos. Vegyünk ugyanis egy klasszikus kointegrációs egyenletet, ahol a bal oldalon szerepel az egyik integrált változó, a jobb oldalon pedig egy időben változó konstans és egyetlen másik integrált változó, amelynek szintén időben változó az együtthatója. Tegyük fel, hogy a modell nem kointegrált, így az egyenlet hibatagjai is integráltak. Ha most a hibatagokat felbontjuk egy véletlen bolyongás és egy stacionárius folyamat összegére (pl. a Beveridge–Nelson felbontással), akkor a véletlen bolyongás részt az időben változó konstansba átcsoportosítva máris érvényes kointegrációt kapunk, mivel a hibatag így stacionárius lett. Ez a példa érzékelteti, hogy elméletileg korrekt időben változó kointegrációs modellt nem lehet felírni úgy, hogy az együtthatók is integráltak legyenek. *Park és Hahn* [1999] azóta részben elterjedt megoldása erre az,

hogy az időben változó együtthatókat trend-függvényként azonosítja, amelyeket hatvány- vagy trigonometrikus függvények összegeként identifikál, a Taylor és Fourier-sorokhoz hasonlóan. A Feldstein–Horioka irodalmunk között *Evans–Kim–Oh* [2008] alkalmazza ezt a módszert, ők arra jutnak, hogy az így kapott eredmények nagyban hasonlítanak a Kalman-szűrővel kapottakhoz.

Papapetrou [2006] olyan modellt alkalmaz, ami konstrukciójából adódóan védi ki a hamis regresszió problematikát: az időben változó paramétert nem a kointegrációs egyenletbe teszi be, hanem magukba a hibakorrekciós egyenletekbe. Tehát egy időben konstans kointegrációs feltevés mellett a hibakorrekciós együttható változhat időben, így ha az szignifikáns, az bizonyos értelemben alátámasztja a kointegrációt (a szerző emellett formális tesztekkel is ellenőrzi a kapcsolat meglétét, és meg is találja). E modell hiányossága cserébe az, hogy a becsült hibakorrekciós együtthatók időbeli sorozatai – az „ α ” sorozatok – nem értelmezhetőek olyan könnyen, mint a fenti β -k. Ezt a modellt a TVECT (*Time Varying Error Correction Term*) névvel illetjük.²³

A fent leírtak megválaszolandó kérdések sokaságát vetik fel, amivel rá is térünk tanulmányunk motivációjára. Először is, ha a világ tetszőleges országát nézzük, mit állíthatunk a beruházási és megtakarítási ráták idősorainak kointegrációjáról? Másodszor, ha formális tesztekkel nem tudjuk elkerülni a hamis regresszió veszélyét, tudunk-e olyan modellt felírni és használhatóan megbecsülni, amely az általunk keresett β együtthatót identifikálja, de mégsem válhat hamissá? Harmadszor, van-e valóban növekvő tendencia a világ (az összes ország) Feldstein–Horioka értelemben vett tőkemobilitásában? Végül pedig, megalapozott-e az időbeli β sorozatok azonosítása a nemzetközi tőkemobilitással?

Tanulmányunkban ezekre a kérdésekre keressünk a választ. Ennek megfelelően a 2. alfejezetben bemutatjuk becslés módszerét és annak részleteit, az alkalmazott modelleket. Szerepelni fog a már említett TVCE és TVECT változat, illetve előbbiből származtatunk egy újabb modellt az integrált változók késleltetettjeinek bevonásával.

²³ Megjegyezzük, hogy korábban *Darvas* [2001] alkalmazott már ilyen modellt (időben állandó paraméterű kointegrációs kapcsolat időben változó paraméterű hibakorrekcióval párosítva) egy másik problémára, az árfolyam-begyűrzés tanulmányozására.

Elemzésünkben a Kalman-szűrőt alkalmazzuk, és kihagyjuk a Markov-rezsimváltó modellt, ugyanis az olyan esetekben hatékony, amikor egymástól élesen elkülönülő rezsimeket kell megkülönböztetni, és a folyamat az idő előrehaladtával oda-vissza vált a rezsimek között, mint például a gazdasági fellendülés és recesszió. Mivel itt egyszerre számos országra készítünk becslést és ezek a becslések összességében érdekesek számunkra, sokkal hatékonyabb folytonos változást lehetővé modellt alkalmazni. A 3. alfejezetben megvizsgáljuk a panel adatbázist, az adatsorokon kointegrációs tesztet végzünk. Mind az Engle–Granger, mind a Johansen típusú tesztet számba vesszük, valamint mindkettőnek a panel adatokra vonatkozó változatait is, amelyek egyetlen statisztikai tesztbe sűrítik az összes egyedi kointegráció kérdését. A konstans paraméterű kointegráció teszteléséhez pedig *Hansen* [1992] ide vonatkozó tesztjeit használjuk. Ezután a 4. alfejezetben a becslt együttható-sorozatok alapján megvizsgáljuk, van-e és milyen tendencia a Feldstein-Horioka értelemben vett tőkemobilitásban. Az 5. alfejezetben panel regressziók segítségével arra keressük a választ, hogy az általunk kibecslt tőkemobilitási mutatók mennyire érvényesek, azaz együttmozognak-e más tőkepiaci nyitottsági mértékekkel. Ehhez két, országonként elérhető és széles körben ismert mértéket veszünk: egyrészt a *Chinn–Ito* [2008] féle „KAOPEN” indexet, ami egy jogi értelemben vett nyitottságot mérő (tehát *de jure*) mutató; másrészt a *Lane–Milesi-Ferreti* [2007] által összeállított „IFIGDP” gyakorlatban tapasztalt nyitottságot mérő (tehát *de facto*) mutatót. A 6. alfejezetben végül összefoglaljuk a találatokat.

IV.2 Időben változó paraméterű modellkeretek

Ebben a részben bemutatjuk az általunk alkalmazott modelleket. Mindhárom esetben állapotter modellt építünk, amelyben a feltevésünk fő egyenlete jelenti majd a megfigyelési egyenletet, míg a látens időben változó paraméterek véletlen bolyongást követnek – ezekből állnak össze az állapotegyenletek.

Az időben változó kointegráló vektorral ellátott TVCE modell szerint a $\beta_{1,t}$ megtakarítás-visszatartási együttható és a $\beta_{0,t}$ konstans egymástól függetlenül követnek véletlen bolyongást, miközben a kointegrációs egyenletet tudjuk megfigyelni.

$$\begin{aligned}\beta_{0,t} &= \beta_{0,t-1} + \omega_{0,t} \\ \beta_{1,t} &= \beta_{1,t-1} + \omega_{1,t}\end{aligned}\tag{IV.1}$$

$$i_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t}s_t + \varepsilon_t \tag{IV.2}$$

Jelöléseinkben itt nem tüntetjük fel az ország indexét, hiszen egyszerre egyetlen országgal foglalkozunk, ennek megfelelően i_t jelenti az adott ország beruházási rátáját és s_t a megtakarítási rátát. Az állapotegyenletek $\omega_{i,t}$ $i = 0,1$ reziduálisai korrelálatlanok egymással, és persze a megfigyelési egyenlet ε_t hibatagjaival is az állapottér modell definíciója szerint.

Ebben a modellben a számunkra érdekes változó természetesen a $\beta_{1,t}$ megtakarítás-visszatartási együttható becült sorozata és annak standard hibája lesz. Érdekes itt röviden kitérni a mutató pontos értelmezésére és ezzel együtt az egész Feldstein–Horioka koncepció egy érdekes vonására. A megtakarítás-visszatartási együttható egy hányadot jelöl: az adott országban keletkező megtakarításoknak átlagosan (várhatóan) ekkora része jelenik meg az országban beruházásként, persze amennyiben β_0 nem szignifikáns. Ha az együttható nagyobb egynél, az ország nettó tőkeimportőr, ha pedig kisebb, akkor tőkeexportőr. Az együttható egységnyi értéke azonban valójában nem elég annak kijelentéséhez, hogy nincsen tőkemobilitás, hiszen még emellett is lehetséges, hogy a beruházás és megtakarítás csak kevésbé korrelálnak egymással.

Mindez azon alapul, hogy egy egyváltozós regresszióban a meredekség-együttható értéke és standard hibája két különböző fogalom. A magyarázó és függő változó közti korreláció (ami egy kétváltozós regresszióban éppen az R^2 mutató gyöke, szorozva az együttható előjelével) az együttható standard hibájához viszonyított értékétől függ, az együttható mellett így szükségünk van mondjuk a beruházás és megtakarítás egymással való korrelációjára is. Ha β_1 egységnyi és a korreláció értéke is egységnyi – akkor beszélhetünk a tőkemobilitás valamiféle tökéletes hiányáról. Ha a kettő mutató bármelyikét elkezdjük csökkenteni, azzal már növeljük a tőkemobilitást. A skála másik végpontján könnyebb a dolgunk, hiszen az együttható nulla volta ekvivalens a korreláció nulla voltával – ekkor érkezik el a „tökéletes” vagy „teljes” tőkemobilitás. Tudjuk viszont, hogy a módszereinkkel β_1 standard hibáját ki tudjuk becsülni, így ezt a jelenséget tanulmányozni tudjuk. Összefoglalva, a Feldstein–Horioka regresszióban az az érdekes helyzet áll elő, hogy a megtakarítás-visszatartási együttható standard hibája

nem csupán az együttható becslésének pontosságát mutatja, hanem közvetlenül hatással van a tőkemobilitással kapcsolatban levont következtetésre is.

A fenti problémát idősoros keretben tetézi a hamis regresszió problematika is, hiszen a beruházás és megtakarítás idősorai jellemzően integrált folyamatok (bár igazán hosszú távon nem lehetnek azok, hiszen mindkét oldalról korlátosak). A TVCE modellben semmi sem biztosítja a regresszió hamisságának elkerülését, így feltétlenül szükséges formális teszttel alátámasztani a kointegrációt, mielőtt a modellt használnánk. Ennek a hiányosságnak a kiküszöbölésére módosítunk egyet a modellen, és a megfigyelési egyenletbe betesszük kontrollnak mind a beruházás, mind a megtakarítás késleltetettjét. Ezt TVCEL modellnek kereszteljük el, a *lag* azaz késleltetés alkalmazása miatt:

$$\begin{aligned} \beta_{0,t} &= \beta_{0,t-1} + \omega_{0,t} & \beta_{2,t} &= \beta_{2,t-1} + \omega_{2,t} \\ \beta_{1,t} &= \beta_{1,t-1} + \omega_{1,t} & \beta_{3,t} &= \beta_{3,t-1} + \omega_{3,t} \end{aligned} \quad (IV.3)$$

$$i_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t}s_t + \beta_{2,t}i_{t-1} + \beta_{3,t}s_{t-1} + \varepsilon_t \quad (IV.4)$$

A hibatagokra vonatkozó feltételezések megegyeznek a fentiekkel. Ennek a modellnek a nehézségét az jelenti, hogy a késleltetettre vonatkozó $\beta_{2,t}$ és $\beta_{3,t}$ együtthatókat nem tehetjük időben konstanssá (hiszen akkor visszajönne a hamis regresszió probléma), így összesen már négy különböző sorozatot kell majd kibecsülnünk relatíve kevés adaton, ez rontja a szabadságfokaink számát.

Az utolsóként tárgyalt modellünk, az időben változó paraméterű hibakorrekciós modell, azaz TVECT, a Feldstein–Horioka-féle megközelítésben egyedül Papapetrou [2006] munkájában szerepel. Ő egy konstans paraméterű kointegrációt becsült, amelynek a hibakorrekciós egyenleteibe építette be az időben változó tagot:

$$i_t = \beta_0 + \beta_1 s_t + u_t \quad (IV.5)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{i,t} &= \alpha_{i,t-1} + \omega_{i,t} \\ \alpha_{s,t} &= \alpha_{s,t-1} + \omega_{s,t} \end{aligned} \quad (IV.6)$$

$$\begin{aligned} \Delta i_t &= \sum_{l=1}^k \phi_{i,i}^{(l)} \Delta i_{t-l} + \sum_{l=1}^k \phi_{i,s}^{(l)} \Delta s_{t-l} + \alpha_{i,t} u_{t-1} + \varepsilon_{i,t} \\ \Delta s_t &= \sum_{l=1}^k \phi_{s,i}^{(l)} \Delta i_{t-l} + \sum_{l=1}^k \phi_{s,s}^{(l)} \Delta s_{t-l} + \alpha_{s,t} u_{t-1} + \varepsilon_{s,t} \end{aligned} \quad (IV.7)$$

Az időben állandó kointegrációs egyenletet becsüljük először OLS-sel, ennek u_t maradéktagja jelenti az eredeti i_t és s_t idősoroknak a kointegráló vektorral képzett lineáris kombinációját. Ennek késleltetettjét tesszük a hibakorrekciós (megfigyelési) egyenletekbe az időben változó $\alpha_{i,t}$ és $\alpha_{s,t}$ együtthatókkal, ahol a szabadságfokok spórolásának céljából konstans paramétereket használunk Δi_t és Δs_t késleltetéseire. Ugyanezen megfontolásból a k maximális késleltetés értékét egységre állítjuk. Az időben változó együtthatókról itt is véletlen bolyongást teszünk fel a rendszer állapotegyenleteiben.

Ebben a modellben az $\alpha_{i,t}$ együttható sorozatát figyeljük majd. A hibakorrekció helyes irányához az együttható negatív előjelet kell, hogy felvegyen, így *Papapetrou* [2006] nyomán a tőkemobilitás növekedését az együttható növekedésével, illetve negatívból nullába váltásával azonosítjuk. Az együttható nagyságára azonban a fentiekén túl nincs konkrét értelmezés, ellentétben a TVCE modell β_1 -ével – ez a modell komoly hátránya.

Kérdés az is, hogy miért éppen $\alpha_{i,t}$ -re esett a választásunk, miért nem a másik egyenlet hibakorrekciós tagjára, $\alpha_{s,t}$ -re. *Papapetrou* [2006] ezt nem magyarázza meg, így arra következtetünk, hogy a szerzőt a megtakarítás feltételezett gyenge exogenitása motiválta. Mivel mi részben tesztelni is akarjuk az általa felírt modellformát, ezért maradunk az általa kiválasztott változónál. A kointegrációs elmélet szerint egyébként mindegy, hogy melyik tag szignifikáns és helyes előjelű – azaz nem gyengén exogén, de kointegráció fennállása esetén legalább az egyikre igaznak kell ennek lennie.

A három állapot-tér modellt Kalman-szűrővel és Maximum Likelihood módszerrel becsüljük. A Kalman-szűrt sorozatok mellett használni fogjuk a Kalman-simított eredményeket is – míg előbbi minden egyes sorozatpontot az időben csak addig megismert megfigyelésekből számít, utóbbi a teljes mintát használja, ahogy egy „szokásos” ökonometria becslés. E kettő becslés mellett – leginkább robusztussági ellenőrzési céllal – becsülünk egy 10 év hosszú mozgóablakos OLS-t és egy rekurzív (egyre növekvő mintán becsült) OLS-t is.

Végezetül fontos megemlíteni néhány technikai részletet a becslésekről. A Kalman-szűrőnél a kezdőértékeket és azok kovariancia-mátrixát az első 10 évre becsült OLS-ből

szereztük. A jel-zaj arányt (más néven variancia-arányt, azaz az állapot- és megfigyelési egyenletek hibatagjai varianciáinak hányadosát) paraméterként becsüljük az ML módszerrel. Mind a mozgóablakos, mind a rekurzív OLS-nél 10 elemű a legkisebb, kezdő mintaelemszám.

IV.3 Adatok és formális kointegrációs tesztek

Tanulmányunkban egy 126 országból álló, 51 év hosszúságú (1960-2010) éves bontású panel adathalmazt használunk. Az adatok forrása a Világbank adatbázisa (*World Bank Database*). A beruházási ráta a bruttó tőkefelhalmozás adatsora a GDP százalékában (*gross capital formation*), a megtakarítási ráta pedig a bruttó hazai megtakarítás a GDP százalékában (*gross domestic savings*). Az adathalmaz nem kiegyensúlyozott (teljes) panel: sok idősor hiányos tipikusan az első 10 és utolsó 2-5 évben. A legnagyobb kiegyensúlyozott részminta 1990-2005-ig terjed. Az eredményeknél – különösen ott, ahol nem egyforma hosszúságú sorozatokat átlagolunk ki – erre tekintettel kell lennünk.

A kétszer 126 időornak mindössze 21%-nál tudjuk elutasítani 5%-on az egységgyök nullhipotézisét a kiterjesztett Dickey–Fuller-tesztek szerint. Így, mivel a továbbiak szempontjából fontos az i és az s idősorok közötti kointegráció tesztelése, igyekszünk ezt a lehető legkörültekintőbben, minél többféle módszer és beállítás segítségével megtenni. Mivel az idősoraink elég rövidek, és az elmélet sem igazán indokolja, trendet sehol sem alkalmazunk a teszt egyenletekben, a konstans elhagyásának / alkalmazásának lehetőségét viszont minden esetben megvizsgáljuk.

Ha egyedi idősorok kointegrációs tesztelésére gondolunk, alapvetően három módszer juthat eszünkbe:

- Ismerjük a kointegráló vektort – ez esetünkben $[+1, -1]$, az ezzel képzett lineáris kombinációra vizsgálunk egységgyök-teszteket.
- A kointegráló vektort OLS segítségével becsüljük, majd az ezzel képzett lineáris kombinációra vizsgálunk egységgyök-teszteket. A tesztstatisztikák ekkor változnak, a kritikus értékeket külön kell kikeresnünk – ez az Engle–Granger módszer.

- Johansen-féle kointegrációs teszteket végzünk, amelyekkel kiküszöbölhetők az Engle–Granger módszer problémái (például, hogy melyik változót szerepeltessük az Engle–Granger egyenlet bal, illetve jobb oldalán). Ezekkel, mivel a kointegráló vektorok lineáris kombinációja is kointegráló vektor marad, az általuk kifeszített alteret (esetünkben egyenest) becsüljük, mindezt egy, a változókra nézve szimmetrikus VAR (vektor-autoregresszív) keretben. Két alternatívánk van a kointegráló vektor meglétének tesztelésére: a nyomteszt és a maximális sajátérték teszt. A konstans alkalmazásának tekintetében ráadásul nem csak két beállítás van, ugyanis erről mind a kointegrációs egyenletben, mind a hibakorrektív VAR modellben külön dönthetünk. E szempontokból a lehetséges négyből összesen három beállítást vizsgálunk.

Egyedi kointegrációs tesztek		Nincs konstans a CE-ben (Johansen: nincs konstans a VAR-ban)		Konstans a CE-ben (Johansen: nincs konstans a VAR-ban)		Konstans a CE-ben és konstans a VAR-ban (csak Johansen)	
Elutasítások száma és aránya a 126 országból 5%-os szignifikanciaszinten							
<i>I</i> -s integráltsága	ADF-statisztika	36	29%	17	13%		-
	PP-statisztika	38	30%	29	23%		-
Engle-Granger	ADF-statisztika	66	52%	33	26%		-
Johansen	Nyom-teszt statisztika	28	22%	30	24%	53	42%
	Max. sajátérték statisztika	33	26%	29	23%	40	32%
Csoportos (panel) kointegrációs tesztek		Nincs konstans a CE-ben (Johansen: nincs konstans a VAR-ban)		Konstans a CE-ben (Johansen: nincs konstans a VAR-ban)		Konstans a CE-ben és konstans a VAR-ban (csak Johansen)	
Testztstatisztika p-értékei							
Pedroni (Engle-Granger alapú)	Csoportos rho-statisztika	0.0001		0.0000			-
	Csoportos ADF-statisztika	0.0000		0.0000			-
	Csoportos PP-statisztika	0.0000		0.0000			-
Kao (Engle-Granger alapú)	Csoportos ADF-statisztika	-		0.0000			-
Fisher (Johansen alapú)	Nyom-teszt statisztika	0.0000		0.0000			0.0000
	Max. sajátérték statisztika	0.0000		0.0000			0.0000
Egyedi paraméter-instabilitás tesztek		Nincs konstans a CE-ben (Johansen: nincs konstans a VAR-ban)		Konstans a CE-ben (Johansen: nincs konstans a VAR-ban)		Konstans a CE-ben és konstans a VAR-ban (csak Johansen)	
Elutasítások száma és aránya a 126 országból 5%-os szignifikanciaszinten							
Hansen [1992]	Lc-statisztika	-		24	19%		-
	MeanF-statisztika	-		26	21%		-
	SupF-statisztika	-		27	21%		-

IV.2. táblázat - A beruházási és megtakarítási ráták egyedi és csoportos kointegrációs, valamint paraméter-instabilitási tesztjei

Mindhárom egyedi idősoros tesztajtában a kointegráció hiánya a nullhipotézis, és mivel a panel tesztek a fentiekből származtathatóak, azokkal is ugyanez a helyzet. Mind a Pedroni- mind a Kao-típusú teszt panel OLS-ben becsli a kointegrációs egyenletet (egyedenként külön konstanssal), majd a hibatagokból konstruál egységgyökteszt-szerű statisztikákat. Itt mindig a heterogén alternatívát vizsgáljuk, azaz országonként különböző AR struktúrát és együttthatókat tételezünk fel az alternatív hipotézisekben (a homogén alternatíva egyébként egészen hasonló eredményeket mutat). A Fisher-teszt az

egyedi Johansen-tesztek eredményét összegzi. Az általunk alkalmazott panel kointegrációs tesztekéről *Breitung* és *Pesaran* [2008] munkája ad részletes leírást.

Időben változó paraméterű kointegráció alkalmazásához nem elégséges konstans kointegrációs teszteket vizsgálni, így alkalmazzuk *Hansen* [1992] paraméter-instabilitási tesztjeit. Ezeknek a nullhipotézise az időben állandó kointegráció fennállása, míg alternatív hipotézise nem csak az, hogy a kointegráció paraméterei időben változnak, hanem az is, hogy nincs kointegráció – annak ellenére, hogy az alternatív hipotézisek rendre valamilyen időbeli változást tartalmaznak a paraméterekben. Ennek az oka a bevezetőben említett identifikációs probléma, és ezért is nevezi a szerző őket „paraméter-instabilitási” teszteknek, hiszen az alternatív hipotézis valójában az, hogy az adatok nem támogatják a feltételezett konstans kointegrációs struktúrát.

A teszteredményeket a IV.2. táblázat foglalja össze. Az egyedi tesztek esetén a visszautasítások számát és arányát mutatjuk meg 5%-os szignifikancia-szinten, a csoportosaknál a tesztstatistika p -értékét. Az eredmények meglepően kettősek: míg az egyedi tesztek beállítástól függően 13-52%-ban találnak kointegrációt, a csoportos tesztek beállítástól függetlenül egyértelműen kointegráltnak látják az idősorokat. Ez azért lehet, mert bár az egyedi idősorok a rövid minta miatt nem adnak elég alátámasztást a nullhipotézis elutasításához, a csoportos teszteknek ezek az arányok már elégségesnek bizonyulnak. A Hansen-féle tesztek is csak 19-21%-ban utasítják el a konstans kointegrációs feltevést. A következtetés számunkra részben pozitív – hiszen ez azt jelenti, hogy a TVCE kointegráló regresszióink nem feltétlenül hamisak még akkor sem, ha az adott országra nem tudnánk elutasítani a kointegráció hiányát; részben viszont negatív, mert a tesztek értelmében nem igazán érdemes időben változóvá tenni az együtthatókat.

IV.4 A tőkepiaci nyitottság időben változó mértéke

Ebben a fejezetben az eredmény-sorozatokot fogjuk vizsgálni, amelyeket a három modell – TVCE, TVCEL és TVECT – becsléseivel kaptunk az egyes országokra. Közvetlenül 126 sorozatot nem lehetséges egyszerre áttekinteni, így magukat az

eredményeket is valamiféleképpen összegeznünk kell. Mindezt többféleképpen is megtehetjük: egyrészt a becült sorozatok bizonyos eldöntendő tulajdonságait figyeljük és megnézzük, hogy azok az összes országból milyen arányban teljesültek; másrészt, a sorozatokat – konfidencia-intervallumostul – egyetlen sorozatba aggregáljuk, amit aztán vizsgálunk; harmadrészt pedig, országok egy csoportbontása mentén összesítjük az eredményeket. A teljesség kedvéért mind a hárommal próbálkozunk, a fent leírt sorrendben.

Modell	A mintában szignifikánsan változott				A mintában végig szignifikánsan nem nulla				A mintában van olyan időpont, ahol szignifikánsan nem nulla			
	Kalman-szűrt		Kalman-simított		Kalman-szűrt		Kalman-simított		Kalman-szűrt		Kalman-simított	
TVCE β_1	45	36%	41	33%	34	27%	54	43%	110	87%	104	83%
TVCEL β_1	23	18%	18	14%	28	22%	60	48%	98	78%	91	72%
TVECT α_1	25	20%	20	16%	12	10%	50	40%	107	85%	101	80%

IV.3. táblázat - A 126 ország eredményorozatainak néhány statisztikája két standard hibás konfidencia-sávokat figyelembe véve

A IV.3. táblázat az eredmény-sorozatok három tulajdonságát összesíti, két standard hibás konfidencia-sávokat figyelembe véve. A „szignifikánsan változott” kifejezés így azt jelenti, hogy valamely időpontban a konfidencia-intervallum felső széle kisebb volt, mint valamely másik időpontban az alsó széle (vagy fordítva); illetve a „szignifikánsan nem nulla” azt jelenti, hogy a konfidencia-intervallum alsó széle nagyobb, mint nulla (vagy fordítva, a felső kisebb, mint nulla). Hozzáteesszük, hogy a TVCE és TVCEL modelleknél egyetlen eredmény-idősor sem lett szignifikánsan negatív egyetlen pontban sem, hasonlóan a TVECT modell eredményeinél nincsen egyetlen pontban sem szignifikánsan pozitív érték.

A táblázat szerint mindhárom modellnél elég kevés szignifikánsan változó eredmény született, ezek aránya mindössze 14-36%-ig terjed modelltől és módszertől függően. Ez már önmagában magyarázhatja, miért nem született több országra vonatkozó tanulmány a kérdésben, hiszen a kutatóknak erős lehet az ösztönzőjük, hogy csak szignifikáns eredményeket közöljenek. A másik oldalon viszont, egy kétszórásnyi konfidencia-intervallum elég széles, és az a tény, hogy az időbeli állandóságot is támogatja (azaz bele tudunk húzni egy „vízszintes” vonalat), nem feltétlenül jelenti azt, hogy nem történt időbeli változás. Klasszikus példa erre a dolgozat II. fejezete, ahol *Pivetta* és

Reis [2007] ugyanezzel érvel az inflációs perzisztencia állandósága mellett, miközben több teszt és a szakmai fősodor sincsenek mellettük.

Ha megfigyeljük, a Kalman-simító mindhárom modellben kevesebb szignifikáns változást talált a szűrőnél – ezt a módszerek konstrukciójával könnyen magyarázhatjuk, hiszen az utóbbi mindig az aktuális és a nemrég elmúlt megfigyeléseket súlyozza felül, azaz hektikusabb eredményt produkálhat a simító-algoritmusnál. A végig szignifikánsan nem nulla arányoknál ugyanez miatt elég nagy eltérés van a két módszer között: a szűrt eredményeknél mindössze 10-27%-ban van ilyen adatsor, míg a simítónál 40-43%. Mindenesetre ilyen – 10 és 43% közötti arányban vannak olyan országok, amelyek mindhárom modell szerint időben végig a relatíve alacsony tőkemobilitású kategóriába tartoznak. Végül, a táblázat harmadik eredménycsoportját figyelve azt láthatjuk, hogy meglehetősen nagy – 72-87%-ban vannak olyan országok, ahol legalább egy időpontban relatíve alacsony volt a tőkemobilitás a modellek szerint.

Következő vizsgálatunkban egyetlen sorozatba összesítjük az egyes országok eredmény-idősorait. Ehhez a pontbecsléseket összeátlagoljuk, valamint a standard hibáikból egyetlen standard hiba idősort képezünk az egyes pontbecslés-idősorok egymás közötti korrelációjának figyelembe vételével. Kérdés, hogy használjunk-e ország-súlyokat, és ha igen, milyeneket. A súlyok nélkülözését (illetve egységnyire állítását) az indokolja, hogy nincs miért megkülönböztetnünk egyik országot sem a többitől, hiszen mindegyikük külön entitás a vizsgált sokaságban. A világ országaiban azonban jelentős különbségek vannak mind népesség, mind gazdagság tekintetében, és a súlyozás elhagyásával sok jelentéktelen országot felül fogunk súlyozni, így megvizsgálunk egy GDP-alapú súlyozást is.²⁴

Az eredményeket a IV.1a.-IV.1f. ábrákon láthatjuk, az értelmezéshez vegyük figyelembe, hogy az 1960-2010-ig terjedő minta első tíz éve igen sok adathiánnyal tűzdelt, valamint, hogy minden országra adat csak az 1990-2005 intervallumban érhető el. Megfigyeléseinket pontokban foglaljuk össze.

²⁴ Időben változó GDP-súlyokat használunk, tehát minden időpontban az aktuális, 2005. évi amerikai dollárban mért GDP-et vesszük figyelembe. A GDP-alapú súlyozást az is indokolja, hogy a későbbi IFIGDP mérték összegzésénél természetesen adódik, erről később szó lesz.

- Súlyozatlanul átlagolt eredményeknél a TVCE és a TVCEL modellnél is egyértelműnek látszik az időbeli β_1 csökkenése 0.5 környékéről 0.35 környékére, és a tendencia a 90-es években még gyorsulni is látszik. Hozzáteesszük, hogy ez az évtized a világgazdaság számára hosszú és egyenletes növekedést hozott.
- Attól, hogy a hamis regresszió kivédésére késleltetettket alkalmazunk – és így tulajdonképpen áttérünk a TVCE modellről a TVCEL modellre, az eredmény nem lett jelentősen más, ez megerősíti a csoportos kointegrációs tesztek pozitív eredményét.
- A GDP-vel átlagolt TVCE és TVCEL modellekben a csökkenés sokkal kevésbé egyértelmű. Ennek egy meglehetősen valószínű oka, hogy nagyon kevés fejlett és nagy ország kapott túlságosan nagy súlyt, amelyek vélhetően már a mintánk kezdetekor is nagy tőkemobilitással rendelkeztek, így az eredményeket a változás hiánya felé tolják.
- Érdekes viszont az a tény, hogy GDP-vel átlagolva a β_1 becslések értékei lényegesen nagyobbak az előzőeknél, 0.8 és 1.0 között mozognak. Ez egyértelműen azt jelenti, hogy a megtakarítás-visszatartási együttható értéke nagy és/vagy fejlett országoknál jóval nagyobb, ez utal tehát a kis nyitott országok már említett tőkemobilitási előnyére.
- A TVECT modell eredményei összességében használhatatlannak tűnnek. A minta eleji nagy kilengés a hiányos adatok miatt van, ezen kívül pedig nem látunk lényeges változást, csak azt, hogy átlagosan szignifikáns és negatív eredmények születtek. Ez a modell tehát nem mutat javulást a tőkemobilitásban, amit annak tulajdonítunk, hogy a teljes mintán posztulált konstans kointegrációs feltevés túl erős. *Papapetrou* [2006] tehát kivételt találhatott Görögország esetében.
- A mozgóablakos OLS a konstrukcióból adódóan meglehetősen változékony, viszont a fluktuációjában az egymás után következő alacsonyabb csúcs- és mélypontok is alátámasztják a csökkenést a TVCE és TVCEL modellekben.
- Az egységnyi súlyozású TVCE modellben mindkét OLS becslés trendszerűen magasabb értékeket becsül a Kalman-szűrőnél és simítónál. Ez annak a következménye, hogy a rekurzív és mozgóablakos OLS becslések jóval

lassabban reagálnak a változásra, mint a kifejezetten erre kifejlesztett Kalman-szűrő.

Hogy némileg részletesebb eredményeket kapjunk, végezzük el az összegzést országok csoportjai, nevezetesen kontinens-bontás szerint is! Az adatsorokat a IV.2a.-IV.2c. ábrákon láthatjuk, ezúttal konfidencia-sávok nélkül, és csak egységnyi súlyú átlagolást alkalmazva. Ez utóbbinak az az indoka, hogy a GDP-súlyozás itt már nagyon eltolná az eredményeket az adott kontinens legnagyobb GDP-jű országai felé. Tapasztalatainkat az alábbiakban foglalhatjuk össze:

- Mindhárom modellnél jobban látszik a minták hiányossága, és így a becslés nagyobb megbízhatatlansága az első nagyjából 10 évben.
- A TVCE és TVCEL modellekénél alapvetően két kontinens-csoportot figyelhetünk meg. Nagyobb β_1 -eket láthatunk a többségében fejlett Észak-Amerika és Európa esetében, míg kisebb értékeket – és talán robusztusabb csökkenést – Ázsia, Afrika és Dél-Amerika esetében. Óceánia nem igazán változik – az is látható, hogy nagyon kevés ország került ide. A fejlettebb országok nagyobb értékei tehát újra – egyre kevésbé megkérdőjelezhetően – előkerülnek, és arra a korábban már felvetett kérdésre mutathatnak rá, hogy β_1 nagysága önmagában nem pontosan jelöli a tőkemobilitás mértékét.
- A TVECT modellnél – ahol egyébként kontinensenként sem látunk tendenciákat – ismét megfigyelhetjük a fenti kettős bontást azzal a különbséggel, egy egyrészt itt Afrika Európához és Észak-Amerikához áll közelebb, másrészt, hogy ennek a „fejlett” csoportnak az α_i értékei közelebb állnak nullához, ami a nagyobb mobilitást jelenti.

Összegezve a fentiek: a TVCE és TVCEL modellek hasonló eredményt adnak, és csökkenő tendenciát mutatnak a β_1 együtthatóra, ezt a kontinens-bontás szerint inkább a fejlődő országok adják. A TVECT modell viszont nem ad kimutatható tendenciát.

Ezek az eredmények megerősítik és kiterjesztik a szakirodalom több szeletét is: egyrészt azokat a tanulmányokat, amelyek ugyanezt a módszert alkalmazták egyetlen vagy néhány országra (IV.1 táblázat), de még fontosabban a több országra kiterjedő,

klasszikus módszerekkel operáló vizsgálatokat. *Taylor* [1996] mozgóablakos becsléseket végez 12 fejlett ország hosszú adatsorára, és a megtakarítás-visszatartási együttható csökkenését tapasztalja a második világháború után – mindezt a mi módszerünk is megerősíti, hozzáátéve, hogy az azóta eltelt évtizedben a tendencia tovább gyorsult.

Evans–Kim–Oh [2008] nyolc fejlett országra alkalmazza *Park* és *Hahn* [1999] időben változó paraméterű módszerét. Az országokénti eredményeik részben a módszer, részben az adatok természete miatt nagyon volatilisek – ha országról országra összehasonlítjuk az adódó együttható-idősorokat, a mi idősoraink kevésbé volatilisek, de még mindig nehéz konkrét tendenciákat leolvasni. Mindezzel amellet érvelünk, hogy érdemes az eredmény-idősorainkat aggregálni, és úgy állítani róla valamit, mint ahogyan azt mi tesszük.

IV.5 Összevetés más nyitottsági mértékekkel

Felvetődik a kérdés, hogy más pénzügyi nyitottsági mutatók hogyan értékelik az elmúlt ötven évet, mennyire vannak összhangban az általunk tapasztaltakkal. Ezt kétféleképpen vizsgáljuk, egyrészt az aggregált mutatókat kontinensek szerint ábrázolva, grafikusan, másrészt panel-regressziók segítségével. Két olyan adathalmazt elemzünk, amelyek jól kiegészítik egymást, mivel az egyik jogi, a másik gyakorlati értelemben méri a tőkepiaci nyitottságot.

A *Chinn* és *Ito* [2008] által összeállított KAOPEN mutató 1970-2010-ig áll rendelkezésre, és olyan bináris változókat összegez, amelyek az adott állam nemzetközi tranzakciókra vonatkozó jogi normáit mutatják az IMF adott évi beszámolója szerint. A mutató leginkább a fejlődő országok nyitottságának változását tudja nyomom követni, mivel több fejlett ország – így az Egyesült Államok, Kanada, vagy Svájc – a teljes mintán a lehető legjobb (legnagyobb) pontszámot kapja. Sok más fejlett ország pedig a minta túlnyomó részén kap maximális pontszámot. A kontinensek szerint összegzett (súlyozatlan) adatsorokat a IV.2d. ábrán láthatjuk.

Lane és Milesi-Ferretti [2007] az általuk összeállított, az országok külső pénzügyi követeléseit és tartozásait tartalmazó adatbázisból készített egy nyitottságra vonatkozó mutatót. Az IFIGDP egy képzeletbeli „mérlegfőösszeg”: az adott ország összes pénzügyi követelésének és tartozásának az összegét vetíti a GDP-re. Ha ezt összegezzük több országra, akkor úgy tarthatjuk a mutatót értelemmel bírónak, ha az adott ország-csoport teljes „mérlegfőösszegét” vetítjük a teljes GDP-re – mivel ez éppen az egyéni GDP-kkel való súlyozásnak felel meg, így itt eszerint járunk el. Könnyű észrevenni, hogy az IFIGDP idősorok a szerzők által elkészített 1970-2007-es mintában exponenciálisan nőnek, így érdemes logaritmálva ábrázolni őket kontinensenként, ezt tesszük meg a IV.2e. ábrán. A még jobb összehasonlíthatóság kedvéért az így keletkező idősorokból eltávolítottuk a trendjüket is, ezt ábrázoljuk a IV.2f. ábrán.

A IV.2. ábracsoporton tehát együtt vizsgálhatjuk mind az általunk mért tőkemobilitási sorozatokat, mind a „külső” KAOPEN és IFIGDP mértékeket kontinensek szerint bontva. Nem egyszerű messzemenő következtetéseket levonni csupán az ábrák alapján, de mielőtt a regressziókat alkalmaznánk az együttmozgások vizsgálatára, álljon itt néhány megfigyelés.

- Mindkét külső adathalmazban erős növekedési tendencia, tehát pénzügyi nyitottsági fejlődés figyelhető meg a mintaidőszakban – nincs olyan kontinens, amelynek valamely adatsora csökkent volna. Mindez többé-kevésbé a TVCE és TVCEL modelljeinkben is igaz, az igazi kérdés viszont az egyes kontinensek egymáshoz képesti helyzete.
- Szembetűnő, hogy a két külső adathalmazban Európa a legfejlettebb (az IFIGDP adathalmazban messze), őt követi Észak-Amerika; majd Ázsia, Afrika és Dél-Amerika vannak jellemzően hátul. Utóbbi kettő az IFIGDP adatsorokban a leglátványosabb többiekhez képesti visszaesést produkálja, bár még így is növekedő trendben. Mindehhez képest a TVCE és TVCEL modellekben éppen fordított a helyzet: a csökkenést (javulást) Afrika és Dél-Amerika vezetik, és a fejlett Európa és Észak-Amerika az utolsó helyeken van. Ebből elég biztosan kijelenthetjük, hogy szintek tekintetében mind a KAOPEN, mind az IFIGDP mást mérnek, mint amit a beruházás-megtakarítás együttmozgásából kimutatunk.

- Megválaszolandó kérdés, hogy az egyes eredmény-sorozatok hasonlóan ragadják-e meg a rövid távú tendenciákat. Például ha összevetjük Európa TVCE vagy TVCEL sorozatát a KAOPEN sorozattal, meglepő hasonlóságot láthatunk az időbeli javulásokban és visszaesésekben.

Az eredmény-adatsorok formális összevetésére egyváltozós panel regressziókat használunk. Mivel egyrészt a célunk is rövidtávú együttmozgások identifikálása, másrészt pedig az adatsoraink is integráltak, így a regressziót differenciákra (IFIGDP-nél log-differenciákra) írjuk fel, és az egyedi ország-hatásokra keresztmetszeti rögzített hatásokkal (*fixed effect*) kontrollálunk. A 2. alfejezetben említettek miatt a TVCE és TVCEL modellek β_1 sorozatai mellett összeállítunk egy olyan mértéket is, ami a pontbecslések mellett a standard hibákat is felhasználja, és a regressziókat ezekre is lefuttatjuk. Ez a mérték a tőkemobilitás hiányának, mint nullhipotézisnek a t -statisztikája lesz, azaz β_1 -ből egységnyit kivonva elosztjuk azt β_1 standard hibájával. A t -statisztikában β_1 pozitív előjellel szerepel, így a TVCE és TVCEL modellek mindkét mutatójánál negatív előjeleket várunk, hiszen mind a KAOPEN, mind az IFIGDP adatsoroknál a nagyobb érték jelenti a nagyobb fejlettséget. Ugyanezen okból a TVECT modellnél pozitív regressziós együtthatót várunk.

Magyarázó változó			D(KAOPEN)		DLOG(IFIGDP)		
Függő változó			együttható	t-statisztika	együttható	t-statisztika	
TVCE	$D(\beta_1)$	Kalman-szűrt	0.0035	0.84	-0.0096	-1.06	
		Kalman-simított	0.0034	1.30	-0.0160	-2.81	***
TVCEL	$D(\beta_1)$	Kalman-szűrt	-0.0029	-0.81	-0.0062	-0.75	
		Kalman-simított	0.0014	0.86	-0.0069	-1.82	*
TVCE	$D((\beta_1-1)/SE(\beta_1))$	Kalman-szűrt	-0.0371	-0.99	-0.2381	-2.85	***
		Kalman-simított	-0.0330	-0.93	-0.3132	-3.94	***
TVCEL	$D((\beta_1-1)/SE(\beta_1))$	Kalman-szűrt	-0.0163	-0.55	-0.1184	-1.77	*
		Kalman-simított	0.0225	1.13	-0.1416	-3.15	***
TVECT	$D(\alpha_i)$	Kalman-szűrt	0.0155	2.67	-0.0246	-1.92	*
		Kalman-simított	0.0034	1.44	-0.0021	-0.41	

IV.4. táblázat - Az eredmény-adatsorok egyváltozós regressziói ismert nyitottsági mértékeken

(fekete = helyes előjel / * = 10%-on / ** = 5%-on / *** = 1%-on szignifikáns)

Az eredményeket a IV.4. táblázatban láthatjuk. Szignifikáns és helyes előjelű együtthatókat találunk a TVECT modell és a KAOPEN értékek között, valamint a TVCE és TVCEL modellek és az IFIGDP adatok között. Ez utóbbi modellekben az, hogy a β_1 mutatót a t -statisztikájára változtattuk, nagy javulást eredményezett az

együttmozgás erősségében, ezzel alátámasztva a β_1 -ről és standard hibájáról korábban állítottakat. A TVECT modellre vonatkozó eredményt viszont gyengíti az, hogy az IFIGDP mutatóval szignifikánsan rossz előjel adódott.

Összességében tehát szinteket vizsgálva nem találunk nagy hasonlóságot, rövidtávú dinamikát nézve viszont igen, és ha a TVCE és TVCEL eredményeket máshogyan, a standard hibákat is figyelembe véve értelmezzük, az együttmozgás már egyértelműnek látszik. Mindebből arra következtetünk, hogy a sorozataink alkalmasak lehetnek a pénzügyi nyitottság időbeli alakulásának leírására – már ha feltesszük, hogy a külső nyitottsági mutatóink valóban a tőkepiaci nyitottságot írják le.

IV.6 Összegzés

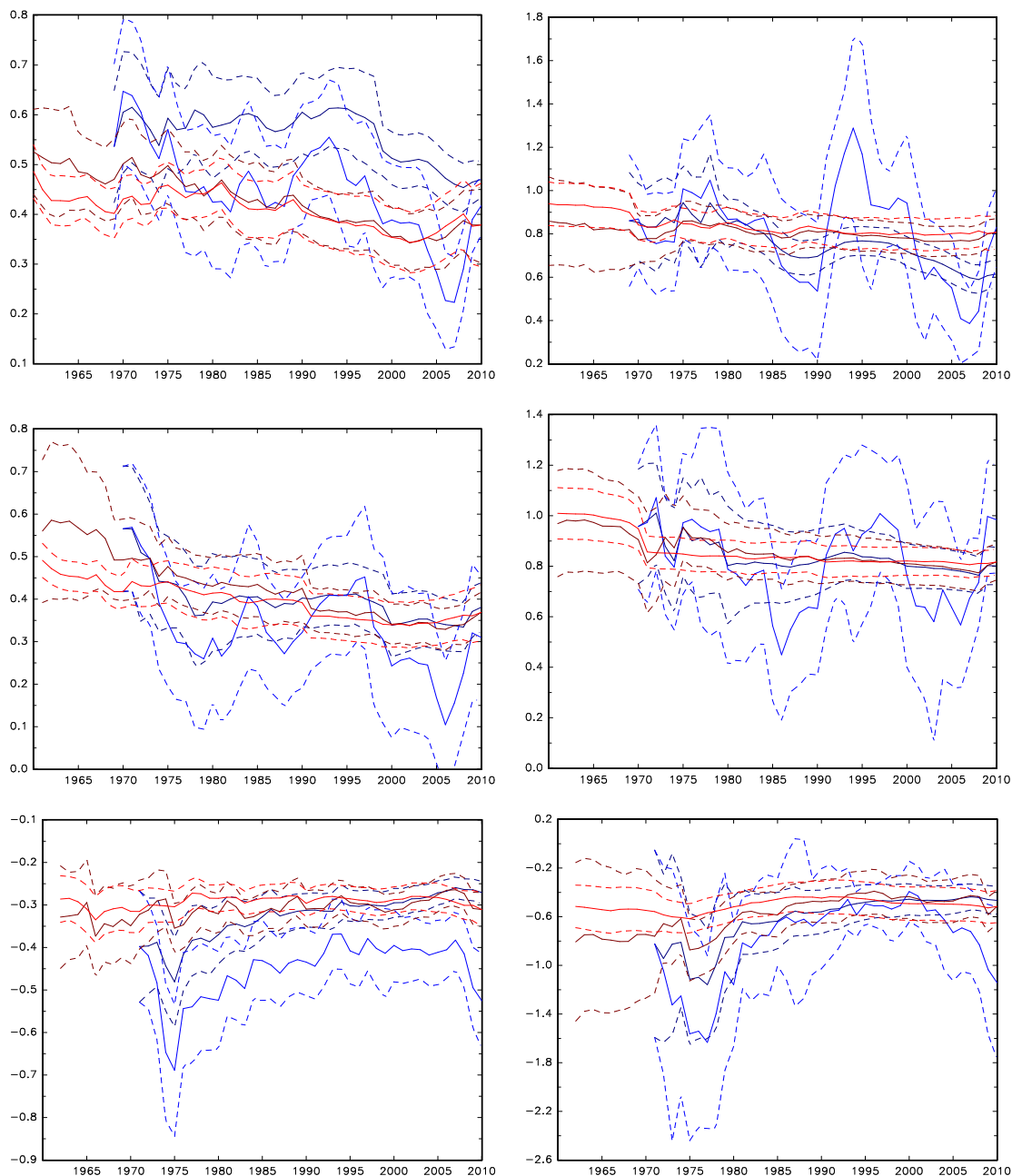
Ebben a tanulmányban azt vizsgáltuk, hogy mit állíthatunk az egyes országok beruházási és megtakarítási rátái közötti, időben változó együttható alakulásáról. Az 2. alfejezetben három modellt vezettünk be, amelyek segítségével becsülhető egy ilyen mutató. Először egy időben változó kointegrációs modellt mint alapmodellt (TVCE); majd ennek egy késleltetettéssel kiegészített, hamis regresszióra robusztus változatát (TVCEL); végül egy konstans kointegrációs, de időben változó hibakorrekciós modellt (TVECT). A következő fejezetben az adatokon elvégzett nagyszámú statisztikai teszt segítségével azt vizsgáltuk, hogy kointegráltak-e a megtakarítási és a beruházási idősorok. A legtöbb teszt elutasította a kointegrációt, a csoportos (panel) tesztek viszont egyöntetűen alátámasztották azt. Mindez azt jelenti, hogy bár összességében valószínűleg nem tévedünk a hamis regresszióval nem számoló TVCE modellel, az országok adatait egyenként vizsgálva lesz olyan idősor, ahol a valóságosnál erősebb kapcsolatot fogunk kimutatni. Emellett a paraméter-instabilitási tesztek azt mutatták, hogy az adatsoraink nem elég hosszúak ahhoz, hogy az időben változó modellt alkalmazzuk.

A 4. alfejezetben a modellek Kalman-szűrővel és simítóval, valamint rekurzív és mozgóablakos OLS-sel becsült eredményssorozatait vizsgáltuk. Ezek is alátámasztják a kointegrációs tesztekben adódó, előbb vázolt következtetéseket, miszerint a TVCEL modell sorozatai kevésbé változtak szignifikánsan, többször voltak nullának

tekinthetők, mint a TVCE modelléi. Mindazonáltal a „teljes világra” átlagolt eredmények mindkét modell esetén jól látható csökkenésre utalnak, ami a tőkemobilitás növekedésének felel meg. A TVECT modell összegzett eredményei ezzel szemben nem mutattak ilyen tendenciát. Az eredmények kontinensszintű vizsgálatában, bár a TVCE- és TVCEL modellek használatakor minden földrészen többé-kevésbé mobilitás-növekedést tapasztalhattunk, a klasszikusan fejlettnak tekintett kontinensek (Európa, Észak-Amerika) az élen járó fejletlenek után következtek. Ez még szembetűnőbb volt akkor, amikor más, külső pénzügyi nyitottsági mértékeket vontunk be a vizsgálatba, hiszen ezekben is megfigyelhető volt az ismert fejlettségi sorrend a kontinensek között. A rövid távú együttmozgások regressziós vizsgálatánál viszont kimutatható volt a TVCE és a TVCEL modell eredményei, valamint a Lane–Milesi-Ferretti-féle nyitottsági mutató (*Lane–Milesi-Ferretti* [2007]) közötti szignifikáns kapcsolat, főleg, ha az eredményeinkből a standard hibák bevonásával készítettünk új mutatót.

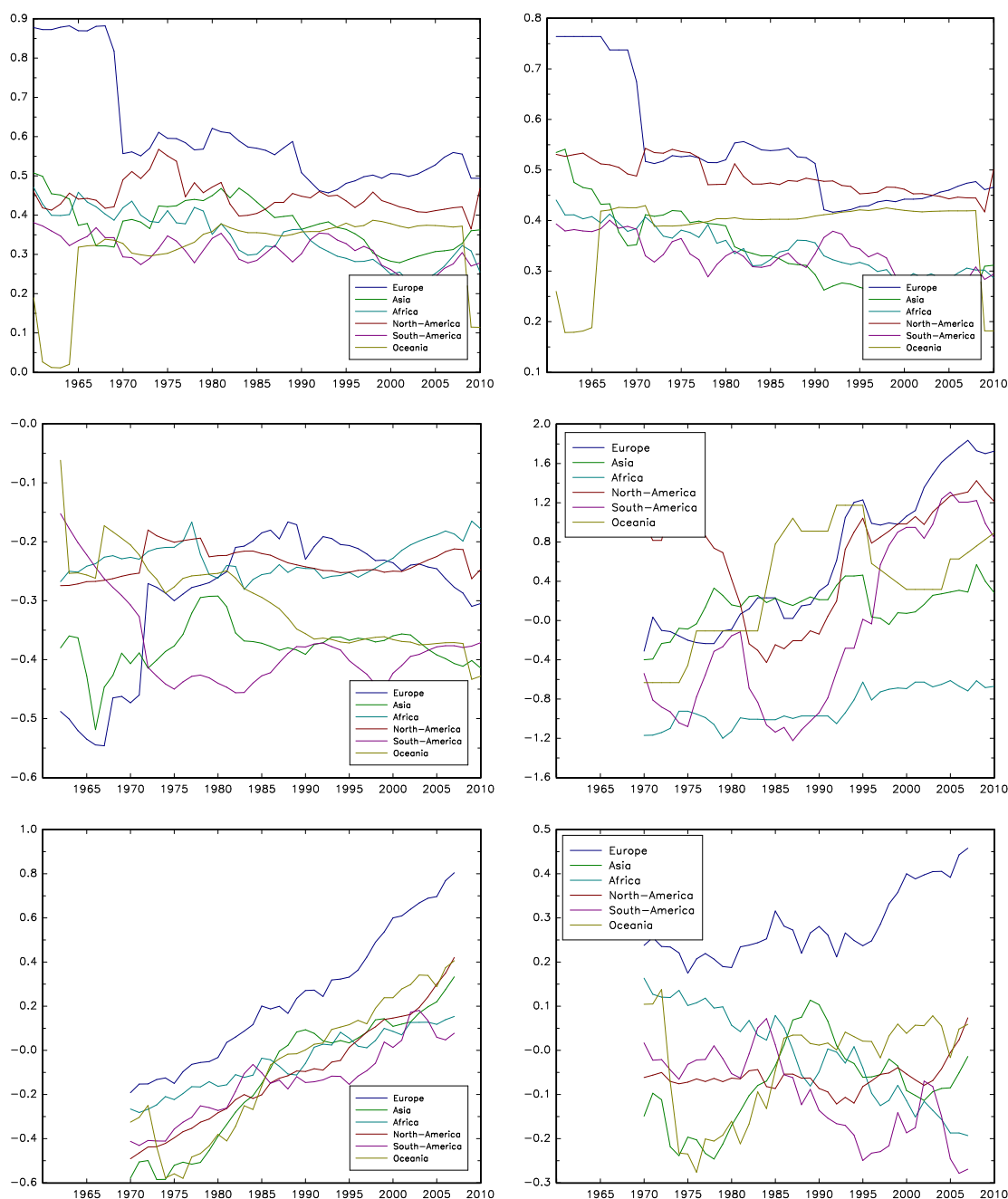
A nemzetközi tőkemobilitás egy olyan fogalom, amelynek nincs egyértelmű definíciója, csak különböző közelítő mértékei. Mondhatnánk akár azt is, hogy közvetlenül megfigyelhetetlen, látens változó, amelynek az egyes definiált mértékek a proxy változói. Ha az IFIGDP-mutatót elfogadjuk a tőkemobilitás egyik mértékének, akkor a címben feltett kérdésre a válaszuk igen, hiszen az időben változó együttthatóink együtt mozognak az IFIGDP változásaival. Ugyanakkor ezeknek az együttthatóknak a szintjei egészen más sorrendet írnak le az országok fejlettségének tekintetében, mint az IFIGDP- vagy a KAOPEN-mutatók. A tőkében szűkölködő, tehát nagyfokú tőkeimportra szoruló, fejlődő országoknak egyrészt sokkal könnyebben mozgósítható megtakarítással kell rendelkezniük, mint a tőkével jól ellátott, fejletteknek. Másrészt, míg ezek az országok megtakarításaik sokszorosát vonhatják be külföldről, ez a relatíve nagy GDP-vel rendelkező fejlett országokra már nem igaz. Érthető tehát, hogy a Feldstein–Horioka-értelemben vett tőkemobilitási mutatónk tekintetében miért a fejlődők állnak az élen.

Ábrák



IV.1a.-f. ábrák – A beruházás és megtakarítás időbeli együttmozgását vizsgáló modellek aggregált eredmény-sorozatait, két standard hibás konfidencia-intervallumaikkal

sötétkék = rekurzív OLS / kék = mozgóablakos OLS / sötétpiros = Kalman-szűrő / piros = Kalman-simító
 (a,c,e) balra = minden ország egyenlő súlyozva / (b,d,f) jobbra = minden ország a saját GDP-jével súlyozva
 (a,b) fent = TVCE modell / (c,d) középen = TVCEL modell / (e,f) lent = TVECT modell



IV.2a.-f. ábrák – Aggregált eredmény-sorozatokat kontinensek szerint összegezve egységnyi súlyozással

(kivéve IFIGDP két ábrája: GDP-súlyozás)

kék = Európa / zöld = Ázsia / világoskék = Afrika / sötétpiros = É-Amerika / lila = D-Amerika / sárga = Óceánia

(a) fent balra = TVCE modell (Kalman-simított) / (b) fent jobbra = TVCEL modell (Kalman-simított)

(c) középen balra = TVECT modell (Kalman-simított) / (d) középen jobbra = KAOPEN adatsorok

(e) lent balra = IFIGDP adatsorok (logaritmálva) / (f) lent jobbra = IFIGDP (logaritmálva és detrendelve)

Összefoglalás

Az értekezés négy önálló tanulmányból tevődik össze négy fő fejezetben, amelyek témáját összeköti az időben változó paraméterű ökonometriai modellek alkalmazása. A továbbiakban a lényegi eredményeket és a lehetséges további kutatási irányokat taglaljuk fejezetenként.

Az első fejezetben bemutattuk az állapot-tér modellkeretben működő Kalman-szűrőt és a hozzá szorosan kapcsolódó (ám kevésbé ismert) rugalmas legkisebb négyzetek módszerét, valamint az alternatívaként használható Markov-típusú rezsimváltó modellt. Az előbbi kettő közötti azonosságok és különbségek – nagyrészt *Montana* és társai [2009] munkásságának köszönhetően – immár pontosak, további elméleti kérdéseket vethet azonban fel a rugalmas legkisebb négyzetek kezdőértékeinek értelmezhetősége, illetve a Kalman / FLS módszer értelmezése egy restriktciókkal kombinált alulidentifikált OLS-keretben. Mindkét esetben vannak részeredményeink.

A szimulációs összehasonlítás a várt eredményeket hozta, itt a Kalman és Markov modellek közül az teljesített jobban, amelyik feltevéseinek az adott környezet jobban megfelelt. Az FLS módszer inherens korlátozásai a szimulációs eredményekben is megjelentek, mindazonáltal összességében nem eldobandó, létezhet olyan helyzet, ahol az egyszerűsége és numerikus optimalizálást nem igénylő volta előnyt jelenthet. További kérdést itt az vethet fel, hogy vajon hogyan teljesítene egy ismerten szuboptimális, ám kis számításigényű és emiatt néha használt modell, az exponenciálisan súlyozott legkisebb négyzetek módszere.

A második fejezetben időben változó paraméterű autoregressziókkal vizsgáltuk az USA és az euróövezet, valamint 12 közép- és kelet-európai ország inflációs perzisztenciájának alakulását. A perzisztencia az USA-ban és az euróövezetben az olajárrobbanások óta trendszerűen csökkent, előbbiben egészen nulla körülire, míg az

eurózónában pozitív de alacsony értékre. A kelet- és közép-európai országoknál nagyobb részben a perzisztencia csökkenése, kisebb részben stagnálása figyelhető meg az 1995-2012-ig terjedő mintaidőszak alatt. További kutatásként azt lehetne vizsgálni, vajon közeledett-e egymáshoz a fejlett EU országok inflációs perzisztenciája, mielőtt és miután megalakították illetve beléptek az eurózónába. Mindez véglegesíthetné megállapításunkat az euró-csatlakozáshoz szükséges hasonló perzisztencia-értékek tekintetében.

Az inflációs perzisztencia tanulmányozásakor azt is megfigyeltük, hogy egy autoregresszió OLS becslése jellemzően felfelé torzított a paraméter időbeli átlagához képest, amennyiben a paraméterek időben változnak. Indokolt ennek a további elméleti vizsgálata, ami azt is megadná, mekkora a torzítás mértéke az autoregresszióban a paraméter-beállítástól függően.

A harmadik fejezetben *Gordon* [1997, 1998] eredeti, eddig csak fejlett országokra sikerrel alkalmazott modelljét becsültük négy közép-európai országra. Csehország és Magyarország esetében sikerült NAIRU folyamatokat számolni, amelyek azt mutatják, hogy a két ország e tekintetben nem hasonlít. Figyelemfelkeltő volt az inflációs várakozások magyarázó változóként való alkalmazása a regressziókban: egyrészt nagyon legyengítette a munkanélküliségi rés együtthatójának értékét és szignifikanciáját, másrészt a becsült NAIRU sorozatok pályájának átlagos szintjét is negatívan befolyásolta. Érdeemes lehetne elméletet képezni, miért értelmezhetetlen a NAIRU, ha az inflációs egyenletben kontrollálunk a várakozásokra.

A negyedik fejezetben az egyes országok beruházása és megtakarítása közötti kapcsolat erősségét becsültük ki időben változó paraméterű modellek segítségével. A beruházási és megtakarítási ráták kointegrációját az egyedi tesztek kevéssé, a csoportos tesztek viszont egyértelműen alátámasztották. Az országonkénti megtakarítás-visszatartási együttható sorozatokat vizsgálva megállapíthattuk, hogy a Feldstein–Horioka értelemben vett tőkemobilitás erőteljesen nőtt az elmúlt 50 évben, és azt is kimutattuk, hogy rövid távon együtt mozog a *Lane és Milesi-Ferretti* [2007] féle nyitottsági mértékkel. A fejezetnek egy lehetséges kritikája lehet az, hogy az időben változó kointegrációt olyan módon becsli, amely kitett lehet a hamis regresszió veszélyének, annak ellenére, hogy a hamis regresszió elkerülésére külön modellváltozatot is felállítunk. Ennek a végleges megoldása lehet a fejlesztési irány, azaz a megtakarítás-

visszatartási együtthatók elméletileg teljesen tiszta módon való újrabecslése, például *Park* és *Hahn* [1999] módszere alapján. Hozzáteesszük, hogy a szerzők maguk is megállapítják, a becslési eredményeik a gyakorlatban igen közel állnak a Kalman-szűrő segítségével előállítottakhoz.

Hivatkozások

- Ackrill, R., S. Coleman [2012]: *Inflation dynamics in central and eastern European countries*, Discussion Papers in Economics 2012/01, Nottingham Business School, Economics Division.
- Aka, B. F. [2007]: *The Saving-Investment Relationships: a Markov-Switching Causality Analysis of Cote D'Ivoire and Ghana*, Applied Econometrics and International Development, 7(2), pp157-162.
- Altissimo, F., M. Ehrmann, F. Smets [2006]: *Inflation Persistence and Price Setting Behaviour in the Euro Area - a Summary of the IPN Evidence*, ECB Occasional Papers, 46 (Jun), European Central Bank, Frankfurt am Main.
- Apergis, N., C. Tsoumas [2009]: *A survey of the Feldstein-Horioka puzzle: What has been done and where we stand*, Research in Economics, 63, pp64-76. DOI: [10.1016/j.rie.2009.05.001](https://doi.org/10.1016/j.rie.2009.05.001)
- Arisoy, I., H. Ucak [2010]: *Saving, Investment and Capital Mobility in G-7 Countries: Time Varying Parameters Approach*, International Research Journal of Finance and Economics, 58, pp65-72.
- Ball, L., N. G. Mankiw [2002]: *The NAIRU in Theory and Practice*, Journal of Economic Perspectives, 16(4), pp115-136. DOI: [10.1257/089533002320951000](https://doi.org/10.1257/089533002320951000)
- Barro, R., N. G. Mankiw, X. Sala-i-Martin [1995]: *Capital Mobility in Neoclassical Models of Growth*, NBER Working Papers, 4206. DOI: [10.3386/w4206](https://doi.org/10.3386/w4206)
- Baxter, M., M. J. Crucini [1993]: *Explaining Saving-Investment correlations*, American Economic Review, 83, pp416-436.
- Bayoumi, T. [1990]: *Savings-investment correlations: Immobile capital, government policy or endogenous behavior?* IMF Staff Papers, 37(2), pp360-387. DOI: [10.2307/3867294](https://doi.org/10.2307/3867294)
- Beechey, M., Österholm, P. [2007]: *The Rise and Fall of U.S. Inflation Persistence*, Finance and Economics Discussion Series, Federal Reserve Board, 2007-26.
- Berk, J. M. [1999]: *Measuring Inflation Expectations: a Survey Data Approach*, Applied Economics, 31, pp1467-1480. DOI: [10.1080/000368499323337](https://doi.org/10.1080/000368499323337)
- Breitung, J., Pesaran, M. H. [2008]: *Unit Roots and Cointegration in Panels*, Advanced Studies in Theoretical and Applied Econometrics, 46, pp 279-322. DOI: [10.1007/978-3-540-75892-1_9](https://doi.org/10.1007/978-3-540-75892-1_9)
- Bura, A. H., B. Chen, L. Yu [2012]: *Error-Driven Adaptive, Virtual Machine Model-Based Control with High Availability Platform*, Proceedings of the 11th International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA), pp13-17. DOI: [10.1109/ICMLA.2012.133](https://doi.org/10.1109/ICMLA.2012.133)
- Busetti, F., A. M., Robert Taylor [2004]: *Tests of Stationarity Against a Change in Persistence*, Journal of Econometrics, 123, pp33-66. DOI: [10.1016/j.jeconom.2003.10.028](https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2003.10.028)
- Camarero M., J. L. Carrion-i-Silvestre, C. Tamarit [2005]: *Unemployment Dynamics and NAIRU Estimates for Accession Countries: a Univariate Approach*, Journal of Comparative Economics, 33(3), pp584-603. DOI: [10.1016/j.jce.2005.04.001](https://doi.org/10.1016/j.jce.2005.04.001)
- Chinn, M. D., H. Ito [2008]: *A New Measure of Financial Openness*, Journal of Comparative Policy Analysis, 10(3), pp309-322.

- Cimadomo, J., Garnier, J., Schalck, C. [2007]: *Time Varying Fiscal Policy Rules for Five OECD Countries*, 62nd ESEM Conference, Budapest, August 27-31.
- Coakley, J., F. Hasan, R. Smith [1999]: *Saving, investment and capital mobility in LDCs*, Review of International Economics, 7, pp632-640. DOI: [10.1111/1467-9396.00188](https://doi.org/10.1111/1467-9396.00188)
- Cogley, T., T. J. Sargent [2001]: *Evolving Post-World War II U.S. Inflation Dynamics*, NBER Macroeconomics Annual 2001, pp331-372.
- Cogley, T., T. J. Sargent [2005]: *Drifts and Volatilities: Monetary Policies and Outcomes in the Post World War U.S.*, Review of Economic Dynamics, 8(2), pp262-302.
- Cuestas, J. C., B. Harrison [2010]: *Inflation persistence and nonlinearities in Central and Eastern European countries*, Economics Letters 106, pp81-83. DOI: [10.1016/j.econlet.2009.10.006](https://doi.org/10.1016/j.econlet.2009.10.006)
- Darvas Zs. [2001]: *Exchange rate pass-through and real exchange rate in EU candidate countries*, Deutsche Bundesbank Discussion Paper 10/2001.
- Darvas, Zs. [2001]: *Árfolyamrendszer-hitelesség és kamatláb-változékonyság*, Statisztikai Szemle, 79, pp490-506.
- Darvas, Zs. [2013]: *Monetary Transmission in three Central European Economies: Evidence from Time-Varying Coefficient Vector Autoregressions*, Empirica, 40(2), pp363-390. DOI: [10.1007/s10663-012-9197-4](https://doi.org/10.1007/s10663-012-9197-4)
- Darvas, Zs., Simon A. [2002]: *A financiálisan fenntartható kibocsátás becslése a gazdaság nyitottságának felhasználásával*, Közgazdasági Szemle XLIX (5), pp361-376.
- De Vita, G., A. Abbott [2002]: *Are saving and investment co-integrated? An ARDL bounds testing approach*, Economics Letters, 77(2), pp293-299. DOI: [10.1016/S0165-1765\(02\)00139-8](https://doi.org/10.1016/S0165-1765(02)00139-8)
- Denis, C., D. Grenouilleau, K. Mc Morrow, W. Röger [2006]: *Calculating potential growth rates and output gaps - A revised production function approach*, European Commission, Directorate-General for Economic and Financial Affairs, Economic Papers.
- Dossche, M., G. Everaert [2005]: *Measuring Inflation Persistence – A Structural Time Series Approach*, ECB Working Papers, 495 (Jun), European Central Bank, Frankfurt am Main.
- Driver, R., J. V. Greenslade, R. Pierse [2006]: *Whatever Happened to Goldilocks? The Role of Expectations in Estimates of the NAIRU in the US and the UK*, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 68(1), pp45-79. DOI: [10.1111/j.1468-0084.2006.00152.x](https://doi.org/10.1111/j.1468-0084.2006.00152.x)
- Dueker, M. J. [1997]: *Markov Switching in GARCH Processes and Mean Reverting Stock Market Volatility*, Journal of Business & Economic Statistics, 15(1), pp26-34. DOI: [10.1080/07350015.1997.10524683](https://doi.org/10.1080/07350015.1997.10524683)
- Dueker, M. J., Neely, Ch. [2007]: *Can Markov Switching Models Predict Excess Foreign Exchange Returns?* Journal of Banking & Finance, 31(2), pp279-296. DOI: [10.1016/j.jbankfin.2006.03.002](https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2006.03.002)
- Elmeskov, J. [1993]: *High and persistent unemployment: Assessment of the problems and causes*, OECD Economics Department Working Papers, No. 132, Paris. DOI: [10.1787/506882344657](https://doi.org/10.1787/506882344657)
- Eubank, R. L. [2006]: *A Kalman Filter Primer*, Chapman and Hall, New York.
- Evans, P., B-H. Kim, K-Y Oh [2008]: *Capital mobility in saving and investment: A time-varying coefficients approach*, Journal of International Money and Finance, 27(5), pp806-815. DOI: [10.1016/j.jimonfin.2008.04.005](https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2008.04.005)

- Feldstein, M., C. Horioka [1980]: *Domestic Saving and International Capital Flows*, Economic Journal, 90 (June), pp314-329. DOI: [10.3386/w0310](https://doi.org/10.3386/w0310)
- Feldstein, M., P. Bachetta [1989]: *National saving and international investment*, in: Bernheim, D., J. Shoven: *National Saving and Economic Performance*, The University of Chicago Press.
- Frankel, J. A., M. Dooley, D. Mathieson [1987]: *International Capital Mobility in Developing Countries vs. Industrial Countries: What do saving-investment correlations tell us?* NBER Working Papers, 2043. DOI: [10.3386/w2043](https://doi.org/10.3386/w2043)
- Franta, M., B. Saxa, K. Smidkova [2007]: *Inflation persistence - euro area and new EU Member States*, ECB Working Papers, 810, European Central Bank, Frankfurt am Main.
- Friedman, M. [1968]: *The Role of Monetary Policy*, American Economic Review, 58(1), pp1-17.
- Fuhrer, J. C. [2010]: *Inflation Persistence*, in: Benjamin M. Friedman & Michael Woodford (ed.), *Handbook of Monetary Economics*, Edition 1, 3(9), pp423-486. DOI: [10.1016/B978-0-444-53238-1.00009-0](https://doi.org/10.1016/B978-0-444-53238-1.00009-0)
- Gábel, P. [2010]: *Household Inflation Expectations and Inflation Dynamics*, MNB (Central Bank of Hungary) Working Paper 2010/12, Budapest.
- Galí, J., M. Gertler [1999]: *Inflation dynamics: a Structural Econometric Analysis*, Journal of Monetary Economics, 44(2), pp195-222. DOI: [10.1016/S0304-3932\(99\)00023-9](https://doi.org/10.1016/S0304-3932(99)00023-9)
- Gianella, C., I. Koske, E. Rusticelli, O. Chatal [2008]: *What Drives the NAIRU? Evidence from a Panel of OECD Countries*, OECD Economics Department Working Papers, 649, OECD Publishing. DOI: [10.1787/231764364351](https://doi.org/10.1787/231764364351)
- Goldfeld, S. M., Quandt, R. E. [1973]: *A Markov Model for Switching Regressions*, Journal of Econometrics, 1, pp3-16. DOI: [10.1016/0304-4076\(73\)90002-X](https://doi.org/10.1016/0304-4076(73)90002-X)
- Gomes, F. A. R., A. H. B. Ferreira, J. J. Filho [2008]: *The Feldstein–Horioka puzzle in South American countries: a time-varying approach*, Applied Economics Letters, 15, pp859-863. DOI: [10.1080/13504850600949129](https://doi.org/10.1080/13504850600949129)
- Gordon, R. J. [1997]: *The Time Varying NAIRU, and its Implications for Economic Policy*, Journal of Economic Perspectives, 11, pp11–32. DOI: [10.3386/w5735](https://doi.org/10.3386/w5735)
- Gordon, R. J. [1998]: *Foundations of the Goldilocks Economy: Supply shocks and the Time Varying NAIRU*, Brookings Papers on Economic Activity, II, pp297–346.
- Granger, C. W. J. [2008]: *Non-Linear Models: Where Do We Go Next – Time Varying Parameter Models?* Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics, 12(3), Article 1. DOI: [10.2202/1558-3708.1639](https://doi.org/10.2202/1558-3708.1639)
- Guichard, S., E. Rusticelli [2011]: *Reassessing the NAIRUs after the Crisis*, OECD Economics Department Working Papers, 918, OECD Publishing. DOI: [10.1787/5kg0kp712f6l-en](https://doi.org/10.1787/5kg0kp712f6l-en)
- Guo, L. [1990]: *Estimating Time Varying Linear Parameters by the Kalman Filter Based Algorithm: Stability and Convergence*, IEEE Transactions on Automatic Control, 35(2), pp141-147. DOI: [10.1109/9.45169](https://doi.org/10.1109/9.45169)
- Hamidi, B., B. Maillet, P. Merlin [2011]: *A Robust Time-Varying Style Analysis for Hedge Funds based on Dynamic Quantiles*, CES/CNRS Working Paper, February, Paris, France.

- Hamilton, J. D. [1989]: *A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle*, *Econometrica*, 57, pp357-384.
- Hamilton, J. D. [1994]: *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Hamilton, J. D., Susmel, R. [1994]: *Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime*, *Journal of Econometrics*, 64, pp307–333. DOI: [10.1016/0304-4076\(94\)90067-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(94)90067-1)
- Hansen, B. E. [1992]: *Tests for Parameter Instability in Regressions with I(1) Processes*, *Journal of Business & Economic Statistics*, 10(3), pp45-59. DOI: [10.1080/07350015.1992.10509908](https://doi.org/10.1080/07350015.1992.10509908)
- Hansen, B. E. [2001]: *The New Econometrics of Structural Change: Dating Changes in U.S. Labor Productivity*, *Journal of Economic Perspectives* 15, pp117-128.
- Harvey, A. C. [1989]: *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press, Cambridge, Massachusetts.
- Harvey, Dave I., Stephen J. Leybourne, A. M. R. Taylor [2006]: *Modified Tests for a Change in Persistence*, *Journal of Econometrics*, 134, pp441-469. DOI: [10.1016/j.jeconom.2005.07.002](https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2005.07.002)
- Hatemi-J, A., R. S. Hacker [2007]: *Capital mobility in Sweden: a time-varying parameter approach*, *Applied Economics Letters*, 14, pp1115-1118. DOI: [10.1080/13504850600606018](https://doi.org/10.1080/13504850600606018)
- Ho, T. W. [2000]: *Regime-switching investment-saving correlation and international capital mobility*, *Applied Economics Letters*, 7, pp619-622. DOI: [10.1080/13504850050059122](https://doi.org/10.1080/13504850050059122)
- Horváth, R. [2007]: *Estimating Time-Varying Policy Neutral Rate in Real Time*, IES Working Paper, 2007/1, Charles University of Prague.
- Jansen, W. J. [1996]: *Estimating Saving-Investment Correlations: Evidence for OECD Countries Based on an Error Correction Model*, *Journal of International Money and Finance*, 15 (5), pp749-781. DOI: [10.1016/0261-5606\(96\)00034-4](https://doi.org/10.1016/0261-5606(96)00034-4)
- Jazwinski, A. H. [1970]: *Stochastic Processes and Filtering Theory*, Academic Press, New York.
- Kalaba, R., L. Tesfatsion [1988]: *The Flexible Least Squares Approach to Time-varying Linear Regression*, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 12, pp43-48. DOI: [10.1016/0165-1889\(88\)90013-9](https://doi.org/10.1016/0165-1889(88)90013-9)
- Kalaba, R., L. Tesfatsion [1989]: *Time-Varying Linear Regression Via Flexible Least Squares*, *Computers and Mathematics with Applications*, 17, pp1215-1245. DOI: [10.1016/0898-1221\(89\)90091-6](https://doi.org/10.1016/0898-1221(89)90091-6)
- Kalaba, R., L. Tesfatsion [1990a]: *Flexible Least Squares for Approximately Linear Systems*, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 20, pp978-989. DOI: [10.1109/21.59963](https://doi.org/10.1109/21.59963)
- Kalaba, R., L. Tesfatsion [1990b]: *A Further Note on Flexible Least Squares and Kalman Filtering*, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 14(1), pp183-185. DOI: [10.1016/0165-1889\(90\)90012-6](https://doi.org/10.1016/0165-1889(90)90012-6)
- Kalaba, R., L. Tesfatsion [1996]: *A Multicriteria Approach to Model Specification and Estimation*, *Computational Statistics and Data Analysis*, 21(2), pp193-214. DOI: [10.1016/0167-9473\(94\)00030-1](https://doi.org/10.1016/0167-9473(94)00030-1)
- Kalman, R. E. [1960]: *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*, *Transactions of the ASME – Journal of Basic Engineering*, 82(D), pp35-45. DOI: [10.1115/1.3662552](https://doi.org/10.1115/1.3662552)

- Kasuga, H. [2004]: *Saving-investment correlations in developing countries*, Economics Letters, 83(3), pp371-376. DOI: [10.1016/j.econlet.2003.11.017](https://doi.org/10.1016/j.econlet.2003.11.017)
- Kim, J.-Y. [2000]: *Detection of Change in Persistence of a Linear Time Series*, Journal of Econometrics, 95, pp97-116. DOI: [10.1016/S0304-4076\(99\)00031-7](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(99)00031-7)
- Kim, J.-Y., J. Belaire-Franch, R. B. Amador [2002]: *Corrigendum to “Detection of Change in Persistence of a Linear Time Series”*, Journal of Econometrics, 109, pp389-392. DOI: [10.1016/S0304-4076\(02\)00087-8](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(02)00087-8)
- Kladroba, A. [2005]: *Flexible Least Squares Estimation of State Space Models: An Alternative to Kalman-Filtering?* Working Papers, 149, Universität Duisburg-Essen.
- Lane, P. R., G. M. Milesi-Ferretti [2007]: *The external wealth of nations mark II: Revised and extended estimates of foreign assets and liabilities, 1970–2004*, Journal of International Economics 73, November, pp223-250. DOI: [10.1016/j.jinteco.2007.02.003](https://doi.org/10.1016/j.jinteco.2007.02.003)
- Laubach, T. [2001]: *Measuring the NAIRU: Evidence from Seven Economies*, Review of Economics and Statistics, 83(2), pp218-231. DOI: [10.1162/00346530151143761](https://doi.org/10.1162/00346530151143761)
- Lütkepohl, H., Herwartz, H. [1996]: *Specification of Varying Coefficient Time Series Models via Generalized Flexible Least Squares*, Journal of Econometrics, 70, pp261-290. DOI: [10.1016/0304-4076\(94\)01692-5](https://doi.org/10.1016/0304-4076(94)01692-5)
- Montana, G., Triantafyllopoulos, K., Tsagaris, T. [2009]: *Flexible Least Squares for Temporal Data Mining and Statistical Arbitrage*, Expert Systems with Applications, 36, 2(2), pp2819-2830. DOI: [10.1016/j.eswa.2008.01.062](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.01.062)
- Morana, C. [2009]: *An Omnibus Noise Filter*, Computational Statistics, 24. DOI: [10.1007/s00180-008-0139-3](https://doi.org/10.1007/s00180-008-0139-3)
- Norden, S., Schaller, H. [1997]: *Regime Switching in Stock Market Returns*, Applied Financial Economics, 7(2), pp177-191. DOI: [10.1080/096031097333745](https://doi.org/10.1080/096031097333745)
- Obstfeld, M., K. Rogoff [2000]: *The six major puzzles in international macroeconomics: Is there a common cause?* NBER Macroeconomics Annual, 15, pp339-390. DOI: [10.3386/w7777](https://doi.org/10.3386/w7777)
- Oliner, S. D. and D. E. Sichel [2000]: *The Resurgence of Growth in the Late 1990s: Is Information Technology the Story?* Journal of Economic Perspectives, 14(4), pp3-22. DOI: [10.1257/jep.14.4.3](https://doi.org/10.1257/jep.14.4.3)
- Papapetrou, E. [2006]: *The saving-investment relationship in periods of structural change, The case of Greece*, Journal of Economic Studies, 33(2), pp121-129. DOI: [10.1108/01443580610666073](https://doi.org/10.1108/01443580610666073)
- Papell, D. H., C. J. Murray, H. Ghiblawi [2000]: *The Structure of Unemployment*, The Review of Economics and Statistics, 82(2), pp309-315. DOI: [10.1162/003465300558696](https://doi.org/10.1162/003465300558696)
- Park, J.Y., S. B. Hahn [1999]: *Cointegrating Regressions with Time Varying Coefficients*, Econometric Theory, 15, pp664-703.
- Pivetta, F., R. Reis [2007]: *The persistence of inflation in the United States*, Journal of Economic Dynamics and Control, 31(4), pp1326-1358. DOI: [10.1016/j.jedc.2006.05.001](https://doi.org/10.1016/j.jedc.2006.05.001)
- Richardson, P., L. Boone, C. Giorno, M. Meacci, D. Rae, D. Turner [2000]: *The Concept, Policy Use and Measurement of Structural Unemployment: Estimating a Time Varying NAIRU across 21 OECD Countries*, OECD Economics Department Working Papers, 250, OECD Publishing. DOI: [10.1787/785730283515](https://doi.org/10.1787/785730283515)

- Roubini, N. [1988]: *Current account and budget deficits in an intertemporal model of consumption and taxation smoothing: A solution to the Feldstein-Horioka puzzle?*, NBER Working Papers, 2773. DOI: [10.3386/w2773](https://doi.org/10.3386/w2773)
- Rudd, J., K. Whelan [2005]: *New Tests of the New-Keynesian Phillips Curve*, Journal of Monetary Economics, 52, pp1167-1181. DOI: [10.1016/j.jmoneco.2005.08.006](https://doi.org/10.1016/j.jmoneco.2005.08.006)
- Serve, de la, M. E., M. Lemoine [2011]: *Measuring the NAIRU: a Complementary Approach*, Banque de France, Working Papers, 342. DOI: [10.2139/ssrn.1924678](https://doi.org/10.2139/ssrn.1924678)
- Sinn, S. [1992]: *Saving-Investment Correlations and Capital Mobility: On the Evidence from Annual Data*, Economic Journal, 102, pp1162-1170. DOI: [10.2307/2234383](https://doi.org/10.2307/2234383)
- Smith, G [2006]: *Japan's Phillips Curve Looks like Japan*, Queen's University Economics Department Working Papers, 1083. DOI: [10.1111/j.1538-4616.2008.00160.x](https://doi.org/10.1111/j.1538-4616.2008.00160.x)
- Sun, L. [2003]: *Measuring time-varying capital mobility in East Asia*, China Economic Review, 15, pp281- 291. DOI: [10.1016/j.chieco.2003.07.003](https://doi.org/10.1016/j.chieco.2003.07.003)
- Taylor, A. M. [1996]: *International Capital Mobility in History: The Saving-Investment Relationship*, NBER Working Papers, 5743. DOI: [10.3386/w5743](https://doi.org/10.3386/w5743)
- Telatar, E., F. Telatar, N. Bolatoglu [2007]: *A regime switching approach to the Feldstein-Horioka puzzle: Evidence from some European countries*, Journal of Policy Modeling, 29, pp523-533. DOI: [10.1016/j.jpolmod.2006.12.001](https://doi.org/10.1016/j.jpolmod.2006.12.001)
- Tesfatsion, L, J. Veitch [1990]: *U.S. Money Demand Instability: A Flexible Least Squares Approach*, Journal of Economic Dynamics and Control, 14, pp151-173. DOI: [10.1016/0165-1889\(90\)90010-E](https://doi.org/10.1016/0165-1889(90)90010-E)
- Tucci, M., P. [1990]: *A Note on Flexible Least Squares*, Journal of Economic Dynamics and Control, 14, pp175-182. DOI: [10.1016/0165-1889\(90\)90011-5](https://doi.org/10.1016/0165-1889(90)90011-5)
- Turner, D., L. Boone, C. Giorno, M. Meacci, D. Rae, P. Richardson [2001]: *Estimating the Structural Rate of Unemployment for the OECD Countries*, OECD Economic Studies, 33, pp171-216. DOI: [10.1787/eco_studies-v2001-art14-en](https://doi.org/10.1787/eco_studies-v2001-art14-en)
- Turner, P. P. [1986]: *Savings, investment and the current account: An empirical study of seven major countries 1965-84*, Bank of Japan: Monetary and Economic Studies, 4, pp1-58.
- Wood, B. D. [2000]: *Weak Theories and Parameter Instability: Using Flexible Least Squares to Take Time Varying Relationships Seriously*, American Journal of Political Science, 44(3), pp603-618.

Saját publikációk a témakörben

Folyóiratcikkek

- Darvas, Zs., Varga B. [2014]: *Inflation Persistence in Central and Eastern European Countries*, Applied Economics, 46(13), pp1437-1448. DOI: [10.1080/00036846.2013.875113](https://doi.org/10.1080/00036846.2013.875113)
- Varga, B. [2011]: *Időben változó együtttható ökonometriai modellek*, Statisztikai Szemle, 89(7-8), pp813-838.
- Varga, B. [2014]: *Méri-e a tőkepiacok nyitottságát a beruházás és megtakarítás időben változó kapcsolata?* Statisztikai Szemle, 92(3), pp225-252.

Műhelytanulmányok

- Darvas, Zs., Varga B. [2012]: *Uncovering Time-Varying Parameters with the Kalman-filter and the Flexible Least Squares: a Monte Carlo Study*, Tanszéki Tanulmány 2012/4, Matematikai Közgazdaságtan és Gazdaságelemzés Tanszék, Budapesti Corvinus Egyetem, Budapest.
- Varga, B. [2013]: *Time Varying NAIRU Estimates in Central Europe*, Tanszéki Tanulmány 2013/6, Matematikai Közgazdaságtan és Gazdaságelemzés Tanszék, Budapesti Corvinus Egyetem, Budapest.
- Zsibók, Zs., Varga B. [2012]: *Inflation Persistence in Hungary: a Spatial Analysis*, Tanszéki Tanulmány 2012/3, Matematikai Közgazdaságtan és Gazdaságelemzés Tanszék, Budapesti Corvinus Egyetem, Budapest.

Tanulmányok előkészületben

- Darvas, Zs., Varga B. [2015]: *Has Inflation Persistence Changed During the Global Crisis?* Forthcoming.
- Kočenda, E., Varga B. [2015]: *Inflation Persistence around the World*. Forthcoming.