.

Megyeri Krisztina

A pénzfunkciók és a gazdaságszerkezet kapcsolata az elméleti közgazdasági modellezésben

Matematika Tanszék

Témavezető: Dr.Dancs István

Budapesti Corvinus Egyetem
Közgazdasági Ph.D. program

A pénzfunkciók és a gazdaságszerkezet kapcsolata az elméleti közgazdasági modellezésben

Ph.D értekezés

Megyeri Krisztina

Budapest 2006

.

Tartalomjegyzék

ábrák jegyzéke

Köszönetnyilvánítás

Szeretném megköszönni mindazoknak a segítségét, akik nélkül ez a dolgozat nem készülhetett volna el.

Köszönöm témavezetőmnek, Dancs Istvánnak, hogy beavatott a kereséselmélet és egyensúlyelmélet matematikai alapjaiba. Hálás vagyok Vincze János és Száz János konstruktív kritikáiért, amit a műhelyvita kapcsán fejtettek ki.

Külön köszönettel tartozom kollégáimnak és barátaimnak: Benedek Gábornak, aki megismertetett a szimulációs módszerekkel, ágoston Kolosnak és Pintér Miklósnak a sok szakmai és technikai segítségért.

Végül köszönöm férjemnek, aki vigyázott Danira, amíg én dolgoztam.

1. Bevezetés

Pénzként azért funkcionál egy tárgy, mert bizonyos, meghatározott gazdasági szituáció(k)ban vesz részt, nem pedig azért, mert maga a tárgy bír meghatározott tulajdonságokkal. A történelem során kétféle pénzzel találkozhatunk. Az egyik az árupénz (búza, marha), amely azon kívül, hogy pénzként funkcionál, a fogyasztása is hasznot eredményez. A másik típus az úgynevezett belső érték nélküli pénz (papírpénz, szövetcsíkok). Az, hogy az árupénz fejletlenebb fokát jelentené a pénz fejlődésének és egy, a modern pénz kialakulásához vezető közbülső lépés lenne, nem igaz. Sőt, úgy tűnik, hogy a pénznek ez a tulajdonsága a gazdasági fejlettséggel nem magyarázható. Igen korai illetve a gazdasági fejlettség alacsony fokán álló közösségek ismerték a 'haszontalan' pénzeket, míg az árupénzeket kifejezetten fejlett gazdaságok (például Egyiptom) is használták.

A pénzzé válásban tehát nincs szerepe annak, hogy az adott tárgy rendelkezik-e értékkel, pontosabban használati vagy belső értékkel. A Kongó vidékén például szalmafonatokat használtak pénzként, míg Nyugat-Szudánban egyforma hosszú kék szövetcsíkokat. A döntő fontosságú mozzanat az, hogy jelként szerepeltek. A pénz alatt nem egy bizonyos fajta fizikai (papír, arany), vagy éppen hogy nem-fizikai (számlapénz) megjelenést kell értsünk, mert a pénz megjenési formája csak másodlagos fontosságú. *A pénz a gazdasági értékelés fizikai formában megjelenő jele*, és mint ilyen, konkrét formája esetleges, illetve főként az adott közösség helyi sajátosságai által determinált. Jó hasonlat erre a nyelv. Attól, hogy bizonyos népek más és más jelsort használnak például a víz fogalmára, a koncepció még azonos. Ily módon nem arra kell a figyelmet fordítanunk, hogy miért lehetett az egyik helyen az árpa, míg a másikon éppen egy szövetdarab az értékmérő; ennek elemzése igen érdekes, de a jelen vizsgálattól távol álló, antropológiai vagy szociológiai vizsgálat lenne. Az azonban már nagyon is idetartozó, közgazdasági kérdés, hogy miként funkcionál(tak) a pénz(ek) és milyen feltételek szükségesek a mai, piaci pénz működéséhez, koncepciójának kialakulásához. A pénz-nyelv hasonlat nem tökéletes, de a piaci pénz megjelenését talán úgy lehetne ebben a kontextusban megfogalmazni, hogy mit jelent egy világnyelv kialakulása, ami nemcsak hogy elfoglalja a nemzeti nyelvek helyét, de a helyi dialektusokat, szlengeket is kiszorítja.

Ennek a témának alapvetően kétféle megközelítése lehet, amelyek ugyan nem függetlenek egymástól, ám úgy tűnik, együtt mégsem kezelhetőek. Az első a szigorúan vett matematikai közgazdasági tárgyalás, ebben a megközelítésben tekintjük a különböző modellcsaládokat, az ezek közti hasonlóságokat, ellentmondásokat, mindezt a formális logika absztrakt eszközeinek használatával. Jelen dolgozatban a másik – általam legalább ilyen fontosnak ítélt – verbális, inkább tudományfilozófiai tárgyalás is helyet kap.

Elöljáróban meg kell jegyeznünk: nem az a probléma a közgazdaságtannal, hogy nincs olyan egységes pénzfogalma és ezzel együtt pénzmodellje, amely a pénz mindenféle – filozófiai, szociológiai, jogi stb. – vetületét képes lenne megjeleníteni, hanem az, hogy magának a pénz gazdasági dimenziójának a kezelése nem tiszta benne. A dolgozat célja nem a 'pénz filozófiájának' megfogalmazása – ez a pénz létrejöttének és működésének egyetlen okra való visszavezetését jelentené – sokkal inkább a létező kérdések, kétségek súlyozása, rendezése szigorúan közgazdasági szempontból.

A dolgozat két részből épül fel, egy matematikai közgazdasági és egy gazdaságszociológiai részből.

A második, bevezető fejezetben a közgazdasági pénz egy tágabb meghatározására kerül sor, valamint annak a jelzésére, hogy miért problematikus a pénz közgazdasági modellezése, aminek fő oka a gazdasági környezet és a pénz vizsgálatának szoros, egymástól el nem választható kapcsolatában rejlik.

A harmadik, matematikai közgazdaságtani fejezet első részében a decentralizált gazdaságok diszkrét idejű, Kiyotaki-Wright féle keresési modellje kerül bemutatásra. Annak ellenére, hogy ez a modellcsalád még kialakulóban van és számos problémát tartalmaz, van egy igen erős érv, ami miatt a pénz modellezésében igen eredményes lehet. Ugyanis a szereplők egymással találkozva bonyolítják le a tranzakciókat. Azon kívűl, hogy így automatikusan megjeleníthető a pénz csereeszköz funkciója, lehetőséget ad a szereplők közti viszonyok szofisztikáltabb ábrázolására is. Erre a második részben a szimulációs futtatások segítségével mutatunk példát a modell egyensúlyához készített szimulációs eredményeken[1] keresztül. Ezekben a futtatásokban arra keressük a választ, hogy a kialakuló egyensúlyhoz vezető út hogyan alakul, mennyi időbe telik a szereplőknek rátalálni az optimális stratégiájukra. A harmadik rész a modell folytonos változatát tárgyalja, ami egy árnyaltabb, ám analitikusan és szimulációs módszerekkel nehezebben kezelhető struktúrához vezet. A negyedik részben a kereséselmélet egy nem teljesen kidolgozott, ám erősen fejlődő részét vizsgáljuk, nevezetesen az árrendszer problematikáját. Az ötödik részben bemutatjuk, hogy miként építhető be a modellbe a bizonytalanság. A hatodik részben összefoglaljuk, hogy a súrlódások miként jelennek meg a keresési modellben és milyen szerepük van a pénz modellezésében. A hetedik részben, javarészt saját, analitikus eredményeken kereszül, a kereséselméletben nem igazán specifikált rész, nevezetesen a találkozások kerülnek részletesebb elemzésre. A nyolcadik alfejezetben pedig a gazdasági szerkezet és az egyensúly kapcsolatának szimulációs vizsgálata található.

A dolgozat második egysége, a negyedik fejezet a pénz és közösség kapcsolatának gazdaságszociológiai vizsgálatával foglalkozik, bemutatásra kerülnek a speciális pénzek illetve a szubsztantív gazdaságelmélet.

Az ötödik fejezetben összegezzük a dolgozat főbb megállapításait.

A hatodik fejezetben található a dinamikus programozáshoz valamint a kereséselmélethez kapcsolódó függelék.

[1] Ez a fejezet Benedek Gáborral közös eredményeket tartalmaz.

2. Fogalmi keretek

2.1 A közgazdasági pénz

A közgazdaságtani modellekben a pénz szerepét egy olyan jószág tölti be, amely meghatározott funkciókkal rendelkezik[2] . Ez egy nagyon fontos pont, hiszen például a szociológiai bírálatok alapja az, hogy a pénzt nem áruként, hanem annál tágabban, társadalmi viszonyként szemlélik. A mai pénz jószág, azaz fizikai formában megjelenő dolog. Ennek az sem mond ellent, hogy a világban meglévő pénz nagyobbik része elektronikus formában létezik[3] . Itt a hangsúly azon van, hogy a pénz maga nem társadalmi viszony, intézmény. Az az értékelés, amit megtestesít, valóban társadalmi viszonyon alapszik, de ez a viszony tárgyiasul a pénzben. Ez az elhatárolás nem mellékes és a dolgozatban a továbbiakban ebben az értelemben használjuk a pénzfogalmat.

Abban, hogy melyek ezek a funkciók, az irodalom többé-kevésbé egységes. Az azonban korántsem mondható el, hogy ezeknek a funkcióknak a definiálása is egységes lenne – amennyiben egyáltalán sor kerül rá. Röviden tekintsük át hogy mit is értünk a különböző funkciókon. Azt a célt tartjuk szem előtt, hogy a mai pénzben együtt megjelenő funkciókat elkülönítsük és választ keresünk arra, hogy mit jelentettek a különböző funkciók, amikor egy-egy elkülönült jószágban jelentek meg.

Egy naturális gazdaságban, amelyben nincs pénz, az árukat csak közvetlenül cserélik ki egymásra. Azaz akkor és csak akkor jön létre a csere a gazdaság két szereplője között, amennyiben mindketten a másik által birtokolt jószágra vágynak. Ez nyilván

---

[2] Azt persze nehéz eldönteni, hogy egy fogalom pontosan mit is jelent, a fenti esetet azzal a statisztikai megfigyeléssel támasztom alá, hogy az általam megkérdezett közgazdászok között- a fent említett igen különbözõ vélemények ellenére - konszenzus volt a tekintetben, hogy elfogadták a pénz funkcionális definicióját.

És ha már itt pontosak vagyunk, legyünk azok akkor amikor közgazdaságtanról beszélünk. A dolgozatban a közgazdaságtan alatt az elméleti közgazdaságtant értem szigorúan elkülönítve az üzleti közgazdaságtantól.

[3] Ismert az az elsõre talán ellentmondásosnak tûnõ tény, hogy Amerikában sokkal magasabb a készpénz aránya, mint azt a gazdaság, bankrendszer fejlettsége indokoltá tenné. Ennek okai közt igen fontos szerepet kap a fekete gazdaság felöl érkezõ kereslet, amely így a tranzakciókat nyom nélkül képes végre hajtani.

nagyon körülményessé teszi a kereskedést.

Weber csereeszköznek nevez valamely tárgyat, "amennyiben tipikusan elfogadják cserébe, mégpedig elsődlegesen azért, mert aki elfogadja, az abból indul ki, hogy tartósan – azaz a jövőt is számításba véve – fennáll a lehetőség, hogy majd saját érdekének megfelelő csereárányban ő is más javakra ... cserélje.[4] "

Az általános csereeszköz feloldja a szándékok kölcsönös egyezőségének problémáját. Ekkor ugyanis a csere két – áru-pénz illetve pénz-áru – szakaszra bomlik. Nem kérdéses, hogy a fenti gondolatmenet igen meggyőző, de nem sok köze van a pénz kialakulásának valódi történetéhez, sokkal inkább egy utólag legitimáló logikai sorról van szó[5] . Ez a gondolatmenet a csere modern szemléletéből ered és ahogy a későbbiekben erre kitérünk, az ajándékozásra mindez nem volt érvényes, márpedig a cserék nagyrészt az ajándékozás örve alatt bonyolódtak. Arra azonban mindenképpen alkalmas ez a magyarázat, hogy világos legyen, miszerint a modern pénz szükséges – de nem elégséges – feltétele az általános csereeszköz funkció.

Weber terminológiája szerint fizetési eszközként funkcionál egy objektum, "amennyiben konvencionálisan vagy jogilag garantálva van, hogy meghatározott ... kötelezettségek kielégítésekor e jellegzetes tárgy átadása a kötelezettségek teljesítésének számít." Fontos megemlíteni, hogy az általános fizetési funkció az előbbieken túlmenően tartalmazza a halasztott fizetési funkciót is, vagyis hogy a kötelezettség teljesítésére a jövőben kerül sor. A halasztott fizetési funkció külön választása nem feltétlen szükséges, mivel a pénz csereeszköz és fizetési eszköz funkciói együttesen lefedik azt.

Az elszámolási vagy értékmérő funkció azt a jellemzőjét ragadja meg a pénznek, hogy technikailag egy elszámolási rendszert biztosít, amellyel az árak – úgy a javaké, szolgáltatásoké, mint a halasztott fizetéseké – kifejezhetőek. Egy naturális gazdaságban, amelyben n féle jószág van, n(n-1)/2 féle[6] relatív ár létezik, amely az elszámoló egység használatával (n-1)-re csökkenthető. Ez az egyébként klasszikus érvelés

[4] Az alábbi elemzés alapjául Weber[1922] könyve szolgált
[5] A fenti gondolatmenet igen elfogadott és közkeletû a közgazdaságtanban eredetét illetõen talán Marx[1967]-nál található a legmeggyõzõbb tárgyalása
[6] Amennyiben csak a jelenbeli árakat vesszük figyelembe.

hasonló a pénz csereeszköz voltának szükségességét bizonyító gondolathoz. Az elszámolási eszköz ez utóbbi meghatározása erősen kötődik a neoklasszikus közgazdaságtanhoz, mivel úgy a szociológia, mint a marxi közgazdaságtan a pénz értékmérő funkcióját ennél sokkal tágabban határozzák meg. Ennek alapvető oka az értékelméleteikben meglévő különbség.

Ezek a meghatározások a pénz technikai szintjét ragadják meg, Weber azonban bevezet egy másik fogalmat, amely a pénz közösségi szintjét hivatott megragadni. Chartal-nak nevezzük azt a jelenséget, hogy a csere vagy/és fizetési eszköznek mesterségesen előállított formája van, s rendelkezik formális érvénnyel bizonyos személyek körében. Mindez pedig azt teszi lehetővé, hogy "tisztán mechanikusan lehet velük számolni." Ez a funkció tágabb, mint a korábban használt elszámolási funkció, bár lényegében arról van szó[7] .

Szokás egy negyedik, úgynevezett felhalmozási funkciót is említeni. Ez azon alapszik, hogy a jószág alkalmas arra, hogy készletek, vagyon képezhető belőle. Nem tagadjuk ennek a jelentőségét, sőt, ahogy majd a későbbiekben részletesen látni fogjuk, ez egy igen alapvető, talán a legősibb pénzfunkció. Nem elégséges az az érv sem, hogy a fent említett funkciók egyidejű megléte már eredményezi, hogy az adott jószág alkalmas a felhalmozásra, hiszen a célunk jelenleg éppen a funkciók szétválasztása. A negyedik funkció definícióként való kezelése azért problematikus mégis, mert tudunk mutatni olyan modern gazdasági szituációt, amelyben a fenti három funkciót betöltő pénz nem alkalmas a vagyon felhalmozására – gondoljunk csak egy hiperinflációs időszakra – és ez nem elegséges érv arra, hogy az ott szereplő pénzt ezért csak mint speciális pénzt tekintsük.

Az előbbiekben említett közgazdasági funkciók mellett a szociológiai szempontok is figyelembe vehetőek. így a pénz használatának társadalmi hatalmat generáló szerepe, valamint a javak megszerzése feletti döntés ellenőrzésének szerepe is bekerülhetne a pénzfunkciók közé. Itt azonban két probléma merül fel. Az egyik ezen

[7] A törvényesség szerepe vizsgálandó.

funkciók pontos meghatározásának nehézsége. A másik pedig, hogy az előző rendszer négy funkciója egységes rendszert definiál, míg az utóbbi, szociológiai szempontok inkább a pénzhasználat tipikussá válásának következményeiként tekinthetőek illetve elemzendőek.

A dolgozat további részében a pénz funkcióinak a következőket tekintem:

1. általános csereeszköz
2. általános fizetési vagy tranzakciós eszköz
3. elszámolási vagy értékmérő eszköz

A közgazdaságtanban pénznek tekintendő az az objektum, jószág, ami a fenti három funkciót egyidejűleg megjeleníti. A dolgozat további részében is ehhez a definícióhoz fogok ragaszkodni.

A közgazdaságtanban egyébként titkos axióma, hogy amikor egy jószág rendelkezik valamely pénzfunkcióval, akkor azt előszeretettel hívjuk pénznek. Ez nem egyszerűen valami apró pontatlanság, hanem egy létező fogalom fellazítása, hogy az aztán minél jobban alkalmazkodni tudjon használója igényeihez. Senkinek sem jutna eszébe csak azért négyzetnek hívni valamit, mert négy oldala van, ugyanakkor a közgazdaságtanban semmi gondot nem okoz egy elszámolási eszközt pénznek hívni. Azt gondolhatnánk, hogy az ilyen 'apró' pontatlanságok általában nem okoznak gondot, hisz ugyis mindenki tudja, miről van szó. Ez természetesen nem igaz. Szó sincs róla, hogy pénz kapcsán mindenki ugyanarra gondolna. Pont fordítva. Akkor azonban kell hogy legyen valami oka annak, hogy miért használ a közgazdaságtan egy ilyen puha pénzfogalmat. A dolgozatban többek között erre is keressük a választ.

A fenti (típusú) definíciónak van néhány fontos következménye. Egyrészt azt jelenti, hogy *egy* pénz van. Vagyis amennyiben úgy tűnik, hogy egyidejűleg a gazdaságban több pénz is van, úgy két eset lehetséges: vagy egyik sem pénz (transzferábilis rubel, rubel, pengő, adópengő) mivel csak valamely funkció(k)ban működik, vagy nem megkülönböztethetőek (Micimackós csekk[8] , százforintos). Nagyon fontos a két dolog

[8] A Micimackós csekk azt a fajta, jobbára Amerikában elterjedt fizetési eszköz, amikor a használója saját ízlése szerint kérhet, az amúgy üres csekkre Micimackót, vagy akár Jézust ábrázoló grafikát.

között különbséget tenni. Ha nem különböztethetőek meg, akkor egyúttal azzal a feltételezéssel is élünk, hogy a különbség nem okoz számottevő változást az elemzés eredményében[9] .

Az azonban jól látszik, hogy érdemes egy új fogalmat bevezetni, hogy a pénzt jobban elhatároljuk a 'pénzszerű' dolgoktól. Nevezzük speciális pénznek[10] azon dolgokat, amelyek néhány (egy vagy több) különböző pénzfunkcióban jelennek meg, de nem teljesítik egyszerre az összes fenti feltételt.

Vagyis az első esetben arról van szó, hogy mind az adópengő, mind pedig a pengő speciális pénz. Egy másik következmény, hogy nem soroltuk fel, pontosan mely dolgokat is tekintsünk pénznek. A közgazdaságtan a készpénz közeli helyettesítőit – az adott modell sajátságaitól függően, a likviditási szempontokat figyelembe véve – pénznek tekinti, a látra szóló betétektől az államkötvényen át az opciókig. A szociológusok, mint például Coleman [11] szerint a társadalmi tőkét is számba kell venni, mint a pénz helyettesítojét. "A 'társadalmi tőke' fogalma azt a funkciót határozza meg, milyen értéke van erőforrásként a cselekvők számára a társadalmi struktúra azon vonásainak, amelyeket felhasználhatnak érdekeik érvényesítésében". A társadalmi tőke a pénznek abban az értelemben lehet helyettesítője, hogy rendelkezik speciális fizetési csereszköz funkcióval[12] , az értékmérő funkció megjelenítése nélkül. így ez mint speciális pénz lehet érdekes, de semmiképp sem tekinthetjük pénznek.

A dolgozatban végig ragaszkodni fogunk a pénz jószág természetéhez, azzal együtt, hogy fontosnak tartjuk Polányi[13] szempontját, miszerint önmagában nem az határozza meg, hogy valami pénz vagy sem, hogy milyen formában jelentkezik (kagyló, só, arany). Attól, hogy egy papírra ráírjuk '1000 forint', még legfeljebb a Gazdálkodj

[9] Mindez persze nem jelenti, hogy a pénznek kell legyen fizikai megjelenése is, így például az elektronikus számlapénzt is pénznek tekintjük.

[10] A speciális pénz fogalma megjelenik Zelizernél[1989], de nem ebben az értelemben.

[11] Coleman[1990], 105.o

[12] Például fizetési eszközként funkcionál a társadalmi tõke, amikor egy népszerû színészt gyorshajtásért a rendõr meg akar büntetni (kötelezettsége keletkezik), de amint felismeri fizetés nélkül elengedi (a kötelezettséget kiegyenlítettnek tekinti) a probléma a kiterjedt használat kérdésében van, egyáltalán nem biztos, hogy például a MATÁV is így jár el.

[13] Polányi[1957b]

okosanban tudjuk használni. Ugyanakkor bármely tárgy válhat pénzzé vagy speciális pénzzé, ha a körülmények úgy hozzák. Vagyis nem a konkrét tárgyat kell vizsgálni – ez az antropológus, szociológus feladata – hanem azt, hogy miként működik.

2.2 A pénz matematikai közgazdaságtani modellezése

A matematikai közgazdaságtanban nem létezik egy, egységes pénzmodell. Léteznek viszont monetáris elméletek, amelyek konkrét, a pénzzel annak használatával, hatásával kapcsolatos kérdésekre adnak választ[14] . A modellezés kapcsán két fontos kérdés tehető fel:

1. miért érdekel minket egyáltalán a pénz
2. hogyan is kerül a pénz a modellbe.

Az elsőre kétféle válasz lehetséges, egyrészt a pénz mint gazdaságpolitikai tényező fontos. Mi történik, ha megváltozik a mennyisége, miként hat ez a növekedésre, inflációra, jólétre. Másrészről azért érdekes a pénz, mert tudni szeretnénk, hogy mit is használjunk pénzként. Itt nem a bankjegy vs kutyafog kérdéséről, hanem a nemzetközi kereskedelem és a különböző valuták viszonyáról van szó. Miként válik például a dollár az amerikai kontinens valutájává. Ezek igen érdekes és igen hasznos kérdések, de minket most mégis a második kérdés az, ami igazából foglalkoztat.

A második kérdést úgy is megfogalmazhatjuk, hogy miért tartanak az emberek egyáltalán pénzt. A következőkben igen röviden bemutatom azt a négy[15] megközelítést, modellcsaládot, amit a pénz modellezésére több – kevesebb sikerrel szokás használni.[16]

Ennek a résznek nem célja a ma használatos monetáris modellek részletes leírása, a cél annak a érzékeltetése, hogy miért problematikus a pénz szerepeltetése a modellekben. így a modellek minket abból a szempotból érdekelnek, hogy mennyire alkalmasak a pénz keletkezésének és ezáltal a használatának a magyarázatára. A keletkezés alatt

[14] Ennek részletesebb elemzését lásd Megyeri[1998].
[15] részletesen ezekõl a modellekrõl ld. Fülöp Péter tézis

[16] A fenti modell csoportosítás az irodalomban elfogadott ld pl. Handbook of Monetary Economics.

azt értjük, hogy miként tudjuk megmagyarázni, hogy egy jószág egyszerre csak elkezd a cserékben a saját használati értékétől függetlenül is résztvenni.

általános egyensúlyi modellek

Az általános egyensúlyi modellek még ma is az elméleti kutatások homlokterében állnak, de míg a nem monetáris megközelítésekben biztató fejlődés és viszonylagos konszenzus látszik, addig a monetáris oldalon komoly vitákkal találkozunk.

A Walras-modellben a fő kérdés a javak optimális allokációja, így a modell az egyensúlyi cserék problémáira ad megoldást meghatározva az árarányokat, amelyekben a reálnagyságok, a fogyasztók ízlése, a termelés technikai feltételei feleződnek ki. Walras maga nem pusztán az egyensulyi modellre adott megoldást, hanem kisérletett tett a pénz beillesztésére. Ennek érdekében megkülönbözteti a pénz állományt, ami maga nem rendelkezik önálló hasznossággal és a pénz szolgáltatásaiból eredő hasznosságot, amely a háztartások illetve vállalatok számára megjelenik. Az árszínvonal meghatározatlan. Az abszolút árak a numeraire – egy bizonyos áru, aminek az ára egységnyi – bevezetésével határozhatóak meg. Ezt az elszámolási egységet szokás pénzként interpretálni. A pénz mint belső érték nélküli jószág ugyanolyan szerepet tölt be a modellben, mint a többi árucikk. Ezzel a feltételezéssel válik lehetővé, hogy a pénzmennyiség tartásáról hozott döntések vizsgálata is a határhaszon-elemzés alapján történjék, azaz a monetáris elmélet beágyazható legyen az értékelméletbe, a választások általános elméletébe Hicks[1935] és Patinkin[1965] munkáin keresztül.

A szereplőknek azonban semmi okuk sincs, hogy egy valójában bartergazdaságként működő rendszerben ezt a jószágot tartsák. Az elszámolási eszköz funkcióval a pénz definícó szerint létezik, így lett bevezetve.

Az értékőrző és a tranzakciós funkció azonban nem szerepelhet, hisz nincs is idő a modellben. Ha a modellben a szereplők a döntéseiket nem időben hozzák, akkor semmi ok sincs rá, hogy a pénz kapcsán ezt tegyék, a dinamika pedig nem egyszerűen a statikus modell egyensúlyainak egymásutániságát jelenti. Akármilyen interpetációt is adunk a modellhez kapcsolt pénzforgalmi egyenletnek.

A csereeszköz funkció sem jeleníthető meg, hiszen a cserék egyszer, egy kikiáltón keresztül, multilaterálisan zajlanak le. így senkinek sem érdeke egy elfogadni egy számára közvetlen használati értékkel nem rendelkező jószágot. A csereeszköz szerepeltetése tehát impliciten a statikusság feloldását is jelenti. Hahn[1965] egzakt elemzést ad arra, hogy egy ilyen környezetben miért nem fognak a szereplők egyensúlyban pénzt tartani.

Készpénz előleg

Ebben a megközelítésben kap a pénz fizetési eszköz szerepe kiemelt szerepet. Az általános egyensúlyi modellekben a pénz csak egy a jószágok sorában, használatában semmi nem különbözteti meg a többi árutól. A pénzt ebben a modellkörnyezetben az különbözteti meg, hogy ez az egyetlen jószág, ami az aktuális vásárlásokban kiegyenlítheti a keletkezett tartozást. Ez egy lehetséges út a hagyományos költségvetési korlát felülvizsgálatára, azáltal hogy a vásárolt javak értéke nem haladhatja meg a kezdőkészlet értékét – ez az úgynevezett készpénz előleg (cash in advance) vagy Clower-feltétel[17] , vagyis a pénz használatának előírása a cserék során. A háttérben szereplő feltétel, hogy a vásárlások és az eladások időzítése nem esik egybe. Ez egy olyan feltételezés, ami nagyban közelíti a hitel nélküli pénzgazdaságot. Amennyiben a gazdaságban van lehetőség a hitelek felvételére, úgy bárki képes a jelenbeli vásárlásait ezekből finanszírozni. A bartercserék alsóbbrendűek, mint a pénz közvetítésével zajló cserék. Természetesn e pótlólagos monetáris feltétel felveti a kérdést, hogy egyáltalalán miért szükséges, ha a pénz használata valójában hasznos a szereplők számára.

Tranzakciós technológiák

A másik út a tranzakciós költségeknek az általános egyensúlyi modellbe való beillesztése. A tranzakciós költségekre mindaddig nincs szükség, míg a modell egy súrlódások nélüli gazdaságot ír le. Abban az esetben, ha például a cserék időbeni lebonyolítása nehézségekbe ütközik, a pénz szerepet kap a kialakuló hatékonytalalnság megszüntetésében. A tranzakciós technológia fogalma a termelési technológiával

[17] Clower[1967]

analóg módon közelíthető meg, ahol a tranzakciós költségek a termelési költségekkel azonosíthatóak. Maga a technológia azt jelenti, hogy milyen javakat (inputokat) kell felhasználni valamely tranzakció létrejöttéhez. A tranzakciós függvényt, a termelési függvényhez hasonlóan formalizálhatjuk.

A tranzakciós technológia a szereplők költségvetési korlátját korlátozza. A technológia meghatározza minden időpontra, hogy a vásárlásokhoz illetve eladásokhoz milyen erőforrásokat kell felhasználni. A tranzakciós költségek természetesen különbözőek a spot illetve a határidős piacokon ugyanazon jószágra nézve. Abban az esetben, amikor az összes tranzakciós költség nulla, a modell feleslegesen bonyolulttá válik, és a piacok újbóli megnyitása szükségtelenné válik. Az egyensúlyi allokációk azonosak lesznek az Arrow-Debreu modelljeivel. A pénz az a jószág, aminek pozitív az ára és nulla a tranzakciós költsége, valamint sem a fogyasztásban, sem a termelésben nem vesz részt közvetlenül. A megkülönböztetés indokolt, hiszen ez a piac időbeli struktúráját jellemzi, ami nem feltétlen időfüggetlen. Amennyiben időfüggetlen, úgy természetes, hogy a Debreu és a szekvenciális gazdaság egybeesik.

A Hahn[1973]szekvenciális gazdaságok alapötlete a pénz idődimenzióján alapul. Szemben az általános egyensúlyi modellel, a piacokat nem egyszer nyitják meg, amikor lezajlanak az azonnali ügyletek, illetve megkötik a határidős szerződéseket, hanem szekvenciálisan nyitják-zárják őket és az általános egyensúlyi modell egy költségvetési korlátjának helyébe szekvenciális korlátok kerülnek. A gazdaságba, amely véges ideig működik, két szinten kerülnek bevezetésre a tranzakciós költségek. A Debreu gazdaságban a teljes időszakra egy költségvetési korlátja van a gazdasági szereplőknek, majd a szekvenciális gazdaságokban minden időszakra egy-egy költségvetési korlát kell hogy fennálljon.

Milyen indok szól a piacok újbóli megnyitása mellett, hiszen a jövőbeni ügyletek is megköthetőek határidős szerződések formájában? A piacok újbóli megnyitásával a (majdani) spot piacokon olyan ügyletek is megköthetőek, amelyek a magas tranzakciós költségek miatt elmaradtak volna. A Debreu gazdaságban kialakuló egyensúlyok hatékonyságával szemben a szekvenciális gazdaságokban nem feltétlen lesz hatékony az egyensúly és a pénz bevezetése ugyan javít a helyzeten, de nem oldja meg. Ebben a modellben is csak pótlólagos feltételek bevezetésével biztosítható, hogy a kialakuló monetáris egyensúly Pareto hatékony legyen. Fontos azonban megjegyezni, hogy ennek nem a tranzakciós költségek jelentik az okát.

A modell igen jelentős abból a szempontból, hogy a javak fogyasztásának hasznát illetve költségeinek időbeli megjelenését elválasztja egymástól. Az Arrow-Debreu egyensúly elméleti modell folyamatos kiterjesztése, a Debreu (a teljes időszakra egy költségvetési korlátja van a gazdasági szereplőknek) majd a szekvenciális gazdaságok (minden időszakra fenn kell álljon egy-egy költségvetési korlát) bevezetése pedig lehetőséget adnak arra, hogy figyelemmel kísérhető legyen az idő szerepének egyre teljesebb megjelenítése a modellben és ezzel együtt a gazdaság szerkezetére vonatkozó hatása vizsgálhatóvá váljon. Másrészt a modellben megjeleníthető, hogy a pénz bevezetése nem elégséges a hatékonyság eléréséhez, ami szintén a gazdaság specifikálásának szerepét emeli ki. A modellből azonban nagyon hiányzik a gazdasági szereplők döntéseinek dinamikus megjelenítése s így a gazdaságnak egy túl absztrakt szintje jelenik meg.

A fenti két megközelítés az általános egyensúlyi modell gondolati keretén belül kívánt megoldást találni a pénz problematikájára. Ezekből a modellekből azonban hiányzik két dolog, ami nélkülözhetetlen a pénz esetében. Egyrészt az a motívum, hogy azért használjuk a pénzt, mert az valami módon érdekünk és nem mert elő van írva, illetve, hogy ezekben a modellekben a csereeszköz funkció egyáltalán nem jeleníthető meg. Addig míg a szereplők közti interakció nem képezi a modell szerves részét, addig csak elszámoló eszköz marad a pénz. Az egyensúlyelméleti modellek gazdasági struktúrája impliciten egy centralizált rendszert tételez fel. Ahogy ez részletesebben a 4.1 alfejezetben kifejtésre kerül, Polányi szerint ebből automatikusan adódik, hogy a rendszerben használt pénz csak elszámoló eszköz funkcióval rendelkezik, mivel a töbi pénzfunkciót maga a gazdasági rendszer képes megvalósítani, így nincs szükség azoknak egy fizikai formában való megjelenésére.

Az egyensúlyelméleti modellekben a pénz használatában mutatkozó probléma forrása abban keresendő, hogy egyszerre a centralizált gazdasági struktúra illetve a pénz csereeszköz-funkciója egymást kizáró tényezőknek bizonyult.

Decentralizált cserék

Erre a problémára a decentralizált cseréken[18] alapuló gazdaságok természetükből adódóan nyújtanak megoldást. Ez azonban nem jelenti, hogy a decentralizált gazdaságok modellje már képes teljes mértékben megoldani az általunk felvetet kérdést, vagyis, hogy a 2.1 alfejezetben használt pénzfunkciók egyszerre megjeleníthőek legyenek, viszont egy olyan tényezőt vezet be ami nélkülözhetetlen ennek eléréséhez. Egy ilyen gazdaságban a cserék nem egy kikiáltón keresztül valósulnak meg, hanem bilaterálisan zajlanak. A szereplők páronként találkoznak és hoznak döntést arról, hogy szándékoznak-e kereskedni. A gazdasági szereplők közti csere oka kétféle lehet:

1. A csere folytán mindkét fél a számára belső értékkel rendelkező jószágot szerzi meg keresletének kielégítése céljából. Jevons[1875] szerint ez – a csereszándékok kölcsönös egyezése – nem túl gyakori eset, még akkor sem, ha egyensúlyi árak mellett minden vevőhöz található eladni szándékozó szereplő.

2. Azért cserélnek közvetlenül nem használható javakat, mivel úgy vélik, így közvetett módon megszerezhetik, amire szükségük van.

Vagyis a számukra szükséges jószág megszerzéséhez legalább két tranzakcióra van szükség. Ez látszólag növeli a problémát, ám a pénz[19] mint csereeszköz megjelenésével megoldhatóvá válik a szándékok egyezésekor fellépő kettős véletlen problémája. A dolgozat 3.1 alfejezetében egy ilyen, decentralizált cserén alapuló keresési modellt fogunk részletesebben megvizsgálni.

[18] A koordinációs probléma bilaterális cserék szempontjából való elsõ megközelítése Ostroy-Starr [1973]-nál található.

[19] Fontos megjegyezni, hogy a következõkben a modellek kétféle pénzt vizsgálnak, egyrészt az árupénzt, másrészt a belsõ érték nélküli pénzt.

2.3 Gazdasági környezet

A modellek ismertetésekor nem a teljesség igénye vezetett, hanem a probléma megvilágítása. Az hogy a közgazdaságtanban pénzfunkció modellek vannak, nem igazán kérdés a fentiek után. Az már inkább, hogy miért. Egy lehetséges válasz, amit a 4.2 alfejezetében Polányi elmélettörténeti vizsgálatai támasztanak alá, hogy a pénzzel csak a piacgazdasági környezetben találkozunk, vagy másképp a pénzhasználat szükséges – de nem elégséges – feltétele a piacgazdaság. Minden olyan esetben, amikor a pénzhasználat korlátozott, vagy ahogyan az előző fejezetben definiáltuk, speciális pénzeket használnak, ott az okokat a piacitól eltérő gazdasági formákban kell keresnünk. Arra, hogy a pénz nem értelmezhető az őt használó közösség nélkül és hogy gyakran, amikor azt gondoljuk, a pénzt elemezzük, valójában a pénzt használó közösséget vizsgáljuk szolgál nagyon alapos elemzéssel a 4.1 alfejezetben tárgyalt Zelizer által végzett kutatás. Zelizer a XX. századforduló amerikai lakosságánál vizsgálta, hogy miképp hoznak létre különböző rendeltetésre elkülönített pénzeket, miként változik időben és társadalmi osztályok szerint megosztva a pénz feletti rendelkezés stb. Ezt azonban, tőle eltérően mi nem a különböző, speciális pénzek megjelenéseként értelmezzük, hanem a közösség szerkezetének a piacitól eltérő formájaként és az ebből adódó, piacitól eltérő pénzhasználatként. Vagyis ha tetszik, a pénz itt ténylegesen egy jel, a gazdaság működésének érzékeny jelzője, amely a piacitól eltérő gazdasági kapcsolatokat speciális pénzek kialakulásával jeleníti meg. így az általunk javasolt módszer a pénzhasználat és a gazdasági kapcsolatok vizsgálatának különválasztása.

Szintén ebben a részben vizsgáltuk Polányi integrációs formákról írt tanulmányát, amelyben olyan gazdasági struktúrákat elemez, amelyeket ha egzakt matematikai nyelven akarunk leírni, gráfokként szemlélhetünk. A gazdasági szereplők (emberek, falvak, országok) a gráf csúcspontjai és a köztük lévő kapcsolatok meglétét a behúzott él jelöli. Az irányított gráfok esetében meg tudjuk különböztetni, hogy a gazdasági kapcsolat kölcsönös, vagy csak egyirányú-e (például csak export). A Polányinál ismertetett gazdasági struktúrákat 3 féle gráftípusba sorolhatjuk. A reciprocitáson alapuló gazdaság megfeleltethető olyan rácshálónak, amelyben az aktorok egy rács csúcspontjaiban helyezkednek el és a kapcsolatok a rács egyenesei mentén feszülnek. A redisztribúció egy csillag mintát alkot, ahol bizonyos kitüntetett szereplőknek (templom, uralkodó) olyan más aktorokkal van kapcsolata, akik egymással jellemzően nem kapcsolódnak. Végül a piac úgynevezett skálamentes gráffal jellemezhető.

A dolgozatban nem arra keressük a megoldást, hogy hogy lehetne az amúgy csak funkciókat megjelenítő modelleket egységesíteni, hanem arra akarjuk a hangsúlyt fektetni, hogy a pénzhasználatban megjelenő sajátosságok és a modellben alkalmazott gazdasági környezet közti kapcsolat szerepére rámutassunk és ahol ezt lehet, teljesen egzakttá tegyük. A 3.1 részben egy olyan keresési modellt vizsgálunk, amelynek a klasszikus egyensúlyi modellekkel szemben igen komoly érdeme, hogy ebben a szereplők páronként talákoznak egymással, kereskednek, majd optimálisan választott cserestratégiájuk eredményeként alakul ki a gazdaság egyensúlya. Ebben a modellben megmutatható, hogy nem kell a modellen kívülről meghatároznunk, mintegy a gazdaságra erőltetnünk a pénzt, hanem azt a szereplők saját jól felfogott érdekükben használják, és így endogén modon alakul ki. Ezek után természetesen adódik a kérdés, milyen a keresesi modellben a gazdaság szerkezete?

A közgazdaságtanban kulcskérdés, hogy a szereplők, akiknek a számát általában igen nagynak tételezzük fel, miként találkoznak és hogyan koordinálódik a tevékenységük. Két szélsőséges megközelítés van ebben a kérdésben. A standard neoklasszikus megközelítés szerint az atomisztikus, izolált szereplők az árakon keresztul jutnak hozzá a gazdasági információhoz és hozzák meg a döntésüket, míg a játékelméleti megközelítésben elemezhető, hogy a szereplők kereskednek egymással, tanulnak egymástól. Azonban ahogyan a játékelmélet ezeket a kérdéseket közvetlenül elemzi, vizsgálja, a másik szélsőséget jeleníti meg. Ugyanis mindenki figyelemmel kell kisérje a többiek viselkedését ahhoz, hogy a döntését meghozza. Ehhez képest, ahogy Kirman[1996] fogalmaz a kívánatosnak tartott szemléletben a gazdasági szerkezet megengedi, hogy bizonyos szereplők csak a szereplők egyes részhalmazaival hajlandóak találkozni, kereskedni.

3. A pénz mint általános csereeszköz: Kiyotaki -Wright modell

A pénz modellezésében egy döntő fontosságú kérdés, hogy a csereeszköz funkció megjeleníthető legyen, sőt, ha lehet a modellből endogén módon magyarázható legyen a pénz használata. Ebben a fejezetben több e témában született eredményt mutatunk be. Egy egységes modellkörnyezet megadása feleslegesen bonyolítaná a helyzetet, ezért az alapstruktúrát, a modell működésének logikáját részletesen az első modellen mutatjuk be. A későbbi eredményeket ennek a módosításával ismertetjük, így a különböző modellek eredményei valamelyest összehasonlíthatóvá válnak.

A következőkben elemzésre kerülő modell a kereséselmélet alkalmazásán alapszik. Ezért mindenképpen fontos az elmélet általános tárgyalását áttekinteni[20] . A klasszikus keresési probléma[21] a következő. Fix k költség fizetésével a kereső jogot szerez egy $F()$ eloszlásból származó véletlen mintára. Az $F()$-ből húzott dolgok – nevezzük őket lehetőségnek – a kereső értéke. Tipikus példa egy állás (adott, várható életre szóló jövedelemmel), a jog valamely áhított dologra adott ár mellett, vagy a lehetőség, hogy alkut köt egy olyan valakivel, aki egy a kereső számára szükséges dologgal rendelkezik. A lehetőség értéke ugyanabban az egységben van meghatározva, mint a keresés k költsége, ez lehet pénz, vagy hasznossági egység.

Minden húzás vagy időszak után a keresőnek két lehetősége van; megtartja azt, amit kapott, vagy fizet k-t és újabb lehetősége van húzni az $F()$ eloszlásból. A profit, amit a kereső realizál, véletlen változó, amelynek az értéke függ mind az $F()$ eloszlástól, mind pedig attól a döntéstől, hogy elfogadja vagy elveti-e az adott lehetőséget. Az alkalmazott stratégia a profit várható értékét határozza meg.

A pénz kereséselméleti megközelítésének két modelltípusát vizsgáljuk. Az első a

[20]A keresés elmélethez szükséges dinamikus programozást lásd 6.1 alfejezetben, a kereséselméleti részt pedig a 6.2 alfejezetben.

[21]A keresésről szóló korai munkákat, Stigler [1961] írása inspirálta, amely a szereplők keresési döntését modellezte és következtetéseket vont le az információ értékéről és a súrlódásos munkanélküliség természetéről. A későbbi cikkekben a szekvenciális alku elemzése, a kereső sze-replők közti interakció elmélyíti a verseny természetéről való tudásunkat.

diszkrét a második pedig a folytonos idejű. Ez interpretálható úgy, hogy a diszkrét idejű modellben kereskedési napok vannak, amikor a szereplők találkoznak egymással és lehetőségük nyílik a cserére, míg a folytonos idejűben egy véletlen folyamat az, amelyik az időt diszkretizálja és meghatározza. hogy a szereplők miként kerülnek különböző állapotokba. Nagyon fontos megjegyezni, hogy ez nem azt jelenti, hogy maga a modell diszkrét illetve folytonos, mert mindkét esetben a lehetséges állapotok halmaza diszkrét. Sőt, véges sok állapot van. Az első, diszkrét idejű modellben véges sok jószág van a gazdaságban és így véges sok szereplő típus is. A diszkrét idejű modellben a cél, hogy megmutassuk, hogy az adott kereskedési szokások mellett lesz olyan jószág, ami árupénzként funkcionál. Ekkor a szereplőkre nézve a különböző típusok feltételezése az adekvát, vagyis legyen különbség a fogyasztási és termelési szokásukban. A második esetben feloldjuk a szereplők számára tett megkötést a modellben végtelen sokféle jószág és szereplő van. A második modellnél a belső érték nélküli pénz egyensúlyban történő használatának, illetve a pénz alapú egyensúly hatékonyságának megmutatása a fő kérdés, vagyis, hogy a szereplők nem valami külső kényszertől vezetve, hanem a jól felfogott érdekük miatt használják a pénzt. A következő elemzések során feltesszük, hogy a pénz hozadéka $\gamma \not> 0$, mivel nem egy értékpapírt[22] szeretnénk vizsgálni.

3.1 Diszkrét idejű modell

A gazdaság[23] végtelen diszkrét perióduson keresztül működik, a szereplők is végtelen ideig élnek. A szereplők minden időszak elején véletlenszerűen találkoznak egymással[24] , ekkor nyílik lehetőség arra, hogy a náluk lévő javakat elcseréljék egymással, amennyiben ez mindkettőjük számára kedvező helyzetet eredményez. A cserén kívül ez időszakban sor kerülhet arra, hogy a gazdasági szereplő elfogyassza a megszerzett jószágot és ekkor azonnal termel egy másik, rá jellemző jószágot, vagy elraktározza.

[22]A keresés elméleti modellekben a hitelekrõl lásd Kocherlakota és Wallace [1998].
[23]A fejezet rövidített formában elhangzott elõadásként Megyeri[1999], illetve megjelent Megyeri[2001]
[24]Ebben a modelben a találkozások nincsenek specifikálva.

A gazdaságban véges számú jószág típus van. Legyen a jószágtér :

$$C = \left\{ i : i \text{ jószág, ahol } i \in \mathbb{N}^{+} \text{ véges} \right\}$$

a javak: termelhetőek, fogyaszthatóak, raktározhatóak és nem oszthatóak, egységnyi csomagokban vannak jelen.

A szereplőket az általuk fogyasztani kívánt javak alapján soroljuk típusokba. így tehát annyi fogyasztói típus van, ahányféle jószág. Tegyük fel, hogy a gazdasági szereplők száma végtelen, és minden típusban ugyanannyian vannak. Ezt a feltételt a következő fejezetben feloldjuk és megvizsgáljuk, hogy miként változik az egyensúly, ha különböző arányban vannak a szereplők a gazdaságban.

Az i típusú szereplőt három dolog jellemzi[25] :

– csak az i jószágot fogyasztja és ebből származó hasznossága U_i

– $i^* \neq i$ jószágot termeli aminek a hasznossága $-D_i$

– $j \neq i$ jószágot raktározza aminek a hasznossága $-c_{ij}$, ez a raktározási költség valójában a jószág típusának függvénye, $-c_i(j)$.

A modell teljes specifikálásához tartozik, hogy meghatározzuk, melyik típus melyik jószágot termelje. Nyilván egy jószágot csak egy típus termelhet és lehetőleg senki se termelje a saját fogyasztási jószágát. Már ez önmagában azt jelenti, hogy ha n féle jószág van az $(n-1)!$ féle gazdaságot eredményezhet, így ezek közül kell kiválasztanunk, hogy melyik gazdaságot kívánjuk elemezni.

Ahhoz, hogy a gazdasági szereplők egyáltalán a gazdaságban maradjanak, szükséges feltétel $U_i - D_i > 0$, vagyis hogy a fogyasztás nettó haszna pozitív legyen. Ezért az nem különbség, tehát ha nulla termelési költséget és pozitív fogyasztási hasznosságot tételezünk fel.

A t. periódusban a gazdaságban lévő javaknak a szereplők közti megoszlását a következő módon jellemezzük: jelentse $p_{ij}(t)$ azt hogy, az i szereplő a j jószág hányad

[25]A cserék létrejöttéhez, illetve hogy azokból haszon származzon szükséges valamilyen típusú specializációt feltenni a szereplõkre vonatkozóan. Ennek többféle módja lehetséges a fenti, vagyis a fogyasztás és a termelés szerinti típusba sorolás a legegyszerûbb és az irodalomban leggyakoribb.

részét tartja raktáron a t. időpontban, ekkor a rendszert a $\mathbf{p}(t) = [...p_{ij}(t)...]$ jószág-megoszlási vektor írja le.

Az i szereplő hasznossági függvénye a következő formában adható meg:

$$E\left[\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u_{ij}(t)\right] = E\left[\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left(I_i^U(t)\,U_i - I_i^D(t)\,D_i - I_i^c(t)\,c_{ij}\right)\right] \tag{1}$$

ahol ez az egyenlet nem más, mint a dinamikus programozás supremum feladatának speciális alakja, ahol :

$j \in C$ az állapotváltozó[26] , ami jelen esetben az hogy milyen jószágot tart éppen raktáron a gazdasági szereplő

$\beta \in (0,1)$: diszkont tényező

$I_i^U(t) = \begin{cases} 0 \text{ ha az } i \text{ szereplő a nem fogyasztja el az } i \text{ jószágot} \\ 1 \text{ ha az } i \text{ szereplő elfogyasztja el az } i \text{ jószágot} \end{cases}$

$I_{i^*}^D(t) = \begin{cases} 0 \text{ ha az } i \text{ szereplő a nem termeli meg az } i^*\text{. jószágot} \\ 1 \text{ ha az } i \text{ szereplő megtermeli az } i^*\text{. jószágot} \end{cases}$

$I_i^c(t) = \begin{cases} 0 \text{ ha az } i \text{ szereplő a nem raktározza el az } j \text{ jószágot} \\ 1 \text{ ha az } i \text{ szereplő elraktározza el az } j \text{ jószágot} \end{cases}$

$u_{ij}(t) \Leftrightarrow u(i,j,t)$ pedig az ún. átmenet hasznosság, vagyis mekkora azonnali hasznossága van annak ha az i szereplő szert tett a t. periódusban a j jószágra, más szóval az adott állapotot értékelő függvény.

A gazdasági szereplők minden periódus elején véletlenszerűen találkoznak egymással, és lehetőségük nyílik a cserére. Minden szereplő kereskedési stratégiát választ, a többiek döntése illeteve $\mathbf{p}(t)$ függvényében, hogy maximalizálja a várható hasznosságát. A gazdasági szereplők raktárkészletei időtől függetlenek, a tervezés végtelen horizonton történik. Tehát az i szereplő stratégiája csak két tényező függvénye, milyen jószágot raktározott illetve akivel találkozott, annál milyen jószág van[27] . Ehhez meg kell határozni a dinamikus programozásból ismert átmenet leképezést vagyis, hogy egy

[26] Azt érdemes megjegyezni, hogy valójában az (i,j) pár az állapotváltozó, vagyis, hogy melyik típus, milyen jószágot tart magánál.

[27] Alapesetben feltesszük, hogy mindezek az információk mindenkinek rendelkezésére állnak. A3.5 alfejezetben vizsgáljuk az aszimmetrikus információs helyzetet.

állapotból, milyen állapotokba lehet tovább jutni. Legyen az i szereplő kereskedési stratégiája

$$\pi_i(j,k) = \begin{cases} 1 \text{ ha az } i \text{ szereplő a nála lévő } j \text{ jószágot elcseréli } k \text{ jószágra} \\ 0 \text{ ha az } i \text{ szereplő a nála lévő } j \text{ jószágot nem cseréli el } k \text{ jószágra} \end{cases}$$

A csere, vagy a szándékok kölcsönös egyezőségének feltétele:

$$\pi_i(j,k)\,\pi_l(k,j) = 1$$

Azaz ha találkozik az i szereplő az l szereplővel, pontosabban ha az i és l típusok találkoznak, akkor és csak akkor cserél gazdát a j és a k jószág, ha mindkettőjüknek ez a szándéka. Meghatározható a (1) egyenlethez tartozó funkcionál, vagy a Bellman féle egyenlet:

$$V_i(j) = -c_{ij} + \max_{j\prime\in\Gamma(j)} \beta E\left[V_i(j\prime) \mid j\right] \tag{2}$$

$V_i(j)$ az i szereplő indirekt haszna, ha a j jószággal rendelkezik, azaz annak a hasznosság lehetőségnek a diszkontált értéke, amit azáltal érhet el, hogy a j állapotban van.

$\Gamma(j)$: átmenetleképezés, azoknak az állapotoknak a halmaza, amelyekbe j-ből eljuthat.

$E\left[V_i(j\prime) \mid j\right]$: annak a feltételes várható értéke, hogy a következő periódusban megszerzett $j\prime$ mekkora indirekt hasznosságot eredményez, feltéve, hogy most a j jószágot birtokolja.

$-c_{ij}$: raktározási költség

Definíció 1 *Az állandósult (Nash) egyensúly a $\{\pi_i\}$ kereskedési stratégiáknak egy olyan halmaza, minden i típusra, együtt a* **p** *állandósult állapot raktározási megoszlásaival, amely kielégíti a következő feltételeket:*

1. maximalizálás*: minden típus maximalizálja a várható hasznosságát, a többiek adott stratégiája és adott* **p** *megoszlás mellett.*

2. racionális várakozások*: adott $\{\pi_i\}$ mellett* **p** *adódik állandósult állapot raktározási megoszlásként*

Az egyszerűbb jelölés miatt legyen $V_i(j) = V_{ij}$. Az optimális stratégiára fennáll, hogy

$$\pi_i(j,k) = 1 \Leftrightarrow V_{ik} > V_{ij} \; j \neq k$$

Az egyensúlyi stratégia $\{\pi_i\}$ meghatározása nem más, mint hogy a szereplők rangsorolják $V_{ij}-$ket, az indirekt hasznosságokat. Vagyis, hogy adott szereplő mely jószág tartását preferálja. Igaz, hogy $\forall i$-re $\max_j V_{ij} = V_{ii} = u_i + V_{ii^*}$, amiből következően $\forall i$-re $\pi_i(j,i) = 1$, valamint az is nyilvánvalóan igaz, hogy $\pi_i(j,j) = 0$, illetve ha $\pi_i(j,k) = 1$ akkor $\pi_i(k,j) = 0$.

Vezessünk be két új fogalmat a szereplők lehetséges stratégiájára!

Definíció 2 $\{\pi_i\}$ fundamantális stratégia*, ha* $c_{i1} \leq c_{i2} \leq ... \leq c_{in}$ *akkor* $V_{ii} \geq V_{i1} \geq .. \geq V_{ii-1} \geq V_{ii+1} \geq ... \geq V_{in}$, *vagyis ha a fogyasztók a kisebb raktározási költségű jószágot preferálják, kivéve azt a jószágot, amelyiket fogyasztják, mert azt bármivel szemben elfogadják.*

Definíció 3 $\{\pi_i\}$ spekulatív stratégia*, ha a fogyasztók a nagyobb raktározási költségű jószágot nem csak azért fogadják el, mert el akarják fogyasztani, hanem mert az a várakozásuk, hogy az általuk kedvelt jószághoz kedvezőbben juthatnak hozzá, vagyis mert piacképesebb.*

Abban az esetben, ha n jószág van a gazdaságban, n típusú szereplő van, vagyis 2^n féle egyensúly lehetséges, mert minden szereplő vagy fundamentális vagy spekulatív stratégiát játszhat. A következő modell specifikációban ezeket vesszük sorra és megvizsgáljuk, hogy egyensúlyban ebből melyek valósulnak meg.

Modell A

Legyen háromféle jószág, $N = 3$, a gazdaságban, ami háromféle típusú fogyasztót jelent, a termelést pedig az $prod(i) = i + 1 \mod 3$ alapján határozzuk meg vagyis termelje az I. a 2. jószágot a II. az 3. jószágot a III. az 1. jószágot, ezenkívül legyen $c_{i1} \leq c_{i2} \leq c_{i3.}$ Először vizsgáljuk a legtermészetesebbnek tűnő esetet, amikor mindenki fundamentális stratégiát követ, vagyis a döntésében – a fogyasztandó jószág után – az alacsonyabb költségű jószágot preferálja.

A következő mátrixok a lehetséges találkozások kimeneteleit mutatják, a római számok a fogyasztói típusokat, az arab számok pedig a náluk lévő jószágot jelölik, a mátrix belsejében az I a cserét (I^K a szándékok kölcsönös egyezése folytán létrejött cserét) az N pedig a nem-cserét jelöli.

		II	
		3	**1**
I	**2**	N	I^K
	3	N	N

,

		III	
		1	**2**
II	**3**	I	I^K
	1	N	I

,

		I	
		2	**3**
III	**1**	N	I^K
	2	N	I

Cserék fundamentális stratégiák mellett

Ezek után érdemes egy másfajta szemléletben is felírni a lehetséges találkozások kimenetelét, vagyis, hogy milyen jószággal lép be a csere után a szereplő a következő periódusba. A sorban az szerepel, akinek a találkozás utáni állapotára kíváncsiak vagyunk, az oszlopban pedig akivel találkozik. így például a 2. sor 3. eleme azt jelenti, hogy egy 3. jószággal rendelkező I. találkozott egy II.-al, akinél 1. jószág volt. Nem cseréltek, így az I. maradt a találkozás előtti állapotban, vagyis még mindig 3. jószág van nála. Az így kapott mátrix nem más, mint a dinamikus programozási $\Gamma(j)$ átmenet leképezés.

		I		**II**		**III**	
		2	**3**	**1**	**3**	**1**	**2**
I	**2**	2	2	2	2	2	2
	3	3	3	3	3	2	2
II	**1**	3	1	1	1	1	3
	3	3	3	3	3	1	1
III	**1**	1	1	1	1	1	1
	2	2	1	1	1	2	2

átmenet mátrix fundamentális egyensúly mellett.

Ezek után felírhatjuk az indirekt hasznosságokat a Bellman egyenlet segítségével, majd ellenőrizzük, hogy fennáll-e esetünkben a $V_{12} > V_{13}$, $V_{21} > V_{23}$, $V_{31} > V_{32}$. Az adott hasznossági függvényeket, a többiek fundamentális stratégiájára adott legjobb válaszként írjuk fel.

$$V_{12} = -c_{12} + \beta/3\left(V_{12} + \left[p_{21}\left(u_1 + V_{12}\right) + p_{23}\max\left(V_{12}, V_{13}\right)\right] + V_{12}\right)$$

Az első tag a nála lévő jószág raktározási költsége, a zárójelben pedig egy feltételes várhatóérték szerepel. Mivel minden típusból kontinuum sok van és ugyanolyan arányban szerepelnek, így bárki bárkivel ugyanakkora, 1/3-ad valószínűséggel találkozik. Ha az I. típussal találkozik, akkor nem cserélnek, marad nála a 2. jószág és ennek indirekt haszna V_{12}. Ha a II.-al találkozik, annál p_{21} valószínűséggel 1. jószág van, ez a szándékok kölcsönös egyezősége miatt létrejövő csere, s így elfogyasztja az 1. jószágot, ami u_1 azonnali hasznosságot eredményez, majd termel egységnyi 2. jószágot V_{12} indirekt hasznossággal, illetve p_{23} valószínűséggel 3. jószág van nála, ekkor lehetősége van a cserére, mivel a II. mindenképpen elcserélné a 3. jószágot a 2. jószágra. Ha a III.-al találkozik, nem történik csere, mivel a III. sohasem fogadja el a 2. jószágot, mivel róla feltettük, hogy fundamentális stratégiát követ. Hasonló megfontolással adódik:

$$V_{13} = -c_{13} + \beta/3\left(V_{13} + V_{13} + \left[p_{31}\left(u_1 + V_{12}\right) + p_{32}\max\left(V_{12}, V_{13}\right)\right]\right)$$

Némi átalakítás után adódik, annak a feltétele, hogy az I. fundamentális stratégiát kövessen feltéve, hogy a másik kettő is fundamentális stratégiát játszik: $V_{12} > V_{13} \Leftrightarrow c_{13} - c_{12} > \left(p_{31} - p_{21}\right) u_1\beta/3$.

A II. és III. szereplőkre hasonlóan felírhatóak a Bellman egyenletek, amelyekből azt kapjuk, hogy feltéve, hogy a másik kettő fundamentállis stratégiát játszik, minden paraméter mellett fennáll mind a $V_{21} > V_{23}$ mind pedig a $V_{31} > V_{32}$. Vagyis az egyik ténylegesen kialakuló egyensúlyban mindenki fundamentális stratégiát követ.

A $\mathbf{p}^*$ egyensúlyi megoszlás, azt jelenti, hogy ha lezajlik egy csere periódus az új megoszlás is $\mathbf{p}^*$lesz, vagyis $\mathbf{p}^*$ a rendszer fixpontja. Ez persze nem azt jelenti, hogy nem történnek cserék, hanem hogy a cserék előtt és után a gazdaságban a jószágok megoszlása, eloszlása megegyezik. Mivel az átmenet mátrix felfogható a megoszlási valószínűségek felől is, egyensúlyban [28] , így felírhatjuk a következő 6 egyenletet.

$$p_{12} = p_{12} + p_{13}/3$$

$$p_{13} = 2p_{13}/3$$

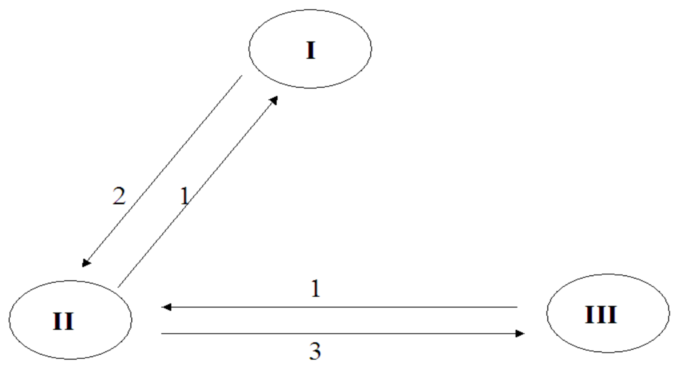
$$\begin{aligned}
p_{21} &= \frac{1}{3}\left(p_{21}p_{13} + p_{21} + p_{21}p_{31} + p_{23}\right) \\
p_{23} &= \frac{1}{3}\left(p_{21}p_{12} + p_{21}p_{32} + 2p_{23}\right) \\
p_{31} &= \frac{1}{3}\left(3p_{31} + p_{32}p_{13} + p_{32}\right) \\
p_{32} &= \frac{1}{3}\left(p_{32}p_{12} + p_{32}\right)
\end{aligned}$$

Az első kettő egyenlet vonatkozik az I. típusú szereplőre és azt mutatja például az első egyenlet bal oldala, hogy a csere elött az 1. jószágból p_{12} tartott magánál, míg a jobb oldalon összegezzük csere után azokat a kimeneteket, amikor 2. jószág lesz nála. Vagyis összegezzük a fundamentális egyensúly átmenet mátrixának első két sorában szereplő 2-eseket a megfelelő előfordulási valószínűséggel. Az világos, hogy a $p_{ii} = 0$, $p_{ij} = 1 - p_{i(3-i)}$, így valójában a raktárkészletek leírására elégséges a p_{12}, p_{23}, p_{31} megadása, vagyis, hogy a szereplők az általuk termelt jószágból mennyit tartanak.

Ebből adódik az egyensúlyban, $\mathbf{p}^* = (p_{12}, p_{23}, p_{31}) = \left(1, \frac{1}{2}, 1\right)$. Az alábbi ábra a szereplők közti lehetséges jószágáramlást mutatja, fundamentális egyensúly esetén.

[28]Alkalmazzuk, hogy egy adott típus bármelyik típussal 1/3-1/3 valószínüséggel találkozik, valamint, hogy a $\sum_j p_{ij} = 1$.

FUNDAMENTÁLIS EGYENSÚLY



1.ábra

Az egyensúlyi megoszlások szerint az I. sohasem tart 3-as, míg a III. sohasem tart 2-es jószágot magánál és így ők ketten sosem fognak kereskedni, vagyis köztük a II. fog közvetíteni, úgy hogy az 1. jószágot használják általános csereeszközként.

Most tekintsük azt az esetet a fentiek figyelembevételével, amikor I. spekulatív stratégiát követ, feltéve, hogy a másik kettő fundamentális stratégiát játszik.

		I		**II**		**III**	
		2	**3**	**1**	**3**	**1**	**2**
I	**2**	2	2	2	3	2	2
	3	3	3	3	3	2	3
II	**1**	3	1	1	1	1	3
	3	3	3	3	3	1	1
III	**1**	1	1	1	1	1	1
	2	2	1	1	1	2	2

átmenet mátrix spekulatív egyensúly mellett.

Ekkor az átmenet mátrix alapján azt találjuk, hogy ez is egy egyensúlyra vezet, az I.-re vonatkozó paraméter korlátozás mellet. Az így kialakuló spekulatív egyensúly esetén a megoszlásokra vonatkozó 6 egyenlet:

$$p_{12} = \frac{1}{3}\left(2p_{12} + p_{12}p_{21} + p_{13}\right)$$

$$p_{13} = \frac{1}{3}\left(p_{12}p_{23} + 2p_{13}\right)$$

$$p_{21} = \frac{1}{3}\left(p_{21}p_{13} + p_{21} + p_{21}p_{31} + p_{23}p_{31}\right)$$

$$p_{23} = \frac{1}{3}\left(p_{21}p_{12} + p_{21}p_{32} + 2p_{23}\right)$$

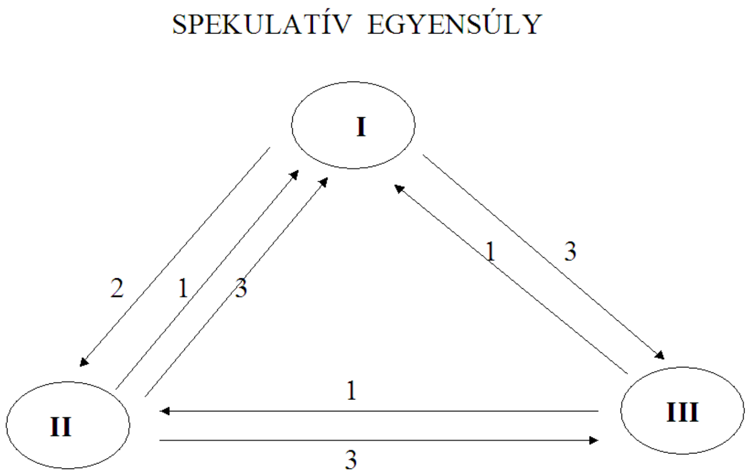
$$p_{31} = \frac{1}{3}\left(3p_{31} + p_{32}p_{13} + p_{32}\right)$$

$$p_{32} = \frac{1}{3}\left(p_{32}p_{12} + p_{32}\right)$$

Ebből kifejezve

$$\mathbf{p}^* = (p_{12}, p_{23}, p_{31}) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \left(\sqrt{2}-1\right), 1\right)$$

Az alábbi ábra a szereplők közti lehetséges jószágáramlást mutatja, spekulatív egyensúly esetén.



2. ábra

Jól látszik, hogy a fundamentális egyensúlyhoz képest itt már mind az 1., mind a 3. jószág általános csereeszközként működik.

A maradék 6 lehetséges egyensúlyt hasonlóan vizsgálhatjuk meg, ám közülük egyik sem valósulhat meg, így a rendszernek összesen két tiszta egyensúlyát találjuk.

összegezve a fentieket, a gazdaságban két tiszta egyensúly alakulhat ki:

1. Fundamentális egyensúly alakul ki, vagyis mindenki fundamentális stratégiát követ, ha $c_{13} - c_{12} > (p_{31} - p_{21})\, u_1\beta/3 = \beta/2\ u_1$, vekkor az 1. jószág játszik általános csereeszköz szerepet.

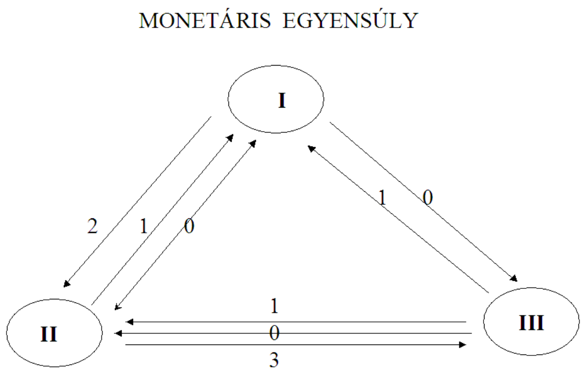
2. Spekulatív egyensúly alakul ki, ha $c_{13} - c_{12} < \left(\sqrt{2} - 1\right)\beta/2\ u_1$, ekkor az I. szereplő spekulatív, a többiek fundamentális stratégiát játszanak, és mind az 1., mind a 3. jószág általános csereeszközként működik.

3. Abban az esetben, ha $c_{13} - c_{12} \in \left(\left(\sqrt{2} - 1\right)\beta/2u_1, \beta/2u_1\right)$, a játéknak nincs a tiszta stratégiák közt egyensúlya. Vagyis azonos típusú szereplők különböző stratégiát játszanak.

Eddig az árupénz kialakulásának feltételeit és működését vizsgáltuk. A következő kérdés a belső érték nélküli pénz bevezetése a modellbe. A $j = 0$-val indexelt új jószág gazdaságban lévő fix állományt jelölje M. A pénz nem használható a termelésben és nem jelent hasznot a fogyasztása. A raktározása ingyenes, $c_{i0} = 0 \quad \forall i$-re. Nem tarthatnak a szereplők egyszerre pénzt és reáljószágot maguknál, csak az egyiket. Ha a pénzből P egység kell bármelyik reáljószág megvételéhez, akkor $S = M/P$ a gazdaságban a reálpénzmennyiség. Minden szereplő ezt a mennyiséget akarja tartani, vagyis $\sum_i p_{i0}/3 = S$.

Először mutatunk egy olyan egyensúlyt, amelyben nem használják a pénzt. Tegyük fel, hogy $V_{ii^*} > D_i > 0$, ami azt jelenti, hogy senki sem akar kilépni a rendszerből. Ha valaki, akinél van pénz, azt gondolja, hogy senki sem fogja tőle elfogadni, akkor az örökre nála marad, vagyis $V_{i0} = 0 < V_{ij}$. Ha mindenki ezt gondolja, akkora pénz egyszerűen kikerül a forgalomból. A pénznek ez a tulajdonsága, vagyis hogy a használata az emberek hitén is múlik, egy nagyon fontos tényező és ez ebben a modellben igen jól megjeleníthető

Most tekintsünk egy olyan egyensúlyt, amelyben használják a pénzt. Tegyük fel, hogy minden szereplő számára a pénz preferáltabb minden jószágnál, kivéve annál, amit megeszik. Nyilván nem lehet a pénz a legpreferáltabb jószág, mert ha valaki hozzájutna, sohasem adna rajta túl, azaz kilépne a gazdaságból, azonban mivel ennek a legalacsonyabb a raktározása, így az a kérdés, hogy vajon preferáltabb-e a nála magasabb költségűekkel szemben. Megmutatható, hogy létezik egyensúly, amelyben mindenki fundamentális stratégiát játszik. Az alábbi ábra a pénzgazdaságban zajló kereskedési kapcsolatokat mutatja.



3. ábra

Ebből látszik, hogy a pénzt mindeki elfogadja bizonyos esetben. A I. elfogadja az III.-től az 1. jószágért cserében és köztük másfajta kereskedés nem is történik. Az érdekes eset, amikor az I. pénzért vásárol a II-tól 1.jószágot, majd a II. ugyanezt használja, hogy 2. jószágot vegyen az I-től. Ebben az egyensúlyban az egyetlen általános csereeszköz a pénz.

3.2 Szimulációs eredmények

A fentiekben bemutatott modelltípussal kapcsolatos vizsgálatok során[29] igen fontos szerepet kaptak a szimulációs technikák. Kiyotaki és Wright [1989] modelljüknek

[29] A fejezet rövidített formában elhangzott elõadásként Megyeri[2000], illetve Megyeri[2001]

csak a tiszta Nash-egyensúlyi stratégiáját határozták meg. Nem vizsgálták, hogy korlátozottan racionális, vagy információs hiányban miként valósítják meg a szereplők ezt az egyensúlyt. Számos tanulmány vizsgálta a fenti modellkörnyezetben a szimulációs vagy kontrollált laboratóriumi kísérletek alkalmazásával a modell működését.

Az első szimulációs eredmények Marimon et al. [1990]-től származnak, amelyben a szereplők a genetikus algoritmus segítségével változtatják meg viselkedésüket, így jutva el végül az egyensúlyi állapothoz.

Duffy [2001] azt a kérdést vizsgálja, hogy egy Kiyotaki-Wright környezetben a mesterséges intelligencia illetve a kontrollált laboratóriumi tesztek eredményei mennyiben hasonlítanak egymásra. Fontos eleme, hogy a spekulatív stratégia megtanítása a mesterséges szereplőknek igen hosszú időt vesz igénybe, sőt egyes paraméterbeállítások mellett annak ellenére sem konvergálnak az egyszerűbb tanuló algoritmusok által irányított mesterséges ügynökök a spekulatív egyensúlyi állapothoz, hogy valójában az lenne számukra az optimális.

Felmerül a kérdés, hogy miért kell egyáltalán szimulációs technikákat alkalmazni, miért nem elég az analitikus eredmény, illetve hogy a szimuláció eredményét mennyire tekinthetjük az analitikus eredményekkel egyenrangúnak. Abban az esetben, ha csak analitilus eredményekre hagyatkozunk, megkötjük a saját kezünket, sokkal erősebb korlátokat, leegyszerűsítő feltételezéseket kell alkalmaznunk, hogy egyáltalán esélyünk legyen a feladat megoldására. Ezzel pedig erősen behatároljuk, hogy egyáltalán milyen kérdéseket tehetünk fel. Ha viszont csak a szimulációs technikákra támaszkodunk, esetlegessé válnak az eredményeink, ráadásul egy bizonyos bonyolultság felett a rendszer áttekinthetetlenné válik. Mindezzel együtt azt gondolom, hogy a szimulációkat valamiféle analitikus kontroll allatt kell tartani, valamilyen párbeszédnek kell lennie az analitikus és szimulációs eredmények közt.

A fenti modellhez általunk[30] készített szimulációs futtatásoknak az volt célja, hogy az analitikus úton kapott eredményeket teszteljük tovább: kiderítsük a rendszernek

[30]ennek a résznek az eredményei Benedek Gáborral közös munka.

mennyi időre van szüksége az egyensúly kialakulásához, az egyensúlyhoz vezető úton, illetve hogy alakul a gazdasági szereplők helyzete. Ugyanakkor a távlati cél, hogy olyan esetekben lehessen alkalmazni ezt a technikát, ahol az analitikus bizonyítások nehézkesek, így például paramétereknek a fentiekben említett tartományán, ahol a szereplők kevert stratégiát alkalmaznak.[31]

Az alábbi szimulációval azt kívántuk tesztelni, hogy a szereplők 'rá tudnak-e jönni' az egyensúlyi stratégiájukra, egy egyszerű tanulási folyamatot feltételezve.

Stratégia reprezentáció

A szimuláció során meg kell jeleníteni a szereplők jellemzőit, ehhez első közelítésben 12 paramétert használtunk:

– A csere kilenc paramétere azt mutatja, hogy adott jószágot elcserél-e egy másik neki felajánlott jószágra. Azzal a feltételezéssel éltünk a futtatások során, hogy a szereplők tiszta stratégiát játszanak, vagyis egy adott jószágot egy másikra vagy mindig, vagy sohasem cserélnek el.

– A fogyasztói ízlést három paraméterrel való reprezentálásakor megengedhetjük, hogy egy szereplő típus ne csak egy, hanem akár többféle jószágot legyen hajlandó fogyasztani.

– Információs szempontból, teljes információs játékot feltételeztünk, vagyis a szereplők felismerik a nekik cserére kínált jószágot.

$1 \to 1$	$1 \to 2$	$1 \to 3$	$2 \to 1$	$2 \to 2$	$2 \to 3$	$3 \to 1$	$3 \to 2$	$3 \to 3$
1	0	1	1	1	0	0	1	0

F1	F2	F3
0	0	1

A fenti 12 elemű 0, 1 -esekből álló vektor egy szereplő stratégia reprezentációját jelenti. A modell leírástól ez annyiban különbözik, hogy megengedjük, hogy a fogyasztás is döntési változó legyen. Vagyis ki kell próbálja a fogyasztó, hogy melyik jószág ízlik neki, és utána csak azt fogyassza.

[31]Errõl részletesebben lásd Benedek [2003].

A javak fogyasztásából, termeléséből, illetve raktározásából eredő hasznokat természetesen nem paraméterként, hanem exogén állandóként szerepeltettük. A cél ugyanis az, hogy a szereplők megtanulják az optimális stratégiájukat. Ehhez azonban tanulási struktúrákat kellett meghatározni.

Tanulás

Meg szeretnénk vizsgálni, hogy a szereplők meg tudják-e valósítani egyensúlyi stratégiájukat, egy ismételt játék keretében. Az analitikus eredményekből tudjuk ugyan, hogy bizonyos paraméter kombinációk mellett milyen egyensúly alakul ki, de azt nem, hogy ez miként jön létre.

A legegyszerűbb eset a **teljes leszámlálás**, azaz a szereplők a stratégiák minden lehetséges kombinációját megkísérlik megvalósítani. Miután minden kombináció szerepel, ezért szerepelnie kell az egyensúlyi megoldásnak is. Ezzel a módszerrel választ kapunk arra a kérdésre, hogy hogyan lehet meghatározni az egyensúlyi megoldást numerikus módszerekkel, de nem kapunk választ arra, hogy hogyan jutnak el a szereplők ehhez az állapothoz, ha egyáltalán eljutnak. Nem is beszélve arról, hogy a teljes leszámlálás rendkívül "költséges" algoritmus, azaz túl hosszú időt vesz igénybe felesleges kombinációk kiértékelésével.

A második magatartásforma a **fiktív lejátszás**. Ebben a módszerben a soron következő szereplő úgy határozza meg a legmegfelelőbb stratégiáját, mintha minden más szereplő ugyanúgy viselkednie, mint az előző periódusban. Ez a módszer sok játékelméleti probléma esetén vezet egyensúlyi megoldáshoz, sajnos azonban sok esetben határciklus alakulhat ki és sohasem kerülünk el az egyensúlyi pontba. Kedvező esetben is jellemző, hogy a konvergencia sebessége igen lassú, mivel a játékosok szisztematikusan követhetik el ugyanazokat a tévedéseket.

Amikor a fenti módszerek nem alkalmazhatók hatékonyan valamilyen heurisztikus eljárást kell alkalmazni. Ezekről nem tudjuk biztosan, hogy valóban optimális megoldást adnak, hiszen legtöbb esetben ez nem bizonyítható. E hiányosságot pótolja a számítási idő lerövidítése. A heurisztikus algoritmusok egyik nagy csoportját képezik az **evolúciós algoritmusok**.

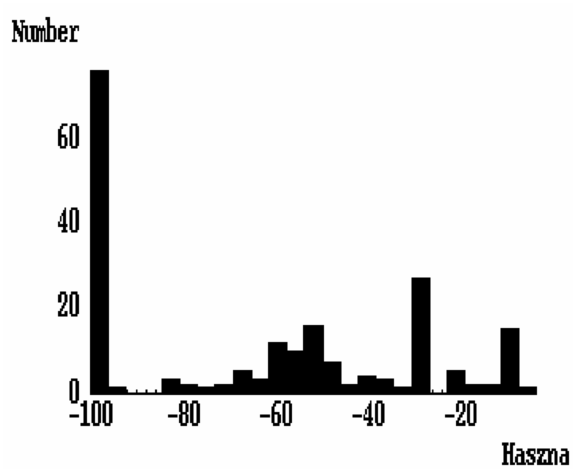
Igen bonyolult eljárás az, amikor olyan magatartásformával próbálkozunk, ahol a szereplők fejlődhetnek. Ebben az esetben a szereplőket nem mint elkülönült személyeket, hanem mint egy populáció egyedeit kell kezelni, és ezért azonos típusú szereplőből többet is kell szerepeltetni. A lejátszás során a sikeres szereplők kiválasztódnak és "szaporodnak", tovább fejlődnek, a sikertelenek "elpusztulnak". Az eljárást **genetikus algoritmus** segítségével programozzuk.

Végezetül az utolsó magatartásforma az, amikor a szereplő képes tanulni. Ezt a **neurális háló** segítségével valósítjuk meg. A szimuláció során a szereplők fokozatosan tanulják meg, hogy mely magatartásforma a leghatékonyabb számukra. E módszer nem csak az egyensúlyi megoldás hatékony megtalálására, de az odáig vezető út megtalálásának vizsgálatára is igen alkalmas lehet.

A fentiek közül egy olyan evolúciós algoritmust alkalmaztunk, amely leginkább a neurális hálózathoz hasonlít. A különbség annyi, hogy a tanulás diszkrét értékenként, egy döntési fa mentén történik. Induljunk ki 0-1-ekkel véletlenszerűen feltöltött stratégia reprezentációkból, típusonként 200 szereplőből, majd működtessük a gazdaságot 1000 perióduson keresztül. Ezután kiértékelhetjük, hogy az adott típusú szereplők mekkora hasznosságra tettek szert.

Az első lépésben minden szereplő véletlen módon meghatározott stratégia reprezentációval indul. Ezután futtattuk a szimulációt úgy, hogy közben a szereplők nem változtathatták kiinduláskor megkapott szabályaikat 1000 perióduson keresztül. A szimuláció végére minden szereplő elér egy végső profitot, amely a periódusokon keresztüli fogyasztások hasznosságából és a kifizetett tranzakciós költségekből származik. Inicializálásként a $c_1 = 0.01$, $c_2 = 0.03$, $c_3 = 0.10$, $u = 0.40$, $\beta = 0.99$ paraméterbeállítást használunk.

Az alábbi hisztogram azt mutatja, hogy a szereplők kivétel nélkül negatív hasznosságot értek el a véletlenszerű stratégiájukkal.



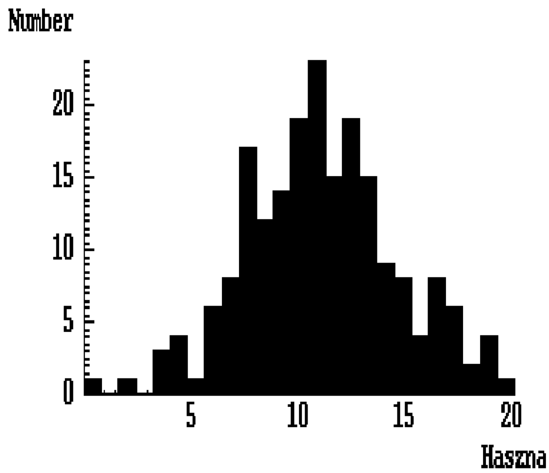
Típus	I	II	III
Csere	$2 \nrightarrow 1$	$3 \nrightarrow 1$ $1 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 3$
Fogyasztás	$1\surd$	$2\surd$ $1\blacksquare$	$3\surd$

$\rightarrow$ csere, $\nrightarrow$ nem csere, $\surd$fogyaszt, $\blacksquare$nem fogyaszt

Az első futtatás eredménye

Válasszuk ki azokat, akik a legmagasabb hasznosságot értek el és nézzük meg, milyen stratégiát követtek. Azokat a stratégiákat találjuk az alsó táblázatban, amelyek az első futás után relevánsnak bizonyultak. így például azonnal elfogadható, hogy a szereplők a típusuknak megfelelő jószágot fogyasszák el, illetve, hogy az I. szereplő ha van egy 2. jószága, akkor cserélje el 1. jószágra, illetve, hogy a II. szereplő ha van egy 1. jószága, akkor ne cserélje el 3. jószágra.

A következő futásban már ezeket a stratégiákat fixen megkötjük és csak a megmaradó helyeken viselkednek véletlenszerűen a szereplők. Ennek az eredményét mutatja a második hisztogram, itt már határozottan sikeresebben viselkedtek a szereplők.



Típus	I	II	III
Csere	$2 \nrightarrow 1$ $2 \rightarrow 3$	$3 \nrightarrow 1$ $1 \rightarrow 3$ $1 \nrightarrow 2$ $3 \nrightarrow 2$	$1 \rightarrow 3$ $2 \rightarrow 3$
Fogyasztás	$1\surd$	$2\surd$ $1\blacksquare$	$3\surd$

$\rightarrow$ csere, $\nrightarrow$ nem csere, $\surd$fogyaszt, $\blacksquare$nem fogyaszt

A második futtatás eredménye

Láthatóan egy jelentős csoport pozitív hasznossággal rendelkezik, most ezeknek a szereplőknek vizsgáljuk meg a stratégiáját és választjuk ki az eredményeseket. A harmadik futás után azt tapasztaltuk, hogy minden olyan stratégiát megtaláltunk, amit az analitikus eredmények előre jeleztek.

3.3 Folytonos idejű modell

Tekintsük át először a modell alapstruktúráját, Kiyotaki-Wright[1993] alapján!

A gazdaságban végtelen sok szereplő $A = [1, 0]$ van, ez esetben azonban nem osztjuk őket véges típusokba. Az i szereplőt jellemezze a fogyasztási halmaza $C_i \subset C$, ahol a fogyasztásból származó hasznosság:

$$u(j) = \begin{cases} u > 0 & \text{ha } j \in C_i \\ 0 & \text{kül.} \end{cases}$$

Mindenki olyan jószágot termel, ami számára nem fogyasztható, $prod(i) \notin C_i$, a termelt javak eloszlása egyenletes. A termelés azonnal a fogyasztás után következik és két dolog szükséges hozzá, a fogyasztási jószág és véletlen mennyiségű idő. Legyen α a termeléshez tartozó Poisson folyamat paramétere, ami tekinthető egységnyi idő alatti kibocsátásként.

A modell kulcspontja egy exogén paraméter bevezetése, amely a javak illetve a preferenciák jellemzésére szolgál. Tegyük fel, hogy x azon jószágok arányát jelöli, amit egy tetszőlegesen választott szereplő fogyaszthat, illetve azon szereplők arányát, akik x valószínűséggel találnak egy véletlenszerűen választott jószágot[32], $P(j \in C_i) = x$.A kereskedési szektorban a szereplők páronként véletlenszerűen találkoznak időben fix γ rátájú Poisson folyamat szerint, cserére pedig csak akkor kerül sor ha mindkét szereplő számára kölcsönösen előnyös.

Ebben a részben feltesszük, hogy kétféle jószág van, egyrészt vannak fogyasztási javak, másrészt pedig van a pénz. Indulásként a szereplők M-ed része rendelkezik pénzzel (m), azaz olyan jószággal, aminek a fogyasztása nem eredményez hasznosságot és senki sem termeli, $u(m) = 0$, $\nexists i \in C \; prod(i) = m$; nevezzük őket vásárlóknak (b). A többiek, a szereplők $1 - M$-ed része a maga által termelt jószággal rendelkezik, ők az eladók (s). A kereskedők vagy fogyasztási jószággal vagy pénzzel rendelkeznek, jelöljük μ -vel a kereskedőknek azt a hányadát, akik pénz jószággal rendelkeznek.

A fogyasztás kétféle módon történhet, vagy közvetlen (barter) csere, vagy pénzen megvett jószág formájában. Csak a szimmetrikus kimenetekkel foglalkozva adódik, hogy senki nem fog elfogadni olyan jószágot, amelyiket azonnal nem tudja fogyasztani, vagyis nem alakul ki árupénz. [33]

[32]A diszkrét idejû modell esetén, ha a szereplõ típusok száma N, akkor az $x = 1/N$.

[33]Amennyiben elfogadná, egy újabb cserére lenne szükség, és mivel minden jószág ugyanolyan piacképes, így nem érdemes eggyel több tranzakciót és így költséget beválallnia.

A legjobb választ most is a dinamikus programozási feladat megoldásaként fogjuk megkeresni. Jelen esetben azonban a rendszer állapotait nem a szereplők által raktározott javak adják hanem, hogy az adott szereplő mely szektorban van. Vagyis az illető lehet termelő (0), kereskedő (1) vagy pénztartó (m). Ezek után tekintsük az átmenet leképezést, vagyis hogy mely állapotból mely állapotok érhetőek el. A termelő α rátával termel egy jószágot és kerül a kereskedő szektorba. A kereskedő $\gamma(1-\mu)$ valószínűséggel találkozik másik kereskedővel és x^2 a valószínűsége, hogy egymás jószágát szeretnék, ekkor cserélnek és a termelő szektorba kerül. Ugyanakkor $\beta\mu$ valószínűséggel találkozik valakivel, akinél pénz van, a kereskedő π valószínűséggel fogadja el tőle a pénzt, míg az x valószínűséggel a nála lévő jószágot s ez után a kereskedő a pénztartó szektorba kerül. Az akinél pénz van $\gamma(1-\mu)$ valószínűséggel találkozik kereskedővel, aki π valószínűséggel fogadja el a pénzt, míg ő x valószínűséggel a jószágot s ez után a termelő szektorba kerül.

Tegyük fel, hogy az idő τ hosszúságú diszkrét egységekből áll, ekkor például a termelésre vonatkozó Bellman egyenlet a következőképpen alakul:

$$V_0 = \frac{1}{1+r\tau}\left[\alpha\tau V_1 + (1-\alpha\tau) V_0 + o(\tau)\right]$$

ahol $o(\tau)$ azt a kimenetet jelenti, amikor kettő vagy több találkozás jön létre a τ idő alatt, ennek következtében fennáll, hogy $o(\tau)/\tau \to 0$, amennyiben $\tau \to 0$. Majd átrendezés után adódik:

$$rV_0 = \alpha (V_1 - V_0)$$

Ehhez hasonló módon adódik a többi állapotra is az értékfüggvény:

$$\begin{aligned} rV_1 &= \gamma(1-\mu) x^2 (U + V_0 - V_1) + \gamma\mu x \max_{\pi} \pi V_m - V_1 \\ rV_m &= \gamma(1-\mu) x\Pi (U + V_0 - V_1) \end{aligned} \tag{3}$$

A fenti feladat egyrészt mások stratégiájától (Π), másrészt a pénztartók arányától (μ) függ. Ez az arány meghatározható a Π illetve a kezdő pénzkészlet (M) függvényeként. Legyen $N_0, N_1, ..., N_m$ rendre a termelők, fogyasztók és pénztartók aránya a gazdaságban, illetve az előbbi jelölés szerint $N_m = M$.

A modellben az egyensúly[34] a következőképpen néz ki: amennyiben $\Pi < x$, akkor $V_m < V_1$, amelyből következik, hogy a legjobb válasz a $\pi = 0$. Ami azt jelenti, hogy ha a pénz elfogadására kisebb esély van, mint az árucserére, akkor nehezebb pénzzel kereskedni, mint áruval, vagyis a legjobb válasz: sohasem cserélni árut pénzre. Amennyiben $\Pi > x$, akkor $V_m > V_1$, amelyből következik, hogy a legjobb válasz a $\pi = 1$. Az intuitív magyarázat ugyanúgy működik, mint az előző esetre. Végül ha $\Pi = x$, akkor $V_m = V_1$, amelyből következik, hogy a legjobb válasz bármi lehet a $(0,1)$ -en. Ez pedig azt jelenti, hogy ha a pénz és az árucsere egyforma eséllyel jöhet létre, akkor a szereplők közömbösek a pénz illetve a jószág tartása közt, és bármilyen valószínűséggel elfogadhatnak pénzt.

Vagyis a rendszernek pontosan 3 állandósult állapota van:

(N) nem monetáris egyensúly, $\Pi = 0$. Ebben az esetben a szereplők arra számítanak, hogy a pénz értéktelen lesz, így sohasem fogadják el és ez a várakozás

[34] Az állandósult állapot meghatározásához tegyük egyenlővé a termelésből ki- illetve a belépést!

$$\alpha N_0 = \beta(1-\mu)x^2 N_1 + \beta(1-\mu)x\Pi N_m$$

felhasználva, hogy

$$\begin{aligned} N_0 + N_1 + N_m &= 1 \\ M/N_1 &= \mu/(1-\mu) \end{aligned}$$

adódik, hogy

$$M = \frac{\alpha\mu}{\alpha + \beta(1-\mu)x(\mu\Pi + (1-\mu)x)} \tag{4}$$

(4) egyenlet μ-ben másodfokú, és $\forall M \in [0,1]$ és $\Pi \in [0,1]$ esetén pontosan egy $\mu = \mu(M,\Pi) \in (0,1)$ megoldása lesz. Valamit igaz, hogy $\mu(0,\Pi) = 0$ illetve $\mu(1,\Pi) = 1$, vagyis ha a szereplők közt nincs pénzt tartó, akkor nyilván a kereskedők közt sem lesz, illetve, ha mindenkinél pénz van, akkor minden kereskedőnél is az van. Valamint fennáll a $\partial\mu/\partial M > 0$ és $\partial\mu/\partial\Pi > 0$, vagyis mind a pénzmennyiség, mind pedig a pénz elfogadásának növekedésével nő a kereskedők közt a pénzt tartók aránya.

Adott $\mu(M,\Pi)$ mellett az egyetlen állandósult állapotot leírják a következő egyenletek

$$\begin{aligned} N_0 &= \frac{\beta(1-\mu)x(\mu\Pi + (1-\mu)x)}{\alpha + \beta(1-\mu)x(\mu\Pi + (1-\mu)x)} \\ N_1 &= \frac{\alpha(1-\mu)}{\alpha + \beta(1-\mu)x(\mu\Pi + (1-\mu)x)} \end{aligned}$$

Ahhoz, hogy a fenti dinamikus modellt elemezzük a μ minden információt tartalmaz, amit egy szereplőnek az állandósult állapotról tudnia kell. Ha a Bellman egyenletbe visszaírjuk a $\mu = \mu(M,\Pi)$-t, adott M mellett, akkor a feladat meghatároz egy $\Pi \to \pi$ leképezést. Az egyensúlyi pontok halmaza pedig nem más, mint a leképezés fixpontjainak halmaza.

önbeteljesítővé válik.

(P) tisztán monetáris egyensúly, $\Pi = 1$. Ebben az esetben a szereplők arra számítanak, hogy a pénz mindenkor elfogadott lesz, így minden esetben elfogadják.

(M) kevert monetáris egyensúly, $\Pi = x$. Ebben az esetben a szereplők közömbösek a pénz elfogdása illetve elutasítása közt, amennyiben a többiek $\Pi = x$ valószínűséggel fogadják el, így a részleges elfogadás is önbeteljesítővé válik. Ezt a szimmetrikus kevert egyensúlyt, amelyben mindenki x valószínűséggel fogadja el a pénzt, úgy is interpretálhatjuk mint nem-szimmetrikus tiszta egyensúlyt, amelyben az emberek x -ed része 1 valószínűséggel, míg $1 - x$ -ed része 0 valószínűséggel fogadja el a pénzt.[35]

Abban az esetben, ha megengedjük, hogy egy szereplő miközben pénzt tart magánál termelhessen is egy jószágot felmerül néhány kérdés. Tegyük fel, hogy mindettőjüknél pénz van, de az egyik a másik számára kívánatos jószágot tudja termelni és viszont. Melyik típusú csere élvez elsőbbséget? Pénzért fogja az egyik odaadni a jószágot, vagy barter csere valósul meg?

3.3.1 Jólét

Vegyük észre azonban, hogy ebben a modellben a termelés nem kap igazi szerepet. Nem válik döntési változóvá, hogy valaki termelni akar vagy sem. Ha pénz van valakinél, és találkozik egy szereplővel, akinél szintén pénz van, de az szeretné általa termelt jószágot, akkor ebben a modellben nincs lehetőség arra, hogy a csere létre is jöjjön. Ezért az egyszerűség kedvéért az általánosság megsértése nélkül tegyük fel, hogy $\alpha \to \infty$, ami azzal ekvivalens, hogy a termelés azonnal, időráfordítás nélkül történik. Ez azt jelenti, hogy minden szereplő vagy pénzt tart, vagy jószágot, vagyis $\mu = M$. A következőkben adott M érték mellett hasonlítjuk össze a különböző egyensúlyokat

[35]Ennek a modellnek az olyan egyensúlyi állapotait, amelyekben a pénz elfogadásának valószínûsége az idõben változik a következõ fejezetben vizsgáljuk.

és a következő összefüggést kapjuk:

$$V_1^N = V_1^M < V_1^P$$

vagyis azok a szereplők, akik jószágot tartanak a nem monetáris egyensúlyban és a kevert egyensúlyban egyforma, de alacsonyabb hasznosságot realizálnak, mint a tiszta monetáris egyensúly esetén. Azok a szereplők, akik pénzt tartanak

$$V_m^N < V_m^M < V_m^P$$

a nem monetáris egyensúlyban realizálják a legalacsonyabb hasznosságot majd határozottan magasabbat a kevert egyensúlyban és a legmagasabb hasznosságot a tiszta monetáris egyensúly esetén realizálják.

Vagyis adott kezdő pénz és árukészlet mellett minden szereplő számára határozottan jobb ha a pénz univerzálisan elfogadott, mintha nem fogadják el.

A következő kérdés, hogy a pénzmennyiség (M) változása miként hat a jólétre. Ennek elemzésekor feloldjuk a $\alpha \to \infty$ feltételezést. Mind a nem monetáris, mind pedig a kevert egyensúly esetén a szereplők számára kedvezőbb az alacsonyabb pénzmennyiség. Ennek az az oka, hogy ezekben az egyensúlyokban a pénz semmiféle segítséget nem jelent a szándékok kölcsönös egyezése problémájának feloldásában, így mindenki számára kedvezőbb a jószág tartása, mint a pénzé.

Az érdekes eset a tisztán monetáris egyensúly, amelyben a pénz valódi szerepet kap. Az elemzéshez definiáljuk a jóléti feltételt:

$$W = N_0 V_0 + N_1 V_1 + N_m V_m$$

amely, mint ex ante várható hasznosság interpretálható az előtt, hogy a kezdőkészletek (pénz, jószág) kiosztásra kerültek volna. Némi átalakítás után adódik, hogy

$$rW = U\alpha\varphi/(\alpha + \varphi)$$

ahol a feladat tehát, W maximalizálása M függvényében. Mivel W növekvő φ-ben, így keressük azt a μ^0-t, amely maximalizálja φ-t μ függvényében és az állandósult állapothoz tartozó feltételből meghatározzuk M -et

$$\begin{aligned} \text{ha } x &\geq \frac{1}{2} \text{ akkor } \mu^0 = 0 \text{ és } M = 0 \\ \text{ha } x &< \frac{1}{2} \text{ akkor } \mu^0 = \frac{1-2x}{2-2x} \text{ és } M > 0 \end{aligned}$$

Amennyiben $x \geq \frac{1}{2}$ úgy a szereplők hajandóak a gazdaságban megtermelt javaknak több, mint a felét elfogyasztani, így a barter nem túl nehézkes. Ugyanakkor a csereeszköz szerepe nem igazán lényeges és a szereplők számára optimális a fogyasztási jószág tartása. Ahogy x csökken, úgy a szándékok kölcsönös egyezésének problémája is egyre nehezebb és így egyre több szereplő számára optimálissá válik a pénztartás.

3.4 árszint

A keresési modellekben az árszínvonal kezelésére három megközelítést találhatunk. Az első csoport Kiyotaki-Wright[1989] illetve ennek egy továbbfejlesztett változata, amit a következőkben vizsgálunk Kiyotaki-Wright[1993].

Az árszínvonal meghatározásának vizsgálatához ideiglenesen felteszük, hogy a pénz osztható. Legyen egy tisztán monetáris egyensúly, amelyben a pénz tartók mindegyike P egységnyi készpénzzel rendelkezik amennyi egy fogyasztási jószág megvásárlásához szükséges. Adott C nominális pénzállomány esetén a reálegyenleg $M = C/P$ adott. Ahhoz, hogy az árszínvonal endogén módon határozodjék meg pótlólagos egyensúlyi feltétel megadására van szükség. Tegyük fel, hogy a pénnzel ill. a fogyasztási jószággal rendelkező kereskedők átala realizált haszon megegyezik, amennyiben a csere létrejött köztük.[36]

$$V_m - V_1 = U + V_o - V_m \tag{5}$$

A bal oldal annak a fogyasztási jószággal rendelkező kereskedőnek a haszna, aki elfogadja a pénzt, míg a jobb oldal azé a pénzzel rendelkezőé, aki a fogyasztási jószágot fogadja el. Amennyiben a tisztán monetáris egyensúlyban a fenti feltétel teljesül, úgy azt többlet megosztó egyensúlynak hívjuk.

[36] Diamond[1984] cash in advance keresési modell

Mindkét oldal függ μ-től: amennyiben μ nagy, úgy sok pénztartó és kevés jószágtartó van, vagyis pénzt tartani nem túl kívánatos, ezért az, aki fogyasztási jószágért pénzt fogad el, kisebb hasznot realizál, mint aki fogyasztási jószágot fogad el. Az egyensúlyt kielégítő egyetlen megoldás:

$$\mu^* = \frac{(1-2x)}{(2-2x)} - \frac{r}{2\gamma x\,(1-x)} \tag{6}$$

amennyiben $r < \gamma x\,(1-x)$ akkor $\mu^* > 0$, amelyből következik, hogy egyetlen olyan $M^* > 0$ van, amely kielégíti az (6) egyenletet és a véges árra vonatkozó $P^* = C/M^*$ feltételt. Amennyiben $r \leq \gamma x\,(1-x)$ úgy nincs olyan $\mu > 0$, amire az (5) feltétel fennállna, így azt mondjuk, hogy $M^* = 0$ és $P = \infty$ az egyensúlyi állapot és ekkor nincs monetáris csere.

A jólétet maximalizáló μ, azaz $\mu^0 = \frac{(1-2x)}{(2-2x)}$ határozottan nagyobb, mint a fenti μ^*, ami azt jelenti, hogy ez a többlet megosztó egyensúly egy alacsonyabb pénztartáshoz és magasabb árhoz vezet adott C mellett. A többlet megosztó egyensúly ex post Pareto optimális, bár ex ante nem jólét maximalizáló.

Kettős valuta rendszer

Vizsgáljuk meg annak a lehetőségét, hogy a gazdaságban egyidőben több pénz is forgalomban van. Ilyen eset állhat fenn, amennyiben a hazai fizetőeszköz melett egy külföldi is jelen van a piacon. Ebben az esetben a külföldi elfogadás általában csak részleges, mint ahogy az az amerikai és kanadai dollár esetében is működik.

A kettős valutarendszer kérdésének vizsgálatához tegyük fel, hogy kétféle színű pénz van; piros és kék, rendre jelöljük őket alsóindex p, k -val. A különbség a két pénz közt a hozamuk, y_p illetve y_k, ami azt jelenti, hogy y hozamot eredményez egységnyi idő alatt a tulajdonosának. M_p ill. M_k a piros ill. a kék pénz kínálata, ahol M_p+ $M_k > 1$, μ_p és μ_k pedig a piros ill. a kék pénz tartók aránya és $\mu_j = 1 - \mu_p$ - μ_k pedig értelem szerűen a fogyasztási jószágot tartók aránya, végül pedig Π_k és Π_p a piros ill. a kék pénz elfogadásának valószínűsége. Ezek után a Bellman egyenletek a következő formában írhatóak fel:

$$
\begin{aligned}
rV_0 &= \alpha (V_1 - V_0) \\
rV_1 &= \gamma\mu_j x^2 (U + V_0 - V_1) \\
&\quad + \gamma\mu_p x \max_{\pi_p} \pi_p (V_p - V_1) \\
&\quad + \gamma\mu_k x \max_{\pi_k} \pi_k (V_k - V_1) \\
rV_p &= y_p + \gamma\mu_j x \Pi_p (U + V_0 - V_p) \\
rV_k &= y_k + \gamma\mu_j x \Pi_k (U + V_0 - V_k)
\end{aligned}
$$

A fentiek μ_p és μ_k -től függenek és megadható egyértelmű megoldás adott stratégiák és pénz kínálat mellett.

A feladat olyan egyensúly megadása, amelyben mindkét pénz működik, de különböző az elfogadottságuk $1 = \Pi_p > \Pi_k > 0$. Ennek a feltétele, hogy fennálljon a $V_p > V_1 = V_k$ reláció. $V_p > V_1$ azonnal adódik a $1 = \Pi_p$ feltételből. Abban az esetben, ha $y_p = y_k = 0$ következik, hogy $V_1 = V_k \Leftrightarrow \Pi_k = \Delta x$, ahol

$$\Delta = \left(r + \gamma\mu_j x + \gamma\mu_p\right) / \left(r + \gamma\mu_j x + \gamma x\mu_p\right)$$

és $\Delta > 1$. Ha $1 = \Pi_p$ és $\Pi_k = \Delta x$ akkor egy olyan egyensúlyt kapunk, amelyben a piros pénz mindig, míg a kék csak részlegesen kerül elfogadásra. Ezután y_p-t és y_k-t változtathatjuk az egyensúly megsértése nélkül, míg abszolút értékben nem túl nagyok. így létrejöhet olyan egyensúly, amelyben $1 = \Pi_p > \Pi_k$, míg $y_p < y_k$. Ebben az egyensúlyban mindkét pénz forgalomban van, és a magasabb hozamú kevésbé elfogadott, vagy kevésbé likvid, mint az alacsonyabb hozamú.

Ebben a megközelítésben egy igen erős feltétel nehezíti az árszínvonal finomabb elemzését, aminek következtében a kereskedés a triviális egy-egy arányban történik. A szereplők egyszerre csak egy egységnyi jószágot tarthatnak. Ezen feltétel feloldása azért indokolt, mert így jobban megérthető a pénz és a javak cserearánya, enélkül a modellben nincs különbség a reál és a nominális pénzmennyiség közt. Ugyanakkor az is kérdéses, hogy mivel ebben a decentralizált gazdaságban nincs egy központi kikiáltó, akivel a szereplők szimultán intézik az ügyeiket, vajon jogos azt feltételezni, hogy a tranzakciók egyformán zajlanak? Egy másik probléma, hogy például a kamat nem értelmezhető ebben a modellben, mivel a szereplők nem tudnak mit kezdeni a kapott plusz pénzzel. A modellnek az a következtetése, hogy ha a nominális pénzmennyiség nő, akkor az csökkenti a jólétet, mivel a többlet pénz akadályozza a szereplőket a termelésben, elég abszurd.

A második megközelítésben Shi[1995], Trejos-Wright[1995] enyhítik az igen szigorú, egységnyi jószág raktározási feltételt és megengedik, hogy a szereplők alkudozhassanak a nem raktározható, osztható javak mennyisége felett, amit egységnyi pénz ellenében cserélnének el. Trejos-Wright[1995] által konstruált modell célja, hogy az exogén árszínvonal feloldása a cserék során alkalmazott alkuk segítségével, az árszínvonal at endogén változóvá tegyék. Ugyanakkor megmutatták, hogy a monetáris egyensúly általában hatékonytalan, abban az értelemben, hogy az ár és a kibocsátás eltér a social planner probléma megoldásától. Bár a különbség kicsivé válhat ha a diszkont ráta illetve a keresési surlódás eltűnik. Ezen kívűl mutattak olyan nem stacionárius egyensúlyt, amelyik egyben inflatorikus egyensúly.

A harmadik megközelítésben az egységnyi raktározási technika teljes feloldásra kerül. Green és Zhou[1998] egy olyan gazdasági környezetet használ, melyben a pénz tökéletesen osztható, míg a javak nem oszthatóak és nem is raktározhatóak. Wallace[1996] modelljében a javak tökéletesen oszthatóak, míg a pénz nem teljesen osztható (van legkisebb címletű bankjegy).

Green és Zhou[1998] olyan modellt konstruáltak, amelyben a szereplők tetszőleges mennyiségű pénzt tarthatnak. Ebben a gazdasági környezetben kontinuum sok stacionárius egyensúly létezik egy ár mellett, amely az aggregált reálegyenleggel indexelt. A reálegyenlegnek mindig van egy, az egyensúllyal konzisztens maximuma. Az eredeti Kiyotaki-Wright modellel ellentétben itt a magasabb egyensúlyi pénzmennyiség egyértelműen magasabb hasznosságot eredményez.

A szereplők halmaza legyen atommentes eloszlás, és $k \geq 3$ típusú szereplő van, minden típus egyforma arányban $(1/k)$ szerepel a populációban. $k+1$ féle jószág van, amiből $i = 1...k$ -ig a szereplők által termelt fogyasztási javak vannak, ezek nem oszthatóak és romlandóak. A $k+1$ osztható, tartós jószág, ez legyen a pénz, amelynek mennyisége a gazdaságban fix M. Vagyis most minden szereplőt, a típusán kívül az jellemez, hogy mennyi pénzt tart magánál.

A termelés ill. a találkozások a már fentebb bemutatott módon zajlanak.

Ebben a gazdaságban nincs szándékok kölcsönös egyezésén alapuló csere, így nem alakulhat ki árupénz, mivel a javak romlandóak. A csere során szükséges a pénz használata. A kereskedés eladó által ajánlott ár mechanizmussal történik, vagyis ha i találkozik $(i-1)$-el, ez utóbbi termeli i számára fogyasztható jószágot, akkor az eladó, $(i-1)$ tesz egy ajánlatot, amit a vevő vagy elfogad vagy elutasít. Az ügylet akkor és csak akkor jön létre, ha a vevő elfogadja az ajánlatot.

A rendszer olyan stacionárius egyensúlyait vizsgáljuk, ahol az azonos tulajdonságú szereplők azonosan, az összes típus pedig szimmetrikus módon viselkedik, így elég egy általános i típusról beszélnünk.

A szereplők pénztartását $\eta \in R^+$ paraméterrel írhatjuk le. A következőkben a modell egy egyszerűbb, jobban kezelhető változatát mutatjuk be, csak az egy-ár egyensúly esetével foglalkozva, ezért a pénztartást megszorítjuk a pozitív egészekre. Az i szereplő kereskedési stratégiája: $(\omega(\eta), \rho(\eta)) : R^+ \to R^2$, ahol $\omega(\eta)$ az i szereplő által az $(i+1)$-nek ajánlott ár, amennyiben η pénzzel rendelkezik. $\rho(\eta)$ az i szereplő rezervációs ára, amit akkor fogad el, ha $(i-1)$-el találkozva, az felajánlja számára, mint eladónak, miközben η pénzzel rendelkezik. A csere megvalósulásának feltétele $\rho(\eta) \leq \eta$, vagyis a rezervációs ár nem lehet magasabb, mint a vevő aktuális pénzkészlete. Az egy ár mellett feltesszük, hogy a szereplők minden esetben p árat ajánlanak és ez elfogadásra is kerül, ha rendelkezik megfelelő mennyiségű pénzzel. Legyen $h(n)$ a fogyasztók azon halmazának mértéke, mely fogyasztók pontosan np mennyiségű pénzt tartanak. Azon fogyasztók aránya, akiknél pozitív mennyiségű pénz van $m \equiv \sum_{n=1}^{\infty} h(n)$ illetve $1 - m = h(0)$ azoknak az aránya, akiknél nincs pénz.

Ebben az esetben az állapotokat a $n \in N$ jelenti. Vagyis, hogy az ár hányszorosát tartja magánál pénzkészletként. A szereplő az n állapotba akkor kerülhet, ha $n-1$ állapotban volt és eladott vagy $n+1$ állapotban volt és vásárolt. Egy i tipusú szereplő el fog adni, ha találkozik $i+1$ típusúval, aki pozitív mennyiségű pénzzel rendelkezik és vásárolni fog, ha $i-1$ típussal találkozik és saját maga pozitív mennyiségű pénzzel rendelkezik. A stacionaritás feltétele, hogy n állapotból kimenő illetve a bejövők aránya meg kell egyezzen.

$$\begin{aligned} \dot{h}(n) &= \gamma h(n+1) + \gamma m h(n-1) - \gamma(m+1) h(n) \\ \dot{h}(0) &= \gamma h(1) - \gamma m h(0) \end{aligned} \tag{7}$$

Az időszerinti deriváltakat nullával egyenlővé téve kapjuk, hogy az egyetlen stacionárius mérték

$$\forall n \in N \ h(n) = m^n (1-m)$$

ahol $m \in (0,1)$. Ezután felírhatjuk az ár és a pénzmennyiség közti kapcsolatot

$$M = p \sum_{n=1}^{\infty} n h(n) = \frac{m}{1-m} p \tag{8}$$

A Kiyotaki-Wright modell ezen változatában, ahol osztható a pénz és nincs raktározási korlát a tartására nézve, a jóléti kérdések természetesebb értelmezést kapnak. Azok az egyensúlyok, amelyekben magasabb a pénzállomány, minden esetben magasabb jólétet is jelentenek. Ami nem jelent mást, mint hogy ha kevesebb szereplő van pénz nélkül, akkor kevesebb kereskedési lehetőség hiúsul meg.

3.5 Bizonytalanság a modellben

Hogyan magyarázható a gazdaságban tapasztalható véletlen? Egy része a fizikai világban meglévő véletlennek tulajdonítható, amelyet a gazdasági fundamentumok (kezdőkészlet, technológia, preferenciák) közvetítik.

Az időjárás egy alkalmas példa. Az esőzésekben megjelenő véletlenszerűség a terméshozamban okoz véletlenszerűséget, ami a mezőgazdasági kibocsátásban és az árakban megjelenő véletlent okozza. Mivelhogy az esőzés közvezlenül a fundamentumokra hat, mondhatjuk, hogy ez egy belső változó.

A bizonytalanság ily módon kétféle lehet; ha a véletlen a fundamentumokon keresztül fejti ki hatását, **belső (intrinsic) bizonytalanság**ról, míg ha ez a kapcsolat nem lelhető fel, **külső (extrinsic) bizonytalanság**ról beszélünk. Olyan esetekben is alakulhat a kibocsátás véletlenszerűen, amikor a lényeges változók nem véletlenszerűek. Ez utóbbi esetén a magyarázat abban keresendő, hogy a gazdaság olyan egyéni döntéshozók rendszere, amelyben a szereplők bizonytalanok a többiek viselkedését illetően. Amikor a gazdasági szereplők optimalizálják a tevékenységüket, előre kell jelezniük a többiek tevékenységét. Ez egy elég bonyolult dolog, lévén, hogy ha A előre akarja jelezni B döntését, akkor előre kell jelezze B előrejelzését a többiek – beleértve saját magát – előrejelzésére. Mivelhogy a piaci résztvevők nem biztosak a többiek döntését illetően, így bizonytalanok a gazdaság kibocsátásában is. Ez az ún. **piaci bizonytalanság** fakadhat a gazdasági rendszerből, illetve a gazdaságon kívűlről, a piaci szereplők terveit irányító eszközökből is.

Wright[1994] a pénz keresési modelljének egy speciális tulajdonságát vizsgálja, ezen modell család esetén elsőként. Nevezetesen, annak ellenére, hogy a gazdasági fundamentumok determinisztikusak, valamint időinvariánsak, létezik-e az ún. napfolt (sunspot) egyensúly, amelyben a pénz elfogadása, vagy értéke egy külső véletlen esemény hatására fluktuál. A válasz igen. A kérdés azért érdekes, mert a külső bizonytalanság hatása az egyéb (együttélő nemzedékek, pénz a hasznossági függvényben, készpénz előleg) pénzmodellekben megmutatható.

Tekintsük a Kiyotaki-Wright[1993] modell egy egyszerűsített alakját!

Jelölje $s \in S = \{1, 2, 3..., n\}$ a külső véletlen változót (sunspot), amelyik Poisson folyamatot követ és egy $s = i$ állapotból λ_{ij} aránnyal vált $s = j$ állapotba, a $\sum_j \lambda_{ij}$ pedig az az arány, amivel egy $s = i$ állapotból egy másikba vált.

Az alapmodellhez hasonlóan legyen V_j^s $(j = m, c)$ az s állapotban a szereplő indirekt hasznossága attól függően hogy fogyasztási jószág vagy pénz van nála. π_s annak a valószínűsége, hogy egy adott szereplő az s állapotban elfogadja a pénzt, maximalizálva az indirekt hasznosságát, feltéve, hogy mindenki más Π_s valószínűséggel fogadja el az adott s állapotban.

Vizsgáljuk a rendszer állandósult állapotát. Először tekintsünk egy eladót az s állapotban:

$$\begin{aligned} rV_c^s &= \gamma\left(1-M\right)x^2\left(u-\varepsilon+V_c^s\right)+\gamma Mx\pi_s V_m^s+\sum_t \lambda_{it}V_c^t \\ &\quad -\left[\gamma\left(1-M\right)x^2+\gamma Mx\pi_s+\sum_t \lambda_{it}\right]V_c^s \end{aligned}$$

Az első rész a két eladó találkozása, akik mindketten cserélni akarnak, a második amikor az eladó egy vásárlóval találkozik, aki venni akar, a harmadik rész, amikor a külső véletlen hatására az állapot egy másikba vált, az utolsó pedig, amennyiben az előzőek egyike sem következik be és az eladó marad az eredeti helyzetben. átrendezés után a következő egyenletet kapjuk:

$rV_c^s=\gamma\left(1-M\right)x^2\left(u-\varepsilon\right)+\gamma Mx\pi_s\left(V_m^s-V_c^s\right)+\sum_t\lambda_{st}\left(V_m^t-V_c^s\right)$

Ehhez hasonlóan felírható egy vevő értékfüggvénye az s állapotban

$rV_m^s=\gamma\left(1-M\right)x\Pi_s\left(u-\varepsilon-V_m^s+V_c^s\right)+\sum_t\lambda_{st}\left(V_m^t-V_m^s\right)$

Legyen $\Delta_s=V_m^s-V_c^s$ az s állapotban a pénztartás és a jószág tartás közti hasznosság különbség, valamint az általánosság megsértése nélkül normalizáljuk az időt, $\gamma x=1$, mivel csak a szimmmetrikus kimeneteket tekintjük, így tetszőleges s-re kapjuk:

$$\left(r+\pi_s\right)\Delta_s=\left(1-M\right)\left(\pi_s-x\right)\left(u-\varepsilon\right)\sum_t\lambda_{st}\left(\Delta_t-\Delta_s\right) \tag{9}$$

Ebből adódik egy s állapotban a szereplő legjobb válasza

$$\begin{aligned} \Delta_s>0 &\;\Rightarrow\; \pi_s=1 \\ \Delta_s=0 &\;\Rightarrow\; \pi_s\in[0,1] \\ \Delta_s<0 &\;\Rightarrow\; \pi_s=0 \end{aligned} \tag{10}$$

A fenti eredmény azt jelenti, hogy amennyiben a $\Delta_s=V_m^s-V_c^s>0$ vagyis a pénz indirekt hasznossága magasabb az adott s állapotban, mint a jószágé, akkor a pénzt mindenki, minden esetben elfogadja. Amennyiben a jószágtartás haszna a magasabb, úgy soha nem fogadják el a pénzt. Abban az esetben amikor azonos a jószág és a pénztartás haszna, ekkor egy valószínűségi döntést hoznak a pénz elfogadásáról.

A szereplők kizárólag a $\pi_s = \pi$, $V_j^s = V_j$, $\Delta_s = \Delta$ módon hagyhatják figyelmen kívűl a sunspotokat. Ekkor a (10) szerint pontosan három egyensúly létezhet: $\pi = 0,\ 1,\ x$.

Szemléltetésül tekintsük az $n = 2$ esetet, vagyis amikor kétféle állapot létezik. Ekkor az (9) egyenlet a következő formára írható át:

$$(r+\pi_1)\,\Delta_1 = (1-M)\,(\pi_1 - x)\,(u-\varepsilon)\,\lambda_{12}\,(\Delta_2 - \Delta_1) \tag{11}$$

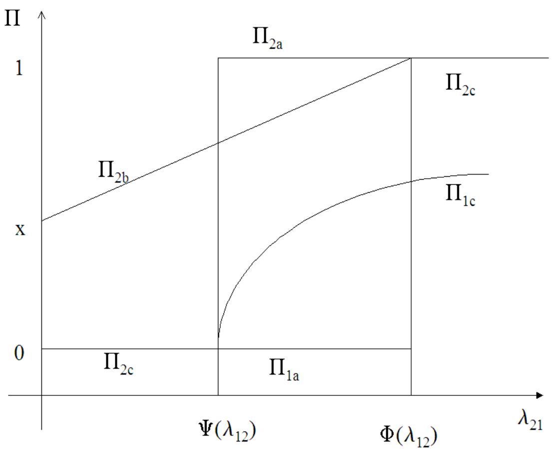
$$(r+\pi_2)\,\Delta_2 = (1-M)\,(\pi_2 - x)\,(u-\varepsilon)\,\lambda_{21}\,(\Delta_1 - \Delta_2) \tag{12}$$

Tekintsük azokat az egyensúlyokat, amelyekben $\pi_1 < \pi_2$, így a következő négy lehetőség állhat fenn:

$$\begin{array}{lll}
(a) & \pi_1 = 0,\ \pi_2 = 1 & \Delta_1 \le 0 \le \Delta_2 \\
(b) & \pi_1 = 0 < \pi_2 < 1 & \Delta_1 \le 0 = \Delta_2 \\
(c) & 0 < \pi_1 < 1 = \pi_2 & \Delta_1 = 0 \le \Delta_2 \\
(d) & 0 < \pi_1 < \pi_2 < 1 & \Delta_1 = 0 = \Delta_2
\end{array}$$

Hogy ebből melyik valósulhat meg egyensúlyként, a λ_{12}, λ_{21} értékeitől függ.

A következő ábra szemlélteti a pénz elfogadásának egyensúlyi értékét a véletlen változó függvényében.



4. ábra

ahol Π_{sj} az s állapotban a $j = a,\ b,\ c,\ d$ egyensúlyban a pénz elfogadási valószínűsége és $\Phi(\lambda_{12}) = (r + \lambda_{12})\frac{(1-x)}{x}$ míg $\Psi(\lambda_{12}) = \lambda_{12}\frac{(1-x)}{x} - (1 + r)$. Tekintsük az (a) egyensúlyt, ebben esetben ha az 1. állapotban van a gazdaság, soha senki nem fogad el pénzt, míg a 2. állapotban mindenki minden esetben elfogadja a pénzt. Ahhoz, hogy az eladó az 1. állapotban visszautasítsa a pénzt a 2. állapotba váltás valószínűsége relatíve nem lehet túl nagy a visszaváltás valószínűségéhez képest. Hasonlóan a 2. állapotban a pénz elfogadásához szükséges, hogy az 1. állapotba váltás valószínűsége ne legyen túl nagy. A pontos határokat az egyensúlyi feltételek (11) egyenletbe való behelyettesítésével kapjuk, vagyis az egyensúly akkor és csak akkor valósul meg, ha fennáll a következő összefüggés:

$$\frac{\lambda_{12}(1-x)}{x} - (1+r) \leq \lambda_{21} \leq \frac{(r+\lambda_{12})(1-x)}{x}$$

A (b) és a (c) esetben hasonló elemzés végezhető. A (d) esetben az egyensúly nem valósulhat meg, mivel $\Delta_1 = 0 = \Delta_2 \Longrightarrow \pi_1 = \pi_2 = x$ az elején kikötötteknek ellentmond.

Yiting[1995] az aszimmetrikus információs szituációt elemzi egy Kiyotaki-Wright [1998] modell környezetben. A legalacsonyabb raktározási költségű jószág, amely az egyetlen áru pénz a teljes információs gazdaságban, jobb és rosszabb minőségben termelhető. Azok, akik nem termelik illetve fogyasztják ezt a jószágot, nem ismerik a jószág valódi minőségét. A termelők, vagyis a III. típusú szereplők eldönthetik, hogy melyik minőségben termelik a jószágot. Ha jó minőségű jószágot termelnek, akkor annak költsége van, míg a rossz minőségűnek nincs. Ugyanakkor az I. típus felismeri, hogy milyen minőségű a jószág és csak a jó minőségűt fogadja el, mert a másik fogyasztása számára nem jelent hasznosságot. így az információs helyzet jellemezhető egy θ paraméterrel, amely azt jelzi, hogy a II. típus mekkora eséllyel fogadja el az 1. jószágot. Azt találjuk, hogy a θ, mint az aszimmetrikus helyzetet mérő parméter függvényében három egyensúly létezik. Ha θ elég nagy, akkor az aszimmetrikus információs helyzet nem jelent problémát és létezik olyan fundamentális egyensúly, amelyben csak a jó minőségű jószágot termelik és kereskednek vele. Ez az eredmény azonos a teljes információs környezettel, így tekinthetjük, mint első-legjobb kimenet. Annak az oka, hogy az információs aszimmetria ellenére létezik ez az egyensúly, az hogy a III. szereplőnek, amennyiben a rossz minőségű jószágot termeli, sokáig kell várnia, hogy kereskedhessen, ha a θ relatíve nagy. Amennyiben az aszimmetrikus információ erősebb, úgy valamennyi rosszabb minőségű jószágot termelnek, de az emberek hajlandóak a nem azonosítható jószágot unvizerális csereeszközként elfogadni. Amennyiben az aszimmetria romlik, és a θ nullához közeli, úgy már csak elfajuló egyensúly létezik, ekkor az aszimmertia okozta probléma miatt a legolcsóbb raktározású jószág megszűnik árupénzként funkcionálni. Ugyanakkor bizonyos paraméterek mellett, amikor már csak elfajuló egyensúly létezik, megmutatható, hogy van nem elfajuló egyensúly, amelyben kettős árupénz rendszer alakul ki. A 2. jószág, amely a teljes információs helyzetben nem válhat árupénzzé, ebben az aszimmetrikus helyzetben csereeszközzé vált.

3.6 Súrlódások szerepe

A fenti modellben a pénz szükségességéhez látnunk kell a különböző súrlódások szerepét. Egy modellben a pénz ténylegesen szerepet[37] – Hahn[1965] szerint – akkor kap, ha a szereplők olyan allokációkhoz tudnak hozzájutni, amit nem tudtak volna más mechanizmus segítségével elérni, tekintetbe véve a gazdasági környezet információs és kényszerítő feltételeit. Először tekintsük a szándékok kölcsönös egyezősége okozta problémát. Abban az estben, ha megengedjük a multilaterális kereskedéseket, például egy 3 szereplős modellben a szereplők egyszerre találkozhatnak és mindenki a saját maga által termelt jószággal rendelkezik, akkor nyílvánvalóan mindenki hozzájut, amihez akar és semmi szükség pénzre. A kétoldalú cserék – adott ízlés és technológia mellett – egy jó modell környezet a szándékok kölcsönös egyezésének modellezéséhez,

[37]Ezen probléma tárgyalását lásd részletesen Rupert etc[2000] és Kocherlakota[2000].

hisz a fent elemzett 3 szereplős modellben minden találkozás alkalmával biztos, hogy az egyik szereplő a másik által termelt jószágot szeretné, míg a másik nem.

A másik tényező, ami a pénz létét indokolttá teszi, hogy a modellben nem tehetnek a szereplők hosszútávú kötelezettség vállalásokat. A hitelmegállapodás, például hogy 'termelje a saját jószágát, annak aki azt akarja' a legmagasabb hasznossági szintet jelentené a gazdaságban. Bár az explicit kötelezettségvállalás hiánya ellenére a kooperatív megállapodások, mint a hitelmegállapodás kikényszeríthetőek lehetnek, amennyiben a szereplők viselkedése nyilvános információ. A harmadik elem tehát, amely indokoltá teszi a pénz létét, a privát információ. Amennyiben a kereskedések története nem publikus információ, úgy az egyetlen megfelelő kimenet a tiszta barter.

Azt azonban mindenképp meg kell említeni, hogy a hitel jobban működik a véletlen találkozások technológia mellett, mint a pénz. Gondoljunk csak arra az esetre, ha két olyan szereplő találkozik, akik a másik által termelt jószágot szeretnék, de náluk épp vagy pénz, vagy valami más áru van, akkor nem tudnak élni a helyzettel.

3.7 Találkozások

Azért választottuk a jelen dolgozatban a keresési elméletet a pénz modellezésére, mert igen jó lehetőséget nyújt, hogy a különböző pénzfunkciók együttesen, a klasszikus egyensúlyelméleti keretekhez képest gazdagabb tartalommal legyenek megjeleníthetők. Az alapmodellben a szereplők véletlenszerűen futnak össze és aztán döntik el, hogy kereskednek vagy nem. Az a része az elméletnek, ami a találkozások után történik, igen jól felépített és elég szofisztikált ahhoz, hogy elfogadhatónak ítéljük. Ugyanakkor a találkozások aránytalanul kidolgozatlanok, esetlegesek. Vagy fogalmazhatunk úgy is, hogy ha a szereplőkre a racionális döntésre való képesség igen szofisztikált feltételét alkalmazzuk akkor elég elfogadhatatlan az a feltételezés, hogy a találkozások pusztán egy véletlen változó erejéig szerepeljenek.

Ahogy azt a dolgozat első részében kiemeltük, majd a 4. részben újabb szempontok beemelésével vizsgáljuk, a pénz elemzésekor a közösség szerepe alapvető, ami ebben a modellben konkrétan a szereplők egymás közti kapcsolatain, találkozásán keresztül jeleníthető meg. Annak az oka, hogy az irodalomban ez a kérdés eddig[38] nem kapott a fontosságának megfelelő figyelmet, az analitikus eredményekhez szükséges technikai nehézségekben keresendő.

Jelen fejezet célja, hogy több irányból megmutassuk ezen konkrét, keresési modell esetében, a gazdaság szerkezete milyen módon befolyásolja a kialakuló egyensúlyban a pénz működését, használatát. Sőt egy analitkus eredményt is mutatunk, amelyben a gazdaság szerkezete az egyensúly endogén változója. Vagyis konkrétan meghatározható, hogy a gazdasági szerkezet bizonyos változása miként hat a kialakuló egyensúlyra. Az általános eset egy olyan modell környezet lenne, amiben a szereplők találkozása két komponensből tevődne össze. Egyrészt egy fizikai, gazdasági környezet által meghatározott részből, másrészt pedig egy döntési változóból. Az alábbi elemzések egy ilyen modell elkészítéséhez vezető utat jelentenek. A fejezetben kétféle megközelítést mutatunk be, amely közelebb visz a találkozások egy differnciáltabb elemzése felé.

[38]Az elmúlt másfél évben 2 Econometrica cikk jelent meg a témában.

Elsőként azt az esetet vizsgáljuk, amikor a szereplők közti aszimmetrikus találkozási valószínűséget a szereplők populáción belüli súlya adja meg. Ehhez feltesszük, hogy a különböző típusok különböző “számban” vannak jelen a gazdaságban és a kialakuló egyensúlyt a szereplők populáción belüli súlyának függvényében vizsgáljuk. Erre az esetre analitikus eredményeket tudunk mutatni.

A második részben azt a kérdést vizsgáljuk, hogy miként függ a kialakuló egyensúly egy kötött találkozási szerkezettől. Itt nem csak a 3, de a 4 szereplős gazdaságokat is vizsgáljuk, hiszen ott kezdenek igazán szerepet kapni a talalkozásokra vonatkozó megszorítások. A találkozási mátrix modellbe illesztese nagyban nehezíti a kérdés analitikus elemzését, ezért elsősorban szimulációs eredményeket fogunk bemutatni.

3.7.1 Aszimmetrikus típus megoszlás

A diszkrét idejű modell során feltettük, hogy a tetszőleges típusú szereplők egymással azonos valószínűséggel találkoznak, mivel minden típusban azonos ‘számú’ ember van, azonos a szereplők mértéke. Most azonban azt szeretnénk vizsgálni, hogy mi történik akkor, ha vannak kitüntetett típusok, akikkel való találkozás kívánatosabb. Mivel minden típusból ugyanannyian voltak, így két típus egymással 1/3-1/3 valószínűséggel találkozott. Ha feltesszük, hogy a típusok aránya nem azonos, akkor automatikusan adódik, hogy minden típus különböző valószínűséggel találkozik egy tetszőleges másikkal. Vagyis az eddig alkalmazott egységes 1/3-os talákozási valószínűség helyett most 6 különböző valószínűséggel van dolgunk. Legyen $A = (a_1, a_2, a_3)$ rendre az I. II. illetve a III. típus aránya, ahol $a_1 + a_2 + a_3 = 1$.

Ezután vizsgáljuk meg, hogy az így megváltozott lehetőségek miként hatnak a kialakuló egyensúlyi arányokra, egyáltalán lesz-e minden esetben egyensúly. Mi az amit várunk? A megváltozott találkozási lehetőségek úgy hatnak, mintha a keresés költsége változott volna meg, hiszen ha azzal a típssal nő a találkozás relatív esélye, akivel nem tud cserélni a szereplőnk, akkor kénytelen tovább keresni, vagyis a számára fogyasztható jószág költsége magasabb lett.

Tekintsük először a fundamentális egyensúlyt! Ez nem jelent mást, mint hogy ellenőrizzük, hogy mikor állnak fenn egyidejűleg a $V_{12} > V_{13}$, $V_{21} > V_{23}$, $V_{31} > V_{32}$ egyenlőtlenségek. Az I. szereplőre nézve a Bellman egyenletek a következőképp alakulnak:

$$V_{12} = -c_{12} + \beta \left(a_1 V_{12} + a_2 \left[p_{21} \left(u_1 + V_{12}\right) + p_{23} \max \left(V_{12}, V_{13}\right)\right] + a_2 V_{12}\right)$$

$$V_{13} = -c_{13} + \beta \left(a_1 V_{13} + a_2 V_{13} + a_3 \left[p_{31} \left(u_1 + V_{12}\right) + p_{32} \max \left(V_{12}, V_{13}\right)\right]\right)$$

Amennyiben $a_2 = a_3$ és $c_{13} - c_{12} > \left(a_3 p_{31} - a_2 p_{21}\right) u_1 \beta$ akkor fennáll a $V_{12} > V_{13}$. A II. és III. szereplő fundamentális stratégiát játszik minden paraméter mellett. A megoszlásokra a z alapmodellnél már meghatározott átmenet mátrix felhasználásával adódik, hogy

$$p_{12} = p_{12} + a_3 p_{13}$$

$$p_{13} = \left(a_1 + a_2\right) p_{13}$$

$$p_{21} = a_1 p_{21} p_{13} + a_2 p_{21} + a_3 p_{21} p_{31} + a_3 p_{23}$$

$$p_{23} = a_1 p_{21} p_{12} + a_3 p_{21} p_{32} + \left(a_1 + a_2\right) p_{23}$$

$$p_{31} = p_{31} + a_1 p_{32} p_{13} + a_2 p_{32}$$

$$p_{32} = a_1 p_{32} p_{12} + a_3 p_{32}$$

Amiből pedig a

$$p_{12} = 1,\ p_{23} = \frac{1 - 2a_2}{1 - a_2},\ p_{31} = 1$$

egyensúlyi jószág megoszlások adódnak.

Vagyis az I. és a III. szereplő mindig csak 2. ill 1. jószágot birtokol, függetlenül az egyéb paraméterektől, ami megegyezik a szimmetrikus modellben kapott eredménnyel. ám a II. saját részesedésének függvényében tart 1. ill. 3. jószágot. Ez pedig azt jelenti, hogy az $a_2 \in (0, 1/2)$ intervallumon a II. szereplő az 1. jószágot annál nagyobb valószínűséggel tartja, minél nagyobb a szereplők közt a súlya.

Nézzük meg kicsit részletesebben, hogy mit jelent az I. szereplő stratégiájára vonatkozó feltétel! Az I. szereplő akkor fog fundamentális stratégiát játszani – feltéve, hogy a másik kettő is azt játsza – amennyiben az általa termelt ill. fogyasztott jószág raktározási költsége közti különbség elég nagy. Ha a feltételt az I. saját előfordulásának függvényeként írjuk fel: $c_{13} - c_{12} > \frac{4u_1\beta}{1-a_1}\frac{a_1}{1+a_1}$, akkor jól látszik, hogy minél nagyobb az aránya a többiekhez képest, annál nagyobb költségkülönbség teszi indokolttá részéről a fundamentális stratégiát.

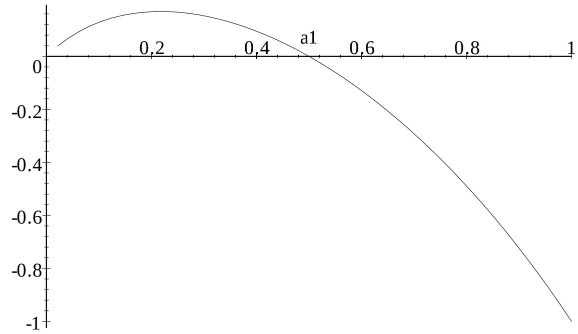
Tekintsük ezután, hogy a spekulatív egyensúly miként alakul, ha a szereplők aránya nem egyenlő. A spekulatív egyensúly ez esetben is annak a 3 egyenlőtlenségnek az együttes teljesülését jelenti, mint szimmetrikus esetben, vagyis a $V_{12} < V_{13}, V_{21} < V_{23}, V_{31} < V_{32}$, azzal a különbséggel, hogy a találkozási valószínűségeknél az $1/3 - 1/3 - 1/3$ helyett az a_1, a_2, a_3 valószínűségeket kell alkalmazni. Az így kialakuló egyensúlyi feltétel hasonlóan alakul, mint a fundamentális esetben, vagyis $V_{12} < V_{13}$ ha $a_2 = a_3$ és $c_{13} - c_{12} < (a_3 p_{31} - a_2 p_{21})\, u_1\beta$. A II. és III. szereplő pedig fundamentális stratégiát játszik minden paraméter mellett. Az egyensúlyi megoszlások azonban sokkal érdekesebben alakulnak. Legyen $a = \sqrt{-7a_1^2 + 10a_1 + 1} - 1$, ekkor

$$p_{12} = \frac{3a_1 + a}{8a_1}, p_{23} = \frac{5a_1 - a}{3a_1 + a}, p_{31} = 1 \tag{13}$$

ebből következően egyensúlyban a

$$\begin{aligned} c_{13} - c_{12} &< 1 - 2a_1 - (2 - 4a_1)\,\frac{-a_1 + a}{3a_1 + a} u_1\beta = \\ &= \frac{5a_1 - 10a_1^2 - a + 2aa_1}{3a_1 + a} u_1\beta \end{aligned}$$

A könnyebb áttekintés miatt rajzoljuk fel a spekulatív egyensúlyra vonatkozó feltételt!



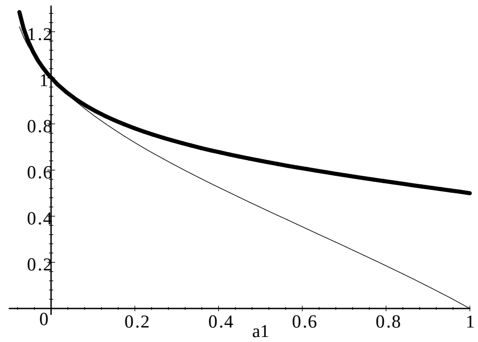
A spekulatív egyensúly feltétele

Tekintsük az I. szereplőt! Akkor fog egyáltalán spekulatív stratégiát játszani, amennyiben

$$c_{13} - c_{12} < \frac{5a_1 - 10a_1^2 - a + 2aa_1}{3a_1 + a} u_1 \beta$$

teljesül, ami az egyensúlyban csak akkor áll fenn, ha az $a_1 \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$. Vagyis a spekulatív egyensúly egy további feltétele, hogy az I. szereplő aránya a teljes populációban nem lehet nagyobb, mint a 1/2. Ugyanakkor a fenti feltétel azt is jelenti, hogy az I. szereplő hajlandósága a spekulatív egyensúlyra nagyban függ a saját populáción belüli súlyától. Amennyiben igen keves, vagy közel 1/2 az aránya, úgy igen kis költség különbség esetén hajlandó spekulatív stratégiát játszani, vagyis ez esetben a 2. és a 3. jószág raktározási költsége közel azonos, egyébként pedig nagyobb költség különbség esetén is vállalja a spekulatív stratégiát.

Ezután tekintsük, hogy különböző típusok milyen arányban tartanak különböző javakat! Az egyensúlyban az I. szereplő populációban képviselt arányának függvényében.



Egyensúlyi arányok a_1 függvényében

A vastag vonal jelzi p_{12} egyensúlyi értékeit, míg a vékonyabb vonal p_{21} értékeit.

Jól látszik, hogy minél nagyobb az I. szereplő aránya, annál nagyobb arányban fog az I. 2. jószágot tartani. Illetve a II. szereplőnél nagyobb arányban lesz 3. jószág, ha több I. szereplő van a gazdaságban. Ez teljesen plauzibilis eredmény, hiszen ha sok az I. szereplő, akkor velük találkozik nagyobb valószínűséggel, akik pedig tőle csak az 1. jószágot fogadják el, ami után a megtermelt 3. jószágra lassabban talál vevőt.

összegezve tehát az aszimmetrikus szereplő arányok mellett kialakuló tiszta egyensúlyokat,

1. fundamentális egyensúly alakul ki, ha $a_2 = a_3$ és

$$c_{13} - c_{12} > (a_3 p_{31} - a_2 p_{21})\, u_1 \beta = \frac{u_1 \gamma}{a_2} \frac{1 - 2a_2}{1 - a_2}$$

   akkor[39]

$$\mathbf{p}^* = (p_{12}, p_{23}, p_{31}) = \left(1, \frac{1 - 2a_2}{1 - a_2}, 0\right).$$

2. spekulatív egyensúly alakul ki, ha $a_2 = a_3$ és

$$c_{13} - c_{12} < (a_3 p_{31} - a_2 p_{21})\, u_1 \beta = \frac{2 - a - 2a_1^2 + a_1 a}{6a_1 - 2 + 2a} u_1 \beta$$

   ekkor $\mathbf{p}^*$ (13) szerint alakul.

[39]Jegyezzük meg, hogy $a_2 = 1/3$ esetén, ami egyben azt is jelenti, hogy minden szereplõ $1/3$ arányban van jelen, visszakapjuk az eredeti fundamentális egyensúly feltételeit, eredményét.

3.7.2 Endogenizált találkozások

Ebben a részben teszünk egy lépést a fentebb említett modell elkészítése felé, általánosabb találkozási szerkezet feltételezése mellett.

Miért akarjuk egyáltalán a találkozásokat függetleníteni a szereplők populáción belüli súlyától? A kereséselmélet arról szól, hogy szereplők a lehetőségeknek csak az eloszlását ismerik és ezen feltétel mellett hoznak döntést egy adott ajánlat elfogadásáról vagy elutasításáról. Az eredeti modellben ez az eloszlás a szereplők gyakoriságától függött. Ennek van relevanciája, hiszen ha mindenki egy olyan szereplővel akar kereskedni, aki maga 'egyedül' van, akkor ez mindenképp egy fizikai korlátot jelent. Ezért a cél, hogy a találkozások lehetőségét két tényezőből építsük fel. Az első (fizikai) a szereplők gyakoriságából, míg a második a szándékuktól függő komponens. Ennek a modellnek egy speciális esete az előző fejezetben vizsgált aszimmetrikus gyakoriság melletti találkozás. Ahol a találkozási valószínűség a szereplők számától függött (ennyiben ez a fizikai korlát része) másrészt pedig, bár ez nincs expliciten kimondva, mindenki ugyanakkora valószínűséggel akar egy tetszőleges másik típussal találkozni.

Először határozzuk meg formálisan, mit is értünk találkozáson[40] . Legyen A a szereplők halmaza, ezen definiálhatjuk a találkozási szabályt.

Definíció 4 *A találkozási szabály egy olyan bijekció* $\psi : A \rightarrow A$, *aminek ki kell elégítenie* $\forall i \in A$ *esetén, hogy* $\psi(\psi(i)) = i$, *vagy másképp* $\psi^2 = I$.

Szemléletesen ez azt követeli meg, hogy ha a találkozik b-vel, akkor b is találkozzon a-val. Jegyezzük meg, hogy ha ψ egy ilyen szabály, akkor a ψ függvény invertálható és $\psi = \psi^{-1}$. A legegyszerűbb ilyen találkozási szabály az identitás, vagyis $\psi(a) = a$ $\forall a \in A$. A $\psi(a)$ az a partnere a találkozáskor.

Definíció 5 *Egy találkozási szabály alapos, ha* $\nexists a \in A$ *amire* $\psi(a) = a$.

Vagyis senki nem találkozik magával, vagy kicsit plauzibilisebb úgy tekinteni,

[40] A következõkben nagyban támaszkodunk Aliprantis etc[2004]-re

hogy ha valaki kimarad a találkozásokból, akkor azt úgy vesszük, hogy saját magával találkozik. Tekintsük most a találkozási szabályok időbeli alakulását.

Definíció 6 *Találkozási mechanizmusnak hívjuk a* $\Phi = (\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3, ...)$ *sorozatot a szereplők* A *halmazán, ha*

1. $\forall t \geq 1$ esetén $\psi_t : A \to A$ találkozási szabály

2. $\psi_0 : A \to A$ az identitás, vagyis $\psi_0(a) = a \; \forall a \in A$.

A nulladik időszakban tegyük fel, hogy nincsenek találkozások, vagyis mindenki saját magával találkozik. A $P_t(a) = \{\psi_0(a), \psi_1(a), \psi_2(a), \psi_3(a), ...\psi_t(a)\}$ halmaz pedig értelemszerűen az a szereplőnek a t. periódusig vett partnereit jelöli. Amennyiben az összes partnereit tekintjük, vagyis $t \to \infty$, úgy

$$P(a) = \{\psi_0(a), \psi_1(a), \psi_2(a), \psi_3(a), ...\}.$$

Két szereplőnek, a-nak és b-nek közös partnere c, amennyiben $c \in P(a) \cap P(b)$, ami annyit tesz, hogy a múltban mindketten találkoztak c-vel. Ebből következik, hogy bevezessünk még egy jelölést.

Legyen $\Pi_t(a)$ a következő rekurzív formában megadva:

$$\Pi_t(a) = \Pi_{t-1}(a) \cup \Pi_{t-1}(\psi_t(a))$$

ez azon szereplők halmaza, akik a partnerei voltak, illetve a korábbi partnereinek partnerei, azok a partnerek akikkel a $t-1$. időpontbeli partnerei a $t-2$. időpontig találkoztak és így tovább. Ez $t = 1$-re annyit tesz, hogy $\Pi_0(a) = \{a\}$, vagyis csak az a van a halmazban, mivel addig csak magával találkozott. $t = 2-$re a

$$\Pi_1(a) = \Pi_0(a) \cup \Pi_0(\psi_1(a)) = \{a\} \cup \psi_1(a),$$

most már saját magán kívűl még az első időszaki partnere is benne van a halmazban. $t = 3-$ra

$$\Pi_2(a) = \Pi_1(a) \cup \Pi_1(\psi_2(a)) = \{a\} \cup \psi_1(a) \cup \Pi_1(\psi_2(a)).$$

Vagyis hozzájönnek még azok, akikkel ugyan maga nem, de a második időszaki partnere eddig találkozott.

Végezetül definiáljuk a szereplők közti lehetséges kapcsolatok erősségét.

Definíció 7 *Az A halmazon a Φ találkozási szabály:*

1. *jövőben gyengén anonim, ha $\forall a$ szereplőre, $\exists t$ időpont, hogy a t. időpont után a összes partnere különböző, vagyis*

$$P_t(a) \cap \left\{\psi_{t+1}(a), \psi_{t+2}(a), \psi_{t+3}(a), ...\right\} \subseteq \{a\}$$

2. *gyengén anonim, ha az összes partnere különböző egy tetszőleges szereplőnek, vagyis $\forall t \neq \tau$ esetén a $\psi_t(a) \neq \psi_\tau(a)$ feltéve, hogy $\psi_t(a) \neq a$.*

3. *anonim, ha minden szereplőre, aki találkozik valakivel valamely $t+1$. időpontban, nekik kettőjüknek a t.időpontig nincs közös partnerük, azaz $P_t(a) \cap P_t\left(\psi_{t+1}(a)\right) = \emptyset$*

4. *erősen anonim, ha $\Pi_t(a) \cap \Pi_t\left(\psi_{t+1}(a)\right) = \emptyset$.*

A fenti definíciók az anonimitás egyre erősebb fokait határozzák meg. A jövőbeni anonimitás megengedi, hogy a t időpont előtt akar többször is találkozzon ugyanazzal a szereplővel valaki, ám ez a t időpont után már nem lehetséges. A gyenge anonimitás csak az egyszeri találkozást engedi meg, így például hitelszerődések nem köthetőek ilyen rendszerben. Az anonimitás[41] azt jelenti, hogy semelyik pár nem fog közvetlen kapcsolattal rendelkezni. Gondoljuk arra, mikor a szereplők vevőkre és eladókra vannak osztva, ekkor soha nem fog két eladó vagy vevő találkozni egymással. Az erős anonimitás szerint még indirekt kapcsolattal sem fognak a párok rendelkezni. Ez egy teljes izolációt jelent a két szereplőre nézve, mind a múltbeli, mind a jövőbeli találkozásaikra nézve.

Corbae etc [2003] úgy módosítoták a keresési modellben a véletlen találkozásokat, hogy endogenizálják, vagyis döntési változóvá tették azokat. Ez maga nem egy különálló modell, inkább egy módszertani eszköz, így bátran használható több modellkörnyezet esetén is. Most azt a modellt vizsgáljuk részletesebben, amely a

[41] Ennek a bizonyítását lásd Alipratis

Kiyotaki-Wright[1989] módosítása és az árupénz kialakulására, annak endogén magyarázatára kereste a választ. Vagyis maradunk annál, hogy $A = [0, 1]$ a szereplők halmaza, a három típus egyforma arányban van jelen a populációban az idő pedig $t = 0, 1, \ldots, T$ diszkrét ebben a modellben. A fentiekben leírtak szerint tehát a találkozások leírhatóak a $\Psi = \{\psi_t\}$ hozzárendelési szabállyal. Ez a hozzárendelés minden időpontban egy olyan θ_t particiót hoz létre, amit egy vagy két szereplős koalícióként értelmezhetünk. Legyen Θ az összes ilyen partíciók halmaza. Feltesszük, hogy a találkozások típussal és nem individummal való találkozást jelentenek és a találkozás egyben a kereskedést is jelenti, vagyis ha i találkozik j-vel az egyben azt is jelenti, hogy a náluk lévő javakat kicserélik.

A modell egyetlen igazán új és sarkalatos pontja az egyensúly definiálása.

Definíció 8 *Egy $\Phi = (\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3, ...)$ bilatérális találkozási mechanizmus egyensúlyi, amennyiben minden időpontra és $(\theta_0, \theta_1, ...\theta_{t-1})$ találkozási történetre nincs olyan koalíció, amely jobban jár, ha eltér ettől, a következő értelemben: egy szereplő tud eltérni, amennyiben az autarkiát választja, illetve egy pár tud eltérni, ha egymással találkoznak, ahelyett, amit a Φ előírt számukra.*

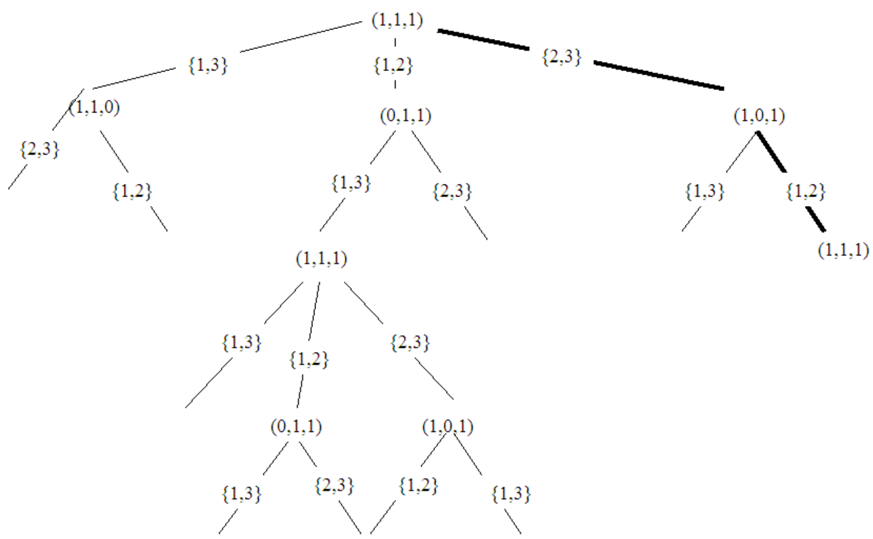
Nézzünk egy konkrét példát szemléltetésül! Legyen $A = \{1, 2, 3, 4\}$ és tegyük fel, hogy azt akarjuk ellenőrizni, vajon a $\theta = [\{1, 2\}, \{3, 4\}]$ egyenúly-e. Ellenőriznünk kell a lehetséges individuális eltéréseket, mint a $[\{1\}, \{2\}, \{3, 4\}]$ illetve a kétoldalúakat, mint a $[\{2\}, \{4\}, \{1, 3\}]$. De nem kell a kétszeres eltéréseket ellenőrízni, mint amilyen a $[\{1, 3\} \{2, 4\}]$.

Keressük azokat az időfüggetlen egyensúlyokat, amelyben az azonos típusok azonos módon viselkednek. így a lehetséges raktározási vektorok a

$$\Delta = \{(1, 1, 1) (1, 1, 0), ... (0, 0, 0)\}$$

halmaz elemei kell legyenek.

A következő ábrán látjuk a lehetséges kimeneteket. A gráf csúcspontjain a raktározási megoszlások vannak, míg az éleken az új állapotot létrehozó találkozás.



5. ábra

Megmutatható[42] , hogy az egyetlen egyensúly a $(1,1,1) \overset{2,3}{\rightarrow} (1,0,1) \overset{1,2}{\rightarrow} (1,1,1)$. Ami azt jelenti, hogy a $(1,1,1)$ állapotban a $\{2,3\}$ találkozik és cserél, így a $(1,0,1)$ állapotba kerül a rendszer, ahol a $\{1,2\}$ cserél.

Ez egy fundamentális egyensúly lesz, mivel raktározni csak az alacsonyabb költségűt hajlandók a szereplők. Amennyiben a véletlen találkozások alkalmával kapott eredménnyel összevetjük a fentieket, azt kapjuk, hogy a $c_3 - c_2$ különbség kisebb kell legyen, mint az irányított találkozások modelljében, valamint, hogy ebben a környezetben ez az egyetlen lehetséges egyensúly. A spekulatív egyensúly a Kiyotaki-Wright modellben a találkozások véletlen volta miatt alalkulhatott ki. Ennél a találkozási szerkezetnél semmi nem indokolja, hogy raktározzon egy drága jószágot, csak mert az a fogyasztási valószínűséget növeli. Corbae etc [2002] megmutatták, hogy ebben a modell környezetben is létezik a napfolt egyensúly, ám a Wright[1994] modell eredményeitől igen erősen eltérnek.

[42]Bizonyításd lásd Corbae etc (2003).

Annak ellenére, hogy Corbae etc (2003) ezt irányított találkozásnak hívja, ez a modell valójában csak egy nagyon pontosan meghatározott találkozási szabályt ír le. Az a része a találkozásoknak, hogy a különböző szereplőknek különböző a hajlandóságuk a találkozásra, igazából nem jelenik meg ebben. A találkozásoknak ez az új technikája nem jobb vagy rosszabb, mint a véletlen találkozásoké volt. Sokkal inkább az volt a céljuk, hogy megmutassák, hogy a modell eredményei mely feltételeken múlnak.

3.8 Szimulációs eredmény

Az első és legfontosabb kérdés, hogy mire akarjuk használni az alábbi szimulációs modellt. Utalnunk kell 4.2 alfejezetben elemzésre kerülő Polányi tanulmányra, amely azt tárgyalja, hogy a gazdaság integrációs formái mely 'gráftípusoknak' felelnek meg, illetve, hogy ezekben a különböző struktúrákban a pénznek mely funkciói kapnak feladatot. A jelen, keresési modell szimulációs vizsgálatával arra szeretnénk kísérletet tenni, hogy ha eleve megkötünk a szereplők közt bizonyos találkozási lehetőségeket, ismeretségeket, és ezáltal kialakítunk speciális gazdasági szerveződési mintákat, vajon milyen egyensúlyok alakulnak ki és egyáltalán érzékeny-e az egyensúly ezekre a mintákra? A fejezet elején erre sikerült analitikus eredményt mutatni, amikor az aszimmetrikus típus megoszlásra vonatkozó paraméter, vagyis a szereplők gazdasági súlya a modell egyensúlyának paramétere volt. De már ott jól látszott, hogy ez egy igen bonyolult és szofisztikáltabb kérdések esetén analitikusan nem megoldható feladat.

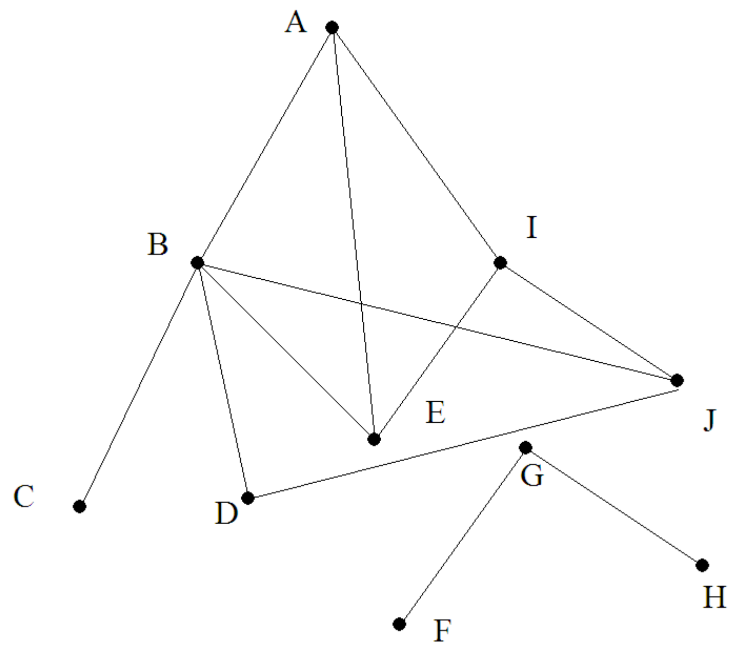
A találkozások előző részben tárgyalt halmazelméleti megközelítése után érdemes megnézni, hogy mindez mit jelent véges szereplő (típus) esetén gráfelméleti szemléletben, illetve a találkozási mátrix tulajdonságait illetően. Minderre azért van szükség, hogy elkészíthessük a modellhez a szimulációs futtatásokat. A szimulációs vizsálatok során a fenti definíció 6 némileg módosított változatából indulunk ki. Tegyük fel, hogy hogy adott $P(a)$ vagyis egy szereplő lehetséges partnereinek halmaza.

Vegyünk egy n pontú gráfot és legyenek behúzva azok az élek, amik két szereplő közt valamely időpontra megvalósulhatnak találkozásként. Meg kell jegyezni, hogy az előző halmazelméleleti leírás és ez a gráfelméleti nem lesz teljesen megfeleltethető egymásnak, mert a gráf éleire nem írjuk rá, hogy az időben mikori találkozást jelent. Vagyis ha $\exists t$, amire valamely $a \in A$ és $b \in A$ esetén fennáll, hogy $\psi_t(a) = b$, akkor az él be van húzva köztük. Egy szereplő partnerei azok, akikkel össze van kötve.

Azonban most is megfogalmazhatjuk az anonimitás, pontosabban az elszigeteltség különböző fokait. A leggyengébb fok, ha $b \notin P(a)$, vagyis a és b közvetlenül nem találkoznak. Amennyiben $P(a) \cap P(b) = \emptyset$, az azt jelenti, hogy nincs az a és b partnerei között sem kapcsolat. Vezessük be a szereplők közti távolság fogalmát, vagyis, hogy hány közvetítőn keresztül kerülnek kapcsolatba!

Definíció 9 *Valamely $a \in A$ és $b \in A$ szereplő egymástól legalább k találkozásnyira van, amennyiben a gráfban a köztük lévő legrövidebb út hossza k.*

Vagyis két szereplőnek, a-nak és b-nek közös partnere c, amennyiben c-n kereszül vezet út a-ból b-be. Nezzük meg először, hogy mit *nem jelent* ez a definíció.



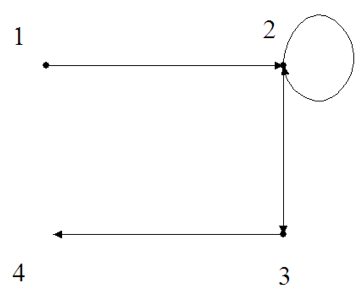
6. ábra

Nem jelenti, hogy csak ez a kapcsolat egyértelmű. Tekintsük a fenti gráfban A-t és E-t, a köztük lévő távolság kettő, de ez megvalósulhat mind B-n mind pedig I-n keresztül. Ugyanakkor azt sem jelenti, hogy ennél több találkozáson keresztül nem kerülhetnek kapcsolatba. Maradva A és E-nél, egy lehetséges út az $ABDGFE$ is.

Azt viszont jelenti a definíció, hogy ha két szereplő közt végtelen a távolság, vagyis nincs olyan találkozás sorozat, amelyen keresztül kapcsolatba kerülhetnek, akkor az a két szereplő el van szeparálva egymástól. így az $\{A, B, C, D, E, F, G\}$ és a $\{H, I, J, K\}$ halmaz elemei közt nincs sem közvetlen, sem közvetett kapcsolat, vagyis az így leírható találkozási mechanizmus erősen anonim, míg ha a $\{H, I, J, K\}$ részgráfot tekintjük, az anonim.

Most nézzük a találkozásokat mátrix szemléletben, és egyelőre általánosabban, irányított gráfokra mondjuk ki az állításokat.

Az M mátrix $(i.j)$ eleme jelentse azt, ha i akar találkozni j-vel.



7. ábra

Tekintsük például a fenti gráfot, amire az $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Állítás 10 *Az M^n mátrix (i,j) eleme azt jelenti, hogy az i.-ből hány pontosan n hosszú irányított út megy j.-be.*

Bizonyítás: *A bizonyítás teljes indukcióval történik.* □

Most térjünk vissza oda, hogy mi határozza meg, hogy egy adott időpontban, kik találkoznak. Az egyszerűség kedvéért statikus találkozási szabályt tételezünk fel.

Tegyük fel, hogy a piaci szereplőink között nem mindenki képes egymással találkozni. Például három szereplő, A, B és C esetén tegyük fel, hogy A csak B-vel és B csak C-vel találkozhat, de A és C között nem jöhet létre találkozás. Ennek sokféle oka lehet, például földrajzi elhelyezkedés stb.

Mint látni fogjuk, ez nagyban befolyásolja a kialakuló egyensúlyt. Vagyis a különböző gráfstruktúrák, másképpen fogalmazva gazdasági formációk a fenti modell egyensúlyának endogén változójává tehetőek.

Mielőtt azonban ebbe belemennénk, a következőt kell megértenünk. Az eredeti modellben a találkozásokat egy véletlen párosítással oldottuk meg. Ez azt jelenti, hogy ha az i-edik szereplő mértéke p_i, akkor az i-edik és j-edik szereplő $p_i p_j$ valószínűséggel találkozik. A probléma az, hogy amikor valaki a saját típusával találkozik, nem jöhet létre kereskedelem, azaz ez a rész kárba vesz és reálisan nem is történik meg. A találkozások nagy része azonban hasznos.

Mivel analitikusan nem tudjuk (egyelőre) meghatározni, hogy mi lesz az optimális találkozási szándék, ezért az első szimulációs vizsgálatban azt a kérdést vizsgáljuk, hogy különböző extrém találkozási struktúrák milyen egyensúlyokhoz vezetnek. Az előző részben bemutatott szimulációs modellhez hasonlóan járunk el most is, azzal a különbséggel, hogy egy új változót vezetünk be, találkozási szerkezetként. A gazdaságban típusonként 100 szereplő van majd működtessük a rendszert 1000 perióduson keresztül. Vagyis egyelőre a találkozásoknak a nem szándékolt részét szeretnénk vizsgálni, és megtartjuk azt, hogy minden típusban azonos számú szereplő van és a szereplők fundamentális stratégiát játszanak, vagyis mindenki az alacsonyabb raktározású jószágot preferálja, kivéve a fogyasztani kívánt jószágot, amit minden jószágnál jobban kedvel.

Ha azonban megkötjük a találkozási stuktúrát, és például az $A_1, \ldots, A_n$ szereplőnk találkozási gráfja egy egyszerű út (azaz A_i csak A_{i-1}-gyel és A_{i+1}-gyel találkozhat), akkor az eredeti véletlen párosításos modell már a szereplők nagy részét várhatóan kizárja a találkozásból. Emiatt érdemes egy, a gráftól függő realisztikusabb találkozási modellt is megvizsgálnunk. A realisztikus modell alatt azt értjük, hogy csakúgy, mint a tiszta véletlen modellnél, a találkozások valószínűsége a szereplők számának arányát követi, ugyanakkor nem veszi figyelembe azokat, akikkel úgysem lehet kapcsolatba kerülni és minimalizálja a passzív szereplők számát. Mint látni fogjuk, meglepő módon az új modell konstans erejéig ekvivalens lesz a régivel és a gráf aktuális struktúrája csak a konstanst változtatja meg.

A gráfelmélet nyelvén modellezve ez a következőképpen néz ki. Legyen G egy n csúcsú gráf E élhalmazzal és legyenek $p_1, \ldots, p_n > 0$ valós számok, úgy hogy

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

Szeretnénk minden p_i-t szétosztani az i-edik csúcsból induló élek mentén, és persze a találkozás mindig ugyanannyi ember között zajlik. Tehát keresünk olyan $q : E \to (0,1)$ függvényt, amire a következők teljesülnek:

$$\sum_{(i,j)\in E} q(i,j) \le p_i \ (1 \le i \le n)$$

azaz szétosztjuk a p_i-t az i-edik csúcsból induló élekre, és arányosan osztunk, azaz

$$\frac{q(i,j)}{q(i,k)} = \frac{p_j}{p_k} \ ((i,j),(i,k) \in E) \tag{14}$$

Az ilyen függvényeket elosztási függvénynek nevezzük. Ekkor a függvényhez tartozó inaktív szereplők mértéke

$$I(q) = \sum_{i=1}^{n} \left(p_i - \sum_{(i,j)\in E} q(i,j) \right) = 1 - 2 \sum_{(i,j)\in E} q(i,j)$$

lesz. Ezt szeretnénk minimalizálni.

Tétel 11 . *Tegyük fel hogy G összefüggő gráf. Legyen*

$$M = \max_{1 \le i \le n} \sum_{(i,j) \in E} p_j$$

és az (i, j) élre legyen

$$q(i, j) = \frac{p_i p_j}{M}$$

Ekkor a q elosztási függvény, $I(q)$ minimális és q az I egyetlen minimumhelye.

Bizonyítás: Könnyen látható, hogy q elosztási függvény, hiszen ha $(i, j), (i, k) \in E$, akkor

$$\frac{q(i, j)}{q(i, k)} = \frac{p_i p_j}{p_i p_k} = \frac{p_j}{p_k}$$

és $1 \le i \le n$ esetén

$$\sum_{(i,j) \in E} q(i, j) = \sum_{(i,j) \in E} \frac{p_i p_j}{M} = p_i \frac{\sum_{(i,j) \in E} p_j}{M} \le p_i$$

Vegyük most a következő függvények halmazát: legyen

$$L = \{f : E \to \mathbb{R} \mid q(i, j) p_k = q(i, k) p_j \ ((i, j), (i, k) \in E)\}$$

Könnyen látható, hogy L vektorteret alkot $\mathbb{R}$ felett.

Azt állítjuk, hogy L egydimenziós. Legyen $f \in L$ és tegyük fel hogy az (i, j) élre $f((i, j)) = 0$. Ekkor azt állítjuk, hogy az összes (k, l) élre $f((k, l)) = 0$. Csakugyan, legyen k egy olyan az i csúcshoz legközelebbi csúcs, amihez van olyan l csúcs, hogy $(k, l) \in E$ és $f((k, l)) \neq 0$. Ekkor a G gráf összefüggősége miatt i-ből k-ba vezet egy egyszerű út. Legyen ennek a utolsó k előtti csúcsa k'. Mivel k' közelebb van i-hez, mint k, a minimalitás miatt az összes k'-ből kiinduló él f-súlya 0, speciálisan $f((k', k)) = 0$. Ekkor azonban az L definíciója miatt $f((k, l)) = 0$, ami ellentmondás. Tehát f az azonosan 0 függvény és L legfeljebb 1 dimenziós. Mivel $q \in L$ nem azonosan 0, L pontosan 1 dimenziós, ahogy állítottuk.

Most tehát látjuk, hogy minden $f \in L$ függvény előáll mint a q függvény skalárszorosa. Az M definíciójából következik, hogy létezik olyan $1 \le i \le n$, amire

$$\sum_{(i,j) \in E} q(i, j) = p_i.$$

Tehát q minimalizálja az I inaktív szereplők mértékét és ő az egyetlen minimumhely. $\square$

Vegyük észre, hogy az eredeti párosításfüggvény megszorítása E-re szintén elosztási függvény. Tehát azt kaptuk, hogy az optimális elosztásfüggvény egy a gráfstuktúrától független függvénynek (az eredeti párosításfüggvénynek) a gráf éleire való megszorításának és egy a gráftól (és az eloszlástól) függő $1/M$ számnak a szorzata. Ez igazolja azt, hogy akármelyiket használhatjuk szimulációhoz vagy számoláshoz.

Tekintsük most a konkrét futtatások eredményét!

3.8.1 Három szereplő

Három szereplő esetén négy gráfot vizsgálunk meg; a teljes gráfot és azt a három, két élt tartalmazó gráfot, amit a teljes gráfból egy-egy él elhagyásával kapunk.

A, Teljes gráfban kialakuló egyensúlyt a fentiekben már analitikusan elemeztük, vagyis $p = (p_{12}, p_{23}, p_{31}) = \left(1, \frac{1}{2}, 1\right)$.

B, Az $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ találkozási mátrixban nem engedjük meg, hogy az I. és a III. szereplő találkozzanak, az így kialakuló egyensúly $p = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 1\right)$. Ez azért érdekes, mert a teljes gráfból pont azt az élt hagytuk ki, amelyen nem történik kereskedés. A III. szereplő tehát csak 1. jószágot tart, míg a II. kétszer akkora valószínűséggel tart 1. jószágot, mint 3.-at. Az igazán jelentős különbség, hogy az I szereplő mind 2. mind 3. jószágot tartja.

C, Az $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ találkozási mátrixban nem engedjük meg, hogy az I. és a II. szereplő találkozzanak, az így kialakuló egyensúly $p = (1, 0, 1)$. Ez nem jelent mást, mint hogy pontosan egy olyan élt hagytunk el, ami a kereskedés szempontjából nélkülözhetetlen. Enélkül a gazdaság megbénul, mert mit is jelent az egyensúlyi jószág megoszlás? Mindenki minimalizálja a veszteségét, azaz csak addig zajlanak kereskedések, amíg a kezdőkészletek tartanak, azaz a II. és a III. szereplő csak 1. azaz a legolcsóbb, míg az I. szereplő a számára legolcsóbb 2. jószágot tartja raktáron.

D, Az $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ találkozási mátrixban nem engedjük meg, hogy a II. és a III. szereplő találkozzanak, az így kialakuló egyensúly $p = (1, 1, 0.72)$. Ebben az esetben is megbénul a gazdaság, miután a kezdőkészlet elfogyott a II. szereplő kénytelen a 3. jószágot tartani, mert ő csak az I.-vel kereskedhet, aki tőle csak az 1. jószágot hajlandó elfogadni. Ezért a III. szereplőnél mindkét jószágból lesz, mivel az I. szereplővel csak annyi kereskedés valósul meg, ami a kezdőkészletéből tellik, így az összes 3.-as jószág átvándorol a III.-hoz, aki termel 1.-es jószágot. így mind az I. mind a III. szereplőnél a 2.-es jószág halmozódik fel.

A három szereplős gazdaság példája igen jól mutatja, fundamentalis stratégia korlátait és ugyanakkor annak a fontosságát, hogy a szereplők miként kerülnek kapcsolatba egymással.

3.8.2 Négy szereplő

Abban az esetben ha a 4 szereplős gazdaságokat vizsgáljuk, a lehetséges gráfok száma 50. Négy szereplő esetén a lehetséges összefüggő gráfok a teljes gráf, valamint azok, amelyekben legalább három él van. Itt a kialakuló egyensúly jellemzésére elvben elég egy nyolc elemű vektor, mivel a $p_{ii} = 0$ illetve $\sum_i p_{ij} = 1$, de a jobb áttekinthetőség kedvéért használjuk a 4x4-es mátrixot, $P = [p_{ij}]$. Ugyanakkor azt is látni kell, hogy a jelen elemzés szempontjából nem igazán fontos, hogy ha kialakul egy működő gazdaság, akkor abban pontosan milyen is lesz a javak eloszlása. Az igazán fontos, hogy egy adott szereplő valamely jószágot tartja-e egyáltalán. Képezhető a találkozási és az egyensúlyi megoszlási mátrixból egy 0-1-es kereskedési (T) mátrix. Ez a mátrix azt mutatja, hogy az adott gazdasági szerkezetben kialakuló egyensúly mellett két szereplő kereskedik-e egymással. A T mátrix is természetesen szimmetrikus lesz, a főátlóban csupa nulla elemmel, és a következő képzési szabály alapján definiálódik.

Jelölje t_{ij}, $m_{ij,}$ p_{ij} rendre a kereskedési, találkozási és raktározási mátrix általános elemét!

$$t_{12} = \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{12}p_{12}p_{21} = 0 \\ 1 & \text{különben} \end{cases}$$

$$t_{13} = \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{13}\left(p_{13}p_{31} + p_{13}p_{32}\right) = 0 \\ 1 & \text{különben} \end{cases}$$

$$t_{14} = \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{14}p_{14} = 0 \\ 1 & \text{különben} \end{cases}$$

$$t_{23} = \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{23}\left(p_{21}p_{32} + p_{23}p_{31} + p_{23}p_{32}\right) = 0 \\ 1 & \text{különben} \end{cases}$$

$$t_{24} = \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{24}\left(p_{21}p_{42} + p_{24}\right) = 0 \\ 1 & \text{különben} \end{cases}$$

$$t_{34} = \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{34}\left(p_{31}p_{43} + p_{32}p_{43} + p_{34}\right) = 0 \\ 1 & \text{különben} \end{cases}$$

Tekintsük például az I. és a II. szereplőre vonatkozó elemet! Ahhoz, hogy kereskedjenek két dolog kell, egyrészt hogy találkozzanak egyáltalán ($m_{12} = 1$) és hogy az I. szereplőnél legyen 2. ($p_{12} \neq 0$) a II. szereplőnél pedig 1. jószág ($p_{21} \neq 0$).

1. Teljes gráf $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ estetén a kialakuló egyensúlyban a javak megoszlása $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,38 & 0 & 0,62 & 0 \\ 0,62 & 0 & 0 & 0,38 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ az I. szereplő csak 2. míg a IV. csak 1. jószágot tartja magánál, vagyis csak azokat, amiket termelnek, épp ezért ők

nem fognak egymással kereskedni. Az 1. jószágot azonban mindenki tartja, így ez szolgál általános csereeszközként, vagyis mindenki úgy jut hozzá a fogyasztani kívánt jószághoz, hogy a termelőjének a csereeszközzel fizet.

2. Az öt élt tartalmazó gráfokra vonatkozó futtatás eredményét a következőkben teljes egészében bemutatjuk, mivel ezek igen sokat segítenek a szimuláció céljának megértéséhez.

$$
\begin{array}{cccc}
 & M & P & T \\
A & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
B & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 2/3 & 0 & 1/3 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 2/3 & 0 & 0 & 1/3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
C & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0,61 & 0,39 & 0 \\ 0,53 & 0 & 0,47 & 0 \\ 0,68 & 0 & 0 & 0,32 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
D & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0,77 & 0,23 & 0 & 0 \\ 0,97 & 0,03 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
E & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0,81 & 0,19 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0,79 & 0,05 & ,016 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
F & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,28 & 0 & 0,39 & 0,33 \\ 0,72 & 0 & 0 & 0,28 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

A, Abban az esetben, ha nem engedjük meg, hogy az I. és a II. szereplő találkozzanak, a kialakuló egyensúlyban mindenki azt a jószágot tartja, ami számára a legolcsóbb, így ennek az élnek a hiánya megbénítja a teljes gazdaságot. Ez egy nagyon sajátos egyensúly, mert ahelyett, hogy a maguk által termelt jószágok halmozódnának fel, mindenki költség minimalizáló stratégiát folytat.

B, Ha nem engedjük meg, hogy az I. és a IV. szereplő találkozzanak, az így kialakuló egyensúlyban a IV. szereplő csak az általa termelt jószágot tartja és csak a III. szereplővel kereskedik, míg az I. a II-al a II. pedig a III.-al is kereskedik. Ez egy olyan struktúrát eredményez, ami egy út, az I.-től a II.-on majd a III.-on keresztül a IV. felé.

C, Ha nem engedjük meg, hogy az I. és a III. szereplő találkozzanak, az így kialakuló egyensúlyban a IV. szereplő csak az általa termelt jószágot tartja és az egyensúlyi kereskedés az előzőhöz hasonló struktúrát eredményez, ami egy út, az I.-től a II.-on majd a III.-on keresztül a IV. felé.

D, Amennyiben a II. és a III. szereplő nem találkozhat, a kialakuló egyensúly azért érdekes, mert itt az előző két egyensúllyal szemben nem működhet az a természetes út, hogy mindenki továbbadja az általa termelt jószágot annak, aki épp fogyasztja. így ebben a gazdaságban megbénul a kereskedés.

E, Amennyiben a IV. és a III. szereplő nem találkozhat, a kialakuló egyensúlyban nem történik csere.

F, Amennyiben a II. és a IV. szereplő nem találkozhat a kialakuló egyensúly egy olyan struktúrát eredményez, ami egy út, az I.-től a II.-on majd a III.-on keresztül a IV. felé, ahol szintén az 1. jószág játszik általános csereeszköz szerepe.

3. Négy élt tartalmazó, összefüggő gráfok

A négy élt tartalmazó gráfok kétfélék lehetnek, (1) minden szereplő foka kettő, ekkor egy kör, vagy reciprok a gazdaság szerkezete. Három ilyen gráf van. (2) Valakinek három a foka, és valakinek egy, az ilyen gráfokból 12 van. Ezek a gráfok egy a centralizált gazdasághoz közeli struktúrát jelentenek, amennyiben van egy központi szereplő, akivel találkozhat mindenki és ezen kívül még egy kapcsolat.

Az I.-II.-IV.-III.-I.és a I.-III.-II.-IV.-I. olyan körök, amiben a kialakuló egyensúlyban nem történik kereskedés. Az I.-II.-III.-IV.-I. egy kör, amiben a kialakuló egyensúlyban a kereskedés az I.- II.- III. -IV.út mentén történik. Mivel az 1. jószágot használják általános csereeszközként, mindenki hozzájut a számára szükséges jószághoz.

Azok a gráfok, amik egy centralizált gazdasághoz közeli struktúrát írnak le, nagyrészt működésképtelenek. A lehetséges 12 gazdaságból 2-ben nem bénul meg teljesen a gazdaság. Abban az esetben, ha a II. a központi szereplő és a III. és IV. is találkozhatnak, kialakul egy egyensúly, amiben a csere az I.- II.- III. -IV.út mentén történik, illetve abban az esetben, ha a III. a központi szereplő és az I. és II. is találkozhat, szintén a fenti út mentén valósulhat meg csere.

4. Három élt tartalmazó, összefüggő gráfok

Ezek a gráfok kétfélék lehetnek; (1) centralizáltak, illetve (2) utak.

(1) A centralizáltság azt jelenti, hogy egy szereplőn keresztül valósul meg a csere, aki a központban van, ő közvetíti a többiek felé a javakat.

Abban az esetben, amikor az I. a központi szereplő és mindenki más csak vele találkozhat, a kialakuló egyensúlyban a gazdaság megbénul, mert az I. szereplő nem hajladnó magas raktározású jószágot tartani. Az I. és a II. szereplő csak 1. és 2. jószággal kereskedik, míg a III. és IV. szereplő közt az I. mindaddig közvetít, amíg az induló készletek ezt megengedik, majd miután az összes 4. jószág elfogy a készletéből, már 3. jószágot sem fogad el, míg végül csak az 1. jószágot hajlandó elfogadni, így csak 2. jószágot tartva magánál megbénul a kereskedés. Ugyanezen érvelés elmondható a többi gazdaság esetén is. Vagyis a centralizált gazdaságok közt nem találtunk működőképeset.

(2) Az út típusú gráfból 4!/2, azaz 12 féle gazdaság alakulhat ki. Ezek közül mindössze egy olyan gazdaság lesz, ami működőképes és nem meglepő, hogy ez az I.- II.- III. -IV. út.

Vagyis azt kaptuk, hogy a lehetséges 38 összefüggő gazdaságból mindössze 8 működőképes, amiből az egyik a teljes gráffal jellemzett.

3.8.3 öt szereplő

öt szereplő esetén a lehetséges gráfok száma 1024, amiből 728 összefüggő. Csak azokat vizsgáljuk részletesebben, ahol egyensúlyban kereskedés történik. Ehhez meg kell határoznunk a négy szereplőnél már használt szimmetrikus kereskedési mátrixokat. A mátrixot öt szereplő esetén a következő szabály szerint képezzük:

$$\begin{aligned}
t_{12} &= \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{12}p_{12}p_{21} = 0 \\ 1 & \text{különben} \end{cases} \\
t_{13} &= \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{13}\left(p_{13}p_{31} + p_{13}p_{32}\right) = 0 \\ 1 & \text{különben} \end{cases} \\
t_{14} &= \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{14}p_{14}(p_{41} + p_{42} + p_{43}) = 0 \\ 1 & \text{különben} \end{cases} \\
t_{15} &= \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{15}p_{15} = 0 \\ 1 & \text{különben} \end{cases} \\
t_{23} &= \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{23}\left(p_{21}p_{32} + p_{23}p_{31} + p_{23}p_{32}\right) = 0 \\ 1 & \text{különben} \end{cases} \\
t_{24} &= \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{24}\left(p_{21}p_{42} + p_{24}\left(p_{41} + p_{42} + p_{43}\right)\right) = 0 \\ 1 & \text{különben} \end{cases} \\
t_{25} &= \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{25}\left(p_{25} + p_{21}p_{52}\right) = 0 \\ 1 & \text{különben} \end{cases} \\
t_{34} &= \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{34}\left(p_{31}p_{43} + p_{32}p_{43} + p_{34}\left(p_{41} + p_{42} + p_{43}\right)\right) = \\ 1 & \text{különben} \end{cases} \\
t_{35} &= \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{35}\left(p_{35} + p_{53}\left(p_{31} + p_{32}\right)\right) = 0 \\ 1 & \text{különben} \end{cases} \\
t_{45} &= \begin{cases} 0 & \text{ha } m_{45}\left(p_{45} + p_{54}\left(p_{41} + p_{42} + p_{43}\right)\right) = 0 \\ 1 & \text{különben} \end{cases}
\end{aligned}$$

Mindösszesen 64 olyan gazdaság van, amiben az egyensúlyban kereskedés történik és a gazdaság nem bénul meg, ezek pedig a teljes gráf, egy 4 élt tartalmazó, 6 darab 5 illetve 9 darab élt tartalmazó, 15 darab 6 illetve 10 élt tartalmazó és 20 darab 7 élt tartalmazó gráf.

A teljes gráfban kialakuló egyensúly esetében a javak megoszlása a következő lesz, $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 2/3 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 2/3 & 0 & 0 & 0 & 1/3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Vagyis az I. és az V. csak a számára legolcsóbb jószágot tartja, míg a többiek kétféle jószágot tartanak, azt amit termelnek és az általános csereeszközként szolgáló 1. jószágot. Az egyensúlyban a csere itt is az I.-II.-III.-IV.-V. út mentén zajlik. Ha két szereplő cserél, az mindig a csereeszköz közvetítésével fog zajlani. Ebben az egyensúlyban tehát nem fog megvalósulni a szándékok kölcsönös egyezőségén alapuló csere, csak akkor ha az I. és II. találkozik.

Amiben a 64 gráf megegyezik, hogy mindegyiknek tartalmaznia kell a I.-II.-III.-IV.-V. útat. Ennek az oka, ahogy azt a teljes gráf esetén megjegyeztük, a szándékok kölcsönös egyezőségén alapuló csere hiánya. Vagyis ha a gazdaság nő és mindenki a költségminimalizáló stratégiát követi, akkor az általános csereeszköz szerepe egyre fontosabbá válik, mivel a cserék csak ennek a közvetítésével valósulhatnak meg. Ez azonban egyáltalán nem azt jelenti, hogy ezek a gazdaságok valójában megegyeznek egymással. Közelről sem! Tekintsük azt a még összefüggő mátrixot, amely a legkevesebb, 4 élt tartalmazza.

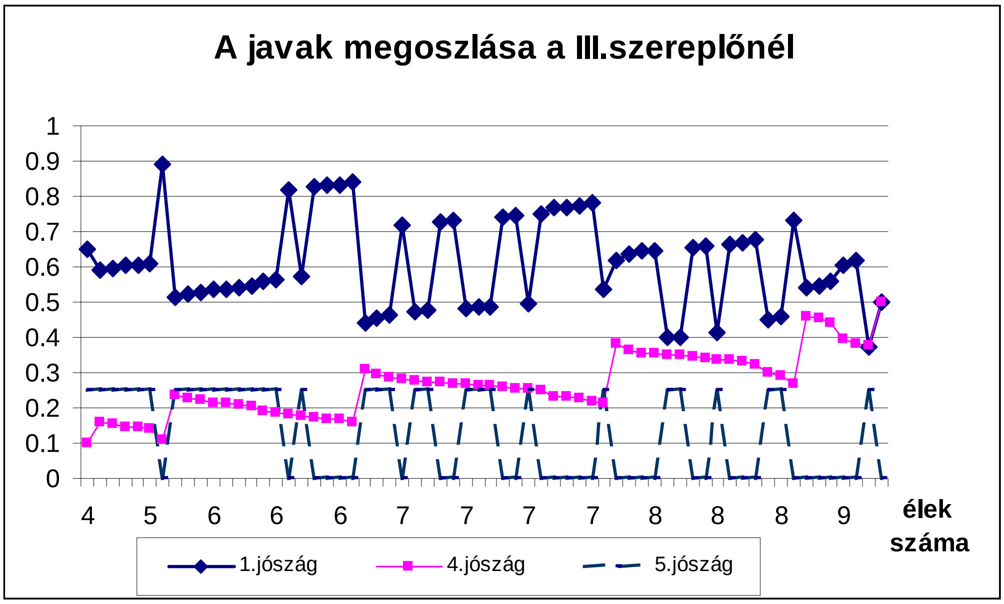
A teljes gráfhoz képest az $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ találkozási szerkezet tartalmazza a legtöbb megszorítást, hisz itt csak a fenti I.-II.-III.-IV.-V. út mentén találkozhatnak a szereplők, ugyanakkor azt várnánk, hogy a két gazdaság ugyanazt az eredményt hozza, hiszen pontosan az egyensúlyi kereskedések kapnak itt helyet. Az egyensúlyban azonban a javak megoszlása igen erősen eltér,

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \\ 0.36 & 0 & 0.139 & 0.25 & 0.25 \\ 0.65 & 0 & 0 & 0.1 & 0.25 \\ 0.91 & 0 & 0 & 0 & 0.09 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ennek az az oka, hogy azok a szereplők, akiknek a kezdőkészlete nem az azonnali cserére alkalmas jószág volt, azok nem tudnak résztvenni a gazdaságban, mert nem tudnak ezektől megszabadulni és így sokkal kevesebben lesznek képesek aktívan részt venni a gazdaságban, a szereplők 3/10-e ki van zárva a kereskedésből. Az I. szereplő például, akinek a készlete nem a 2. jószágot tartalmazta nem fog tudni belépni a gazdaságba, mert ő csak a II.-al találkozik, és köztük semmilyen csere nem lesz a 1. és 2. jószág kicserélésén kívül. Ebből két nagyon fontos következtetést vonhatunk le. Az első, hogy ebben a gazdaságban a jólét sokkal alacsonyabb, mint a teljes gráffal reprezentált esetben. Másrészt, hogy nem mellékes kérdés, hogy egy gazdaság miként indul el, azaz a kezdőkészletek megadása igen erősen befolyásolhatja a gazdaság egyesúlyát illetve a jólétet. Ennek a kérdésnek az elemzése nem tartozik a jelen dolgozat körébe, a modell továbbfejlesztésekor azonban érdekes szempont lehet.

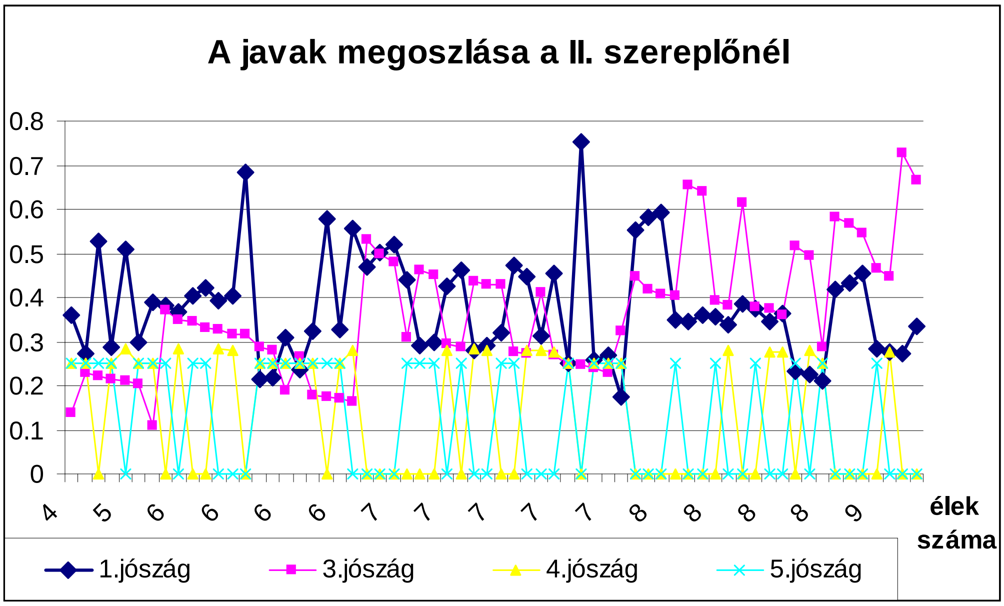
általánosságban elmondható még, hogy tekintet nélkül a gazdaság szerkezetére az V. szereplő minden esetben csak az 1., általa termelt jószágot tartja magánál. Ennek a magyarázata abban van, hogy a IV. szereplő viszont próbál megszabadulni az általa termelt, egyébként legdrágább jószágtól és így mindent elfogad, amit az V. szereplő felajánl cserébe.

A IV. szereplő viszont csak az általános csereeszközt illetve az általa termelt jószágot tartja. Ugyanakkor egyensúlyban a két jószág megoszlása már igen erősen függ a gazdaság szerkezetétől. A lehetséges találkozások számának növekedésével az egyensúlyban csökken az 1. és nő az 5. jószág tartásának aránya. Ennek az a magyarázata, hogy minél több valódi találkozás valósul meg, annál több csere és ezzel együtt a IV. számára fogyasztás realizálódik.



8. ábra

A III. szereplő esetében már nem ilyen egyszerű az egyensúly és a gazdaság szerkezete közti kapcsolat. Minden esetben csak az 1., 4., 5., jószágot tartja magánál. A legegyszerűbb az 5. jószág kerdése, mert abból vagy tart az egyensúlyban, akkor viszont igen nagy arányban, (0,25) vagy nem tart semennyit. Ez azért fontos kérdés, mert azok, akiknél az 5. jószág van, kikerülnek-e kereskedésből és így a gazdaságból. Vagyis ahogyan azt a 8. ábrán jól látni, minél több él, minél többféle találkozási lehetőség van, annál ritkább az az egyensúly, ahol a III. szereplők negyede inaktív. A 4. jószág aránya szintén egyfajta mértéke a sikeres cseréknek, hisz a III. ezt termeli, vagyis teljesen plauzibilis, hogy a gazdasági lehetőségek számával arányosan változik.



9. ábra

A II. szereplő esetében a fentiekhez igen hasonló magyarázat kapcsolható, a fő különbség az, hogy minél olcsóbb a szereplő által termelt jószág, annál hektikusabban viselkedik az 1. jószág aránya. Abban az esetben, amikor a gazdasági strukúra centralizált éa a II. szereplő a központi figura, akkor nála az 1. jószág vagyis az általános csereeszköz kiugróan magas arányban van jelen.

3.8.4 A modell továbbfejlesztése

A modell továbbfejlesztésére többféle út kínálkozik. A szereplők számának növelése a modell egy természetes folytatásának tűnik, ám a lehetséges gráfok számának gyors növekedése igen hamar áttekinthetetlenné teszi az eredményt.

Egy másik természetes út, hogy a 3.2 alfejezetben használt tanulási algoritmussal kapcsoljuk össze a modellt és vizsgáljuk a lehetséges más stratégiák mellett a kialakuló egyensúlyokat. Ennek természetesen nehézsége, hogy nem tudjuk analitikusan megmutatni, hogy a többi stratégia valóban optimális-e.

Egy érdekesebb útnak ígérkezik, amennyiben abból indulunk ki, hogy minden szereplő (típus) választ egy találkozási szándék vektort, vagyis meghatározza, hogy a többi szereplővel mennyire szeretne találkozni. Vagyis a tényleges találkozást két komponensre bontjuk, egy fizikaira és egy szándékra. Az $a(i,j)$ jelentse az i. szereplő számára a j. szereplővel vett talákozás súlyát.[43] Ekkor a $b(i,j) = a(i,j)\,a(j,i)$ természetszerűen jelenti a két típus találkozási valószínűségét. Az így kapott $B = [b(i,j)]$ mátrixot nevezzük találkozási szándék mátrixnak. Ennek van néhány nyilvánvaló tulajdonsága, mint a szimmetria, a főátlóban lévő nulla blokkok (mivel senki nem akar a saját típusával találkozni, hisz ugyanaz az izlésük). Itt figyelnünk kell arra, hogy elvben megengedjük, hogy valaki egyoldalúan megtagadjon egy találkozást ekkor a B mátrixba nulla kerül. Két kérdés merül fel ezzel kapcsolatban. Az első, hogyan határozzák meg, hogy mi az optimális találkozási vektor. A második, ami inkább technikai probléma, ha megengedjük, hogy ez a találkozási vektor aszimmetrikus legyen, akkor hogyan alakul ki a valódi találkozás. Elég, ha arra a szélsőséges példára gondolunk, hogy A egy valószínűséggel akar B-vel, míg B nulla valószínűséggel akar A-val találkozni. Az világos, hogy mivel nincsenek kitüntetett szereplők, így a döntési szabálynak szimmetrikusnak kell lennie. A találkozási szándékról mindenki csak maga dönt. így ebben nem kell a kölcsönösséggel foglalkozni, az csak a kereskedéskor kap szerepet. Tekinthetjük úgy ezt a találkozási szándékot, mint a döntéshozó egységnyi idejét, energiáját, amit szétoszthat a különböző típusok közt, hogy kivel mennyire szeretne találkozni. Az persze világos, hogy nem lesz optimális az a stratégia, ahol a szereplő csak azzal akar majd találkozni, aki az ő fogyasztási jószágát termeli. Nem szabad elfeledkezni arról, hogy mindenki tisztában van azzal, hogy az összes többi szereplő ugyanazon döntési szabály szerint hozza meg az optimális választását.

4. Gazdaságszociológiai megközelítés

A közgazdaságtan a módszertani individualizmus[44] talaján fogalmazza meg a cselekvések, jelenségek magyarázatát, vagyis mindent igyekszik visszavezetni az egyéni

[43] Ez persze a legegyszerûbb eset, ami finomítható azzal, hogy a stratégia függ attól hogy milyen jószág van nála, illetve a másiknál lévõ jószágról való információ. Az ugyanis világos, hogy egy szereplõ találkozási stratégiája nem pusztán attól függ, mit szeretne fogyasztani, hanem attól is, hogy mi van nála. Formálisan ez pillanatnyilag csak annyit jelent, hogy a szereplõ típusok száma nem a javak száma, azaz n, hanem $n(n-1)$.

[44] Lásd Elster (1984), illetve Hayek a kollektivizmus kritikájáról írt tanulmányait.

döntések szintjére. A pénz esetében ez azért problematikus, mert a pénz elválaszthatatlan az azt használó közösségtől. Erre a megállapításra a későbbiekben is sokszor fogunk támaszkodni. A konkrét feladat tehát az, hogy úgy integráljuk a társadalom, közösség szerepét, hogy az ne vonja maga után az egyéni döntések determináltságát.

A probléma egy lehetséges magyarázata, ha a pénzt nem szándékolt következménynek tekintjük. A nem szándékolt következmény Hayek[1967] "Emberi cselekvés, de nem emberi szándék következménye" című cikkében került bevezetésre – a cím maga elég pontosan megragadja a fogalom természetét. Ezek a következmények lehetnek mindenki számára pozitívak, mint a láthatatlan kéz Smith-nél, vagy negatívak (célellentétesek), mint amikor mindenki egyszerre ki akarja venni a pénzét a bankból, ami ezért csődbe megy, így aztán mindenki elveszíti betétjét. Weber "A protestáns etika és a kapitalizmus szelleme" című könyvét úgy is interpretálhatjuk, hogy a kapitalizmus részben a protestáns etika nem-szándékolt következményének tekinthető. Weber könyvében hangsúlyozza, hogy míg a pénz a gazdasági elszámolás legtökéletesebb, legracionálisabb eszköze, addig határozott társadalmi funkciókkal is bír. A kapitalizmus kialakulásában a pénz szerepe a vagyongyarapításban jelent meg, amelynek oka egyrészt a család jövőjének 'egoista' megalapozása volt, másrészt az aszketikus életmód, amely a protestantizmus uralkodó eszméje. Weber szerint ha működésbe lép a kapitalizmus szelleme, akkor az meg is teremti a maga számára szükséges pénzkészletet. A pénzhez való viszonyulást tehát szerinte gazdaságon kívüli tényezők befolyásolták, nevezetesen a vallás. Ezen gondolatmenet után természetes a kérdés, hogy a pénz nem tekinthető-e a kapitalizmus nem-szándékolt következményének.

Mint látjuk, a szociológiai szemlélet a pénz olyan szempontjait is megjeleníti, amelyek a közgazdaságtan látókörén kívül esnek, de erősen rá tartozóak. Ezért indokolt olyan inkább szociológiai megközelítéseket is figyelembe venni, amelyek a közgazdasági pénzfogalomra vonatkoznak.

Mi az alapvető különbség a közgazdaságtani és a szociológiai megközelítés között? A közgazdaságtan a pénzt speciális tulajdonságokkal rendelkező jószágnak tekinti, amivel bármi mérhető és bármit összemérhetővé tesz[45] . Egy ilyen univerzális mérőeszköz azonban nem szakítható el a közösségtől, ami használja. A szociológia válasza erre az, hogy a pénz alapvetően nem jószág, hanem társadalmi viszony. Ezért empirikus tapasztalatokból kiindulva, társadalmi közegbe beágyazottan és alapvetően kritikusan lép fel a közgazdaságtan pénzfogalmával szemben. A szociológiai szemlélet gyengéje, hogy nem fogalmazza meg a maga komplex pénzfogalmát, inkább szegmenseket ragad meg belőle. A válasz tehát jónak tűnik, de valójában csak elrejti az ambivalenciát, ahelyett hogy feloldaná.

Ezt az ambivalenciát (azt, hogy a pénz mint univerzális, működő értékelés egyben tárgy is) ez a dolgozat sem tudja feloldani, de elrejteni sem szándékozik, inkább elemezni törekszik azt. Mi ezért – az előző fejezetben meghatározott módon – akkor tekintünk egy adott jószágot pénznek, amennyiben az teljesíti az ott leírt funkciókat, és az összes többi definíciót és megközelítést, így a szociológiait is, ennek tükrében vizsgáljuk. Ugyanakkor olyan pénzfogalomra törekszünk, ami nem függetleníti a pénzt az azt használó közösségtől.

A következő két fejezetben kétfajta szociológiai megközelítést írunk le. Ezeket a megközelítéseket két alapvető szempont szerint lehet rendezni. Az első, hogy az adott elmélet megítélése szerint van-e különbség a primitív pénz illetve a mai, piaci pénz között. Itt az a furcsa helyzet áll elő, hogy a klasszikus közgazdászok és a kultúrálisszociológiai megközelítés hívei, akik amúgy erősen szemben állnak egymással, erre a kérdésre alapvetően mindketten nemet mondanak. Persze az, hogy szerintük nincs különbség a primitív pénz illetve a mai, piaci pénz között, korántsem jelenti azt, hogy a véleményük akárcsak hasonló lenne arról, hogy akkor mit is értsünk pénz alatt.

A másik szempont az, hogy mit tekintsünk alapvető gazdaságszervező motívumnak. A két lehetséges válasz a racionalitás illetve a társadalmi környezetet, presztízs és státusz. A klasszikus közgazdasági szemléletet, amit Adam Smith nevéhez kötődik, a dolgozatban nem tárgyaljuk elkülönülten, mivel elég közismert.

[45]Ennek alátámasztására elég a Nobel dijas G. Becker munkásságára utalnunk.

A szocio-kultúrális megközelítést Zelizer speciális pénzekről szóló munkái alapján vizsgálom.

4.1 Speciális pénzek

Zelizer speciális pénzekről szóló elmélete egy igen érdekes megközelítést nyújt és annak ellenére, hogy következtetései több helyen megkérdőjelezhetőek, a tanulmány mégis fontos, mert megközelítésének iránya segít, hogy a tézisben bemutatásra kerülő szemlélethez egy lépéssel közelebb kerüljünk.

Az a szemlélet, amely szerint kulturális tényezők határozzák meg hogy mi a pénz, mit és hogyan használnak pénzként, idegen a közgazdasági gondolkodástól. Zelizer pénzszemlélete kulturális perspektívából, mikroszinten fogalmazódik meg. A pénzt a nemi különbségek, egyéni értékek következményeként szemléli. A kulturális megközelítés általában antropológiai példákból indul ki. Az antropológusok számára ugyanis nyilvánvaló, hogy a pénz nem mentes a társadalmi, kulturális elemektől.

Az antropológia elismeri a pénzek minőségi különbségeit, lévén, hogy már megjelenésük is ezt erősíti meg. Például a pénznek neme van, azaz vannak nők illetve férfiak által használt pénzek. A modern pénz azonban fizikai formáját tekintve semlegességet sugall és úgy tűnhet, mintha csak mennyiségi különbséget hordozna. ám, állítja Zelizer, ez csak a látszat, valójában nem igaz, hiszen a pénzt megkülönböztetjük eredete és felhasználása alapján. Nem úgyanúgy kezeljük például azt a pénzt, amit a lottón nyertünk, mint amit fizetésként kaptunk, vagyis "Nem minden dollár egyforma"[46] .

A modern pénz eme jellegét a közgazdászok, de bizonyos szociológiai iskolák is figyelmen kívül hagyják, sőt tagadják. Ennek oka a piac szerepének értelmezése. A neoklasszikus elmélet szerint a piaci cserében a motivációt a haszonmaximalizálás jelenti, így a csere s a pénz is mentes kell legyen a kulturális hatásoktól.

Zelizer először a piaci pénz általa klasszikusnak nevezett felfogását elemzi, majd a

[46]Zelizer[1989] 285.o.

rejtett paradigmák felbontására tesz kísérletet, sajátos kulturális szempontból. Szerinte a közgazdaságtan számára annyira nyilvánvaló személytelen pénzfogalmat át kell értékelni. Erre pedig azért van szükség, és ami még fontosabb, lehetőség, mert a közgazdászok maguk sem ezt a pénzt tapasztalják meg, s azt a pénzt, amit a modellek szintjén képesek megjeleníteni, nem fogadhatják el mint piaci pénzt.

A jelentős különbség a közgazdasági pénz és a speciális pénzek megközelítése között abban ragadható meg, hogy a közgazdaságtan egy univerzális, minőségileg semleges piaci pénzt ismer el, amelynek funkciói, jellemzői kizárólag gazdasági szinten határozódnak meg. De maga a pénz képes rá, hogy állandóan új, gazdaságon kívüli dolgokat vonjon be az értékelésébe, úgy hogy azok nem hatnak vissza rá. Ezzel szemben Zelizer szerint a valóságban az általa speciális pénzeknek nevezett megközelítés érvényesül, vagyis a pénz a közgazdaságtan által feltételezettnél sokkal erősebb kölcsönhatásban van a társadalmi, kultúrális szférával úgy, hogy azok erősen visszahatnak használatára, likviditására, minőségére.

érdekes megfigyelni, hogy a fenti különbség hogy jelenik meg egy konkrét kérdés kapcsán. Weber a pénzhasználat tipikussá válásának következményei között említ olyan elemeket, amelyeket a közgazdaságtan a pénz funkciói és feltételei között szerepeltet, mint például hogy az egyéb gazdasági tevékenységek értékelése a pénz határhasznához igazodik. Ezt a közgazdaságtan egy magatartási követelménynek tekinti, a pénztől teljesen függetlenül. Zelizer viszont arra hívja fel a figyelmet, hogy a pénzben való értékelés kiterjedése még a nem gazdasági területekre is magából a pénz természetéből adódik.

Speciális pénzekről szerinte a közgazdaságtanban értelmetlen beszélni, hisz a pénz fő jellemzője, hogy egy van belőle. Az antropológiai kutatásokból világosan kiderül, hogy a primitív pénzeknek saját, jól meghatározott használati területei voltak, különböző átváltási formák tartoztak hozzájuk és rangsorolhatóak voltak vallási, erkölcsi szempontból. Ebben az értelemben ma tényleg *egy* pénz van. Minőségi különbségek pedig annyiban lehetnek, mint például az említett Micimackós csekk esetében, amely nem befolyásolja sem használatának területét, sem használójának egyéb döntéseit. Zelizer szerint azonban a pénz egyfelől gazdasági funkciókat tölt be, mint csereeszköz, másfelől viszont társadalmi és szent jelölőeszközként is funkcionál, és hibás az a megkülönböztetés, amit a közgazdászok a primitív, meghatározott célú pénz és a modern piaci pénz közé tesznek. A pénz a modern világ fejlődésében a társadalmi élet racionalizálásának meghatározó eszközévé vált, olyan eszközzé, amely a minőségi különbségeket végső soron mennyiségekké képes leképezni. Szerinte a piaci pénz is csak egyfajta, bár jelentőségében igen fontos speciális pénz. Ahogyan arra már utaltunk, a primítv kulúrákban a pénzeknek igen jól meghatározott kultúrális és társadalmi jellegzetességei voltak. Bizonyos pénzek csak bizonyos típusú kötelezettségek kiegyenlítésére voltak alkalmasak, míg számolni, vagy vagyont felhalmozni nem lehetett bennük. Problémát jelent azonban, hogy míg a primitív pénzek minőségi különbségei formailag is megjelentek, addig a mai pénz formája egységes [47] .

Ezen a ponton fontos megjegyezni, hogy Zelizer nem mondja meg pontosan, hogy mit tekint pénznek. Leginkább a meghatározott célra használható pénzt nevezi pénznek, attól függetlenül, hogy az milyen funkciókban működik. Ugyanakkor használja absztrakt számként, társadalmi viszony hordozójaként illetve konkrét tárgyként is. Magában véve ez még nem lenne probléma, de így a különböző szintek összecsúsznak. Ez pedig konkrétan abból adódik, hogy Zelizer nem különít el két dolgot egymástól; a pénz funkcióit illetve jellemzőit. Ezek összecsúsztatása nem csak hogy nem szerencsés, de meg is akadályozza őt abban, hogy a pénzhasználat általa megfigyelt igen sajátos tulajdonságait helyesen értelmezze. Amikor ugyanis Zelizer speciális pénzekről beszél, az azt jelenti, hogy a korábban meghatározott pénzfunkciók nem mindegyike

[47] Zelizer az elméletet egy empirikus elemzésre alapozza. A háztartási pénzek alakulását vizsgája a XIX-XX.századi USA-ban. Jellemzõ volt, hogy a munkásnõk sokkal szabadabban használhatták fel a háztartás fenntartására kapott pénzt, mint a felsõ rétegekhez tartozó asszonyok, akik bár magas számlákat hagyhattak, melyet aztán a férj kiegyenlített, de saját, szabadon elkölthetõ pénz nem állt rendelkezésükre. Megtörténhet tehát, hogy amikor formailag minden tulajdonsága mûködhetne a pénznek (családi pénz a készpénz rendeltetési helyére utal), mégis csak részfunkcióiban, speciális pénzként mûködik. Ekkor azonban az a feladat, hogy a pénzt használó közösség szerkezetét, viszonyait vizsgáljuk meg. Ez ugyanis arról mond el sokat, hogy a nõk és férfiak szerepe a gazdaságban és a társadalomban párhuzamba hozható.

áll fenn egyidejűleg, illetve hogy a pénzhasználat következményeként a pénz sajátos jellemzőket kezd el felvenni.

Egy helyütt[48] hivatkozik Marxra, aki szerint a társadalmi kapcsolatok, amelyek személyek közt valósultak meg a pénz által, dolgok közti anyagi viszonnyá változtak. Ezt a tulajdonságát a pénznek Zelizer a klasszikus közgazdaságtan 'szűklátókörűségébe' utalja. Holott talán éppen ebben van az általa is felvetett probléma megoldásának kulcsa. Amennyiben a gazdaság kiszakad a társadalomból (ahogyan ezt Polányi kapcsán a következő fejezetben részletesen tárgyaljuk) és saját maga hoz létre egy fenntartó intézményt, nevezetesen a piacot, akkor ott a saját törvényei fognak érvényesülni. Ez pedig komoly megrázkódtatást okoz a társadalomban. Mindaz, amit Zelizer a pénz kulturális jellegének tekint, nem más, mint a társadalom, közösség védekező reakciója erre a megrázkódtatásra. Ahogy meg is jegyzi egy helyütt, sokan igyekszenek a modern pénzt primitivizálni, különféle korlátozásokat állítva a forrásokhoz és felhasználási célokhoz. De ez csak személyes szinten, illetve egy szűk közösségen belül tehető meg.

Vegyük észre, hogy Zelizer pontosan abba a hibába esik, mint amit az utilitarialista közgazdaságtannak tulajdonít. Amíg a közgazdaságtan a múltat próbálta a modern közgazdaságtan fogalmaiba törni és értelmezni a gazdasági szándék túlhangsúlyozásával és ezzel egy torz történelemszemlélethez jutott, addig Zelizer sem vesz tudomást arról, hogy a piaci társadalom egy radikálisan új formáció és nem használhatóak rá a primitív társadalom leírására alkalmas fogalmak. Ugyanúgy hamis képet kap a jelenről, ha úgy kezeli, mintha nem történt volna semmi a primitív társadalmakhoz képest. Egyetlen megoldás létezik: a fogalmak újradefiniálása. Amikor Weber különbséget tesz a pénz funkciói illetve a piacgazdaságban tipikussá vált használatából eredő tulajdonságai közt, akkor teret nyit arra, hogy egy történelmi folyamat, nevezetesen a pénz és a gazdaság viszonyának alakulása szemlélhetővé váljon. Pontosabban az a törés válik szemlélhetővé, amiben a piacgazdaság, mint új gazdasági rendszer létre-

[48]Zelizer[1989] 346.o

jöttével a primitív és a modern pénz közti feszültség megjelenik.

Van azonban egy hely, ahol még a piaci pénz kapcsán is el kell ismerni, hogy nem csak mennyiségi, hanem minőségi jellemzőkkel is bír. Ez pedig a hamis pénz. Formailag, használhatóságát tekintve – feltéve persze, hogy nem Kossuth kerül az ezerforintosra – a hamis pénzt látszólag semmi nem különbözteti meg a valóditól. Eredetét tekintve pedig semmivel sem rosszabb, mint mondjuk az a pénz, ami adócsalásból, vagy a kereskedelmi partner megkárosításából származik. Látszólag. Ugyanis a törvény és a közvélemény is a hamisítást sokkal szigorúbban ítéli meg. A pénznek tehát van egy tulajdonsága, ami nagyon is társadalmi: valakik legitimmé tették. Valami tehát azért funkcionál pénzként, mert valamely hatalom azzá tette. A kormány kinyilvánította, hogy ezt a pénzt minden tartozásra el kell fogadni. De ma már senki sem gondolja, hogy ennek az adja az értékét, hogy aranyfedezet van mögötte. Tehát az a dollár, amit egy ügyes számítástechnikus "ad ki" semmivel sem értéktelenebb, mint amit a Federal Reserve. Mégis, a nem hamis pénz mögött ott áll a közösség bizalma a kormányban. Bár nagyon izgalmas lenne ezt a jelenséget tovább elemezni, a pénznek a jogrenddel való kapcsolatáról jelen dolgozat keretei közt nincs módunk foglalkozni.

Már maga az, hogy pénzekről beszélünk – így, többesszámban – implikálja azt hogy speciális, meghatározott rendeltetésű pénzekre, vagyis nem a piaci pénzre gondolunk. A piacgazdaságon kívül nem csak hogy lehetséges, de szükséges is speciális pénzekről beszélni. Ez utóbbiaknak a vizsgálatát, felismerését segíti, hogy fizikiai megjelenésükben különbözőek voltak. Ez nem mellékes, mert félreértés lenne a (mai, piaci) pénzt azért kulturális és társadalmi hatásoktól befolyásoltnak és így speciálisnak tekintenünk, mert a pénz úgy *is* képes viselkedni, mint a primitív pénzek. Ez így logikai hiba lenne, mert visszafelé az állítás nem igaz. A primitív pénzek ugyanis nem képesek piaci pénzként viselkedni. A mai gazdaságban is beszélhetünk speciális pénzekről, legfeljebb az elhatárolás oka nem (feltétlenül) gazdaságon kívüli ok. Hiszen például amit a közgazdaságtan pénzhelyettesítőknek hív (csekk, kötvény stb), javarészt azok is speciális pénzek. Gondolhatunk a különböző kuponokra is. így azt kell mondanunk, hogy amikor Zelizer speciális pénzekről beszél, ott nem a pénz a speciális, hanem a piaci pénz használata korlátozott. De a korlátozás nem a piaci pénz jellegéből, hanem a gazdasági környezet nem piaci voltából adódik. Ezzel eljutottunk oda, hogy a pénzfogalom újradefiniálását a gazdasági rendszerrel együtt kell elvégezni.

4.2 Szubsztantív gazdaságelmélet

Polányi[1957b] tanulmánya alapvető abból a szempontból, hogy rámutat a pénz fejlődésére és a pénzfunkciók egymástól független eszközként való megjelenésére és működésére mint például arra, hogy a történelem során nem ritkán a fizetési eszköz nem volt egyben elszámolási eszköz is. A pénzfunkciók eggyéolvadása a mai piaci pénzben a gazdasági egy adott fejlődési szintjének eléréséhez kötődik.

Másrészt Polányi – konkrétan a pénz kapcsán – a közgazdasági nyelv egy fontos visszásságát jeleníti meg, rámutatva arra a problémára, hogy maga a fogalomrendszer, amellyel a gazdaságot kívánjuk leírni, nem semleges, hanem nagyon erősen determinált a piacgazdaság jellemzői által, melyeket ezen nyelv használatával automatikusan, anélkül, hogy ennek tudatában lennénk, elfogadunk és használunk. Polányi szerint a mai piaci rendszer kiszakadt a társadalomból és ez az eltávolodás egyben a nyelvi problémák legfőbb oka is. Ahogy Kuhn[1984] fogalmaz, a mai történelemszemléletünkre jellemző, hogy "Mintha a szakmai közösség egyszerre csak átkerült volna egy másik bolygóra, ahol az ismerős tárgyak más megvilágítást kapnak és az ismeretlenekkel együtt jelennek meg... Amik a forradalom előtt kacsák voltak a tudós világban, azok utána nyulak lesznek." Ez a másik bolygó esetünkben a piacgazdaság. Spengler[49] azt írja, hogy gyakran a formai hasonlóságok arra vezetnek bennünket, hogy azt hisszük, a dolgok lényege is azonos. így lehet, hogy szerinte az antik pénzérme rendkívüli jelentését valójában nem értjük és csak a formát vettük át mint az emberiség egy közönséges vívmányát. Vagyis a korai, primitív kultúrák

[49]Spengler[1923] 699.o

leírásakor is a ma jellemző paradigmarendszer fogalmait használjuk. Ezáltal nem a valóság kerül leírásra, hanem az, ami ezen a szűrőn átjön, azaz egy a mai világképhez formált történelem.

Polányi a fogalmakat a gazdasághoz való viszonyukban értelmezte újra. A gazdaságot a társadalomba beágyazottan szemlélve azt találjuk, hogy az emberek gazdasági döntéseit, cselekedeteit nem pusztán a haszon illetve annak maximalizálása vezérli, hanem társadalmi intézmények, személyes kapcsolatok rendszerébe beágyazottan hozzák meg döntéseiket.

Polányi[50] integrációs formának nevezi azokat a srtukturális sémákat (azaz a redisztribúciót, reciprocitást és az árucserét) amelyek biztosítani tudják az adott gazdaság egységét, stabilitását, a gazdaság részeinek összekapcsolódását. A reciprocitás a szimmetrikus csoportok, míg a redisztribúció egy központból illetve a központ felé irányuló mozgásokat jelöli. A csere két szereplő közötti jószágáramlás, ahol a javak aránya lehet kialkudott vagy adott. Végül a piacgazdaság a piacok önszabályozó rendszere, amelyeket csakis az árak irányítanak[51] . Vigyázni kell azonban a csere és a piac kapcsolatával. A csere, de még a csere kiterjedt alkalmazása sem jelenti magában azt, hogy az adott gazdaság piaci alapon működne. A piacgazdaságot integráló csere csak a kialkudott arányú cserét engedi meg, míg a fix arány melletti csere előfordulhat mind a reciprok, mind pedig a redisztributív séma mellett. Az integrációs sémák kapcsán három dolgot fontos megjegyezni. Egyrészt ezek nem fejődési szakaszokat jelölnek – gondoljunk csak a XX században a háborús gazdaságokra, vagy az azt követő tervgazdaságra, ahol a redisztribúció jelentősége nem egyszer dominálta a piacgazdaságét. Másrészt fontos hangsúlyozni, hogy annak ellenére, hogy ezek az integrációs formák használhatóak az egyéni viselkedések leírására is, az egyének közti viselkedés csak akkor válik integrálóvá a gazdaság egészének szempontjából, ha a társadalomban jelen van az adott struktúra alapjául szolgáló szervezet. Vagyis például[52]

[50]Polányi[1957a] 149.o
[51]Polányi[1946] 57.o

az egyének közti reciprok viselkedés csak abban az esetben integrálja a gazdaságot, ha adva vannak a szimmetrikusan szervezett társadalmi struktúrák, mint amilyen a rokonsági csoportok szimmetrikus rendszere. Harmadrészt pedig, egy társadalomban egyidejűleg többféle sémát is találhatunk a domináns mellett. A redisztribúció és a reciprocitás azonban mindenképpen a primitív, korai társadalmak jellemző integrációs sémaja és a piacgazdasághoz akárcsak hasonló intézményrendszerrel a XIX század előttig nem is találkozunk.

Polányi szerint a piacok, vagyis azon intézmények, amelyeket az árak szabályoznak, nem kaptak jelentős szerepet az emberiség történetében. Ez nem jelenti azt, hogy nem léteztek, hanem csak azt, hogy a szerepük mellékes volt. Ez egy igen fontos tény, mert ellentmondani látszik annak a közgazdasági axiómának, hogy az ember a döntéseiben mindig is a hasznot hozó tevékenységekre törekedett. Ha azonban elvetjük azt a tételt, hogy az ember a haszon (nyereség) maximalizálásra törekvő lény lett volna mindenkor, akkor találnunk kell egy legalább ilyen súlyú mozgatórugót, ami magyarázatát adja a emberi cselekvéseknek egy adott közösségen belül. A történelmi, antropológiai kutatások erre azt a választ adják, hogy[53] "az ember gazdasága általában társadalmi kapcsolataiba van rejtve. Cselekedeteivel nem egyéni érdekeit védi az anyagi javak birtoklásában, hanem társadalmi igényeit, társadalmi előnyeit." Malinowski[54] azt állítja, hogy a szerzési vágynál sokkal erősebben motiválja az embereket a társadalmi kötöttségek szerepe. A vagyon pedig ugyan a társadalmi rang elengedhetetlen feltétele, de minél nagyobb vagyonnal rendelkezik valaki, annál több kötelezettségnek kell eleget tennie. Aki gazdag, az bőkezű is kell hogy legyen; a fukarság az egyik legsúlyosabb bűn. Vagyis mindaddig, amíg a társadalomban meglévő viselkedési módok a maguk helyén működnek, nincs szükség egyéni gazdasági inditékokra és a gazdaság, mint a társadalom függvénye működik.

A közvetlen árucserét, mint gazdasági viselkedést az teszi speciálissá, hogy a hoz-

[52] Polányi[1957a] 150.o
[53] Polányi[1946] 60.o
[54] Malinowski [1922] 62.o

zátartozó gazdasági séma képes egy önnálló intézmény, nevesen a piac létrehozására. Ez azért fontos, mert így a társadalom válik a gazdaság függvényévé és nem fordítva. Ugyanis a piac maga irányítja a gazdaságot, ami régen nem volt természetes. Vagyis míg korábban a gazdaság volt beágyazva a társadalomba, addig a piacok esetében a helyzet megfordul; a társadalmi viszonyok ágyazódnak be a gazdaságba. Ez azt eredményezi, hogy a társadalmi rendszernek kell alkalmazkodnia a gazdasági igényekhez, vagyis elértünk oda, hogy azt mondhassuk, a piacgazdaság nem lehetséges bármely társadalomban, csak azokban, ahol a társadalom alárendeli magát a gazdaságnak.

Ugyanakkor igen fontos szempont az, amit szintén a történeti, antropológiai kutatások eredményei mutatnak, hogy a piacok rendszere egyáltalán nem hajlamos a korlátlan terjeszkedésre. Itt kapcsolódunk vissza eredeti kérdésünkhöz, a pénzhez. Ugyanis ez az érvelés nem csak a piacokra, hanem a pénzre is vonatkozik. "A piacok vagy a pénz megléte illetve hiánya nem hat szükségszerűen egy primitív társadalom gazdasági rendszerére" . Ez azért igen fontos megállapítás, mert cáfolja azt a vélekedést, hogy a pénz a piaci folyamatoknak valamiféle katalizátoraként működött volna. Vagyis hogy a pénz megjelenése az addig csak körülményes, esetleges cseréket megkönnyítve utat nyitott a munkamegosztás fejlődésének, ahogy ezt Smith híres példájában a cipészek és pékek kapcsán megjegyzi. Az a természetesnek tűnő feltételezés, hogy a gyakori cserék pusztán a dolgok hatékonysági szempontjait figyelembe véve a piacok kialakulásához vezetnek, nem fedi a valóságot. Mindaddig, amíg a társadalomban a domináns integrációs forma nem a kialkudott áron való csere, addig ezek a gazdaságban is csak mellékes szerepet kapnak. Sőt, azt találjuk, hogy a primitív társadalmakban kifejezett törekvés volt/van a piac korlátozására a társadalom védelmének érdekében. A kutatások sokkal inkább azt látszanak alátámasztani, hogy a piacok kialakulásában nem az embereknek a csere iránti olthatatlan vágya, illetve a helyi piacok kialakulása jelentette a döntő mozzanatot, hanem a távolsági kereskedelem.

A piacgazdasággal határozottan új viszony jött létre a gazdaság és a közösség, társadalom közt. Simmel[1973] azt állítja, hogy a pénzgazdálkodás illetve a pénz kiterjedt használata az egyén szabadságának kiteljesedéséhez vezet. Ezen a ponton érdemes tisztázni, hogy mit is ért Simmel szabadság alatt, pontosabban mikor tekint egy embert szabadnak. Az ember szabadsága szerinte abban az esetben nő, ha a kötöttségek egy meghatározott mással szemben csökkennek. Vagyis nem pusztán a kötöttségek csökkenéséről van szó, sőt bizonyos esetekben az ember szabadabbá válhat még akkor is, ha az objektiv kötöttségek nőttek. A rabszolga, aki egy meghatározott személyhez kötődik kevésbé szabad, mint a bérmunkás, akit adott esetben sokkal keményebb kötöttségek terhelnek, pusztán azáltal, hogy utóbbi dönthet arról, hogy kinek tartozik munkával. Mindez még akkor is igaz, ha egy ilyen döntés meghozatala a bérmunkást rosszabb helyzetbe hozza. Ezért lehet igaz, hogy a modern kor embere, akit sokkal több kötöttség tart fogva, Simmel szerint szabadabb, mint az a primitív törzsi ember, aki csak nagyon kevés személlyel volt kötöttségi viszonyban. A modern munkamegosztással az emberek egymással való viszonyukban csak meghatározott feladatokon keresztül, személytelenebbül kerülnek kapcsolatba.[55]

A szolgáltatás szabadsága a kötelezettség és a személyiség különválásában jelenik meg, amely folyamatban a pénz a kötelezettség kiegyenlítésekor a személyiséget mintegy helyettesítve az egyén kötöttségeit csökkenti.

Az nyilvánvaló, hogy Simmel is elismeri a modern és az archaikus közösségek közti lényegi különbséget. Sőt abban is egyet lehet érteni vele, hogy ennek lényege az egyén és a közösség viszonyának felbomlása. De vegyük észre, hogy az, amit Simmel a szabadság kiteljesedésének nevez, ugyanaz, mint amikor Polányi[56] a szerződési szabadság elvéről beszél, ami az addig uralkodó rokonsági, vallási stb. kapcsola-

[55]Erre egy gazdaságtörténeti elemzés szolgáltat alapot, amelyben azt vizsgálja, hogy a szolgáltatások teljesítésének, kötelezettségek formaváltozásának milyen hatása van az egyéni szabadságra, abban a tekintetben, hogy a szolgálatra jogosultnak milyen körre terjed ki a hatalma, a szabadság-kötelezettség különbözõ szintjeit különböztethetjük meg. Az elsõ szinten a kötelezettség magára a szolgálat teljesítõre vonatkozik (rabszolgaság). A következõ szinten már csökken a befolyás, ekkor már csak a teljes munkaerejükkel vagy 'mértéktelen' teljesítendõ szolgáltatással tartoznak, majd késõbb bizonyos mennyiségû, arányú beszolgáltatással (tized). Ennek a szintnek a legvégsõ formája, amikor a kötelezettség egy abszolút mennyisége kerül rögzítésre. A harmadik szinten a szolgáltatás teljesítése pénzben történik. Ennek jelentõs hatása van a termelésre, mivel nem köti meg annak szerkezetét. Ennek a legfejlettebb változata, amikor a teljesítés egyszeri, egy összegben történhet.
[56]Polányi[1946] 210.o

tok alkalmazásával szemben előtérbe került. Amikor a gazdasági kérdések, döntések a közösségtől függetlenül születnek, vagy másként fogalmazva, amikor a gazdaság kiszakad a társadalomból.

Meg kell tehát különböztetni azokat a társadalmakat, ahol az árszabályzó piac szerepe nem volt meghatározó azokétól, ahol ez volt a domináns integrációs forma. Ezen elhatárolás mentén a pénz egy új megközelítéséhez jutunk, amely szubsztantív megközelítésben független a piacoktól. Polányi a pénzt[57] úgy definiálja, mint bármely kvantifikálható tárgyat, melyet a csereeszköz, fizetési eszköz, értékmérő funkciók valamelyikében (egyben vagy többen) használnak fel. Visszautalva a korábbiakra, jelen dolgozatban megkülönböztetjük a (piaci) pénzt, amely minden pénzfunkcióban használható azoktól, amelyek csak bizonyos funkciókat látnak el. Ez utóbbiakat nevezzük speciális pénznek.

A pénz funkcióinak meghatározását Polányi a weberi terminológiával analóg módon végzi. A fizetési eszköz kapcsán azonban van egy igen jelentős különbség. A fizetési eszköz funkció esetében megszüntetendő kötelezettség kapcsán ma valamely gazdasági kötelezettségre gondolunk, ám igen fontos, hogy ez korábban egyáltalán nem így volt. Kötelezettség keletkezhetett valamely bűn elkövetése, valamely szakrális rítus kapcsán is. Amennyiben a pénznek, mint kvantifikálható tárgynak a fizetési eszköz funkcióban való használatáról beszélünk, a kötelezettségek alakulásának következő történelmi szakaszait különböztethetjük meg. A keletkezett kötelezettségek igen specifikusak, ilyen lehet valamely vétség, vagy a leánykérés is. Ekkor még nem a mai értelemben vett fizetés történik, mert a kötelezettség teljesítése a megfelelő minőségű cselekedettel történik, hiányzik a fizetés mennyiségi jellege. A következő lépésben megjelenik a fizetés kapcsán a kvantifikáció; korbácsütések, böjtnapok stb. Fontos, hogy nem azért szűnik meg a vétség, mert a bűnös gazdasági értelemben szegényebb lesz, hanem mert tarsadalmilag, szakrálisan veszít presztízséből. A fizetés akkor kap gazdasági jelentést, amikor a teljesítés valamely kvantifikálható jószágban

[57] Polányi[1957b] 191.o.

történik, mint rabszolgák, áldozati állatok stb. Azonban még ez sem a hagyományos értelemben vett tranzakció, mert a kötelezettség igen gyakran nem egy konkrét személlyel, hanem az ősökkel, istenekkel szemben keletkezett.

Igen fontos, hogy a primitív társadalmakban a fizetés valamely becses dologgal történt, amely esetenként csak arra volt jó, hogy birtokolják, vagyis szó sincs róla, hogy feltétlenül valamely csereeszközt használtak volna e célra. Az, hogy a fizetési és a csereeszköz két különböző dolog lehet, ma elég meglepőnek tűnik. Hogyan lehet fizetni valamivel, ami aztán nem alkalmas a cserére? Mi okunk lenne elfogadni az ilyen pénzt, hogy aztán esetleg sohasem tudjuk használni? Mi adja akkor az értékét, hogy a kötelezettséget mégis ellentételezi? Ehhez ismét csak ott találjuk meg a választ, hogy a fizetés, egy kötelezettség teljesítése nem feltétlenül gazdasági céllal történik, mint ahogy a leggyakoribb fizetési szituáció a mennyasszonyváltság, vérdíj, sarc. A fizetési eszköz sokkal inkább a vagyonnal, a kinccsel van összefüggésben. Ennek az a már említett tény az oka, hogy a primitív közösségekben nem a gazdasági, hanem a társadalmi kötöttségek szerepe jelentős, a státusz a közösségben betöltött pozició. így például egy dolog azért használt/ használható fizetésre, mert a puszta birtoklása növeli az adott személy presztízsét. Erre igen jó és meglepő példa a Malinowski által vizsgált kula-közösség. Az új Guinea keleti részén fekvő Trobriand szigeteken kétféle (szoulava, mwali) árucikk ‘utazik' ellentétes irányban, utaztatásuk célja nem kereskedelmi, hanem a javak puszta birtoklása és egymásra való cseréje. A javak mozgása egyébként nagyon szigorúan szabályozott, amely szabályok a közösségben meglévő szimmetrikus csoportok helyzetéből adódnak. A kulakereskedelemben résztvevő szereplők egyébként nincsenek tudatában az általuk működtetett rendszerrel a maga teljességében, mindenki csak a saját helyét és szerepét ismeri benne. Ezeknek az egyébként kagylóból készült tárgyaknak elsődleges célja a rítusokban való használatuk, időleges birtoklásuk és ahogy Malinowski írja, szerepük leginkább az európai koronázási ékszerekhez hasonlíható. Erre a csererendszerre épül rá, mintegy másodlagosan a használati javak teljes cseréje, kereskedelme.

A fizetési és cserefunkció közti kapcsolat hiányára egy másik intézmény is magyarázatul szolgálhat, ez pedig a terményekben történő pénzügyi elszámolás rendszere. Ezt olyan társadalmakban találjuk, ahol a redisztribúció a domináns integrációs forma, mint például az igen fejlett gazdasági rendszerrel rendelkező egyiptomi újbirodalom esetében. A termények hatalmas méretekben történő raktározása, beszedése és elosztása a javak elszámoló illetve fizetési eszköz funkcióját teszi szükségessé. így alakulhatott ki[58] egy, a mai banki utalványozásához sokban hasonlító rendszer az újbirodalomban anélkül, hogy a pénzérmékhez hasonlító rendszer valaha létezett volna. A bankokat[59] pedig, amelyek már ebben az időben a templomokban léteztek pontosabb lenne kasszáknak hívni, mert funkciójukat tekintve pusztán a redisztributív rendszer elősztási viszonyait szolgálták.

A különböző módokon funkcionáló speciális pénzek használatához tipikus integrációs formák kapcsolhatóak hozzá. A fizetési eszközként funkcionáló pénzhez a reciprocitás, az értékmérőként vagy elszámolási eszközként való használathoz a redisztribúció. A redisztribúciót szolgáló pénzzel szemben nyilvánvaló követelmény, hogy mérni tudja, mennyi jószág kerül be a központba, illetve mennyi kerül ki onnan. A pénz csereeszköz funkciója az, ami miatt a mai pénzt igazán 'pénznek' tartjuk, és ahogy a korábbiakban már utaltunk rá, a csereszköz funkció kialakulását a piaci cserék és az emberek csere iránti olthatatlan hajlamának eredményeként szokás tekinteni. Ez a logikát azonban nem támasztja alá a történelem [60] . A csereeszköz használata sokkal inkább a külkereskedelemmel függ össze, mint a mindennapi cserékkel. A tranzakciók néhány speciális árucikkre vonatkoztak s ez a specializáció hozta létre a csereeszközöket.

Az archaikus társadalom nem ismert "általános rendeltetésű pénzt". A pénz a korai társadalmakban[61] sohasem vált el attól, hogy konkrét anyag legyen, nem képviselt elvont értéket. A pénz konkrét formája, mennyisége jelezte a minőségi (társadalmi, státusz) jellemzőket. Ennek az az oka, hogy a piacgazdaság előtti gazdaságok di-

[58]Spengler[1923] 707. o
[59]Spengler[1923] 710.o
[60]Polányi[1957b] 201.o
[61]Thurnwald[1932]

rekt módon működtek, és a mai univerzális pénz nem létezett, ha volt valamilyen pénz, az mindig konkrét formában jelent meg, mint például a kagylópénz.[62] . Ezek a pénzek azonban nem cserélhetőek tetszőlegesen bármely más jószágra. Spengler[63] azt állítja, hogy a pénzérme tisztán antik jelenség, amely a 'testi' pénzben való gondolkodás jelképe. így a vagyon is készpénzkészletet jelent és például a földbirtokhoz semi köze. Amikor a gazdaság számára a fellelhető aranykészlet már nem elégséges, akkor válik a rabszolga 'pénz helyettesítővé'. A rabszolgák nem személyek, hanem dolgok voltak, így pénzként lehetett ő ket tekinteni. Az antik ember számára a földérték és a pénzérték közti viszony pontosan úgyanúgy nem létezett, mint a pénzérték és az esztétikai javak közti viszony s így a földnek nem volt napi árfolyama A modern és a primitív pénz megkülönböztetése tehát az univerzális illetve meghatározott rendeltetés megkülönböztetése. A modern pénz az összes pénzfunkcióban egyidejűleg működik, míg a primitív pénz ebben a tekintetben nem egy pénz, mivel a különböző funkciók fizikailag többféle tárgyban jelennek meg. Sőt úgy tűnik, mintha kifejezetten korlátozták volna egy univerzális pénz kialakulását. Minden pénznek megvolt a maga használati területe. Ez nem csak annyit jelent, hogy értékmérésre mást használtak, mint csereeszközként, hanem azt is, hogy adott esetben attól függően, hogy minek, milyen nagyságrendű dolognak az értékét mérték, használtak más és más jószágot a mérés egységeként.

A pénzfunkciók elkülönült tárgyakban való megjelenése[64] igen jól mutatható be Hammurabi Babiloniájában. A járadékok, bérek, adók fizetése árpában történt, míg az elszámolási eszköz az ezüst volt. Az '1 sékel ezüst= 1 gur árpa' árfolyam egy kötött érték volt, és csak kivételes esetekben (kiemelkedő terméshozam), ünnepélyes kihirdetéssel került megváltoztatásra. Vagyis az árpa ára nem a piac, a kereslet-kínálat

[62]Felmerül a kérdés, hogy milyen megfontolás tette a kék anyagdarabokat, kavicsokat értékjelzõvé. A jelen dolozatban nincs módunk kimerítõ választ találni, ám egy érdekes, a közgazdasági szemlélettel nehezen összeegyeztethetõ vélemény álljon itt.

[63]Spengler[1923] 699.o
[64]Polányi[1957b]

által határozódott meg, hanem igen szigorú hatósági szabályozás vonatkozott rá. Bizonyos mértékig minden termény (olaj, datolya, gyapjú) csereeszközként működött, de egyik sem lett kitüntetett pénz. Sőt, azt hogy bármelyik kitüntett szerepben pénzzé váljék, kifejezetten korlátozták olyan intézkedésekkel, mint például a vert pénz hiánya, a tranzakciók dokumentálása. Igen jellemző, hogy a tranzakciók speciális javakra vonatkoznak, és nincs köztük utalás termények egymás közti cseréjére.

A XVII. századi dahomey-i, tradicionális társadalom monetáris rendszere hasonló a babiloniaihoz. A kagylópénz minden funkcióban alkalmazott volt. értékmérőként használták még a rabszolgákat; például a vagyon nagyságanak, a hajók által fizetendő vám illetve a sarc mérésekor, de csak az utóbbinak a fizetése történt rabszolgában. Csereeszközként a kagylópénzen kívül még az aranypor volt használatos[65] .

A pénzfunkcók elkülönült pénzekben való megjelensére a XX. századi magyar gazdaságtörténetben sem ismeretlen. A Tanácsköztársaság alatt például a Postatakarékpénztár kibocsátott inflációs nyomást nem jelentő bankjegyeket, amit azonban kizárólag más törvényes pénzjegyekre való átváltásra lehetett használni, semmi egyébre. Ez csak egy volt az akkoriban megjelent mintegy 4-500-féle szükségpénz közül, melyek erősen korlátozottan látták el funkcióikat. Egy másik példa arra, hogy egy nem piacgazdasági időszakban a gazdaságban egyszerre több pénz van forgalomban, a második világháború utáni időszak. 1946-ban a magas infláció miatt bevezették az adópengőt. A bankbetétek, a hitelek, az adóbevételek mind adópengőkre, a bolti árak, valamint a munkabérek valorizálás nélküli pengőre szóltak, s a fizetési forgalmat is ebben bonyolították. Az adásvételeket azonban részben már dollárban és tört aranyban is végezték. A munkabéreket és az árakat továbbra is pengőben állapították meg, azok reálértékének alakulását a szabadpiacra bízták.

Kornai[1993] a szocialista rendszer állami vállalati szférájában működő pénz szerepéről megmutatja, hogy az jelentősen eltér attól a szereptől, amit a pénz piaci koordinációban játszik. Ezt a puha költségvetési korlátok kapcsán fejti ki. Egy előadása

[65] További példák találhatóak még szép számmal Thurnwald[1932] 251.o-265.o

során azt mondta, hogy ha a puha költségvetési korlátokat expliciten meg akarjuk jeleníteni a modellekben, akkor az a Walras törvényt kérdőjelezné meg. Itt talán megint a koordinációs mechanizmus a magyarázat.

A különböző pénzek megjelenése, elkülönült használata azonban nem csak a funkciók mentén történhet, hanem egyéb társadalmi, szociologiai dimenziók mentén is, például nemek, mennyiségek mentén. A Rossel szigetek tradicionális társadalmában az alacsonyabb értékű érméket kifejezetten a nők használták. Az egyik Carolin szigeten (Yap) a nők kék kagyló fűzéreiket, míg a férfiak a nagyobb kavicsokat használták pénz gyanánt.

Vagyis sokkal inkább azt lehet mondani, hogy a mai univerzális pénz, ami a XIX. század előtt nem igen létezett, egy igen új és sajátos találmány. A piaci rendszer maga után vonta, hogy a gazdasági szereplők individuumok lettek, akik időleges kapcsolatban vannak egymással, szemben azokkal a piac előtti társadalmakkal, ahol a közösség szerepe volt a meghatározó, vagyis ahol a szereplők nem csak az adott gazdasági tranzakció miatt kerültek kapcsolatba. A modern gazdaságnak és ezzel együtt a pénznek ez a megközelítése pedig azzal a következménnyel jár, hogy a gazdasági szereplők személyes kapcsolata nélkül is megvalósulhat a csere. Visszatérve Simmel terminológiájához, a gazdasági kapcsolatok személytelenségük, anonimitásuk folytán az egyéni szabadság lehetőségeként jelennek meg, s a szabadság teljesebb kibontakozását a gazdasági élet objektiválódásával, elszemélytelenedésével lehet elérni. "A pénz tökéletesen alkalmas hordozója az ilyen (értsd anonim) viszonyoknak, mert létrehoz ugyan kapcsolatokat az emberek közt, de az embereket mégis ezeken kívül hagyja; pontos egyenértéke a dologi szolgáltatásoknak, de jelentős egyenértéknélküliséget mutat az ezekben rejlő egyéni és személyi vonatkozásokkal" [66] .

Ez itt egy nagyon érdekes pont, mert azt találjuk, hogy abban Simmel és Polányi is egyetértenek, hogy a piacgazdasággal az egyén kiszakad a közösségből, de ennek a ténynek az értékelése már nem egy objektív, eldönthető kérdés, ez a személyes

[66] Simmel[1973] 71.o

értékelés helye[67] .

[67] Simmel szerint ez egy pozitiv folyamat, amely a szabadság kiteljesedése felé vezet, míg Polányi szerint ez a gazdság túlzott fontosságát eredményezi.

5. összegzés

Ha egy közgazdasági modellben egy jószágról meg akarjuk mutatni, hogy pénz, akkor először definiálni kell egy gazdasági környezetet, amelyben aztán működni fog. Annak az oka, hogy nincs egységes pénzmodell, éppen ebben a tényben keresendő. Láttuk, hogy a külöböző integrációs formákhoz különböző speciális pénzek tartoztak. Ez azonban nem csak ebben az irányban igaz. Azok a modellek, amelyekben például elszámolási eszköz van, gondolok itt például az általános egyensúlyelméletre, egy centralizált gazdaságot írnak le. Van egy központ, ahol az igények és a lehetőségek találkoznak és a fontos kérdés az elosztási arányok meghatározása. Egy ilyen gazdaságban a domináns integrációs forma a redisztribúció. Persze lehet az ilyen modelleket piacgazdaságnak hívni, de ez megint csúsztatás. Vagyis pénzről csak a piacgazdaságon belül lehet beszélni.

Az, hogy a pénz kapcsán nem hagyható figyelmen kívül a közösség, nem azt jelenti, hogy a pénz nem tekinthető jószágnak, vagyis hogy inkább társadalmi viszonyként, intézményként kellene szemlélni. Csak annyit jelent, hogy az őt használó közösségről adott esetben igen sokat mond el, illetve, hogy kialakulása nem pont úgy vizsgálandó, mint például az alma kialakulása. A pénz sajátsága pont abban van, hogy használatával a gazdaság szerkezetéről is beszélünk egyúttal. Az érdekes kérdés inkább az, hogy mi teszi a pénzt olyan sajátos jószággá, hogy képes társadalmi és gazdasági viszonyokat jellemezni. érdemes ismét hangsúlyozni, hogy önmagában nem az határozza meg, hogy valami pénz vagy nem, hogy milyen formában jelentkezik, ugyanakkor bármely tárgy válhat pénzzé, ha a körülmények úgy hozzák.

A fentiekben felsorolt problémákat két ok miatt tartom igen fontosnak. Először, mivel a fogalmak pontos meghatározása magában is igen fontos kérdésekre hívja fel a figyelmet, hiszen a nyelv, amit használunk, igen erősen befolyásolja gondolkodásunkat és feltehető kérdéseinket. Azt gondolom, hogy a tudományos forradalmak egyik oka a meglévő fogalmak által nyújtott tér szűkössége. Az új problémák megfogalmazására teret kell nyitni, amit az új fogalmak teremtenek meg. Elég ha csak a hasznosság, az intézmények, az információ fogalmának megjelenésére gondolunk, illetve az általuk létrehozott új területekre. Ez azonban még nem feltétlen meggyőző érv egy praktikus gondolkodású közgazdásznak, mivel a fenti érvelés csak azt jelenti, hogy az új fogalmakra szükség van, de nem indokolja a meglévők elemzését, hiszen a felmerülő zavarok csak tudományfilozófiai szinten jelennek meg

A másik ok teljesen praktikus: pontos definíciók nélkül az absztrakt modellezés nem működhet. Nem elfogadható például, hogy pénznek nevezzünk valamit, ami csak egy-két pénzfunkcióval rendelkezik. A matematikai modellek esetében ugyanis nem könnyű a fent említett funkciók együttes megjelenítése[68] . Ez viszont azt sugallja, hogy nem is pénzt, hanem pénzfunkció(ka)t modellezünk.

Rocheteau G.- R. Wright[2005] összehasonlított három gazdasági szerkezetet, amelybe a pénz beépíthető: a kompetitív, árelfogadó egyensúlyt, a kereséselméletet és a kompetitív keresést. Nem mellékesek a kapott eredmények, vagyis a különböző modellekben megjelenő hatékonysági különbségek, de ami igazából a cikk érdeme, hogy megmutatja, a piac, mint környezet definiálása mennyire erősen befolyásolja az egyensúly természetét és így segít abban, hogy meg tudjuk különböztetni, hogy valójában a modell eredményei mely feltételekből eredeztethetőek.

Ez tehát azt az érvelést támasztja alá, hogy a pénz kapcsán nem az az egyetlen kérdés, hogy mely funkciókban működik, hanem hogy kik közt, milyen gazdasági környezetben. Vagyis a pénz modellezésekor sokkal erősebb hangsúlyt kell fektetni a gazdasági környezet, a szereplők közti interakciók meghatározására.

[68]Én magam egyáltalan nem ismerek ilyet, sõt még szándékot sem.

6. Függelék

6.1 Dinamikus programozás

A következőkben a dinamikus programozás diszkrét, detereminisztikus változatát tekintjük át, mivel a dolgozatban valójában szereplő sztochasztikus Kiyotaki-Wright modell igen könnyen determinisztikussá tehető. A dinamikus programozás mint technika akkor kap szerepet, amikor a szereplő(k) végtelen vagy nem ismert időtávra hozzák meg haszonmaximalizáló döntésüket.

Tekintsük át a fogalmakat és jelöléseket, amelyeket a következőkben használunk és hogy ezek miként jelennek meg a konkrét modellben.

- X állapottér, az állapotváltozók (x_i) halmaza, általában $\mathbb{R}^n$ részhalmaza, esetünkben ez a jószágok halmaza, pontosabban, hogy egy adott szereplőnél milyen jószág van.

- $\Gamma : X \to P(X)$: a lehetséges feltételeket megadó leképezés, vagyis az x pontban $\Gamma(x)$ az állapotváltozó lehetséges értékeinek halmaza, azaz az x állapotból a $\Gamma(x)$ halmazban lévő állapotokba lehet továbbhaladni. A modellben ezt a leképezést az ún. átmenet mátrix jelenti, amelyet az adott szereplőre jellemző termelési és fogyasztási függvény határoz meg.

- $F(.) : graf(\Gamma) \to \mathbb{R}$, $graf(\Gamma) = \{(x, y) : y \in \Gamma(x), x \in X\}$: az F függvény két egymásutáni állapothoz rendel egy számot. Az $u_{ij}(t)$ átmenet hasznosság, azt jelenti mekkora azonnali hasznossága van annak ha az i. szereplő szert tett a t. periódusban a j. jószágra.

- $\overline{x} = (x_0, x_1, .., x_m, ..)$: az állapotváltozók sorozata, az adott szereplőnél lévő jószágok

- $\pi(x_0)$: azon $\overline{x}$ állapotváltozók sorozata, melyekre fennáll $x_{i+1} \in \Gamma(x_i)$ $i = 0, 1...$, azaz a megvalósítható utak, vagyis milyen jószággal léphetett be a szereplő a t. időpontba.

- β diszkonttényező, két időszak közti hasznosság átváltási arányát jelenti, így feltehető, hogy $\beta \geq 0$. A modell specifikálásától függően néha az $\beta = 1/1 + r$ kifejezés felhasználásával az r alkalmazása a természetesebb.

Tekintsük először a szuprémum feladat formális változatát

$$\sup_{\overline{x} \in \pi(x_0)} \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t F(x_i, x_{i+1}) \right] \quad x_0 \in X \text{ adott} \tag{15}$$

Az ehhez kapcsolodó funkcionál egyenlet pedig a következő formában írható fel:

$$v(x) = \sup_{y \in \Gamma(x)} \left(F(x, y) + \beta v(y) \right) \ \forall x \in X \tag{16}$$

A következőkben megteremtjük a kapcsolatot a fenti két probléma megoldása közt. Először azt vizsgáljuk meg, hogy a szuprémum feltétel mely esetben jóldefiniált.

Feltétel 1. $\forall x \in X \quad \Gamma(x)$ nemüres.

Ez csak annyit követel meg, hogy minden megvalósítható út kiértékelhető legyen az F függvény illetve a β diszkontráta használatával.

Feltétel 2.$\forall x_0 \in X$ és $\overline{x} \in \pi(x_0)$-re a $\lim_{n\to\infty} \sum_{t=0}^{n} \beta^t F(x_t, x_{t+1})$ létezik, bár lehet plusz illetve mínusz végtelen is.

Ez a feltétel természetesen fennáll, ha az F függvény korlátos illetve a $\beta \in (0,1)$. Annak az elégséges feltétele, hogy mind a Feltétel 1, mind pedig a Feltétel 2 teljesüljön például az, ha F függvény alulról vagy felülről korlátos illetve a $\beta \in (0,1)$. Egy másik elégséges feltétel, hogy $\forall x_0 \in X$ és $\overline{x} \in \pi(x_0)$-re létezik olyan $\theta \in \left(0, \frac{1}{\beta}\right)$ és $0 < c < \infty$, hogy $\forall t$ esetén $F(x_t, x_{t+1}) \leq c\theta^t$.

Amennyiben mind a Feltétel 1, mind pedig a Feltétel 2 teljesül, úgy a lehetséges utak halmaza nem üres illetve F jóldefiniált. Most definiálhatjuk a $v^* : X \to \overline{\mathbb{R}}$ szupremum függvényt

$$v^*(x_0) = \sup_{\overline{x} \in \pi(x_0)} \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t F(x_i, x_{i+1}) \right]$$

érdemes megjegyezni, hogy míg v^* mindig egyetlen (amennyiben a feltételek fennállnak) addig a funkcionál egyenletnek lehet nulla, egy vagy akár több megoldása is.

Tétel 12 *Legyen* X, Γ, F *és* β *adott oly módon, hogy mind a Feltétel 1, mind pedig a Feltétel 2 teljesüljön, ekkor a* v^* *függvény kielégíti a* (16)*-t.*

A tételnek a megfordítása némi megszorítás mellett fennáll, és azt mutatja meg, hogy ha v^*az egyetlen megoldása a funkcionál egyenletnek, akkor az kielégít egyfajta korlátosságot.

Tétel 13 *Legyen* X, Γ, F *és* β *adott oly módon, hogy mind a Feltétel1, mind pedig a Feltétel2 teljesüljön. Amennyiben v függvény megoldása a* (16)*-nek és kielégíti*

$$\lim_{n\to\infty} \beta^n v(x_n) = 0 \ \forall x_0 \in X \ \text{és} \ \overline{x} \in \pi(x_0) \tag{17}$$

úgy $v^* = v$*.*

A tétel azonnali következménye, hogy a funkcionál egyenlet legfeljebb egy megoldása elégíti ki a (17) feltételt. ■

6.2 Kereséselmélet

A 3.1 alfejezetben elemzésre kerülő modell a kereséselmélet alkalmazásán alapszik. A klasszikus keresési probléma[69] a következő. Fix k költség fizetésével a kereső jogot szerez egy $F()$ eloszlásból származó véletlen mintára. Az $F()$-ből húzott dolgok – nevezzük őket lehetőségnek – a kereső értéke. A lehetőség értéke ugyanabban az egységben van meghatározva, mint a keresés k költsége pénzben vagy hasznossági egységben.

Minden húzás után a keresőnek két lehetősége van; megtartja, azt amit kapott, vagy fizet k-t és újabb lehetősége van húzni az $F()$ eloszlásból. A profit, amit a kereső realizál, véletlen változó, amelynek az értéke függ mind az $F()$ eloszlástól, mind pedig attól a döntéstől, hogy elfogadja vagy elveti-e az adott lehetőséget. Az alkalmazott stratégia a profit várható értékét határozza meg. Az optimális döntési szabály, ami igen gyenge feltételek mellett már létezik, maximalizálja a profit várható

[69] A keresésről szóló korai munkákat, Stigler [1961] írása inspirálta, amely a szereplők keresési döntését modellezte és következtetéseket vont le az információ értékéről és a súrlódásos munkanélküliség természetéről. A későbbi cikkekben a szekvenciális alku elemzése, a kereső sze-replők közti interakció elmélyíti a verseny természetéről való tudásunkat.

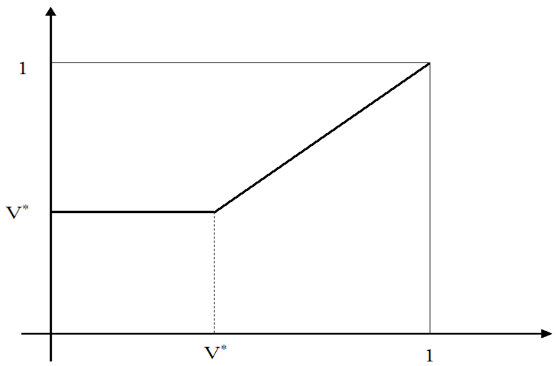
értékét. Meg kell persze jegyezni, hogy bizonyos esetekben a profit csak negatív lehet, például ha valamely dolog legalacsonyabb áron való megvásárlása a cél. Ez esetben természetesen a veszteség minimalizálása az optimális szabály.

Legyen V^* a kereső profitjának várható értéke, ha optimális stratégiát követ. Világos, hogy a kereső soha sem fogad el olyan lehetőséget, amelyiknek az értéke kisebb, mint V^*. Ha nem fogadja el a lehetőséget, akkor ugyanabban a helyzetben van, mint az a kereső, aki újonnan kezd: várhatóan V^* profitot szerezhet. Az időzítés olyan, hogy a keresési költség azonnal, a haszon azonban csak a következő időszakban jelentkezik és a kereső β diszkont faktor mellett számítja a jövőben jelentkező hasznokat. így V^*-nak ki kell elégítenie a következő egyenletet:

$$V^* = \beta \int_{-\infty}^{\infty} \max\left[y, V^*\right] dF\left(y\right) - k \tag{18}$$

Tekintsünk egy egyszerű példát, a következőkben bemutatandó gondolatmenet illusztrálására!

Példa 14 *Legyen az $F\left(\right)$ eloszlás esetünkben az egyenletes eloszlás a $\left[0,1\right]$ -en. Ekkor a V^* nem más, mint az ábrán szereplő függvény alatti terület,*



10.ábra

vagyis

$$V^* = \beta\left[V^{*2} + V^*\left(1 - V^*\right) + \frac{1}{2}\left(1 - V^*\right)^2\right] - k$$

mivel ha $k,\ \beta \in \left[0,1\right]$ ekkor a $\frac{1}{\beta} + \sqrt{\frac{1}{\beta^2} + \frac{2k}{\beta} - 1} \geq 1$, így

$$V^* = \frac{1}{\beta} - \sqrt{\frac{1}{\beta^2} + \frac{2k}{\beta} - 1}$$

A $V^* \in [0,1]$ *teljesül, amennyiben* $\frac{1}{\beta} - \sqrt{\frac{1}{\beta^2} + \frac{2k}{\beta} - 1} > 0$, *vagyis ha* $2k < \beta$.

A következő táblázatban pedig néhány konkrét keresési költség illetve diszkont faktor melletti V^* *értéket számítottunk ki.*

β	*1*	*1*	*1*	*0, 9*	*0, 9*	*0, 9*
k	*0*	*0, 5*	*0, 08*	*0, 5*	*0, 08*	*0*
$\mathbf{V}^*$	*1*	*0*	*0, 6*	*0, 03*	*0, 63*	*0, 87*

Az nem meglepő, hogy a $k = 0$, $\beta = 1$[70] *esetén* $V^* = 1$, *vagyis csak a maximális lehetőséget fogadja el a szereplő, mivel sem idő, sem keresési költségbeni büntetés nem terheli a keresést.*■

A kereső a *rezervációs-érték* szabályt követi: minden olyan ajánlatot elfogad, amelyik nagyobb, vagy egyenlő V^*-nál, és nem fogadja el, ha kisebb, mint V^*. Az optimális keresési szabály rezervációs tulajdonsága a keresési probléma stacionaritásának következménye. Feltesszük, hogy a kereső, aki félreteszi a lehetőséget és újra kezdi a keresést ugyanabban a helyzetben van, amelyben a keresés elején volt. Ha a kereső helyzete változik, akkor megváltoztatja a keresési magatartását. A kereső helyzete megváltozhat, ha az $F()$ eloszlás, vagy a keresés költsége megváltozik.

Az optimális keresési stratégia rezervációs tulajdonsága alapján meghatározható V^* értéke. Ha a kereső meghatározza x rezervációs költségét, akkor a keresés értéke:

$$V(x) = \beta \left[V(x) F(x) + \int_x^\infty y dF(y) \right] - k \tag{19}$$

Ezen egyenlet szerint ha a kereső x rezervációs költséget határoz meg, a keresésből származó várható profit egyenlő a következő időszakok várt haszna mínusz a keresés költsége. $F(x)$ valószínűséggel a kereső eluasítja a lehetőséget, és visszatér oda ahonnan indult, $V(x)$ várható értékkel. $1 - F(x)$ valószínűséggel elfogadja és a döntés várható értéke $\left[\int_x^\infty y dF(y)\right] / [1 - F(x)]$. A(19) egyenletből következik:

$$V(x) = \frac{\beta \int_x^\infty y dF(y) - k}{1 - \beta F(x)} \tag{20}$$

[70] *Ne felejtsük el, hogy az itt szereplõ* δ *a 'kamatláb' típusú diszkontáláskor szokásos* $\frac{1}{1+r}$ *-nek felel meg. Vagyis a* $\delta = 1$, *vagy* $r = 1$ *a jelen és a jövõ idõszak közti egy az egybeni átváltást jelenti.*

Legyen x^* az a rezervációs költség, amely maximalizálja $V(x)$-t. Ekkor $V(x^*) = V^*$. Könnyen ellenőrizhető, hogy $x^* = V^*$, amiből következik:

$$x^* = \frac{\beta \int_{x^*}^{\infty} y dF(y) - k}{1 - \beta F(x^*)} \tag{21}$$

Ez az egyenlet egyszerűen interpretálható: x^* vagy V^* a nettó hasznok diszkontált jelenértékét jelenti. érdemes (21)-et átírni:

$$x^* = \beta \left[x^* + \int_{x^*}^{\infty} (y - x^*) dF(y) - k \right] \tag{22}$$

Ennek az egyenletnek igen tetszetős interpretáció adható. Tegyük fel, hogy a kereső x^* értékű lehetőséget kapott. Akkor (22) bal oldala az, amit akkor kap, ha megáll a keresésben (x^*). A jobb oldal pedig annak a diszkontált profitnak az értéke, amit akkor kap, ha pontosan egy időszakkal tovább folytatja a keresést; ha ezen keresés során valami x^*-nál jobbat kap, elfogadja, különben megáll a keresésben és marad számára x^*. Az (22) egyenlet szerint tehát ez a két érték megegyzik. Fogalmazzuk meg a fentieket egy tételként.

Tétel 15 *Ha k az egységköltsége az F (véges első és második momentumú) eloszlásból származó húzásnak, akkor optimális keresési szabály a rezervációs érték szabály, ahol a rezervációs érték x^* kielégíti a* (21) *egyenletet. A kereső profitja az optimális stratégia esetén a* (20) *szerint alakul, ahol $x = x^*$.*

Az optimális döntési szabály egyik igen fontos tulajdonsága, hogy rövidlátó a következő értelemben: a kereső, aki a rezervációs érték stratégiát követi, soha sem fog úgy dönteni, hogy egy egyszer elvetett lehetőséget később elfogad. így egy lehetőségről való döntéskor csak azt kell mérlegelni, hogy akarja-e azt most; nem kell aggódnia, hogy egy későbbi időpontban majd vonzónak találja. Technikai szempontból az optimális keresési stratégia ugyanaz, akár van emlékezés, akár nincs.

A rövidlátó és a rezervációs érték tulajdonság különböznek egymástól. A stacionárius rezervációs érték szabály rövidlátó. Lehet olyan példát konstruálni, ahol az optimális keresési szabály rövidlátó, de nem teljesíti a rezervációs érték tulajdonságot. Hasonlóan, ha a kereső a rezervációs érték szabályt követi, de az érték csökken (ha például a keresés költsége nő), akkor az optimális keresési szabály nem rövidlátó. A stacionárius, optimális keresési szabály rövidlátó; ha a kereső helyzete nem változik, miközben keres, akkor a döntési szabálya sem változik. A stacionaritás nem feltétlen a rövidlátó tulajdonság miatt van; adható példa, amelyben az optimális keresési szabály rövidlátó, de nem stacionárius (a keresés során tanul az értékek eloszlásáról).

Sok tanulmány a keresési problémát a fentieknél konkrétabb feltételek mellett alkalmazza. Tegyük fel hogy, ahelyett, hogy fix k költsége lenne egy az $F()$ eloszlásból származó lehetőség kihúzásának, a kereső olyan lehetőségeket kutat, amelyeknek intenzitását kontrollálja. Speciálisan, tegyük fel, hogy a lehetőségek Poisson folyamat szerint érkeznek, s érkezési rátával és aki s intenzitással T hosszú ideig keres, $k(s)T$ költséget realizál. A Poisson feltételezés azt jelenti, hogy egy rövid Δ időintervallumban annak a valószínűsége, hogy pontosan egy lehetőség következik be $s\Delta + o(\Delta)$. Itt fontos megjegyezni, hogy a találkozásokra vonatkozóan a Poisson folyamat feltételezés valójában nem egy esetleges választás eredménye, vagy ha tetszik, a modell bizonyos feltételezése mellett nem választhatunk más találkozási struktúrát. [71]

Nézzük meg közelebbről, hogy mit is jelent egy konstans skálahozadékú találkozási technológia! Legyen pl N a csere folyamatban résztvevő szereplők mértéke. Egy adott szereplő számára az érkezési ráta $B = B(N)$, ahol $B(0) = 0$ és $B(N) = \alpha$, $N > 0$ esetén. Legyen $\mu(N)$ az egységnyi idő alatti találkozások száma, ha N szereplő keres partnert. Ekkor az érkezési ráta nem más, mint $B(N) = \mu(N)/N$ vagyis az adott szereplőre jutó találkozási arány.

A modell elemzéséhez ugyanazt az érvelést használjuk, mint ami a (19) egyenlethez vezetett. Tegyük fel, hogy a Δ időintervallum olyan kicsi, hogy az $o(\Delta)$ valószínűséget, ami szerint több, mint egy esemény történik a Δ időintervallumban, elhanyagolható. Ha a kereső mind a keresés intenzitását, mind pedig a rezervációs értéket kontrollálja, akkor annak a valószínűsége, hogy a kereső elfogad egy ajánlatot a Δ időintervallumban közelítőleg $s\Delta[1 - F(x)]$: annak a valószínűsége, hogy kap

[71] Abban az esetben ha a Markov típusú az állapotok közti váltás, akkor az implikálja a találkozásokra a Poisson folyamatot.

egy lehetőséget szorozva a valószínűséggel hogy elfogadja az ajánlatot. A várható haszna $V(x,s)$ – ami már x, s függvénye – kielégíti a következő egyenletet (r a kereső diszkont rátája):

$$V(s,x) \approx e^{-r\Delta}\left([1 - s\Delta + s\Delta F(x)] V(s,x) + s\Delta \int_x^\infty y dF(y)\right) - k(s)\Delta \tag{23}$$

A (23) egyenlet interpretációja megegyezik a (19)-ével. $s\Delta(1 - F(x))$ valószínűséggel elfogadja a $\int_x^\infty y dF(y) / (1 - F(x))$ várható értékű ajánlatot, a komplementer valószínűséggel pedig elutasítja az ajánlatot es újra kezdi a keresést. Ha az $e^{-r\Delta}$-t $1-r\Delta$-val közelítjük, és megoldjuk (23)-ot:

$$V(s,x) = \frac{s\int_x^\infty y dF(y) - k(s)}{r + s[1 - F(x)]} \tag{24}$$

ami ugyanúgy interpretálható, mint a (21) egyenlet. Ismét igaz, hogy ha x^* maximalizálja a $V(s,x)$-et, akkor $V(s,x^*) = x^*$. Ha s^*maximalizálja $V(s,x^*)$-ot, akkor

$$k'(s) = \int_{x^*}^\infty (y - x^*) dF(y) \tag{25}$$

a keresési intenzitás úgy határozódik meg, hogy a növekvő keresési intenzitás határköltsége egyenlő a pótlólagos húzás általi várható javulással.

$$rV(s,x) = s\int_{x^*}^\infty (y - x^*) dF(y) - k(s) \tag{26}$$

Foglaljuk tételbe az előbbieket.

Tétel 16 *Ha a lehetőségek s rátájú Poisson folyamat szerint érkeznek, ahol $k(s)$ az s intenzitású keresések által generált egységnyi időre jutó költség, akkor a rezervációs érték szabály optimális és az optimális intenzitás, rezervációs ár és érték kielégítik a* (24) , (25) , (26) *egyenleteket.*

Végezetül a fentieket illusztrálására álljon itt egy példa.

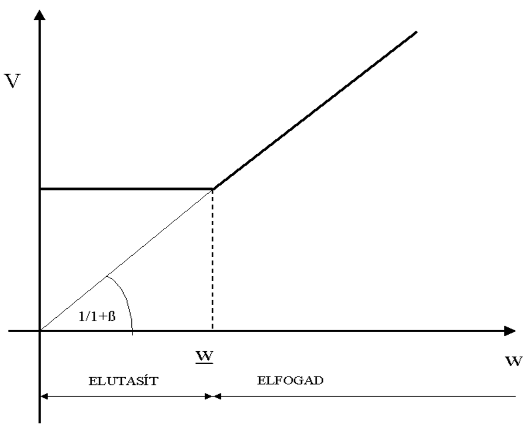
Példa 17 *McCall féle álláskeresési modell*[72]

[72] *Sargent [2000]*

Egy munkvállaló a következő feltételek mellett keres munkát: a w munkabér ajánlat az $F(W) = P(w \leq W)$ eloszlásból származik, ahol $F(0) = 0$, $F(B) = 1$ $B < \infty$-re. A szereplő kétféleképpen dönthet, elfogadja az ajánlatot, ez esetben kap w munkabért minden időszakban, az idők végezetéig, vagy elutasítja, ez esetben c munkanélküli járadékot kap és vár a következő időszakra, mikor ismét döntési helyzetbe kerül. Legyen y_t a jövedelme a t. időpontban. Ha nem fogadja el az ajánlatot, akkor $y_t = c$ míg ha elfogadja, akkor $y_t = w$. Legyen a döntéshozó értékfüggvénye $V(w) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t w$, amennyiben w nagyságú ajánlatot kapott. ahol $\beta \in (0,1)$ diszkonttényező. A Bellman egyenlet ekkor

$$V(w) = \max\left\{\frac{w}{1-\beta}, c + \beta \int V(w\acute{}) \, dF(w\acute{})\right\} \tag{27}$$

Az első tagja a maximalizálandó kifejezésnek az elfogadott állásból származó jövedelem jelenértéke, míg a második a nem elfogadott ajánlat után járó segély ebben az időszakban plusz a következő időszakbeli húzás várható értéke. Az (27) egyenlet megoldása a következő ábrán látható.



11. ábra

vagyis

$$V(w) = \begin{cases} \frac{w}{1-\beta} = c + \beta \int_0^B V(w\acute{}) \, dF(w\acute{}) & \text{ha} \quad w \leq \underline{w} \\ \frac{w}{1-\beta} & \text{ha} \quad w \geq \underline{w} \end{cases}$$

Azaz ha az ajánlott bér a rezervációs érték alatt van, vagyis

$$w \leq (1-\beta)\left(c+\beta\int_0^B V(w')\,dF(w')\right),$$

akkor a döntéshozó visszautasítja az ajánlatot, míg ha ennél magasabb, elfogadja. Ha átalakítjuk a (27) egyenletet a következő formára

$$\underline{w}-c=\frac{\beta}{1-\beta}\beta\int_{\underline{w}}^B V(w'-\underline{w})\,dF(w')$$

akkor azt kapjuk, hogy a keresés pótlólagos költsége, amennyiben $\underline{w}$ -ot kap készhez (baloldal), megegyezik a még egy időszaki keresés várható hasznával, $w' > \underline{w}$ húzás esetén számított várható jelenértékben (jobboldal).■