

BUDAPESTI CORVINUS EGYETEM

**AZ EURÓPAI UNIÓ EMISSZIÓKERESKEDELMI
RENDSZERÉBEN RÉSZTVEVŐ GÁZERŐMŰ
REÁLOPCIÓS DÖNTÉSI MODELLJÉNEK
ALKALMAZÁSAI**

Ph.D. értekezés

Nagy Tamás

Budapest, 2013.

NAGY TAMÁS

**AZ EURÓPAI UNIÓ EMISSZIÓKERESKEDELMI
RENDSZERÉBEN RÉSZTVEVŐ GÁZERŐMŰ
REÁLOPCIÓS DÖNTÉSI MODELLJÉNEK
ALKALMAZÁSAI**

Környezetgazdaságtani és Technológiai Tanszék

Témavezető:

Dr. Kerekes Sándor

egyetemi tanár, az MTA doktora

© Nagy Tamás

BUDAPESTI CORVINUS EGYETEM
GAZDÁLKODÁSTANI DOKTORI ISKOLA

**AZ EURÓPAI UNIÓ EMISSZIÓKERESKEDELMII
RENDSZERÉBEN RÉSZTVEVŐ GÁZERŐMŰ
REÁLOPCIÓS DÖNTÉSI MODELLJÉNEK
ALKALMAZÁSAI**

Ph.D. értekezés

NAGY TAMÁS

Budapest, 2013.

Köszönetnyilvánítás

Meg szeretném köszönni Kerekes Sándornak a sok szakmai és személyes segítséget, Marjainé Szerényi Zsuzsannának, hogy a Környezetgazdasági és Technológiai Tanszék Ph.D. hallgatója lehettem, Száz Jánosnak, hogy sok tanítványához hasonlóan velem is megszerettette a sztochasztikus pénzügyet. Köszönöm Benedek Gábornak és Radnai Mártonnak, hogy a tézistervezetet építő jellegű kritikákkal látták el, Medvegyev Péternek a matematikai beszélgetéseket és Király Júliának a sok segítségét.

Szeretnék hálás köszönetet mondani Szüleimnek, akik közül Édesapám sajnos már nem élhette meg a Ph.D. tanulmányaimat. Köszönöm Feleségemnek és három Gyermekeimnek szeretetüket, támogatásukat és türelmüket.

A kutatás a TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR-2010-0005 projekt támogatásával valósult meg.

TARTALOM

I.	BEVEZETÉS	11
I.1.	A Disszertáció szerkezete.....	14
I.2.	Környezetgazdaságtani bevezető az emissziós piacok elméletéhez	17
I.3.	Az Európai Emissziókereskedelmi Rendszer (EU ETS).....	22
II.	A GÁZERŐMŰ REÁLOPCIÓS MODELLJE	39
II.1.	A profitmaximalizáló döntés középpontjában: az egységnyi megtermelt villamos energián realizált fedezet	44
II.2.	A jövőbeli különbözetre vonatkozó négytermékes reálopció modelle.....	46
II.3.	A szén-dioxid-kibocsátás reálopció modelle	48
II.4.	Az erőmű reálopció értékelése	50
III.	AZ ALKALMAZOTT ÁRFOLYAMMODELL ÉS ÁRAZÁSI ELJÁRÁSOK ISMERTETÉSE	53
III.1.	A sztochasztikus modell piaci adatokra történő illesztése	57
III.2.	Spread opciók értékelése.....	65
IV.	SZÉN-DIOXID-KIBOCSÁTÁS REÁLOPCIÓS MODELLJE.....	71
V.	AZ ERŐMŰ REÁLOPCIÓS ÉRTÉKELÉSI MODELLJE.....	89
V.1.	Az erőmű dinamikus fedezése	102
V.2.	Hatékonyságnövelő beruházás értéke	104
V.3.	A termelési döntés hosszú távú szállítási szerződések birtokában	107
VI.	AZ MNPB ÉS AZ EGYÉNI KVÓTAKERESLETI FÜGGVÉNY SZÁRMAZTATÁSA	115

VII. KONKLÚZIÓ	122
VIII. HIVATKOZÁSOK	127
IX. LEGFONTOSABB JELÖLÉSEK.....	135
X. MELLÉKLET: Az emisszió sűrűségfüggvényének numerikus közelítése összekapcsolódó binomiális fák segítségével.....	136

ÁBRAJEGYZÉK

1. ÁBRA: AZ EXTERNÁLIA OPTIMÁLIS NAGYSÁGA (KEREKES, 2007, P. 125.)	18
2. ÁBRA: AZ EU ETS ELSZÁMOLÁSI IDŐPONTJAI	29
3. ÁBRA: HAVI KERESKEDETT MENNYISÉG ALAKULÁSA (2005-2010).....	32
4. ÁBRA: EMISSZIÓS KVÓTA ÁRALAKULÁSA	33
5. ÁBRA: EMISSZIÓS KVÓTA HISTORIKUS ÁRALAKULÁSA A MÁSODIK KERESKEDÉSI SZAKASZBAN.	58
6. ÁBRA: AZ EGYMÁST KÖVETŐ NAPOKHOZ TARTOZÓ EMISSZIÓS KVÓTA ÁRAK LOGARITMUSAIRA TÖRTÉNŐ LINEÁRIS REGRESSZIÓ	59
7. ÁBRA: A GÁZ ÁRÁNAK HISTORIKUS ALAKULÁSA	60
8. ÁBRA: AZ EGYMÁST KÖVETŐ NAPOKHOZ TARTOZÓ GÁZÁRAK LOGARITMUSAIRA TÖRTÉNŐ LINEÁRIS REGRESSZIÓ.	60
9. ÁBRA: AZ ÁRAM VÖLGY- ÉS CSÚCSIDŐSZAKRA VONATKOZÓ NAPI ÁRÁNAK HISTORIKUS ALAKULÁSA	61
10. ÁBRA: AZ EGYMÁST KÖVETŐ NAPOKHOZ TARTOZÓ VÖLGYIDŐSZAKI (BAL) ÉS CSÚCSIDŐSZAKI (JOBBS) ÁRAMÁR LOGARITMUSAIRA TÖRTÉNŐ LINEÁRIS REGRESSZIÓ.	62
11. ÁBRA: A SPREAD SZIMULÁCIÓJA, AZ ALSÓ 5%-OS ÉS A FELSŐ 95%-OS PERCENTILIS ÉRTÉKEK.....	65
12. ÁBRA: A TERMELÉS VALÓSZÍNŰSÉGE (BAL) ÉS A VÁRHATÓ NAPI KIBOCSÁTÁS (JOBBS) AZ IDŐ FÜGGVÉNYÉBEN.....	72
13. ÁBRA: A HALMOZOTT KIBOCSÁTÁS SŰRŰSÉGFÜGGVÉNYE ELTÉRŐ HOSSZÚSÁGÚ JÖVŐBELI INTERVALLUMOKRA	74
14. ÁBRA: A VÖLGYIDŐSZAKI, CSÚCSIDŐSZAKI ÉS TELJES NAPHOZ TARTOZÓ ÉVES HALMOZOTT KIBOCSÁTÁS SŰRŰSÉGFÜGGVÉNYE.....	75
15. ÁBRA: ÉVES KIBOCSÁTÁS JÖVŐÉRTÉKÉNEK SŰRŰSÉGFÜGGVÉNYE.....	78
16. ÁBRA: ÉVES KIBOCSÁTÁS JÖVŐÉRTÉKÉNEK INVERZ ELOSZLÁSFÜGGVÉNYE, ÉS A 95%-OS VALÓSZÍNŰSÉGHEZ TARTOZÓ PONTOK.....	78
17. ÁBRA: A NAPI MAXIMÁLIS KIBOCSÁTÁS ALAKULÁSA A TERMIKUS HATÉKONYSÁG FÜGGVÉNYÉBEN, RÖGZÍTETT TERMELÉSI KAPACITÁS MELLETT.....	80
18. ÁBRA: A TERMELÉS VALÓSZÍNŰSÉGE A TERMIKUS HATÉKONYSÁG FÜGGVÉNYÉBEN AZ EGY ÉV MÚLVA LEVŐ NAPON.....	80
19. ÁBRA: A VÁRHATÓ NAPI KIBOCSÁTÁS A TERMIKUS HATÉKONYSÁG FÜGGVÉNYÉBEN AZ EGY ÉV MÚLVA LEVŐ NAPON.....	81
20. ÁBRA: AZ ÉVES HALMOZOTT KIBOCSÁTÁS SŰRŰSÉGFÜGGVÉNYE ELTÉRŐ TERMIKUS HATÉKONYSÁGOK ESETÉBEN.....	82
21. ÁBRA: AZ ÉVES KIBOCSÁTÁS ÉRTÉKÉNEK SŰRŰSÉGFÜGGVÉNYE (BAL), ÉS INVERZ ELOSZLÁSFÜGGVÉNYE (JOBBS) KÜLÖNBÖZŐ TERMIKUS HATÉKONYSÁGOK ESETÉN.....	82
22. ÁBRA: A 95%-OS KOCKÁZTATOTT ÉRTÉK ALAKULÁSA A TERMIKUS HATÉKONYSÁG FÜGGVÉNYÉBEN.....	83
23. ÁBRA: AZ EGY ÉV MÚLVA LEVŐ NAP VÁRHATÓ KIBOCSÁTÁSÁNAK ALAKULÁSA A GÁZÁR FÜGGVÉNYÉBEN.....	84
24. ÁBRA: AZ ÉVES KIBOCSÁTÁS ÉRTÉKÉNEK SŰRŰSÉGFÜGGVÉNYE (BAL) ÉS INVERZ ELOSZLÁSFÜGGVÉNYE (JOBBS) KÜLÖNBÖZŐ HOSSZÚ TÁVÚ GÁZÁRAK FÜGGVÉNYÉBEN.....	84

25. ÁBRA: A 95%-OS KOCKÁZTATOTT ÉRTÉK ALAKULÁSA A GÁZÁR FÜGGVÉNYÉBEN.....	85
26. ÁBRA: AZ EGY ÉV MÚLVA LEVŐ NAP VÁRHATÓ KIBOCSÁTÁSÁNAK ALAKULÁSA A HOSSZÚ TÁVÚ EMISSZIÓS KVÓTA ÁR FÜGGVÉNYÉBEN.....	86
27. ÁBRA: AZ ÉVES KIBOCSÁTÁS JÖVŐÉRTÉKÉNEK SŰRŰSÉGFÜGGVÉNYE (BAL) ÉS INVERZ ELOSZLÁSFÜGGVÉNYÉNEK (JOBBI) ALAKULÁSA KÜLÖNBÖZŐ HOSSZÚ TÁVÚ KVÓTAÁRAK ESETÉN.....	87
28. ÁBRA: A MEGFELELESI KÖLTSÉGRE VONATKOZÓ 95%-OS KOCKÁZTATOTT ÉRTÉK ALAKULÁSA A HOSSZÚ TÁVÚ KVÓTAÁR FÜGGVÉNYÉBEN.....	87
29. ÁBRA: A VÖLGY- ÉS CSÚCSIDŐSZAKRA VONATKOZÓ SPREAD OPCÍOK VÁRHATÓ KIFIZETÉSE (BAL) ÉS ÉRTÉKE (JOBBI) A LEJÁRAT FÜGGVÉNYÉBEN.....	90
30. ÁBRA: A VÖLGY- (BAL) ÉS CSÚCSIDŐSZAKRA (JOBBI) VONATKOZÓ SPREAD OPCÍOK ÉRTÉKÉNEK ÉRZÉKENYSÉGE A TERMIKUS HATÉKONYSÁG VÁLTOZÁSÁRA.....	92
31. ÁBRA: AZ ERŐMŰ ÉRTÉKE (BAL) ÉS AZ 1 SZÁZALÉKPONTOS HATÉKONYSÁGJAVULÁS ÉRTÉKNÖVELŐ HATÁSA (JOBBI) A TERMIKUS HATÉKONYSÁG FÜGGVÉNYÉBEN.....	93
32. ÁBRA: A VÖLGY- (FELÜL) ÉS CSÚCSIDŐSZAKRA (ALUL) VONATKOZÓ RÖVIDEBB (BAL OLDALI) ÉS HOSSZABB (JOBBI OLDALI) LEJÁRATOKRA VONATKOZÓ SPREAD OPCÍOK ÉRTÉKÉNEK ÉRZÉKENYSÉGE AZ ALAPTERMÉKEK KIINDULÁSI ÁRAINAK MEGVÁLTOZÁSÁRA.....	94
33. ÁBRA: AZ ERŐMŰ 30 ÉVRE VONATKOZÓ JÖVEDELEMTERMELŐ KÉPESSÉGÉNEK ÉRTÉKE A KIINDULÁSI ÁRAK FÜGGVÉNYÉBEN (FELSŐ SOR: VÖLGY- (BAL) ÉS CSÚCSIDŐSZAKI ÁRAM (JOBBI), ALSÓ SOR: GÁZ (BAL), EUA (JOBBI)).....	95
34. ÁBRA: AZ ERŐMŰ HISTORIKUS ÁRALAKULÁSA AZ ÉRTÉKELÉSI MODELL SZERINT. A BAL FELSŐ ÁBRA A GÁZÁR, A JOBBI FELSŐ A NAPI SPREAD ÉRTÉKÉT ÁBRÁZOLJA. A BAL ALSÓ ÁBRA AZ ERŐMŰ MODELLBELI ÉRTÉKÉT MUTATJA, A JOBBI ALSÓ A SPREAD 21 NAPOS MOZGÓÁTLAGOLÁSÚ IDŐSORÁT.....	96
35. ÁBRA: A VÖLGY (FELÜL) ÉS CSÚCSIDŐSZAKRA (ALUL) VONATKOZÓ RÖVIDEBB (BAL OLDALI) ÉS HOSSZABB (JOBBI OLDALI) LEJÁRATOKRA VONATKOZÓ SPREAD OPCÍOK ÉRTÉKEINEK ÉRZÉKENYSÉGE AZ ALAPTERMÉKEK HOSSZÚ TÁVÚ ÁTLAGAINAK MEGVÁLTOZÁSÁRA.....	97
36. ÁBRA: AZ ERŐMŰ 30 ÉVRE VONATKOZÓ JÖVEDELEMTERMELŐ KÉPESSÉGÉNEK ÉRTÉKE A HOSSZÚ TÁVÚ ÁTLAG FÜGGVÉNYÉBEN (FELSŐ SOR: VÖLGY- (BAL) ÉS CSÚCSIDŐSZAKI ÁRAM (JOBBI), ALSÓ SOR: GÁZ (BAL), EUA (JOBBI)).....	98
37. ÁBRA: A VÖLGY- (BAL) ÉS CSÚCSIDŐSZAKRA (JOBBI) VONATKOZÓ SPREAD OPCÍOK ÉRTÉKÉNEK ÉRZÉKENYSÉGE AZ ALAPTERMÉKEK VOLATILITÁSÁIRA.....	99
38. ÁBRA: AZ ERŐMŰ 30 ÉVRE VONATKOZÓ JÖVEDELEMTERMELŐ KÉPESSÉGÉNEK ÉRTÉKE A VOLATILITÁS FÜGGVÉNYÉBEN (FELSŐ SOR: VÖLGY- (BAL) ÉS CSÚCSIDŐSZAKI ÁRAM (JOBBI), ALSÓ SOR: GÁZ (BAL), EUA (JOBBI)).....	100
39. ÁBRA: A VÖLGY- (BAL) ÉS CSÚCSIDŐSZAKRA (JOBBI) VONATKOZÓ SPREAD OPCÍOK ÉRTÉKÉNEK ÉRZÉKENYSÉGE A GÁZ ÉS EMISSZIÓS EGYSÉG ÁRA KÖZÖTTI KORRELÁCIÓS EGYÜTTHATÓ ÉRTÉKÉRE.....	101
40. ÁBRA: A GÁZ ÉS EMISSZIÓS KVÓTA KÖZÖTTI KORRELÁCIÓS EGYÜTTHATÓ VÁLTOZÁSÁNAK HATÁSA AZ ERŐMŰ ÉRTÉKÉRE.....	102
41. ÁBRA: A KIINDULÁSI ÁRAK HATÁSA A HATÉKONYSÁGNÖVELŐ BERUHÁZÁS ÉRTÉKÉRE.....	105
42. ÁBRA: A HOSSZÚ TÁVÚ ÁTLAGOK SZEREPE A HATÉKONYSÁGNÖVELŐ BERUHÁZÁS ÉRTÉKÉNEK MEGHATÁROZÁSÁBAN.....	106
43. ÁBRA: A VOLATILITÁS SZEREPE A HATÉKONYSÁGNÖVELŐ BERUHÁZÁS ÉRTÉKÉNEK MEGHATÁROZÁSÁBAN.....	107

44. ÁBRA: A TERMIKUS HATÉKONYSÁG HATÁSA AZ ÁLLANDÓ TERMELÉS MIATT ELSZENVEDETT VESZTESÉG JELENÉRTÉKÉRE.....	111
45. ÁBRA: A KIINDULÁSI ÁRAK HATÁSA AZ ÁLLANDÓ TERMELÉS MIATT ELSZENVEDETT VESZTESÉG JELENÉRTÉKÉRE.....	112
46. ÁBRA: A HOSSZÚ TÁVÚ ÁTLAGOK HATÁSA AZ ÁLLANDÓ TERMELÉS MIATT ELSZENVEDETT VESZTESÉG JELENÉRTÉKÉRE.....	113
47. ÁBRA: A VOLATILITÁS HATÁSA AZ ÁLLANDÓ TERMELÉS MIATTI VESZTESÉG JELENÉRTÉKÉRE.....	114
48. ÁBRA: A KVÓTAÁR NÉLKÜL SZÁMÍTOTT, KÉT NAPSZAKHOZ TARTOZÓ SPREAD OPCIO ÉRTÉKEK ALAKULÁSA A LEJÁRAT FÜGGVÉNYÉBEN.....	117
49. ÁBRA: AZ EMISSZIÓS EGYSÉGRE VONATKOZÓ KVÓTAKÖLTSÉG NÉLKÜLI MNPB ÉS AZ EGYÉNI KERESLETI FÜGGVÉNY EGY ÉVES KIBOCSÁTÁST FIGYELEMBE VÉVE.....	117
50. ÁBRA: AZ MNPB (BAL) ÉS AZ EGYÉNI KVÓTA KERESLETI FÜGGVÉNY (JOBBS) ELTOLÓDÁSA A TERMIKUS HATÉKONYSÁG +/- 5 SZÁZALÉKPONTOS VÁLTOZÁSÁRA.....	118
51. ÁBRA: AZ MNPB (BAL) ÉS AZ EGYÉNI KERESLETI FÜGGVÉNY (JOBBS) MEGVÁLTOZÁSA A VÖLGY- (FELSŐ) ÉS CSÚCSIDŐSZAKRA (ALSÓ) VONATKOZÓ KIINDULÁSI ÉS HOSSZÚ TÁVÚ ÁRAMÁR EGYÜTTES ELTOLÓDÁSÁRA.....	119
52. ÁBRA: AZ MNPB (BAL) ÉS AZ EGYÉNI KVÓTAKERESLETI FÜGGVÉNY (JOBBS) ELTOLÓDÁSA AZ AZONNALI (FELSŐ SOR) ILLETVE HOSSZÚ TÁVÚ (ALSÓ SOR) GÁZÁR VÁLTOZÁSÁRA.....	120
53. ÁBRA: AZ MNPB (BAL) ÉS AZ EGYÉNI KVÓTAKERESLETI FÜGGVÉNY (JOBBS) ELTOLÓDÁSA A VOLATILITÁS VÁLTOZÁSÁRA (FELSŐ SOR: VÖLGYIDŐSZAKI ÁRAM, KÖZÉPSŐ SOR: CSÚCSIDŐSZAKI ÁRAM, ALSÓ SOR: GÁZ).....	121
54. ÁBRA: AZ ÖSSZEKAPCSOLÓDÓ VALÓSZÍNŰSÉGI FÁK LEHETSÉGES NEM NULLA ÉRTÉKEI.....	136
55. ÁBRA: HÁROMDIMENZIÓS BINOMIÁLIS VALÓSZÍNŰSÉGI FA.....	137
56. ÁBRA: A VALÓSZÍNŰSÉGI FÁK ÖSSZEFÜGGÉSÉNEK SZEMLELTETÉSE KÉT KÜLÖNBÖZŐ ESETBEN (FELSŐ SOR: $\Lambda=1$, ALSÓ SOR: $\Lambda=0$).....	138
57. ÁBRA: BINOMIÁLIS FÁKKAL MODELLEZETT SPREAD ÉS TERMELÉSI DÖNTÉSI FOLYAMAT.....	138
58. ÁBRA: BINOMIÁLIS FÁKKAL MODELLEZETT HALMOZOTT EMISSZIÓS FOLYAMAT.....	139

TÁBLÁZATOK JEGYZÉKE

1. TÁBLÁZAT: EU ETS RELATÍV MÉRETE.....	25
2. TÁBLÁZAT: EU(27) KIBOCSÁTÁSÁNAK IPARÁGI BONTÁSA, ENERGIA IPARÁG RÉSZLETEZVE.	26
3. TÁBLÁZAT: AZ ALLOKÁCIÓ ÉS A KIBOCSÁTÁS VISZONYA IPARÁGANKÉNT.....	31
4. TÁBLÁZAT: A MARADÉKTAGOK KÖZÖTTI KORRELÁCIÓS EGYÜTTHATÓK ÉS A STATISZTIKAI PRÓBA P-ÉRTÉKEI.....	63
5. TÁBLÁZAT: AZ ÁLLANDÓ ÜZEMELÉS MIATTI VESZTESÉG JELENÉRTÉKE 3 KÜLÖNBÖZŐ ESETBEN (AZ ERŐMŰ 1, 3 ILLETVE 5 ÉVIG ÁLLANDÓAN ÜZEMEL).....	111
6. TÁBLÁZAT: A HALMOZOTT DÖNTÉSI VÁLTOZÓ DISZKRÉT SŰRŰSÉGVEKTORA.....	140

I. BEVEZETÉS

Míg a pénzügyi szférában a különböző pénzügyi instrumentumokhoz kötődő kockázatok kezelése, napi szintű rutin-feladat, addig a villamos energia piacán tevékenykedő erőművek esetében a professzionális kockázatkezelés igénye sok esetben még mindig újszerűen hat. A hazai erőművek elsősorban technikai kockázatokkal (meghibásodások, üzemzavarok, katasztrófák) foglalkoznak, a járulékos pénzügyi kockázat kezelése meglehetősen gyerekcipőben jár (a nyugat-európai erőművek előrébb járnak a kérdésben). A helyzet különösen problémás, ha figyelembe vesszük azt, hogy a villamos energia piacon tevékenykedő vállalatok bizonyos szempontból a bankoknál kockázatosabb iparágban tevékenykednek: az áram ára rendkívül változékony (volatilis), emellett modellezése meglehetősen nehéz (a napon belüli, eltérő időszakokhoz tartozó villamos energia külön terméknek fogható fel), továbbá az árampiac volumenében igen jelentős értéket képvisel és meglehetősen koncentrált (a kevés szereplő könnyebben tudja befolyásolni az árakat).

Az energiapiaci kockázatkezelési módszerek fejlődését és szélesebb körű elterjedését napjainkban több tényező segíti elő. Az egyik az árampiaci liberalizáció, aminek egyik legjelentősebb következménye az volt, hogy megjelent az aktuális piaci ár, és ennek következtében a korábbi hosszú távú termelési szerződéseket és a fix előre tervezhető termelési ütemezést egyre inkább felváltja a piaci körülményektől (jövedelmezőségtől) függő működés. Egy további jelentős tényező az EU ETS indulása, aminek következtében az emissziós egység új kockázati faktora tovább bonyolítja a kockázati modelleket.

Az emissziókereskedelmi rendszer jelenlegi szakaszában az európai vállalatok összesen évente hozzávetőlegesen 2 milliárd tonna kvótát¹ kapnak térítésmentesen – ingyenes allokáció keretében – az állami hatóságoktól, mely közel tízezer megfelelésre kötelezett vállalat között oszlik el. Ennek következtében az allokáció után egy-egy szereplőnél jelentős mennyiségű „szabad” kvótapozíció halmozódhat fel. Az egyes vállalatok a hatalmas, ingyenesen juttatott vagyon kezelésénél szembesültek először annak kérdésével, hogy ténylegesen mennyi kvótára lesz szükségük, mennyi kvótát és milyen

¹ 7 EUR/tonna kvótaárral számolva ez 14 milliárd Eurós piacot jelent

ütemezésben adjanak el, illetve vásároljanak. Az emissziós kvóta specialitása, hogy míg az előállított áramot gazdaságosan alig, a tüzelőanyagot (gázt) pedig jelentős beruházások árán lehet tárolni, addig az emissziós kvóta nem szükséges közvetlenül a termeléshez (csak utólagos elszámoláskor), és tárolása gyakorlatilag költségmentes. Ennek következtében egy erőmű év közben szabadon, kedve szerint módosíthatja kvótapozícióját, ami teret ad különböző fedezeti és spekulációs ügyleteknek.

Az EU ETS kezdeti szakasza rávilágított a kvótapozíció mennyiségével kapcsolatos kérdések fontosságára is: a piaci szereplők tanúi lehettek annak, hogy 2006 tavaszán 8 nap alatt közel harmadára zuhant a kvóta ára (2006 április 24: 29.43 EUR/tonna, 2006 május 2: 10.9 EUR/tonna). A hirtelen áresés oka az volt, hogy nyilvánosságra kerültek a tényleges kibocsátási adatok, melyekből a piaci szereplők számára egyre valószínűbbé vált, hogy túl sok kvóta lett kiosztva. Az áresés egy kvótafelesleggel rendelkező szereplő számára hatalmas anyagi veszteséget, egy esetlegesen kvótahiánnyal küzdő vállalat számára viszont jelentős nyereséget jelentett. Az ingyenesen allokáció után, az áresés előtt, sok szereplő a kivárás taktikáját választotta, azaz nem csinált semmilyen piaci ügyletet. A kivárás, a tőzsdei tranzakciók hiánya nem volt más, mint spekuláció: a kvótafelesleggel rendelkező (long pozíciójú) szereplők arra fogadtak, hogy a kvóta ára emelkedni fog, a kvótahiánnyal küzdők (short pozíciójúak) pedig árcsökkenésre.

A kvótapozíció-kezelés hiánya miatti szándékolatlan spekulatív magatartás, nem csak piaci szereplőkre terjedt ki: bár kevesek számára világos, de az egyik ilyen szereplő maga a Magyar Állam volt. Magyarország a nemzeti allokációs tervében élt azzal a joggal, hogy a kvóták egy részét nem ingyenesen, hanem aukció útján adja át a megfelelésre kötelezett vállalatoknak. Miután az aukciókon értékesítendő mennyiség meg lett határozva, az államnak jelentős mértékű nyitott (árváltozás kockázatának kitett) pozíciója keletkezett. Amennyiben a Magyar Állam a döntés megszületése után, az aukció előtt nem köt fedezeti ügyleteket, akkor nem tesz mást, mint szándékolatlanul áremelkedésre spekulál: eladható kvótamennyiség birtokában nyitott (long) pozícióval rendelkezik, és ennek következtében arra fogad, hogy az idő múlásával az árverezhető kvótaból származó pozíciója jelenértéken többet fog érni, mint az aukcióról szóló döntés megszületésekor érvényes ár. Az akaratlan spekuláció mindaddig fennáll, amíg nem köt fedezeti ügyleteket, vagy az aukció lebonyolításával le nem zárja a nyitott pozícióját. A kvótapiac indulása után a kvótaár közel 10 hónapig (az áresésig) 20 euró felett járt. Az első hazai aukció 2006. december 11-én zajlott le, melyben 1.2 millió tonna kvótát 7.42

euró tonnánkénti áron értékesített a Magyar Állam (Kaderják, 2007), ez 8.88 millió Eurós (akkori árfolyammal számolva hozzávetőlegesen 2.3 milliárd Ft) bevételt jelentett. A második aukció 2007. március 26-án került lebonyolításra, melyben 1.18 millió tonna emissziós egységet értékesített 0.88 Eurós tonnánkénti áron, ami 1.04 millió Euró (hozzávetőlegesen 256 millió Forint) bevétel jelentett. A teljes aukciós bevétel 9.92 millió Eurót, azaz közel 2.5 milliárd Forintot tett ki. Az államnak az aukciós döntés után célszerű lett volna fedezeti ügyleteket kötnie a jövőben értékesítendő mennyiségre, ezzel ki tudta volna védeni az áresés miatti „veszteség” jelentős részét. Ha a fedezeti ügyletek kötésének tranzakciós költségeit nem vesszük figyelembe és kellően likvid piacot tételezünk fel, akkor 20 Eurós tonnánkénti kötési árat feltételezve az állami bevétel közel 48 millió euró, azaz 12 milliárd Forint lehetett volna (ami körülbelül 38 millió euróval, azaz 10 milliárd Forinttal magasabb a ténylegesen realizálnál).

A szereplők és a nyilvánosság számára a spekuláció ténye és a veszteség nagyságrendje nem volt egyértelmű (és talán jelenleg sem az), azt azonban mindenki érezte, hogy a csökkenő kvótaár és az aukció időpontjának csúszása kieső bevételt jelent az államnak. A környezetvédelemért felelős minisztérium a pénzügyekért felelős minisztériumot hibáztatta az aukció késői lebonyolításáért. Figyelemreméltó ugyanakkor az, hogy talán egyetlen bíráló szó sem hangzott el az állam nyitott – kockázatnak kitett – pozíciójának fedezetlenségéről, és az ehhez kapcsolódó járulékos, bár szándékolatlan spekulációról. Természetesen nem csak a piaci szereplőknek volt új az emissziókereskedelmi rendszer, hanem a szabályozó hatóságoknak is, ezért nem teljesen jogos az eljáró hatóságok hiányosságainak felrovása. Az eset ugyanakkor rávilágít arra, hogy még a szabályozó hatóság előtt sem voltak ismeretesek teljes mértékben a kapcsolódó kockázatkezelési kérdések, a kvótapiaci (és energiapiaci) árkockázat tulajdonságai és kezelési lehetőségei.

Fontos hangsúlyozni, hogy a nyitott (kockázatnak kitett) pozíció esetleges fedezése nem a nyereséget biztosítja, hanem a jövőbeni bevétel (pénzáramlás) változékonyságát csökkenti. A fedezett pozíció esetében a tapasztalt árcsökkenés jóval kisebb kárt okozott volna az államnak, mert a fedezeti ügyleteken elért nyereség kompenzálta volna az áresés kárát. Természetesen az éremnek mindig két oldala van: a fedezeti ügylet nem csak az árfolyamváltozás miatti veszteséget csökkenti, hanem az esetleges nyereséget is „kiküszöböli”. Fedezett pozíció esetén, amennyiben a piacon áremelkedés lett volna tapasztalható, a fedezeti ügyleteken elért veszteség csökkentette volna a halogatás és áremelkedés miatti nyereséget. Ekkor fedezetlen esetben az állam jelentős többlethasznot

könyvelhetett volna el (az állam jól spekulált volna). (Ebben az elméleti szituációban esetleg a Pénzügyminisztérium mutogatott volna a környezetvédelemért felelős minisztériumra, hogy miért sürgette az aukciót.)

A Disszertáció célja, hogy környezetgazdasági, vállalatgazdasági, reálopció, szimulációs és sztochasztikus pénzügyi módszertant ötvözve közelítse meg az Európai Emissziókereskedelmi Rendszerben (EU ETS) résztvevő villamos energia-termelő vállalatot, és a gyakorlatban használható kockázatkezelési módszereket adjon az erőművek részére.

I.1. A Disszertáció szerkezete

Az első fejezet további részeiben először áttekintem az emissziókereskedelmi rendszerrel kapcsolatos fontosabb környezetgazdasági elméleteket, ismertetem az EU ETS kialakulásáig vezető nemzetközi konferenciákkal tarkított utat, valamint a megvalósult rendszer fontosabb jellemzőit.

A második fejezetben egy EU ETS résztvevő (megfelelésre kötelezett) áramtermelő vállalat reálopció döntési modelljét építem fel. Bemutatom, hogy a racionális, profitmaximalizáló vállalat feltételesen működik: csak akkor termel, amennyiben az egységnyi termékre eső spread (árrés) pozitív. A modellben a technológiai korlátok (például minimális üzemelési- és állási idő) hatását nem vettem figyelembe.

Amint látni fogjuk, a vállalati emisszió mennyisége származtatható a reálopció modellből: egy jövőbeli időszak kibocsátása megfeleltethető három eszközre szóló bináris spread opció kifizetésfüggvényének. Egy jövőbeni termelési nap realizált árrése pedig megfeleltethető három termékre (villamos energiára, gázra és emissziós kvótára) vonatkozó spread opció kifizetésfüggvényének. Az erőmű jövedelemtermelő képességének értéke megegyezik a jövőbeli intervallumra vonatkozó spread opciók értékeinek összegével.

A villamos energiát, gázt és emissziós kvótát tartalmazó háromtermékes modellt négytermékesre bővítettem azáltal, hogy a villamos-energia árát kétfelé bontva, a völgy- és csúcsidőszakra vonatkoztatva vettem számításba. A négytermékes modell előnye, hogy

segítségével jobban közelíthető az a jelenség, hogy a drágábban termelő, de rugalmasabban üzemeltethető gázerőmű az alacsonyabb értékesítési árat jelentő völgyidőszakokban jellemzően pihen, a magasabb villamos energiaárral rendelkező csúcsideőszakokban viszont termel.

A harmadik fejezetben a számítások technikai hátterét ismertetem. Először bemutatom a négy alaptermék áralakulását leíró átlaghoz visszahúzó sztochasztikus modellt, amit a német energiatőzsdéről származó árakra illeszttem. Ezután áttekintem a spread opciók legfontosabb árazási eljárásait és bemutatom a Disszertációban használt analitikus közelítést és Monte Carlo szimulációt.

A negyedik fejezetben a reálopciók modell első alkalmazását ismertetem, amiben a vállalat szén-dioxid-kibocsátását jelzem előre. A várható emisszió mennyisége kiemelten fontos az energiapiaci szereplők és a szabályozó hatóság számára (jó példa erre a 2006 tavaszi árzuhanás). A kibocsátás várható értékén túl annak „eloszlását”, sűrűségfüggvényét is ismertetem, ami megmutatja, hogy adott kibocsátási szint milyen valószínűséggel következik be. Az eredményekre támaszkodva kiszámítható, hogy az erőműnek adott konfidencia szint mellett adott évre vonatkozóan mekkora értékben kell kvótát beszereznie, azaz maximum mennyibe kerül számára a megfelelés. A fejezethez kapcsolódóan, a mellékletben, ismertetek egy összekapcsolódó binomiális fát alkalmazó numerikus módszert, aminek segítségével közelíthető a jövőbeli kibocsátás sűrűségfüggvénye.

Az ötödik fejezetben a jövőbeli realizált spread értékével kapcsolatos reálopciók alkalmazásokat ismertetem. Megvizsgálom az erőmű értékét alkotó spread opciók érzékenységét különböző technológiai és piaci faktorok megváltozására, ezután az eredményekre támaszkodva, az erőmű 30 évre vonatkozó jövedelemtermelő képességének függését vizsgálom különböző tényezőktől.

Az erőmű értéke ki van téve az alaptermékek árfolyamának megváltozásából eredő kockázatnak, amit fedezni célszerű. Négy eszközre szóló dinamikus delta hedge stratégiát javasolok, aminek során az erőmű a fedezeti ügyletekből minden pillanatban annyit kell tartson, hogy a teljes portfólió (termelési kapacitás, esetleges szállítási szerződések és fedezeti ügyletek) eredő delta értékei nullák legyenek. Ehhez kapcsolódóan választ kapunk arra a kérdésre is, hogy mi az adott időpontra vonatkozó „optimális” emissziós kvóta mennyiség. Amint látni fogjuk ez a várható kibocsátás mennyiségéhez közel esik,

pontosabban a hátralevő napokhoz tartozó spread opciók emissziós egységre vonatkozó összesített delta paramétere segítségével számszerűsíthető.

Az erőmű értékelési modellje segítségével könnyen kiszámítható egy elméleti hatékonyságnövelő beruházás értéke. Megvizsgálom, hogy milyen faktorok befolyásolják jelentősen a hatékonyabb termelésnek köszönhető megtakarítás értékét.

Az erőművek gyakran kötnek hosszú távra szóló, fix vagy erőforrás áráktól függő értékesítési árral rendelkező termelési szerződést. Bemutatom, hogy a modell feltételezései mellett (technológiai korlátok figyelmen kívül hagyása, kellő likviditás a piacon), ilyen szerződések birtokában is az azonnali árak alapján kell dönteni az erőmű működtetéséről, vagy állásáról. Ha a vállalat állandó ütemezésben termel, akkor elveszíti a rugalmasságából adódó opciós érték egy részét. A veszteség a negatív spread-del rendelkező termelési napokhoz köthető: ezekben az esetekben az erőmű jobban jár, ha az erőművet pihenteti és a fennálló szállítási kötelezettségeit piaci vásárlással elégíti ki. A kieső eredmény mértékét becsülhetjük adott időszakhoz tartozó spread-re szóló opciók és határidős csereügyletek értékének különbségével. Megvizsgálom, hogy ez a veszteség milyen módon függ a különböző technológiai és piaci faktoroktól.

A hatodik fejezetben az erőművek hatékony aukciós stratégiájához szeretnék segítséget nyújtani. Az emissziós egység figyelembe vétele nélküli spread-re vonatkozó opciók segítségével levezetem a kvóta rezervációs árát, valamint erre támaszkodva a vállalat MNPB (Marginal Net Private Benefit, egyéni tiszta határhaszon) és egyéni kvótakeresleti függvényét. Ezek segítségével megadható, hogy az aukció során maximum mekkora egységárat érdemes fizetni adott mennyiségű emissziós kvótáért. Megvizsgálom, hogy hogyan változik az MNPB és az egyéni keresleti függvény a termikus hatékonyság és az árfolyammodell paramétereinek megváltozására.

A záró fejezet a konklúziót tartalmazza.

I.2. Környezetgazdaságtani bevezető az emissziós piacok elméletéhez

Ebben a részben röviden ismertetem az emissziós piaccal kapcsolatos *mainstream* környezetgazdasági elméleteket.

A való életben szinte mindig előfordul, hogy egy gazdasági aktivitás nem szándékoltan, előnyösen vagy hátrányosan érint egy harmadik felet. Ekkor nagy valószínűséggel externáliával (külső gazdasági hatással) találkozhatunk, melynek a definíció szerint (Kerekes, 2007, p. 118.) a következő tulajdonságai vannak:

- A tevékenység valamely harmadik személynek a jólétét módosítja
- A harmadik félnek okozott hatás nem szándékolt
- A harmadik fél kárát nem kompenzálják, hasznából nem kérnek

A pozitív externáliára (a külső hatás a harmadik szereplő jólétét növeli) a sokat említett példa a gyümölcsös és a méhész esete, ahol kétirányú pozitív külső gazdasági hatás valósul meg: a gyümölcsös tulajdonosának jólétét növeli a méhész tevékenysége, mivel a méhek elvégzik a beporzást; ugyanakkor a gyümölcsös hasznot hoz a méhésznek is, mert a virágokból gyűjtött nektár lesz az előállított méz alapja.²

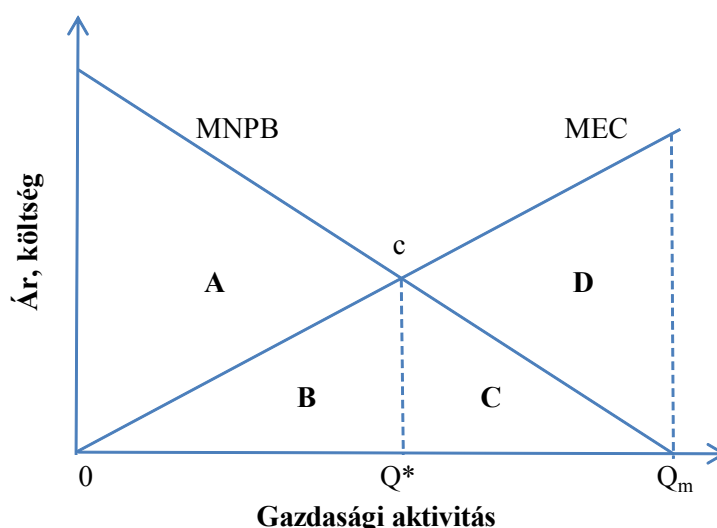
A negatív externália esetében a gazdasági tevékenység - nem szándékoltan - kárt okoz harmadik (gazdasági tranzakción kívül eső) személynek, aki ezért nem kap kompenzációt. Jó példa erre a szén-dioxid-kibocsátással járó gazdasági aktivitás: a kibocsátott üvegházhatású gázok nem ismernek államhatárokat, a légkörben elkeveredve azok az egész Föld éghajlatára hatással vannak és ezen keresztül a globális jólét várhatóan csökken, a hatás nem szándékolt, és az érintett felek (egyelőre) nincsenek kompenzálva az elszenvedett kárért.

Az extern gazdasági hatások mainstream mikroökonómiai modellje a Pearce–Turner féle (1990, p. 90.) modell, melyet Kerekes és Szilávik (2003, pp. 92–93.) is ismerttet

² A valóságban ez az eset nem mindig externália: a méhész sokszor fizet a méhlegelő igénybevételéért, illetve a gyümölcsös tulajdonosa is sok esetben fizet a beporzásért. Ez esetben a harmadik fél kompenzált, tehát nem externáliával állunk szemben.

részleteiben. Ebben a termelés vagy a szennyezés függvényében egy határbevétel és egy határköltség függvény szerepel:

- Az MNPB (Marginal Net Private Benefit, egyéni tiszta határhaszon függvény) megmutatja, hogy egységnyivel növelve a termelést (vagy szennyezést), mennyivel növekszik a vállalat profitja. Az alapfelfogás szerint az MNPB függvény egy negatív meredekségű egyenes, amit a piaci árnak megfelelő vízszintes határbevétel (MR) függvény és a pozitív meredekségű, növekvő határköltség (MC) függvény különbségeként számolhatunk.
- Az MEC (Marginal External Cost, externális határköltség) függvény a szennyezés következtében felmerülő társadalmi, külső szereplőkhöz köthető költségek változását mutatja. A modellben a függvény egy pozitív meredekségű egyenes: a szennyezés növekedésével a költségek gyorsuló ütemben növekednek.



1. ábra: Az externália optimális nagysága (Kerekes, 2007, p. 125.).

A hagyományos modellben szabályozás nélkül a haszonmaximalizáló vállalat addig növeli a termelését, ameddig az *MNPB* függvénye pozitív. Az egyéni optimum a vízszintes tengely és az *MNPB* függvény Q_m metszési pontjában van. Ebben a pontban a vállalat profitja az $A+B+C$ területtel, a teljes extern költség nagysága a $B+C+D$ területtel, a társadalmi összes haszon $A-D$ területtel egyenlő.

Amennyiben az externális költségeket is figyelembe vesszük, akkor a vállalat társadalmilag optimális termelése (szennyezése) annyi lesz, amennyit az *MNPB* és *MEC* függvények Q^* metszéspontja kijelöl. A vállalat profitja $A+B$ területtel, az externális

költség B területtel, a társadalmi összes haszon A területtel egyenlő. A társadalmi optimum helyzetéből bármelyik irányba elmozdulva a társadalmi teljes haszon csökken. A modell szemlélteti azt a laikusok számára meglepő eredményt is, hogy nem a környezetszennyezés teljes megszüntetése a cél, hanem annak olyan szintre történő visszaszorítása, amely biztosítja a társadalmi haszon maximumát (Kocsis, 1998). Tehát a zérustól eltérő környezetszennyezés társadalmilag racionális.

A hagyományos modelltől eltérően Löfgren (2000) vízszintes MNPB függvényt alkalmaz. A szerző kompetitív piacon termelő vállalatot tételez fel és figyelembe veszi annak kapacitáskorlátait. A vállalat számára a termék eladási ára exogén tényező, így konstans árral találkozik (ebben megegyezik a mainstream modellel). Eltérés azonban az, hogy a termelés átlagos változó költsége a teljes kapacitásának erejéig állandó, ennek következtében a határköltsége szintén konstans (szemben a hagyományos modellben levő növekvő határköltségével). A Disszertációban alkalmazandó erőművekre vonatkozó reálopciók modell rövid távon, adott napszakon belül, a Löfgren által alkalmazott megközelítéshez hasonló, hosszabb távon ugyanakkor negatív meredekségű MNPB függvényt eredményez (részletesen lásd a VI. fejezetben).

A társadalmi optimum közelítése érdekében az extern költségeket internalizálni kell. A *command and control* típusú módszerek (Kerekes - Szlávik, 2003, pp. 109-116.) felülről, adminisztratív úton befolyásolják a vállalat szennyezését. Két fő típusa a szennyezés adóztatása (*pigou-i adó*), illetve a *mennyiségi korlátozás*. A pigou-i adó alkalmazása során az egységnyi termelésre (esetleg szennyezésre) meghatározott mértékű díjat vet ki a szabályozó hatóság, annak érdekében, hogy olyan mértékben csökkentse a termelését és szennyezését, amennyi a társadalmi optimumhoz szükséges. A megoldás előnye, hogy a megfelelés költsége a szabályozott vállalatok számára jól tervezhető, hátránya ugyanakkor, hogy az összes kibocsátott szennyezés mennyisége bizonytalan. A másik *command and control* típusú módszer a *mennyiségi korlátozás*, melynek során vállalatonként van meghatározva egy maximálisan megengedett szennyezési szint. Ennek a megoldásnak előnye, hogy az összes szennyezés mértéke nagy biztonsággal meghatározható, hátránya viszont, hogy a megfelelés teljes társadalmi költsége nehezen vagy egyáltalán nem tervezhető. A szennyezők költségstruktúrájától független mértékben korlátozzák termelésüket, emiatt nem feltétlenül ott történik a szennyezés csökkentés, ahol azt a legkisebb költséggel meg lehet tenni, a társadalmi optimum szükségszerűen nem teljesül. Általános probléma a *command and control* típusú eszközökkel, hogy

hatékony alkalmazásukhoz ismerni kellene az egyes vállalatok *MNPB* és *MEC* függvényeit, és a társadalmi optimum érdekében vállalatonként kellene megszabni a mennyiségi korlátot, ami a gyakorlatban nem kivitelezhető.

Az externáliák kezelésének egy másik lehetséges megoldása a Coase-féle *tulajdonjogi megközelítés* (1960), ami szerint a tulajdonjogok definiálása és kiosztása után tárgyalásos úton valósul meg a társadalmi szintű optimum (feltéve, hogy a tranzakciós költségek kellően alacsonyak). Amennyiben a szennyezőnek van joga szennyezni, akkor az extern hatás elszennvedői fizetnek a szennyezőnek a szennyezés csökkentéséért. Amennyiben a szennyezést elszennvedő harmadik félnek van joga teljesen tiszta környezetben élni, akkor a vállalat fog fizetni a szennyezés lehetőségéért. A coase-i szemlélet szerint az üvegházhatású gázok túlzott kibocsátásával kapcsolatos externália háttérben az áll, hogy a légkörnek nincsen pontosan definiált tulajdonosa, így a levegőszennyezés kérdésében nem dönthet egy kijelölt személy vagy szervezet. A Coase-féle megoldás fontos feltétele az alacsony tranzakciós költségekkel lebonyolított alkuk lehetősége. Amennyiben az érintettek száma túl nagy, akkor a tárgyalásos alkuk nehezen megvalósíthatóak.

A coase-i alapokra építve Dales (1968) dolgozta ki a szennyezési jogok piacát, ami az Európai Emissziókereskedelmi Rendszer (EU ETS) működésének alapja. A modellben nem a szennyezést elviselő légkörnek van definiálva a tulajdonjoga, hanem az egységnyi szennyezés lehetőségének. A szennyezési kvóta szabadon kereskedhető, ezzel biztosítható, hogy ott valósul meg a kibocsátás-csökkentés, ahol azt a legalacsonyabb költséggel lehet elérni. Ha egy cég a piacon többet kap a szennyezési egységért, mint amennyit keresne az egységnyi szennyezésen, akkor nem termel és eladja a feleslegessé váló kvótáit (vagy kevesebbet szerez be). Amennyiben a kvóta áránál több hasznot tud realizálni szennyezéssel járó tevékenységén, növeli termelését (és ezen keresztül a szennyezését) és többlet kvótát vásárol. A rendszer alacsony tranzakciós költségek és informált piaci szereplők esetén biztosítja a társadalmi optimum elérését.

A *cap and trade* rendszerben első lépésben meghatározásra kerül a „megengedett” szennyezés összes mennyisége (*cap*) és ennek megfelelő számú szennyezési kvótát hoznak létre. Ezután a szennyezési egységekkel való kereskedés biztosítja a kibocsátási célok hatékony elérését. Rubin (1996) az emissziós piacot és a kvóta árának viselkedését modellezi. Megállapítja, hogy profitmaximalizáló vállalatokból álló piac eléri a legkisebb összköltségű emisszió-csökkentést. Soleille (2006) felhívja a figyelmet arra, hogy az

emissziókereskedelmi rendszer hatékonysága nem csak az eszköz típusából adódik, hanem a globális emissziós cél szigorúságától is függ. A rendszer egyik gyenge pontja a teljes mennyiség (*cap*) helyes megválasztása: amennyiben túl sok szennyezési egységet bocsátanak ki, leesik a kvóta ára és nem ösztönöz szennyezés csökkentésre, túl kevés kvóta viszont túlzott mértékben visszafoghatja a termelést és recessziót idézhet elő.

Komplex, többféle eszközből álló környezetpolitika alkalmazása esetén figyelemmel kell lenni az emissziókereskedelmi rendszer és egyéb szabályozói eszközök kölcsönhatására is. Sorrell és Sijm (2003) szerint az emissziókereskedelmi rendszer mellett kiegészítő eszközök alkalmazása csak abban az esetben fogadható el, amennyiben az növeli a kvótakereskedelmi rendszer hatékonyságát, vagy egyéb szabályozói célok elérésében segít. Hangsúlyozzák azt is, hogy két környezetpolitikai eszköz együttes alkalmazása növeli a rendszer költségeit, és a kiegészítő eszköz alkalmazása nem feltétlenül járul hozzá további emisszió-csökkentéshez. Böhringer és szerzőtársai (2006) felhívják a figyelmet arra a tényre, hogy ha az emissziókereskedelmi rendszer nem fed le minden iparágat, akkor a többi iparágat egyéb környezetpolitikai eszközzel kell szabályozni a kibocsátási célok elérése érdekében. A szerzők Németországra vonatkozó szimuláció alapján megállapítják, hogy az emissziós piac hatékonyságának esetleges hiánya a befolyásos szektorok lobbitevékenységének tudható be, akik ki akarnak kerülni a szabályozásból, vagy a kelleténél több kvótát szeretnének kapni.

Az első jelentősebb emissziós piac a számottevő tőzsdei hagyományokkal rendelkező Amerikai Egyesült Államokban, a környezetvédelmi ügynökség (US Environmental Protection Agency (EPA)) *Savas Eső Programjához* (Acid Rain Program) kapcsolódó 1990-es *Clean Air Act* törvény által meghatározott keretrendszerben működik. A program első fázisa 1995-től, a második fázisa 2000-től kezdődött. Az indulás időpontjának szempontjából második, de volumenében és nemzetközi szerepe alapján az első emissziós piac a 2005-ben indult Európai Emissziókereskedelmi Rendszer (EU ETS), amit a továbbiakban részletesebben ismertetek.

I.3. Az Európai Emissziókereskedelmi Rendszer (EU ETS)

A XX. Század vége felé közeledve egyre biztosabbá vált, hogy az iparosodásnak „köszönhető” jelentős mértékű szén-dioxid-kibocsátás hosszú távú globális klímaváltozást okoz. A globális szennyezés és hatás miatt a problémát csak nemzetközi együttműködés keretében lehet eredményesen kezelni. Az első meghatározó jelentőségű megállapodás az ENSZ Éghajlatváltozási Keretegyezménye (United Nations Framework Convention on Climate Change, UNFCCC) volt, ami az 1992-es *Riói Konferenciához* köthető. Az egyezményt aláírók elismerték, hogy az üvegházhatású gázok a Föld ökoszisztémáját megbontják. A megállapodás deklarált célja az volt, hogy stabilizálják a légköri üvegházhatású gázok koncentrációját egy olyan szinten, amely megelőzi az emberi tevékenység miatt bekövetkező veszélyes klimatikus változásokat. A felek abban is megállapodtak, hogy 1995-től kezdődően évenként, konferenciák (COP, Conference of Parties) keretében összeülnek, hogy megvitassák a klímaváltozás elleni küzdelem fontosabb fejleményeit és konkrét lépéseket dolgozzanak ki a legrosszabb következmények elkerülésének érdekében.

Az 1997 decemberében a japán Kiotóban tartott harmadik konferencián (COP 3) megalkották a *Kiotói Protokollt* (The Kyoto Protocol on Climate Change), amiben az iparosodott és az átmeneti (*Annex B*) országok a 2008-és 2012-as kibocsátásaikra vonatkozóan átlagosan 6-8%-os emisszió csökkentést vállaltak az 1990-es szintjükhöz képest. Az egyezmény hatályba lépésének feltétele az volt, hogy az üvegházhatású gázok (GHG) összes kibocsátásának legalább 55%-ért felelős államok ratifikálják azt. A Protokoll veszélybe került, amikor 2001-ben a legnagyobb kibocsátó, és addig vonatkozó USA elutasította az egyezmény aláírását (az Amerikai Egyesült Államoknak 7%-os csökkentés kellett volna vállalnia). A 2001-ben a bonni konferencián (COP 6) az USA már csak megfigyelőként vett részt. A Bonnban létrejött megállapodásban foglalkoztak a különböző *rugalmassági mechanizmusokkal* (ET, JI, CDM), valamint a *szén-nyelők* (carbon sinks) kérdésével. A Kiotói Protokoll-lal kapcsolatos patthelyzet csak 2004-ben oldódott meg, amikor egy másik jelentős szennyező - Oroszország - is aláírta a szerződést. Az életbe lépéssel kapcsolatos bizonytalanság és a 7 éves csúszás jól szemlélteti az ellentétek erejét az egyéni országok rövid távú gazdasági érdekei és az emberiség hosszú távú globális érdekei között.

A klímaváltozással és klímátárgyalásokkal kapcsolatban érdemes kiemelni két igen jelentős, a társadalmi és politikai közvéleményt erősen befolyásoló munkát: az egyik az *Éghajlatváltozási Kormányközi Testületet* (IPCC, Intergovernmental Panel on Climate Change) periodikusan megjelenő riportja (Assesment Report), a másik a *Stern-jelentés*. Az IPCC eddig négy riportot adott ki az 1990-es, 1995-es, 2001-es és 2007-es években, a következő riport a 2014-es lesz (IPCC Fifth Assessment Report: Climate Change 2014). A riportban három munkacsoport eredményeit összesítve, helyet kapnak légkörfizikai, ökológiai és gazdasági kérdések. Nicholas Stern a brit kormány felkérésére készítette el a 700 oldalas *Stern-jelentést* (2006). Ennek az egyik legfontosabb megállapítása, hogy cselekvés nélkül az emberiség elveszítheti a globális GDP mindenkori 5%-át (jelentősebb származékos károk bekövetkezése esetén ez elérheti a 20%-ot is). Emellett a jelentés kifejti, hogy az éves GDP 1-2%-ának befektetésével elkerülhetőek lennének a legjelentősebb negatív hatások. A jelentés a „diagnózison” túlmenve sürgeti a nemzetközi együttműködés keretében létrejövő globális, régióként „nagyjából hasonló” kibocsátási kvóta áruk kialakítását, ami alapfeltétele a csökkentések hatékony elérésének.

A jelentések következtében a fejlettebb országok közvéleménye egyre inkább támogatta a klímavédelmi törekvéseket. Érdekes és tanulságos áttekinteni az Európai Unió szerepvállalásának alakulását a kiotói folyamatban (részletesebben lásd Convery et al., 2008). A közösségi szintű környezetvédelmi együttműködés első jelentős lépcsője az 1986-os *Single European Act*, amelyben hangsúlyt kapott a környezeti kihívások költséghatékony, közösségi szinten történő kezelése. Az üvegházhatású gázok kibocsátásának korlátozása és az extern hatások internalizálása érdekében 1992-ben az Európai Bizottság közösségi szintű szén-dioxid-adó bevezetését javasolta. A terv nem valósult meg, mivel egyrészt az európai szintű adóban néhány tagállam a fiskális autonómiájának csökkentését látta, valamint az ellenérdekelt energia lobbij jelentős érdekérvényesítő képességgel rendelkezett. A *Kiotói Protokoll*-hoz vezető tárgyalásokban az Unió meghatározó szerepet vállalt. Kezdeti álláspontja egységes 15%-os csökkentési szint bevezetése és az emissziókereskedelem elvetése volt. A tárgyalás európai oldalról sikertelenül zárult, mert a két, Unió által javasolt pontból egy sem került be a Protokollba. Az egyezmény aláírása és az európai érdekérvényesítési kudarc után gyökeres fordulat állt be az EU stratégiájában: az USA távolmaradásával átvette a vezető szerepet a nemzetközi klímavédelemben. Az emissziós piac korábbi ellenzőjéből a jelenlegi legnagyobb kvótapiac megteremtőjévé lépett elő.

A Protokollban az EU közösségi szinten 8%-os csökkentést vállalt, az EU-buborékon belüli egyes országok teljesítésének meghatározásában szabad kezet kapott. A tagországok kibocsátási céljait (melynek eredményeképpen az Uniós célkitűzés megvalósul) a *Tehermegosztási Egyezmény* (Burden Sharing Agreement) definiálta. Ebben a fejlettebb tagállamok nagyobb arányú csökkentést vállaltak, míg a kevésbé fejlett tagállamok kibocsátásai növekedhettek. A volt „Keleti Blokk” átmeneti gazdaságai (köztük Magyarország) a Protokoll szempontjából speciális helyzetben voltak, ugyanis a gazdasági szerkezetváltás miatt korábbi jelentős ipari termelésük, energia igényük és ezzel üvegházhatású gáz kibocsátásuk a 80-as évek végén jelentősen visszaesett. Ezek az államok lehetőséget kaptak arra, hogy a viszonyítási alapjuk (amihez képest kell megvalósítani a csökkentést) nem az 1990-es, hanem a korábbi évek legyenek. Ez Magyarország esetében azt jelentette, hogy az általunk vállalt 6%-os csökkentést az 1985-87-es bázisidőszakhoz képest kell megvalósítanunk, amit gyakorlatilag minden jelentősebb erőfeszítés nélkül el tudunk érni. Magyarországnak várhatóan 2020-ig kvótafeleslege lesz (Szabó et al., 2010), viszont hosszabb távon nekünk is egyre aktívabb szerepet kell vállalnunk a szén-dioxid-kibocsátás csökkentésében.

Az emissziós célok költséghatékony teljesítése érdekében létrehozott Európai Kvótakereskedelmi Rendszer (European Union Emissions Trading System – EU ETS) alapjait a 2003. október 13-án hatályba lépett 2003/87/EC direktíva rakta le. Az Európai Kvótakereskedelmi Rendszer egy *cap and trade* rendszer, amiben az államok évente felülről meghatározzák a kibocsátható mennyiséget és ennek megfelelő mennyiségű szabadon kereskedhető kvótát bocsátanak ki. A kvótaár a piaci viszonyok függvényében változik, ezért nem lehet előre megmondani, hogy mennyi lesz a kibocsátás-csökkentés teljes költsége. A szabad adás-vétel és likvid kvótapiacnak köszönhető viszonylag alacsony tranzakciós költség biztosítja, hogy ott történjen kibocsátás csökkentés vagy megtakarítás, ahol azt a lehető legkisebb költséggel lehet megvalósítani.

Az EU ETS 2005-ben indulva három évvel előzte meg a kiotói vállalások tárgyát képező 2008 és 2012 közötti időszakot. Ehhez igazodva a kereskedelmi rendszert két szakaszra bontva indították: az első szakasz (*Pilot Phase, First Phase*) 2005-2007-ig tartott, szerepe elsősorban a tapasztalatszerzés volt, a 2012-ig zajló második kiotói szakasz (*Kyoto Phase, Second Phase*) hivatott biztosítani a vállalások költséghatékony teljesítését. A harmadik szakasz (*Third Phase*) a 2013 és 2020 közötti időszakot fedi le, ebben az összes

kibocsátható üvegházhatású gáz mennyiséget tovább szűkítik, valamint az ingyenes allokáció helyett fokozatosan aukció keretében juttatják a kvótákat a szereplőkhöz.

Az Európai Emisszió Kereskedelmi rendszer a világ első nemzetközi, szén-dioxid-kibocsátási egységeket forgalmazó rendszere. Hozzávetőlegesen 10500 létesítmény összesen 2 milliárd tonna szén-dioxid-emisszióját fedi le az EU 27 országában és a három társult államban (Izland, Lichtenstein, Norvégia). A jelenlegi rendszer az üvegházhatást okozó gázok közül szinte kizárólag a szén-dioxidot fedi le. A kivételt a Norvégiában és Hollandiában kibocsátott dinitrogén-oxid adja (European Commission, 2009), de ennek mennyisége nem jelentős.

Érdemes az EU ETS által lefedett teljes emisszió-mennyiséget a globális kibocsátáshoz hasonlítani. Az adatok összemérhetőségét nehezíti, hogy az egyes ország kategóriák (fejlett, fejlődő) esetében más időszakra vonatkoznak az elérhető emissziós adatok. A fejlett (*Annex I*) országok teljes kibocsátása 2007-ben 18.1 milliárd tonna szén-dioxidnak felelt meg (UNFCCC, Flexible Queries, 2010), ebből 5 milliárd tonna köthető az EU(27) országaihoz. A 122 fejlődő (nem Annex I) ország kibocsátása 1994-es adatok alapján 11.7 milliárd tonna szén-dioxidnak felel meg (UNFCCC, 2005), az EU ETS méretét a 2009-es allokált mennyiség (CITL, 2010) alapján vettem számításba:

	CO2 kibocsátás (millió tonna)	Előző kategóriához képest	Teljes kibocsátáshoz képest
Teljes	29 848	-	100.0%
Annex-I	18 112	60.7%	60.7%
EU(27)	5 032	27.8%	16.9%
EU ETS	1 967	39.1%	6.6%

1. táblázat: EU ETS relatív mérete.

A kibocsátási adatokból látható, hogy a jelenlegi legnagyobb emissziós piac az EU(27) teljes kibocsátásának 39.1%-át, a Föld teljes kibocsátásának 6.6 %-át fedi le (ha feltesszük, hogy a fejlődő országok mostani emissziója a rendelkezésre álló 1994-es adatoknál magasabb, akkor az EU ETS jelenlegi részesedése ennél is kisebb).

Ha arra a kérdésre keressük a választ, hogy az európai szinten le nem fedett közel 61% milyen iparágakhoz kötődik, akkor az EU(27) 2007-es iparági megoszlását érdemes szemügyre venni:

Iparágak	millió tonna
1.A.1 Energiaipar	1 604
1.A.2 Gyar- és építő ipar	642
1.A.3 Közlekedés, szállítás	980
1.A.4 Egyéb szektorok	665
1.A.5 Egyéb (máshol nem említett) források	10
1.A Üzemanyagok elégetése	3 901
1.B Megszökő emisszió üzemanyagokból	87
1 Energia felhasználás	3 988
2 Ipari folyamatok	430
3 Oldószerek és egyéb anyagok felhasználása	12
4 Mezőgazdaság	461
5 Földhasználat és erdőgazdálkodás	-407
6 Hulladék	141
7 Egyéb	
Összesen	4 625
Összesen (földhasználat és erdőgazdálkodás nélkül)	5 032

2. táblázat: EU(27) kibocsátásának iparági bontása, energia iparág részletezve.

A kvótaegységre eső tranzakciós költségek minimalizálása érdekében fontos, hogy elsősorban a legnagyobb kibocsátást okozó létesítmények kerüljenek bele a kereskedelmi rendszerbe. A legnagyobb szennyező, az energia iparág szerepel a szabályozott iparágak között. Az EU ETS-be (egyelőre) nem kerültek be jelentős összesített kibocsátást okozó, de nagyszámú kibocsátót tartalmazó szektorok, erre tipikus példa a közlekedés, ahol rendkívül sok szennyezési forrás bocsát ki összesített szinten jelentős mértékű üvegházhatású gázt (2007-es adatok alapján közel 1 milliárd tonna szén-dioxidot). Szintén le nem fedett terület a mezőgazdaság a közel fél milliárd tonnás éves kibocsátásával.

Természetesen nem jelenthetjük ki, hogy egyes területek a szabályozásból teljes mértékben kimaradtak, ugyanis az egyes országok a Protokollban a teljes kibocsátásra vonatkozóan vállalták a csökkentési szinteket. Bár az államszintű célokat egyéb szabályozói eszközökkel is elő tudják segíteni (például jövedéki adó az üzemanyagokra, épületek hőszigetelési minimum-követelményeinek előírása), azonban szerencsés lenne, ha a létező szén-dioxid-ár szélesebb körben be tudna épülni a gazdaságban létező árakba, ez pedig az emissziókereskedelmi rendszer bővítése mellett szól (ennek irányába mutat a repülési szektor bevonása is).

Nem lebecsülendő az sem, hogy az EU ETS, mint az első, több nemzetet lefedő kvótakereskedelmi rendszer, tapasztalatokkal szolgál egy majdani globális kvótakereskedelmi rendszer kialakításához. Buchner és szerzőtársai (2006) továbbá

Ellerman (2008) részletesebben foglalkozik azzal a kérdéssel, hogy mennyiben tekinthető az EU ETS egy jövőbeli nemzetközi rendszer prototípusának. Ellerman kifejti, hogy az Unió bizonyos szempontból hasonlít a globális közösségre: a tagországok között csak gyenge szövetségi struktúra áll fenn, valamint jelentős gazdasági fejlettségbeli különbségek tapasztalhatók. Az Európán belüli Kelet és Nyugat közötti fejlettségbeli különbségek nem olyan jelentősek, mint a világon belüli eltérések, azonban az EU ETS-ben szerzett tapasztalatok nagyban segíthetnek a majdani rendszer kialakításával kapcsolatban. A szerző megállapítja, hogy a próba időszak nagyon hasznos volt a résztvevők számára, mert jelentős tapasztalatot tudtak gyűjteni a rendszer működésével kapcsolatban. A tény adatok alapján megállapítja, hogy az EU ETS a várakozásokkal ellentétben nem implikált jelentős mértékű nemzetközi tőkeáramlást: a kvóták túlnyomó része abban az országban lett visszaadva, amelyikben kibocsátották.

A kvóták kínálata és az allokáció

Az EU ETS alapegysége az EUA (EU Allowances), ami egy tonna szén-dioxid (vagy annak megfelelő egyéb üvegházhatású gáz) légkörbe bocsátására jogosít. A kvóta érvényessége speciális: bankolás lehetősége nélkül korlátozott időtartamra (adott évre) érvényes, ezen kívül értéktelen. Amennyiben lehetséges az évek közötti átcsoportosítás, a kvóták egyedül a tényleges emisszió lefedésével semmisülnek meg, veszítik el érvényüket.

Az Európai Emissziókereskedelmi Rendszer alapegysége mellett még három féle emissziós egységet érdemes megemlíteni: AAU, CER és ERU. Az AAU (Assigned Amount Unit) a Kiotói Protokoll alapegysége. Az EUA valójában egy címkézett AAU-nak feleltethető meg, amit az állam a nemzeti allokációs terv (NAP) keretében ad magántulajdonba. Amennyiben egy vállalat egy másik tagállamban levő résztvevőnek ad el EUA egységet, akkor az EUA-val az AAU is átmegy a célországba. Emiatt a kvóták térítésmentes kiosztása esetén az állam potenciális bevételektől esik el: ha nem adná át ingyen az EUA egységeket a vállalatainak, akkor azokat AAU formában értékesíthetné (természetesen csak akkor, ha az ország teljes kibocsátási szintje ezt lehetővé teszi). A második kereskedési szakaszban korlátozott mértékben lehetővé tették, hogy egyéb, Kiotó-i egységeket is fel lehessen használni a megfelelésre. A CER (Certified Emission Reduction) egységek a megvalósult *Tiszta Fejlesztési Mechanizmusokból* (Clean

Development Mechanism) keletkeznek, melyek során egy fejlett (Annex I) országbeli beruházó valósít meg emisszió-csökkentést egy fejlődő (nem Annex I) országban. A tényleges megtakarítás hitelesítése után bocsájtják ki a CER egységeket, amik szintén piacképesek. Az ERU (Emission Reduction Units) egységek két fejlett (Annex I) ország között megvalósuló, megtakarítást eredményező *Közös Megvalósítás* (Joint Implementation) projektekben jönnek létre. A kettős elszámolás elkerülése céljából ERU egység keletkezésekor azonos mennyiségű AAU egységet semmisítenek meg.

Az emissziós kvóta egy sajátos jószág, speciális tulajdonságait akkor érthetjük meg legkönnyebben, ha egyéb szokványosabb tőzsdéi termékhez hasonlítjuk. Benz és Trüch (2009) a kvótát a részvényekhez hasonlítva megállapítja, hogy míg a részvény ára elsősorban az adott vállalat profitkilátásaitól függ, addig a kvóta nem nulla ára elsősorban annak szűkösségéből, korlátos kínálati mennyiségéből fakad. A szerzők ötletét továbbgondolva a kvótát energiahordozókhoz is hasonlíthatjuk: az emissziós egység abból a szempontból is speciális, hogy míg az erőforrásokat jelentős költségek árán termelik ki, addig a kvótákat adminisztratív úton hozzák létre: az államok a nemzeti allokációs tervüknek megfelelően évente bocsátanak ki meghatározott mennyiségű emissziós egységet. A hagyományos erőforrások esetében a keresletet az adott árak mellett hatékonyan kitermelhető készletekből elégítik ki. A kereslet növekedésével az ár emelkedik, az erőforrás kimerülését figyelembe nem véve a gazdaságosan kitermelhető készlet növekszik, a kínálat a piaci ár (a kereslet) függvényében rugalmas. Ezzel szemben a kvóta kínálata szabályozói hatóság által meghatározottan rögzített. Ha a kereslet növekedik, akkor az ár emelkedik, a kínálati mennyiség viszont fix marad. A kép kicsit árnyaltabb, ha figyelembe vesszük az emisszió-csökkentési beruházásokat, valamint a kiotói rugalmassági mechanizmusok hatását, amik bizonyos szempontból növelik a kínálatot. Az előbbi esetben a vállalat saját termelését alacsonyabb fajlagos kibocsátásúvá alakítva növeli a fölösleges kvóta mennyiségét, amit szabadon értékesíthet. Az utóbbi esetben a kiotói rugalmassági mechanizmusok körébe tartozó projektekből származó kiotói egységek bővítik a kínálatot, bár ezek felhasználhatóságát adminisztratív úton korlátozzák.

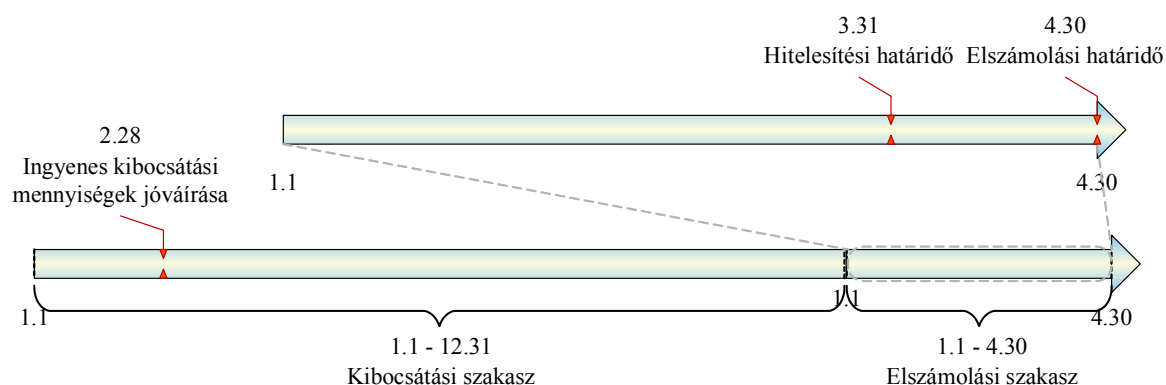
A kvóták kínálatát a nemzeti hatóságok biztosítják, akik a jelenlegi rendszer szerint túlnyomórészt ingyenesen adják át a kibocsátási egységeket az elszámolásra kötelezett vállalatoknak. A kezdeti, ingyenes kvótaallokáció hozzájárult az emissziókereskedelmi rendszer piaci szereplőkkel való elfogadtatásához. A kötelezett vállalatok számára a

rendszerbe való belépés nem okozott hirtelen, jelentős mértékű költségemelkedést (főleg a szén-dioxid-adó alternatívájához viszonyítva). Lesi és Pál (2004) disszertációjukban többek között az allokációs típusok (ingyenes átadás, aukció) hatásait vizsgálták. Megállapítják, hogy alacsony tranzakciós költségek esetén a kvótaallokáció módja (ingyenes kiosztás vagy aukció) nem befolyásolja a rendszer hatékonyságát. A szerzők szerint ingyenes átadás esetén elérhető, hogy a szereplők kisebb ellenállást tanúsítsanak a kvótakereskedelmi rendszerrel szemben, a szűkösségből származó járadékot ugyanakkor teljes mértékben a kvótát kapók realizálják. Részleges aukció esetén a járadék egy része az államé lesz, de ebben az esetben a kötelezettek együttműködési hajlandósága is kisebb. A szerzők szerint az elméletileg kívánatos árverési hányad a paraméterek függvényében 16-28%-os.

Hosszabb távon az ingyenes juttatást felváltja az aukció. A szabályozói szándék szerint a befolyó bevételekből a kormányzatok környezetvédelmi beruházásokat, illetve adócsökkentési intézkedéseket tudnak finanszírozni.

A megfelelés szabályai és tapasztalatai

A jelenlegi ingyenes allokációs rendszer szerint a kvóták kiosztása minden év február végéig megtörténik. A vállalat éves tény kibocsátásáról a következő év március 31-éig köteles jelentést tenni, egy hónapon belül (április 30-ig) pedig a megelőző év elfogadott kibocsátási mennyiségével megegyező számú kvótát kell visszaadnia az illetékes hatóságnak (megfelelés). Az elszámolási időpontokat a következő idő-ábra szemlélteti:



2. ábra: Az EU ETS elszámolási időpontjai.

Meg nem felelés akkor következik be, ha a vállalat nem tudja kibocsátását teljes mértékben kvótákkal lefedni. Ekkor egyrészt továbbgörgetik az adott évi hiányát, azaz a hiányzó mennyiséget levonják a következő évben rendelkezésre álló kvótáiból, másrészt tonnánként 100 Euró büntetést (a próbaidőszakban 40 Eurót) kell fizetnie.

Ellerman és Buchner (2006) a CITL³ adataira támaszkodva, a 2005-ös létesítmény szintű emissziók és allokált kvóták száma alapján elemzik az EU ETS rendszerét. A szerzőpáros összehasonlítja a historikus (baseline) emissziót, az allokált kvótát és a tényleges kibocsátást. Munkájukban egy olyan mértéket javasolnak, amely mellett a tényleges szennyezés elhárítás mértékét az emissziós adatok, gazdasági aktivitás és az energia intenzitás függvényében lehet becsülni.

Fazekas (2009) disszertációjában az EU ETS magyarországi hatásait elemezte. A próbaidőszak legjelentősebb problémája véleménye szerint az volt, hogy legtöbb létesítmény nem mérte, nem számolta, és nem tartotta nyilván szén-dioxid-kibocsátási adatait az EU ETS bevezetését megelőzően. A magyar cégek emissziókereskedelmi rendszerhez való hozzáállását személyes interjúk alapján vizsgálta. A vállalatok adminisztratív tehernek érezték a rendszert, nem ismerték fel a kibocsátási egységek használdozati költségét, csak a felmerülő költségek minimalizálására törekedtek. A szerző szerint a magyarországi létesítmények a próbaidőszakban elsődlegesen a kiosztási folyamatban elérhető legnagyobb haszonra törekedtek, azaz, hogy minél több egységhez jussanak hozzá ingyenesen, ahelyett, hogy az összes elhárítható kibocsátásra fókuszáltak volna.

Buchner és szerzőtársai (2006) kifejtik, hogy a döntéshozók szerint a szén-dioxid-emisszió visszaszorítása elsősorban a termelés visszafogásával lehetséges. Emiatt az esetleges gazdasági recesszió elkerülése érdekében a szereplők általában annyi kvótát kaptak, amennyi a termelésük zavartalan szinten-tartásához szükséges. Kivétel ez alól az energiaszektor, amely esetében rendelkezésre állt egy jelentős emisszió-csökkentési alternatíva: a szénről a gázra történő tüzelőanyag váltás.

³ CITL (Community Independent Transaction Log) adatai segítségével létesítményenként elemezhető az allokált mennyiség és a tényleges emisszió. A kvóták tulajdonjogát érintő tranzakciók csak közvetve vizsgálhatók, az egyedi ügyletek 5 évre vannak titkosítva.

A helyzet jobb megvilágítására nézzük meg a 2009-es allokáció és tény kibocsátások viszonyát:

2009-es allokáció és emisszió összehasonlítása (millió tonna)	Allokáció	Emisszió	Kibocsátás többlet	
Erőművek	1 262.7	1 377.1	114.3	9.1%
Mész, cementgyártás	213.8	151.5	-62.3	-29.1%
Vas- és hengerművek	185.0	95.5	-89.5	-48.4%
Kőolaj finomítók	153.6	146.2	-7.4	-4.8%
Papír, csomagolóanyag gyártás	38.8	27.9	-10.9	-28.2%
Üveggyártás	25.6	19.4	-6.2	-24.1%
Kokszolók	22.4	15.8	-6.7	-29.7%
Hulladék hasznosítók	22.0	11.0	-11.0	-49.8%
Téglyagyártás	19.2	9.1	-10.1	-52.7%
Egyéb	24.2	19.9	-4.3	-17.7%
Összesen	1 967.4	1 873.3	-94.1	-4.8%

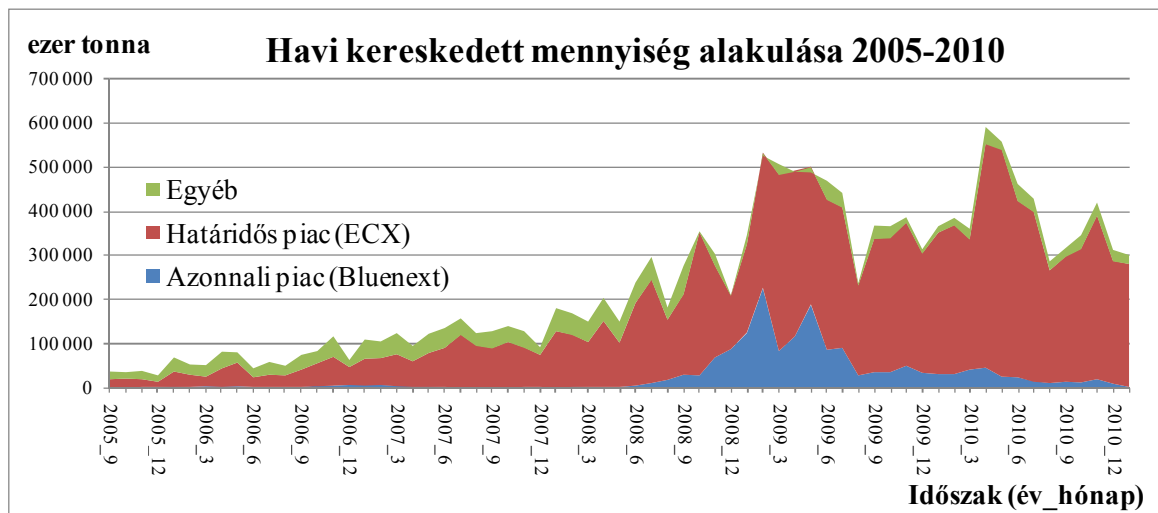
3. táblázat: Az allokáció és a kibocsátás viszonya iparáganként.

A táblázat alapján látható, hogy a 2009-es évre vonatkozóan összesen 1.97 milliárd tonna szén-dioxid-kvótát adtak oda a vállalatoknak, a tényleges emisszió (részben a gazdasági válságnak „köszönhetően”) mintegy 94 millió tonnával alatta maradt az allokált mennyiségnek. A kibocsátott és allokált mennyiség különbsége egyetlen iparágban, az erőművek esetében volt pozitív, azaz többet bocsátottak ki, mint amennyi kvótát kaptak. Kissé leegyszerűsítve megállapítható, hogy az erőműveknek többletköltséget, a többi szektornak többletbevételt hozott a kereskedelmi rendszer. Az adatokból valóban észrevehető az a szabályozói szándék, hogy a nemzetközi versenynek kitett szektorok ne szenvedjenek versenyhátrányt az emissziókereskedelmi rendszer miatt: a megfelelés költségeit a legnagyobb és elsősorban az európai piacra termelő villamos energia szektor viselte.

A kvótapiaccal kapcsolatos tapasztalatok

A kvótapiac az EU ETS indulása után gyors növekedésnek indult. A havi kereskedett mennyiség⁴ megoszlása a következő:

⁴ Adatok forrása: www.cdclimat.com



3. ábra: Havi kereskedett mennyiség alakulása (2005-2010).

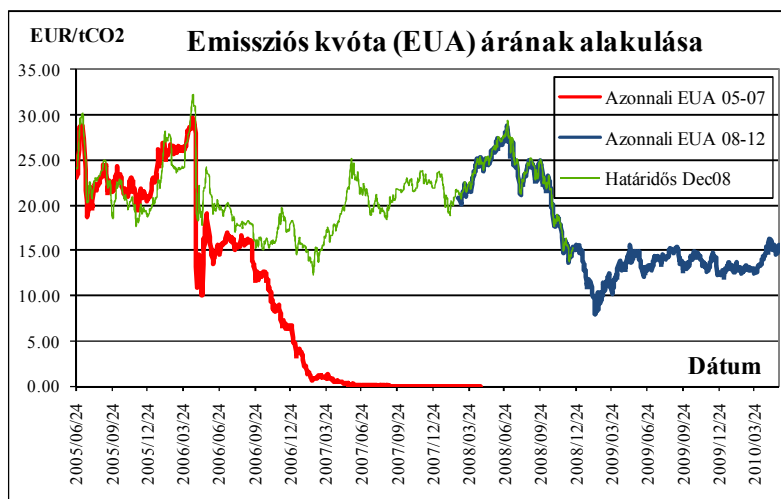
A grafikonon látható, hogy 5 év alatt a kereskedett mennyiség nagyjából megtízszereződött: a vizsgált időszak elején a teljes piacon havonta 35 millió tonna szén-dioxidra vonatkozó kvóta cserélt gazdát, 2010 márciusára az érték 361 millió tonnára emelkedett. A tranzakciók legnagyobb része a határidős szekcióban zajlott, aminek praktikus oka az lehet, hogy elég a megfelelés idejére rendelkezni a kvótákkal, valamint a fedezeti ügyleteket is egyszerűbb a határidős piacon lebonyolítani.

Az emissziókereskedelmi rendszer indulása után a kvótapiac és kvótaár egyre meghatározóbb szerepet kapott a vállalati döntéshozatalban. Convery és szerzőtársai (2008) széles területet átfogó munkájukban az első kereskedési szakasz legfontosabb tapasztalatait ismertetik. Véleményük szerint az első szakaszban a nemzeti hatóságok három fő problémával találkoztak: a rendelkezésre álló idő meglehetősen szűkös volt a nemzeti allokációs tervek kidolgozásához, hiányoztak a létesítmény szintű kibocsátási adatok, a rendszer lefedési elvei (milyen iparág mely vállalataira vonatkozik) nem voltak kellő részletességgel kidolgozva. A problémák ellenére az első szakasz sikeres volt, hiszen teljesítette a deklarált célját: a rendszer elindult és a piaci szereplők tapasztalatokat szerezhettek, a szén-dioxid-kibocsátásnak ára lett a piacon. A rendszer nem okozott jelentősebb nemzetközi versenyképességi hatást: a szabályozás által leginkább érintett villamos energia szektor az áram szállításának technológiai korlátai miatt nem szembesült a külpiacon konkurenciával, a többi, nemzetközi versenynek kitett iparág viszont több kvótát kapott, mint amennyire szüksége volt. Az EU ETS-nek külső globális hatása is lett: összekapcsolódott a norvég rendszerrel, valamint a kiotói mechanizmusokon keresztül más országbeli emisszió-csökkentési beruházásokat eredményezett. Mivel az EU ETS

rendszer mögött az Unió sok tagállama áll a saját nemzeti érdekével, a rendszer működése jól hasznosítható tapasztalatokkal szolgál a majdani globális rendszer kialakításához.

Az emissziókereskedelmi rendszerben a megfelelés adott évre vonatkozik. A bankolás (banking) a fel nem használt kvóták következő évre való átvitelét jelenti. A kölcsönzés (borrowing) pedig a jövőbeli időszakokra kiosztott kvóták előrehozatalát. Míg az adott kereskedési időszakon belüli bankolás engedélyezett volt, addig a két kereskedési szakasz közötti bankolás lényegében tiltva volt. Schleich és szerzőtársai (2006) kifejtik, hogy a bankolás lehetősége csökkenti a rendszer költségeit, mert intertemporális rugalmasságot biztosít. Szimuláció segítségével kimutatják, hogy a periódusok közötti bankolás tiltása csökkentette a rendszer hatékonyságát. Játékelméleti modellre támaszkodva bemutatják, hogy a fogoly dilemma elkerülése érdekében a tagállamoknak koordinálni szükséges a bankolásra vonatkozó döntéseiket.

A szakaszok közötti bankolás tiltásának messzemenő következményei lettek. A következő ábrán a Bluenext (azonnali árak) és az ECX (határidős ügyletek) tőzsdéiről származó, 2005. június és 2010. május közötti záró- illetve elszámoló árak alakulását ábrázoltam. A határidős ár szerepeltetésére azért volt szükség, mert segítségével az első és második kereskedési szakaszra vonatkozó árak könnyebben összehasonlíthatók (a határidős árakat nem korrigáltam az időértékkel):



4. ábra: Emissziós kvóta áralakulása.

A bankolás hiánya miatt a két szakaszra vonatkozó kvóták eltérő terméknek minősültek. Amint látható, 2006 márciusáig a két szakaszra vonatkozó ár viszonylag együtt mozgott. Ezután az első időszakra vonatkozó ár elvált a második időszakra vonatkozótól. Különösen nagy lett az eltérés, amikor 2006-ban nyilvánosságra hozták a kibocsátási

adatokat és nagyon valószínűvé vált, hogy több emissziós egység van a piacon, mint amennyit a vállalatok várhatóan kibocsátanak. Mivel a 2005-2007-es időszakra vonatkozó kvótákat csekély kivételtől eltekintve (Convery - Redmond, 2007) csak az adott szakaszban lehetett felhasználni, az esetlegesen feleslegessé váló, első periódusra vonatkozó kvóták a 2007-es időszak elszámolása után értéküket veszítették. Ez rámutat a *cap and trade* rendszer egyik sajátosságára: ha a kvótát túlosztják, akkor a kvóta elértéktelenedik, és nem hat ösztönzőleg a kibocsátás csökkentésére.

Ellerman és Parsons (2006) a két időszakra vonatkozó árból valószínűségekre vonatkozó változót vezetett le, ami a túlosztás esélyét mutatta. A mutató mögött az a feltételezés áll, hogy ha az első szakasz végén kvótafelesleg van a piacon, akkor a kvóta értéktelen (ára nulla), ha kvótahiány van, akkor arbitrázsmentes piacot feltételezve, az első időszakra vonatkozó kvóta annyit fog érni, amennyit a meg nem felelés alternatívája (következő időszaki emissziós egység ára és a büntetés összege).

Daskalakis és szerzőtársai (2009) kimutatták, hogy a két időszak közötti bankolás tiltása a kvótára vonatkozó származtatott termékek árazására is hatást gyakorolt. Attól függően, hogy a határidős ügylet futamideje azonos időszakra szól, vagy több időszakot fed le, különböző típusú derivatív instrumentumokról beszélhetünk. A határidős termékek közül az azonos időszakon belüli (intra-phase) kontraktusok árazása a „szokásos” határidős ár képlet szerint alakul, nulla kényelmi hozammal. Ellenben a két időszakot átfedő (inter-phase) határidős ügyletek árazására a sztochasztikus kényelmi hozamot tartalmazó modellek voltak megfelelőek. Az inter-phase kontraktusok esetében a befektetők új kockázati faktorról néznek szembe: a következő időszak kiosztási mennyisége bizonytalan. A magasabb kockázat miatt a likviditás csökken, a piac hatékonysága romlik. A szerzők szerint kiemelten fontos, hogy ne korlátozzák az időszakok közötti bankolást (inter-phase banking), és ezt vegyék figyelembe az új emissziós piacok kialakításánál is.

Parsons és szerzőtársai (2009) a *cap and trade* rendszerek teljesítményét elemzik a működési szabályok tükrében. A két megvalósult rendszert (az EU ETS és az egyesült államokbeli kén-dioxid kvótapiac) elsősorban abból a szempontból vizsgálták, hogy a kvóták bankolásának (banking) és kölcsönzésének (borrowing) milyen hatása van a piac működésére. Megállapítják, hogy a két lehetőség korlátozása csökkenti a piaci likviditást. Emellett megjegyzik, hogy az ingyenes allokáció gátolja a bankolás lehetőségének teljes

kiaknázását, csökkenti a kereskedés mértékét és ezzel a piac likviditását szűkíti. Ennek következtében a rövid távú sokkok hatása felerősödik, és a szuboptimális emisszió csökkentésnek „köszönhetően” a szennyezés-csökkentés rendszerszintű költsége növekszik.

Kvótaár sztochasztikus modellezésével kapcsolatos publikációk ismertetése

A Disszertáció témájához közelebb álló publikációk a kvótaár által követett sztochasztikus folyamatot elemzik különféle modellekkel. Daskalakis és szerzőtársai (2009) a 2005-2007-es évek áradatait elemezve különböző árfolyammodelleket tesztel. Az azonnali árakra a normális eloszlású ugrásokkal kiegészített geometriai Brown mozgás modell illeszkedett a legjobban, az árutőzsdei termékeknél szokásos átlaghoz visszahúzó (mean reverting) modellek használatát a kvótaárra vonatkoztatva nem javasolják. Az árfolyam modellezésére Seifert, Uhrig-Homburg és Wagner (2008) egy sztochasztikus egyensúlyi modellt alkotott. Munkájukban kifejtik, hogy az EU ETS eltér más, jelentősebb múlttal rendelkező emissziós piacoktól (például az USA SO₂ kibocsátási kvóta piacától) ezért azok modelljei módosítás nélkül nem használhatók. Felhívják a figyelmet az éretlen piacok egyik jellemzőjére, amely szerint egy erős behatás (sokk) jelentős hatással lehet az árfolyam alakulására. A szerzők a sokkra a 2006 tavaszi áresést hozzák példának. A piac éretlensége miatt véleményük szerint a modellt nem a historikus adatokon megfigyelt jellegzetességek alapján kell felépíteni, hanem célravezetőbb az EU ETS szabályozó rendszeréből és a kapcsolódó mikroökonómiai összefüggésekből kiindulni. A vizsgálatuk elsősorban annak kiderítésére irányult, hogy vajon megfigyelhető-e szezonális az idősorban, létezik-e felső vagy alsó korlát az árak, észrevehető-e átlaghoz való visszahúzás (mean-reversion), vagy a folyamat véletlen bolyongást követ, valamint azt is vizsgálták, hogy a volatilitás milyen viselkedésű. A legfontosabb megállapításaik szerint a CO₂ árának alakulásában nincs jelen a szezonális, továbbá a modellbeli volatilitás függ az időtől és az ártól.

A modellezési munkák más része elsősorban azt elemezte, hogy milyen egyéb faktorokkal áll kapcsolatban az emissziós kvóta ára. Alberola és szerzőtársai (2008) a 2005 és 2007 közötti első kereskedési periódust vizsgálták ökonometriai módszerekkel. A szerzők szerint az áramár, a kiugró időjárási változások és a politikai, szabályozói döntések voltak a legjelentősebb faktorok, amelyek befolyásolják a kvótaárat.

Többváltozós lineáris regresszió segítségével vizsgálták a 2005-2007-es időszakot, és véleményük szerint az extrém hideg időnek, valamint a szezonális értéknél hidegebb időjárásnak volt jelentősebb hatása a kvótaárra. A szerzők ezen kívül strukturális töréseket kerestek a vizsgált intervallumban, amikor változások történtek a különböző tényezők kvótaárra gyakorolt hatásaiban, másképpen fogalmazva, amikor a piaci szereplők viselkedése megváltozott. A két ilyen jellegű törést mutattak ki: az első 2006 áprilisában történt, amikor a tényleges kibocsátási adatok nyilvánosságra kerültek (compliance break); a második strukturális törés 2006 októberében volt, amikor az Európai Bizottság bejelentette, hogy a 2008-2012-es szakaszban jelentősen szűkítik az allokált kvótamennyiséget.

Benz és Trück (2009) az árat meghatározó tényezőket két nagy csoportra osztja: szabályozói (policy) faktorokra, valamint fundamentális faktorokra. Az előbbiek hosszabb távon, az utóbbiak első sorban rövidebb távon befolyásolják a kvótaárat. A szerzők kifejtik, hogy Európa legolcsóbb kibocsátás csökkentési alternatívája a magas szén-intenzitású szénről a kevesebb szén-dioxidot kibocsátást eredményező gázra történő átállás: minél magasabb a kvóta vagy a szén ára, annál inkább hajlamos gáztüzelésre átállni az iparág. A relatív olcsóbbá váló szén növeli annak felhasználását, és ez növekvő emissziót eredményez. A szabályozói faktorokra jó példa a nemzeti allokációs tervekkel (NAP) kapcsolatos bejelentések, amik változtatják a rendelkezésre álló tényleges kvóta mennyiségét illetve az erre vonatkozó várakozásokat. Szintén meghatározza a hozzáférhető emissziós egységek mennyiségét az időszakok közötti átvitel szabályainak (bankolás) módosítása, valamint a kiotói rugalmassági mechanizmusokkal való kapcsolat szabályozásának változása. A szerzők az EUA árának rövid távú viselkedését elemzik, áttekintik a kvótapiac fontosabb stilizált tényeit, és ez alapján építik fel az árfolyamváltozást leíró modelljüket. Megfigyelésük szerint a kvóta kereslete fluktuál, mert a szabályozói környezeti faktorok, és időjárási tényezők (extrém hidegek, melegek, túl sok vagy túl kevés csapadék) változásai egymástól relatív távol álló időpontokban jelentkeznek. Ez szükségszerűen a volatilitás klasztereződését eredményezi. Az árfolyam modellezésre rezsím váltó Markov és AR-GARCH modellek használatát javasolják, melyek a tapasztalt jellemzőket (az eloszlás ferdesége, a vastag szél jelenség és a heteroszkedaszticitás) egyaránt kezelik.

Reilly and Paltsev (2005) az EPPA-EURO (Emissions Prediction and Policy Analysis) modellre támaszkodva becsülte meg az első kereskedési szakaszban várható kvótaárat,

ami 0.6 – 0.9 Euró/tonna értéknek adódott. Ezzel szemben a 2005 közepén levő tonnánkénti érték 20 – 25 Euró volt. Ennek a jelentős eltérésnek a szerzők szerint az oka az olaj és gáz árának emelkedése lehetett, ami a szén használatát növelte, valamint a szárazság, ami csökkentette a rendelkezésre álló vízenergiát, illetve növelte az atomenergia kockázatát.

Mansanet-Bataller, Pardo és Valor (2007) pénzügyi és időjárás-faktorok hatását vizsgálták a kvóta árára. A meteorológiai faktorok közül a német időjárás-adatokra támaszkodtak (az EU ETS-ben résztvevő országok közül az allokált kvóták szempontjából Németország vezet, valamint a német energia piac a legnagyobb). A *Deutcher Wetterdienst* napi minimum, átlagos és maximum hőmérsékletet és csapadékmennyiséget szolgáltat több lokációra. Az időjárás-adatokból lakosságszám súlyozással hoztak létre egy indexet, ami a további elemzés tárgya volt. A várakozások szerint a magas hőmérséklet a villamosenergia-fogyasztást növeli (légkondicionálás), a hideg idő ugyanakkor a fűtési igény növekedését eredményezi. Mindkét hatás várhatóan emeli a kvótakeresletet és a kvótaárát is. A csapadék tekintetében a magas csapadékmennyiség megnöveli a vízerőművek kapacitását és ez a fosszilis energiahordozók fogyasztását csökkenti, ami mérséklően hat a kvóta árára.

Oberndorfer (2009) panel-GARCH megközelítés alapján kimutatta, hogy a kvóta árváltozása pozitív kapcsolatot mutatott az európai áramtermelő vállalatok részvényeinek árváltozásával, de a kapcsolat országonként más és más volt (Spanyolország esetében negatív kapcsolat volt tapasztalható, Németország és Nagy-Britannia esetében pozitív). A tapasztaltak alapján megállapítja, hogy az EU ETS észrevehető hatással van a pénzpiacokra és befolyásolja a szabályozott vállalatok értékét. Veith és szerzőtársai (2009) a szén-dioxid árának és az európai áram termelő vállalatok részvényárainak összefüggését elemzik. Mivel a kvóta egy új termelési tényező és költség, ezért a várakozások szerint a kettő negatív korrelációban áll egymással. Az empirikus adatok alapján a szerzők szerint a kapcsolat pozitív, ami azt jelenti, hogy ugyan a kvóta többlet költséget jelent az erőműveknek, de azt sikeresen tovább tudták hárítani a fogyasztók felé. Megjegyzik emellett, hogy az ingyenes allokáció következtében az *égből pottyant profit* miatt is emelkedhetett az áramtermelő vállalatok értéke.

Kanen (2006) az energiahordozók áraival való kapcsolatot elemezve megállapítja, hogy az olaj ára határozza meg a gázárát, a gázár viszont egyaránt hatással van az áram és a

szén-dioxid-kvóta árára. Convery és szerzőtársa szerint (2007) szintén az energiahordozók árai határozzák meg a szén-dioxid árat. Az energiahordozók árának és a szén-dioxid-kvóta árának összefüggéséhez kapcsolódik az *átkapcsolási kvótaár* (*switching price*) fogalma (Delarue – D’haeseleer, 2007). Mivel a széntüzelésű erőművek szén-intenzitása (azaz az egységnyi megtermelt energiára vetített szén-dioxid-kibocsátása) nagyobb, mint gáztüzelés esetében, a kvótaár emelkedésével a szénerőmű költségelőnye csökken vagy megszűnik. Az átkapcsolási kvótaár mellett a gáztüzelésű és széntüzelésű erőmű által realizált árres egyenlő. A váltási kvótaárat a gáz/szén árarány függvényében ábrázolva a termikus hatékonyságtól függő, pozitív meredekségű egyeneseket kapunk. Az egyenes felett levő kvótaár esetén a gázerőmű a preferált, alatta a szénerőmű.

Mivel a kvóta egy új termelési tényezőt jelent a villamos erőműveknek, jogos a kérdés, hogy a kvótaár változása mennyire befolyásolja az áram árát. Linares és szerzőtársai (2006) valamint Smale és szerzőtársai (2006) egyaránt bemutatják, hogy a kvótaárat direkt termelési költségként lehet felfogni áramtermelő vállalatok esetében, ebből következően az EU ETS megjelenése szükségszerűen maga után vonja az áram árának emelkedését. Lesi és Pál (2004) disszertációjukban a modelljükre támaszkodva állapítják meg, hogy 100%-os árverésen történő értékesítés egyértelműen emeli az áram árát. Véleményük szerint a hazai áramárakban akkor is érvényesül a CO₂ költség árnövelő hatása, ha az állam ingyenesen adja át az emissziós kvótákat. Chen és szerzőtársai (2008) szimuláció alapján megállapítják, hogy a szén-dioxid árának az áram árban történő tovagyrűzését a piaci versenyhelyzet valamint a kereslet és kínálat rugalmassága befolyásolja. Zachmann és von Hirschhausen (2008) a kvótaár és az áram határidős árának összefüggését elemezve megállapítja, hogy a szén-dioxid árának változása aszimmetrikusan befolyásolja az áram határidős árát: a kvóta ár emelkedésére az áramár erősebben reagál, mint annak esésére. Erre véleményük szerint kétféle magyarázatot lehet adni: egyrészt a piac nem kellően érett, másrészt az erőművek visszaélhetnek erőfölényükkel. Egyes szerzők (Kara et al., 2008) számszerűsítik az áramárba történő tovagyrűzés hatását, és kifejtik, hogy 2008–2012-ben 1 Euró/tonnás kvótaár növekedés várhatóan 0.74 Euró/MWh áramár emelkedést indukál az északi régióban.

Az emissziókereskedelemről szóló elméleti bevezető és az EU ETS fontosabb jellemzőinek ismertetése után térjünk rá az alkalmazott reálopciók modell bemutatására.

II. A GÁZERŐMŰ REÁLOPCIÓS MODELLJE

A bevezető részben megismerhettük az EU ETS keretrendszerét, valamint láthattuk, hogy a vállalatnak a következő év elején le kell fednie kibocsátását emissziós egységekkel. Ebben a részben megvizsgáljuk, hogy hogyan dönt termeléséről egy EU ETS hatálya alá tartozó gázturbinás erőmű. A levezetett módszertant kisebb módosításokkal alkalmazni lehet más technológiájú erőművekre, illetve nem villamos energia szektorban tevékenykedő vállalatokra is. A Disszertációban vázolt megközelítést különösen azokban az esetekben célszerű alkalmazni, amikor a termék és az erőforrások árai jelentős változékonyságot mutatnak, valamint a technológiai korlátozó tényezők szerepe alacsony és a működtetés rugalmas.

A fejezet középpontjában az egyedi vállalat döntési modellje áll. Az EU ETS-hez kapcsolódóan ezzel a területtel kapcsolatban kevesebb publikáció született, főleg, ha az emissziókereskedelmi rendszer szabályaival valamint a kvóta áralakulásával kapcsolatos tanulmányok számához viszonyítjuk. A hazai szerzők közül Dobos (2002) a kereskedhető szennyezési jogok rendszerének hatását vizsgálja komparatív statikai modellel egy standard mikroökonómiai (árelfogadó, profitmaximalizáló) vállalatra vonatkoztatva. Modelljének háttérében kétféle függvény áll: a monoton növekvő és szigorúan konkáv termelési függvény, valamint a monoton növekvő és szigorúan konvex kibocsátási függvény. A termelési függvény az input erőforrás függvényében adja meg az előállított termék mennyiségét (azaz megmutatja, hogy a termelés mennyire hatékony: mennyi tüzelőanyag kell az adott mennyiségű termék előállításához). A szerző a hatékonyságnövelő beruházásokat úgy definiálja, hogy azok a vállalat termelési függvényét változtatják meg. A kibocsátási függvény az előállított termékmennyiségtől függő szennyezőanyag kibocsátást (emissziót) jeleníti meg, azaz megmutatja, hogy fajlagosan mennyi emisszióval jár a termelés. Fajlagos emissziót csökkentő beruházás esetében a kibocsátási függvény változik meg. Jó példa erre a csővégi tisztítás technológiája, amikor a keletkező szennyezőanyag környezetbe jutását akadályozzák meg. A szerző munkájában négy különböző esetet hasonlít össze: a vállalat nem változtat technológiáján, hatékonyságát növeli, fajlagos emisszióját csökkenti (szennyezés elhárítást végez) illetve mindkettő beruházást megvalósítja. A szerző a modellje alapján arra a következtetésre jut, hogy a vállalat akkor éri el a legnagyobb nyereséget, ha

mindkettő típusú beruházást megvalósítja, azaz hatékonyabbá és kevésbé szennyezővé teszi termelését.

Lesi és Pál (2004) disszertációjukban elsősorban a hatékony szabályozással és a szabályozás hazai erőművekre vonatkozó hatásával foglalkoztak. Az erőművek döntéseit az IID-MEH modellt segítségével modellezték, amelyet eredetileg az árampiaci liberalizáció hatásainak elemzésére dolgoztatott ki a Magyar Energia Hivatal. A modelljük szerint a magyar vállalatok várhatóan nettó eladók: az európai kvótipiacon értékesítik ki nem használt kvótáikat évente 2.7 - 6.1 millió tonna mennyiségben. A befolyó bevételek lehetővé teszik, hogy finanszírozzák karbon beruházásaikat. Az égből pottyant profitot nem okozó járadék semleges allokáció alkalmazása révén az államnak évente 4 - 7 millió tonna CO₂ kvótát kell visszatartania és értékesítenie, amellyel 2008 és 2012 között évente 5 - 35 milliárd Ft többletbevételt érhet el. Az állam a keletkező értékesítési bevételt az éghajlatváltozásból származó feladatainak finanszírozására fordíthatja (például árvízvédelem vagy az aszályos területek alkalmazkodását elősegítő beruházások támogatása).

Delarue és szerzőtársai (2010) az üzemanyagváltással elérhető rövid távú emisszió-csökkentés lehetőségeit elemzik az európai villamos energia szektorban. Az elemzést az E-Simulate modellre támaszkodva végezték el, melyet a Leuven-i Egyetemen fejlesztettek ki. A modell az áramtermelést az egyes erőművek szintjén egy éves ciklusra előre, órákra bontva szimulálja. A rendszerben egymással kapcsolatban álló „zónák” szerepelnek, melyek egy országra vagy ország-csoportra vonatkoznak. A zónák közötti transzfer a valóságnak megfelelően korlátozott. Az exogén kereslet óránként van megadva, a modell azt a legkisebb költségű előállítási kombinációt adja meg, amely kielégíti a zónákban levő keresletet. Az erőmű kiosztást heurisztikus módon állapítja meg, mely némileg módosítva van, hogy a technikai feltételeket (minimum működési idő, felfutási és leállítási idő) is tudja kezelni. Az egyes erőművekhez rendelkezésre állási faktorok (availability factor) vannak hozzárendelve, amelyek az előre nem látható kieséseket számszerűsítik (a szükséges rendszeres karbantartások nem tartoznak ebbe a kategóriába, mert ezeket az alacsony keresletű periódusokra időzítik). A modell az energiaforrások szempontjából Európa eltérő részein azonos árakat tételez fel, és az erőművek termelési döntései függetlenek a meglévő szerződéses kööttségektől. A szimulációs eredmények alapján a szerzők megállapítják, hogy az elhárítás nem csak a kvóta árától függ, hanem sokkal jelentősebb mértékben a rendszer terhelésének

mértékétől és a gáz és szén árának arányától. A becslés szerint 2005-ben 35 millió, 2006-ban 19 millió tonnás emisszió-csökkentés volt betudható az alacsonyabb szén-intenzitású tüzelőanyagra történő átállásnak.

A Disszertáció témájához közelebbről kapcsolódó publikációkban a vállalatokra reálopciók modelljét alkotnak a szerzők. Ezekben a sztochasztikus pénzügyekben alkalmazott opciók módszereket használják fel vállalati döntések és azok következményeinek modellezésére. A reálopciók modell olyan értékelési (döntési) helyzetben használandó, amikor az egyes kimenetek bizonytalanok, és a pénzáramlások mellé valószínűségeket tudunk rendelni. Továbbá olyan szituációkban is célszerű alkalmazni, amikor jövőbeli döntések egymással összefüggnek. Az ilyen helyzetekben a hagyományos DCF (diszkontált cash flow) modellek nem adnak jó eredményt (a reálopciókról részletesebben lásd Dixit és Pindyck (1994) valamint Bélyácz (2011)).

Reálopciók modelljét alkalmaz Herbelot (1994), aki áramtermelő vállalat döntését modellezi. Az egyik példában egy széntüzelésű erőművet tételez fel, amelynek meg kell felelnie a Clean Air Act kén-dioxid-emisszióra vonatkozó szabályozásának. Az erőmű vehet SO_2 kvótát, vagy alacsonyabb kén-tartalmú szén felhasználására térhet át, vagy installálhat egy csővégi, kibocsátás csökkentő (scrubber) berendezést. A két Wiener folyamatot követő sztochasztikus változó a kén-dioxidra vonatkozó kvóta piaci ára és a magas illetve alacsony kén-tartalmú szén árának különbsége. A szerző binomiális modellel számította az árát az alacsonyabb kén-tartalmú szénre való áttérés, illetve csővégi scrubber installáció opciójának. Megvizsgálta, hogy különböző tényezők milyen mértékben befolyásolják az opció értékét. A második példában szén-gázosító blokk installációjának hatását vizsgálja, amiben a két szintén Wiener folyamatot követő sztochasztikus változó a gáz és a szén ára. A reálopció értékét többféle paraméter változtatása mellett vizsgálta.

Laurikka (2006) sztochasztikus, reálopciót tartalmazó szimulációs modelljét alkotott, amivel az EU ETS hatását vizsgálja egy kombinált ciklusú (IGCC) erőműre. Megállapítja, hogy a DCF módszer nem alkalmas az ilyen típusú beruházások értékelésére, mivel az EU ETS jelentős mértékű kockázatot hordoz és számos reálopciók szituáció lehetséges benne.

Abadie és Chamorro (2008) egy széntüzelésű erőművet elemez, amelynek lehetősége van arra, hogy szén-dioxid megkötő (CCS) technológiába fektessen be. A két sztochasztikus változó a kvóta és az áram ára. A szerzők kétdimenziós binomiális modell segítségével

elemzik az optimális befektetési döntést. A tanulmány idején érvényes paraméterek alapján az azonnali installáció nem racionális, de a helyzet jelentős mértékben megváltozik, ha a CCS technológiák jelentősebb mértékben javulnak, vagy a kormányok támogatják az ilyen irányú beruházásokat.

Hlouskova és szerzőtársai (2005) egy liberalizált energiapiacra termelő erőmű reálopciók modelljét ismertetik. A modellt az erőmű értékelésére, valamint az eredmény kockázati profiljának meghatározására használták. Megállapítják, hogy a vállalat termelési döntése független a vállalat teljes portfóliójától (amely a hosszú távú szerződéseket is tartalmazza). Az áramárát átlaghoz visszahúzó, ugrásokat tartalmazó (mean reverting process with jumps) sztochasztikus folyamattal modellezték, melyben a szezonális időben változó átlag paraméter modellezi. A modellben az üzemanyag költsége mellett nem számoltak kvótaköltséggel, viszont figyelembe vették a különböző technikai korlátozó tényezőket (minimum üzemelési és pihenési idő, alsó és felső kapacitáskorlát, indítási és leállítási idő valamint költségek). Az optimális üzemelési naptár megoldásához dinamikus sztochasztikus programozást, valamint Monte Carlo szimulációt használtak fel.

Cragg és szerzőtársai (2011) a kvótapiacra is résztvevő erőmű reálopciók döntési modelljét három termék függvényében fejezik ki. Bemutatják, hogy az erőmű jelentős mértékben tudja kockázatát csökkenteni, amennyiben a hagyományos két termékre (áramár és tüzelőanyagár) szóló fedezeti stratégiát kiegészíti a kvótára vonatkozó ügyletekkel. A fedezés eredményeképpen a vállalat profitjának szórása jelentős mértékben csökken.

A Disszertáció a reálopciók modelljét alkalmazó publikációkhoz szeretne csatlakozni. A kiemelt cél az emisszió mennyiségének származtatása, valamint különböző erőmű értékeléssel kapcsolatos kérdések megválaszolása. Első lépésben levezetem az egységnyi kibocsátásra eső árrest, mint a profitmaximalizáló döntés alapját. Ezután felállítom a racionálisan cselekvő áramtermelő vállalat döntési modelljét, ami a kapacitásának működtetésére vagy termelésének szüneteltetésére vonatkozik. A fejezet végén bemutatom, hogy az erőmű jövőbeni emissziója felfogható a spread-re szóló bináris opciók összegének, az erőmű értéke pedig európai spread opciók összegének.

A bevezető részben az MNPB függvénnyel kapcsolatban már ismertetett, Löfgren (2000) által alkalmazott modell szerint a vállalat maximum fizetési hajlandóságát a kvótáért a termék eladási árának és a kvótán kívüli átlagos változó költségének különbsége

határozza meg. Ennél alacsonyabb kvótaár esetén a vállalat maximális kapacitása erejéig termel, ennél magasabb emissziós egység ár esetén a vállalat nem termel semennyit. Ha végiggondoljuk, hogy rövid időintervallumon belül a vállalat technológiája fix, valamint elhanyagoljuk a különböző technológiai korlátozó tényezőket (például a kapacitás indításának és leállításának addicionális költségeit), akkor határkölség görbét rövid távon tekinthetjük vízszintesnek. A Disszertációban alkalmazott reálopció modellel szintén a löfgren-i megközelítést alkalmazza, a modellezett vállalat technológiáját a vizsgált időintervallumon belül adottnak tekintem, az erőmű határkölség görbét pedig a kapacitás korlátjáig adott napszakon belül vízszintesnek (efelett végtelen). A megtermelt villamos energia és az inputok árának megváltozásával a vízszintes MNPB függvény naponta eltolódik. A görbét hosszabb távon szemlélve a környezetgazdasági modellekben feltételezett negatív meredekségű MNPB függvényt kapunk (ezt a Disszertáció végén részletesebben kifejtem).

A továbbiakban tegyük fel egy áramtermelő vállalatot, ami gázt elégetve áramot termel, és a termelés során keletkező szén-dioxid-kibocsátása az EU ETS szabályozása alá esik. Továbbá tegyük fel, hogy:

- A vállalat technológiai paraméterei (alkalmazott fűtőanyag, hatékonyság, szén-intenzitás) a vizsgált intervallumban állandók
- A vállalat árelfogadó, azaz a termék (villamos energia) és erőforrás (gáz, kvóta) árak exogén tényezők, azokra semmilyen ráhatással nincs
- A piacok kellően likvidek és zérus tranzakciós költségűek
- Az áram ára adott nap völgy- és csúcsidőszakán belül, a gáz és emissziós kvóta ára adott napon belül állandó
- A vállalat a megtermelt energiát azonnal értékesíti, a szükséges erőforrást a vállalat szintén az azonnali piacról szerzi be (tehát nem készletez).
- A technológiai korlátozó tényezők (például minimális üzemelési és állási idő) hatása elhanyagolható, a működtetés rugalmas.

A továbbiakban nézzük, meg hogy hogyan dönt egy racionális erőmű generátorának működtetéséről az áramár, az erőforrás árak és a technológiai paraméterek ismeretében.

II.1. A profitmaximalizáló döntés középpontjában: az egységnyi megtermelt villamos energián realizált fedezet

A villamos erőmű energiatermelő kapacitása egy feltételes konverziós eszköz, ami termelési döntéstől függően – feltételesen – működve állít elő az inputokból (gáz és emissziós kvóta) outputot (villamos energiát). A rövid távú profitmaximalizáló döntés szempontjából a fix költségek nem relevánsak. A lényegi változó költségeket a döntési modellben háromfelé bontottam (fosszilis energiahordozó költsége, az emisszió kvótával való lefedésének költsége, egyéb változó költségek).

A vállalati *spread* (különbség, fedezet) a következők szerint számolható:

$$\text{Spread} = \text{Megtermelt energia árbevétele} - \text{Szükséges energiahordozó költsége} - \text{Szükséges emissziós egységek költsége} - \text{Egyéb változó költségek} \quad 1.$$

Legyen η az erőmű *termikus hatékonysága*, ami megmutatja, hogy egységnyi bemenő fajhőből mennyi villamos energiát hoz létre az erőmű. Ennek értéke 0% és 100% közé esik (a magasabb érték mutatja a hatékonyabb erőművet). Mutassa δ a tüzelőanyag *szén-intenzitását*, azaz, hogy adott energiahordozó elégetése során mekkora mennyiségű széndioxid szabadul fel (dimenziója tCO₂/MWh).

Amennyiben az árakat S (pow: áram, gas: gáz, eua: emissziós kvóta), az *egyéb változó költség* tagot v jelöli, akkor az egységnyi megtermelt energiára jutó $\text{spread}_{\text{pow}}$ különbség a következő lesz:

$$\text{spread}_{\text{pow}} = S_{\text{pow}} - S_{\text{gas}}/\eta - S_{\text{eua}} \cdot \delta/\eta - v \quad 2.$$

A kifejezést némileg átrendezve megkapjuk az egységnyi emisszió realizált különbséget:

$$\text{spread}_{\text{eua}} = \text{spread}_{\text{pow}} \cdot \eta/\delta = (S_{\text{pow}} - v) \cdot \eta/\delta - S_{\text{gas}}/\delta - S_{\text{eua}} \quad 3.$$

Az energiapiacra többféle *spread* fogalom terjedt el (részletesen Alberola – Chevallier – Cheze, 2008). Ezek egyrészt abból a szempontból térnek el egymástól, hogy szén- vagy gáztüzelésre vonatkoznak (előbbi *dark*, utóbbi *spark*), másrészt figyelmen kívül hagyják, illetve számításba veszik a kibocsátás fedezéséhez szükséges kvótamennyiség beszerzésének költségeit (az utóbbi esetében kap egy *clean* előtagot). Így 4 különbség

fogalom terjedt el a szakmában: *dark spread*, *spark spread*, *clean dark spread*, *clean spark spread*. A Disszertációban alkalmazott különbszet lényegében a *clean spark spread*-del egyezik meg, annyi különbséggel, hogy egyrészt adott erőműre vonatkozik, másrészt tartalmaz egy egyéb változó költség tagot. A bemutatott spread képlet Hsu (1998) megközelítésétől két alapvető dologban tér el: a profitfüggvény tartalmazza az emissziós kvóta költségét, ezen kívül szerepel benne az egyéb változó költség tag.

A haszonmaximalizáló erőmű csak abban az esetben termel, ha a realizálható *különbszet* pozitív, ellenkező esetben jobban jár, ha szünetelteti a termelését. Ez a megállapítás akkor igaz, ha a modellben nem vesszük figyelembe az erőművek egyéb technológiai korlátait. Ilyenek például a *minimális terhelési szint* (*minimum operating point*), ami megmutatja, hogy legalább a nominális kapacitásának hány százalékán kell üzemelnie, az erőmű *hatékonysági görbéje* (*heat rate curve*), ami megmutatja, hogy különböző részleges terhelés esetén milyen hatékonysággal üzemel az erőmű, a *minimális üzemelési- és minimális állási idő* (minimum up- and down time), *felfutási és kikapcsolási idő*, *indítási és leállítási költségek*. A technológiai korlátok figyelembe vétele mellett történő optimális termelési döntés számítása bonyolultabb szimulációs technikát igényel. A technológiai korlátozó tényezők figyelembe vétele esetén a Disszertáció megállapításai irányában igazak lesznek, de számszakilag eltérnek. Minél rugalmasabb, azaz könnyebben be- és kikapcsolható az erőmű, a technológiai korlátok nélküli modell annál inkább meg fogja közelíteni a valóságos esetet. A továbbiakban a technológiai korlátok hatását elhanyagoltam.

A haszonmaximalizáló vállalat egységnyi megtermelt energiára vetített π_{pow} profitfüggvénye a fedezetből származtatható a következők szerint:

$$\pi_{pow} = \max(\text{spread}_{pow}, 0) = \max(S_{pow} - S_{gas}/\eta - S_{eua} \cdot \delta/\eta - v, 0) \quad 4.$$

A profitfüggvényt kifejezhetjük egységnyi kibocsátásra vetítve (π_{eua}), ekkor a következő egyenlethez jutunk:

$$\begin{aligned} \pi_{eua} &= \max(\text{spread}_{eua}, 0) = \pi_{pow} \cdot \eta/\delta = \\ &= \max((S_{pow} - v) \cdot \eta/\delta - S_{gas}/\delta - S_{eua}, 0) \end{aligned} \quad 5.$$

A π profitfüggvény feltételes értéke az opciók kifizetésfüggvényére hasonlít. Ez lehetővé teszi számunkra, hogy a feltételes követelések árazására kidolgozott sztochasztikus

pénzügyi eszköztár segítségével modellezni tudjuk a döntési szituációkat, valamint árazni tudjuk a reáleszközöket. A következő részben a reálopció analógiák ismertetése mellett négytermékesre bővíttem a bemutatott modellt (az áram árát napon belül kettébontom).

II.2. A jövőbeli különbségre vonatkozó négytermékes reálopció modell

A valóságban az villamos energiát nem, illetve csak magas költségek mellett lehet tárolni. A termelést a gyakorlatban az aktuális és a várható kereslethez igazítják, az azonnali árat napon belül órás bontásban jegyzik. Erős szezonalitást figyelhetünk meg a villamos energia áralakulásában (Marossy, 2011). Az áramár napon belül az emberi aktivitás szerint változik: a „nappali” csúcsidőszakban a kiemelkedő fogyasztás magas árat eredményez, az esti órákban az alacsony igénybevétel miatt jelentős mértékű árcsökkenés tapasztalható. Az alacsony keresletű (völgy-) időszakban jellemzően azok az erőművek üzemelnek, amik alacsonyabb fajlagos költséggel tudják előállítani az áramot. Hátrányuk, hogy ezek általában kevésbé rugalmasak (a be- és kikapcsolás jelentős időt és többletráfordítást igényel). A magas keresletű (csúcs-) időszakban a növekvő kereslet miatt azok az erőművek is bekapcsolódnak, amik magasabb költséggel, de igény szerinti ütemezésben tudják előállítani a villamos energiát. Ezek közé tartozik a modellezett gázturbinás erőmű.

A héten belül szintén tapasztalható szabályos váltakozás (Ulreich, 2008, pp. 817-820.), aminek magyarázata az, hogy az ipari termelés és szolgáltatás jelentős része hétköznapokra koncentrálódik. A szintén kimutatható éven belüli ciklusokért elsősorban a klimatikus tényezők a felelősek: csapadékos időszakokban megnövekszik a vízerőművek termelése, ami csökkenti a villamos energia árát. A különösen meleg illetve hideg nyarak ugyanakkor növelik a fogyasztást és ezen keresztül a villamos energia árát: a forró nyarakon a légkondicionáláshoz, hideg teleken a fűtéshez kapcsolódó villamos energia fogyasztás a jelentős. A modellben eltekintettem a heti és éves ciklikusságtól.

A másik megfigyelhető árampiaci jelenség az extrém értékek kiemelkedő gyakorisága: a kereslet hirtelen emelkedése illetve a technológiai meghibásodás miatt kieső kapacitás rövid távon jelentős mértékben megemeli, a fogyasztás hirtelen visszaesése ugyanakkor a mélybe taszítja az áramárát. Az extrém értékek gyakoriságát az alkalmazott modell az

áram kiemelkedő volatilitásában veszi figyelembe, a jövőbeli árak log-normalitásának feltételezését megtartottam (nem alkalmaztam vastag szélű eloszlást).

A valóságos helyzet pontosabb közelítése érdekében a háromtermékes modellt négytermékesre terjesztettem ki, amiben a napot két egyenlő részre osztottam: a völgyidőszak az alacsonyabb keresletű (ezért alacsonyabb árú) időszakot fedi le (20:00 - 8:00), a csúcsidőszak a legnagyobb kereslettel rendelkező (magasabb árú) órákat tartalmazza (8:00 - 20:00). A napon belüli két időszakhoz két áramár tartozik: völgyidőszaki és csúcsidőszakra vonatkozó.

A négytermékes modell előnye, hogy segítségével jobban közelíthetjük a gázturbinás erőmű valóságos döntési helyzetét, amiben az a jövőbeli piaci helyzet és aktuális árak függvényében a völgyidőszakban jellemzően pihen, a csúcsidőszakban pedig működik. A modell ismertetésénél a továbbiakban *spread* alatt az egységnyi megtermelt energián realizált különbözetet értem, és elhagyom a „pow” indexet; az egységnyi emisszióra eső fedezet egyszerű transzformációval kifejezhető.

Egy jövőbeli, τ naphoz kötődő *spread* kifejezhető a jövőbeli azonnali árak függvényében (jelölje őket $S(\tau)$). A négytermékes modellben a csúcsidőszaki (peak) és völgyidőszaki (off-peak) különbözete a következők lesznek:

$$spread_{peak}(\tau) = S_{peak}(\tau) - S_{gas}(\tau)/\eta - S_{eua}(\tau) \cdot \delta/\eta - v$$

$$spread_{off-peak}(\tau) = S_{off-peak}(\tau) - S_{gas}(\tau)/\eta - S_{eua}(\tau) \cdot \delta/\eta - v \quad 6.$$

A profitmaximalizáló vállalat által, jövőbeli (τ) napon, egységnyi megtermelt energián realizálható π profit értékek pedig rendre a következők:

$$\pi_{peak}(\tau) = \max[spread_{peak}(\tau), 0]$$

$$\pi_{off-peak}(\tau) = \max[spread_{off-peak}(\tau), 0] \quad 7.$$

Egy adott τ napon realizálható Π profit tömeget megkapjuk, ha megszorozzuk az adott időszakra vonatkozó egységnyi megtermelt energiára vonatkozó π profitot az időszakra eső Γ napi maximális kapacitás értékével. Mivel a napot a két időszak éppen felezi, a napi profit az egységprofitok számtani átlagának és a napi kapacitásnak a szorzata lesz:

$$\Pi(\tau) = 0.5 \cdot \Gamma \cdot \pi_{off-peak}(\tau) + 0.5 \cdot \Gamma \cdot \pi_{peak}(\tau) = \Gamma \cdot \frac{\pi_{off-peak}(\tau) + \pi_{peak}(\tau)}{2} \quad 8.$$

II.3. A szén-dioxid-kibocsátás reálopciók modellje

A profitmaximalizáló módon üzemeltetett erőmű csak akkor termel, amennyiben bevétele meghaladja a változó költségeit, azaz a jövőbeli azonnali árak alapján számított spread értéke pozitív. A továbbiakban felteszem, hogy a vállalat szén-dioxid-kibocsátása a termelés egyenes, technológiai paraméterek által determinált következménye, tehát a vállalat nem alkalmaz szabadon be- illetve kikapcsolható csővégi tisztítási technológiát. Ha a vállalat termel, szén-dioxidot bocsát a légkörbe, ha áll, az emisszió zérus.

Ezek ismeretében, a profitmaximalizáló működésre vonatkozó feltételből le tudjuk vezetni a vállalat emisszióját. Hozzunk létre egy Bernoulli típusú, kétértékű (0/1) termelési döntési változót (Λ) a következők szerint:

$$\Lambda(\tau) := \begin{cases} 1 & \text{ha } spread(\tau) > 0 \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \quad 9.$$

Ha a spread pozitív, a vállalat a termelésével profitot realizálhat, az erőmű működik ($\Lambda = 1$) és szén-dioxidot bocsát a légkörbe; ha a spread negatív, a vállalat termelés esetén veszteséget realizálna, emiatt kapacitásait nem működteti ($\Lambda = 0$) és a kibocsátás nulla.

Egy jövőbeli τ időpontra vonatkozó termelés valószínűsége megegyezik annak a valószínűségével, hogy az akkori árrés pozitív:

$$E[\Lambda(\tau)] = P(spread(\tau) > 0) \cdot 1 + P(spread(\tau) \leq 0) \cdot 0 = P(spread(\tau) > 0) \quad 10.$$

A Λ termelési döntési változó értéke megfeleltethető egy, a spread-re vonatkozó európai típusú bináris opció bnO^{PO} kifizetésfüggvényének, τ lejáráttal és v kötési árfolyammal.

$$\Lambda(\tau) = bnO^{PO}(\mathbf{S}(0), \mathbf{w}, v, \tau) = \begin{cases} 1 & \text{ha } \mathbf{w}' \cdot \mathbf{S}(\tau) > v \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \quad 11.$$

Ahol \mathbf{S} az árfolyamok oszlopvektora, \mathbf{w} az egyes termékekhez tartozó súlyok oszlopvektora, amiben az első termékhez pozitív, a többi termékhez negatív súly tartozik, a következők szerint:

$$\mathbf{w}' = [1 \quad -1/\eta \quad -\delta/\eta]. \quad 12.$$

Az opció kifizetésfüggvénye a jövőbeli realizációt fejezi ki. Minket a várható kibocsátás szempontjából ennek az értéknek a várható értéke érdekel.

Mivel a spread opció ára sem más, mint a kifizetésfüggvény várható értékének jelenértéke, ezért a jövőbeli kibocsátás várható értéke származtatható a megfelelő völgy- és csúcsidőszaki áram árát is tartalmazó bináris spread opciók árából.

A szén-dioxid-emisszió mennyisége nem piacon kereskedett termék, ezért az arbitrázsmentes árazás feltételei nem állnak fenn. Emiatt a kibocsátás becslésére használt opciós árképletben nem a kockázatsemleges, hanem a fizikai mértéket kell használni⁵. A gyakorlatban ez azt jelenti, hogy a jövőbeli eloszlások számításánál használt drift paramétert nem a kockázatmentes hozamból származtatom, hanem a megfigyelt árfolyammozgásokra illesztett modell paramétereiből. A jelenérték számításánál pedig a kockázatmentes hozam kockázati prémiummal megnövelt r^* értékét kell használni.

Az opció értéke a várható érték jelenértéke, ezért a várható értéket megkaphatjuk az opció árának jövőértékeként. A termelési döntési változó várható értékét kifejezhetjük a bináris opció bnO^{Pr} árából.

$$E[\Lambda(t)] = E[bnO^{Po}(\mathbf{S}(0), \mathbf{w}, v, \tau)] = e^{r^* \tau} \cdot bnO^{Pr}(\mathbf{S}(0), \mathbf{w}, v, \tau) \quad 13.$$

A jövőbeli τ napon történő Q emisszió mennyisége származtatható a Λ termelési döntési változó, Γ napi maximális kapacitás, δ tüzelőanyag szén-intenzitás és η termikus hatékonyság segítségével, a következők szerint:

$$Q(\tau) = \Lambda(\tau) \cdot \Gamma \cdot \delta / \eta \quad 14.$$

A négytermékes modellben a napot kétfelé, csúcs- és völgyidőszaki áramot tartalmazó időszakokra osztottuk. A τ naphoz tartozó jövőbeli emisszió várható értéke az előbbieket ismeretében a következő lesz:

⁵ A fizikai és a kockázatsemleges mértékkel kapcsolatos megfontolásokat részletesebben lásd (Medvegyev, 2009)

$$E[Q(\tau)] =$$

$$\frac{\Gamma}{2} \cdot \delta/\eta \cdot e^{r^*\tau} \cdot [bno^{Pr}(\mathbf{S}_{off-peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau) + bno^{Pr}(\mathbf{S}_{peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau)] \quad 15.$$

Egy hosszabb, jelentősen T időpontig terjedő időszak $Q_c(0, T)$ halmozott kibocsátásának várható értéke pedig a következő lesz:

$$E[Q_c(0, T)] =$$

$$\frac{\Gamma}{2} \cdot \delta/\eta \cdot \sum_{\tau=0}^T e^{r^*\tau} \cdot [bno^{Pr}(\mathbf{S}_{off-peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau) + bno^{Pr}(\mathbf{S}_{peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau)] \quad 16.$$

Az erőmű adott időszakra szóló várható kibocsátása kiszámítható tehát a spread-re szóló bináris opciók várható kifizetései vagy árai és a napi maximális emisszió segítségével. A négytermékes modellben a várható emissziót a 3-3 alaptermékre szóló, völgy- és csúcsidőszakra vonatkozó bináris spread opciók árainak számtani átlagának jövőértékéből számíthatjuk, amiket adott jövőbeli intervallumra összesítünk és a kapott értéket megszorozzuk a napi maximális kibocsátás értékével.

A negyedik fejezet a reálopciók modellből származtatott, kibocsátáshoz kapcsolódó kérdéseket részletesebben elemzi. Többek között az emisszió sűrűségfüggvénye is meghatározásra kerül, valamint a megfelelés adott konfidencia szint melletti maximális költsége. A kapott eredmények technológiai és piaci faktoroktól való függését is részletesen elemzem.

II.4. Az erőmű reálopciók értékelése

A jövőbeli profit értéke a jövőbeli árfolyamoktól függ. Mi azonban a jelenben szeretnénk értékelni az erőművet, ehhez a jövőbeli profit jelenben vett várható értékeit kell számítanunk. Az értékelésre európai típusú spread opciókat használhatunk fel.

Egy európai típusú, három termék különbözetére (spread-re) szóló, v kötési árfolyamú és τ a lejáratú idejű vételi opció spo^{PO} kifizetés függvénye a következő:

$$spo^{PO}(\mathbf{S}(0), \mathbf{w}, v, \tau) = \begin{cases} \mathbf{w}' \cdot \mathbf{S}(\tau) - v & \text{ha } \mathbf{w}' \cdot \mathbf{S}(\tau) > v \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \quad 17.$$

Az opció kifizetésfüggvénye segítségével ki tudjuk fejezni az egységnyi, csúcs- és völgyidőszakban megtermelt villamos energián realizált profitot:

$$\pi_{off-peak}(\tau) = spo^{PO}(\mathbf{S}_{off-peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau)$$

$$\pi_{peak}(\tau) = spo^{PO}(\mathbf{S}_{peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau)$$

$$\mathbf{S}_{off-peak}(0) = \begin{bmatrix} S_{pow}^{off-peak}(0) \\ S_{gas}(0) \\ S_{eua}(0) \end{bmatrix} \quad \mathbf{S}_{peak}(0) = \begin{bmatrix} S_{pow}^{peak}(0) \\ S_{gas}(0) \\ S_{eua}(0) \end{bmatrix} \quad 18.$$

A jövőbeli teljes τ napon realizált profit pedig a következő:

$$\Pi(\tau) = \frac{\Gamma}{2} \cdot \left(spo^{PO}(\mathbf{S}_{base}(0), \mathbf{w}, v, \tau) + spo^{PO}(\mathbf{S}_{peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau) \right) \quad 19.$$

Az opció kifizetésfüggvénye a jövőbeli realizációt fejezi ki. Minket az értékelés szempontjából ennek a jövőbeli értéknek a jelenbeli várható értéke érdekel. Mivel a spread opció ára a kifizetésfüggvény várható értékének jelenértéke, ezért a jövőbeli profit várható értéke származtatható a völgy- és csúcsidőszakra vonatkozó spread opciók árából. Ha spo^{Pr} jelöli az opció árát, akkor a τ jövőbeli nap várható profitjának jelenértéke a következő lesz:

$$\begin{aligned} PV[E^Q[\Pi(\tau)]] &= \\ &= PV \left[E^Q \left[\frac{\Gamma}{2} \cdot \left(spo^{PO}(\mathbf{S}_{off-peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau) + spo^{PO}(\mathbf{S}_{peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau) \right) \right] \right] = \\ &= \frac{\Gamma}{2} \cdot \left(spo^{Pr}(\mathbf{S}_{off-peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau) + spo^{Pr}(\mathbf{S}_{peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau) \right) \quad 20. \end{aligned}$$

Az erőmű profitjának értékelése esetében az arbitrázsmentes árazás feltételei akkor állnának fenn, ha többek között alacsony tranzakciós költségek mellett lennének képesek vásárolni és eladni az adott típusú erőmű osztható részét. Mivel a gyakorlatban ez meglehetősen nehezen kivitelezhető (az energiatermelő vállalatok ugyan vannak tőzsdén jegyezve, de jellemzően több erőművet birtokolnak, illetve egyéb eszközöket is tartalmaz mérlegük), ezért az erőmű adása és vétele kellően osztható mértékben nem oldható meg

alacsony tranzakciós költségek mellett. Ezért az értékelésnél sem a kockázatmentes mértéket, hanem a fizikai mértéket használtam.

Az opciós analógia segítségével kifejezhetjük az erőmű, mint eszköz, pénzügyi értékét. Ez megegyezik T élettartama alatt realizálható várható különbözetelek jelenértékeinek összegével:

$$V = \frac{\Gamma}{2} \cdot \sum_{\tau=0}^T [spo^{Pr}(S_{off-peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau) + spo^{Pr}(S_{peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau)] \quad 21.$$

Amint látható, az erőmű jövedelemtermelő képessége a reálopciók modell segítségével számítható. A négytermékes modellben az erőmű ára megegyezik a 3-3 alaptermékre vonatkozó spread opciók számtani átlagának halmozott összegével. A számítás során feltettem, hogy az élettartama alatti javítások költségét az egyéb változó költség tag tartalmazza, az adók hatását elhanyagoljuk, a pótló beruházásokat szintén az egyéb változó költség tag tartalmazza, az élettartam végén a maradványérték zérus.

Az ötödik fejezet a reálopciók modellből származtatott erőmű-értékhez kapcsolódó kérdéseket elemzi. Megvizsgálom, hogy az erőmű értéke mennyire érzékeny az egyes technológiai illetve piaci tényezők megváltozására, illetve azt a kérdést, hogy milyen módszerrel csökkentheti az erőmű az alaptermék árfolyam-változásából eredő kockázatát. Áttekintjük, hogy milyen módszerrel értékelhető egy hatékonyságnövelő beruházás, és milyen faktoroktól függ a kapott érték. Ezután megvizsgáljuk, hogy milyen mértékű veszteséget szenved el az erőmű, ha nem a napi áraktól függő, profitmaximalizáló módon üzemel, hanem hosszú távú termelési szerződések birtokában, állandóan termel.

A következő fejezetben áttekintem az alaptermékekre alkalmazott árfolyam-modellt, valamint a spread opciók árazására használt eljárásokat.

III. AZ ALKALMAZOTT ÁRFOLYAMMODELL ÉS ÁRAZÁSI ELJÁRÁSOK ISMERTETÉSE

A reálopciók modell használatához szükségünk van egy, az alaptermékek árfolyam-alakulását leíró sztochasztikus modellre. A továbbiakban első lépésben ismertetem a modellezésre használt geometriai Ornstein-Uhlenbeck (GOU, logaritmus Ornstein-Uhlenbeck, logOU, vagy Exponenciális Vasicek) modellt. Bemutatom a szimulációs lépésekre (azaz a folyamat diszkrét realizációira) vonatkozó matematikai összefüggéseket, valamint az árfolyamok jövőbeni időpontra vonatkozó eloszlását. Ezután egy olyan összefüggést vezetek le, aminek segítségével alkalmazni tudjuk a geometriai Brown mozgásra vonatkozó analitikus árazási képleteket GOU folyamatot követő alaptermékek súlyozott esetére. A sztochasztikus modellt a német energiátözsdeiről származó piaci adatokra illeszttem. A fejezet végén ismertetem a spread opciók árazására használt eljárásokat.

A részvények árfolyam-alakulására sok esetben *geometriai Brown mozgást* (GBM) tételeznek fel. Ebben a modellben az egymást követő folytonos hozamok függetlenek, a jövőbeli árfolyamok eloszlása log-normális. A geometriai Brown mozgás esetén a logaritmus hozamok eloszlásának szórása az idő gyökével arányosan növekszik, ahogy a modellezésében haladunk előre az időben, az eloszlás "kitágul": a nagyobb valószínűséggel rendelkező lehetséges árfolyamértékek egyre nagyobb tartományt fednek le. Az árutözsdei termékek árfolyam-alakulásának modellezésére ezzel szemben leggyakrabban átlaghoz visszahúzó (mean reverting) sztochasztikus folyamatokat használnak. Ezekben a modellekben az árfolyam kilengés esetén "hajlamos" visszatérni egy hosszú távú átlaghoz. Az árfolyam eloszlása hosszabb távon stabilizálódik, a szórás állandósul. Az átlaghoz visszahúzó modellek alkalmazása mögött álló gazdasági megfontolás szerint a nyersanyagok árait a kitermelési költségek (kínálati oldal) és a készterméken realizálható árrés (keresleti oldal) határozza meg. Mindkét oldal tényezői hosszabb távon viszonylag állandóak, ezért a pillanatnyi keresleti és kínálati ingadozások miatt ugráló ár idővel egy állandó értékhez tér vissza.

Az aritmetikai átlaghoz visszahúzó folyamat definiálása Ornstein és Uhlenbeck (1930) nevéhez fűződik, akik a súrlódásnak kitett brown-i részecske sebességét írták le modelljükkel:

$$dx_t = \lambda(\theta - x_t)dt + \sigma dW_t$$

Ahol $\theta > 0, \sigma > 0$ valamint W_t Wiener folyamat 22.

A folyamat diszkrét realizációi a következő összefüggés szerint szimulálhatók (van der Berg, 2011):

$$x_{t+\delta} = x_t e^{-\lambda\delta} + \theta(1 - e^{-\lambda\delta}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\lambda\delta}}{2\lambda}} N_{0,1}$$
 23.

A változó T időpontbeli eloszlása normális eloszlást követ, a következő paraméterekkel:

$$x_T \sim N \left[\theta + (x_0 - \theta) \exp(-\lambda T), \frac{\sigma^2}{2\lambda} (1 - \exp(-2\lambda T)) \right]$$
 24.

A sztochasztikus pénzügyekben az Ornstein-Uhlenbeck modellt elsők között Vasicek vezette be, aki az azonnali kamatláb időbeli alakulását írta le a segítségével (1977). Az aritmetikai alapmodell egyik jellegzetessége, hogy a modellezett valószínűségi változó negatív értékeket is felvehet. Ez a tulajdonság kevésbé szerencsés az árutőzsdei termékek esetében, ahol a negatív árak nehezen elképzelhetők⁶.

A geometriai Ornstein-Uhlenbeck folyamat

A nullánál kisebb árak elkerülése érdekében célszerű Schwartz egyfaktoros modelljét (Schwartz, 1997) használni, amiben az árutőzsdei termék árfolyamának időbeli alakulása a következő folyamatot követi:

$$dS = \lambda(\theta - \ln S)Sdt + \sigma SdW$$
 25.

A modell visszavezethető egy aritmetikai Ornstein-Uhlenbeck folyamatra. Az árfolyam logaritmusához tartozó modell az Itô-lemma segítségével kapható meg:

$$d \ln S = \lambda(\mu - \ln S)dt + \sigma dW$$

$$\mu = \theta - \frac{\sigma^2}{2\lambda}$$
 26.

⁶ Kivételként említhető éppen az áram, ami a korlátozott és költséges tárolás, valamint a kereslet és kínálat összehangolási kényszere miatt alkalomadtán negatív árral is rendelkezhet.

A modell esetében a lejáratkori árfolyameloszlás az átlag tag korrekciója segítségével az aritmetikai modell eloszlásából kapható meg:

$$\ln S_T \sim N \left[\theta - \frac{\sigma^2}{2\lambda} + \left(\ln S_0 - \theta + \frac{\sigma^2}{2\lambda} \right) \exp(-\lambda T), \quad \frac{\sigma^2}{2\lambda} (1 - \exp(-2\lambda T)) \right] \quad 27.$$

A folyamatot egyaránt hívják egyfaktoros Schwartz modellnek, logaritmus Ornstein-Uhlenbeck, geometriai Ornstein-Uhlenbeck (GOU) folyamatnak, mások (Brigo et al., 2007) exponenciális Vasicek modellnek nevezik.

A reálopciók modellben az erőforrások árait a technológiai faktoroktól függő súlyokkal szorozzuk meg. A nem negatív w súllyal való szorzás a logaritmus modellben $\ln(w)$ értékkel való párhuzamos eltolást jelent. Az aritmetikai modellben mind a kiindulási, mind a hosszú távú átlag paramétert ugyanezen értékkel toljuk el, a visszatérési sebesség nem változik. A következő helyettesítésekkel kifejezhetjük a lejáratkori árfolyameloszlást súlyozott esetben:

$$\ln(S_0) \rightarrow \ln(S_0) + \ln(w), \quad \theta \rightarrow \theta + \ln(w)$$

A súlyozott érték eloszlása a T lejárat időben a következő lesz:

$$\ln(w \cdot S_T) \sim$$

$$N \left[\theta + \ln(w) - \frac{\sigma^2}{2\lambda} + \left(\ln S_0 - \theta + \frac{\sigma^2}{2\lambda} \right) \exp(-\lambda T), \quad \frac{\sigma^2}{2\lambda} (1 - \exp(-2\lambda T)) \right] \quad 28.$$

A korábban bemutatott reálopciók döntési modell több terméket tartalmaz, ehhez szükségünk van a háromdimenziós logaritmus Ornstein-Uhlenbeck folyamat közös sűrűségfüggvényére, ami egy többdimenziós normális eloszlás lesz, a következő paraméterekkel:

$$N \left[\boldsymbol{\theta} + \ln(\mathbf{w}) - \frac{\boldsymbol{\sigma}^2}{2\lambda} + \left(\ln \mathbf{S}_0 - \boldsymbol{\theta} + \frac{\boldsymbol{\sigma}^2}{2\lambda} \right) \exp(-\lambda \cdot T), \quad \boldsymbol{\Sigma} \right] \quad 29.$$

Ahol \mathbf{w} a súlyokat, $\boldsymbol{\theta}$ a hosszú távú átlagokat, $\boldsymbol{\lambda}$ a visszatérési sebességeket, $\ln \mathbf{S}_0$ az induló árak logaritmusait, $\boldsymbol{\sigma}^2$ pedig a varianciákat tartalmazó vektorok, a kovariancia mátrix $\boldsymbol{\Sigma}$. Deng et al. (2008) által megadott effektív korreláció számítását és az eloszlás varianciáját felhasználva a kovariancia mátrix elemei:

$$\Sigma_{i,j} = \rho_{i,j} \cdot \frac{\sigma_i \sigma_j}{\lambda_i + \lambda_j} \cdot [1 - \exp(-(\lambda_i + \lambda_j)T)] \quad 30.$$

ahol $\rho_{i,j}$ a Wiener tagok közötti korreláció

A geometriai Brown mozgás és geometriai Ornstein-Uhlenbeck mozgás közötti megfeleltetés

A sztochasztikus pénzügyekben az egyik legelterjedtebb modell a geometriai Brown mozgás (GBM), amiben az alaptermék árfolyamváltozása a következő folyamatot követi:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW \quad 31.$$

Az árfolyam logaritmusának eloszlása normális, több dimenziós esetben a következő paraméterekkel rendelkező közös sűrűségfüggvényt kapjuk (\mathbf{S}_T a lejáratkori árfolyamok, $\boldsymbol{\mu}$ a várható hozamok vektora, a $\boldsymbol{\Sigma}$ kovariancia mátrix elemeit a Wiener tagok közötti korrelációs együtthatók és a tagok szórásainak szorzataiból származtathatjuk)::

$$\ln(\mathbf{S}_T) \sim N \left[\left(\boldsymbol{\mu} - \frac{\sigma^2}{2} \right) \cdot T, \boldsymbol{\Sigma} \cdot T \right] \quad 32.$$

Európai típusú derivatíva árazása esetén a származtatott termék ára az alaptermék lejáratí árától függ. Az út, amit az árfolyam a lejáratig bejárt, nem befolyásolja az eredményt. Ennek a tulajdonságnak egy lényeges következménye az, hogy amennyiben rendelkezünk geometriai Brown mozgásra vonatkozó analitikus árazási képlettel, akkor azt paraméterhelyettesítéssel alkalmazhatjuk GOU folyamatot követő alaptermékekből származtatott európai típusú ügyletek értékelésére is. Itt fontos hangsúlyozni, hogy értékelés során a fizikai mértéket használjuk, ezért nem kell foglalkoznunk a geometriai Ornstein-Uhlenbeck folyamathoz tartozó kockázat semleges mérték létrehozásának kérdésével. A két folyamattípus közötti megfeleltetést a következő módszerrel tudjuk elvégezni: a GOU modell paramétereit alapján meghatározzuk a lejáratí többdimenziós eloszlás, és kiszámítjuk, hogy milyen paraméterekkel rendelkező GBM folyamat eredményezi ugyanezen eloszlást. A kapott GBM paramétereket behelyettesítjük az esetlegesen rendelkezésre álló analitikus képletbe.

Többdimenziós, súlyozott esetben a GOU folyamatnak megfeleltetett GBM folyamat drift és variancia vektorai a következők:

$$\boldsymbol{\sigma}'^2 = \frac{\sigma^2}{2\lambda} (1 - \exp(-2\lambda T))/T$$

$$\mu' = \frac{\theta + \ln(w) - \frac{\sigma^2}{2\lambda} + \left(\ln S_0 - \theta + \frac{\sigma^2}{2\lambda} \right) \exp(-\lambda \cdot T)}{T} + \frac{\sigma'^2}{2} \quad 33.$$

A kovariancia mátrix számításához szükséges korreláció képlete Deng et al. (2008) szerint a következők szerint számolható:

$$\rho_{i,j} = 2\varrho_{i,j} \cdot \frac{\sqrt{\lambda_i \lambda_j}}{\lambda_i + \lambda_j} \cdot \frac{1 - \exp(-(\lambda_i + \lambda_j)T)}{\sqrt{1 - \exp(-2\lambda_i T)} \sqrt{1 - \exp(-2\lambda_j T)}} \quad 34.$$

ahol $\varrho_{i,j}$ a Wiener tagok közötti korrelációs együttható

III.1. A sztochasztikus modell piaci adatokra történő illesztése

A modellbeli paraméterek becslését a geometriai Ornstein-Uhlenbeck folyamat szimulációs lépéséből (van der Berg, 2011) kiindulva végeztem el:

$$\ln(S_{t+\delta}) = \ln(S_t)e^{-\lambda\delta} + \left(\Theta - \frac{\sigma^2}{2\lambda}\right)(1 - e^{-\lambda\delta}) + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\lambda\delta}}{2\lambda}}N_{0,1} \quad 35.$$

A modell egy lineáris egyenletre illeszkedik:

$$\ln(S_{t+\delta}) = a \cdot \ln(S_t) + b + \epsilon \quad 36.$$

A legkisebb négyzetek eljárással becsült együtthatók segítségével kifejezhetők a sztochasztikus modell paraméterei:

$$\lambda = \frac{\ln(a)}{\delta} \quad \sigma = \text{std}(\epsilon) \sqrt{\frac{-2\ln(a)}{\delta \cdot (1-a^2)}} \quad \Theta = \frac{b}{1-a} + \frac{\sigma^2}{2\lambda} \quad 37.$$

A korrelációs mátrixot a kapott ϵ maradéktagokból számítjuk.

Az egyes instrumentumokra vonatkozó árak az EEX⁷ energiatőzsdéről származtak. A vizsgált időszak 2008 február 28 és 2012 május 31-e közötti periódus volt. Az árakat csak azokra a napokra vettem figyelembe, amelyekre mind a négy termék rendelkezett árákkal, így 1010 megfigyelési napra vonatkozó áradattal rendelkezem. Mivel emissziós egység

⁷ www.eex.com

árak csak a munkanapokra vonatkozóan szerepeltek, ezért a hétvégéket figyelmen kívül hagytam és a megfigyelési napok között eltelt időt $\delta = 1/252$ év értéknek tételeztem fel. A logaritmikus modell természete miatt további kisebb korrekciókra volt szükségem: a negatív árakkal rendelkező napokat (ilyen a völgyidőszaki áram esetében 4 alkalommal fordult elő) kizártam az adatsorból és így 1006 darab megfigyeléssel rendelkeztem.

A paraméterbecslési eljárás ismertetése után térjünk ki az egyes termékekre vonatkozó regressziós eredményekre.

Az emissziós kvóta árának sztochasztikus modellje

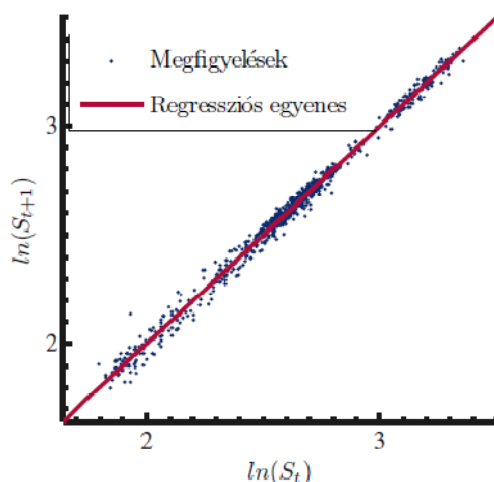
Az emissziós egység esetében a második kereskedési időszakbeli (2008-2012), 2008.02.26 és 2012.05.31 közötti árakra illeszttem a modellt. Az EEX-ről származó adatok alapján a kvóta áralakulása a figyelembe vett időszakban a következő ábra szerint alakult:



5. ábra: Emissziós kvóta historikus áralakulása a második kereskedési szakaszban.

A grafikonon látható, ahogy az időszak eleji, közel 20 Euró/tonna értékről az ár 2008 első félévében emelkedett, majd a 2008-as pénzügyi válság kibontakozása után zuhanni kezdett. Az árcsökkenés legfőbb oka az volt, hogy az áram kereslete a GDP-vel arányos: a válság hatására a romló gazdasági kilátások csökkentették az energaintenzív iparágak várható termelését és ezen keresztül a várható szén-dioxid-emissziót. Ennek következtében csökkent a kvóta kereslete, és ára. A kvóta ára ezután több mint két éven keresztül 15 Euró/tonna érték körül ingadozott, majd 2011 második felében újra stabil csökkenésbe kezdett elérve a szimuláció kiinduló áráként használt, 6.26 Eurós értéket.

Az egymást követő kereskedési napok árának logaritmusát ábrázolva és a lineáris regressziót végrehajtva a következő ábrát kapjuk:



6. ábra: Az egymást követő napokhoz tartozó emissziós kvóta árak logaritmusaira történő lineáris regresszió.

Az ábrán látható, hogy a kapott pontok jól illeszkednek a regressziós egyenesre. A linearizált modell alakja a következő:

$$\ln(S_{t+1/252}) = 0.9989 \ln(S_t) + 0.0018 \quad 38.$$

Az 1 értékhez közeli meredekség azt jelzi, hogy az árfolyam-alakulásban az autoregresszió szerepe gyenge (GBM modell esetében az elméleti meredekség 1). A regresszió determinációs együtthatója meglehetősen magas ($R^2 = 0.9929$), ami a modell jó illeszkedését mutatja.

Az illesztett modell paraméterei és alakja a következő:

$$\sigma = 0.4375 \quad \theta = 1.9222 \quad \lambda = 0.2804$$

$$dS = 0.2804 (1.9222 - \ln S) S dt + 0.4375 S dz \quad 39.$$

Az éves szórás magas (43.75%), az árfolyam logaritmus 1.92 értékhez húz vissza, aminek exponenciális megfelelője ($\exp(\theta)$) 6.84 EUR/tonna. A szimuláció kiinduló értéke az illesztés utolsó napján érvényes ár: 6.26 EUR/tonna.

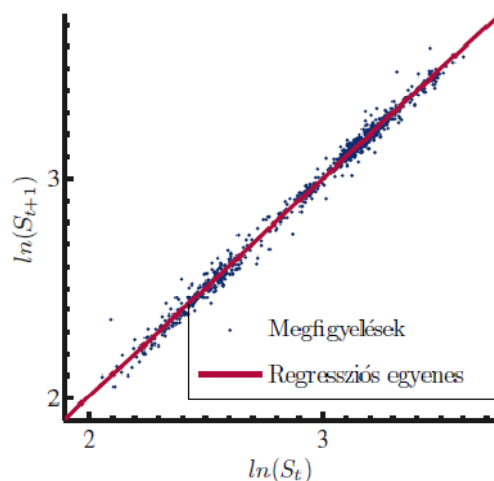
A gázár sztochasztikus modellje

A gáz árak az EEX tőzsdéről származnak, a *day ahead* kontraktusokhoz tartoznak. Bár az ár a másnapi leszállításra vonatkozik, a továbbiakban azonnali árként kezeltem őket. Az EEX-ről származó adatok alapján a gáz ára a figyelembe vett időszakban az következők szerint alakult:



7. ábra: A gáz árának historikus alakulása.

Az egymást követő kereskedési napok árainak logaritmusát ábrázolva, és a lineáris regressziót végrehajtva a következő ábrát kapjuk:



8. ábra: Az egymást követő napokhoz tartozó gázárak logaritmusaira történő lineáris regresszió.

Az ábrán jól látható, hogy a pontok jól illeszkednek a regressziós egyenesre. A linearizált modell alakja a következő:

$$\ln(S_{t+1/252}) = 0.9967 \ln(S_t) + 0.0097 \quad 40.$$

A lineáris formulában a meredekség 1-hez közeli, az árfolyam-alakulásban az autoregresszió szerepe gyenge. A regresszió determinációs együtthatója a gáz esetén is meglehetősen magas ($R^2 = 0.9934$), ami a modell jó illeszkedését mutatja.

Az illesztett modell paraméterkészlete és a kapott GOU modell alakja a következő:

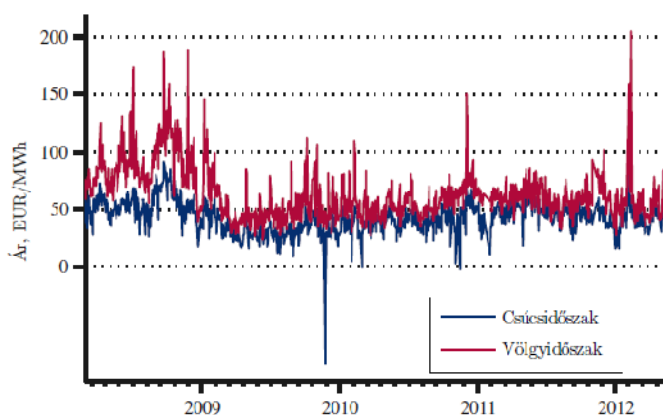
$$\sigma = 0.4545 \quad \theta = 3.0811 \quad \lambda = 0.8251$$

$$dS = 0.8251 (3.0811 - \ln S) S dt + 0.4545 S dz \quad 41.$$

Az éves szórás 45.45%, az árfolyam logaritmusa 3.0811 értékhez húz vissza, aminek exponenciális megfelelője 21.78 EUR/tonna. A szimuláció kiinduló értéke: 23.47 EUR/MWh.

Völgy- és csúcsidőszaki áramár sztochasztikus modellje

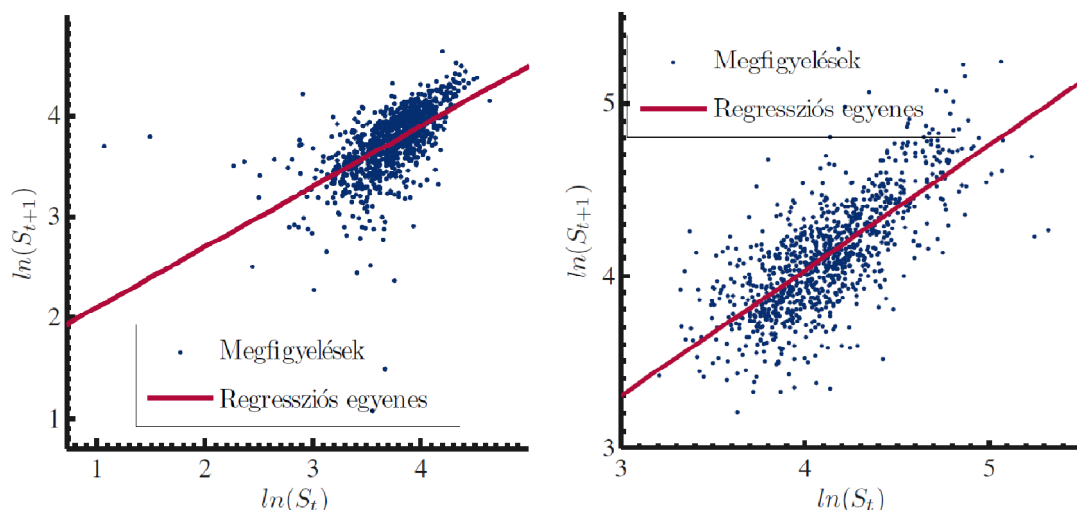
Az áram ár esetében az EPEXSpot órás bontású záróárakat használtam fel (EUR/MWh). A csúcsidőszaki historikus árakat a 8:00 és 20:00, a völgyidőszakot a 20:00 és 8:00 közötti órákhoz tartozó árak számtani átlagaként vettem számításba. Az áram ára a megfigyelt időszakban a következők szerint alakult:



9. ábra: Az áram völgy- és csúcsidőszakra vonatkozó napi árának historikus alakulása.

Az ábra alapján látható, hogy az áramár rendkívül volatilis, az idősorban hirtelen ugrásokat figyelhetünk meg. Az extrém alacsony értékek előfordulása is gyakori, a völgyidőszaki ár esetében negatív értékek is előfordulnak (emiat az árfolyam logaritmusát használó modell illesztésénél kisebb korrekciót kellett végrehajtanom). Emellett észrevehető, hogy a völgy és csúcsidőszaki napi áramár jellemzően együtt

mozog, aminek oka az lehet, hogy a keresleti és kínálati oldal hasonlóan mozgatja a napon belüli árakat. Az egymást követő kereskedési napok árainak logaritmusát ábrázolva, és a lineáris regressziót végrehajtva a következő ábrákat kapjuk:



10. ábra: Az egymást követő napokhoz tartozó völgyidőszaki (bal) és csúcsidőszaki (jobb) áramár logaritmusaira történő lineáris regresszió.

A regressziós egyenesek a következő alakúak:

$$\text{völgyidőszak: } \ln(S_{t+1/252}) = 0.5979 \ln(S_t) + 1.5005$$

$$\text{csúcsidőszak: } \ln(S_{t+1/252}) = 0.7282 \ln(S_t) + 1.1184 \quad 42.$$

A regresszió determinációs együtthatójának értéke völgyidőszakra vonatkozólag 0.3574, ami a gáz és a kvóta eredményéhez képest alacsony szintű illeszkedést jelent. A csúcsidőszak esetében a modell jobb illeszkedést mutat, a determinációs együttható értéke 0.5303. A GOU modell feltételezését az analitikus eredmény alkalmazása kedvéért minden alaptermék esetén megtartottam.

Az áramarra vonatkozó sztochasztikus differenciálegyenletek alakjai a következők:

$$\text{Völgyidőszak} \quad \sigma = 5.3291 \quad \theta = 3.8409 \quad \lambda = 129.6231$$

$$dS = 129.6231(3.8409 - \ln S)S dt + 5.3291 S dz$$

$$\text{Csúcsidőszak} \quad \sigma = 4.1001 \quad \theta = 4.2203 \quad \lambda = 79.9205$$

$$dS = 79.9205(4.2203 - \ln S)S dt + 4.1001 S dz \quad 43.$$

A modellezésnél a völgyidőszaki áram kiinduló ára 38.82 EUR/MWh, a hosszú távú átlag $\exp(3.8409)=46.57$ EUR/MWh. A csúcsidőszak esetében a kiinduló ár 67.67 EUR/MWh, a hosszú távú átlag pedig $\exp(4.2203)=68.05$ EUR/MWh.

Korreláció

A négy termék árváltozásai közötti összefüggéseket a modell illesztésekor keletkező maradéktagokra elvégzett korrelációs mátrix számítás segítségével képezhetjük le. A kapott eredményekre hipotézisvizsgálatot végeztem el, ahol a null hipotézis szerint a tagok közötti korrelációs zérus, az alternatív hipotézis szerint a korrelációs együttható nem egyenlő nullával. Az eredményül kapott mátrixok a következők voltak:

<i>Korreláció</i>	Völgy	Csúcs	Gáz	EUA	<i>p-érték</i>	Völgy	Csúcs	Gáz	EUA
Völgy	1.0000	0.4830	0.0190	-0.0192	Völgy	1.0000	0.0000	0.5481	0.5439
Csúcs	0.4830	1.0000	0.0275	-0.0051	Csúcs	0.0000	1.0000	0.3845	0.8717
Gáz	0.0190	0.0275	1.0000	0.1655	Gáz	0.5481	0.3845	1.0000	0.0000
EUA	-0.0192	-0.0051	0.1655	1.0000	EUA	0.5439	0.8717	0.0000	1.0000

4. táblázat: A maradéktagok közötti korrelációs együtthatók és a statisztikai próba p-értékei.

A völgy- és csúcsidőszaki áramár erősen korrelál (48.3%, a p érték 0, a kapcsolat szignifikáns). Az erős pozitív kapcsolat utal arra, hogy az árat meghatározó keresleti és kínálati tényezők egy része adott napra vonatkozik, egyszerre befolyásolva mindkét napszak árát. A tökéletes korreláció hiánya ugyanakkor azt jelzi, hogy erős a napon belüli (akár órákra vonatkozó) piaci tényezők szerepe. A gáz és emissziós kvóta között szintén szignifikáns, de gyengébb, pozitív irányú a kapcsolat (16.55%). Ha növekszik a gáz ára, az növeli az egyéb, nagyobb szén-intenzitású tüzelőanyagot használó erőművek termelési részesedését, emiatt a kibocsátás növekszik, a kvóta ára emelkedik. A többi összefüggés szignifikanciája kicsi, ezért az eredmények és az interpretáció kevésbé megbízható. A gáz korrelációs együtthatója a csúcsidőszaki áramár esetében magasabb (2.75%), mint a völgyidőszaknál (1.9%). Ez utalhat arra, hogy sok gázerőmű jellemzően a csúcsidőszakra koncentrálja termelését. Az áram keresletének növekedését a rugalmasabb, de drágábban termelő gázerőművek elégítik ki, emiatt a gáz kereslete és ára növekszik. Az emissziós kvóta enyhén negatív korrelációt mutat az áram árával. A magyarázat szintén a termelési kapacitás összetételében kereshető. A kínálat rövid távon fix, az áram árának emelkedése a gázerőművek részesedését növeli, amik tisztábban (kisebb szén-dioxid-emisszióval) termelik az áramot, a gáz irányába történő eltolódás csökkenti a kvóta keresletét és árát.

Ez a negatív hatás a völgyidőszakban (ahol nagyobb a szénerőművek aránya) erősebb (-1.92%), a csúcsideőszak esetében gyengébb (-0.51%).

Az alkalmazott szimulációs paraméterek

A szimulációnál az évet 252 kereskedési napra bontottam, a modellben a hétfégi napok nem szerepelnek. Ennek oka az volt, hogy a piaci adatokra történő modellillesztés során sem vettem figyelembe a hétfégi napokat, mert ezekre nem rendelkezttem mind a négy termékre vonatkozó historikus árakkal.

A modellezett erőmű technológiai paraméterei nem figyelhetők meg a piaci árakon keresztül, ugyanis minden egyes létesítmény különböző. A modellben egy nyitott ciklusú gázturbinás erőművet (open cycle gas turbine) tételeztem fel, aminek a termikus hatékonysága (a kimenő és bemenő energia hányadosa) 38% (Comission of the European Communities, 2008). A tüzelőanyagként hasznosított gáz energiatartalma 0.2014 tCO₂ / MWh, az egyéb változó költség 3 EUR/MWh, az erőmű 100MW-os, a napi maximális kapacitás – a naponta termelhető árammennyiség – 2400 MWh.

A kiinduló árakból, a technológiai paraméterek segítségével számított spread kezdő értékei a következők voltak:

$$\text{spread}_{\text{off-peak}} = 38.8167 - 23.4700/0.38 - 6.2600 * 0.2014 / 0.38 - 3 = - 29.2643$$

$$\text{spread}_{\text{peak}} = 67.6667 - 23.4700/0.38 - 6.2600 * 0.2014 / 0.38 - 3 = - 0.4143 \quad 44.$$

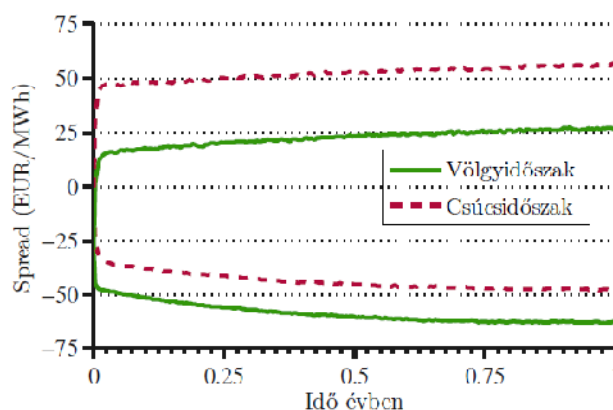
A kiinduló árak alapján látható, hogy az erőmű esetleges termelés esetén a völgyidőszakban hozzávetőlegesen 29 Eurót veszítene megawatt óránként. A csúcsideőszakban a spread szintén negatív, a termelés nullszaldóhoz közeli, veszteséges.

A hosszú távú átlagokkal számolva a kép nagy vonalaiban hasonló, a völgyidőszak esetén veszteséges a termelés, a csúcsideőszaki működtetés csekély mértékű nyereséget termel:

$$\text{spread}_{\text{off-peak}} = 46.5685 - 21.7829/0.38 - 6.8357 * 0.2014 / 0.38 - 3 = -17.3778$$

$$\text{spread}_{\text{peak}} = 68.0518 - 21.7829/0.38 - 6.8357 * 0.2014 / 0.38 - 3 = 4.1055 \quad 45.$$

A sztochasztikus árfolyammodellekkel szimulált, völgy- és csúcsidőszakra vonatkozó spread értékek alsó 5% és felső 95%-os percentilis értékei, 1 év hosszú időszakra a következőképpen alakultak:



11. ábra: A spread szimulációja, az alsó 5%-os és a felső 95%-os percentilis értékek.

Az ábrán látható, hogy a spread modell két lépésben veszi fel a hosszú távú átlagoknak megfelelő viselkedését: a gyors visszatérési sebességű áram rendkívül gyorsan, a „lomhább” inputok lassabban állnak be a hosszabb távú értékeik körüli szórásra. Emiatt a spread lehetséges értékei tekintetében egy viszonylag gyors kezdeti korrekciót láthatunk, hosszabb távon a konfidencia intervallumok csökkenő mértékű tágulását figyelhetjük meg.

A szimulációs modell paramétereinek ismertetése után a spread opciók értékelési módszereit mutatom be.

III.2. Spread opciók értékelése

A spread opciók széles körben elterjedt derivatív instrumentumok, kockázatkezelési, eszközértékelési, spekulációs célokra egyaránt használják. A tengerentúli árutőzsdéken nagy tételben kereskedett származtatott termékek a szójaolaj és zsírtalanított szója, illetve a nyersolaj és benzin árának különbségére vonatkozó spread opciók. Az energiapiacra a *spark spread*-re (áram és gázár különbsége) szóló opciók kereskedése terjedt el.

A legegyszerűbb spread opciót két eszköz árának különbségére írják ki. Tulajdonosának joga van arra, hogy az opció lehívása esetén a kötési árfolyamot fizetve jusson hozzá a két

eszköz árának különbségéhez. Másként megfogalmazva az opció tulajdonosának joga van arra, hogy a két eszközt egy előre rögzített kötési árfolyam mellett elcserélje.

A több (, mint kettő) eszközre szóló spread opció esetén általában egy eszköz szerepel pozitív súllyal, a többi negatívval, azaz az árkülönbözet egy termék és több másik termék összege között számíthat. A spread opciókhoz hasonlóak a kosár (basket) típusú opciók, amelyek több, akár eltérő súllyal szereplő eszközökből álló kosár vételi vagy eladási jogát jelentik egy előre meghatározott kötési árfolyamon. A spread opció egy speciális kosár opció, ahol az első eszköz esetén pozitív, a többi eszköznél negatív súlyokat tételezünk fel.

A Disszertációban alkalmazott reálopciók modellben négy alaptermék (völgy- és csúcsidőszaki áram, gáz, kvóta) ára a feltevések szerint log-normális eloszlású. A normális eloszlású változók összegével szemben a log-normális változók összegének eloszlása jelenlegi tudásunk alapján nem adható meg zárt analitikus formában. Ez annak ellenére így van, hogy a téma (a log-normálisok összege) Fenton-tól (1960) számítva több mint 50 éve a matematikusok, mérnökök és pénzügyi szakemberek érdeklődésének középpontjában áll. A mérnöktudományokban számtalan probléma leírása log-normális modellben történik (például az árnyékoló hatás, valamint az adótoronyok távolságarányos intenzitás-csökkenése). A pénzügyekben az egyik leggyakrabban számított kockázatkezelési mérőszám a portfólió kockázatos értéke (Value at Risk, *VaR*), amit log-normális eszközökből álló portfólió értékének eloszlásából számítanak. A megoldatlan kérdést (log-normális változók összegének eloszlása) sokszor leegyszerűsítik, és az eredő eloszlásra normális eloszlást tételeznek fel. Az 1990-ben közgazdaságtani Nobel díjat kapott Harry Markowitz (1952) nevéhez kötődő Modern Portfólió Elmélet (Modern Portfolio Theory) is normális eloszlású portfólió értékeloszlást feltételez. A normális eredő eloszlás feltételezése a korrelációs struktúrától, és a súlyoktól függően a valósághoz képest jelentős mértékű torzítást eredményezhet.

Részben ennek a problémának "köszönhető", hogy a spread opciók árazása a sztochasztikus pénzügyek egyik legtöbb kihívást jelentő területe, a vanília európai call opciókhoz (ezeket részletesebben lásd (Hull, 1999, pp. 301-303.), (Benedek, 1999) valamint (Száz – Király, 2005)) képest komplexebb kérdések megoldását igényli.

Zárt képletet eddig csak arra az esetre tudtak adni, amikor két eszközt tételezünk fel, és a kötési árfolyam nulla (Margrabe, 1978), az általánosabb esetekre nem rendelkezünk

analitikus megoldással. Analitikus megoldás híján a kutatók numerikus integrálási technikákkal, szimulációval, és különféle analitikus közelítésekkel próbálják árazni a spread opciókat.

A numerikus integrációs eljárás azon alapul, hogy egy európai opció értéke általános esetben nem más, mint az opció kifizetésének a kockázat-semleges mérték szerint számított diszkontált várható értéke (Harrison és Pliska, 1981):

$$V_t^b = E^Q \left[\exp \left(- \int_t^T r_v dv \right) \cdot \max (B_T - K_B, 0) F_t \right] \quad 46.$$

ahol $E[.]$ jelenti a várható értéket, amit a Q kockázat-semleges mérték (martingál) szerint számítunk, B pedig az alaptermék ára.

Több termék esetében a képlet számításához fel kell tudnunk írni a kockázatmentes mérték közös sűrűségfüggvényét analitikus formában. Ezután a sűrűségfüggvény numerikus integrációja többféle módszerrel elvégezhető. Egy korábbi munkámban (2011) egy speciális konvolúciós integrál segítségével $N-1$ dimenziós integrállal adtam meg az N darab korrelált, súlyozott változó közös sűrűségfüggvényét. A numerikus integrálást alkalmazó módszerek problémája, hogy az opció értékét meghatározó alaptermékek számának emelkedése növeli a közös sűrűségfüggvény dimenziószámát, és ennek következtében a számítás időigényét (*curse of dimensionality*).

Az egzotikus derivatívok árazásának talán legelterjedtebb módszere a Monte Carlo szimuláció. A több dimenziós Monte Carlo szimuláció háttérében adott korrelációs struktúrájú, többdimenziós normális eloszlások előállítására áll. A független standard normális és függő normális eloszlások között kétirányú összefüggés vezethető le (részletesebben lásd Nagy, 2011). A több dimenziós normális eloszlások halmaza zárt a lineáris transzformációra: egy több dimenziós normális eloszláshoz egy vektort adva és/vagy jobbról megszorozva egy mátrix-szal szintén normális eloszlást kapunk (Glasserman, 2003, p. 65.). Adott várható érték vektorú és kovariancia mátrixú sok dimenziós normális eloszlás előállítható több dimenziós standard normális eloszlásból. Vegyük a Z többdimenziós standard normális eloszlást ($N(\mathbf{0}, \mathbf{1})$), és szorozzuk meg balról L mátrix-szal, valamint adjunk hozzá μ vektort:

$$\mathbf{L} \cdot \mathbf{Z} + \boldsymbol{\mu} = N(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T) = N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad \text{ahol} \quad \boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T \quad 47.$$

A kapott összefüggést széles körben fel tudjuk használni, ugyanis minden valódi (szimmetrikus és pozitív definit) kovariancia mátrixot fel lehet bontani Cholesky dekompozícióval egy alsó trianguláris mátrix és transzponált párjának szorzatára. Ennek segítségével tehát adott kovariancia mátrix és várható érték vektor segítségével könnyen elő tudunk állítani korreláló hozamokat és ezen keresztül alaptermék árfolyamokat.

A numerikus módszerek közül gyakran alkalmazzák az árfolyamfák módszerét. Míg a binomiális fa módszerrel viszonylag sok szerző (és annál több gyakorlati szakember) foglalkozik, az egynél több termék modellezésével foglalkozó numerikus fa módszerek ritkábbak. Korn és Müller (2009) egy többdimenziós fát használó eljárást fejlesztettek ki több, egymással korreláló eszközökre szóló származtatott termékek árazására. Az eljárás az előző egyenlet másik irányú megfeleltetését alkalmazza:

$$\mathbf{L}^{-1} \cdot [N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) - \boldsymbol{\mu}] = \mathbf{Z} \quad 48.$$

Azaz korrelált normális eloszlásból előállíthatunk korrelálatlan standard normális eloszlást. A korrelálatlan folyamatra történő transzformáció után a több dimenziós fa könnyen felépíthető, ugyanis a fában levő valószínűségek megkaphatók az egyes termékekre vonatkozó perem valószínűségek szorzataként.

A numerikus integrálás, szimuláció és az árfolyamfa módszerrel történő értékelés hátránya, hogy nem adnak zárt képletet az opció értékére. Erre egyrészt a gyorsaság miatt lenne szükségünk, másrészt a zárt képletből parciális deriválással származtathatók a különböző tényezőkre vonatkoztatott érzékenységek, a *görög betűk*. Az egyik leggyakrabban hivatkozott és a kereskedők által egyik leggyakrabban használt módszer a Kirk közelítés (Kirk's approximation) (1995), ami két eszközből álló spread opció árára ad közelítő megoldást. Jarrow és Rudd (1982) szintén két eszközre szóló spread opciót áraz, a kockázatmentes mértéket *Gram-Charlier A* sorozattal közelítette. Alexander és Venkatramanan (2009) a spread opció árazására és hedge-elésére az összetett csere opció közelítését (compound exchange option approximation, CEO) alkalmazta. Carmona és Durrleman (2003) egy viszonylag pontos árazási módszert fejlesztett ki, ami többdimenziós nemlineáris egyenletrendszer numerikus megoldását igényli. Az eljárás implementációja viszonylag nehéz, a szerzők Newton-Raphson algoritmust használnak.

Egy másik típusú eljárás-csoport a portfólió értékének eloszlását (log-normálisok összegének problémája) zárt képlettel rendelkező eloszlás alkalmazásával próbálja közelíteni. Az elméleti eloszlást momentum-illesztéssel állapítják meg, majd a kapott közelítő eloszlásra alkalmazzák a zárt Black-Scholes képletet. Az eljárások többsége csak pozitív portfólió súlyok mellett működik, ezek nem alkalmasak a spread opciók árazására (mivel a spread felvehet negatív értéket is). Milevsky és Posner (1995) reciprokon gamma eloszlással közelítette a portfólió értékének sűrűségfüggvényét. Borovkova, Permana és Weide (2007) negatív irányba eltolt log-normális sűrűségfüggvényt használt, ami megengedi a negatív portfólióértékek felvételét, és így alkalmas a spread opció árazására.

A korai közelítő megoldások elsődleges problémája, hogy vagy csak két termékre szóló spread opcióra adnak megoldást, vagy kevés eszközből álló kosár esetén meglehetősen pontatlanok. Deng et al. (2008) levezetett egy olyan megoldást, ami több eszközre szóló spread opcióra vonatkozik, viszonylag gyors és pontos eredményt ad. A Disszertációban az opciók értékelésére és a kapcsolódó görög betűk számítására ezt a módszert használok. A szerzők kétféle sztochasztikus alaptermék folyamatra adnak megoldást (geometriai Brown mozgás, és átlaghoz visszahúzó geometriai Ornstein-Uhlenbeck folyamat).

Ha a geometriai Ornstein-Uhlenbeck folyamatot a következő sztochasztikus differenciálegyenlet írja le:

$$dS_k = -\lambda_k(\log S_k - \eta_k)S_k dt + \sigma_k S_k dW_k \quad 49.$$

Akkor a Deng és szerzőtársai (2008) által bemutatott eljárás szerint az opció árát felírhatjuk a következő módon:

$$\Pi = e^{-rT + \mu_0 + \frac{1}{2}v_0^2} I_0 - \sum_{k=1}^N e^{-rT + \mu_k + \frac{1}{2}v_k^2} I_k - K e^{-rT} I_{N+1}$$

$$\mu_k = \eta_k - \frac{\sigma_k^2}{2\lambda_k} + e^{-\lambda_k T} \left(\log S_k - \eta_k + \frac{\sigma_k^2}{2\lambda_k} \right) \quad v_k = \sigma_k \sqrt{\frac{1 - \exp(-2\lambda_k T)}{2\lambda_k}} \quad 50.$$

Az ár képletében szereplő I_i integrálok értékeit közelítően számíthatjuk a szerzők által bemutatottak szerint.

A szerzők kifejtik, hogy három eszközre szóló spread opció esetében a számítási hiba 10^{-4} rendű, a számítási idő opciónként 2×10^{-4} másodperc (ez 100 dimenzió esetén sem emelkedik 10^{-2} másodperc felé).

A szerzők által bemutatott képletet az alaptermékekhez tartozó súlyokkal való szorzás miatt módosítanom kellett a következő helyettesítésekkel: $\log S_k \rightarrow \log S_k + \log w_k$
 $\eta_k \rightarrow \eta_k + \log w_k$

Így az eljárás alkalmassá vált súlyozott termékekre vonatkozó spread opciók árazására.

IV. SZÉN-DIOXID-KIBOCSÁTÁS REÁLOPCIÓS MODELLJE

Ebben a fejezetben az erőmű szén-dioxid-kibocsátását jelzem előre a reálopciók modellre támaszkodva. A várható érték alakulásán kívül az emisszió sűrűségfüggvényét is kiszámítom, ami megmutatja, hogy adott kibocsátási szint milyen valószínűséggel következik be. Emellett azt is bemutatom, hogy a vállalatnak a megfelelés érdekében milyen értékben kell kvótát vásárolnia, azaz a megfelelés költsége adott konfidencia szint mellett maximum mennyi lesz. A fejezet későbbi részeiben megvizsgálom, hogy az erőmű kibocsátása milyen módon függ különböző technológiai és piaci faktorok megváltozásától. A egyes tényezők változtatását *ceteris paribus* értékelem, azaz a többi paramétert változatlanul (exogén paraméternek) tekintetem. Felteszem, hogy a vizsgált erőmű a piachoz képest elhanyagolható méretű, és viselkedése nem befolyásolja a piacot. Az érzékenység vizsgálatoknál szimulációs eredményekre támaszkodtam, valamint a gyorsabb kiértékelés érdekében Deng és szerzőtársai analitikus opcióárazási képletének (2008) súlyokkal módosított változatát is igénybe vettem.

Amint a II.3 fejezetrészben láthattuk, a napi és csúcsidőszaki kibocsátás megfeleltethető három-három termékre szóló bináris (0 vagy 1 kifizetésű) európai típusú spread opcióknak. Amennyiben az adott völgy- illetve csúcsidőszaki napszakra vonatkozó különbség értéke pozitív, a vállalat termel (és szennyez), amennyiben az árkülönbség negatív, szünetelteti kapacitásait. A jövőbeli τ napi emisszió várható értéke a bináris opciók fizikai mérték szerint számított árából számolható a következők szerint:

$$E[Q(\tau)] = \frac{\Gamma}{2} \cdot \delta / \eta \cdot e^{r^* \tau} \cdot [bno^{Pr}(\mathbf{S}_{off-peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau) + bno^{Pr}(\mathbf{S}_{peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau)] \quad 51.$$

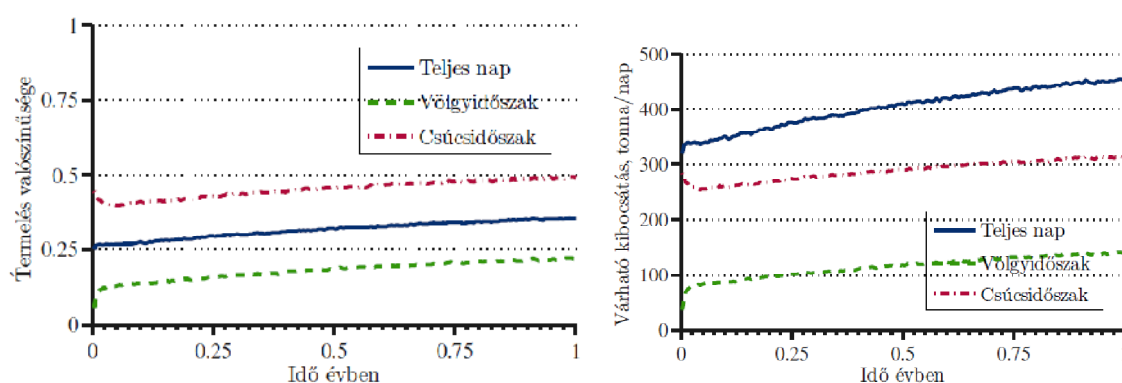
A jelentől T időpontig terjedő időszak $E[Q_c(0, T)]$ várható teljes kibocsátása a következő képlet szerint számolható:

$$E[Q_c(0, T)] = \frac{\Gamma}{2} \cdot \delta / \eta \cdot \sum_{\tau=0}^T e^{r^* \tau} \cdot [bno^{Pr}(\mathbf{S}_{off-peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau) + bno^{Pr}(\mathbf{S}_{peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau)] \quad 52.$$

A termelés valószínűsége, a várható szén-dioxid-kibocsátás alakulása

Amint láttuk, a profitmaximalizáló erőmű csak abban az esetben termel, ha az adott napszakra vonatkozó spread értéke pozitív. A szimulált különbségek alapján meghatározhatók a Λ bináris termelési döntési változó realizációi. A Λ változó realizációinak adott jövőbeli naphoz tartozó átlaga (a várható értéke) megadja a termelés adott napra vonatkozó valószínűségét. Az erőmű várható napi kibocsátása a termelés valószínűségéből egyszerűen származtatható: a kapott értéket meg kell szorozni az adott időtartamhoz tartozó maximális kibocsátással, ami teljes nap esetén a $\Gamma \cdot \delta / \eta$ formula alapján számolható, a napszakok esetén ennek fele.

A szimulációt a rendelkezésre álló piaci adatokra illesztett modell paramétereivel végeztem el, a kiinduló árak az utolsó piaci árak voltak. A futtatások alapján a termelés valószínűségére és a várható kibocsátásra a következő grafikonokat kaptam:



12. ábra: A termelés valószínűsége (bal) és a várható napi kibocsátás (jobb) az idő függvényében.

Amint látható, a vállalat a csúcsidőszakban 50% körüli eséllyel termel. A völgyidőszak esetén a valószínűség ennél jóval alacsonyabb (15%-25%). Ennek oka az, hogy a csúcsidőszakhoz képest az áram ára völgyidőszakban alacsonyabb, emiatt az árkülönbözet kisebb eséllyel van zérus felett, mint csúcsidőszak esetén. Mivel a napot két egyenlő részre osztottam, a teljes napra vonatkozó termelési valószínűséget a két érték átlagaként számolhatjuk. A nap egészére vonatkozó érték megmutatja, hogy várhatóan a 24 óra hány százalékában fog az erőmű működni és szén-dioxidot kibocsátani. Az ábrán az is megfigyelhető, hogy a szimuláció kezdeti lépéseiben a valószínűségek „korrigálnak”. Ez annak tudható be, hogy a legnagyobb λ visszatérési sebességű áramár a kiindulási értékéről indulva gyorsan beáll a hosszú távú átlag körüli fluktuációra. A valószínűségek hosszabb távú enyhe emelkedése ugyanakkor elsősorban a kisebb

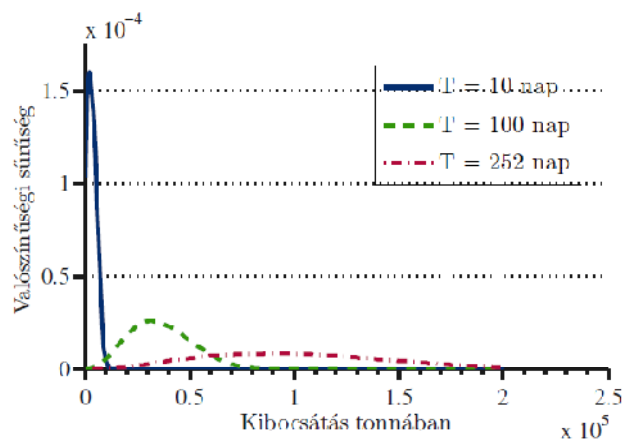
visszatérési sebességű gázárnak „köszönhető”, ami lassabban adaptálódik a hosszabb távú egyensúlyához.

A kibocsátás várható értéke a termelés valószínűségével párhuzamos lefutású. Az erőmű csúcsidőszakban várhatóan naponta közel 300 tonna szén-dioxidot bocsát ki a légkörbe, völgyidőszakhoz tartozó napi emisszió 100 – 150 tonna. A teljes napra vonatkozó várható kibocsátás a völgy és csúcsidőszaki értékek összegeként számolható. Értéke az év eleji napi 320 tonnáról év végére 450 tonna/nap értékre emelkedik.

A várható kibocsátás számbevétele után térjünk át a kockázatkezelési szempontból jelentős szereppel bíró kibocsátás sűrűségfüggvényére, ami megmutatja, hogy az erőmű mekkora eséllyel emittál adott mennyiséget.

A halmozott kibocsátás sűrűségfüggvénye

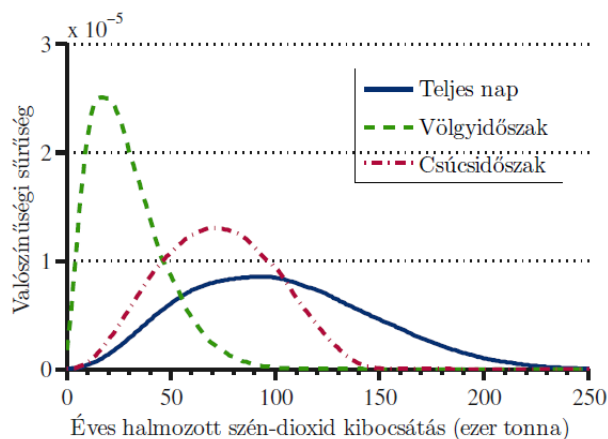
A napi döntési változók (A) kumulált értéke a halmozott termelése döntési változó (Ω). Értéke megmutatja, hogy adott időpontig hány teljes termelési napnak megfelelő ideig működött az erőmű. Mivel a napot két egyenlő részre osztottuk, a kapott A értékeket a halmozásnál meg kell szorozni 0.5-tel. A teljes napra vonatkoztatva Ω értéke az első szimulációs napon 0, 0.5 vagy 1 lehet, a másodikon $\{0, 0.5, 1, 1.5, 2\}$ sorozat valamelyik értéke, a 252 szimulált napra vonatkozóan pedig egy 0 és 252 közötti szám (0.5 lépésközzel). A halmozott termelési döntési változó értékét a maximális kibocsátással megszorozva megkapható a halmozott szén-dioxid-kibocsátás mennyisége (Q_c). Fontos hangsúlyozni, hogy míg a várható értékeket analitikus képlet segítségével is számíthatjuk, addig a sűrűségfüggvényt szinte kizárólag szimulációs úton tudjuk meghatározni. A mellékletben bemutatok egy, összekapcsolódó binomiális fákot alkalmazó, saját numerikus módszert, amivel közelíthetjük a sűrűségfüggvényt. A továbbiakban Monte Carlo szimulációval meghatározott sűrűségfüggvényeket ismertetem. A futtatások során számított 50 000 darab halmozott kibocsátás értékre hisztogramot, pontosabban annak normalizált és folytonos közelítését, a Kernel sűrűségfüggvényt (Rosenblatt, 1956) illesztettem. A következő ábra a 10, 100, és 252.-ik naphoz tartozó, halmozott kibocsátás értékhez tartozó sűrűségfüggvényeket mutatja:



13. ábra: A halmozott kibocsátás sűrűségfüggvénye eltérő hosszúságú jövőbeli intervallumokra.

Amint látható a rövid, 10 napos intervallum esetében a kapott sűrűségfüggvény szélsőségesen jobbra ferde: a zérus kibocsátás esélye a legmagasabb. Ennek oka az egymást követő napok kibocsátásainak összefüggésében keresendő. Amennyiben adott napon a spread negatív és az erőmű nem termel, akkor nagy valószínűséggel az azt követő napon is zérus alatti lesz az értéke és a kapacitását szintén szünetelteti. Emiatt a zéró kibocsátású napot nagy valószínűséggel követi további emisszió nélküli nap. Mivel a szimuláció kiindulási árai alapján a spread értékek mindkét napszakra vonatkozóan kisebbek, mint nullák, ezért az első néhány lépésben a nulla kibocsátású napok dominálnak, a gyakorisági függvény a zérus körül csúcsosodik ki. A hosszabb intervallumokat tekintve megállapítható, hogy az idő előrehaladtával a pozitív kibocsátású napok valószínűsége növekszik, az eloszlás szimmetrikusabb lesz (ferdesége csökken) és ellapul.

A különböző napszakokra vonatkoztatott sűrűségfüggvény szintén figyelemre méltó. Vizsgáljuk meg a völgy-, csúcsidőszakhoz valamint a teljes naphoz tartozó, 1 évre vonatkozó halmozott kibocsátás sűrűségfüggvényeinek viszonyát:



14. ábra: A völgyidőszaki, csúcsidőszaki és teljes naphoz tartozó éves halmozott kibocsátás sűrűségfüggvénye.

A völgyidőszakban az alacsony spread értékek miatt a termelés kevésbé valószínű, a kapott sűrűségfüggvény jobbra ferde, az alacsony éves halmozott kibocsátási szint valószínűsége magas. A csúcsidőszakban a magasabb kereslet miatt bekövetkező magasabb áramár miatt az erőmű termelésének esélye nagyobb, a kapott eloszlás ferdesége csökken, emiatt magasabb kibocsátási szintek valószínűbbek lesznek.

A megfelelés költsége, a kibocsátás pozíció kockázatos értéke

Amint a bevezető részben láthattuk, az erőmű megfelelési kötelezettséggel rendelkezik. A teljes évi kibocsátásnak megfelelő mennyiségű kvótát kell visszaadnia a hatóságnak. Felmerülhet a kérdés, hogy várhatóan mekkora költséget jelent a megfelelés a vállalat számára.

A sűrűségfüggvény nem csak a jövőbeli emissziós szint pontosabb előrejelzésében segít, hanem arra alapozva közelíthető a megfelelés adott konfidenciaszint melletti maximális költsége is.

A kockázatkezelés területén elterjedt mérőszám a kockázatos érték (Value at Risk, VaR) (Jorion, 1999, p. 97.), ami megmutatja, hogy adott konfidenciaszint (c) mellett maximum mekkora veszteséget szenvedhet el pozícióján a befektető:

$$P(|\text{Porfolióon realizálható veszteség}| < VaR) < 1 - c \quad 53.$$

Például ha egy portfólió értékét normálisnak tételezzük fel 1 millió Euró várható értékkel és 200 ezer Euró szórással, akkor 1 év múlva 95%-os eséllyel kevesebbet fogunk az

értéken veszíteni, mint: $|\Phi^{-1}(1 - 0.95, 0, 200000)| = 328971 \text{ EUR}$, ahol $\Phi^{-1}(P, \mu, \sigma)$ a μ várható értékű és σ szórású normális eloszlás inverz eloszlásfüggvényének értéke P valószínűség mellett.

A kockázatos érték fogalmát a megfelelésre is vonatkoztathatjuk: értéke esetünkben megmutatja az adott konfidencia-szint melletti, maximális megfelelési költséget.

Az EU ETS szabályainak való megfeleléssel kapcsolatos költségek és ráfordítások közül a legnyilvánvalóbb tétel a szükséges kvóták értéke. Emellett van egy kieső nyereség összetevő is: a magas kvótaár csökkenti a termelés esélyét. Vannak olyan időszakok, amikben kizárólag a kvótaköltség miatt nem termel az erőmű (kvótaköltség figyelembevétele nélkül a spread értéke pozitív lenne). Ezekben a napokban a „kieső” termelés miatt holtteher-veszteség keletkezik. A szén-dioxid-kibocsátásnak ugyanakkor extern költségei is vannak, ezért a kieső termelés és kibocsátás csökkenti a társadalmi szintű károkat, és ezen keresztül növeli a jólétet. A szennyezés nettó hatásának iránya kérdéses (részletesebben lásd Kocsis, 1998). A továbbiakban az egyszerűség kedvéért a megfelelés költsége alatt kizárólag a szükséges emissziós egységek értékét fogom érteni, és eltekintek a kieső eredménytől.

A megfelelés költsége az emisszió mennyiségétől és a kvótaártól függ: jelentős mennyiségű emisszió magas emissziós egység árral párosulva jelentős terhet jelent a vállalat számára; amennyiben a kibocsátás és/vagy a kvóta ára alacsony, a megfelelés alacsony költségek mellett megvalósítható. A kibocsátott kvótapozíció lefedésének költségét a jövőbeli τ naphoz tartozó Q kibocsátás mennyiségek és az S_{EUA} jövőbeli árak szorzatösszegeként kaphatjuk meg, annyi kiegészítéssel, hogy az eltérő időhöz köthető értékeket az év végére számított jövőértékek szerint összesítjük:

$$\frac{\Gamma}{2} \cdot \delta / \eta \cdot \sum_{\tau=0}^{252} [(\Lambda_{\text{off-peak}}(\tau/252) + \Lambda_{\text{peak}}(\tau/252)) \cdot S_{EUA}(\tau/252) \cdot e^{r(1-\tau/252)}] \quad 54.$$

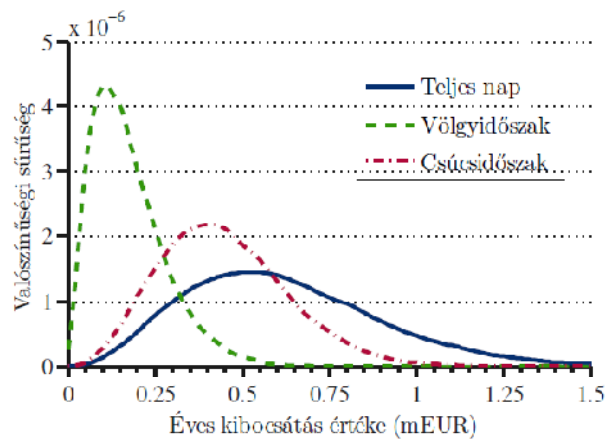
A jövőérték számításánál konstans kockázatmentes kamatlábat (r) tételeztem fel, aminek értékét a 6 hónapos Euribor alapján 0.928%-nak tételeztem fel⁸.

Az adott konfidencia-szint melletti maximális megfelelési költség számításához néhány lényeges megállapítás köthető. Amint a bevezető részben láthattuk, az EU ETS-ben a

⁸ 2012.07.02-i adat forrása: euribor-rates.eu

megfelelési kötelezettség mindig az előző év teljes kibocsátásra vonatkozik, aminek a következő év április 30-ig kell eleget tenni (megegyező mennyiségű emissziós egység átadásával). Az év végén a teljes kibocsátott mennyiség ismert, ezért első közelítésként belátható, hogy a kockázatminimalizáló erőműnek legkésőbb év végén rendelkeznie kell az április 30-i kötelezettségét fedező kvóta mennyiséggel (vagy azzal egyenértékű származtatott termékkel). Ellenkező esetben nyitott (árfolyamváltozásnak kitett, kvótával le nem fedett) pozícióval rendelkezik és spekulációt hajt végre (árfolyamesés esetén nyer, árfolyam emelkedés esetén veszít). A feltételt tovább szűkítve az is megállapítható, hogy év közben, az idő előrehaladtával egyre nagyobb mennyiségű kibocsátás lesz tényszerűen ismert. Emiatt év közben legalább az adott évhez tartozó múltbeli kibocsátásának megfelelő mértékű kibocsátási egység pozíciót szükséges felvennie. Végül a feltételt még tovább szűkítve az is megállapítható, hogy a jövőbeli kibocsátása is részben – sztochasztikus modell keretében – ismert. A jövőbeli kibocsátás fedezése érdekében (kicsit pontatlanul fogalmazva) a *várható kibocsátásának* megfelelő mértékű emissziós egységet célszerű a vállalatnak birtokolnia a kockázat minimalizálása érdekében. Pontosabban: adott pillanatban a jövőbeli árrésnek megfeleltetett spread opciók emissziós egységre vonatkozó *delta paraméterek* összegének megfelelő mennyiségű kvótát kell birtokolnia a jövőbeli kibocsátásának fedezése érdekében, valamint rendelkeznie kell az adott évi múltbeli, tényszerű kibocsátásának megfelelő mennyiségű kvótával. A jövőbeli árrés teljes fedezését az erőmű úgy tudja megvalósítani, hogy a 4 alaptermékre (völgy és csúcsidőszaki áram, gáz, emissziós kvóta) vonatkozó összesített delta paramétereket teszi zérussá, ami 4 termékre vonatkozó fedezeti ügyletekkel valósítható meg. A fedezeti eljárást és a jövőbeli kibocsátás fedezéséhez szükséges emissziós kvótamennyiség számítását a következő fejezetben részletesen ismertetem.

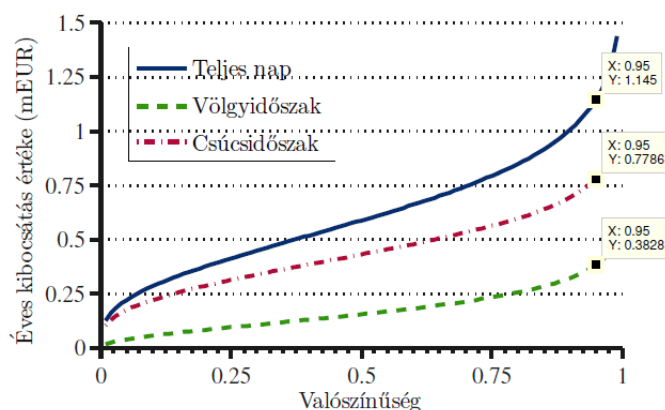
A továbbiakban a megfelelés költségéhez kapcsolódó kockázatosított értéket a fedezeti ügyletek nélküli kvótapozícióra vonatkoztatom. A szimuláció alapján a kockázatosított érték meghatározásához szükséges, éves várható kvótapozíció jövőértékének eloszlása a következő lesz:



15. ábra: Éves kibocsátás jövőértékének sűrűségfüggvénye.

A kapott függvények alakja nagyon hasonló a halmozott kibocsátásra illesztett hisztogramokéhoz, a pontos alak egyezőség azért nem áll fenn, mert a mennyiségek a jövőbeli kvótaár 1 év múlva vett időpontra vonatkozó jövőértékeivel vannak megszorozva. A völgyidőszak esetében az alacsonyabb kibocsátású események nagyobb valószínűséggel következnek be, a sűrűségfüggvény jobbra ferde. A csúcsidőszakban a magasabb várható áramár magasabb spread értéket implikál, ennek következtében a sűrűségfüggvény csúcsa jobbra tolódik. A teljes napra vonatkozó érték sűrűségfüggvénye lapultabb. Az erőmű által egy év alatt kibocsátott szén-dioxid nagyobb valószínűséggel 0.25 és 1 millió Euró közötti költséget jelent.

A sűrűségfüggvényből integrálás segítségével meghatározható az eloszlásfüggvény. Az adott konfidenciaszint melletti, maximális megfelelési költséghez köthető kockázatosított érték az inverz eloszlásfüggvényből egyszerűen leolvasható:



16. ábra: Éves kibocsátás jövőértékének inverz eloszlásfüggvénye, és a 95%-os valószínűséghez tartozó pontok.

95% valószínűség mellett a napi 2400 MWh előállítására képes erőműnek a megfelelő jövőértéken számítva a csúcsidőszakra vonatkoztatva kevesebb, mint 781 ezer Eurójába kerül, a völgyidőszaki érték 383 ezer Euró. Mivel a két napszaki kibocsátása nem független egymástól, a teljes napra vonatkozó érték nem egyenlő a két érték összegével, a megfelelés az erőmű számára 95%-os megbízhatóság mellett kevesebb, mint 1.15 millió Euróba kerül.

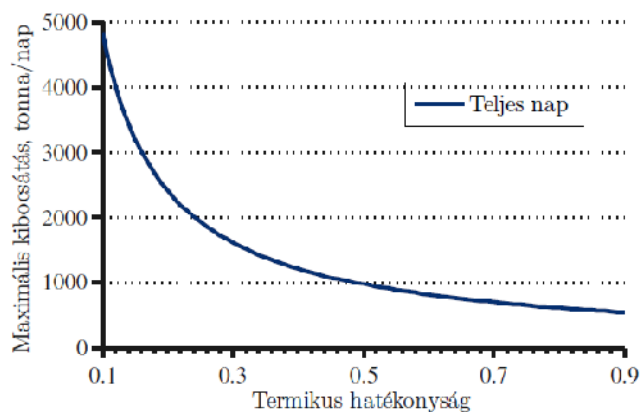
A kockázatot érték számításának bemutatása után vizsgáljuk meg, hogy különböző modell paraméterek megváltozása hogyan módosítja a kapott eredményeket. Az érzékenységvizsgálatot három forgatókönyvre végeztem el:

- Hatékonyság növelő beruházások hatása (a termikus hatékonyság szerepe)
- Energiaforrás átváltásának hatása (hosszú távú gázár szerepe)
- Jelentős mértékű átváltások a kvótapiacra (hosszú távú EUA ár szerepe)

Termikus hatékonyság változásának hatása

Az erőmű technológiai paramétereinek jelentős szerepe van a különbség és azon keresztül a termelés és emisszió meghatározásában. Ezek közül a termikus hatékonyság (η) változásával foglalkozom részletesebben, ami megmutatja, hogy a bemenő energia hány százaléka hasznosul megtermelt áram formájában. Az η paraméter modellbeli változtatásával egyrészt összemérhető, hogy azonos tüzelőanyagot felhasználó, egyenlő egyéb változó költség mellett üzemelő, de eltérő hatékonyságú erőművek várhatóan milyen mennyiségű szén-dioxidot bocsátanak ki a légkörbe, másrészt támpontot ad egy esetleges hatékonyságnövelő beruházás környezeti hatásainak becsléséhez.

A termikus hatékonyság értéke meghatározza, hogy egységnyi energia előállításához mennyi erőforrás szükséges, valamint azt, hogy az erőmű maximum mennyi szén-dioxidot tud kibocsátani a légkörbe. Amennyiben a Γ kapacitás rögzített, a napi maximális emisszió mennyisége ($\Gamma \cdot \delta / \eta$) csökken, ha emelkedik a hatékonyság. Az η paramétert szélesebb (valóságtól kissé távolabb álló) intervallumon változtatva, a következő napi maximális emissziót kapjuk rögzített napi termelési kapacitás mellett:

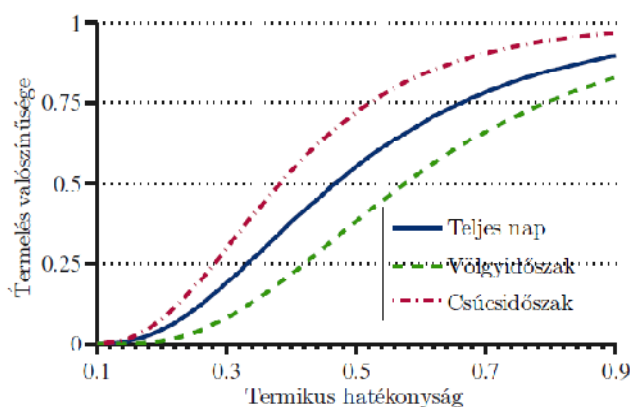


17. ábra: A napi maximális kibocsátás alakulása a termikus hatékonyság függvényében, rögzített termelési kapacitás mellett.

Az alapesetben levő 38%-os érték mellett az erőmű folytonos termelés esetén egy nap alatt 1272 tonna szén-dioxidot bocsáthat ki. 50%-os hatékonyság mellett a lehetséges napi maximális kibocsátás 967 tonnára csökken le, 30%-os érték esetében jelentős mértékben, 1611 tonnára emelkedik.

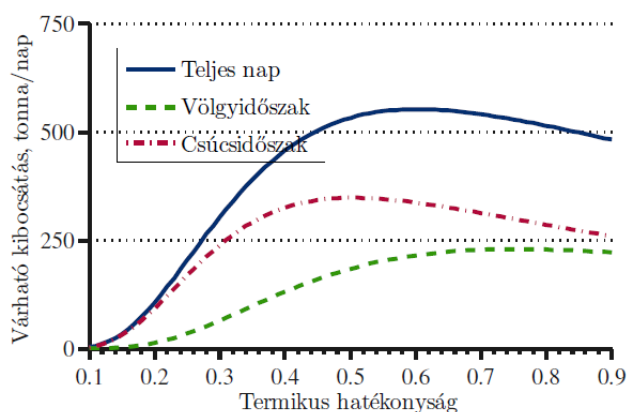
A termikus hatékonyság javulása tehát úgy tűnik, csökkenti a vállalati emissziót. A reálopciók modellben azonban megfigyelhető egy ezzel ellentétes hatás is: a növekvő hatékonyság csökkenti a szükséges erőforrások mennyiségét, a realizálható spread értéke növekszik. Emiatt megnő a termelés valószínűsége, ami *ceteris paribus* magasabb emissziót eredményez.

A termikus hatékonyságot a valóságosnál szélesebb intervallumon változtatva, a termelés valószínűsége (a napi döntési változók (Δ) várható értéke) az egy év múlva levő napon a következők szerint alakul:



18. ábra: A termelés valószínűsége a termikus hatékonyság függvényében az egy év múlva levő napon.

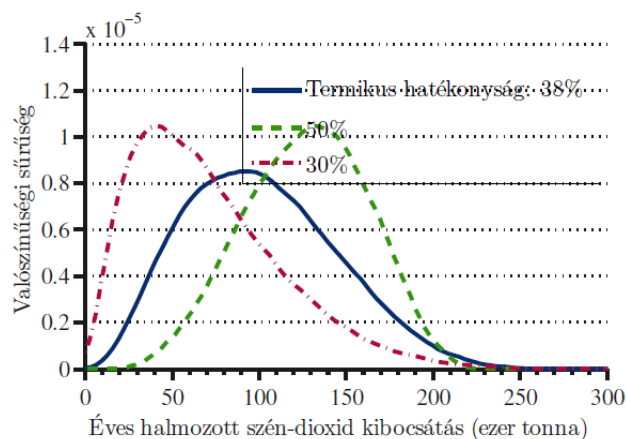
Az ábrán látható, ahogy a termelés valószínűsége először növekvő majd csökkenő mértékben emelkedik az η paraméter növekedésével. A két, egymással ellentétes hatás (napi maximális kibocsátás csökkenése és termelés valószínűségének növekedése) szorzataként kapjuk meg a várható kibocsátás alakulását a termikus hatékonyság függvényében:



19. ábra: A várható napi kibocsátás a termikus hatékonyság függvényében az egy év múlva levő napon.

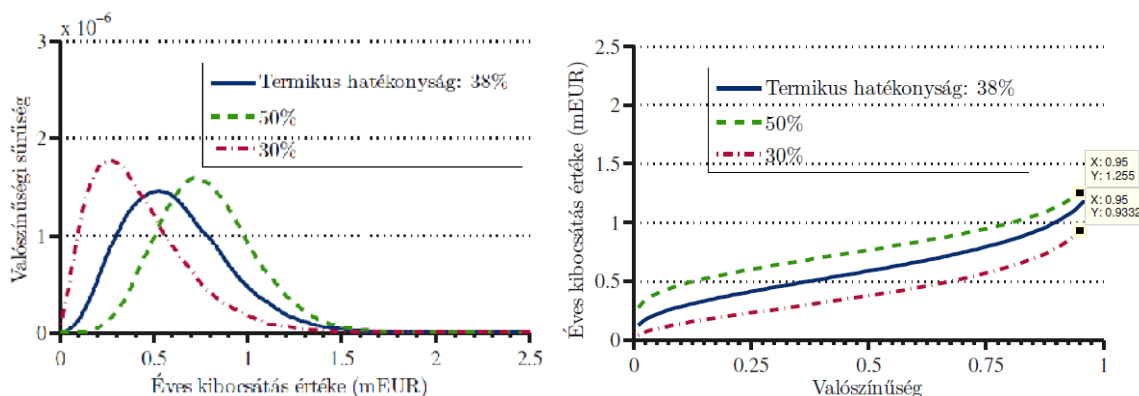
A völgyidőszak esetén a pozitív spread valószínűsége jelentősebb mértékben növekszik a hatékonyság-javulás hatására, ezért a várható kibocsátás az η paraméter növekedésével növekszik, ellentétes hatás csak nagyon magas (a valóságban nehezen elképzelhető) hatékonysági értékek esetében tapasztalható. Csúcsidőszak esetében a magasabb spread érték magas termelési valószínűséget implikál, amit a hatékonyság-növekedés kisebb mértékben javít. A maximális kibocsátás csökkenésének hatása csúcsidőszak esetében körülbelül 47% felett domináns lesz, a csúcsidőszaki várható kibocsátás csökkenését eredményezve. A két napszak összegeként adódó teljes napi kibocsátás a termikus hatékonyság növekedésével emelkedik, csak nagyon magas (60% körüli) η érték mellett fordul csökkenő irányba.

Vizsgáljuk meg, hogy milyen hatással van a megfelelési maximális költségére (kockázatos értékre) a termikus hatékonyság változása. Az éves halmozott kibocsátás sűrűségfüggvénye három hatékonysági szint mellett (30%, 38%, 50%) a következő ábra szerint alakul:



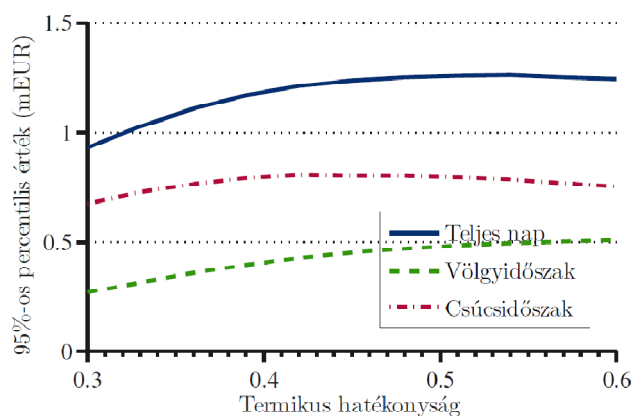
20. ábra: Az éves halmozott kibocsátás sűrűségfüggvénye eltérő termikus hatékonyságok esetében.

A magasabb hatékonyságú erőmű a spread növekedése miatt várhatóan többet termel, a sűrűségfüggvény az alapesethez képest balra ferde lesz. Alacsonyabb hatékonyság esetén a várható termelés csökken, a kibocsátás sűrűségfüggvénye jobbra ferdül. A kvótapozíció értéke (mennyiség szorozva a kvótaárral) szintén hasonló lefutású. A hatékonyabb erőmű a vizsgált értékek mellett nagyobb értékben emittál szén-dioxidot, ezért a megfelelő költség várhatóan nagyobb lesz:



21. ábra: Az éves kibocsátás értékének sűrűségfüggvénye (bal), és inverz eloszlásfüggvénye (jobb) különböző termikus hatékonyságok esetén.

50%-osra történő hatékonyság javulás a kockázatosított értéket 1.26 millió Euróra emeli, 30%-os η érték 930 ezer Euróra csökkenti. Szélesebb intervallumon változtatott termikus hatékonyság hatását a 95%-os *VaR* értékre a következő ábrán szemléltettem:



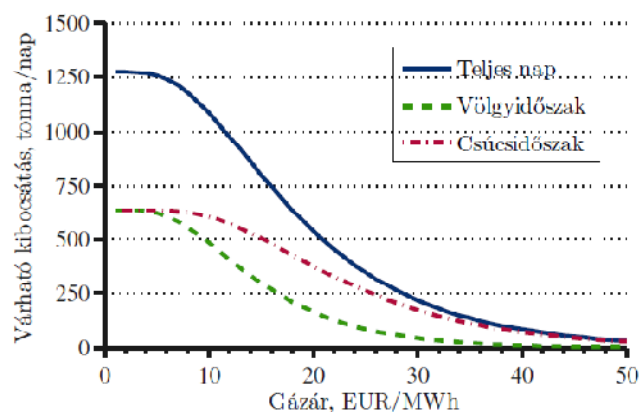
22. ábra: A 95%-os kockázatos érték alakulása a termikus hatékonyság függvényében.

A termikus hatékonyság emelkedése a völgyidőszaki 95%-os kockázatos értéket emeli. A csúcsidőszaki *VaR* tetőpontja 42% körül van, ezután a hatékonyság javulás a kockázatos értéket csökkenti ebben a napszakban. A teljes nap vonatkozásában a *VaR* érték alacsony hatékonysági szintek esetében emelkedik, majd magasabb η paraméter esetében nem változik jelentősebben.

Gáz árváltozásának hatása az erőmű szén-dioxid-kibocsátás ára

Az energiapiacra jelentős mértékű árváltozásokat tapasztalhatunk. A gáz kínálatának csökkenése (például ellátási problémák) jelentős mértékben emeli az árát, új kitermelési technológiák megjelenésével viszont jelentős mennyiségű gázkészlet válhat gazdaságosan kitermelhetővé, ami áresést eredményezhet. A modell keretein belül a gázár hatását az átlaghoz visszahúzó ármodell hosszú távú átlag paraméterének változtatásán keresztül teszteltem.

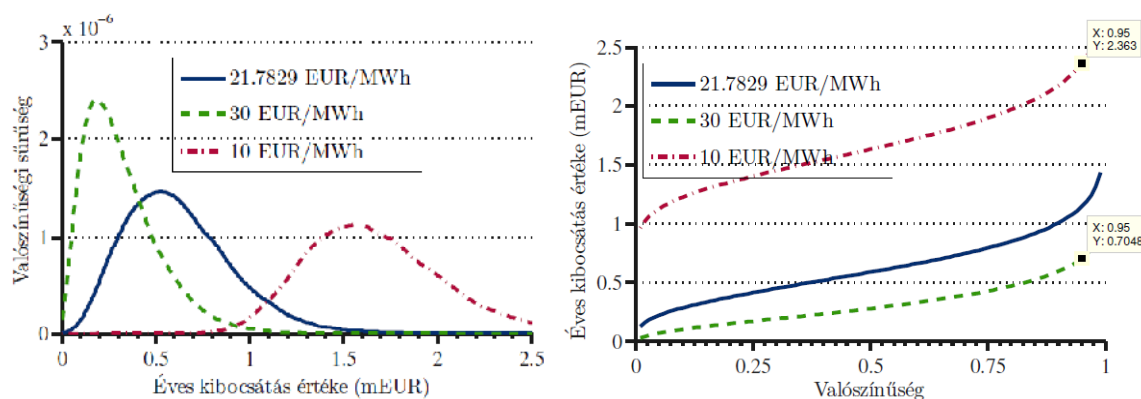
A gáz hosszú távú átlagát változtatva a várható kibocsátás a következő ábra szerint alakul:



23. ábra: Az egy év múlva levő nap várható kibocsátásának alakulása a gázár függvényében.

Amint látható, a zérus gázárhoz közeledve a kibocsátás felveszi a maximális értékét, mivel a spread ebben az esetben szinte mindig nagyobb lesz, mint nulla, így az erőmű szinte állandóan üzemel. A gázár növekedésével a spread csökkenése miatt a várható kibocsátás csökkent. A völgyidőszaki kibocsátás gyorsabban csökken, mert az alacsonyabb áramár miatt a spread nagyobb valószínűséggel lesz negatív. A csúcsidőszak esetén a magas áramár nagyobb valószínűséggel kompenzálja a magas gázárát, ezért a tüzelőanyag áremelkedésének kibocsátás csökkentő hatása gyengébb. Extrém magas gázár esetében mindkét napszaki kibocsátás nullához tart.

Az éves kibocsátás értékének eloszlása és az inverz eloszlásfüggvény eltérő gázár esetében a következők szerint alakul:

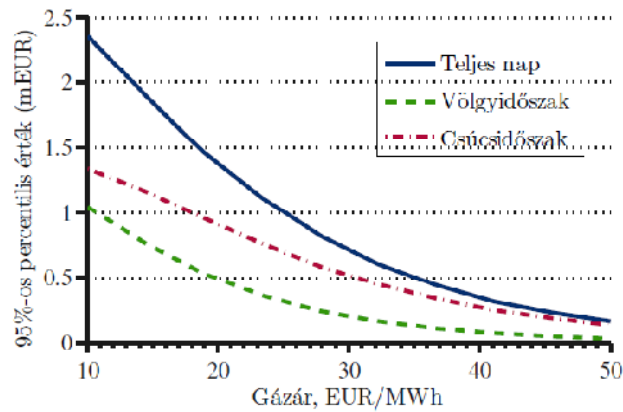


24. ábra: Az éves kibocsátás értékének sűrűségfüggvénye (bal) és inverz eloszlásfüggvénye (jobb) különböző hosszú távú gázárak függvényében.

Magasabb, 30 Eurós gázár a várható kibocsátást csökkentve a kvótapozíció értékét az alapesethez képest jobbra ferdévé teszi, a megfelelés költségének kockázatosított értéke 700 ezer Euróra csökken. Alacsonyabb, 10 eurós gázár mellett a pozíció értékének eloszlása

jobbra tolódik, a megfelelés költségének kockázatos értéke 2.4 milliós értékre növekszik.

A gázárát tágabb határok között változtatva a megfelelés költségének 95%-os kockázatos értéke a következő ábra szerint alakul:



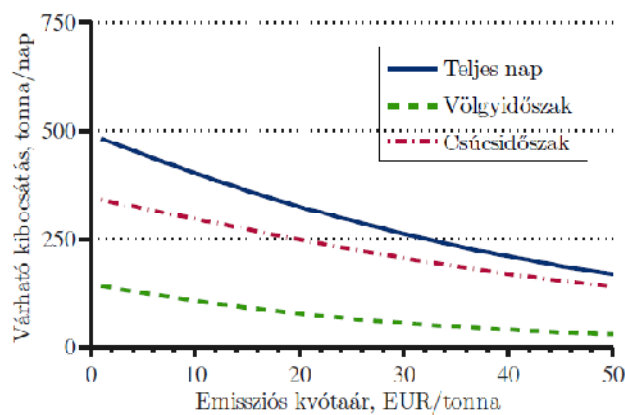
25. ábra: A 95%-os kockázatos érték alakulása a gázár függvényében.

Az ábrán látható, ahogy a hosszú távú gázár növekedésével a völgy- és csúcsidőszakra vonatkozó megfelelési költség kockázatos értéke csökken, a két napszakra vonatkozó függvény közel párhuzamos futású, de szintjében eltér.

Emissziós kvóta árváltozásának hatása az erőmű kibocsátására

Az emissziós piac mindkét kereskedési szakaszában jelentős mértékű, hosszabb távra szóló árváltozások voltak tapasztalhatók. Az első szakaszban a túlosztás nyilvánosságra kerülésével a kvóta gyakorlatilag értéktelenné vált. A második szakaszban a szabályozó hatóság szűkítette a kibocsátható mennyiséget, ennek következtében a kvótapiacra kezdetben 20 Euró felett volt 1 tonna szén-dioxid kibocsátásának az ára. A pénzügyi és gazdasági válság kibontakozásakor a csökkenő gazdasági növekedés csökkentette a várható szén-dioxid-kibocsátást, ami lefelé nyomta a kvótaárakat. A továbbiakban megvizsgáljuk, hogy milyen hatással van a modellbeli erőműre az emissziós egység árának jelentősebb mértékű változása. Ezt az átlaghoz visszahúzó modell segítségével legegyszerűbben úgy tesztelhetjük, hogy eltoljuk a hosszú távú átlag értéket.

A várható kibocsátás és hosszú távú kvótaár összefüggését a következő ábra szemlélteti:

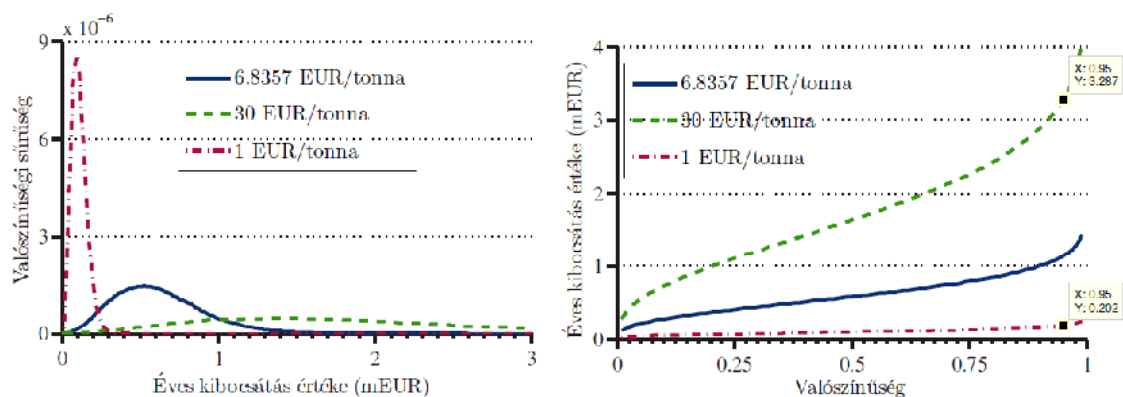


26. ábra: Az egy év múlva levő nap várható kibocsátásának alakulása a hosszú távú emissziós kvóta ár függvényében.

Amint látható a várható kibocsátás kevésbé érzékeny a hosszú távú kvótaárra. Az elsőre meglepő eredmény oka az árkülönbözet képletében keresendő: míg a gáz esetében az erőforrás ára a termikus hatékonyság reciprok értékével szorozódik (ez 38%-os η esetén 2.63-as szorzót jelent) addig a kvótaár esetén ezt az értéket ezen kívül meg kell szorozni a tüzelőanyag szén-intenzitásával (összesen δ/η értékkel). Ez annyit jelent, hogy $\delta=0.2014$ tCO₂/MWh_{in} esetén a kvótaár emelkedés költségnövelő hatása a gázárhoz képest ötödére esik vissza, az effektív szorzó értéke 0.53 lesz.

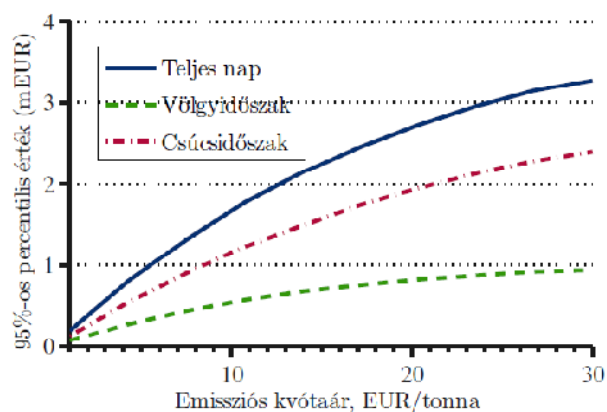
Az emissziós kvóta hosszú távú átlagának elmozdulása a gázhoz képest ötöd akkor hatással van a spread értékére és ezen keresztül a kibocsátás mennyiségére, a kibocsátás mennyiségének sűrűségfüggvénye ezért nem változik jelentősen. A hosszú távú kvótaár

változása azonban az árváltozás miatt jelentős hatással bír a megfelelés költségére. A kvótapozíció értékének sűrűségfüggvénye és az inverz eloszlásfüggvény három különböző kvótaár mellett a következő lesz:



27. ábra: Az éves kibocsátás jövőértékének sűrűségfüggvénye (bal) és inverz eloszlásfüggvényének (jobb) alakulása különböző hosszú távú kvótaárak esetén.

1 euró/tonnás kvótaár esetében a megfelelés adott konfidencia-szint melletti maximális költsége 200 ezer Euró, 30 EUR/tonna hosszú távú kvótaár esetén 3.3 millió Euró. A kvótaárat szélesebb intervallumon változtatva a 95%-os kockázatos érték a következő lesz:



28. ábra: A megfelelési költségére vonatkozó 95%-os kockázatos érték alakulása a hosszú távú kvótaár függvényében.

A kockázatos érték a kvóta árának emelkedésével csökkenő mértékben növekszik.

Amint ebben a fejezetben láthattuk, a kibocsátás várható értéke és sűrűségfüggvénye származtatható a reálopciók modellből. Az egymást követő napok kibocsátásai erős autokorrelációban állnak egymással ezért rövid intervallumok esetében a halmozott kibocsátás sűrűségfüggvénye szélsőségesen (esetünkben jobbra) ferde. Az idő

előrehaladtával a függvény szimmetrikusabb lesz és ellapul. A sűrűségfüggvényre alapozva kiszámítható az emisszió lefedéséhez (a megfeleléshez) szükséges kvóta összértéke, amiből számíthatjuk a megfelelési költségre vonatkozó kockázatosított értéket. Az eredmények alakulását különböző paraméterek mellett megvizsgálva megállapítható, hogy a termikus hatékonyság jelentős mértékben befolyásolja a kibocsátást. Rögzített napi termelési kapacitás mellett az η érték emelkedése csökkenti a maximális kibocsátás értékét, illetve ezzel ellentétes hatást produkálva, növeli a pozitív spread-del rendelkező napok számát és a termelés valószínűségét. Alacsonyabb hatékonyság értékek esetén a kibocsátás növelő hatás az erősebb, magasabb értékek esetén a maximális kibocsátás csökkentő hatása. Az inputok közül a gáz árának változása jelentős hatással van a várható kibocsátásra. Magas gázár csökkenti a pozitív spread és ezen keresztül a termelés valószínűségét, a kibocsátás sűrűségfüggvénye balra tolódik, a megfelelés várható költsége csökken. Az emissziós kvóta átváltozása kevésbé befolyásolja a termelés valószínűségét és a kibocsátás mennyiségének sűrűségfüggvényét, a megfelelés költségére viszont jelentős hatást gyakorol a kvótaár: magas emissziós egység ár magas megfelelési költséget eredményez

V. AZ ERŐMŰ REÁLOPCIÓS ÉRTÉKELÉSI MODELLJE

Ahogy az előző fejezetben láthattuk, a reálopciós modell alkalmas a szén-dioxid-emisszió mennyiségének és a megfeleléshez kapcsolódó költségek becslésére. A kapott eredmények nem csak a várható értékekre vonatkoznak, hanem a sűrűségfüggvények segítségével a mennyiségek kockázati jellemzői is becsülhetők.

Ebben a részben az erőmű értékelését végzem el a reálopciós modellre támaszkodva. A következő kérdésekre keressük a választ:

- Milyen módon függ az erőmű értéke különböző technológiai és piaci faktoroktól?
- A vállalatnak milyen fedezési eljárást érdemes végrehajtania az erőműhöz kapcsolódó pénzügyi kockázatok kezelése érdekében? Mi az adott pillanatban tartandó (optimális) kvótamennyiség?
- Mennyit ér az erőműnek egy termikus hatékonyságot javító beruházás különböző faktorok függvényében?
- Mekkora nyereségkiesést okoz, ha az erőművet nem a napi árak függvényében, profitmaximalizáló módon, hanem hosszú távú termelési szerződések kötése mellett fix ütemezésben üzemeltetik?

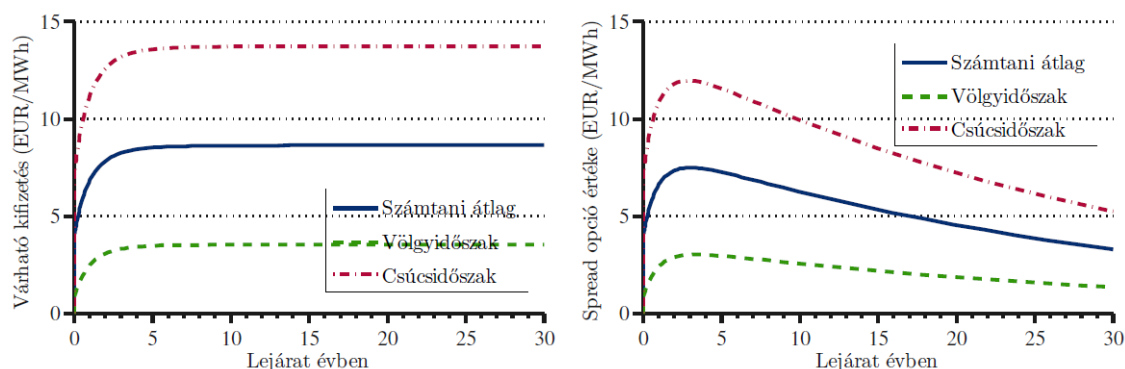
Amint a reálopciós modell ismertetésénél láthattuk, az erőmű jövedelemtermelő képességének értéke megegyezik az adott időszak alatt várhatóan megtermelt jövedelmek jelenértékével, amiket spread opciók segítségével fejezhetünk ki:

$$V = \frac{\Gamma}{2} \cdot \sum_{\tau=0}^T [spo^{Pr}(S_{off-peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau) + spo^{Pr}(S_{peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau)] \quad 55.$$

Az erőmű értéke a modellben megegyezik a napi völgy- és csúcsidőszaki spread értékekre vonatkozó európai típusú opciók napi átlagainak adott időintervallumra vonatkozó összegének és a napi kapacitás szorzatával. Az értékelésnél a továbbiakban 30 éves élettartamot, zérus maradványértéket tételeztem fel, továbbá azt, hogy a karbantartási költségek és a megújító beruházásokat az egyéb változó költség tag (v , ami esetünkben a spread opciók kötési árfolyama) tartalmazza, az adók hatását elhanyagoltam. A négy alaptermék árának alakulásának modellezésére a korábban bemutatott geometriai Ornstein-Uhlenbeck folyamatot tételeztem fel, a piaci adatokra illesztett paraméterekkel. A számításhoz szükséges spread opciók értékelését a módosított Deng-Li-Zhou féle

analitikus árazási képlet (2008) segítségével végeztem el. A diszkontálásra a 12 hónapos EURIBOR 2012.07.02-án érvényes 1.213%-os értékét⁹ használtam, 2 százalékpontos kockázati prémiummal.

Először vizsgáljuk meg, hogyan alakulnak a spread opciók várható kifizetései és értékei a lejárat függvényében. A két napszakra vonatkozó eredményeket valamint a teljes napra vonatkozó átlagukat a következő ábra szemlélteti:



29. ábra: A völgy- és csúcsidőszakra vonatkozó spread opciók várható kifizetése (bal) és értéke (jobb) a lejárat függvényében.

A spread opció várható kifizetése az idő előrehaladtával stabilizálódik, ennek oka az, hogy az átlaghoz visszahúzó modell realizációit hosszabb távon az állandó értékű átlagok határozzák meg. A modell paramétereit mellett, hosszabb távon völgyidőszakban 3.5 EUR/MWh, csúcsidőszakban 13.8 EUR/MWh a spread opció várható kifizetése. Az opciók értékei a diszkontálás miatt ezeknél kisebbek, hozzávetőlegesen 3 éves lejáratra érik el maximális értékeiket (rendre 12 EUR/MWh illetve 3 EUR/MWh).

A 30 éves időtartamra vonatkozó összesített érték az opciók átlagérték függvénye alatt levő terület és a napi maximális kapacitás szorzatával egyezik meg, annyi megkötéssel, hogy a görbe alatt levő terület számításakor az adott naphoz tartozó diszkrét értékeket vesszük figyelembe.

Az erőmű értéke a modell feltevései mellett 97.3 millió Euró. Vizsgáljuk meg, hogy a kapott érték mennyire érzékeny különböző faktorok változására. Ezt a spread opciók különböző paraméterekre vonatkozó érzékenységéből kiindulva elemzem.

⁹ <http://www.euribor-rates.eu/euribor-rate-12-months.asp>

A spread opciók ára többféle technológiai faktortól és piaci paramétertől függ. Ezek közül a továbbiakban a következő tényezők változását vizsgálom meg részletesebben:

- Termikus hatékonyság
- Alaptermék azonnali árai
- Alaptermékek hosszú távú átlagai
- Volatilitás értékek
- Gáz és emissziós kvóta ára közötti korrelációs együttható értéke

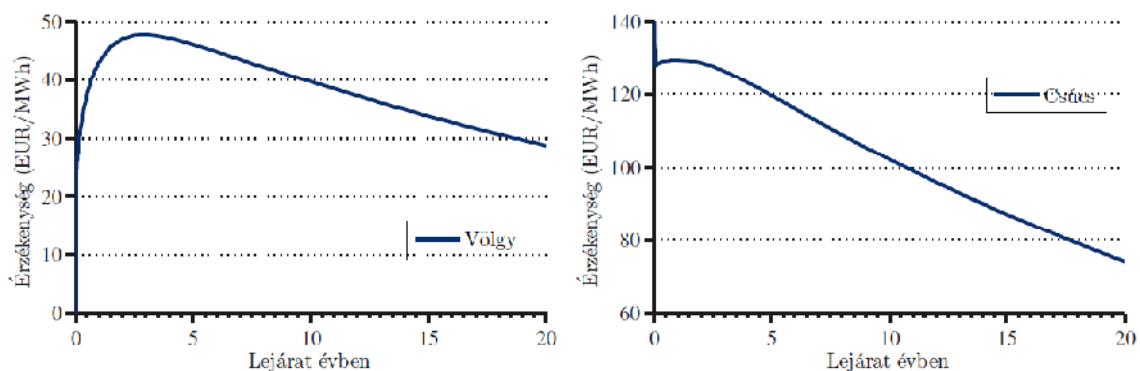
A sztochasztikus pénzügyekben az úgynevezett *Görög betűk (Greeks)* mutatják a származtatott termék értékének megváltozását a vizsgált paraméter egységnyi növekedésére. Értékük az opció árának adott tényező szerinti parciális deriváltjával egyenlő.

A termikus hatékonyság szerepe

A termikus hatékonyság központi szerepet játszik a spread opció értékének számításánál. Hatékonyabb erőmű esetén egységnyi villamos energia előállításához kevesebb input, gáz és emissziós kvóta szükséges. A spread képletében a termikus hatékonyság az inputok árának hatását módosítja: a termikus hatékonyság 1 százalékpontos javulása a spread értékét a következő formula szerinti értékkel növeli:

$$\left(\frac{S_{gas}}{\eta} + \frac{S_{eua} \cdot \delta}{\eta}\right) - \left(\frac{S_{gas}}{\eta+1\%} + \frac{S_{eua} \cdot \delta}{\eta+1\%}\right) = \frac{S_{gas} + S_{eua} \cdot \delta}{100 \cdot \eta \cdot (\eta+1\%)} \quad 56.$$

A völgy- és csúcsidőszakra vonatkozó spread opciók értékét eltérő mértékben módosítja a termikus hatékonyság megváltozása, mert a lehívás valószínűsége is változik. A következő ábrán rövidebb és hosszabb lejáratokra szóló opciók érzékenységét láthatjuk az η paraméter megváltozására:



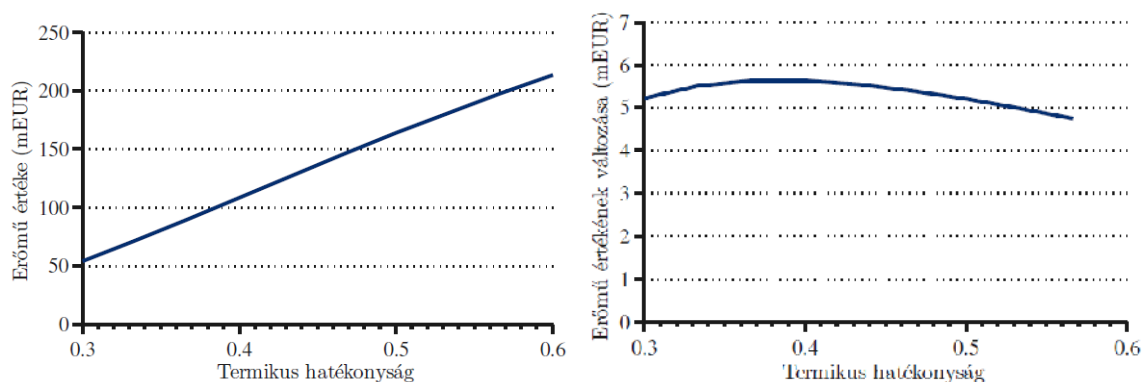
30. ábra: A völgy- (bal) és csúcsidőszakra (jobb) vonatkozó spread opciók értékének érzékenysége a termikus hatékonyság változására.

A kapott érzékenységek minden lejáratra pozitívak, azaz a termikus hatékonyság javulása minden esetben emeli a spread opciók értékét. A függvények által felvett értékekkel kapcsolatban megjegyezendő, hogy az η paraméter egységnyi változása 100 százalékpontos hatékonyságjavulást jelentene, ami természetesen a valóságban nem létezik. A könnyebb érthetőség kedvéért célszerűbb a kapott függvényértékeket 100-zal leosztani, és az érzékenységet a termikus hatékonyság százalékpontban történő megváltozására vonatkoztatni.

A völgyidőszaki spread opciók esetében az érzékenység zérusból indul, ennek oka az, hogy az induló spread értéke negatív, az erőmű nem termel, és nem realizál árrést. Más szóval az opció OTM (out of the money), azonnali lehívása esetén a pénzáramlás 0. A lejárat növekedése esetén az érzékenység meredeken emelkedik, a kiinduló alaptermék árak hosszú távú átlagokhoz való igazodása növeli a spread értékét. A csúcs elérése után csökken a termikus hatékonyság szerinti derivált, aminek oka az, hogy a diszkontálás miatt a távolabbi időkben lejárató opciók jelenértéke kisebb, ezért a hatékonyság-javulás hatása is kisebb ezekben az esetekben.

A csúcsidőszakra vonatkozó spread opció azonnali lehívása hozzávetőlegesen nullszaldós (az opció nagyjából ATM (at the money)), az érzékenység paraméter már kis lejáratokra is magas, mert a termikus hatékonyság kismértékű javulása is jelentősen megváltoztatja a várható kifizetést és ezen keresztül az opció értékét. Hosszabb lejáratok esetén a függvény értéke csökken, aminek oka a völgyidőszakra vonatkozó opciókhoz hasonlóan a diszkontálás.

Az erőmű értéke a termikus hatékonyság változásával a következő ábra szerint változik:



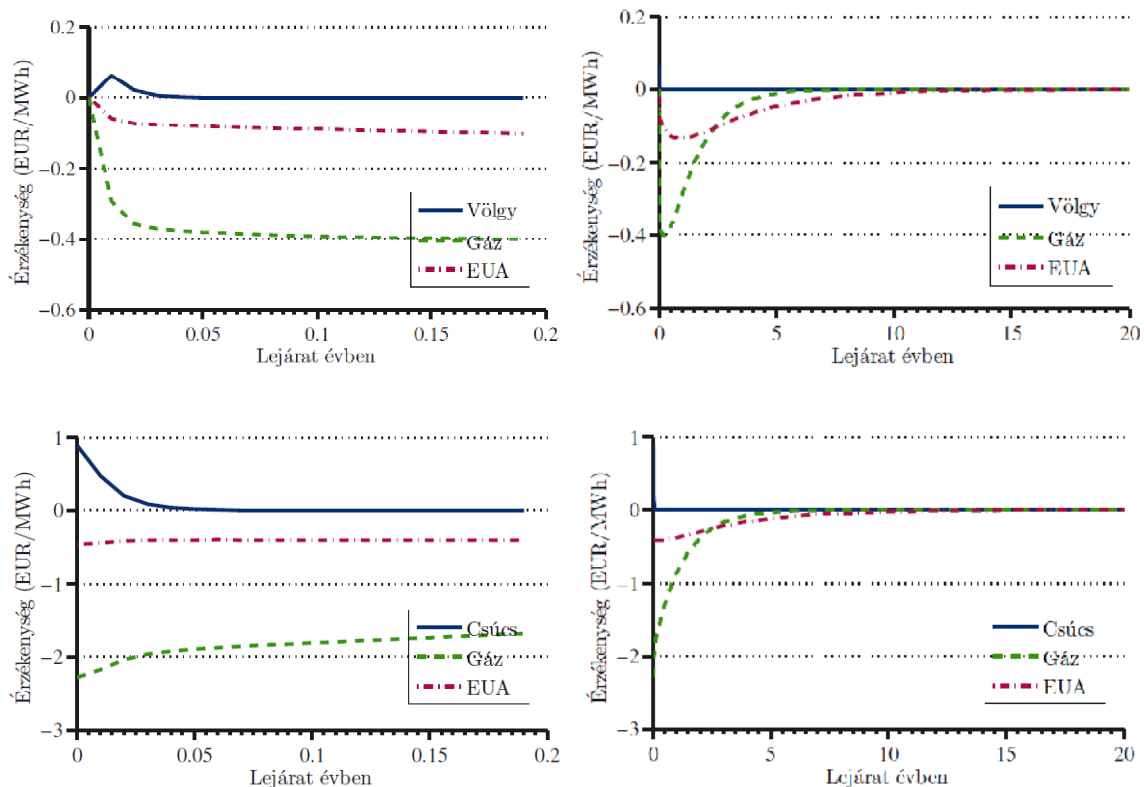
31. ábra: Az erőmű értéke (bal) és az 1 százalékpontos hatékonyságjavulás értéknövelő hatása (jobb) a termikus hatékonyság függvényében.

A termikus hatékonyság növekedése növeli az erőmű értékét, a hatás közel lineáris. Az értékváltozást az η paraméter százalékpontos változása függvényében ábrázolva az összefüggést pontosíthatjuk: 1 százalékpontos javulás az erőmű értékét közel 5 millió Euróval emeli, a kapott függvény konkáv, a 37-40%-os hatékonyságú erőművek értéke növekszik legnagyobb mértékben a termikus hatékonyság javulására.

Az alaptermékek kiindulási árainak szerepe

Amint a III. fejezetben láthattuk, a négy alaptermék ára jelentős változékonyságot mutat. Különösen igaz ez a villamos energia árára, aminek évesített volatilitása völgyidőszakban 533%, csúcsidőszakban 410%. Érdeemes megvizsgálni, hogy az árazáshoz használt kiinduló ár megváltozása milyen mértékben változtatja meg a spread opciók értékét. Az átlaghoz visszahúzó modell jellegzetessége, hogy a szimuláció induló árának az időben előrehaladva egyre kisebb szerepe van a jövőbeli árfolyamérték meghatározásában, nagy lejáratokra a hosszú távú átlag hatása dominál. Ennek az a következménye, hogy a modellben a rövid távú áringadozásnak nincs jelentős hatása a reáleszközök értékére.

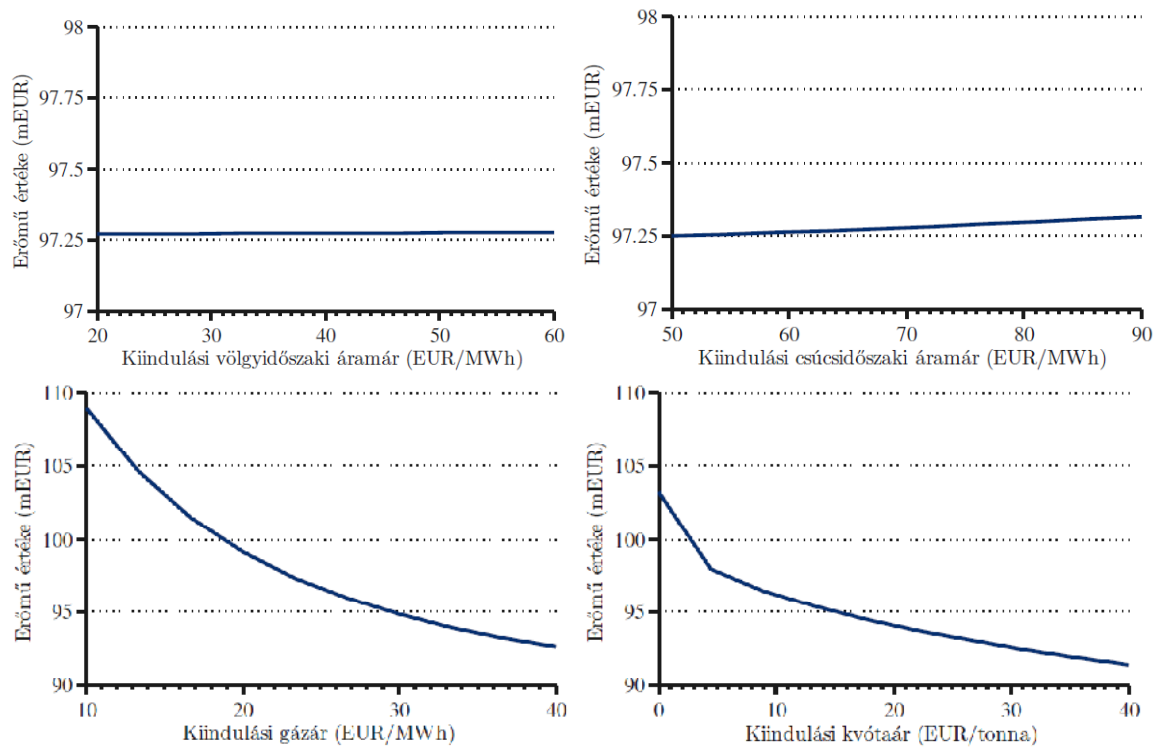
A származtatott termékek esetében a *delta* paraméter megmutatja, hogy mennyivel változik az ár az alaptermék kiinduló árfolyamainak függvényében. A modellben a völgy- és csúcsidőszakra vonatkozóan 3-3 alaptermék szerepel. A különböző lejáratú spread opciók alaptermékek áaira vonatkozó érzékenységei a következők szerint alakulnak:



32. ábra: A völgy- (felül) és csúcsidőszakra (alul) vonatkozó rövidebb (bal oldali) és hosszabb (jobb oldali) lejáratokra vonatkozó spread opciók értékének érzékenysége az alaptermékek kiindulási árának megváltozására.

A völgyidőszak esetében a kiinduló árakkal számolva az opció OTM, belső értéke zérus, az azonnali lehívása esetén a pénzáramlás zérus. Emiatt nagyon rövid lejáratokra a delta értékek nullák: az induló árakban bekövetkező kis elmozdulás nem befolyásolja az értéket. Ennek következménye, hogy a völgyidőszaki áram, gáz és emissziós kvótára vonatkozó delta függvények az origóból indulnak. Hosszabb lejáratokra szintén zérus a delta paraméter, mivel az átlaghoz visszahúzó modellben a kezdeti kiindulási árfolyamok hatása idővel elenyészik, és a hosszú távú átlag érvényesül. A csúcsidőszak esetében az induló árakkal számított spread értéke nullához közeli (az opció közel ATM). A delta paraméter kezdeti értéke zérushoz közeli lejáratra a spread képlete által meghatározott: csúcsidőszaki áram esetében 1, gázra vonatkozóan $-1/\eta$, az emissziós egységnél pedig $-\delta/\eta$. Hosszabb lejáratokra a delták erre a napszakra vonatkozóan is zérusok lesznek.

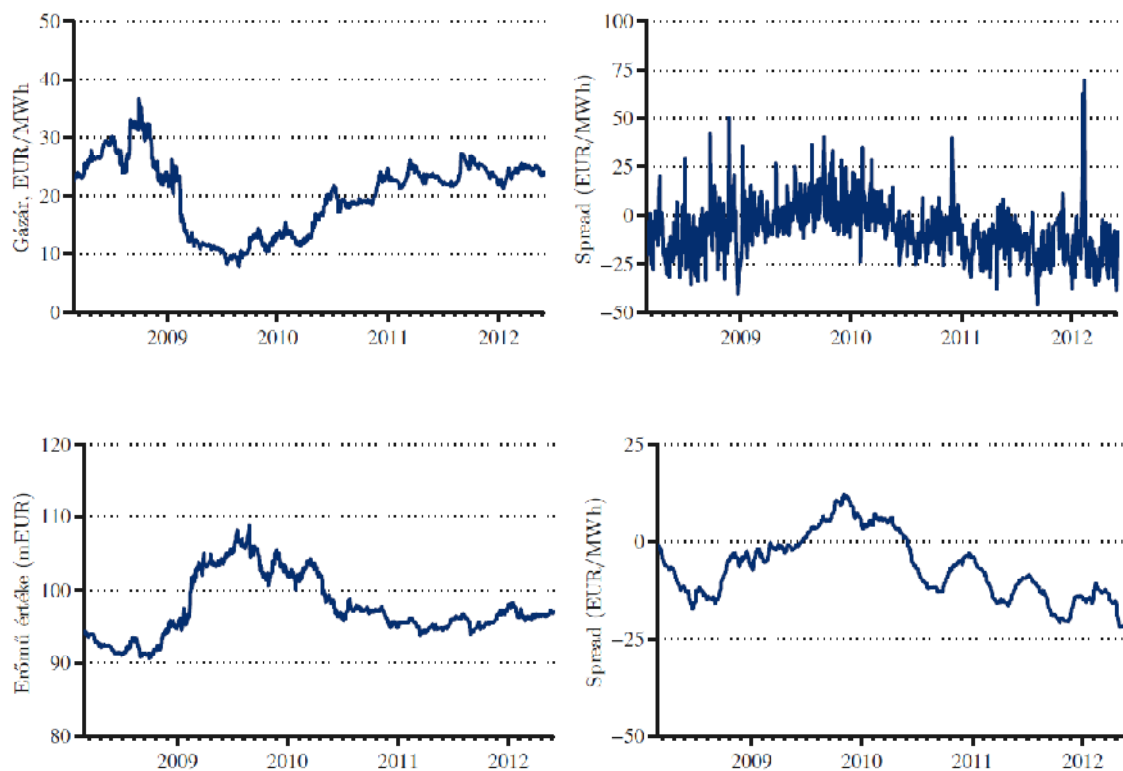
Az erőmű értékének kiindulási árakra való érzékenységét a következő ábra mutatja:



33. ábra: Az erőmű 30 évre vonatkozó jövedelemtermelő képességének értéke a kiindulási árak függvényében (felső sor: völgy- (bal) és csúcsidőszaki áram (jobb), alsó sor: gáz (bal), eua (jobb)).

Az ábra alapján megállapítható, hogy a szimuláció kiindulópontjául szolgáló azonnali árak hatása kevésbé jelentős. Az erőmű értéke az alaptermékek közül a villamos energia kezdeti árára a legkevésbé érzékeny, mert a magas volatilitás és az átlaghoz történő gyors visszahúzás miatt a kiinduló árak hatása hamarabb elenyészik. A gáz és kvótaár esetében a hatás erősebb: 40 EUR/MWh gázár esetében 93 milliós erőmű értéket kapunk, alacsonyabb, 10 EUR/MWh ár esetében 109 millió eurót. Zérus közeli kvótaár esetében 103 millió Euró az erőmű értéke, 40 EUR/tonna ár esetében 91 millió Euró.

A kiindulási árakkal kapcsolatos összefüggés demonstrálására – a modellre támaszkodva – az erőmű értékét historikusan, a múltbeli árakat alapul véve is kiszámítottam. A többi paramétert (hosszú távú átlag, visszatérés sebesség, volatilitás, korreláció) nem változtattam, azaz nem illesztettem a modellt minden egyes lépésben újra. A kapott eredményeket a következő ábra szemlélteti:

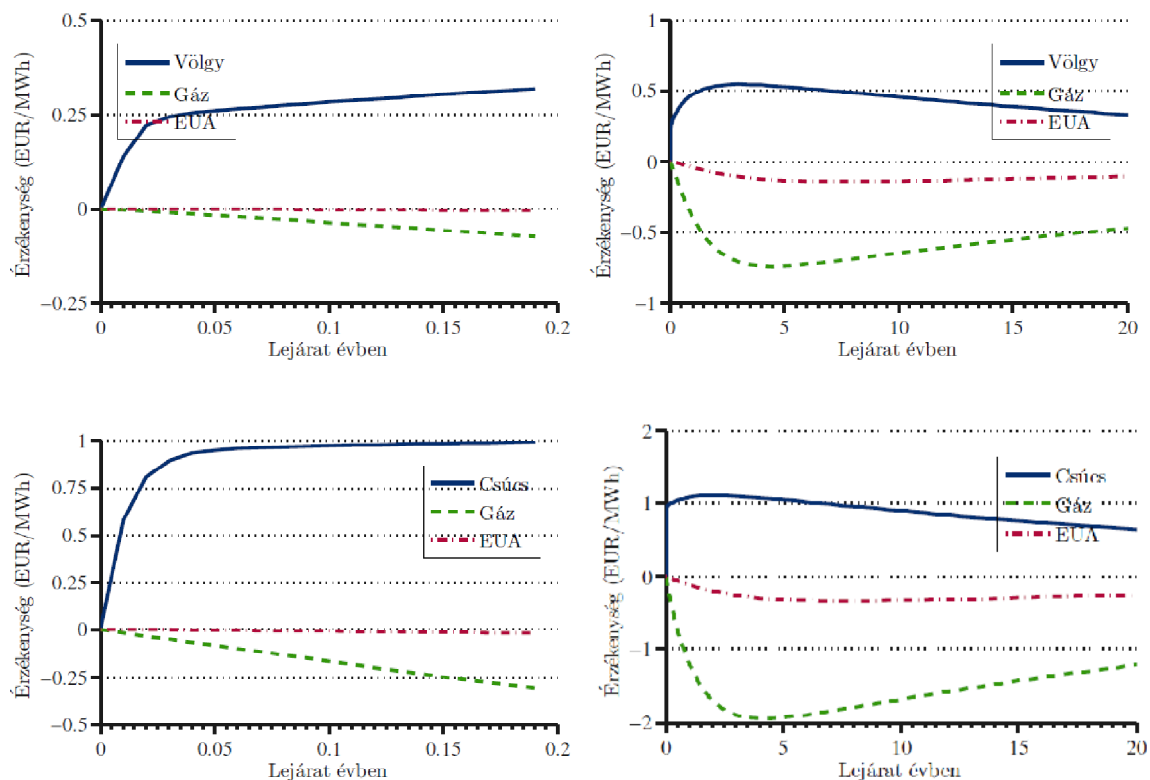


34. ábra: Az erőmű historikus áralakulása az értékelési modell szerint. A bal felső ábra a gázár, a jobb felső a napi spread értéket ábrázolja. A bal alsó ábra az erőmű modellbeli értékét mutatja, a jobb alsó a spread 21 napos mozgóátlaglású idősorát.

Amint a két bal szélső ábrán látható az erőmű modellbeli ára szinte teljesen ellentétesen mozog a gázárral. A tüzelőanyag árához képest a rendkívül változékony áramár miatt ugráló spread napi értéke kevésbé meghatározó, de a 42 napos mozgóátlaglású értékeinek lefutása hasonló az erőmű értékének alakulásához. Az erőmű historikus értéke a modell által meghatározott, ezért az erőmű érték és a historikus tényezők közötti összefüggést statisztikai módszerekkel nem vizsgáltam.

A hosszú távú átlagok szerepe

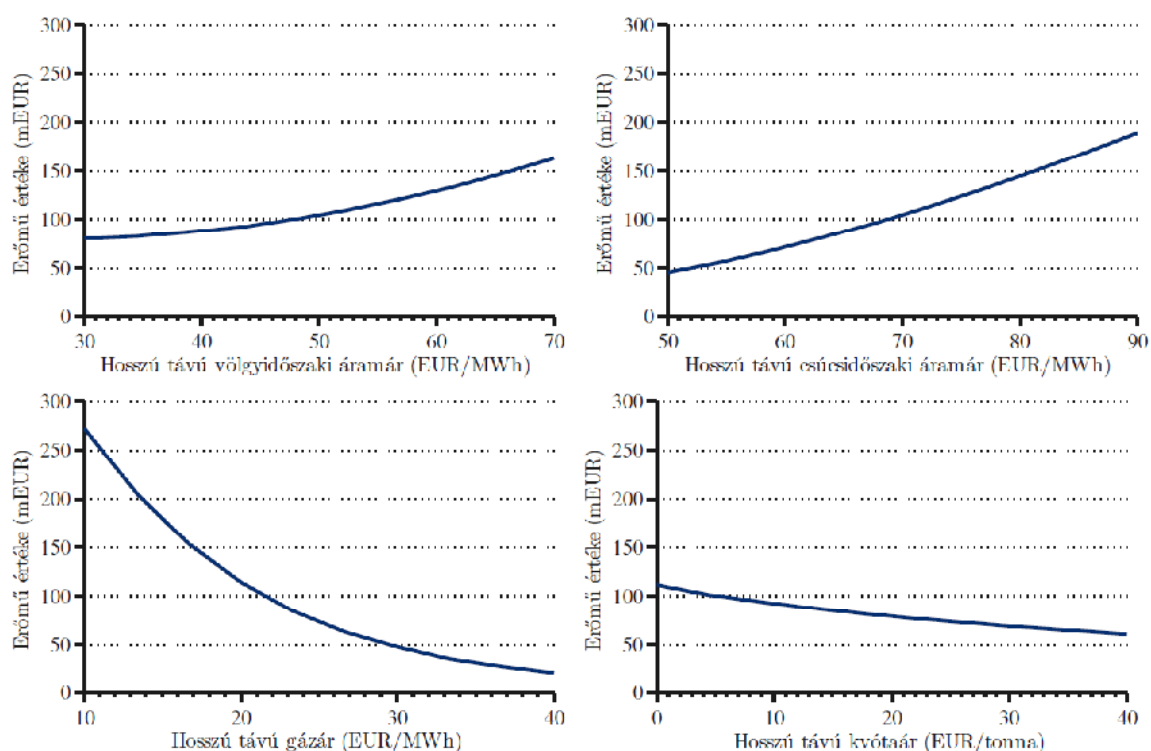
A geometriai Ornstein-Uhlenbeck folyamatban az árak a hosszú távú átlagokhoz húznak vissza. A spread opciók értéke hosszabb lejáratok esetén sokkal érzékenyebb az átlag változására, mint a kiindulási árfolyamokra. Az opciók hosszú távú átlagra vonatkozó érzékenységét a következő ábra mutatja:



35. ábra: A völgy (felül) és csúcsidőszakra (alul) vonatkozó rövidebb (bal oldali) és hosszabb (jobb oldali) lejáratokra vonatkozó spread opciók értékeinek érzékenysége az alaptermékek hosszú távú átlagainak megváltozására.

Az ábrák alapján látható, hogy az átlaghoz visszahúzó modellel használata esetén az erőmű által realizált jövőbeli árás a kiindulási árakra kevésbé érzékeny, ezzel szemben hosszú távú átlagok szerepe jelentős. Különösen igaz ez a megállapítás a magas visszatérési sebességű áramár esetében. A gáz és emissziós kvóta visszatérési sebessége és volatilitása alacsonyabb, ezekben az esetekben az azonnali árak hatása is számottevő. A zérushoz közeli lejáratok esetében az opciók érzékenységei nullák, tehát rövid lejáratok esetében az opcióár érzéketlen a hosszú távú átlag megváltozására. Hosszabb lejáratok esetében a kiindulási árak alacsony érzékenységgel ellentétben az átlagár szerepe jelentős. A spread képletben levő technológiai paraméterek, a kiindulási áraknál bemutatottakhoz hasonlóan, egy abszolút értelemben vett felső korlátot határoznak meg az érzékenységeknek: az áram esetében 1 EUR/MWh , a gáznál $-1/\eta \approx -2.63 \text{ EUR/MWh}$, az emissziós kvótánál $-\delta/\eta \approx -0.53 \text{ EUR/MWh}$. Az érzékenységek a lejárat növekedésével, a diszkontálás miatt csökkennek.

Az erőmű értéke a hosszú távú átlagok megváltozására a következő ábra szerint alakul:



36. ábra: Az erőmű 30 évre vonatkozó jövedelemtermelő képességének értéke a hosszú távú átlag függvényében (felső sor: völgy- (bal) és csúcsidőszaki áram (jobb), alsó sor: gáz (bal), eua (jobb)).

Az azonnali árral szemben a hosszú távú átlagok erőmű értékére gyakorolt hatása jelentős. Az áram átlagárának emelkedése értékesebbé teszi az erőművet. A völgyidőszakra vonatkozó átlagot változtatva, 30 EUR/MWh átlagár mellett 80 millió Eurót ér az erőmű, 70 EUR/MWh átlagárnál 170 millió Eurót. Az erőmű némileg érzékenyebben reagál a csúcsidőszaki áram hosszú távú átlagának változására: 50 EUR/MWh áránál az erőmű értéke hozzávetőlegesen 50 millió Euró, 90 EUR/MWh értéknél közel 185 millió Euró.

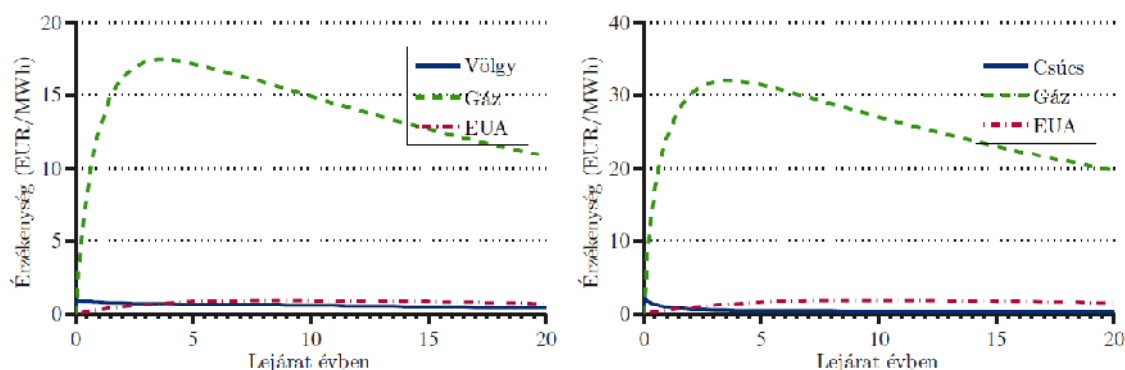
A gáz és az emissziós kvóta hosszú távú árának emelkedése csökkenti az erőmű értékét. A 40 EUR/MWh gázár esetében 21 millió Eurót, 10 EUR/MWh esetén 272 millió Eurót kapunk eredményül. A kvóta esetében a hatás gyengébb: 40 EUR/tonnás ár 60 millió Euróra csökkenti az erőmű értékét, zérus közeli kvótaár 111 millió Euróra emeli.

Természetesen itt szintén fontos hangsúlyozni, hogy a hatást ceteris paribus vizsgáltam, ami ebben az esetben annyit jelent, hogy az erőmű elhanyagolható méretű a teljes piachoz képest, valamint azt, hogy az erőforrások árának változása nem gyűrűzik tovább a villamos energia árába.

A volatilitás szerepe

A tőzsdéken az árfolyamok változékonyságát a volatilitás (a hozamok szórása) méri. Az Ornstein-Uhlenbeck modellben a σ paraméter skálázza a véletlent jelentő sztochasztikus Wiener (dW) tagot. A reálopciók szituációkban a piaci bizonytalanság emelkedésének/csökkenésének hatását a volatilitás változtatásával lehet modellezni. Válság vagy más piaci sokk esetében a hozamok szórása emelkedik, hosszabb nyugalmas periódus esetén csökken. Vizsgáljuk meg, hogy a bizonytalanság változása hogyan változtatja a spread opciók értékét.

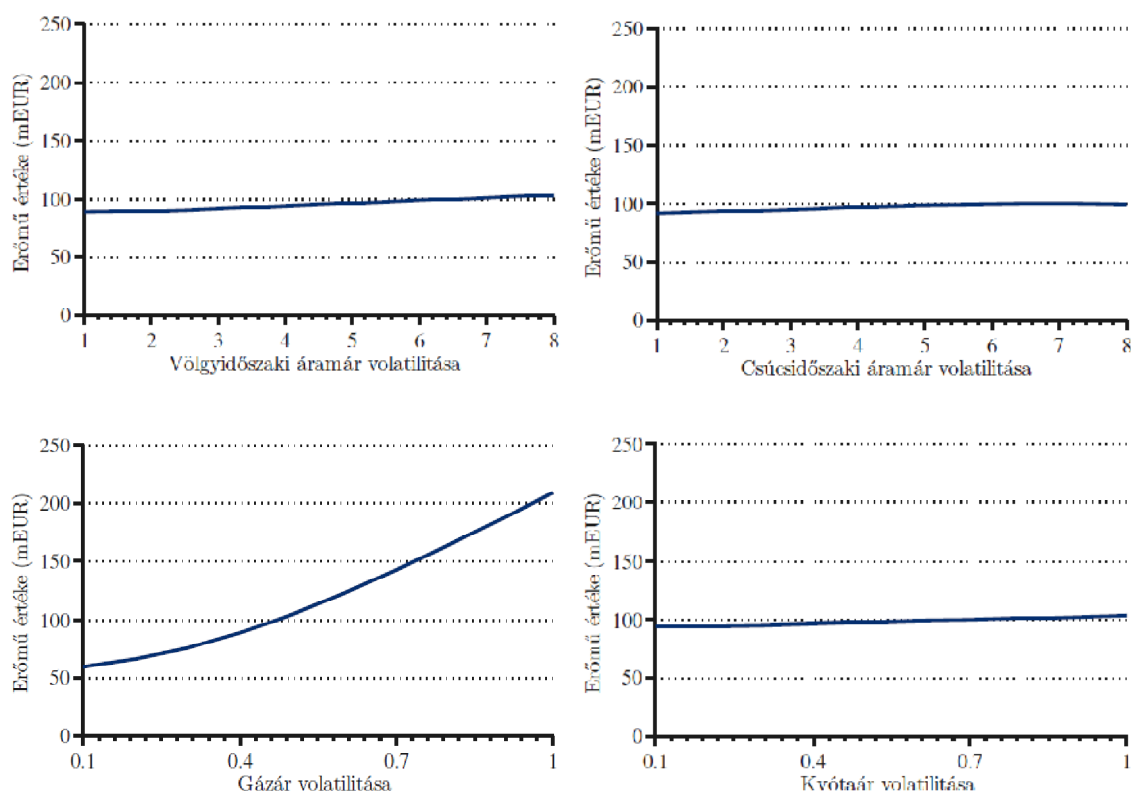
A görög betűk közül a *vega* paraméter mutatja az opciók értékváltozását a volatilitás egységnyi változásának függvényében. A *vega* függvényeket a modellbeli paraméterek alapján számítva és a lejáratok függvényében ábrázolva a következő ábrát kapjuk:



37. ábra: A völgy- (bal) és csúcsidőszakra (jobb) vonatkozó spread opciók értékének érzékenysége az alaptermékek volatilitásaira.

A kapott függvények az összes lejáratra pozitív értékűek, utalva arra az általános összefüggésre, hogy európai call-ok esetében a nagyobb szórás magasabb opcióárhoz vezet. Ennek oka az, hogy a volatilitás növekedése megnöveli a kiemelkedően alacsony és kiemelkedően magas árak valószínűségét. Nagyon alacsony árak esetén a vételi opció alulról korlátos kifizetésfüggvénye zérus lesz, magas árak ugyanakkor emelik a jövőbeli pénzáramlást. Az eredő hatás pozitív lesz, a várható kifizetés és az opció értéke a volatilitás növekedése esetén emelkedik. Az alaptermékek közül a gáz volatilitásának változása jelentős mértékben emeli a spread opció árát. A csúcsidőszak esetén a hatás erősebb, mint a völgyidőszaknál.

Az áramárra vonatkozó volatilitást 100% és 800% között változtatva, a gázra és a kvótára vonatkozóan 10% és 100% között változtatva, a következő erőmű-értékeket kapjuk:



38. ábra: Az erőmű 30 évre vonatkozó jövedelemtermelő képességének értéke a volatilitás függvényében (felső sor: völgy- (bal) és csúcsidőszaki áram (jobb), alsó sor: gáz (bal), eua (jobb)).

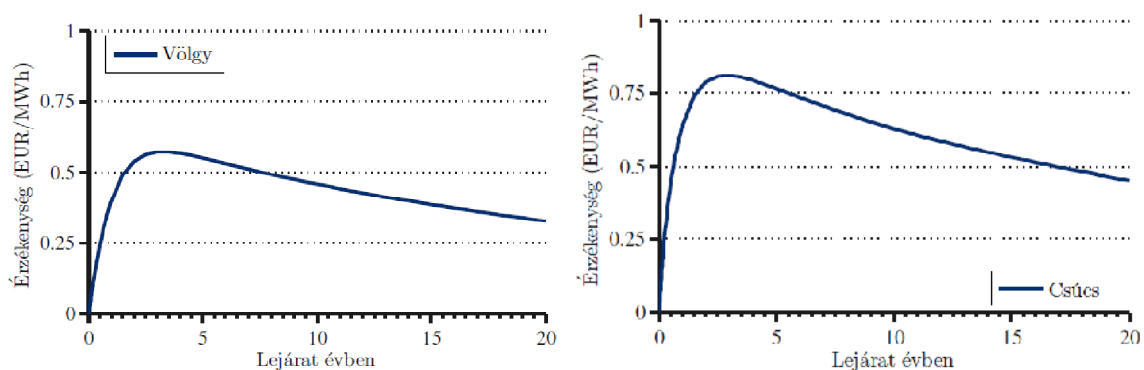
Az ábrán látható, hogy az áramra vonatkozó változékonyság növekedése nem változtatja jelentősen az erőmű értékét, annak ellenére, hogy nagyon tág határok között változtattam a paraméter értékeket. Ennek oka a visszatérési sebességben keresendő: a magas λ paraméter miatt a villamos energia jelentősebb megváltozása kevésbé számottevő hatással van a jövőbeli spread várható értékére (és ezen keresztül az opciók áraira). A gázár volatilitásának a legerősebb hatása: amennyiben a 45%-os kiindulási értéket 10%-ra csökkentjük, az erőmű értéke 60 millió Euróra csökken, 100%-ra emelve a paramétert, az érték 209 millió Euróra emelkedik. A kvóta esetében a hatás a gázéhoz viszonyítva gyengébb, a 44%-os volatilitást 10%-ra csökkentve az erőmű ára 95 millió Euróra csökken, 100%-os kvóta volatilitás 104 milliós Euróra emeli az értéket.

A korreláció szerepe

A sztochasztikus modellben a *Wiener tag* (dW) jelenti a bizonytalanságot. Több dimenziós esetben a lineáris korrelációs együtthatók a dW tagok együttmozgására vonatkoznak. Az illesztett modellben a völgy- és csúcsidőszaki áramár, valamint a gáz és kvótaár közötti korrelációs együtthatók voltak szignifikánsak. A négytermékes modellben 3-3 termékre szóló spread opciókat használunk fel. A modell középpontjában a következő várható értékek állnak:

$$E[sO_{off-peak}^{PO}(S_{off-peak}, S_{gas}, S_{eua})] + E[sO_{peak}^{PO}(S_{peak}, S_{gas}, S_{eua})] \quad 57.$$

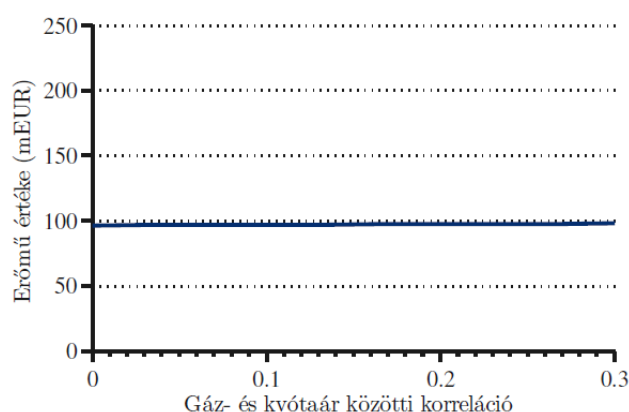
A modellben a völgy- és csúcsidőszaki áramár két különböző opcióban szerepel, a két időszak áramára közötti korreláció nem befolyásolja az eredményeket. A kvóta- és gázár változásának összefüggése ezzel szemben kihat az eredményekre. Ennek oka, hogy az S_{gas} gázra vonatkozó és S_{eua} kvóta árát jelentő valószínűségi változók a várható értéken belüli tényezők, az opció kifizetésfüggvénye az alaptermékek árainak nemlineáris függvénye. A továbbiakban kizárólag a gáz és emissziós egység árváltozása közötti korrelációs együtthatókra vonatkozó érzékenységet vizsgálom, amit eltérő lejáratú opciókra vonatkozólag a következő ábra mutat:



39. ábra: A völgy- (bal) és csúcsidőszakra (jobb) vonatkozó spread opciók értékének érzékenysége a gáz és emissziós egység ára közötti korrelációs együttható értékére.

A korrelációs együttható növekedése emeli az opciók értékét, a csúcsidőszakra vonatkozó érték magasabb, mint a völgyidőszak esetében. Mivel a korrelációt a termikus hatékonysághoz hasonlóan szintén százalékosan mérjük, az ott elmondott megfontolás itt is igaz: a függvény érthetőbb, ha a kapott függvény értékeket leosztjuk 100-al, és az érzékenységet százalékpontos elmozdulásra vonatkoztatjuk. A korrelációra vonatkozó érzékenység hozzávetőlegesen százada a termikus hatékonyságra vonatkozó

érzékenységnek. Az erőmű értéke gyakorlatilag nem változik a korrelációs együttható változására:



40. ábra: A gáz és emissziós kvóta közötti korrelációs együttható változásának hatása az erőmű értékére.

Az érzékenységek áttekintése után nézzük meg, hogy mit tehet az erőmű üzemeltetője az árfolyamváltozásból eredő piaci kockázatok mérséklése érdekében.

V.1. Az erőmű dinamikus fedezése

A spread opció alaptermékre vonatkozó érzékenységét a *delta* paraméter testesíti meg, ami a spread opció azonnali árfolyam szerinti parciális deriváltja. Mivel három-három termékről van szó, esetünkben a két napszakra vonatkozóan összesen négy delta paraméterünk van.

Ha nem kívánjuk az erőművet indokolatlan kockázatnak kitenni, a pozíciót fedezni kell az árfolyamváltozásból eredő értékváltozás ellen. A származtatott termékek kockázatának egyik legelterjedtebb fedezési módszere a *delta hedge*, aminek keretében az alaptermék megváltozásából származó kockázatot próbáljuk kiküszöbölni. Az eljárás során olyan fedezeti ügyleteket kötünk, hogy azok delta paraméterei a fedezendő pozíció delta paraméterének ellentettével legyenek egyenlők. Ennek segítségével elérhető, hogy a teljes portfólió (a fedezendő és fedezeti pozíciók összege) összesített delta paramétere közelítőleg zérus legyen, ezzel a teljes portfólió közel érzéketlenné válik az alaptermék árfolyamváltozására. A tökéletesen fedezett pozíciót feltételezve az alaptermék árváltozása esetén annyit nyerünk (veszítünk) a fedezeti ügyleteken, amennyit veszítünk

(nyerünk) a fedezendő portfólión, a teljes hatás közelítőleg nulla. Mivel a delta paraméter az idő előrehaladtával folyamatosan változik, ezért a fedezeti pozíciók folytonos, dinamikus utána igazítása szükséges. Minél gyakrabban igazítjuk a fedezeti ügyleteket, annál pontosabb fedezést tudunk biztosítani. A tranzakciós költségek figyelembe vétele esetén a túl gyakori igazítás rendkívül költséges lehet, így a gyakorlatban egy „ésszerű” ütemezésű kiigazítást alkalmaznak a szakemberek, ami a delta paraméter változékonyságától és a költségek mértékétől függ (Benedek, 1999).

Az „alap” dinamikus *delta hedging* stratégiát esetünkben csak annyival kell kiegészíteni, hogy az erőmű eredő portfóliója esetében összesen négy alaptermék árából függő származtatott termék delta paramétereit kell számítani és a megfelelő fedezeti ügyleteket is mind a négy alaptermékre vonatkozóan kell kötni.

Az optimális kvótapozíció

Az emissziókereskedelmi rendszer indulásával a megfelelésre kötelezettek számottevő mennyiségű kibocsátási kvótát kaptak a hatóságtól. A szereplők jelentős része nem tudta, hogy mekkora mennyiségű kvótát tartson meg magának és mennyit értékesítsen a piacon. A dinamikus fedezési stratégia segítségével meg tudjuk határozni, hogy mi az „optimális” kvótamennyiség. A heurisztikus megközelítés szerint azt gondolhatnánk, hogy a várható kibocsátásnak megfelelő mennyiségű kvótát tartsunk jövőbeli kibocsátásunk fedezésére. Ez a mennyiség azonban csak közelíti a tartandó mennyiséget. Akkor járunk el helyesen, ha az emissziós egységre vonatkozó delta paraméterrel megegyező mennyiségű kvótát birtoklunk, aminek értéke közel van a várható kibocsátáshoz. Természetesen az optimális kvótapozícióhoz hozzá kell adni a mindenkori tényleges, múltbeli kibocsátás fedezéséhez szükséges kvótamennyiséget.

A várható kibocsátás és delta paraméter viszonyát jól lehet szemléltetni európai típusú vanília call opciókra vonatkozó példával. A Black-Scholes formula alapján a vételi lehetőség értéke r kockázatmentes kamatláb, T lejáratú idő, S_0 kiindulási árfolyam, X kötési árfolyam mellett a következő (Hull, 1999, p. 334.):

$$c = \exp(-r T) \cdot [S_0 \cdot \exp(r T) \cdot N(d_1) - X \cdot N(d_2)] \quad 58.$$

A képletben szereplő $N(d_2)$ érték megegyezik a lehívás valószínűségével, vagyis annak a P esélyével, hogy a lejáratkori S_T árfolyam nagyobb lesz, mint az X kötési árfolyam:

$$N(d_2) = P(S_T > X) \quad 59.$$

Az opciós értékelési formulát átírhatjuk könnyebben értelmezhető formába, ami a kifizetés diszkontált várható értékét tartalmazza:

$$\begin{aligned} c &= \exp(-r T) \cdot \left[(1 - P(S_T > X)) \cdot 0 + P(S_T > X) \cdot [E[S_T | S_T > X] - X] \right] = \\ &= \exp(-r T) \cdot P(S_T > X) \cdot ([E[S_T | S_T > X] - X]) \end{aligned} \quad 60.$$

Azaz az opció árát megkaphatjuk, ha a lehívás valószínűségét megszorozzuk a lejáratkori feltételes várható érték és a kötési árfolyam különbségével és a kapott eredmény jelenértékét számoljuk¹⁰.

A képletekből kifejezhetjük $N(d_1)$ értékét:

$$N(d_1) = \frac{E[S_T | S_T > X]}{S_0 \cdot \exp(r T)} \cdot P(S_T > X) = N(d_2) \cdot \frac{E[S_T | S_T > X]}{S_0 \cdot \exp(r T)} \quad 61.$$

Tehát az $N(d_1)$ értéket megkaphatjuk, ha a lehívás valószínűségét korrigáljuk a lejáratkori árfolyam feltételes várható értékének és a határidős árfolyam hányadosával.

A példában a termelés valószínűsége – amiből a várható emisszió egyszerű szorzással származtatható – az $N(d_2)$, a delta pedig az $N(d_1)$ értéknek feleltethető meg. A két érték meglehetősen közel áll egymáshoz, de nem egyenlő. Emiatt a várható kibocsátás helyett, a pontosabb fedezés érdekében, a delta paraméternek megfelelő mennyiségű kvótát célszerű tartani.

V.2. Hatékonyságnövelő beruházás értéke

Az erőmű eszközértéke a jövedelemtermelő képességétől függ, ami a modellben három-három termékre vonatkozó spread opciók adott intervallumra vonatkozó összértékéből

¹⁰ Arbitrázsmentes árazás esetén a várható érték számításánál a kockázat semleges mértéket, a diszkontálásnál a kockázatmentes kamatlábat használjuk

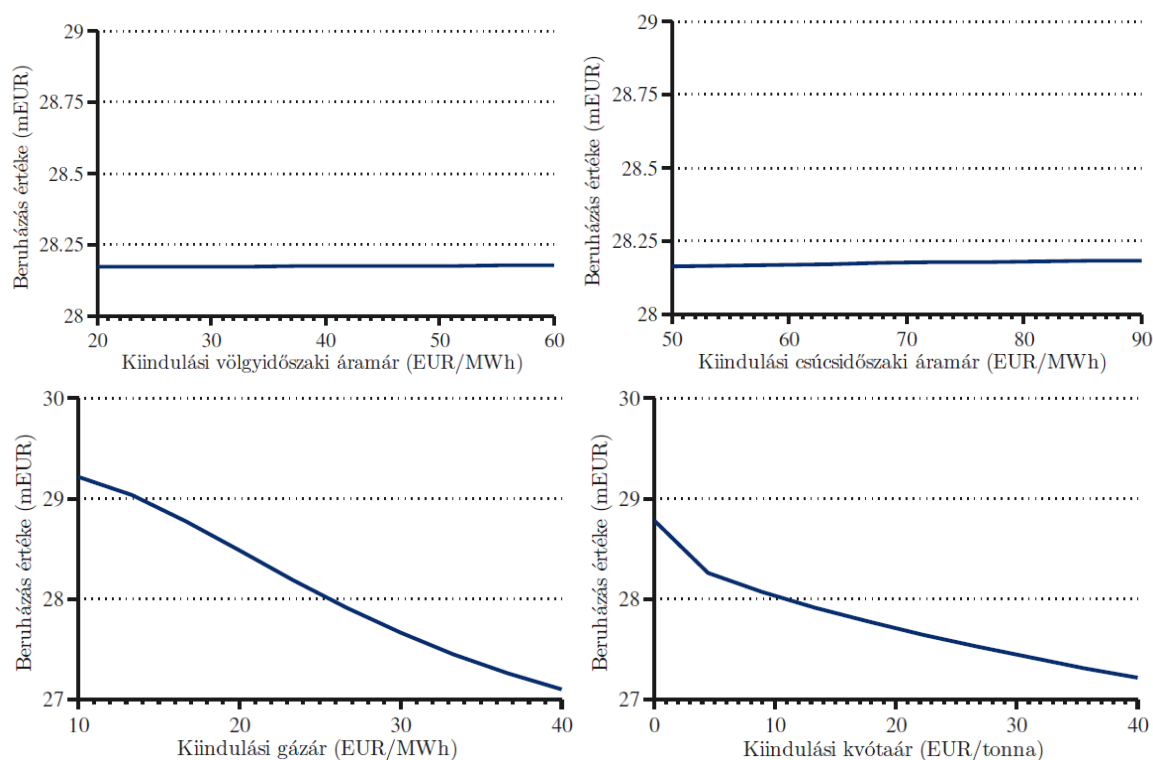
származtatható. Amennyiben az erőmű hatékonyabban termel, akkor egységnyi energia előállításához kevesebb gázra van szükség, ami csökkenti a szén-dioxid-kibocsátást is, és ezen keresztül a szükséges kvóta mennyiségét. A spread értéke nagyobb lesz, és emiatt a vállalat várhatóan magasabb árrést fog realizálni, és megnő a profittal rendelkező, termeléses napok száma.

Tegyünk fel egy hatékonyságnövelő beruházást, ami a modellbeli 38%-ról 43%-ra növeli az η paramétert. A beruházás értéke ebben az esetben megegyezik a jövedelemtermelő képesség változásával, azaz a 43%-os termikus hatékonyság melletti érték és az eredeti, 38%-os hatékonyság melletti érték különbségével:

$$V_{\text{Beruházás}} = V_{\text{Erőmű}}(\eta = 43\%) - V_{\text{Erőmű}}(\eta = 38\%) \quad 62.$$

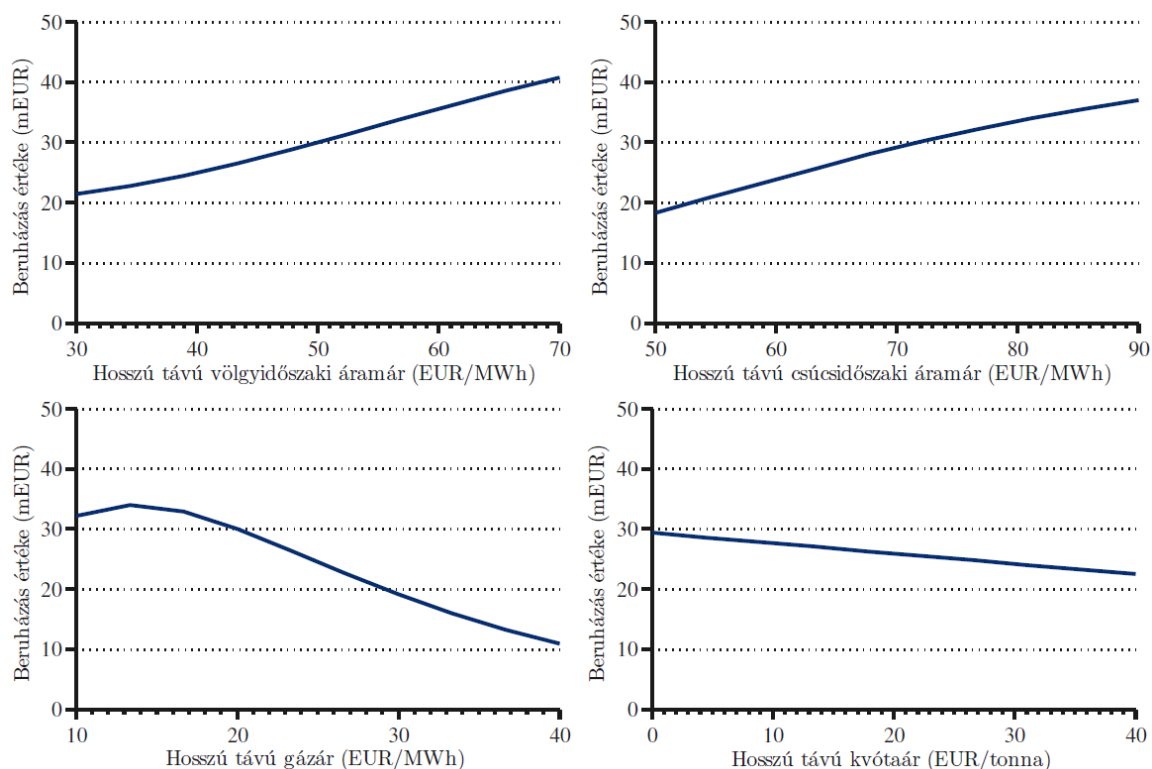
43%-os termikus hatékonyság mellett az erőmű modellbeli ára 125.5 millió Euró, amelyből levonva az 38%-os hatékonyságú alapesetben kapott 97.3 millió Eurós értéket, megkaphatjuk a beruházás 28.2 millió Eurós értékét.

Vizsgáljuk meg, hogy milyen tényezőktől függ az 5% százalékpontos hatékonyság növekedést okozó beruházás értéke. Az alaptermékek kiindulási árainak változása a következők szerint változtatja a beruházás értékét:



41. ábra: A kiindulási árak hatása a hatékonyságnövelő beruházás értékére.

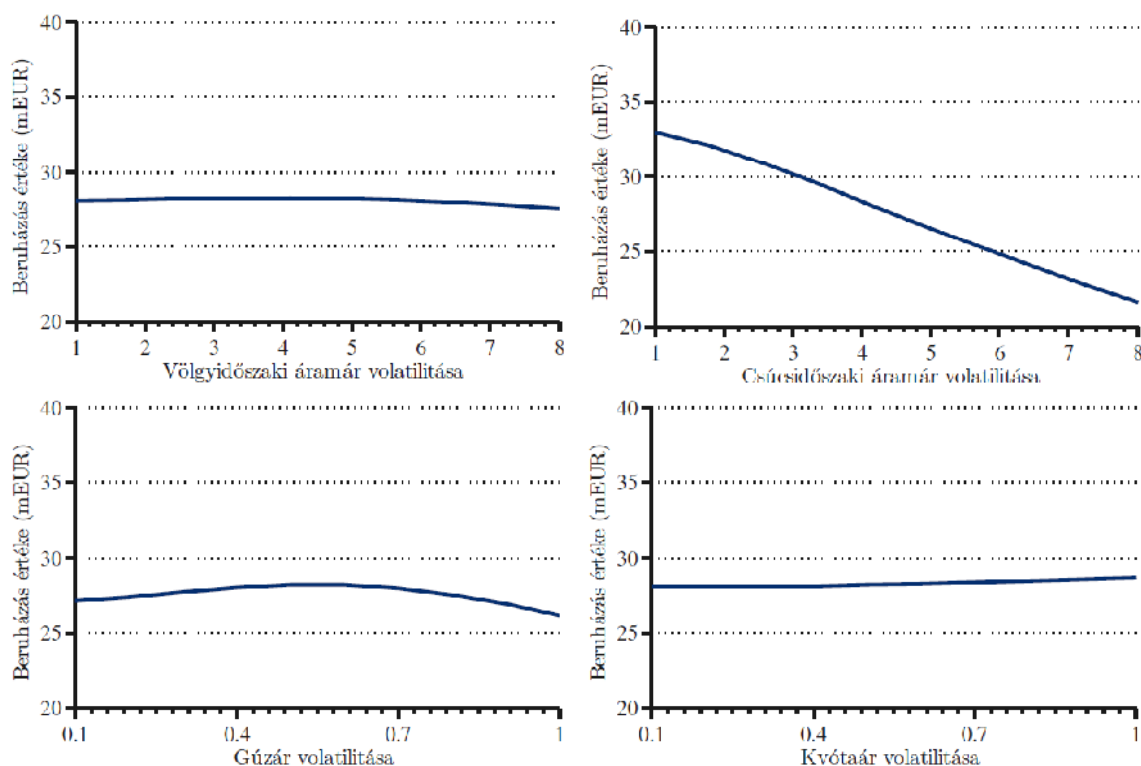
Amint látható, az áram kiindulási árai nem befolyásolják az 5 százalékpontos hatékonyságnövelő beruházás értékét. A gáz- és kvótaár növekedése némileg csökkenti a hatékonyabb termelésből eredő megtakarítást. A hosszú távú átlagok szerepe a következő:



42. ábra: A hosszú távú átlagok szerepe a hatékonyságnövelő beruházás értékének meghatározásában.

Az átlagárak jelentősebb mértékben befolyásolják a hatékonyságnövelő beruházás értékét. Az áram esetében a hozzávetőlegesen +/- 20 EUR/MWh ceteris paribus eltolódás a beruházás értékét közel 40 millió Euróra emeli, illetve 20 millió Euróra csökkenti. A gázár esetében az átlagár növekedése alacsony értékek esetében némileg növeli a megtakarítás értékét, magasabb értékek esetében a beruházás értéke csökken. Ennek oka az, hogy alacsony gázár esetében az erőmű a nap jelentős részében termel, ekkor a magasabb gázáron nagyobb megtakarítás érhető el. A gázár további növekedése viszont jelentősebben csökkenti a termelés valószínűségét, így csökken a megtakarítható költség mértéke, azaz a beruházás értéke. A kvóta átlagárának növekedése csökkenti a beruházás értékét, de a gázhoz viszonyítottan kisebb mértékben.

A volatilitás szerepe a következő:



43. ábra: A volatilitás szerepe a hatékonyságnövelő beruházás értékének meghatározásában.

A négy alaptermék volatilitása közül a legjelentősebb határa a csúcsidőszaki áramnak van: a volatilitás növekedése csökkenti a megtakarítás értékét. A völgyidőszaki áramár és a kvótaár változékonyságának hatása nem jelentős. A gázár volatilitásának növekedése először némileg emeli a beruházás értékét, később némileg csökkenti.

A gáz és kvótaár közötti korrelációs együttható értékének függvényében is megvizsgáltam a hatékonyságnövelő beruházás értékét. A modell alapján megállapítható, hogy ennek nincs jelentős hatása a hatékonyságnövelő beruházás értékére.

V.3. A termelési döntés hosszú távú szállítási szerződések birtokában

A magyar villamos energia piacon jellemzők a hosszú távú termelési szerződések, azaz az erőmű kapacitásainak egy részét hosszú távra eladják egy előre meghatározott áron, más szóval fix áras szállítási kötelezettséget vállalnak. Az erőművek üzemeltetői sok esetben a szállítási kötelezettséget termelési kötelezettségnek értelmezik, azaz a piaci ártól

függetlenül a szerződésben vállalt ütemezés szerint termelnek. A továbbiakban látni fogjuk, hogy ez a felfogás rugalmas működtethetőség esetén téves.

A technológiai korlátozó tényezők figyelmen kívül hagyása esetén a profitmaximalizáló erőmű csak abban az esetben termel, amennyiben az egységnyi megtermelt energiára eső árérése pozitív. Nézzük meg, hogy változik-e a profitmaximalizáló termelési feltétel, amennyiben az erőmű hosszú távú szállítási kötelezettséget vállal.

Hlouskova és szerzőtársai (2005) felhívják a figyelmet az árampiaci liberalizáció két legnyilvánvalóbb következményére: a korábbi fix árat felváltotta egy meglehetősen változékony (volatilis) piaci ár, valamint a termelőegységeknek lehetővé vált, hogy a szerződésben vállalt kötelezettségeiknek adott esetben ne a saját maguk által megtermelt energiával tegyenek eleget, hanem a piacon vásárolt villamos energiával teljesítsenek. Emiatt a termelési döntés függetlenné vált az esetleges szállítási kötelezettségektől.

Fix áras szállítási szerződés

Először nézzük meg mi történik, amennyiben a vállalat hosszú távú szerződés keretében áramot ad el előre meghatározott (fix) kötési árfolyam mellett (jelölje C).

A szállítási kötelezettség egy határidős eladási kontraktusnak feleltethető meg, aminek értéke a szállítás τ napján:

$$C - S_{pow}(\tau) \tag{63}$$

Ha a vállalat döntéshozói a szállítási kötelezettséget termelési kötelezettségnek fogják fel, akkor a vállalat τ napon levő profitja a következő lesz:

$$\pi'(\tau) = C - S_{gas}(\tau)/\eta - S_{eua}(\tau) \cdot \delta/\eta - v \tag{64}$$

Ha az erőművet a korábban bemutatottak szerint egy termelési lehetőségként fogjuk fel, akkor a reálopció kifizetésfüggvényéhez a szállítási kötelezettségét adva a következő profitot kapjuk:

$$\begin{aligned}\pi''(\tau) &= [C - S_{pow}(\tau)] + \max(S_{pow}(\tau) - S_{gas}(\tau)/\eta - S_{eua}(\tau) \cdot \delta/\eta - v, 0) = \\ &= \max(C - S_{gas}(\tau)/\eta - S_{eua}(\tau) \cdot \delta/\eta - v, C - S_{pow}(\tau))\end{aligned}\quad 65.$$

Könnyen belátható, hogy $\pi''(\tau) \geq \pi'(\tau)$ mivel

$$\begin{aligned}\max\left(C - S_{gas}(\tau)/\eta - S_{eua}(\tau) \cdot \delta/\eta - v, C - S_{pow}(\tau)\right) &\geq \\ \geq C - S_{gas}(\tau)/\eta - S_{eua}(\tau) \cdot \delta/\eta - v\end{aligned}\quad 66.$$

Amint látható az erőmű feltételes – napi spread értékétől függő – üzemeltetése magasabb eredményhez vezet, mint a szállítási kötelezettség termelési kötelezettségként történő felfogása. Ennek oka, hogy negatív spread esetén a vállalat jobban jár, ha kapacitásait pihenteti, és piaci vásárlással tesz eleget szerződéses szállítási kötelezettségeinek.

Változó áras szállítási szerződés

Az előző megállapítások akkor is megállják a helyüket, ha a szállítási szerződésben nem fix árat szabnak meg, hanem a mindenkori termelési költségektől függő árat. Az egyszerűség kedvéért tételezzük fel, hogy a C' szállítási ár egyenlő a termelési költség egységnyi termelésre eső h profittal növelt értékével. A megtermelt energia jövőbeli ára a következő lesz:

$$C'(\tau) = S_{gas}(\tau)/\eta + S_{eua}(\tau) \cdot \delta/\eta + v + h\quad 67.$$

Ez a szerződés a spread-re szóló határidős eladásának feleltethető meg $v + h$ kötési árfolyam mellett. Ebben az esetben feltétel nélküli termelés esetén az egységnyi energiára eső profit a következő lesz:

$$\pi'(\tau) = C' - S_{gas}(\tau)/\eta - S_{eua}(\tau) \cdot \delta/\eta - v = h\quad 68.$$

Az erőmű állandó termelés esetén fix profitot realizál. Amennyiben az erőművet a napi spread értékétől függően üzemeltetik, akkor az egységprofit a következő lesz:

$$\pi''(\tau) = [C' - S_{pow}(\tau)] + \max(S_{pow}(\tau) - S_{gas}(\tau)/\eta - S_{eua}(\tau) \cdot \delta/\eta - v, 0) = \max(h, C' - S_{pow}(\tau)) \quad 69.$$

Ebben az esetben is igaz, hogy $\pi''_{pow}(\tau) \geq \pi'_{pow}(\tau)$ mivel

$$\max(h, C' - S_{pow}(\tau)) \geq h \quad 70.$$

Amint láthattuk, a vállalat tehát ebben az esetben is jobban jár, ha csak akkor termel, ha a spread pozitív. Ennek oka az, hogy negatív árrés érték esetén a garantált h értéknél többet nyer, ha piaci vásárlással tesz eleget szerződéses szállítási kötelezettségének.

Ha a vállalat rosszabbul jár állandó termelés esetén, természetes a kérdés, hogy mennyi az elszervedett veszteség mértéke. Ha a spread pozitív, akkor a két termelési stratégia (fix ütemezés vs. napi spread alapján történő üzemeltetés) kifizetése egyenlő. A fix ütemezés miatti veszteség abból származik, hogy az erőmű esetleg akkor is termel, amikor a napi áron számított spread negatív. Ebben az esetben jobban járna, ha szüneteltetné a termelését és piaci ügyletekkel tenne eleget szállítási kötelezettségének.

Állandó termelés esetén az erőmű kapacitása spread-re szóló határidős csereügyleteknek feleltethető meg, aminek a kötési árfolyama v . Ha az erőmű állandóan üzemel, akkor egy jövőbeli τ napra vonatkozó egységnyi megtermelt energián a profitmaximalizáló üzemeltetéshez viszonyított veszteség (*lcp*, loss of constant production) egyenlő a spread-re szóló opció (*spo*) és azonos kötési árfolyammal rendelkező csereügylet (spread swap, *ssw*) értékének különbségével:

$$lcp(\mathbf{S}(0), \mathbf{w}, v, \tau) = spo^{Pr}(\mathbf{S}(0), \mathbf{w}, v, \tau) - ssw(\mathbf{S}(0), \mathbf{w}, v, \tau) \quad 71.$$

A veszteség mértéke független az esetleges hosszú távú szerződésben szereplő értékesítési ártól. A szállítási szerződésnek ugyanis önmagában – az erőmútól függetlenül – van értéke, és ez akkor is realizálható, ha a kapacitásokat a napi árak függvényében üzemelteti.

Az állandó termelés adott, $(0, T)$ időszakra vonatkozó vesztesége egyenlő a két napszakhoz tartozó veszteségek átlagainak és napi maximális kapacitás szorzatával:

$$\frac{\Gamma}{2} \cdot \sum_{\tau=0}^T [lcp(S_{off-peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau) + lcp(S_{peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau)] \quad 72.$$

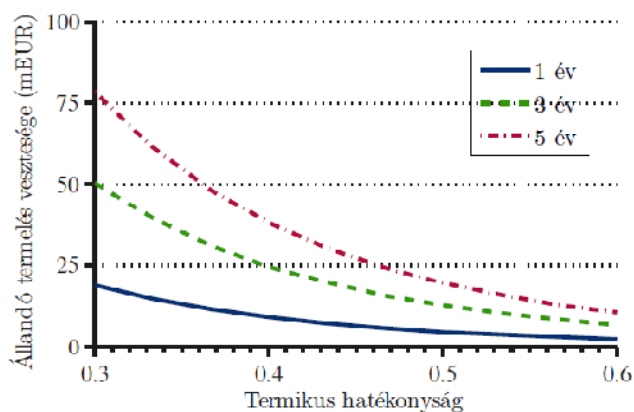
A képletben szereplő opciók csak pozitív értékűek lehetnek, a swap ügyletek viszont lehetnek negatívak is. Emiatt a konstans termelés miatt elszenvedett veszteség abszolút értékben nagyobb lehet, mint az adott időszakra vonatkozó opciós érték. Ha a modellezett erőmű 1, 3 illetve 5 évig állandóan termel, akkor a következő értékeket veszíti:

Adatok millió Euró-ban	1 év	3 év	5 év
Opciós érték (spo)	3.34	12.09	21.04
Swap értéke (ssw)	-7.05	-16.17	-22.79
Állandó termelés miatti veszteség (lcp)	10.39	28.26	43.82

5. táblázat: Az állandó üzemelés miatti veszteség jelenértéke 3 különböző esetben (az erőmű 1, 3 illetve 5 évig állandóan üzemel).

A veszteség mértéke annál nagyobb, minél hosszabb ideig üzemeltetik az erőművet folytonosan. A továbbiakban nézzük meg különböző technológiai és piaci faktorok hatását az állandó termelés miatti veszteségre.

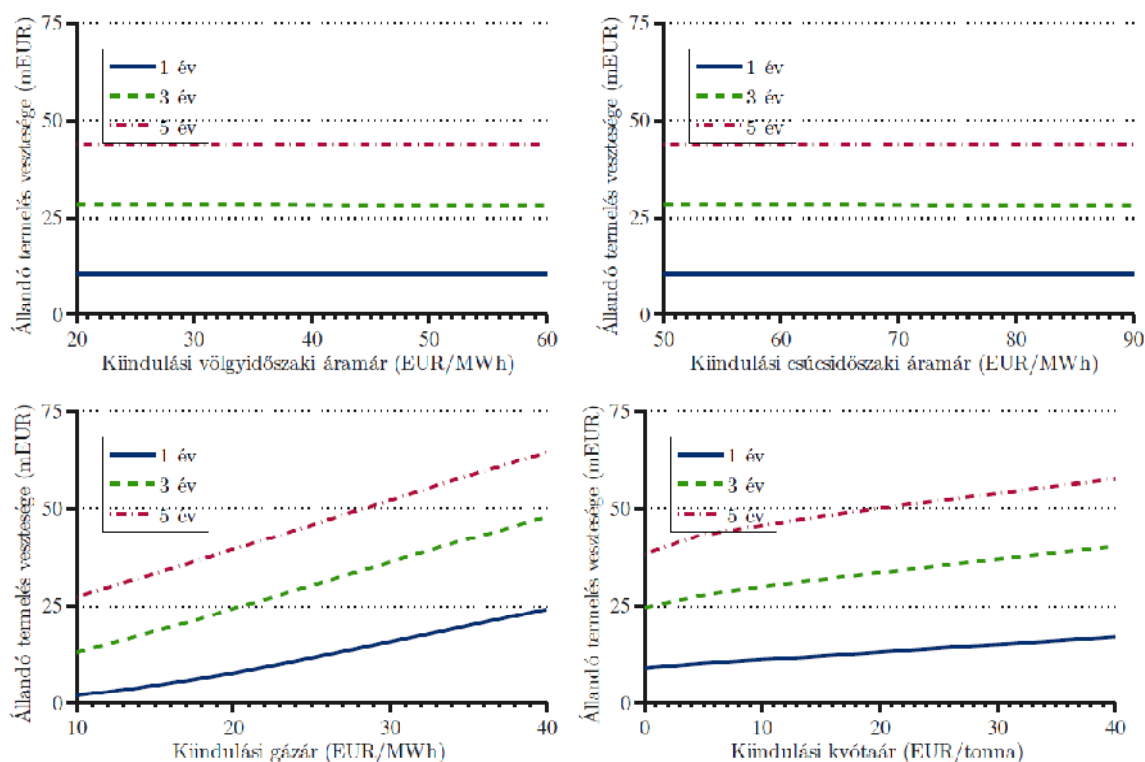
Az állandó üzemeltetés veszteségének a termikus hatékonyságtól való függését a következő ábra szemlélteti:



44. ábra: A termikus hatékonyság hatása az állandó termelés miatti elszenvedett veszteség jelenértékére.

A termikus hatékonyság emelkedésével az állandó üzemeltetés miatti veszteség csökken. Ennek az oka, hogy a növekvő hatékonyság miatt a negatív spread valószínűsége csökken, így ritkábban racionális az erőművet pihentetni, és piaci vásárlással eleget tenni a szállítási kötelezettségnek.

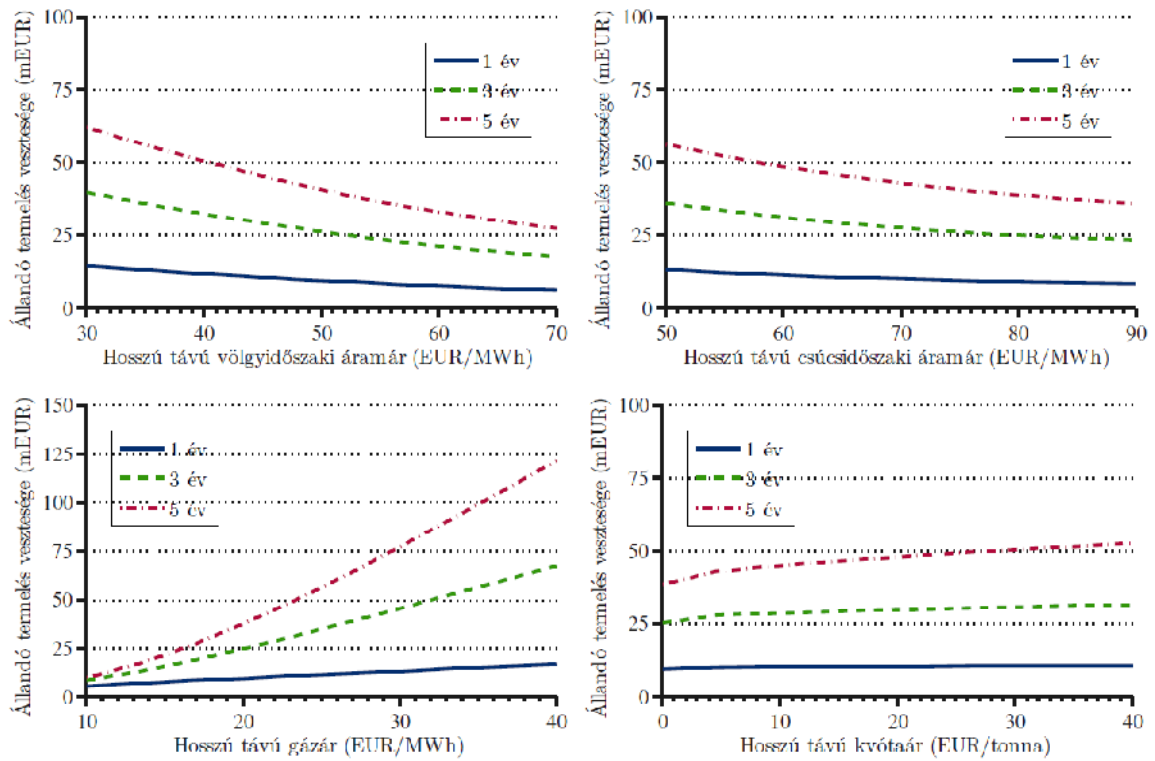
A kiindulási árak szerepét a következő ábra szemlélteti:



45. ábra: A kiindulási árak hatása az állandó termelés miatt elszenvedett veszteség jelenértékére.

A villamos energia kiindulási árai a korábbi fejezetekben ismertetett okok (nagy visszatérési sebesség és volatilitás) miatt nem befolyásolják az állandó üzemeltetés miatti veszteséget. Az átlaghoz lassabban visszahúzó inputok kiindulási árainak növekedése viszont számottevően növeli a veszteség mértékét. Ennek oka az, hogy a magasabb erőforrás árak miatt a negatív spread esélye nagyobb lesz, így nagyobb lesz azon napok aránya, amikor a konstans üzemeltetés helyett piaci ügyletekkel kellene eleget tenni szállítási kötelezettségének.

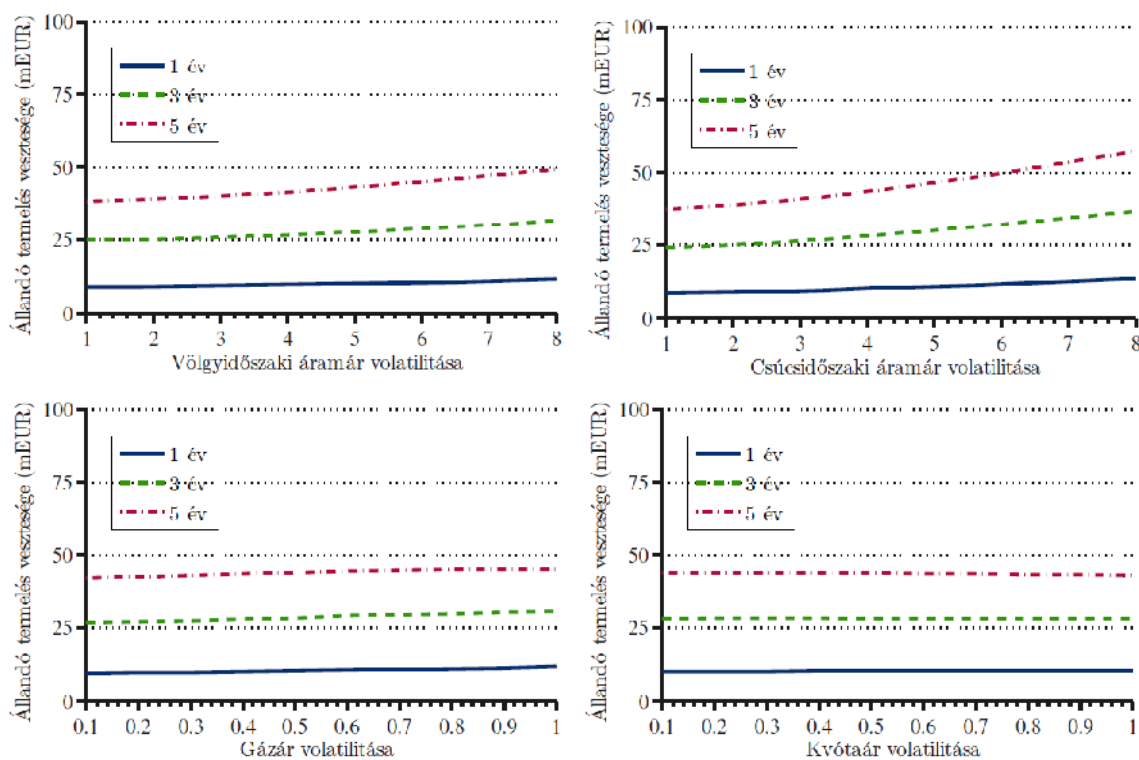
A hosszú távú átlagok szerepe a következő:



46. ábra: A hosszú távú átlagok hatása az állandó termelés miatt elszenvedett veszteség jelenértékére.

Az áram hosszú távú átlagának növekedése csökkenti, az inputok hosszú távú árainak emelkedése növeli az állandó termelés miatti veszteséget. A kapott értékek különösen érzékenyek a gáz átlagárának emelkedésére.

A volatilitások változásai a következők szerint befolyásolják az állandó üzemeltetés miatti veszteséget:



47. ábra: A volatilitás hatása az állandó termelés miatti veszteség jelenértékére.

Az áram esetében a volatilitás növekedése növeli az állandó termelés miatti veszteséget, a gáz és emissziós kvóta volatilitásának szűkebb intervallumon történő módosítása nem változtatja jelentősen a vizsgált értéket.

A gáz és kvótaár közötti korrelációs együttható hatása elhanyagolható.

VI. AZ MNPB ÉS AZ EGYÉNI KVÓTAKERESLETI FÜGGVÉNY SZÁRMAZTATÁSA

A harmadik kereskedési szakaszban (2013-2020) a szabályozó hatóságok egyre nagyobb mértékben aukció útján szándékozzák eljuttatni a piaci szereplőkhöz az adott időszakra vonatkozó emissziós egységeket. Az erőmű számára a helyes aukciós stratégia kidolgozásához ismerni kell saját rezervációs árát, azaz, hogy maximálisan mennyit érdemes ajánlania az emissziós egységekért.

Az erőmű számára az emissziós egység maximum annyit ér, amennyi nyereséget tud realizálni egységnyi szén-dioxid-kibocsátáson: a kvóta rezervációs ára egyenlő az emissziós egység költsége nélküli spread értékével. Az erőmű az első egységért hajlandó a legtöbbet adni, a mennyiség növekedésével az addicionális kvótán realizálható határhaszon csökken.

A bevezető részben említett MNPB (Marginal Net Private Benefit, egyéni tiszta határhaszon függvény) megmutatja, hogy egységnyivel növelve a termelést (vagy szennyezést), mennyivel növekszik a vállalat profitja. A kvótaköltség nélküli bevételre vonatkoztatott függvény megmutatja, hogy egységnyi szennyezésen várhatóan milyen nagyságú emissziós költség nélküli spread-et realizálhat. Az MNPB függvényt megkaphatjuk, ha az egyedi kvótákra vonatkozó rezervációs értékeket csökkenő sorrendbe rakjuk.

Amennyiben végtelen likviditású kvótapiacot feltételezünk, az aukción vásárolni szándékozók nem fognak többet ajánlani a kvótáért, mint a piaci ár, hiszen a piacon megvásárolhatják a kívánt mennyiséget adott áron. A hatóságnak ugyanakkor nem éri meg a piaci ár alatt eladni az egységeket, ha a piaci áron is értékesítheti azokat. Alacsony likviditás esetén a piaci vásárlás és eladás alternatívája a felek részére korlátozottan létezik. Amennyiben a hatóságok kizárólag aukció útján értékesítik a kvótákat, akkor az induláskor az azonnali ügyletek piaci likviditása alacsony. Ezekben az esetekben a piaci ár nagy mennyiségű vásárlások esetén kevésbé minősül felső korlátnak. A továbbiakban kizárólag azt az esetet vizsgálom, amikor a vállalat az MNPB függvény segítségével dönt az aukció során ajánlott vételi áráról és a kvóta piaci árát nem veszi figyelembe, azaz eltekintek a mindenkori piaci ár felső korlátozó hatásától.

A kvótára vonatkozó *egyéni keresleti függvény* megmutatja, hogy adott mennyiségű emissziós egységért maximálisan mekkora *egységárat* hajlandó az erőmű fizetni. A keresleti függvényt megkaphatjuk, ha az MNPB függvényt adott mennyiségig integráljuk és a kapott értéket elosztjuk a darabszámmal.

Az aukció során adott mennyiségért maximálisan kifizetendő pénzösszeg megegyezik az MNPB függvény integráljának adott mennyiségig számított értékével, az egyéni keresleti függvényből számolva az adott mennyiség és a hozzátartozó ár szorzatával.

A jövőbeli időpontra vonatkozó MNPB értékeket a reálopciók modellből származtathatjuk. A jövőbeli naphoz tartozó, villamos energiára és gáz különbözetére vonatkozó opció $spo2^{Pr}$ ára mutatja, hogy emissziós egység nélkül várható értékben mekkora árrést tud realizálni a megtermelt villamos energián. Egységnyi megtermelt energia δ/η mennyiségű emissziót eredményez. Egységnyi kibocsátáson realizált árrést megkaphatjuk, ha az egységnyi energián realizált árrést megszorozzuk η/δ értékkel. A τ jövőbeli nap egységnyi emissziójának P^{eua} rezervációs ára a következő lesz:

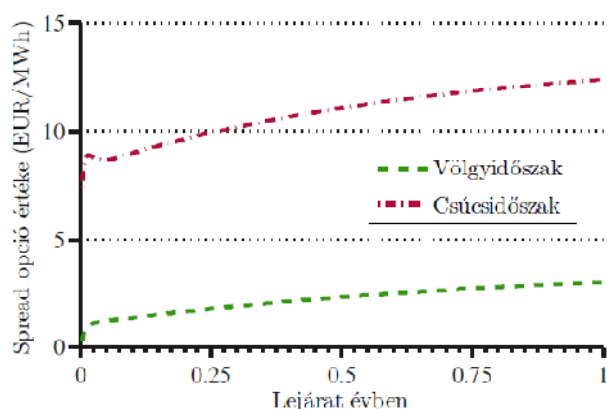
$$P_{off-peak}^{eua}(\tau) = \eta/\delta \cdot spo2_{off-peak}^{Pr}(\mathbf{S}_{off-peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau)$$

$$P_{peak}^{eua}(\tau) = \eta/\delta \cdot spo2_{peak}^{Pr}(\mathbf{S}_{peak}(0), \mathbf{w}, v, \tau)$$

$$\mathbf{w} = [1 \quad -1/\eta] \quad \mathbf{S}_{peak}(0) = \begin{bmatrix} S_{pow}^{peak}(0) \\ S_{gas}(0) \end{bmatrix} \quad \mathbf{S}_{off-peak}(0) = \begin{bmatrix} S_{pow}^{off-peak}(0) \\ S_{gas}(0) \end{bmatrix} \quad 73.$$

A modellben külön rezervációs ár tartozik a völgy- és csúcsidőszaki kibocsátáshoz. A múltbeli időszakra vonatkozó, már kibocsátott emisszió esetén a rezervációs ár az előbbiektől eltér. Az erőműnek nincs lehetősége múltbeli kibocsátását meg nem történné tenni (nem rendelkezik léghőszén-dioxidot megkötő technológiával). Emiatt a rezervációs ár ebben az esetben a meg nem felelés feltételeiből származtatható: a második szakaszban 100 Euró büntetést kell fizetnie, valamint csökkentésre kerül a következő évre vonatkozó kvótamennyiség. A rezervációs ár ekkor közelíthető a büntetés és a jövőbeli időszak várható, realizálható árrésének összegével. A továbbiakban az egyszerűbb értelmezés kedvéért kizárólag a jövőbeli emisszióval foglalkozom, azaz felteszem, hogy az erőmű év elején, az adott évi kibocsátásra vonatkozó rezervációs árakat akarja számszerűsíteni.

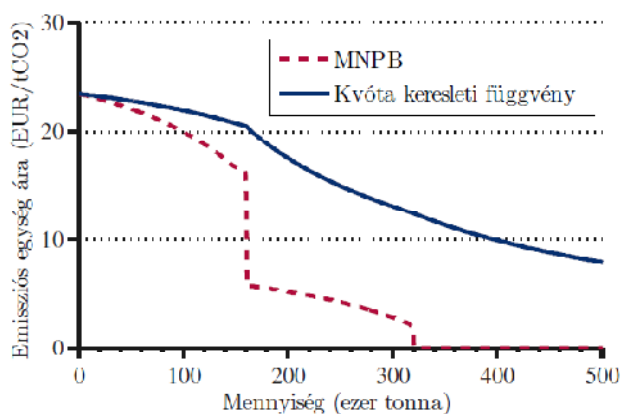
Az áram és a gáz ára közötti spread-re vonatkozó opció árak a lejárat függvényében a következők:



48. ábra: A kvótaár nélkül számított, két napszakhoz tartozó spread opció értékek alakulása a lejárat függvényében.

A völgyidőszakra vonatkozó opciós érték nagyon rövid lejáratok esetében közel nulla, aminek oka az, hogy ebben a napszakban az induló árak alapján a kvóta nélkül számított spread is negatív. A csúcsidőszaki érték magasabb pontból indul, utalva arra, hogy ebben a napszakban jelentősen magasabb a realizálható profit értéke.

A kapott opcióárakat η/δ tényezővel megszorozva megkaphatjuk a kibocsátási egységekre vonatkozó rezervációs árakat, a kvótaköltség nélküli MNPB értékeket. Az értékek fél nap időtartamokhoz tartoznak, amikhez $\frac{\Gamma}{2} \cdot \delta/\eta$ mennyiségek rendelhetők. A kapott értékeket csökkenő sorrendbe téve kapható meg az MNPB függvény, amiből integrálás és a mennyiséggel való leosztás segítségével az egyéni keresleti függvényhez juthatunk:

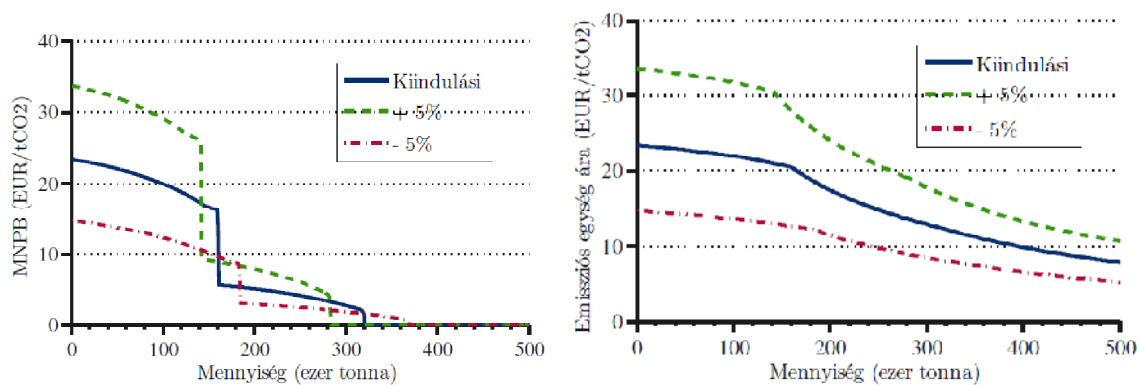


49. ábra: Az emissziós egységre vonatkozó kvótaköltség nélküli MNPB és az egyéni keresleti függvény egy éves kibocsátást figyelembe véve.

Az egy év alatt maximálisan elérhető kibocsátás 321 ezer tonna. Ennél több kibocsátáson realizálható határbevétel zérus, mert az erőmű nem tud a maximális kibocsátásánál többet termelni. A kapott egyéni keresleti függvény 23 Euró/tonna körüli értékről indul, ez a csúcsidőszakhoz tartozó legértékesebb spread opcióhoz tartozik. Az MNPB függvény a mennyiség növekedésével először kisebb mértékben csökken, majd a csúcsidőszakhoz tartozó spread opciók számbavételének végével, meredekebben megy lefelé.

A továbbiakban nézzük meg a korábban is vizsgált termikus hatékonyság, alapanyagárak és a volatilitás változásának hatását az MNPB és az egyéni keresleti függvényre.

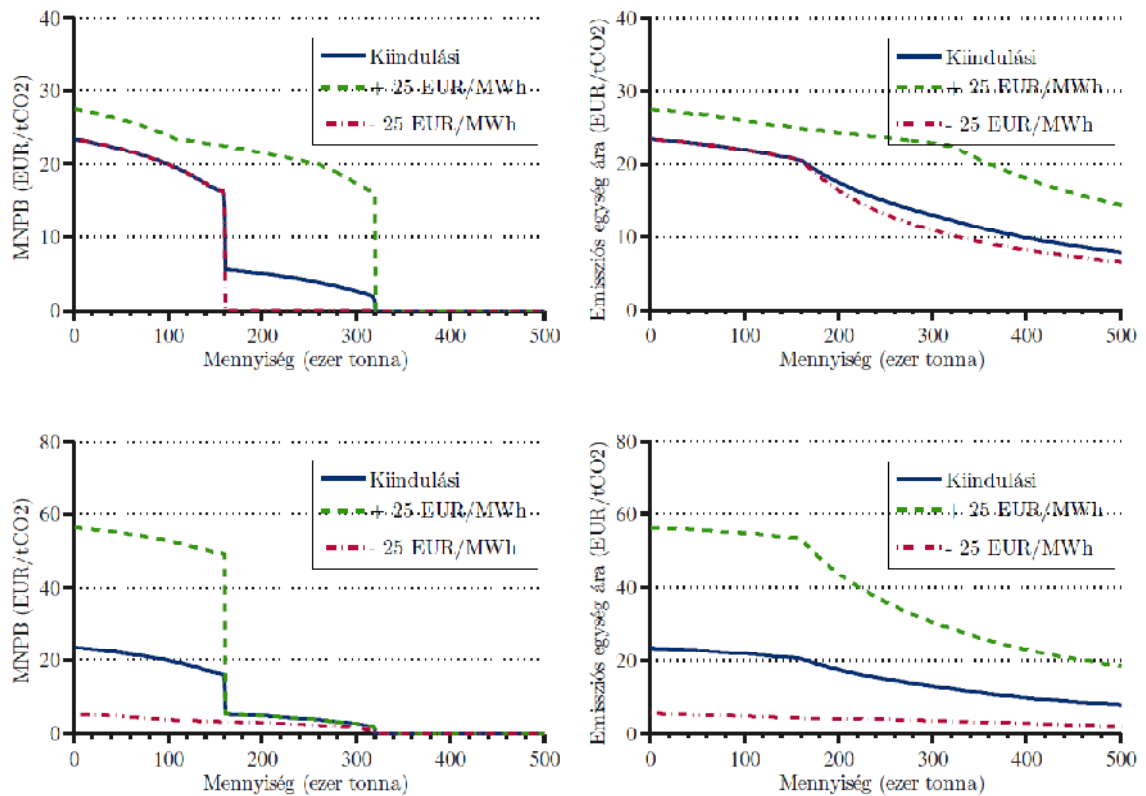
A függvényeket +/-5 százalékpontos termikus hatékonyság változásánál vizsgálva a következő eredményeket kapjuk:



50. ábra: Az MNPB (bal) és az egyéni kvóta keresleti függvény (jobb) eltolódása a termikus hatékonyság +/- 5 százalékpontos változására.

A termikus hatékonyság növekedése egyrészt a spread értékének javítása miatt felfelé tolja az MNPB függvényt, másrészt a napi maximális kibocsátás csökken, ami az X tengely érintési pontját balra tolja. A kvótakeresleti függvény felfelé tolódik. A hatékonyságcsökkenés hatása ezekkel ellentétes.

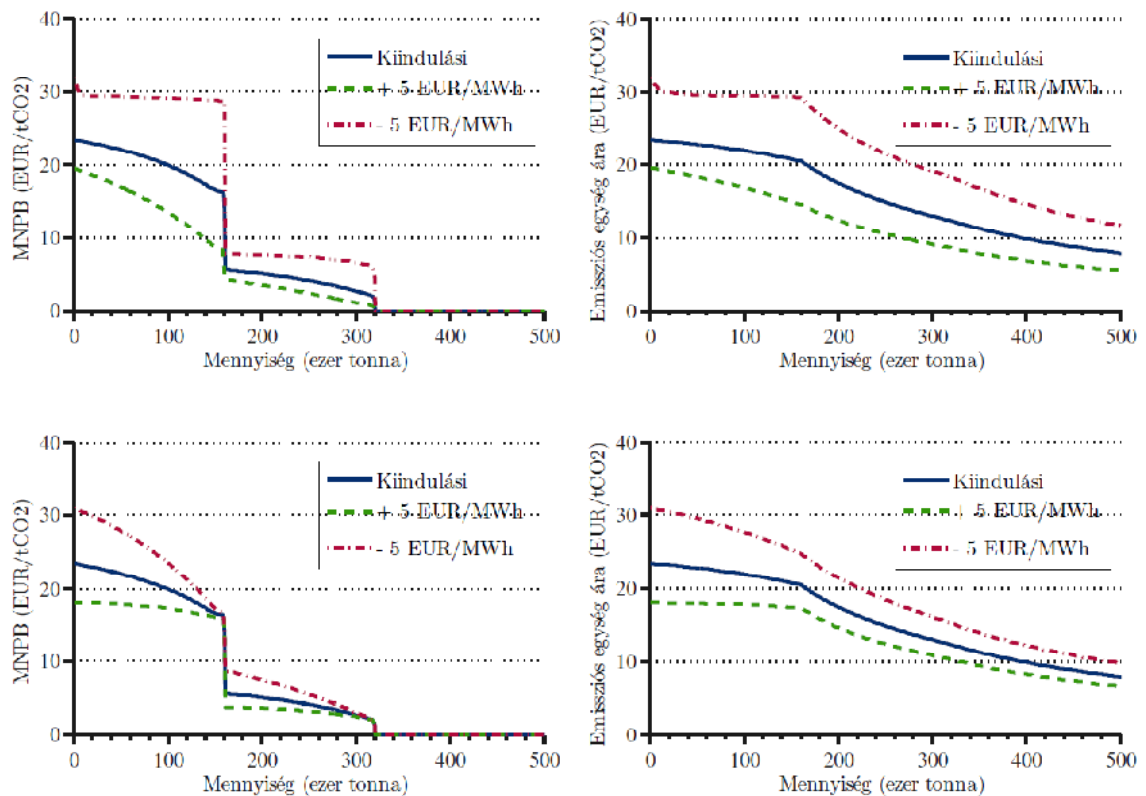
Vizsgáljuk meg, hogyan hat az MNPB, valamint az egyéni keresleti függvényre az áram árának megváltozása. Mivel a villamos energia a modellben kiemelkedően volatilis és gyors visszatérési értékű, ezért a prompt ár eltolódását külön nem vizsgáltam, hanem azt a hosszú távú átlaggal együtt változtattam meg +/- 25 Euró/MWh értékkel. Az eredményül kapott függvényeket a következő ábra tartalmazza:



51. ábra: Az MNPB (bal) és az egyéni keresleti függvény (jobb) megváltozása a völgy- (felső) és csúcsidezőszakra (alsó) vonatkozó kiindulási és hosszú távú áramár együttes eltolódására.

A villamos energia árának emelkedése mindkét függvényt felfelé tolja, az árcsökkenés hatása ezzel ellentétes. A völgyidőszaki áram árának változása az MNPB „alsó lépcsőjét” tolja el, ami az alacsonyabb keresletű napszakhoz tartozó opcióárakból ered. A csúcsidezőszakra vonatkozó ár változása a felső szakaszt mozgatja.

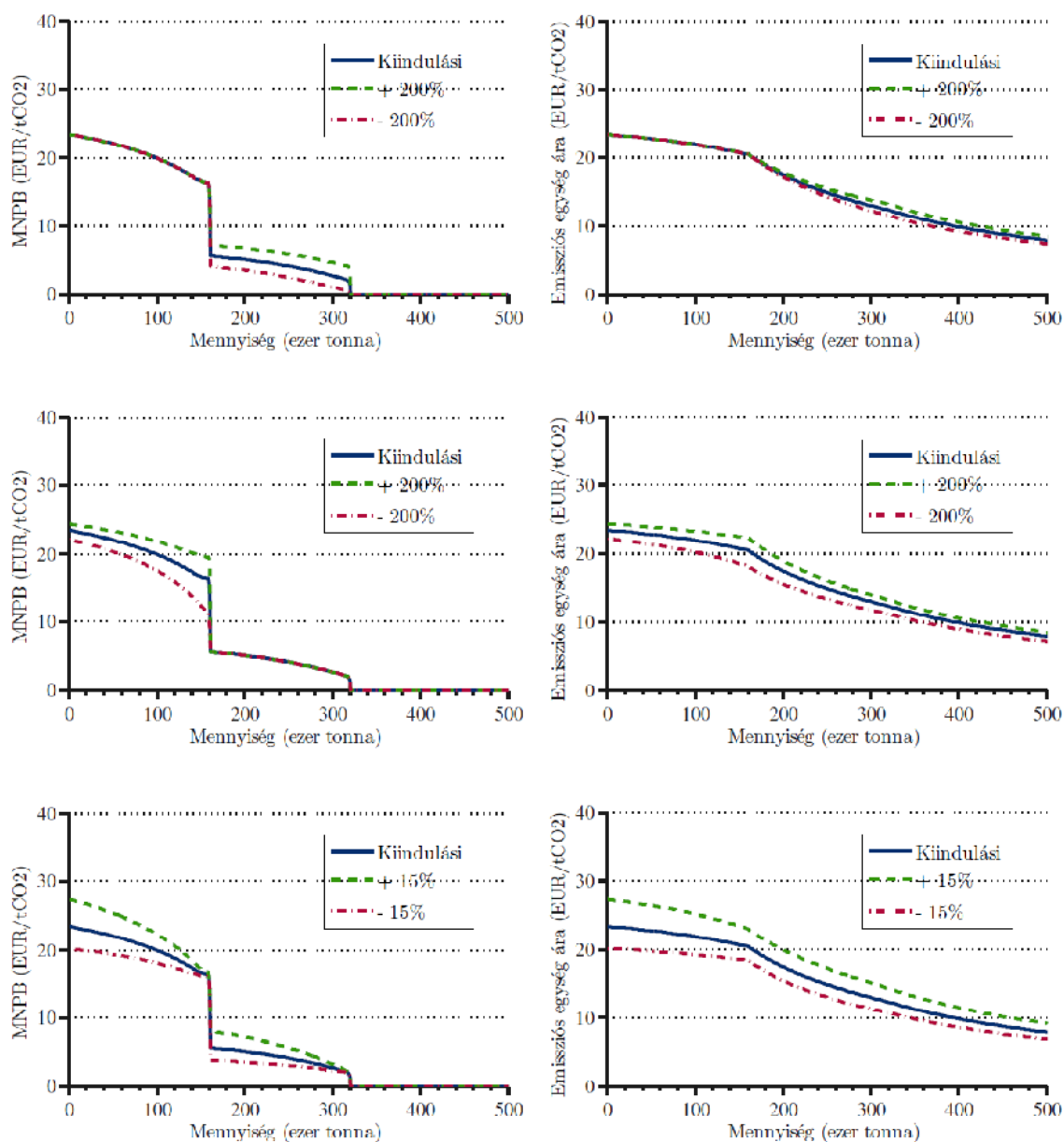
A két függvény gázár szerinti megváltozását a következő ábra tartalmazza:



52. ábra: Az MNPB (bal) és az egyéni kvótakeresleti függvény (jobb) eltolódása az azonnali (felső sor) illetve hosszú távú (alsó sor) gázár változására.

A gázár emelkedése lefelé tolja a függvényeket, az árcsökkenés hatása ezzel ellentétes. Az azonnali gázáremelkedés az MNPB meredekségét növeli, árcsökkenésre a meredekség csökken. A hosszú távú átlag változás esetén a hatás jellege megegyezik, iránya fordított: az áremelkedés laposabbá teszi az MNPB függvényt, az árcsökkenés a meredekséget növeli.

A volatilitás hatása is megvizsgálható a reálopciók modell segítségével:



53. ábra: Az MNPB (bal) és az egyéni kvótakeresleti függvény (jobb) eltolódása a volatilitás változására (felső sor: völgyidőszaki áram, középső sor: csúcsidőszaki áram, alsó sor: gáz).

A volatilitás növekedése felfelé tolja az MNPB és egyéni kvótakeresleti függvényeket. A völgyidőszaki volatilitás változása az MNPB alsó „lépcsőjét” változtatja, a csúcsidőszaki volatilitás a felső szakasz lefutását. A gáz volatilitásának megváltozására a legérzékenyebbek a vizsgált függvények, az ár változékonyságának növekedése az MNPB függvény mindkét szakaszát és az egész kvótakeresleti függvényt felfelé tolja.

VII. KONKLÚZIÓ

Az EU ETS életbe lépésével a vállalatok újfajta megfelelési követelményekkel néznek szembe: kibocsátásukat emissziós egységekkel kell lefedniük. Az új kockázati faktor megnövelte a kockázatkezelési igényt a villamos erőművel rendelkező szereplőknél. A megfelelési kötelezettség (emisszió mennyiségével egyenlő mennyiségű kvóta visszaadása a hatóságnak) szükségessé teszi azt, hogy aktívan „menedzselje” kvótapozícióját, valamint terveznie kell várható emisszióját. Az erőmű számára nem csak a várható kibocsátás mennyisége a lényeges, hanem az érték „kockázati profilja”, sűrűségfüggvénye is.

Az erőmű döntéseinek előrejelzése nem nélkülözheti az alaptermékek árából eredő bizonytalanság kezelését. Reálopciók segítségével a szimulált alaptermék árakból származtathatóak a profitmaximalizáló erőmű jövőbeli termelési döntései, valamint választ kaphatunk a kockázatkezeléssel kapcsolatos kérdésekre is.

A Disszertációban alkalmazott reálopciók döntési modell középpontjában a spread áll, ami az egységnyi megtermelt energián realizált eredménnyel egyenlő. A vállalat termel, ha a spread pozitív, kapacitásait szünetelteti, ha negatív. A reálopciók modell megállapításai elsősorban a rugalmas üzemelésű gázturbinás erőműveknél érvényesek, megjegyezve, hogy az esetleges technológiai korlátok (például minimális üzemelési és állási idő) a kapott eredményt módosítják, de jellegében hasonló eredményeket adnak. A számítások során ezeket a korlátokat elhanyagoltam.

A reálopciókon alapuló eredmények számítására használható a sztochasztikus pénzügyi eszköztár. A Disszertációban, a spread opciók árazására zárt formulájú analitikus képletet illetve Monte Carlo szimulációt használtam. A modellhez szükségem volt egy sztochasztikus ármodellre, ami geometriai Ornstein-Uhlenbeck folyamat volt. Az átlaghoz visszahúzó modell alkalmasabb az árutőzsdei termékek modellezésére, ahol az árat a hosszabb távon stabilabb keresleti és kínálati viszonyok alakítják. A döntési modell négy alapterméket tartalmaz: völgy- és csúcsidőszaki áram, gáz és emissziós egység. A négy dimenziós sztochasztikus folyamatot a német energiatőzsde áaira illesztettem.

A reálopciók modell első alkalmazásában az erőmű kibocsátásának várható értékét és sűrűségfüggvényét 3-3 alaptermékre vonatkozó bináris spread opciókból, szimuláció

segítségével számítottam. A mellékletben ismertetett saját eljárás segítségével, összekapcsolódó binomiális fákkal is közelíthető a halmazott emisszió sűrűségfüggvénye, amennyiben a spread egydimenziós geometriai Brown mozgást követ. A Monte Carlo szimuláció segítségével megkaptam, rövid intervallumokra vonatkozó kibocsátás sűrűségfüggvénye szélsőségesen jobbra ferde. Ennek oka az, hogy az egymást követő napok termelése illetve állása erősen korrelál, és a kiinduló spread értéke negatív, az erőmű kezdetben nem termel. Hosszabb időszakokra a kibocsátás eloszlása szimmetrikusabb lesz.

A termikus hatékonyság változása alacsony hatékonysági értékek esetében növeli a kibocsátást: az egységnyi energia előállításához ugyanis kevesebb erőforrásra van szükség, ami javítja a spread értékét és növeli a termelési esélyt. Nagyon magas hatékonysági szintek esetén a hatás megfordul: a hatékonyság növekedése nem emeli jelentősen a termelés valószínűségét, mert a spread értéke várhatóan magas lesz. Ezekben az esetekben a hatékonyság javulásának a napi maximális kibocsátást csökkentő hatása lesz az erősebb, és csökken a várható kibocsátás. Az áram azonnali árának változása nem változtatja meg jelentősen a kibocsátás mennyiségét, mert az átlaghoz visszatérő modell illesztett paramétereinek alapján az áram volatilitása és a visszatérési sebessége magas, emiatt az azonnali árban bekövetkező változás hosszabb távra vonatkozó hatása kicsi. A gáz árának változása ugyanakkor jelentős hatást gyakorol a kibocsátásra: alacsony gázár esetén a várható emisszió felveszi az elméleti maximális – állandó termelés esetén mért – értékét, magas gázár esetében a várható kibocsátás jelentősen lecsökken. A kvóta árváltozása nem befolyásolja jelentősen a kibocsátás mennyiségét, ennek oka a spread képletében keresendő: a kvótaár elmozdulása a modellbeli paraméterek mellett hozzávetőlegesen ötöd akkora hatást gyakorol a spread értékére, mint a gázár változása. Bár a kibocsátás mennyiségét nem, a megfelelés várható költségét viszont nagymértékben befolyásolja a kvótaár: magas piaci ár esetén a megfelelés költsége jelentős, alacsony ár esetén kevésbé számottevő. Különösen akkor magas a megfelelés költsége, ha alacsony gázár párosul magas kvótaárral.

A reálopciók modell második alkalmazásban az erőmű értékét határoztam meg, ami egyenlő az adott időszakra vonatkozó összesített jövedelemtermelő képesség értékével. Az értéket spread opciók árának összegével közelítettem. A feltételezett erőmű modellbeli értéke 97.3 millió Euró lett. A spread opciók érzékenyek különféle technológiai és árfolyammozgáshoz köthető paraméterek megváltozására. Ezek közül

ceteris paribus a termikus hatékonyságot, az alaptermékek kiindulási árait és hosszú távú átlagárait, az áruk volatilitását, valamint a gáz és kvótaár közötti korrelációs együttható értékét vizsgáltam.

A termikus hatékonyság növekedése növeli az erőmű értékét, a hatás közel lineáris: 1 százalékpontos javulás az erőmű értékét közel 5 millió Euróval emeli, legjobban a 37-40%-os hatékonyságú erőművek értéke növekszik a termikus hatékonyság javulására.

A modellben az azonnali áruk hatása nem jelentős. Az alaptermékek közül a villamos energia kiinduláskori árára a legkevésbé érzékeny az erőmű értéke, mert a magas volatilitás és az átlaghoz történő gyors visszahúzás miatt a kiinduló áruk hatása hamar elenyészik. Az inputok, és közülük is elsősorban a gáz, azonnali árának emelkedése számottevőbben csökkenti az erőmű értékét. A gáz ára közel ötször akkora hatással bír az erőmű értékére, mint az emissziós kvóta ára. Amennyiben az azonnali áruk helyett a hosszú távú átlagokat változtatjuk, akkor jelentős mértékben változik az erőmű értéke. Az áram átlagárának növekedése emeli, az inputok átlagárainak növekedése csökkenti az erőmű értékét. Az áruk változékonyságának, a volatilitásnak az emelkedése növeli az erőmű értékét. A hatás a négy alaptermék közül a gáz esetében jelentős. A korrelációs együtthatók közül a modell illesztése során a völgy- és csúcsidőszaki áramár közötti érték szignifikánsan pozitív volt. Az erőmű értékét nem befolyásolja ennek az együtthatónak a változása, mert a számítás során a két napszakra vonatkozó opcióárak összegét számoljuk, ami független a két áramár között levő korrelációtól. A másik szignifikáns korrelációs együttható a gáz és kvótaár közötti, ami hatással van az erőmű értékére, mivel a két érintett alaptermék ugyanazon opciós képletben szerepel. A modell eredményei szerint ugyanakkor a gáz és kvótaár közötti korrelációs együttható hatása nem jelentős.

Ha nem kívánjuk az erőművet indokolatlan kockázatnak kitenni, a pozíciót fedezni kell az árfolyamváltozásból eredő értékváltozás ellen. Ezt megtehetjük dinamikus delta hedge segítségével, aminek során olyan fedezeti ügyleteket kötünk, hogy a négy termékre vonatkozó összesített delta paraméterek zérushoz közeli legyenek. Mivel az áram volatilitása meglehetősen magas, és az alaptermék árak közül a gázár a legmeghatározóbb, ezért célszerű legalább a gáz árváltozása ellen fedezni az erőművet. A dinamikus delta hedge válaszol az optimális kvótamennyiség kérdésére is: az emissziós kvótára vonatkozó delta paraméter megmutatja, hogy mennyi kvótát érdemes az erőműnek a jövőbeli kibocsátása fedezése érdekében adott pillanatban tartania. Ehhez

hozzá kell adni a múltbeli kibocsátásai fedezéséhez szükséges mennyiségű kvótát, hogy megkapjuk a teljes év kibocsátásának fedezéséhez szükséges mennyiséget.

A reálopciók modell harmadik alkalmazásban egy elméleti, 5 százalékpontos hatékonyságnövelő beruházás értékét származtattam spread opciók segítségével. Megvizsgáltam, hogy a kapott érték mennyire érzékeny a különböző faktorok megváltozására. A spread képletében a termikus hatékonyság az inputok áraival kapcsolatban szerepel, emiatt elsősorban az inputok árai befolyásolják a hatékonyságnövelő beruházás értékét. Az áram hatása annyi, hogy a magasabb hatékonyságú esetben magasabb áramár nagyobb valószínűséggel fog pozitív spread-et eredményezni.

Az azonnali árak közül a két input árának növekedése csökkenti a beruházás értékét. A hosszú távú átlagok közül az áramhoz tartozó értékek növekedései növelik, az inputokhoz tartozóké csökkentik a beruházás értékét. A volatilitások közül a völgyidőszaki áramra vonatkozó érték növekedése csökkenti a beruházás értékét. A gáz és kvótaár közötti korrelációra a beruházás értékére érzéketlen.

Az erőműveket sok esetben nem a piaci árak alapján, profitmaximalizáló módon üzemeltetik, hanem hosszú távra szóló termelési szerződések kötése mellett bizonyos periódusokban állandóan üzemben tartják. A modellbeli feltevések mellett (például technológiai korlátok elhanyagolása) az erőmű ezzel értéket veszít. A negyedik alkalmazásban az állandó üzemeltetés veszteségét becsültem meg spread opciók és spread-re szóló határidős swap (csere) kontraktusok értékének különbsége segítségével. A termikus hatékonyság emelkedésével az állandó üzemeltetés miatti veszteség csökken. Ennek az oka, hogy a növekvő hatékonyság miatt a negatív spread valószínűsége csökken, így ritkábban racionális az erőművet pihentetni, és piaci vásárlással eleget tenni a szállítási kötelezettségnek. A reálopciók modellre támaszkodva az is megállapítható, hogy minél alacsonyabb az áram átlagára, és minél magasabb az induló gáz és kvótaár, annál nagyobb az állandó üzemeltetés miatti veszteség. Ennek oka az, hogy ezekben az esetekben megnövekszik a negatív spread esélye, ami állandó üzemeltetés esetén veszteséget okoz az erőműnek.

A reálopciók modell ötödik alkalmazása segítséget kíván nyújtani a hatékony aukciós stratégia kialakításához. A környezetgazdasági modellekben központi szerepet játszó MNPB (Marginal Net Private Benefit) függvény megmutatja, hogy az addicionális

szennyezésen mekkora határbevételt realizálhat a vállalat. A kvótaköltséget nem tartalmazó függvényt megkaphatjuk, ha az áramár és gázár különbözetére szóló, kéttermékes spread opciók segítségével kifejezett rezervációs árakat csökkenő sorrendben rakjuk. A kapott MNPB függvényt integrálva és leosztva a kibocsátás mennyiségével, kiszámíthatjuk az egyéni kvótakeresleti függvényt, ami megmutatja, hogy adott mennyiségű emissziós kvótáért maximum mekkora egységárat érdemes az erőműnek fizetnie. A reálopciók modell segítségével megállapítható, hogy a termikus hatékonyság növekedése emeli az MNPB függvény meredekségét és csökkenti a vízszintes tengely metszéspontját, a kvótakeresleti függvényt felfelé tolja. A villamos energia hosszú távú átlagának emelkedése a két függvényt felfelé tolja, az árcsökkenés hatása ezzel ellentétes. A völgyidőszaki átlagár változása az MNPB alul levő szintjét emeli fel, ami az alacsonyabb keresletű napszakhoz tartozó opcióárakból ered; a csúcsidőszakra vonatkozó hosszú távú átlagár változása a felső szakaszt tolja el.

A Disszertációs modellben bemutatott sokféle alkalmazás alapján belátható, hogy a liberalizált piacon működő erőmű nem nélkülözheti a modern kockázatkezelési módszereket, különösen a profitmaximalizáló döntést leíró reálopciók modellt.

VIII. HIVATKOZÁSOK

- ABADIE, L. M. - CHAMORRO, J. M. (2008): European CO₂ prices and carbon capture investments. *Energy Economics*, 2008, 30[6], pp. 2992–3015.
- ALBEROLA, E. - CHEVALLIER, J. – CHÉZE, B. (2008): Price drivers and structural breaks in European carbon prices 2005–2007, *Energy Policy*, 2008, 36[2], pp. 787–797.
- ALEXANDER, C. - VERKATRAMANAN, A. (2009): Analytic Approximations for Spread Options, ICMA Centre Discussion Papers in Finance, DP 2009-06
- BÉLYÁ CZ, I. (2011): *Stratégiai beruházások és reálopciók*. Aula kiadó, Budapest, 2011
- BENEDEK, G. (1999): Opcióárazás numerikus módszerekkel, *Közgazdasági Szemle*, 1999, 46[9], pp. 905–929.
- BENZ, E. - TRÜCK, S., (2009): Modeling the price dynamics of CO₂ emission allowances, *Energy Economics*, 2009, 31[1], pp. 4-15.
- BÖHRINGER, C. – HOFFMANN, T. – MANRIQUE-DE-LARA-PENATE, C. (2006): The efficiency costs of separating carbon markets under the EU emissions trading scheme: a quantitative assessment for Germany. *Energy Economics*, 2006, 28[1], pp. 44–61.
- BOROVKOVA, S. - PERMANA, F. J., - V.D. WEIDE, H. (2007): A Closed Form Approach to the Valuation and Hedging of Basket and Spread Options, *The Journal of Derivatives*, 2007, 14[4], pp. 8-24.
- BRIGO, D. – DALESSANDRO, A. – NEUGEBAUER, M. – TRIKI, F. (2007): A Stochastic Processes Toolkit for Risk Management, 2007 november 15, elérhető: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1109160, letöltve 2012.08.25
- BUCHNER B. - CARRARO C. - ELLERMAN, A., D. (2006): The allocation of European Union allowances: lessons, unifying themes and general principles. Report No. 140, October 2006, elérhető: http://web.mit.edu/globalchange/www/MITJPSPGC_Rpt140.pdf, letöltve: 2011.05.02
- CARMONA, R. – DURRLEMAN, V. (2003): Pricing and hedging spread options. *SIAM Review*, 2003, 45[4], pp. 627-685.

- CHEN, Y. - SIJM, J. - HOBBS, B. F. - LISE, W. (2008): Implications of CO₂ emissions trading for short-run electricity market outcomes in northwest Europe. *Journal of Regulatory Economics*, 2008, 34[3], pp. 251–281.
- COASE, R. M. (1960): The Problem of Social Cost, *Journal of Law and Economics*. 1960, 3, pp. 1-44.
- COMMISSION OF THE EUROPEAN COMMUNITITES (2008): Energy Sources, Production Costs and Performance of Technologies for Power Generation, Heating and Transport. *Second Strategic Energy Review*. Comission Staff Working Document, 13.11.2008, SEC(2008) 2872, Brussels, 2008
- CONVERY, F. J. - REDMOND, L. (2007): Market and price developments in the European Union Emissions Trading Scheme. *Review of Environmental Economics and Policy*, 2007, 1[1], pp. 88–111.
- CONVERY, F. J. - DE PERTHUIS, C. - ELLERMAN, D. A. (2008): The European Carbon Market in Action: Lessons from the First Trading Period. Interim Report, elérhető: http://web.mit.edu/globalchange/www/MITJPSPGC_Rpt162.pdf, letöltve: 2010.08.02
- CRAGG, M. – GOLDBERG, R. – KHATCHATRIAN, V. – DeFONSEKA, J. (2011): Cleaning Up Spark Spreads: How Plant Owners Can Reduce Risk Through Carbon Markets, elérhető: http://www.brattle.com/_documents/UploadLibrary/Upload933.pdf, letöltve 2011.05.10
- DALES, J.H. (1968), *Pollution, Property and Prices: An Essay in Policy-Making and Economics*. University of Toronto Press, Toronto, 1968
- DASKALAKIS, G. – PSYCHOYIOS, D. - MARKELLOS, R. N. (2009): Modeling CO₂ emission allowance prices and derivatives: Evidence from the European trading scheme, *Journal of Banking & Finance*, 2009, 33[7], pp. 1230–1241.
- DELARUE, E. D. – ELLERMAN, A. D. – D’HAESELEER, W. D. (2010). Short-term CO₂ Abatement in the European Power Sector: 2005-2006. *Climate Change Economics*, 1[2], pp. 113-133.

- DELARUE, E. - D'HAESELEER, W. (2007): Price determination of ETS allowances through the switching level of coal and gas in the power sector, *International Journal of Energy Research*, 2007, 31[11], pp. 1001-1015.
- DENG, S. – LI, M. – ZHOU, J. (2008): Closed-form approximations for spread option prices and greeks. *Journal of Derivatives*, 2008, 16[4], pp. 58–80.
- DIXIT, R. K. – PINDYCK, R. S. (1994): *Investment under Uncertainty*. Princeton University Press, Princeton, N.J., 1994
- DOBOS, I. (2002): Szennyezési jogok hatása a vállalati termelési stratégiára, BKÁE *Vállalatgazdaságtan Tanszék Műhelytanulmány sorozat*, 25., Budapest, 2002
- ELLERMAN, A. D. - PARSONS, J. (2006): Shortage, Inter-period Pricing, and Banking; *Tendances Carbone*, Volume 5., elérhető: http://www.bluenext.eu/publications/TendancesCarbone/TCN.5_07.2006_En.pdf, letöltve: 2010.08.02
- ELLERMAN, D. - BUCHNER, B. (2006): Over-allocation or abatement? A Preliminary Analysis of the EU ETS Based on the 2005 Emissions Data. November 2006, FEEM Working Paper No. 139.06, elérhető: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=946091, letöltve 2010.09.12
- ELLERMAN, D. (2008): The EU's Emissions Trading Scheme: A Proto-type Global System? Discussion Paper 08-02, August 2008, elérhető: <http://belfercenter.ksg.harvard.edu/files/Ellerman11.pdf>, letöltve 2011.06.01
- European Commission Environment Directorate-General (2009): EU Environment Policy Brief. Iss. 27, elérhető: http://ec.europa.eu/environment/news/brief/2009_05/newsletter_05_2009.pdf, letöltve: 2010.06.08
- European Union Emissions Trading Scheme [EU ETS] data from CITL (2010): elérhető: <http://www.eea.europa.eu/data-and-maps/data/>, letöltve: 2010.06.12
- FAZEKAS, D. (2009): Szén-dioxid piac az Európai Unió új tagállamaiban - Magyarországi empirikus elemzés, Ph.D . értekezés, *Budapesti Corvinus Egyetem*
- FENTON, L. (1960): The sum of log-normal probability distributions in scatter transmission Systems. *IRE Transactions on Communication Systems*, 1960, 8[1], pp. 57–67.

- GLASSERMAN, P. (2003): *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. Springer-Verlag, New York, 2003
- HARRISON, J. M. - PLISKA, S. R. (1981): Martingales and stochastic integrals in the theory of continuous trading. *Stochastic Processes and their Applications*, 1981, 11[3], pp. 215-260.
- HERBELOT, O., (1992): Option Valuation of Flexible Investments: The Case of Environmental Investments in the Electric Power Industry, PhD disszertáció, *Massachusetts Institute of Technology*, elérhető: <http://dspace.mit.edu/handle/1721.1/13217>, letöltve 2010.02.21
- HLOUSKOVA, J. - KOSSMEIER, S. - OBERSTEINER, M. - SCHNABL, A. (2005): Real options and the value of generation capacity in the German electricity market, *Review of Financial Economics*, 2005, 14[3-4], pp. 297–310.
- HSU, M. (1998): Spark Spread Options Are Hot! *Electricity Journal*, 1998, 11[2], pp. 28-39.
- HULL, J. C. (1999): *Opciók, határidős ügyletek és egyéb származtatott termékek*. Panem-Prentice-Hall, Budapest
- JARROW, R. – RUDD, A. (1982): Approximate option valuation for arbitrary stochastic processes., *Journal of Financial Economics*, 10[3], pp. 347-369.
- JORION, P. (1999): *A kockázatosított érték*, Panem, Budapest, 1999
- KADERJÁK, P. (2007): Hungarian allowance sales in Phase 1. Electricity Policy Research Group Conference, Cambridge, 2007, elérhető: http://www.eprg.group.cam.ac.uk/wp-content/uploads/2008/11/eprg_euets_workshop_120107_kaderjak1.pdf, letöltve: 2009.12.05
- KANEN, L. M. (2006): *Carbon Trading & Pricing*. Environmental Finance Publications, 2006.
- KARA, M. – SYRI, S – LEHTILA, A. – HELYNEN, S. – KEKKONEN, V. – RUSKA, M. – FORSSTROM, J. (2008): The impacts of EU CO2 emissions trading on electricity markets and electricity consumers in Finland. *Energy Economics*, 2008, 30[2], pp. 193–211.

- KEREKES, S. – SZLÁVIK, J. (2003): *A környezeti menedzsment közgazdasági eszközei*. KJK-KERSZÖV, Budapest, 2003
- KEREKES, S. (2007): *A környezetgazdaságtan alapjai*. Aula Kiadó Kft., Budapest, 2007
- KIRK, E. (1995): Correlation in the energy markets, in *Managing energy price risk*, Risk Publications and Enron, London, 1997
- KOCSIS, T. (1998): Szennyezésselhárítás és technológiai fejlődés a környezetgazdaságtanban – mikroökonómiai elemzés, *Közgazdasági Szemle*, 1998, 45[10], pp. 954–970.
- KORN, R. – MÜLLER, S. (2009): The decoupling approach to binomial pricing of multi-asset options. *Journal of Computational Finance*, 2009, 12[3], pp. 1-30.
- LAURIKKA, H. (2006): Option value of gasification technology within an emissions trading scheme. *Energy Policy*, 2006, 34[18], pp. 3916–3928.
- LESI, M., PÁL, G. (2004): Az üvegház hatású gázok kibocsátásának szabályozása, és a szabályozás hatása a villamos-energia termelő vállalatokra Magyarországon. Ph.D. Értekezés. *Budapesti Közgazdaságtudományi és Államigazgatási Egyetem*
- LINARES, P. – SANTOS, F. J. – VENTOSA, M. – LAPIEDRA, L. (2006): Impacts of the European emission trading scheme directive and permit assignment methods on the Spanish electricity sector. *Energy Journal*, 2006, 27[1], pp. 79–98.
- LÖFGREN, K. G. [2000]: Markets and externalities, in: Folmer, H. and G. H. Landis [2000]: *Principles of Environmental and Resource Economics*, Edward Elgar, Cheltenham, 2000.
- MANSANET-BATALLER, M. - PARDO, A. - VALOR, E. (2007): CO2 prices, energy and weather. *The Energy Journal*, 2007, 28[3], pp. 334–346.
- MARGRABE, W. (1978): The value of an option to exchange one asset for another. *Journal of Finance*, 1978, 33[1], pp. 177–186.
- MARKOWITZ, H. M. (1952): Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 1952, 7[1], pp. 77–91.

- MAROSSY, Z. (2011): A villamos energia áralakulásának egy új modellje. *Közgazdasági Szemle*, 2011, 58[3], pp. 253—274.
- MEDVEGYEV, P. (2009): A származtatott termékek árazása és annak problémái az egyensúlyelmélet szempontjából. *Közgazdasági Szemle*, 2009, 56[9], pp. 769–789.
- MILEVSKY, M.A. - POSNER, S.E. (1995): Asian options, the sum of lognormals and the reciprocal gamma distribution. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1995, 33[3], pp. 409-422.
- NAGY, T. (2011): [Weighted] Sum of 'n' Correlated Lognormals: Probability Density Function – Numerical calculation. elérhető: <http://ssrn.com/abstract=1757781>
- OBERNDORFER, U. (2009): EU emission allowances and the stock market: evidence from the electricity industry. *Ecological Economics*, 2009, 68[4], pp. 1116–1126.
- ORNSTEIN, L. S. - UHLENBECK, G. E. (1930): On the theory of Brownian Motion. *Physical Review*, 1930, 36[9], pp. 823–884.
- PARSONS, J. E. - ELLERMAN, D. - FEILHAUER, S. (2009): Designing a US Market for CO₂. Report No. 171, February 2009, elérhető: http://globalchange.mit.edu/files/document/MITJPSPGC_Rpt171.pdf, letöltve: 2011.06.02
- PEARCE, D. - TURNER, R. (1990): *Economics of Natural Resources and the Environment*. The John Hopkins University Press, Baltimore, 1990.
- REILLY, J., M - PALTSEV S. (2005): An analysis of the European emission trading scheme. Working paper 2007, elérhető: http://web.mit.edu/globalchange/www/MITJPSPGC_Rpt127.pdf, letöltve: 2011.08.02
- ROSENBLATT, M. (1956): Remarks on some nonparametric estimates of a density function. *Annals of Mathematical Statistics*, 1956, 27[3], pp. 832–837.
- RUBIN, J. D. (1996): A Model of Intertemporal Emission Trading, Banking, and Borrowing, *Journal of Environmental Economics and Management*, 1996, 31[3], pp. 269-286.
- SCHLEICH, J. - EHRHART, K. M. - HOPPE, C. - SEIFERT, S. (2006): Banning banking in EU emissions trading. *Energy Policy*, 2006, 34[1], pp. 112–120.

- SCHWARTZ, E. S. (1997): The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging, *The Journal of Finance*, 1997 július, 52[3], pp. 923–973.
- SEIFERT, J. – UHRIG-HOMBURG, M. - WAGNER, M. (2008): Dynamic behavior of CO2 spot prices. *Journal of Environmental Economics and Management*, 2008, 56[2], pp. 180–194.
- SMALE, R. – HARTLEY, M. – HEPBURN, C. - WARD J. – GRUBB, M. (2006): The impacts of CO2 emissions trading on firm profits and market prices. *Climate Policy*, 2006, 6[1], pp. 29–46.
- SOLEILLE, S. (2006): Green house gas emission trading schemes: a new tool for the environmental regulator's kit. *Energy Policy*, 2006, 34[13], pp. 1473–1477.
- SORRELL, S. – SIJM, J. (2003): Carbon trading in the policy mix. *Oxford Review of Economic Policy*, 2003, 19[3], pp. 420–437.
- STERN, N. (2006): Summary of Conclusions [PDF]. Executive summary [short]. Stern Review Report on the Economics of Climate Change [pre-publication edition], HM Treasury, elérhető: www.hm-treasury.gov.uk/d/CLOSED_SHORT_executive_summary.pdf, letöltve: 2011. július 14
- SZABÓ, Z. – BARTA, J. – HEGEDŰS, M. (2010): Kvótagazdálkodás Koppenhága után, Energiapolitikai Füzetek, XX. szám, GKI Energiakutató és Tanácsadó Kft., elérhető: <http://www.gkienergia.hu/docs/energiapolitikaif.pdf>, letöltve: 2011.08.24
- SZÁZ, J. - KIRÁLY, J. (2005): Derivatív pénzügyi termékek árdinamikája és az új típusú kamatlábmodellek. *Sigma*, 2005, 36[1-2], pp. 31-60.
- ULREICH, S. (2008): Electricity Trading in the European Union, in: FABOZZI, F. J. – FÜSS, R. – KAISER, D. G. (eds.) *The Handbook of Commodity Investing*. John Wiley & Sons, New Jersey, 2008.
- UNFCCC (2005): Inventories of anthropogenic emissions by sources and removals by sinks of greenhouse gases; Sixth compilation and synthesis of initial national communications from Parties not included in Annex I to the Convention, Montreal, elérhető: http://unfccc.int/documentation/documents/advanced_search/items/3594.php?rec=j&priref=600003578#beg, letöltve: 2010.06.11

UNFCCC (2010): Flexible Queries. elérhető: <http://unfccc.int/di/FlexibleQueries/> , letöltve: 2010.06.12

VAN DEN BERG, T. (2011): Calibrating the Ornstein-Uhlenbeck (Vasicek) model. 2011 május 28, letöltve 2012.08.10, <http://www.sitmo.com/article/calibrating-the-ornstein-uhlenbeck-model>

VASICEK, O. A. (1977): An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, 1977, 5[2], pp. 177-188.

VEITH, S. – WERNER, J. R. – ZIMMERMANN, J. (2009): Capital market response to emission rights returns: evidence from the European power sector. *Energy Economics*, 2009, 31[4], pp. 605–613.

ZACHMANN, G. – VON HIRSCHHAUSEN, C. (2008): First evidence of asymmetric cost pass-through of EU emissions allowances: Examining wholesale electricity prices in Germany. *Economics Letters*, 99[3], pp. 465-469.

IX. LEGFONTOSABB JELÖLÉSEK

$E[.]$, $PV[.]$	Várható érték, jelenérték
η	Az erőmű termikus hatékonysága (%-ban)
δ	A tüzelőanyag szén intenzitása (tonna CO ₂ /GWh)
v	Egyéb változó költség
$\pi_{pow}(\tau)$, $\pi(\tau)$	Egységnyi megtermelt energiára vetített profit a jövőbeli τ napon
$\pi_{eua}(\tau)$	Egységnyi kibocsátott szén-dioxid-ra vetített profit a jövőbeli τ napon
$S_{pow}(\tau)$, $S_{gas}(\tau)$, $S_{eua}(\tau)$	Áram, gáz és kvóta azonnali ára jövőbeli τ napon
Γ	Napi maximális termelés
$\Pi(\tau)$	Egy nap alatt realizált profit jövőbeli τ napon
$\Lambda(\tau)$	Bináris termelési döntési változó jövőbeli τ naphoz tartozó értéke
$Q(\tau)$	Jövőbeli τ napon kibocsátott mennyiség
$Q(0, T)$	Jelentől T időpontig terjedő intervallum kibocsátása
$bn0^{PO}$, $bn0^{Pr}$	Három termékre (áram, gáz, emissziós kvóta) vonatkozó európai típusú bináris spread opció kifizetése (PO) illetve ára (Pr)
spo^{PO} , spo^{Pr}	Három termékre (áram, gáz, emissziós kvóta) vonatkozó európai típusú spread opció kifizetése (PO) illetve ára (Pr)
$spo2^{PO}$, $spo2^{Pr}$	Két termékre (áram, gáz) vonatkozó európai típusú spread opció kifizetése (PO) illetve ára (Pr)
ssw	Három termékre (áram, gáz, emissziós kvóta) vonatkozó határidős csereügylet (swap) értéke
lcp	Egységnyi megtermelt energián realizált veszteség állandó termelés esetén
V	Erőmű jövedelemtermelő képességének értéke

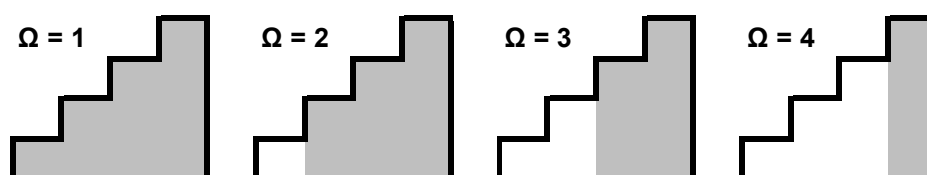
X. MELLÉKLET: Az emisszió sűrűségfüggvényének numerikus közelítése összekapcsolódó binomiális fák segítségével

A továbbiakban ismertetek egy saját módszert, ami összekapcsolódó binomiális fákat használva közelíti a halmozott kibocsátás sűrűségfüggvényét. A származtatott termékek árazására használt hagyományos binomiális fa modell jellemzően három fát tartalmaz. Az egyik leírja az alaptermék árfolyamának alakulását (a diszkrét modellben felvehető értékeket), a másik az adott állapotokhoz tartozó valószínűségeket tartalmazza, a harmadik fa a származtatott termék árának alakulását foglalja magában.

Az összekapcsolódó binomiális fák módszerében az alapmodellben levő valószínűséget tartalmazó fát többfelé bontjuk aszerint, hogy az melyik halmozott termelési döntési szinthez (Ω) tartozik. A kapott valószínűségi fák elemei megmutatják, hogy hány százalék az esélye annak, hogy az alaptermék az adott árfolyam értéken tartózkodik az adott halmozott döntési szint mellett.

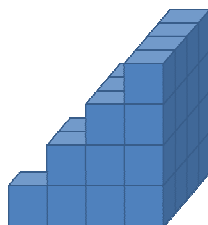
Amennyiben a vizsgált intervallumot N részre osztunk fel, a kiindulási ($t=0$) időponttal együtt $N+1$ darab időpontunk és $N+1$ lehetséges halmozott emissziós szintünk lesz, amihez $N+1$ darab valószínűségi fát kell használnunk. Az Ω halmozott döntési változó magasabb értékeit képviselő valószínűségi fákban nem-nulla valószínűségek csak a későbbi lépések esetében fordulhatnak elő: a magas halmozott termelési döntés szintek a kezdeti időszakban lehetetlen események. Az utolsó lépésben a legmagasabb halmozott döntési és emissziós szinthez tartozó fa eleme is kaphat nem zérus értéket.

3 részre osztott intervallum esetén 4 fát alkalmazunk, a lehetséges nem nulla valószínűségekkel rendelkező pontokat a binomiális fákban a következő ábra szürkével satírozva szemlélteti:



54. ábra: Az összekapcsolódó valószínűségi fák lehetséges nem nulla értékei.

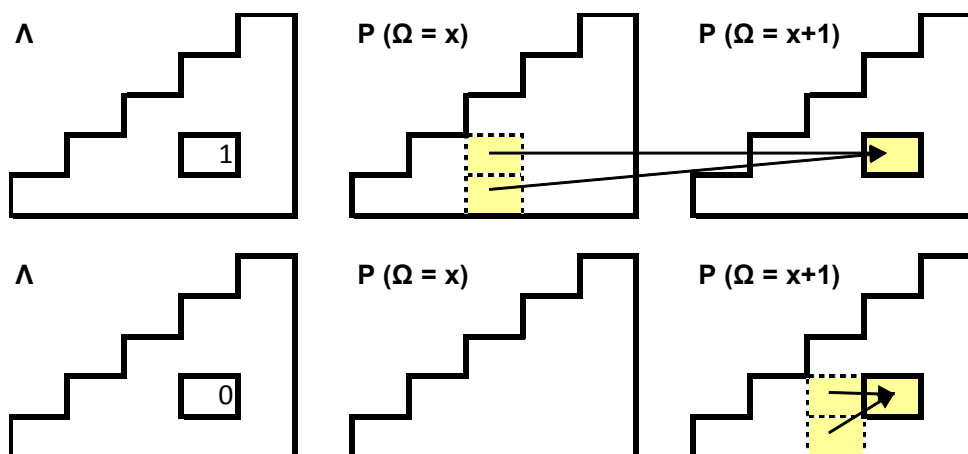
Alternatív megközelítéssel a négy darab valószínűségi fa helyettesíthető egy darab, háromdimenziós fával, melynek vízszintes szeletei az egyes két dimenziós fák releváns, nem nulla valószínűséget tartalmazó részei, amik az adott halmozott döntési szintekhez tartozó valószínűségeket tartalmazzák:



55. ábra: Háromdimenziós binomiális valószínűségi fa.

A háromdimenziós binomiális fa könnyebben érthető, az ábrázolása ugyanakkor nehezebb, ezért a továbbiakban a kétdimenziós árfolyamfákat (az egyes szeleteket) használok az ábrázoláshoz.

A halmozott döntési szintekhez tartozó valószínűségek között speciális kapcsolat van. Adott halmozott döntési szinthez tartozó állapotba csak kétféleképpen lehet jutni: vagy az eggyel alacsonyabb halmozott döntési szinthez tartozó állapotokból, vagy ugyanahhoz a fához tartozó állapotokból. Adott árfolyamhoz és halmozott döntési szinthez tartozóan tehát kétféle dolog történhet: ha az árfolyam a kritikus érték (kötési árfolyam) felett van, akkor a vállalat a termelés mellett dönt, az Ω érték eggyel emelkedik, és ekkor a valószínűséget az eggyel kisebb Ω értékhez tartozó fából kiindulva kell számolnunk. Ellenkező esetben (ha az árfolyam a kritikus érték alatt van, és a vállalat nem termel) az emissziós szint változatlan, a valószínűséget ezért az adott fa előző lépéseihez tartozó két állapotból kiindulva kell számolnunk:



56. ábra: A valószínűségi fák összefüggésének szemléltetése két különböző esetben (felső sor: $\Lambda=1$, alsó sor: $\Lambda=0$).

A valószínűségi fák összefüggéseit formálisan is kifejezhetjük. Az l -edik valószínűségi fa k -adik lépésének a j -edik árfolyam pontjában a valószínűség érték számítása (S : árfolyam, K : kötési árfolyam, p : felfelé történő elmozdulás valószínűsége, $q=1-p$ a lefelé történő elmozdulás valószínűsége):

$$P(k, j, l) = \begin{cases} \text{ha } S(k, j) > K \Rightarrow \Lambda = 1 & O(k-1, j-1, l-1) \cdot p + O(k-1, j, l-1) \cdot q \\ \text{ha } S(k, j) \leq K \Rightarrow \Lambda = 0 & O(k-1, j-1, l) \cdot p + O(k-1, j, l) \cdot q \end{cases}$$

$$O(k, j, l) := \begin{cases} \text{ha } k \geq j, l \text{ valamint } k, j, l \geq 0, & P(k, j, l) \\ \text{egyébként} & 0 \end{cases} \quad 74.$$

Egy példán keresztül bemutatva a számítást, tegyük fel, hogy az egyéb változó költség nélküli spread geometriai Brown mozgású, az induló értéke $S_0 = 3.1$, az éves drift $\mu = 0.1$, a volatilitás $\sigma = 0.2$, a vizsgált intervallum 1 év, amit háromfelé bontunk. Az árfolyam alakulás modelljének paraméterei: $\Delta t=0.33$, $u = 1.224$, $d = 0.8909$, $p = 0.6176$, $q = 0.3824$. Tegyük fel, hogy az egyéb változó költség tag 3, azaz az erőmű akkor dönt a termelés mellett, ha az egyéb változó költség nélküli spread értéke nagyobb, mint 3. A lehetséges árfolyam értékeket, a hozzá tartozó P valószínűségeket és a Λ döntési változó értékeket a következő fák tartalmazzák:

3	S(j,k)				4.4	3	P _s (j,k)				23.6%	3	Λ(j,k): S(j,k)>=X				1
2					3.9	2				38.1%	2				1	1	
1		3.5			3.1	1		61.8%		47.2%	1		1		1	0	
0	3.1		2.8		2.5	0	100.0%		38.2%	14.6%	0		0		0	0	
j, k	0	1	2	3	j, k	0	1	2	3	j, k	0	1	2	3			
						100.0%	100.0%	100.0%	100.0%								

57. ábra: Binomiális fakkal modellezett spread és termelési döntési folyamat.

Mivel az időtartamot három részre bontottuk, négy halmozott döntési szinthez tartozóan négy binomiális valószínűségi fa tartozik a folyamathoz:

3	$P_{\Omega=1}(j,k)$				0.0%	3	$P_{\Omega=2}(j,k)$				0.00%
2				0.0%	0.0%	2				0.00%	0.00%
1			0.0%	0.0%	9.0%	1		61.76%	23.62%	9.03%	
0	100.0%	38.2%	14.6%	5.6%		0	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	
j, k	0	1	2	3		j, k	0	1	2	3	
	100.0%	38.2%	14.6%	14.6%			0.0%	61.8%	23.6%	9.0%	
3	$P_{\Omega=3}(j,k)$				0.0%	3	$P_{\Omega=4}(j,k)$				23.6%
2				38.1%	14.6%	2				0.0%	29.2%
1			0.0%	23.6%	9.0%	1		0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
0	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
j, k	0	1	2	3		j, k	0	1	2	3	
	0.0%	0.0%	61.8%	23.6%			0.0%	0.0%	0.0%	52.7%	
4	$P_{\Omega}(\Omega,k)$				52.7%	4	$P_S(j,k)$				23.6%
3				61.8%	23.6%	3				38.1%	43.8%
2			61.8%	23.6%	9.0%	2		61.8%	47.2%	27.1%	
1	100.0%	38.2%	14.6%	14.6%		1	100.0%	38.2%	14.6%	5.6%	
Ω, k	0	1	2	3		j, k	0	1	2	3	
	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%			100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	

58. ábra: Binomiális fákkal modellezett halmozott emissziós folyamat.

A példában 4 féle Ω halmozott döntési (emissziós) szint lehet, ezért 4 valószínűségi fa kell a modellezéshez (felső két sor). Az egyes valószínűségi fák alatt látható vastagon bekeretezett valószínűségek az adott Ω értékhez tartozó fa, k -adik lépéséhez tartozó valószínűségek összegeit tartalmazza, amiket „továbbviszünk” a keresett, Ω és k értéktől függő, halmozott emisszió valószínűségi fájába (alsó sor bal oldali fa). Ennek oszlopai tartalmazzák a keresett folytonos sűrűségfüggvény diszkrét közelítését. Az utolsó sor jobb oldalán levő binomiális fában összeadtam a négy különböző Ω értékhez tartozó fa valószínűségeit, a kapott értékek megegyeznek az alap folyamat (lásd a megelőző ábra) valószínűségi fájában levő értékekkel. Amint látható, a különböző Ω halmozott emissziós szintekhez tartozó valószínűségi fák összege egyenlő az alap árfolyamfolyamat valószínűségi fájával. Ennek oka az, hogy a módszerrel nem tettünk mást, mint speciális módon szétválasztottuk az árfolyam folyamatot azonos halmozott emissziót tartalmazó rész-folyamatokra. A halmozott emisszió valószínűségi fájának utolsó lépéséhez tartozó

értékeiből elkészíthető az időszak végi emisszió sűrűségfüggvényének közelítése, ami esetünkben balra ferde és enyhén „U” alakú:

Ω	1	2	3	4
P	14.6%	9.0%	23.6%	52.7%

6. táblázat: A halmazott döntési változó diszkrét sűrűségvektora.