

Radnai Márton

Határidős indexpiacok érési folyamata

Budapesti Közgazdaságtudományi és Államigazgatási Egyetem

Pénzügy tanszék

Témavezető:

Dr. Száz János

Minden jog fenntartva

Budapesti Közgazdaságtudományi és Államigazgatási Egyetem

Közgazdaságtani Ph. D. program

Határidős indexpiacok érési folyamata

Ph. D. értekezés

Radnai Márton

Budapest

2003

Tartalomjegyzék

I. BEVEZETÉS	3
II. KORÁBBI KUTATÁSAIM ÖSSZEFOGLALÁSA.....	5
1. Magyar részvények Budapesten és Bécsben	5
2. A kárpótlási jegy árfolyamának modellezése	7
3. Az arbitrázslehetőségek általános elemzése	9
III. AZ ELMÉLETI ÉS EMPIRIKUS IRODALOM ÁTTEKINTÉSE	11
1. Határidős indexpiacok tökéletlenségei az irodalomban	11
2. Futures és forward árfolyamok eltérése az irodalomban.....	25
IV. FELHASZNÁLT MÓDSZEREK	31
1. Elméleti ár és az árazási hiba.....	31
2. Semleges sáv.....	33
3. Futures és forward árfolyamok általános modellje.....	35
V. ELMÉLETI EREDMÉNYEK	42
1. Határidős indexárfolyamok tőke- és rövidre eladási korlátok esetén.....	42
2. Határidős indexárfolyamok lognormális árfolyamok esetén	59
VI. EMPIRIKUS EREDMÉNYEK	63
1. A BUX összetétele és számítása.....	63
2. A BÉT azonnali és határidős piacai.....	66
3. Tranzakciós költségek	74
4. Kihasztnálatlan arbitrázslehetőségek.....	75
5. Az árazási hiba elemzése napi adatokon	76
6. Az árazási hiba elemzése üzletkötési adatokon.....	84
7. A futures és forward árfolyamok eltérésének elemzése napi adatokon.....	92
VII. VÉGKÖVETKEZTETÉSEK	98
IRODALOMJEGYZÉK	100

I. Bevezetés

A tőzsdeindexekre¹ vonatkozó határidős szerződéseket² 1982-ben az USA-ban vezették be először. Bevezetésük előtt sokakat foglalkoztatott a kérdés, hogy hogyan határozható meg a tőzsdeindex egyensúlyi határidős ára. A kérdés igen könnyen megválaszolhatónak tűnt annak az elvnek a felhasználásával, hogy hatékony piacon nincs arbitrázs. Tekintsünk el az osztalékfizetéstől, és tegyük fel, hogy a betéti és hitelkamatláb állandó és egyenlő. Az a befektető, aki az index összetételével azonos arányban megvásárolja a benne szereplő részvényeket, és eladja az indexet határidőre, egy olyan pozíciót hoz létre, aminek értéke a határidős kötés lejáratakor biztosan a határidős kötés ára. Egy ilyen pozíció tulajdonképpen egy olyan kockázatmentes kötvénnyel egyenértékű, amely a futamidő végén éppen a határidős árat fizeti ki.

Mivel a befektetőnek mindegy, hogy megveszi az indexportfoliót és eladja határidőre a határidős árfolyamon, vagy vesz egy kockázatmentes kötvényt, a határidős árnak éppen annyival kell magasabbnak lennie az index mai értékénél, mint amennyi az időarányos kockázatmentes kamat - különben arbitrázsstevékenység lép fel.³

¹ A tőzsdeindex a tőzsdén forgó részvények egy csoportja árának súlyozott átlaga (általában egy konstanssal szorozva, hogy nagyságrendje részvényárakhoz hasonló legyen). Az árak súlyozása sokféleképpen történhet, leggyakrabban a tőzsdei kapitalizáció alapján, vagyis a tőzsdére az adott részvényből bevezetett részvények összértékével súlyozzák őket. Részletesebben lásd Ábel-Sándor [1992] és Fazakas [1992] műveit.

² A határidős szerződés két fél között egy értékpapír előre rögzített, jövőbeli időpontban és előre rögzített áron történő adásvétele. Például 2002 júniusában két cég megállapodik, hogy az eladó a vevőnek 2002. szeptember 15-én 6000 forintért elad 100 részvényt. A vevő akkor nyer, ha 2002 szeptemberében az aznapi ár magasabb 6000 forintnál, az eladó pedig akkor, ha alacsonyabb.

³ Ezt az arbitrázst az angolszász gyakorlatban "Cash and Carry"-nek nevezik. Magyarul "Vedd és vidd" arbitrázsnak fordíthatnánk.

A fenti egyszerű érveléssel szemben a kereskedés megkezdését követő évben a határidős árak szisztematikusan eltértek az elméletileg jósolt értékektől, ezért az irodalomban komoly vita bontakozott ki ennek az eltérésnek a magyarázatáról. Voltak, akik tranzakciós költségekkel, mások adózással, megint mások intézményi rugalmatlansággal magyarázták az eltéréseket. Az idő multával az eltérések egyre kisebbé váltak - a piac megérett, és mára az S&P 500 határidős ára az elméleti ár körüli szűk sávban ingadozik. Az amerikai példa nyomán a világ egyre több tőzsdéjén vezettek be hasonló határidős kontraktusokat - és érdekes módon a bevezetést követő években máshol sem teljesültek maradék nélkül az arbitrázs-összefüggések. A bevezetést követően pedig ismét csak a szokásos érési folyamat zajlott le.

A dolgozatban három fő célkitűzést valósítok meg: egyrészt egy olyan modellt építetek, amely magyarázatul szolgál a határidős indexpiacokon fellépő kezdeti árazási hibákra, illetve későbbi eltűnésükre. Másodszer modellt építetek a futures és forward árfolyamok eltérő elszámolásából adódó árazási következmények vizsgálatára a határidős indexpiacokon. Harmadrészt pedig elemzem a BUX, a Budapesti Értéktőzsde indexe határidős árának eltérését az elméleti értékétől a kereskedés megkezdése óta eltelt években, és tesztelem elméleti modelleimet az adatokon.

A dolgozat felépítése a következő: a második részben a témához kapcsolódó korábbi kutatásaimat mutatom be. A harmadik részben áttekintem a határidős piacok tökéletlenségeit és a futures és forward árfolyamok eltérését elemző nemzetközi irodalmat. A negyedik részben egységes keretben ismertetem az irodalomban alkalmazott módszereket és modelleket. Az ötödik részben mutatom be saját modelleimet. A hatodik részben bemutatom a magyar intézményi keretek időbeli változását és itt található a határidős árak empirikus elemzése: áttekintem az árazási hiba alakulásának statisztikai jellemzőit, valamint tesztelem modelljeimet. A dolgozatot végül a hetedik részben a végkövetkeztetések megfogalmazásával zárom.

II. Korábbi kutatásaim összefoglalása

Kutatásaimban kiemelt szerepet foglalnak el az arbitrázslehetőségekkel kapcsolatos cikkek. A magyar pénzügyi piacok 1990-es újraindulása óta eltelt időszakának története az arbitrázslehetőségek története is volt - számos új pénzügyi termék megjelenését követte átmenetileg valamilyen arbitrázslehetőség. Cikkeimben az arbitrázslehetőségek fellépésének okaival, valamint ökonometriai vizsgálatokkal foglalkoztam.

1. Magyar részvények Budapesten és Bécsben

Első tárgyban készült cikkem Radnai [1993], amelynek címe „Magyar részvények Budapesten és Bécsben” volt. Megállapítottam, hogy tökéletes tőkeáramlás és tranzakciós költségek jelenléte esetén egy részvény ára két tőzsdén csak a felmerülő tranzakciós költségek mértékének megfelelő százalékkal térhet el, amelyet a Budapesten és Bécsben jegyzett részvények esetén 1993-ban 4%-ra becsültem. A vizsgált időszakban érvényes kötött devizagazdálkodás szabályai szerint az arbitrázs végrehajtása a magyar magán- és jogi személyek számára engedélyköteles volt, a külföldiek számára viszont nem. Bemutattam, hogy az arbitrázs-összefüggés fennállásához elegendő az, ha csak az egyik ország szereplői számára engedélyezett az arbitrázs.

Felvázoltam egy olyan modellt is, amelyben az egyik ország befektetőinek az adott részvénytől elvárt hozama alacsonyabb a másik ország befektetőinek elvárt hozamától, és a modell következtetése az volt, hogy ebben az esetben a két árfolyam között tartósan fennmarad a tranzakciós költségek indokolta szélességű sáv (a részvény ára nyilván abban az országban alacsonyabb, ahol magasabb az elvárt

hozam), és a részvény tulajdonosaivá fokozatosan az alacsonyabb elvárt hozamú ország befektetői válnak.

Empirikus vizsgálataimban az IBUSZ és a Fotex részvény árfolyamait hasonlítottam össze a BÉT megnyitása, 1990 júniusa és 1992 decembere között néhány kiemelt időszakban.

Az IBUSZ részvény bevezetését követő négy hónapban (1990. június 22.-1990. szeptember 14.) az IBUSZ részvény bécsi ára szinte végig magasabb volt a budapesti árnál, néha közel 10 %-kal. A budapesti ár és az előző napi bécsi ár között szignifikáns összefüggés volt megfigyelhető az autokorreláció kiszűrése után is, tehát a budapesti ár a bécsit „követte”. A tranzakciós költségek indokolta sáv szélességét (6%) az eltérések többször is meghaladták, így ebben az időszakban maradtak kihasználatlan arbitrázslehetőségek.

A Fotex bevezetése utáni időszakban (1990. november 19.-1991. február 27.) a piac már érettebb állapotot mutatott. Mindkét részvény két országbeli árfolyama közti különbség általában alatta maradt a becsülhető tranzakciós költségeknek (IBUSZ 6%, Fotex 7%), így a szereplők valószínűleg lehetőségeiket jórészt kihasználták. Az időszak közepén, 1991. január 7-én a forintot 15%-kal leértékelték, ezt megelőzően Bécsben, azt követően viszont általában Budapesten voltak alacsonyabbak az árfolyamok.

Az utolsó vizsgált időszakban (1992. szeptember 1. és 1992. december 30. között) viszont ismét furcsa jelenségeket tapasztalhattunk. A Fotex ára a korábban tapasztalt módon végig a becsült sávon belül maradt (akkor már csak 5%), az IBUSZ részvény két ára azonban év végén elszakadt egymástól: a budapesti ár az év végén közel 50%-kal meghaladta a bécsi árat. Az időszak alatt többször is megfigyelhető volt az arbitrázsstevékenység (az árak egymás irányába történő egyidejű elmozdulása), de ez nem volt elég arra, hogy a különbségeket kiegyenlítse. A jelenséget piaci szereplők

az árfolyam-beállítási akcióval magyarították, de érthetetlen, hogy miért nem vásároltak és hoztak át Bécsből részvényeket a külföldi brókercégek ebben az időben. Kijelenthető, hogy ebben az időszakban is maradtak kihasználatlan arbitrázslehetőségek.

2. A kárpótlási jegy árfolyamának modellezése

A témában második jelentős publikációm Radnai [1995], amely az izgalmas “A kárpótlási jegy a Magyar tőkepiac Jolly Jokere” címet kapta, mivel a kárpótlási jegyet sokféle vagyontárgyra lehetett beváltani (föld, részvény, életjáradék stb.), hasonlóan a francia kártyából ismert Jolly Joker-hez.

Cikkemben megállapítottam, hogy a kárpótlási jegy egyensúlyi árát hosszú távon nem lehet megállapítani, mivel a kárpótlási törvényekben nem lett egyértelműen meghatározva az a vagyontömeg, amire a jegyeket be lehet váltani, és nem határozták meg a beváltás feltételeit sem. Ezt támasztotta alá az az egyszerű empirikus vizsgálat is, amely semmilyen statisztikai összefüggést nem mutatott ki a kárpótlási jegy és egy a BÉT-en forgó részvényekből összeállított portfólió napi hozamai között.

Bizonyos időszakokban azonban - ilyenek voltak az egyes részvénycserék illetve az E-hitellel végzett privatizációk időszaka – a beváltás konkrét feltételeit meghatározták, és ezekre az időszakokra néhány elméleti összefüggést fel lehetett állítani.

A privatizáció során bizonyos vagyontárgyak esetében a befektetők kárpótlási jeggyel és kedvezményes 7%-os kamatozású, 15 éves lejáratú E-hitel is fizethettek. A befektetők nyilván mindig azt a lehetőséget helyezték előtérbe, amely olcsóbbnak bizonyult – így az E-hitelek piaci értéke felső korlátot jelentett a kárpótlási jegyek árfolyamára nézve. Mivel az E-hitelek jelenértéke a piaci kamatláb függvényében

csökkent, a kárpótlási jegy árának felső korlátja is csökkent a piaci kamatláb függvényében.

A részvénycserék esetében az állam névértéken fogadta el az akkoriban a névérték feléért a tőzsdén megvásárolható kárpótlási jegyeket, így arbitrázslehetőséget biztosított a cserék résztvevőinek. Az óriási túlkereslet kezelésére a cserék során elsőbbséget nyújtottak azoknak a kárpótlási jegy tulajdonosoknak, akik a jegyek eredeti jogosultjai voltak, azaz akik nem a másodlagos piacon vásárolták a jegyeket.

Ennek hatására kialakult a „határozatos” jegyek forgalma – az eredeti jogosultak biankó meghatalmazásokat töltöttek ki a vevők számára és átadták a jogosultságról szóló határozatokat is nekik, a vevők pedig fizetett sorbanállókka cseréltették be a jegyeket. Az így eladott jegyek emiatt többet értek, így kettős árfolyam alakult ki.

Mivel a túljegyzés során úgynevezett „kártyaleosztásos” allokációval (tehát jegyzésenként egyenlően) osztották el a részvényeket, és minden eredeti jogosult csak egy jegyzést adhatott le, a határozatos jegyek árfolyama a mennyiség függvényében csökkent. Ennek modellezésére egy egyszerű modellt dolgoztam ki, amely fix sorbaállási költséget tételezett fel, és a jegyzési helyek száma, a jegyzés ideje, a részvények piaci ára, a cserearány és a felajánlott részvények száma alapján számszerűsítette a határozatos jegyek árfolyamát. Az árfolyam a mennyiség növekedésével tartott a határozat nélküli jegyek árfolyamához.

Még egy beváltási lehetőség biztosított jól számszerűsíthető árfolyamot a jegyek számára: ez az életjáradékra váltás – ezt viszont csak a 65 évnél idősebb eredeti jogosultak igényelheték, és ezeknek a járadékoknak az „eladása” olyan nagy tranzakciós költségekkel járt volna, hogy nem alakult ki piaca. Biztosításmatematikai módszerekkel megállapítottam, hogy a kárpótoltnak érdemes volt az életjáradékot választani, a férfiak számára a járadék többet ért, mint a nők számára, és a járadék értéke a korról párhuzamosan is nőtt.

3. Az arbitrázslehetőségek általános elemzése

Az arbitrázslehetőségek keletkezésének okaival és a téves arbitrázsjelzésekkel is foglalkozott „Opciók és határidős műveletek” című jegyzetem (Radnai [1997]).

Az „igazi” arbitrázslehetőségeket (amelyeket tehát a piaci szereplők ki is tudnak használni) több csoportra osztottam:

1. Új pénzügyi eszköz megjelenése
2. Volatilis piaci helyzet
3. Állami beavatkozás

A legelső esetben általában azért jelentkezhettek arbitrázslehetőségek, mert a piaci szereplők nem mindig rendelkeznek a szükséges ismeretekkel, vagy elegendő tőkével arra, hogy kihasználjanak egy arbitrázslehetőséget – összefoglalóan az intézmények kialakulatlanok az arbitrázslehetőség eltüntetésére. Erre volt jó példa az IBUSZ részvény bevezetése utáni helyzet, vagy a BUX határidős kötések esetén a bevezetés utáni években fennálló arbitrázslehetőség, amelyet részletesen később elemzünk.

A nagyon volatilis piaci helyzet rendkívüli események hatására következhet be (például egy tőzsdekrach), amikor a szereplők nem tudnak egyből reagálni az arbitrázslehetőségek megjelenésére.

Az állam, mint sok más területen, arbitrázslehetőségek terén is kínál néhány jó lehetőséget annak, aki szemfüles. Ilyen arbitrázslehetőség volt az, amikor a német újraegyesítéskor a keletnémet márkát egy ideig egy az egy arányban váltották be nyugatnémet márkává, vagy ide sorolhatóak a már szintén említett kárpótlási jegyes részvénycserék is.

Részletesen elemeztem azt is, hogy melyek azok az esetek, amikor az arbitrázs-összefüggések nem teljesülése nem jár együtt kihasználatlan profitlehetőségekkel (ezeket „téves” arbitrázsjelzéseknek neveztem). Ide sorolhatóak az eltéréseket meghaladó mértékű tranzakciós költségek, intézményi korlátok (például a rövide eladás hiánya, vagy a tőkeáramlás korlátozása), az illikviditás, valamint a végrehajtási kockázat.

Végül pedig bemutattam, hogy nincs ellentmondásban az arbitrázslehetőségek jelenléte azzal, hogy a pénzügyi modellek a „nincs arbitrázs” feltételezésével élnek. Elképzelhető, hogy bizonyos szereplők alacsonyabb tranzakciós költségekkel tudnak üzletelni, mint az egyensúlyi árfolyamot kialakító befektetők – ekkor ők arbitrázsprofitra tehetnek szert, de az egyensúlyi árfolyamot nem befolyásolják. Az is elképzelhető, hogy az arbitrázslehetőségek minden szereplő számára adottak, de mennyiségük korlátozott – az egyensúlyi árfolyamot kialakító befektetőnek ezért nem jut már belőlük.

III. Az elméleti és empirikus irodalom áttekintése

1. Határidős indexpiacok tökéletlenségei az irodalomban

A bevezetőben már említett S&P 500 határidős kontraktus árának eltérése az elméleti ártól komoly szakmai vitát indított el az irodalomban. Az alábbiakban áttekintjük néhány, témánkat illetően meghatározó jelentőségű publikáció legfontosabb megállapításait.

Cornell és French [1983a] az elméleti árat a már ismertetett arbitrázs-összefüggések segítségével határozták meg. Modelljükbe azonban bekapcsolták a tranzakciós költségek (brókeri jutalékok az azonnali és a határidős piacokon, illetve a vételi és eladási árfolyamok eltérése) jelenlétét is. Ebben az esetben az elméleti ár körül egy úgynevezett *semleges sáv* alakul ki, amelyen belül a határidős ár szabadon mozoghat anélkül, hogy lenne arbitrázs, mivel a költségek a teljes nyereséget elvinnék. Cikkükben feltételezték, hogy a tranzakciós költségek az index értékével arányosak.

A határidős S&P 500 kereskedésének megkezdése utáni időszakban (1982 és 1984 között) azonban az árak nem a modell előrejelzéseinek megfelelően alakultak, hanem azoktól alaposan eltértek, és a különbség tartósan nagyobb volt annál, amit a tranzakciós költségekkel meg lehetett magyarázni. A valóságban ugyanis a határidős index értéke az azonnali indexérték alatt volt (ami csak negatív kockázatmentes kamatláb esetén létezhet, ha nincs arbitrázs). Az árazási hiba⁴ (amit az aktuális ár és az elméleti ár százalékos eltéréseként definiálunk) autokorrelált volt, és a lejárat közeledtével fokozatosan csökkent.

⁴ A angol nyelvű szakirodalomban általánosan használt "mispricing" kifejezést a cikkben árazási hibának

nevezzük. Képlettel $M = \frac{F^a - F}{F}$, ahol F^a a tényleges határidős ár, míg F az elméleti határidős ár.

Cornell és French [1983b] a diszkont tartós fennmaradását azzal magyarázták, hogy az arbitrázspozíció két oldalán, vagyis az indexportfolión és a határidős kötésen elért nyereség eltérő módon adózik. A portfolión elért nyereség csak abban a pillanatban adózik, amikor a portfoliót eladja tulajdonosa, míg a határidős eladáson elért nyereséget illetve veszteséget a napi elszámolás miatt minden nap könyvelik. Ha egy arbitrázspozíció tehát átnyúlik a következő adózási évre, és az indexportfolión nyereségünk van, most le kell adóznunk egy olyan nyereséget, amit jövőre, a pozíció lezárásakor egy kisebb, de jelentős veszteség fog ellentételezni. Az ügyletben ezért egy bújtatott, úgynevezett “adóidőztési” opció van.

Ezt az érvet Figlewski [1984a] két irányból is támadta. Egyrészt az adókulcsok nem egyenlők minden piaci szereplő számára, így az adóidőztési opciót is különböző mértékben értékelik (aki nem fizet adót, mert például veszteséges, az nem értékeli semennyire - sőt, ha a diszkont emiatt állna fel, ez a szereplő extraprofitra tehetne szert egy ilyen ügylettel). Másrészt a befektetők soha sem említették ezt az opciót azok között a tényezők között, amelyek döntéseikre hatással vannak.

Számos további cikk próbálta az árazási hibát megmagyarázni - a legtöbben piaci tökéletlenségek jelenlétét tételezték fel az elemzésben. Modest és Sundaresan [1983] szerint a diszkontok fő okai a kölcsönzött értékpapír eladásakor (short selling)⁵ fellépő akadályok voltak. Néhány piaci szereplő számára ugyanis az eladott részvényekből befolyó bevétel csak egy része volt felhasználható, így az arbitrázs költségei tovább nőttek (kamatveszteségeket szenvedtek).

A fenti érvekkel azért nem értett egyet Figlewski [1984a], mert az említett hatást nem tartotta olyan mértékűnek, ami az eltérések tartós, megfigyelt mértékű fennmaradását magyarázta volna. Hiányolta emellett annak magyarázatát, hogy

⁵ Ez azt jelenti, hogy valaki olyan értékpapírt ad el, amely nincs a tulajdonában. A (nemzetközi) gyakorlatban ez értékpapírok kölcsönvételével valósítható meg, amiért a kölcsönadó jutalékot számít fel.

miért állnak elő egyáltalán arbitrázslehetőségek - a részvényekkel rendelkező befektetők miért nem értékesítik részvényeiket és vásárolják vissza őket határidőre.

Figlewski [1984a] más magyarázattal szolgált: szerinte a diszkontok fő oka az új piaccal kapcsolatos ismeretek hiánya és az arbitrázslehetőségekre csak lassan reagáló intézmények voltak - így a piac átmenetileg nem került egyensúlyba. Cikkében a NYSE és az S&P 500 határidős kontraktusok elméleti ártól való eltérését vizsgálta 1982. június 1. és december 20. között. Megállapította, hogy az indexek határidős árai mindkét index esetében folyamatosan az elméleti ár alatt voltak. A százalékos eltérés autokorrelált volt, és a lejárat közeledtével csökkent. Csökkent továbbá időben is - az átlagos eltérés kisebb volt a minta második felében, mint az elsőben. Ez utóbbit Figlewski a piaci egyensúlyhoz közeledés bizonyítékának tekintette.

Figlewski [1984b] másik cikkében az arbitrázs megvalósításakor fellépő kockázatokra hívta fel a figyelmet. Kiemelte, hogy a gyakorlatban a fizetendő osztalékok mértéke nem jelezhető tökéletesen előre, valamint az arbitrázsörök nem vásárolják meg az indexben szereplő összes részvényt az arbitrázs végrehajtásához, így pozíciójuk kockázatokat hordoz. Ennek minimalizálása érdekében nem a megvásárolt portfólióval egyenértékű darabszámú határidős kötetet adnak el, hanem annyit, amely az együttes portfólió hozamának varianciáját minimalizálja. Ebben a cikkben már 1982. június 1. és 1983. szeptember 30. között vizsgálta az S&P 500 árazási hibáját. Megállapította, hogy az árazási hiba végig szignifikáns volt, bár a minta első harmadában negatív, később pedig pozitív volt az előjele. Az árazási hiba autokorreláltsága nőtt az idő előrehaladtával, korrelációja viszont csökkent az index értékével.

Gould [1988] bemutatta, hogy a semleges sáv tovább nő, ha a betéti és hitelkamatlábak eltérőek. Ebben az esetben a tranzakciós költségek egy új elemmel bővülnek, és ez az elem a korábbiaktól (jutalékok, vételi és eladási árfolyamok

különbsége) eltérően nem az indexérték állandó százaléka, hanem a bázis (a határidős és az azonnali ár különbsége) állandó százaléka. Az indexérték százalékában kifejtett árazási hiba ezért a lejárat közeledtével folyamatosan csökken. Ha például az azonnali indexérték 100, a hitelkamatláb 11%, a betéti kamatláb pedig 9%, az index egy éves határidős ára 109 és 111 között lehet, fél éves határidős ára pedig 104,5 és 105,5 között lehet (a többi tranzakciós költségtől természetesen eltekintettünk). Az árazási hiba ezért egy évvel a lejárat előtt $\pm 1\%$, fél évvel a lejárat előtt pedig $\pm 0,5\%$.

Cikkében emellett példaként az 1987. január 23-i nap üzletkötéseit is vizsgálta, amikor az S&P 500 értéke 13 óra 20 perc és 13 óra 50 perc között mintegy $4,6\%$ -ot esett. Eközben a határidős ár először lefelé, majd pedig felfelé tört ki a semleges sávból.

Néhány tanulmány arra is rámutatott, hogy vannak olyan tényezők, amelyek csökkentik a semleges sáv szélességét. Merrick [1989] megmutatta, hogy ha az árazási hiba előjele változik, az arbitrázspozíciót érdemes megszüntetni (és esetleg a másik irányba átfordítani) a határidős kötés lejáratára előtt. Ez egy opció, amellyel az arbitrázs végrehajtója élhet, így ennek értéke van. Ha például valaki egy arbitrázspozíciót azért nyit, mert mondjuk pozitív az árazási hiba (tehát a határidős ár magasabb, mint elméletileg indokolt lenne), biztos profitot ér el, ha a pozíciót lejáratig megtartja. Ha azonban az árazási hiba lejárat előtt előjelet vált, a profitot korábban beszédheti, illetve, ha a pozícióját megfordítja, még növelheti is. Az arbitrázs ezért magában foglal egy amerikai típusú vételi opciót. Brennan és Schwartz [1990] próbálták meg értékelni ezt az opciót a már említett korlátozott pozíciós limit modelljükkel (egy külső eredetű, autoregresszív folyamatot feltételezve az árazási hiba mozgására). Sajnos azonban az exogén sztochasztikus folyamat feltételezése nem reális, hiszen az opció értéke hatással van arra, hogy milyen széles a semleges sáv (minél többet ér az opció, annál keskenyebb), az pedig

visszahat az árazási hiba nagyságára. Ennek az opciónak az értékelése ezért komoly nehézségekbe ütközik.

Brennan és Schwartz [1990] azt bizonyították be, hogy ha a határidős piacon a szereplőknek pozíciós limiteik vannak (például meg van határozva az a legnagyobb vételi vagy eladási pozíció, amit egy befektető vagy bróker a határidős indexekből birtokolhat), az is a semleges sáv szélesedéséhez vezet.

A témával foglalkozó empirikus tanulmányok közül az egyik legátfogóbb MacKinlay és Ramaswamy [1988] cikke, akik szintén az S&P 500 indexre kötött határidős kötések áraiban található árazási hibát elemezték. Cikkükben az árazási hibát három tényezőnek tulajdonítják: a már említett osztalékbecslésből és az index nem tökéletes fedezéséből adódó kockázat mellett említik a kamatlábak változásából adódó kockázatot is. A napi nyereség-veszteség elszámolás miatt a tőzsdei határidős szerződések ára ugyanis csak akkor egyezik meg a tőzsdén kívüli határidős szerződések árával, ha a finanszírozási kamatláb alakulása független az index alakulásától (az ezzel foglalkozó cikkek részletes összefoglalását találjuk meg a következő pontban).

A vizsgálatba az 1983 szeptembere és 1987 júniusa között lejáró határidős kötésekent vonták be⁶, napon belüli adatokat vizsgálva (szándékosan kihagyták tehát a Figlewski [1984a] által elemzett, 1982-83-as időszakot, amikor az arbitrázslehetőségek a legnagyobbak voltak). Megállapították, hogy a határidős árak változékonyabbak, mint az azonnali árak, valamint hogy az árazási hiba a lejárat közeledtével csökken, és autokorrelált. Az előbbit az arbitrázsstratégiákban rejlő kicsi, de el nem hanyagolható kockázatoknak, míg az utóbbit annak tulajdonították (Merrick-hez hasonlóan), hogy az arbitrázsörök korábban zárják pozícióikat, mint hogy az árak a semleges sáv másik széléig elmennének, így hozzájárulnak az árazási

⁶ A határidős kötések lejáratái a legtöbb tőzsdén szabványosítva vannak, a lejáratú határidők általában március, június, szeptember és december egy-egy előre meghatározott napja.

hiba előjelének megmaradásához. Végül pedig azt találták, hogy az árazási hiba a piac "érésével" párhuzamosan átlagosan egyre alacsonyabb lett, egy idő után pedig tartósan a semleges sávban maradt. A későbbi kontraktusok esetén az árazási hiba abszolút értéke továbbra is csökkent a lejárat közeledtével, de ez a trend egyre gyengébbé vált.

A határidős indexkontraktusok nemzetközi elterjedésével párhuzamosan kiderült: a bevezetés utáni időszakok kínálta arbitrázslehetőségek nem kizárólag az S&P 500 esetében jelentkeztek.

A Nikkei 225 indexre vonatkozó határidős kötések esetében Brenner, Subrahmanyam és Uno [1989] azt tapasztalták, hogy a kereskedés megkezdése utáni időben jelentős mértékű volt az árazási hiba. A vizsgált minta az 1986 decembere és 1988 júniusa között lejáratú nyolc kontraktus volt. Az árazási hiba előjele változó, de általában negatív volt, és a negatív árazási hibák átlaga háromszorosa volt a pozitívoknak. A legnagyobb hibát az 1987 októberi tőzsdeválság idején tapasztalták, amikor is az árazási hiba a mínusz 10 százalékot is meghaladta. A szerzők ezt a rövidre eladási korlátokkal magyarázták (a vizsgált időszakban a befektetési alapok nem adhattak kölcsön értékpapírokat, és Japánon kívül a határidős indexpiacon sem jelenhettek meg, miközben határidős piac 1988-ig csak a szingapúri határidős tőzsdén, a SIMEX-en létezett). Az árazási hiba mértéke más empirikus vizsgálatokkal szemben esetükben nem csökkent a lejárat közeledtével, de autokorreláltságát ők is megfigyelték.

Eredményeiket Lim [1992] módszertani okok miatt kritizálta (a használt azonnali és határidős árak közötti 15 perces különbség nem hanyagolható el, kicsi a likviditás), azonban az eltérő minta miatt következtetéseiket nem cáfolta meg. Az általa használt, 1988 márciusa és 1989 szeptembere közötti időszakból vett 20, véletlenszerűen kiválasztott kereskedési napon az árazási hiba már sokkal kevésbé volt jelentős, szinte mindig csak az alacsonyabb tranzakciós költségekkel

szembesülő brókercégek számára jelentett arbitrázslehetőségeket, akkor is kis mennyiségekben.

Későbbi cikkükben már Brenner, Subrahmanyam és Uno [1990] is arról adnak hírt, hogy az első két év után az árazási hiba jelentősen csökkent, főleg a tranzakciós költségek csökkenésének és a rövidre eladási korlátok enyhítésének köszönhetően. Az 1988 szeptembere és 1989 augusztusa közötti időben az árazási hiba előjelében már nem volt tendencia, abszolút értéke pedig szinte végig 1,5 százalék alatt maradt.

Puttonen [1991] és [1993] a FOX, azaz a Helsinkii tőzsde opciós indexe határidős árának mozgását vizsgálta. Az 1988 novemberi indulás és 1990 vége közti nap végi adatokat elemezve jelentős, általában negatív árazási hibát tapasztalt. Eredményeit azzal magyarázta, hogy Finnországban nem alakult ki még az értékpapír-kölcsönzés intézménye, így nem lehetséges rövidre eladni a részvényeket, a részvényekkel rendelkező intézmények pedig még nem léptek a piacra. Eredményei emellett azt is bizonyították, hogy az árazási hiba magyarázata nem lehet a napi elszámolás finanszírozásának kamatkockázata (és így a forward és futures árfolyamok eltérése). A finn piacon ugyanis a változó letétet részvényben vagy állampapírban is lehetett tenni, a részvények pedig egy arbitrázspozíció esetén nyilván rendelkezésre álltak.

Yadav-Pope [1990] a FTSE-100 azonnali és határidős árait vizsgálták 1984 júliusa és 1988 június 30-a között, nap végi adatokból kiindulva. Érdeklődésük középpontjában az árazási hiba viselkedése állt az 1986. október 27-i „Big Bang”, azaz az angol tőkepiac jelentős deregulációja előtti és utáni időszakban. Megállapították, hogy hiba átlagosan mindkét időszakban negatív, de mértéke az első időszakban sokkal jelentősebb volt. A hiba autokorrelációra mindkét időszakban találtak bizonyítékokat, de a lejárat felé csökkenés csak az első

időszakban volt megfigyelhető, ha a becslést megtisztították az autokorreláció okozta torzítástól⁷.

Yadav-Pope [1994] cikkükben továbbra is a FTSE-100 azonnali és határidős árait vizsgálták. Mintájuk ekkor már az 1986 áprilisától 1990 márciusáig tartó időszakot tartalmazza, óránkénti megfigyelésekkel. Megállapításaik hasonlóak a korábbiakhoz: az árazási hiba kihasználatlan arbitrázslehetőségeket jelez, még akkor is, ha a tranzakciós költségeket és az elvárt kockázati prémiumot figyelembe vesszük. A hiba előjele változó, autokorrelált és abszolút értékének mértéke a lejárat közeledtével csökken. Érdekes megfigyelésük az, hogy az árazási hiba és az indexopciók implicit volatilitása között pozitív összefüggést találnak. Ez utóbbit a szerzők a kockázati prémiummal magyarázzák.

Bühler és Kempf [1995] a DAX, a német tőzsdeindex esetében végzett a fentiekhez hasonló vizsgálatot. A vizsgált adatsor 1990 szeptembere és 1992 decembere közötti, a legelső az 1990 márciusi, az utolsó pedig az 1993 júniusi kontraktus. Az árazási hibát napon belüli adatok alapján számították. Az árazási hiba átlaga minden kontraktus esetén negatív, de az idő előrehaladtával csökken. Az árazási hiba autokorrelált és a lejárat közeledtével csökken. A szerzők nemigen adnak magyarázatot az árazási hibák tartós fennállásának okára, mindössze azt említik, hogy az értékpapír-kölcsönzés költsége magas, és a pozíció fenntartási idejével arányos. Megállapítják azonban, hogy a negatív árazási hibák az esetek jelentős részében még az összes tranzakciós költség figyelembevételével is arbitrázslehetőségeket jelentettek.

⁷ Megjegyezzük, hogy annak ellenére, hogy az empirikus vizsgálatok szinte mindegyike megállapítja az árazási hiba idősorok autokorreláltságát, csak a Yadav-Pope [1990], a MacKinlay-Ramaswamy [1988], Bühler-Kempf [1995] és a Kempf [1998] cikkben találunk valamilyen eljárást az autokorreláció kivédésére az árazási hiba és a lejárat között fennálló regressziók becslésekor. Yadav és Pope Beach-Mackinnon [1978], a többiek Newey-West [1987] technikáját alkalmazták. Az árazási hiba abszolútértéke és a lejáratig hátralévő idő közti pozitív együtthatójú összefüggés általában kisebb mértékben, de a korrekció után is szignifikáns maradt.

A DAX esete azért különleges jelentőségű, mivel ez volt az első olyan index, amely esetén az index értékét korigálják az osztalékfizetéssel (mint majd később látni fogjuk, a BUX-ot is így számolják), így az arbitrázspozíció nem tartalmaz osztalékkockázatot. Másrészt mivel a DAX igen kevés (30) részvényt tartalmaz, a végrehajtási kockázat is sokkal alacsonyabb, mint a korábbi esetekben. Emellett mind az azonnali, mind pedig a határidős piacon elektronikus kereskedési rendszerek működtek, amik a végrehajtási kockázatot tovább csökkentették. A fentiek ellenére a megállapítások kísértetiesen hasonlítanak az amerikai, majd pedig a japán piacon tapasztaltakhoz. Ez azt mutatja, hogy az árazási hiba fennállását nem magyarázza egyedül az arbitrázsstratégia végrehajtásakor fellépő osztalékfizetési, vagy a végrehajtási kockázat.

Kempf [1998] cikkében a rövidre eladási korlátok és az arbitrázspozíciók korai lezárásának az árazási hibára kifejtett hatásával foglalkozik. Egy egyszerű, többperiódusú modellt épít az arbitrázsörök stratégiájának szimulálására. A modellben figyelembe veszi a tranzakciós költségeket és az arbitrázspozíciók korai lezárásának lehetőségét is. Feltételezi, hogy az árazási hiba egydimenziós véletlen bolyongási folyamat, amelyet az arbitrázsörök tevékenysége fékez, tehát a nulla (arbitrázsmentesség) irányába módosít. Modellje alapján előrejelzi az árazási hiba már ismert statisztikai jellemzőit, amelyeket ugyanazon a mintán tesztel, mint a Bühler-Kempf [1995] cikk. A cikk lényegében ugyanazt a magyarázatot hozza fel az árazási hiba magyarázatára (értékpapír-kölcsönzés magas költségei), mint a Bühler-Kempf [1995] cikk, újdonságnak talán az a megállapítás tekinthető, hogy az árazási hiba megfigyelt statisztikai jellemzői az arbitrázsörök magatartásának köszönhetőek.

Brailsford és Cusack [1997] ausztrál egyedi határidős részvénykontraktusok esetén foglalkozott az árazási hibával. Bár itt nem indexkontraktusokról van szó, a határidős részvénykontraktusok esetén ugyanazokkal az arbitrázsstratégiákkal és az őket akadályozó intézményi problémákkal találkozhatunk, mint az

indexkontraktusok esetében, ezért tapasztalataik is érdekesek lehetnek számunkra. Szerzők a Sydney-i határidős tőzsdére (SFE) bevezetett 10 egyedi részvénykontraktus árazását vizsgálták az 1994 májusa és 1995 novembere közti időszakban. Az árazási hiba átlaga negatív lett, és a lejárat közeledésével csökkent. Az eltérések magyarázatául a szerzők a meglehetősen bonyolult ausztrál osztalékadózási rendszert és az osztalékbecslésből adódó kockázatok okozta kockázati prémiumot említették. A cikkben emellett a hagyományos forward alapú elméleti ár mellett két más modellt (Ramaswamy-Sundaresan [1985], Hemler-Longstaff [1991]) is alkalmaztak az elméleti árak meghatározására, ezek közül a Hemler-Longstaff modell esetében az árazási hibák kisebbek lettek. Ez utóbbi modell abban tér el a hagyományos forward alapú elméleti ártól, hogy szerepel benne az alaptermék volatilitása, azaz napi logaritmikus hozamának szórása is (ezt a szerzők nem a múltbeli adatokból, hanem az opciók implicit volatilitásaiból számították). Megjegyezzük, hogy ez utóbbi összhangban van Yadav és Pope [1994] eredményeivel, akik az árazási hiba és az opciók volatilitásának korrelációját figyelték meg.

Fung és Draper [1999] a Hang Seng index esetében végzett vizsgálatokat. Cikkük az 1993 áprilisa és 1996 szeptembere közötti, kötésenkénti adatokat vizsgálta. A fő kérdés, amire választ kerestek az volt, hogy a rövidre eladási korlátozások enyhítése hogyan befolyásolta az árazási hiba mértékét. A minta három szabályozási időszakot ölelt fel: 1994 januárja előtt egyáltalán nem lehetett az indexben szereplő részvényeket rövidre eladni, 1994 január és 1996 március között 17 részvény esetében lehetővé vált kisebb korlátozásokkal (a Hang Seng index 33 részvényt tartalmaz), míg ezután gyakorlatilag korlátozásmentessé vált a tevékenység. A cikk érdekes megállapítása, hogy a minta egészében, de a három részmintában is átlagosan pozitív volt az árazási hiba mértéke, amely nem a rövidre eladási korlátok létét igazolná, de a hiba átlaga (és abszolút értékének átlaga is) csökkent a rövidre eladási korlátok csökkenésével. Szerzők ezt azzal magyarázták, hogy a korlátok csökkentése csökkentette a pozitív árazási hibát is, mivel lehetővé vált a hosszú

arbitrázspozíció (részvényvétel, határidős eladás) megnyitása rövid arbitrázspozíció megfordításával is, ahol a tranzakciós költségek kisebbek, mint egy új pozíció nyitásakor.

A következő oldalakon található 1. táblázat az áttekintett cikkek főbb megállapításait rendszerezi, míg a 2. táblázat a vizsgált idősorokat ábrázolja grafikusan.

Az eredményeket összefoglalva láthatjuk, hogy a vizsgált kontraktusok kereskedésének megkezdése után általában az árazási hiba magasabb volt a tranzakciós költségek által indokolt mértéknél. A cikkek nagy részében előjele inkább negatív volt. Általános megállapítás volt az is, hogy az idősor pozitív autokorrelációt tartalmazott, abszolút értéke pedig a lejárat közeledtével csökkent - annak ellenére, hogy az intézményi keretek ez egyes piacok esetében igen eltérőek voltak.

A jelenség magyarázatai közül a cikkek megcáfolták az adóidőzítési opciót (Fingleton [1984a]), a forward és futures kontraktusok eltérő értékét (Puttonen [1993]), az osztalékbecslésből (Bühler-Kempf [1995]) vagy a részleges fedezésből adódó kockázatok miatt elvárt többelhozamot (Brailsford-Cusack [1997]). Magyarázatként legtöbbször az intézményi tökéletlenségek, azokon belül is a rövidre eladás intézményének hiánya szerepelt.

A vizsgált cikkek a tökéletlen piac egyensúlyi összefüggéseinek modellezésével adósak maradtak. A következő fejezetben ismertető modellel erre teszek kísérletet.

1. táblázat - az áttekintett cikkek főbb megállapításainak rendszerezett összefoglalása

Cikk	Vizsgált kontraktus	Vizsgált idősor kezdete	Vizsgált idősor vége	Adatok gyak.	Eltérés iránya	Eltérések magyarázata	Egyéb megállapítás
Cornell-French [1983a]	NYSE, S&P 500	82.06.01	82.09.01	1 hónap	Negatív	Adóidőztési opció (nyereség eltérő módon adózik a határidős és az azonnali lábon)	A mértani átlag típusú indexek (pl. VLA) esetén az arbitrázsösszefüggések alapján az elméleti árra csak egy intervallumot tehet meghatározni
Modest-Sundaresan [1983]	VLA, S&P 500	82.04.21	82.09.15	1 nap	Negatív	Intézményi tökéletlenségek (a rövidre eladás bevételeinek csak egy része használható fel a befektetők)	Az árazási hiba autokorrelált és csökken a lejárat közeledtével és az idő előrehaladtával
Figlewski [1984a]	NYSE, S&P 500	82.06.01	82.12.20	1 nap	Negatív	Intézményi tökéletlenségek (pl. rövidre eladási korlátozások)	Az árazási hiba az idő előrehaladtával egyre autokorreláltabb, de csökken korrelációja a piaci index-szel
Figlewski [1984b]	S&P 500	82.06.01	83.09.30	1 nap	A minta első harmadában negatív, később pozitív	Intézményi tökéletlenségek	
Gould [1988]	S&P 500	87.01.23	87.01.23	15 perc	Először negatív, majd pozitív	Arbitrázsprogramok napon belüli kérése	
MackInlay-Ramaswamy [1988]	S&P 500	83.06.01	87.06.15	15 perc	A minta első felében pozitív, majd negatív	Arbitrázsstratégiák kockázata (osztalék, nem tökéletes fedezés, finanszírozási kamatláb)	A határidős árak változékonyabbak, mint az azonnali árak. Az árazási hiba autokorrelált és csökken a lejárat közeledtével és az idő előrehaladtával.
Merrick [1989]	S&P 500	82.05.17	86.03.21	1 nap	Változó	-	Az arbitrázspozíciók korai lezárása illetve átfordítása 30%-kal csökkenti a tranzakciós költségeket

1. táblázat - az áttekintett cikkek főbb megállapításainak rendszerezett összefoglalása (folytatás)

Cikk	Vizsgált kontraktus	Vizsgált időszak kezdete	Vizsgált időszak vége	Adatok gyak.	Eltérés iránya	Eltérések magyarázata	Egyéb megállapítás
Brenner-Subrahmanyam-Uno [1989]	Nikkei 225	86.09.03	88.06.08	1 nap	Változó, inkább negatív	Intézményi tökéletlenségek (rövidre eladási korlátozások)	Az árazási hiba autokorrelált, de nem csökken a lejárat közeledtével
Lim [1992]	Nikkei 225	88.03.18	89.09.07	1 perc	Változó	-	Arbitrázst csak a brókercégek tudnak végrehajtani, ők is kis mennyiségben. Az árazási hiba autokorrelált
Brenner-Subrahmanyam-Uno [1990]	Nikkei 225, TOPIX, OSF 50	88.09.01	89.08.01	1 nap	Változó	-	
Puttonen [1991] és [1993]	FOX	88.02.05	90.12.21	1 nap	Negatív	Intézményi tökéletlenségek (pl. rövidre eladási korlátozások)	
Yadav-Pope [1990]	FTSE 100	84.07.01	88.06.30	1 nap	Negatív	A piac túlszabályozása (a minta első felében, az ún. Big Bang előtt)	Az árazási hiba autokorrelált és a minta első felében a lejárat közeledtével csökken
Yadav-Pope [1994]	FTSE 100	86.04.28	90.03.23	1 óra	Változó	Kihasználatlan arbitrázshehetőségek	Az árazási hiba autokorrelált, és a lejárat közeledtével csökken. Az opciók implicit volatilitása és az árazási hiba korrelál
Bühler-Kempff [1995]	DAX	90.11.23	92.12.17	1 perc	Negatív	Értékpapírkölcsönzés költsége magas és a kölcsönzés időtartamával arányos	Az árazási hiba autokorrelált, az idő előrehaladtával és a lejárat közeledtével csökken
Brailford-Cusack [1997]	10 ausztrál egyedi részvény	94.05.16	95.11.26	1 perc	Negatív	Osztalékok speciális adózása, osztalékbecslés kockázata	Az árazási hiba a lejárat közeledtével csökken. Az opciók implicit volatilitását az elméleti ármódelbe beépítve kisebb árazási hibát kapunk
Fung-Draper [1999]	Hang Seng	93.04.01	96.09.30	1 perc	Változó, inkább pozitív	Rövidre eladás korlátozása a minta elején	A rövidre eladás korlátozása a pozitív árazási hiba mértékét is növeli

2. táblázat - Az egyes szerzők által vizsgált időszakok

Cikk	Vizsgált kontraktus		82	82	83	83	84	84	85	85	86	86	87	87	88	88	89	89	90	90	91	91	92	92	93	93	94	94	95	95	96	96	97	97			
	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2			
Cornell-French [1983a]																																					
Modest-Sundaresan [1983]																																					
Figlewski [1984a]																																					
Figlewski [1984b]																																					
Gould [1988]																																					
MacKinlay-Ramaswamy [1988]																																					
Merrick [1989]																																					
Brenner-Subrahmanyam-Uno [1989]																																					
Lim [1992]																																					
Brenner-Subrahmanyam-Uno [1990]																																					
Puttonen [1991] és [1993]																																					
Yadav-Pope [1990]																																					
Yadav-Pope [1994]																																					
Bühler-Kempf [1995]																																					
Brailford-Cusack [1997]																																					
Fung-Draper [1999]																																					

2. Futures és forward árfolyamok eltérése az irodalomban

A futures és forward árfolyamok eltéréseinek oka az, hogy a két szerződés elszámolása eltérő. A forward vételi szerződés esetén a vevő kötelezettséget vállal arra, hogy az alapterméket lejáratkor az előre rögzített áron megvásárolja, így a szerződésből eredő pénzáramlás csak lejáratkor jelentkezik, és egyenlő az akkor érvényes ár és a határidős ár különbségével. Ezzel szemben a futures (vagy tőzsdei határidős) szerződés esetén napi elszámolás történik, aminek során a vevő számláján jóváírják, az eladótól pedig levonják az aznapi határidős ár és az előző napi határidős ár különbségét. Ha a kamatláb nulla lenne, a forward szerződés pénzáramlása megegyezne a futures szerződés pénzáramlásainak összegével. Ha azonban a kamatláb pozitív, a két összeg eltérhet.

Formálisan a forward szerződés pénzáramlása lejáratkor

$$CF_T = S - F \quad (1)$$

ahol S az alaptermék ára, F pedig a forward árfolyam. A futures szerződésé ezzel szemben minden egyes nap

$$CF_t = G_t - G_{t-1} \quad (2)$$

a napi pénzáramlások egyszerű számtani összege pedig

$$\sum_{t=0}^T CF_t = G_T - G_0 = S - G, \quad (3)$$

ahol $0 < t < T$ az elszámolási időpontok, G pedig a futures árfolyam.

Cox-Ingersoll-Ross [1981] cikkükben részletesen elemzik a futures és forward áraknak a szerződések elszámolásának különbségéből adódó eltérését. Rámutatnak arra, hogy csak a véletlen műve, hogy a két szerződés elméleti ára között bármilyen eltérés van. Ha ugyanis a futures szerződések napi elszámoláskor nem a két határidős ár különbségét, hanem ennek az összegnek csak a jelenértékét írják jóvá a számlákon, a forward és futures ár minden esetben megegyezne. Ebben az esetben ugyanis a kapott pénzáramlásokat a lejáratig kockázatmentes eszközbe fektetve éppen a forward pénzáramlásának megfelelő értéket kapnánk

$$\sum_{t=0}^T e^{-R(t,T)(T-t)} (G_t - G_{t-1}) e^{R(t,T)(T-t)} = G_T - G_0 = S - G \quad (4)$$

A valóságban azonban a jelenérték helyett a konkrét értéket fizetik ki, ezért a két árfolyam általában eltér egymástól.

$$\sum_{t=0}^T (G_t - G_{t-1}) e^{R(t,T)(T-t)} > G_T - G_0 = S - G \quad (5)$$

Cox, Ingersoll és Ross említett cikkükben azt az eredményt is közlik levezetés nélkül, hogy folytonos idejű és állapotú gazdaságban a forward és futures árfolyam eltérése

$$F_t - G_t = \frac{\int_t^T G_u [\text{cov}(G_u, P_u)] du}{P_t}, \quad (6)$$

ahol F a forward, G a futures ár, P pedig a szerződéssel megegyező, T lejáratú kockázatmentes kötvény ára. A fenti egyenletből az következik, hogy ha a határidős ár és a kockázatmentes kötvény napi hozamának kovarianciája pozitív, a forward árfolyam meghaladja a futures árfolyamot, negatív kovariancia esetén viszont fordított a helyzet.

Az iménti cikkel egy időben két további, hasonló témájú írás is napvilágot látott. Richard és Sundaresan [1981] általános egyensúlyi keretben vizsgálta a forward és futures árfolyamok meghatározódását, eredményeik azonban ekvivalensek a Cox-Ingersoll-Ross [1981] által meghatározottakkal. Jarrow és Oldfield [1981] azt bizonyítják be, hogy a forward és futures árfolyamok egyenlőségének elégséges feltétele az, hogy a kamatláb determinisztikus függvénye legyen az időnek.

Levy [1989] cikkében azt mutatta meg, hogy a forward és futures árfolyamok egyenlőségének nem szükséges feltétele az, hogy a kontraktusok megnyitásakor a kamatláb alakulása a lejáratig biztosan ismert legyen – “mindössze” mindig a másnapi kamatlábat kell tudni tökéletesen megjósolni ahhoz, hogy olyan fedezeti stratégiát lehessen kialakítani, ami az árfolyamok egyenlőségét biztosítja. A másnapi kamatláb előrejelzésének hibája viszont jóval kisebb, mint a lejáratig tartó időszak kamatlábainak előrejelzése, a szerző szerint ezzel magyarázható, hogy az empirikus tanulmányok általában nem találnak eltérést a megfigyelt futures és elméleti forward árfolyamok között.

Duffie és Stanton [1992] folytonos idejű modellt építettek valamennyi olyan feltételes követelés értékelésére, amelynek értékét mindennap kiszámítják, és az aznapi és előző napi érték különbségét elszámolják az eladó és a vevő között. Az ilyen követelések speciális eseteként meghatározták a futures szerződések árát valamint a futures szerződésekre szóló opciók értékét. Az alaptermékek és a kamatlábak alakulásáról feltételezték, hogy Markov folyamatot követnek. A cikk lényegében általánosította a Cox-Ingersoll-Ross [1981]-es cikk eredményeit illetve nemcsak kimondta, hanem bizonyította is azokat folytonos idejű árfolyammodellben.

A forward és futures árfolyamok eltéréseinek empirikus vizsgálatával is számos cikk foglalkozott. Először azokat a cikkeket tekintem át, amelyek a határidős deviza- és árukontraktusokat vizsgálták.

Cornell és Reinganum [1981] a Chicago Mercantile Exchange adatait vizsgálták, ezen belül is az 1974 júniusa és 1979 júniusa között lejáráó angol font, kanadai dollár, német márka, japán jen és svájci frank kontraktusokat (vagyis a devizák USA dollárral szembeni keresztárfolyamait). A kontraktusok napi záróárait hasonlították össze a tőzsde által naponta bekért, a kontraktusokkal megegyező feltételű bankközi forward árfolyamokkal. Megállapították, hogy mindössze a három hónapos lejáratú angol font és az egy hónapos lejáratú kanadai dollár kontraktusok esetében volt tapasztalható szignifikáns eltérés a futures és forward árfolyamok között, más lejáratokra azonban az eltérés nem volt szignifikáns még ezen devizák esetében sem. Ezeket az eltéréseket is csak néhány, illikvid piaci körülmények között kötött ügylet okozta, így azok semmiképpen nem magyarázhatóak egy állandó egyensúlyi összefüggéssel. Emellett az eltérések mértéke azonos nagyságrendű volt a vételi és eladási árfolyamok különbségével, így valószínűleg még ezek sem jelentettek arbitrázslehetőségeket. Végkövetkeztetésük az, hogy a futures és forward árfolyamok elméletileg indokolt eltérése a devizakontraktusok esetében elhanyagolható.

Park és Chen [1985] cikkében a devizák mellett árukra (arany, ezüst, platina, réz, fa) szóló futures szerződések esetében is vizsgálták az eltéréseket. Mintájuk az 1977 júliusa és 1981 decembere között lejáráó 1, 2, 3, 6 és 12 hónapos lejáratú kontraktusok nap végi záróáraiból állt. Az áruk esetében a futures és forward árfolyamok eltérése szignifikáns volt, és pozitív összefüggés volt megfigyelhető az adott áru napi árváltozásának és a kincstárjegy árfolyamok napi árváltozásainak kovarianciájával – így ezeknél az áruknál az elméleti összefüggés bizonyos mértékig igazolódott. A devizakontraktusok esetében ők sem tapasztaltak jelentős eltéréseket.

Chang és Chang [1990] cikkében a Cornell-Reinganum cikk két pontatlanságát javítja ki. Egyrészt rámutatnak, hogy az eredeti cikk nem vette figyelembe azt, hogy a forward kontraktusok a számítottnál később járnak le, ha a lejárat nem esik kereskedési napra, másrészt pedig a vizsgálatot 1979 és 1987 közötti mintára is elvégezték, mivel az eredeti 1974 és 1979 közötti időszakban a devizaárfolyamok stabilak voltak, míg a kamatlábak igen változékonyak. Megállapították, hogy a Cornell-Reinganum által talált két szignifikáns lejárat a kereskedési szünnapok helytelen figyelembe vételéből adódott – az ezzel történő kiigazítás után már egyetlen lejáratnál sem tért el szignifikánsan a futures és a forward árfolyam. Ugyanerre az eredményre jutottak az 1979 és 1987 közötti minta vizsgálatánál is.

Polakoff és Grier [1991] szembeszáll a korábbi eredményekkel - arra alapozva, hogy a deviza forward és futures árfolyamok különbségének eloszlása nem felel meg a t statisztika kritériumainak (többek között az autokorreláció figyelmen kívül hagyása miatt), így az erre alapozó vizsgálatok érvénytelenek. Ehelyett egy, az elméleti összefüggésekből levezetett MARMA folyamat alapján tesztelik az eltéréseket az angol font, svájci frank, japán jen és német márka 4-4 különböző lejáratú kontraktusának 1974 május és 1984 december közötti adatain. A 16 kontraktus közül 12 esetében szignifikáns eltérést tapasztalnak a forward és futures árfolyamok között.

Több cikk foglalkozott a határidős kincstárjegy és határidős eurodollar betét kontraktusok viselkedésével is. Az első közülük Rendleman és Carabini [1979] munkája, akik a CME határidős kincstárjegy-kontraktusainak adatait vizsgálták 1976 január és 1978 márciusa között. Megállapították, hogy a kontraktusok közül a legközelebbi lejáratú ára szignifikánsan magasabb, míg a harmadik lejárat szignifikánsan alacsonyabb volt az elméletileg számított forward áránál. A megfigyelések mintegy harmadában ez eltérések még a tranzakciós költségeket is meghaladták. A piac „érésének” jeleit nem tapasztalták, sőt az eltérések az idő előrehaladtával még növekedtek is. Bár a cikk a forward és futures árfolyamok

eltérésének elméleti okaival nem foglalkozott, megjegyzendő, hogy a megfigyelt eltérést valószínűleg nem (vagy nem kizárólag) a sztochasztikus kamatlábak okozhatták, mivel akkor az eltérések előjele nem függött volna a lejáratától.

Meulbroek [1992] a CME határidős Eurodollár betét kontraktusait vizsgálta 1982 márciusa és 1987 júniusa között. Megállapította, hogy a futures árfolyam a második és harmadik legközelebbi lejáratra szignifikánsan alacsonyabb volt a forward árfolyamnál, alátámasztva ezzel a elmélet következtetéseit. Emellett a forward-futures eltérés és az alaptermék ára valamint a kincstárjegy-árfolyam kovarianciája közötti regresszió vizsgálata során is az elméletileg várt negatív előjelű, szignifikáns összefüggést talált a második és a harmadik legközelebbi lejáratra. Az első lejárat inszignifikanciáját azzal magyarázta, hogy mivel az elméletileg várt eltérés az idővel arányosan nő, az első lejárat esetében az egyéb hibák zaja még „elnyomta” az elméleti összefüggéseket.

Végül Fried [1994] 1976 június és 1987 szeptember között lejárató kincstárjegy-kontraktusok napi adatait elemezte. Ő is szignifikáns eltéréseket talált az adatokban, és azt, hogy ezek az eltérések a lejárat növekedésével nőttek. A jelenséget azonban nem a futures és forward kontraktusok eltérő elszámolásával magyarázta, hanem piaci tökéletlenségekkel, mint például a likviditási korlátokkal.

Összegzésül megállapítható, hogy a futures és forward árfolyamok elszámolási különbségei csak a kamat- illetve nemesfém típusú alaptermékekre vonatkozó futures szerződések esetében érnek el olyan mértéket, amely empirikusan is kimutatható.

IV. Felhasznált módszerek

Ebben a fejezetben az irodalomban fellelhető és később felhasznált elméleti modelleket ismertetem egységes keretben.

1. Elméleti ár és az árazási hiba

Először a határidős kontraktusok elméleti árát és az árazási hiba mértékét határozzuk meg a tranzakciós költségekre tett különböző feltételezések mellett. Ebben a pontban még nem teszünk különbséget a forward és a futures szerződések között – a futures szerződéseket úgy modellezzük, mintha forward szerződések lennének.

Tegyük fel, hogy nincsenek tranzakciós költségek, a betéti és hitelkamatlábak egyenlők (és állandóak), valamint az indexben lévő részvények súlyait osztalékfizetéskor úgy korrigálják, mintha a teljes osztalékot visszaforgatnánk az adott részvénybe. Ez azt jelenti, hogy ha egy részvény súlya az indexben eredetileg 5 százalék, és a kibocsátó a részvény árának 10 százalékát fizeti ki osztalékként, súlya ezentúl $5,5/100,5=5,47$ százalék lesz⁸. Ez azért szükséges, mert így biztosítható, hogy az index értéke az osztalékfizetéskor ne változzék (hatékony piacon minden mást változatlanul tekintve ugyanis osztalékfizetéskor a részvény ára az osztalék mértékével csökken). Tegyük fel emellett, hogy az index súlyozását úgy korrigálják a részvények felaprózásakor, illetve tőkeemeléskor, hogy ezek se legyenek hatással az index értékére.

⁸ Mint majd később látni fogjuk, a BUX számításánál is ezt a módszert alkalmazzák.

Ebben az esetben a határidős ár ⁹

$$F_T = S_t(1+r(T-t)) \quad (7)$$

ahol T a lejárat időpontja, t pedig a jelenlegi időpont évben kifejezve, F_T a T -edik időpontra vonatkozó határidős ár, S_t a t -edik időpontban érvényes indexérték ($t \leq T$), r pedig a kockázatmentes hitel kamata éves szinten (lineáris kamatszámítással számítva). Ennek bizonyítására tekintsük az alábbi két portfóliót: az A portfólióban egy indexportfólió, a B portfólióban pedig $F_T/(1+r(T-t))$ kockázatmentes kötvény és egy T határidőre kötött határidős vételi szerződés van. A két portfólió értéke a két időpontban az alábbi:

Portfólió	Értékpapír	t	T
A	1 Indexportfólió	S_t	S_T
B1	$F_T/(1+r(T-t))$ kockázatmentes kötvény	$F_T/(1+r(T-t))$	F_T
B2	1 Határidős vételi szerződés	0	$S_T - F_T$
B=B1+B2		$F_T/(1+r(T-t))$	S_T

Van tehát két portfóliónk, amelyek értéke T időpontban biztosan megegyezik. Ha nincs arbitrázs, akkor értékük t időpontban is meg kell, hogy egyezzen. Ebből pedig átrendezéssel (7) következik.

Tegyük föl most, hogy az indexet nem igazítják ki osztalékfizetéskor a fent leírt módon, hanem a súlyok változatlanok maradnak, és az osztalékfizetés mértékét előre biztosan ismerjük. Ekkor az indexbe fektetett összeg értékét csökkenteni kell a

⁹ A könnyebb áttekinthetőség és a konzisztencia miatt ebben és a következő pontban lineáris kamatozást alkalmazunk. Mivel a likvid határidős kötések lejáratja legtöbbször éven belüli, ez a piacon alkalmazott gyakorlatot is követi. Az összefüggések természetesen folytonos kamatszámítás esetén is érvényesek maradnak.

később a részvényekből kapott osztalékok jelenértékével, hogy T időpontban a portfóliónk az index értékével legyen egyenlő. A határidős ár ebben az időpontban ezért

$$F_T = S_t(1+r(T-t)) - \sum_{j=1}^m (1+r(T-t_j))D_j \quad (8)$$

ahol D_j az indexportfólióra t_j időpontban fizetett osztalék összege ($T \geq t_j$). Ilyen index például a londoni értéktőzsde indexe, a FTSE. A továbbiakban ilyen indexekkel nem, hanem csak olyanokkal foglalkozunk, ahol az elméleti árat (7) határozza meg.

Az árazási hiba az így meghatározott elméleti érték és az éppen aktuális határidős ár százalékos eltérése. Bühler és Kempf [1995] és Brenner, Subrahmanyam és Uno [1989] cikkeihez hasonlóan az alábbi módon definiáljuk az árazási hibát:

$$M_t = \frac{F_T^a - F_T}{F_T} \quad (9)$$

ahol F_T^a az aktuális, F_T pedig az elméleti határidős ár. Megjegyezzük, hogy az irodalomban az árazási hiba definíciója nem mindig ez - néhány esetben a nevezőben S_T , vagyis a jelenlegi indexérték található (lásd például MacKinlay és Ramaswamy [1988] és Yadav és Pope [1994] cikkeit).

2. Semleges sáv

Piaci tökéletlenségek (például tranzakciós költségek, eltérő vételi és eladási árfolyamok, az arbitrázs hatására elmozduló árfolyamok) esetén lehetséges, hogy nem érdemes arbitrázst végrehajtani akkor sem, ha a határidős ár eltér az elméleti értéktől. Az elméleti ár körül kialakul egy semleges sáv, amelyben a határidős ár anélkül mozoghat, hogy elindítaná az arbitrázstevékenységet.

Ennek a sávnak a szélességét az irodalomban hagyományosan úgy határozzák meg, hogy feltételezik, hogy a legkisebb költséggel rendelkező piaci szereplő ki tudja használni az összes arbitrázslehetőséget, és hogy ennek a szereplőnek a tranzakciós költségei az indexértékkel arányosak. Jelölje a tranzakciós költségek (brókerjutalékok, vételi, illetve eladási árfolyamok eltérése a középárfolyamtól) indexértékhez viszonyított arányát $\tau > 0$. Ebben az esetben (újra feltételezve, hogy az indexet osztalékfizetés esetén kiigazítják) nincs arbitrázs, ha

$$S_t(1 - \tau)(1 + r(T - t)) \leq F_T^a \leq S_t(1 + \tau)(1 + r(T - t)) \quad (10)$$

$$-\tau \leq \frac{F_T^a - F_T}{F_T} \leq \tau \quad (11)$$

ami azt jelenti, hogy az árazási hiba alsó és felső korlátja állandó, vagyis a semleges sáv szélessége is (ha a határidős ár százalékában fejezzük ki). Amennyiben fix tranzakciós költségek is vannak, a semleges sáv szélessége természetesen a tranzakcióméret növekedésével csökken.

Gould-hoz [1988] hasonlóan tegyük föl most azt is, hogy a tranzakciós költségek mellett a hitelfelvételi és betéti kamatlábak is eltérnek. Legyen a hitelfelvétel kamatlába $r_a = r + s$, a betéti kamatláb pedig $r_b = r - s$. Ebben az esetben akkor nincs arbitrázs, ha

$$S_t(1 - \tau)(1 + (r - s)(T - t)) \leq F_T^a \leq S_t(1 + \tau)(1 + (r + s)(T - t)) \quad (12)$$

$$\frac{(1 - \tau)(1 + (r - s)(T - t))}{1 + r(T - t)} - 1 \leq \frac{F_T^a - F_T}{F_T} \leq \frac{(1 + \tau)(1 + (r + s)(T - t))}{1 + r(T - t)} - 1 \quad (13)$$

$$-\tau - \frac{(1 - \tau)s(T - t)}{1 + r(T - t)} \leq \frac{F_T^a - F_T}{F_T} \leq \tau + \frac{(1 + \tau)s(T - t)}{1 + r(T - t)} \quad (14)$$

A két oldalt közelítve (kihasználjuk, hogy $1 + r(T-t) \approx 1$ ha $r(T-t)$ kis pozitív szám, és a keresztszorzatokat nagyságrendjük miatt elhagyjuk)

$$-\tau - s(T-t) \leq \frac{F_T^a - F_T}{F_T} \leq \tau + s(T-t) \quad (15)$$

Ebben az esetben a semleges sáv szélessége az idő előrehaladtával csökken.

3. Futures és forward árfolyamok általános modellje

Ebben a pontban feloldjuk a futures és forward árfolyamok egyenlőségére tett kikötésünket. A pont alapjául Cox-Ingersoll-Ross [1981], Duffie-Stanton [1992] és Elliott-Kopp [2000] szolgált.

a. A piac dinamikája

Legyen a piacon jelen két alaptermék: az egyik a kockázatmentes betét, a másik pedig egy részvény. Az első árát B , a másodikét S jelöli ($B_0=1$), amelyek sztochasztikus folyamatok. Feltesszük, hogy mindkét folyamat Ω , mérhető (azaz jövőtől független), Markov folyamat (azaz a folyamat nem függ az általa korábban bejárt úttól, csak aktuális értékétől), és a piac teljes (tehát bármely létező származtatott termék előállítható az alaptermékek önfinanszírozó stratégiával történő kombinálásával).

Belátható (lásd például Duffie-Stanton [1992]), hogy ekkor létezik és egyértelmű az úgynevezett kockázatsemleges (martingál) mérték, amit Q -val jelzünk.

A vizsgált intervallum kezdőpontja 0, végpontja pedig T . Ezeken belül az elszámolási időpontokat (amikor tehát a futures szerződések pénzáramlásai esedékesek) jelöljük

$$0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n = T, \quad (16)$$

azaz összesen n darab elszámolási időpont van.

Feltesszük, hogy két időpont között a kockázatmentes kamatláb, $r(t)$ állandó. A kockázatmentes betét értéke a i . időpontban ezért

$$B_{t_i} = e^{\int_0^{t_i} r(u) du} = e^{\sum_{j=0}^{i-1} r(t_j)(t_{j+1}-t_j)} \quad (17)$$

b. Az eszközárzás tétele

A fent ismertetett modellben egy T időpontban $f(S, T)$ pénzáramlást biztosító, úgynevezett feltételes követelés értéke t időpontban

$$PV(t, T) = B_t E_Q [B_T^{-1} f(S, T) | \Phi_t] \quad (18)$$

A tétel bizonyítását lásd Duffie-Stanton [1992], vagy Elliott-Kopp [2000] műveiben.

c. Elemi (zéró kupon) kötvény

Mint ismeretes, elemi kötvénynek azt az értékpapírt nevezzük, amely T időpontban egy egységnyi pénzáramlást biztosít. Az eszközárzási tételből következően értéke ezért

$$P(t, T) = B_t E_Q [B_T^{-1} | \Phi_t] \quad (19)$$

A diszkontálás a megszokottnál egy kicsit bonyolultabban történik, ugyanis először a t -ben ismeretlen B_T -vel a nulla időpontra diszkontálunk, majd az értéket a t -ben ismert B_t -vel szorozva kapjuk meg a t -beli jelenértéket.

Speciálisan a nulladik időpontban, mivel $B_0=1$

$$P(0,T) = E_Q[B_T^{-1}|\Phi_0] \quad (20)$$

d. Forward szerződés

A forward szerződés az utolsó elszámolási időpontban, T -ben $S_T - F(0,T)$ összeget fizet, nyitáskor, a nulla időpontban pedig értéke nulla (ahol $F(0,T)$ a nulladik időpontban érvényes T lejáratú forward árfolyam). Ismét az eszközárzási tételből következően

$$E_Q[B_T^{-1}(S_T - F(0,T))|\Phi_0] = 0 \quad (21)$$

$$= E_Q[B_T^{-1}S_T|\Phi_0] - F(0,T)E_Q[B_T^{-1}|\Phi_0] = S_0 - F(0,T)P(0,T) \quad (22)$$

hiszen $F(0,T)$ már a nulladik időpontban ismert, a diszkontált részvényárfolyam martingál, így martingál mérték melletti várható értéke önmagával egyenlő, a diszkonttényező martingál mérték melletti várható értéke pedig éppen az elemi kötvény értékével egyenlő.

A két oldalt átrendezve kapjuk meg a forward árfolyam értékét

$$F(0,T) = \frac{E_Q[B_T^{-1}S_T|\Phi_0]}{E_Q[B_T^{-1}|\Phi_0]} = \frac{S_0}{P(0,T)} \quad (23)$$

e. Futures szerződés

A futures szerződés abban tér el a forward szerződéstől, hogy minden időpontban fizet, mégpedig az aktuális és az előző időpontban érvényes futures ár különbségét, azaz

$$CF_{t_i} = G(t_i, T) - G(t_{i-1}, T) \quad (24)$$

összeget, ahol $G(t_i, T)$ a t_i időpontban érvényes T lejáratú futures árfolyam.

Lejáratkor a futures ár és az alaptermék ára megegyeznek,

$$G(T, T) = S_T \quad (25)$$

Tekintsük az alábbi stratégiát: Minden időpontban vegyünk B_{t_i} mennyiségű futures kontraktust, amelyet a következő időpontban lezárunk. A szerződésből adódó nyereséget lejáratig minden időpontban befektetjük az éppen érvényes rövid távú betétbe (vagy hitelt veszünk fel, ha az veszteség). A t_i időpontbeli cash flow értéke T időpontban ezért

$$B_{t_{i-1}} (G(t_i, T) - G(t_{i-1}, T)) e^{\sum_{j=i}^n r_j (t_j - t_{j-1})} = \quad (26)$$

$$= B_{t_{i-1}} (G(t_i, T) - G(t_{i-1}, T)) \frac{B_T}{B_{t_{i-1}}} = (G(t_i, T) - G(t_{i-1}, T)) B_T \quad (27)$$

Ha ezt minden periódusra összeadjuk, megkapjuk a fenti stratégia lejáratkori értékét.

Tehát

$$B_T \sum_{i=0}^n (G(t_i, T) - G(t_{i-1}, T)) = B_T (G(T, T) - G(0, T)) = B_T (S_T - G(0, T)) \quad (28)$$

azaz a stratégiánk egyenértékű egy olyan értékpapírral, amely lejáratkor éppen az alaptermék ára és a futures ár különbségének a kockázatmentes betét értékével megszorozott értékét fizeti ki.

Mivel valamennyi futures szerződés értéke nyitáskor nulla volt, a nulladik időpontban a fenti stratégia értéke is nulla. Az eszközárzás tételéből következően ezért

$$E_Q[B_T^{-1}B_T(S_T - G(0,T))|\Phi_0] = 0 \quad (29)$$

$$G(0,T) = E_Q[S_T|\Phi_0] \quad (30)$$

Vagyis a futures ár nem más, mint a lejáratkori ár kockázatsemleges mérték mellett vett várható értéke.

Belátható, hogy ez folytonos elszámolás, azaz végtelen sok elszámolási időpont esetén is érvényes. Ebben az esetben a kockázatmentes betét értéke

$$B_t = e^{-\int_0^t r(u)du} \quad (31)$$

A futures szerződés pénzáramlása pedig pedig minden időpontban

$$CF_t = dG(t,T) \quad (32)$$

A korábbiakhoz hasonlóan a kereskedési startégia ebben az esetben is minden pillanatban B_t darab futures kontraktus vásárlása, majd a nyereség befektetése lejáratig kockázatmentes betétbe.

A t . időponti pénzáramlás értéke lejáratkor

$$B_t dG(t, T) \frac{B_T}{B_t} = dG(t, T) B_T \quad (33)$$

Valamennyi időpontra összegezve

$$\int_0^T dG(t, T) B_T = (G(T, T) - G(0, T)) B_T = (S - G(0, T)) B_T \quad (34)$$

Mivel nyitáskor minden futures szerződés értéke nulla, összegük is nulla, így a korábbiakhoz hasonlóan

$$E_Q[B_T^{-1} B_T (S_T - G(0, T)) | \Phi_0] = 0 \quad (35)$$

$$G(0, T) = E_Q[S_T | \Phi_0] \quad (36)$$

g. A futures és forward ár összehasonlítása

Vizsgáljuk meg a két árfolyam különbségét.

$$F(0, T) - G(0, T) = \frac{E_Q[B_T^{-1} S_T | \Phi_0]}{E_Q[B_T^{-1} | \Phi_0]} - E_Q[S_T | \Phi_0] = \quad (37)$$

$$= \frac{E_Q[B_T^{-1} | \Phi_0] E_Q[S_T | \Phi_0] + \text{cov}[B_T^{-1}, S_T | \Phi_0]}{E_Q[B_T^{-1} | \Phi_0]} - E_Q[S_T | \Phi_0] = \frac{\text{cov}[B_T^{-1}, S_T | \Phi_0]}{E_Q[B_T^{-1} | \Phi_0]} \quad (38)$$

A futures és forward árfolyam tehát akkor egyenlő, ha a kockázatmentes betét és az alaptermék-árfolyam lejáratkori értékének kovarianciája nulla. Ha a kovariancia pozitív, a futures árfolyam meghaladja a forward árfolyamot, ha negatív, akkor pedig alacsonyabb nála.

E fenti képlet tesztelésekor azonban könnyen helytelen következtetéseket vonhatnánk le, mivel az árfolyamokról tett szokásos feltételezéseink szerint akár csak a varianciák, a kovariancia is függ az árfolyam nagyságától, így nem tekinthető állandónak. Érdekes ezért a futures és forward árfolyamokat a megszokott lognormális árfolyam-feltételezések mellett is meghatározni – ezt végezzük el a következő fejezet második pontjában.

V. Elméleti eredmények

1. Határidős indexárfolyamok tőke- és rövidre eladási korlátok esetén

a. Az arbitrázs kínálata

Az alábbiakban a portfólióválasztási döntések elemzésénél ismert CAPM (tőkepiaci árfolyamok elmélete) modell¹⁰ módszertana alapján mutatjuk be racionális piaci szereplőket feltételezve azt, hogy miért is alakulhatnak ki arbitrázslehetőségek (ez a modell a Radnai [2002]-ben megtalálható modell továbbfejlesztett változata).

Tekintsünk egy egyperiódusú gazdaságot, amelyben négyféle értékpapír¹¹ van: kockázatmentes értékpapír, tőzsdeindex, az indexre szóló határidős vételi és határidős eladási (futures) szerződés (a határidő a periódus vége). Első látásra feleslegesnek tűnik, hogy a határidős vételt és eladást külön értékpapírként kezeljük, de mint majd meglátjuk, ennek oka az, hogy modellünkben a két papír hozama nem lesz egymás ellentettje.

A négy értékpapír hozama valószínűségi változó. Mindegyik értékpapír teljesen jellemezhető hozamának várható értékével és szórásával, amely előre ismert és véges, valamint ismert bármely két-két értékpapír hozamának kovarianciája is, amely szintén véges.

¹⁰ Összefoglalását lásd Makara [1994].

¹¹ Az értékpapír fogalmat itt igen tág értelemben használjuk. Értékpapírnak tekintünk minden szerződést, amely pontosan meghatározza, hogy tulajdonosa mennyi pénzt kap az egyes időpontokban az egyes események (állapotok) bekövetkezése esetén.

A kockázatmentes kamatláb a modellben konstans, nem sztochasztikus változó¹². A hagyományokat követve ezért a kockázatmentes értékpapír hozamának várható értéke r , szórása 0 , a tőzsdeindexé pedig μ és σ (a hozam definíciója $h = \frac{S_1 - S_0}{S_0} = \frac{S_1}{S_0} - 1$, ahol S_1 az értékpapír jövőbeli, S_0 pedig a jelenlegi értéke). Ezek a várható értékek a határidős piacon résztvevő befektetők várakozásait jellemzik, amelyekről feltesszük, hogy azonosak, viszont nem feltétlenül egyeznek meg az azonnali piacon résztvevő befektetők várakozásaival, ezért elképzelhető, hogy $\mu < r$.

A határidős vételi szerződés esetén tegyük fel, hogy a határidős ár az index jelenlegi árához képest f hozamot biztosít (ez az úgynevezett implicit, vagy más néven belső kamatláb, amivel a későbbiekben részletesen foglalkozunk), vagyis $F = S(1 + f)$, ahol S az index jelenlegi, F pedig a határidős ára.

A futures szerződéseknek van egy nagyon fontos tulajdonságuk: a vételkor nem kell befektetni a teljes vételárat, hanem csak annak néhány százalékát. A határidős tőzsdéken úgynevezett napi elszámolás keretében az ügyfél számláján a tőzsde naponta elszámolja a keletkezett nyereséget illetve veszteséget. Ha például valaki 8000 ponton vesz 1 kontraktus BUX-ot 2002 decemberi határidőre, és másnap a határidős ár felmegy 8100 pontra, számláján 10000 forintot írnak jóvá (egy kontraktus névleges értéke 100 Ft szorozva a BUX határidős értékével, azaz 800000 forint), ha lemegy 7950 pontra, számlájáról levesznek 5000 forintot. A kezdetben befizetendő összeg (amely jelenleg kontraktusonként 40000 forint, vagyis a határidős indexérték mintegy 5 százaléka) a jövőbeli napi veszteségek kiegyenlítésére előre beszedett biztonsági fedezet - amelyet van, ahol csak készpénzben, van, ahol pedig állampapírban is elfogadnak.

¹² Könnyen belátható, hogy egyperiódusú modellben a forward és futures árfolyamok árfolyama még akkor is megegyezik, ha sztochasztikus és az index hozamától nem független kamatlábat feltételezünk - hiszen mindkét szerződés értéke nyitáskor nulla, lejáratkor pedig a spot és a kötési ár különbsége. Emellett a VI. részben bemutatjuk, hogy az empirikus megfigyelések szerint a két változó közti korreláció igen kicsi. A sztochasztikus kamatláb bevezetése ezért feleslegesen bonyolítaná az elemzést.

Az alábbiakban feltesszük, hogy fedezetként szerződéskötéskor az index jelenlegi árának m százalékát kell letenni (jelenleg $m=5\%$), a pozíció elszámolása pedig a periódus végén történik. Ekkor, amennyiben a letétet csak készpénzben fogadják el, a határidős szerződés ex post hozama

$$r_v = \frac{mS_0 + (S_1 - F)}{mS_0} - 1 = \frac{S_1 - F}{mS_0} = \frac{S_0(1+r_I) - S_0(1+f)}{mS_0} = \frac{r_I - f}{m}, \quad (39)$$

ahol r_I az index ex post hozama ($E(r_I) = \mu$), f pedig az implicit kamatláb, hiszen a pozíció a periódus végén a letéti összegnek és az akkori indexérték és határidős árfolyam különbségének összege. A határidős vétel hozama tehát az index hozamának lineáris transzformációjával keletkezik. Amennyiben azonban a letétet kockázatmentes értékpapírban is elfogadják, a letét hozama az imént számítottéhoz hozzáadódik (mivel az elszámolás a periódus végén történik, a letétbe történő befektetés a periódusban még a kockázatmentes kamatot hozza). Ekkor a határidős szerződés ex post hozama

$$\begin{aligned} r_v &= \frac{mS_0(1+r) + (S_1 - F)}{mS_0} - 1 = \frac{S_1 - F + mS_0r}{mS_0} = \\ &= \frac{S_0(1+r_I) - S_0(1+f)}{mS_0} + r = \frac{r_I - f}{m} + r \end{aligned} \quad (40)$$

A továbbiakban feltételezzük, hogy a letétet kockázatmentes értékpapírban is el lehet helyezni. Hasonlóan a határidős eladás ex post hozama

$$r_v = \frac{mS_0(1+r) + (F - S_1)}{mS_0} - 1 = \frac{S_0(1+f) - S_0(1+r_I)}{mS_0} + r = \frac{f - r_I}{m} + r \quad (41)$$

Mint láthatjuk, ez nem a határidős vétel hozamának ellentettje - ezért kellett a határidős eladást külön értékpapírként szerepeltetni a modellben. Az eltérés oka az

alapletét, amely mind a határidős vétel, mind pedig a határidős eladás esetén biztosítja a kockázatmentes hozamot.

A transzformációk alapján - a várható érték, kovariancia, és variancia azonosságait felhasználva - kiszámíthatjuk az egyes értékpapírok várható hozamait, szórásait és kovarianciáit¹³ is, amiket a következő két táblázat tartalmaz.

3. táblázat - A modellben szereplő értékpapírok várható értéke és szórása

	Kock. mentes	Index	Hat. vétel	Hat. Eladás
Várható érték	r	μ	$(\mu-f)/m+r$	$(f-\mu)/m+r$
Szórás	0	σ	σ/m	σ/m

4. táblázat - A modellben szereplő értékpapírok kovariancia mátrixa

	Kock. mentes	Index	Hat. vétel	Hat. Eladás
Kock. mentes	0	0	0	0
Index		σ^2	σ^2/m	$-\sigma^2/m$
Hat. vétel			σ^2/m^2	$-\sigma^2/m^2$
Hat. eladás				σ^2/m^2

A befektető által választható határportfóliók halmazát az alábbi feltételes szélsőérték feladat megoldása adja meg (a befektető pénzének az egyes értékpapírokba fektetendő része a , b , c és d)

$$\min_{a,b,c,d} [a \quad b \quad c \quad d] \Theta \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \min_{a,b,c,d} \sigma^2 \left(b^2 + \frac{2bc}{m} - \frac{2bd}{m} - \frac{2cd}{m^2} + \frac{c^2}{m^2} + \frac{d^2}{m^2} \right) =$$

$$= \min_{a,b,c,d} \left[\sigma \left(b + \frac{c}{m} - \frac{d}{m} \right) \right]^2 = \min_{a,b,c,d} \left| \sigma \left(b + \frac{c}{m} - \frac{d}{m} \right) \right| \quad (42)$$

$$c \geq 0, d \geq 0 \quad (43)$$

$$a + b + c + d = 1 \quad (44)$$

$$ar + b\mu + c \left(\frac{\mu - f}{m} + r \right) + d \left(\frac{f - \mu}{m} + r \right) = \bar{R}, \quad (45)$$

ahol Θ a kovariancia mátrix. Ez azt jelenti, hogy a befektető adott várható hozam mellett a legalacsonyabb varianciát (és így szórást) kívánja elérni. A kovariancia mátrix szerencsés szerkezete miatt a célfüggvény egy lineáris függvény abszolút értéke.

Mivel a feladat adott hozam mellett a szórást minimalizálja, előfordulhat, hogy több olyan hozamszint is van, amely mellett egy bizonyos szórás a minimális. Ezek közül kiválasztva a legmagasabb hozamú pontot kapjuk meg a hatékony portfóliók halmazát.

Nem tettünk kikötést eddig a és b előjelőre. Négy esetet vizsgálunk meg:

1. Teljes a piac, tehát a befektető tud hitelt felvenni, valamint tud részvényt rövidre eladni. Ekkor egyik együtthatóra sem teszünk kikötést. Negatív előjelű kockázatmentes befektetés kockázatmentes hitelfelvételt, negatív indexbefektetés pedig az indexet képező értékpapírok rövidre eladását jelenti.

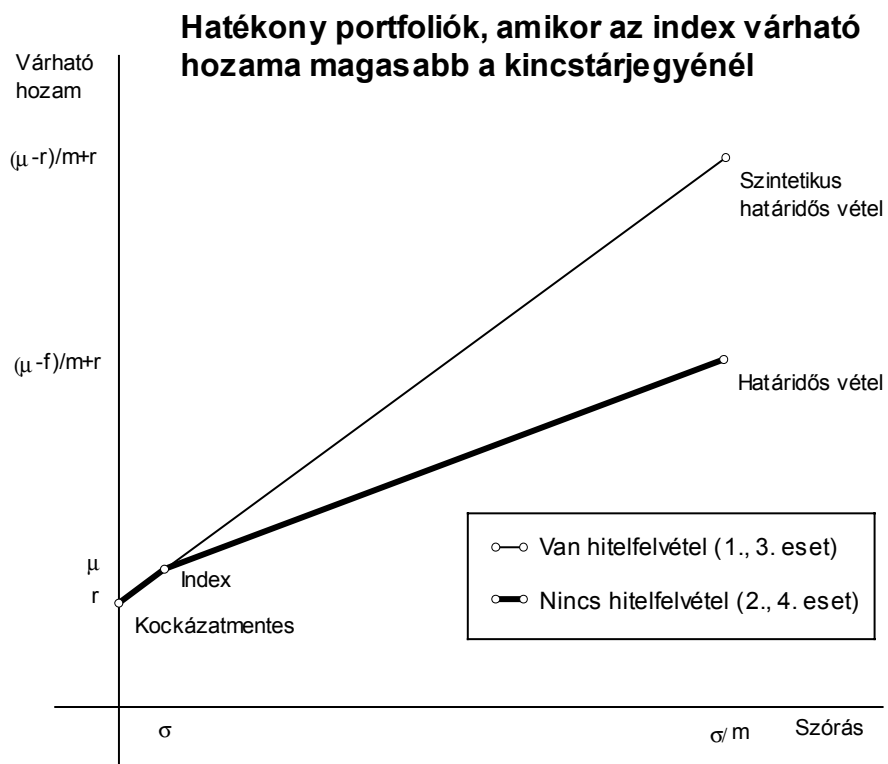
¹³ Például $\text{cov} \left(r_I, \frac{f - r_I}{m} + r \right) = \text{cov} \left(r_I, \frac{-r_I}{m} \right) = -\frac{\text{cov}(r_I, r_I)}{m} = -\frac{\sigma^2}{m}$

2. Van rövidre eladás, de nincs hitelfelvétel. Ekkor $a \geq 0$.

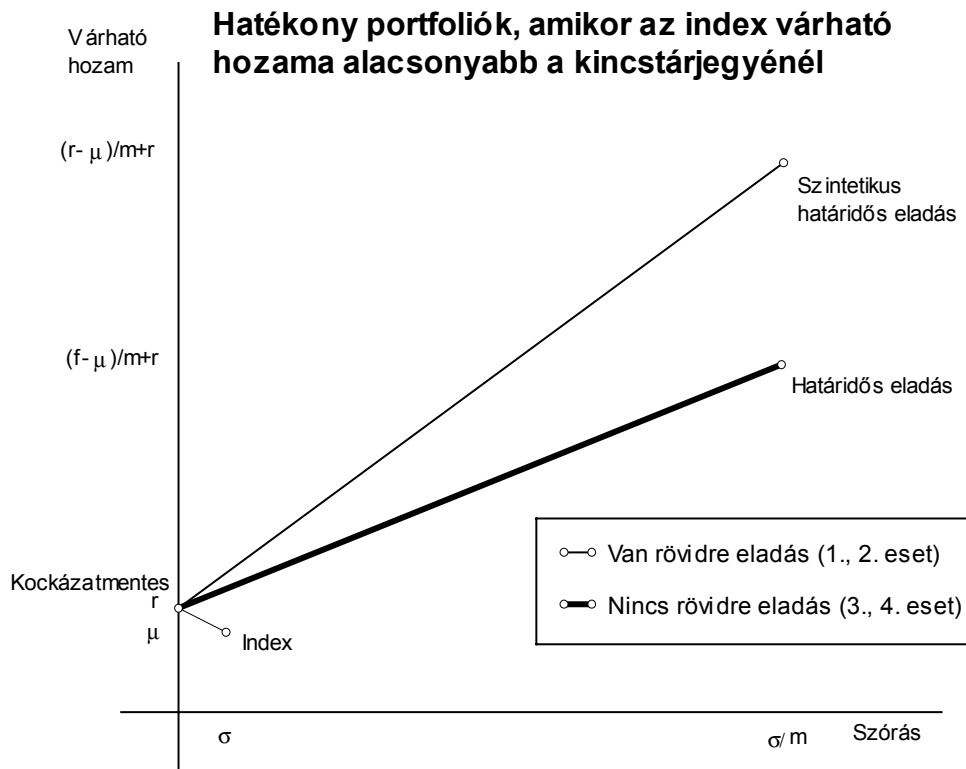
3. Nincs rövidre eladás, tehát a befektető tud hitelt felvenni, de nem tud részvényt rövidre eladni. Ekkor $b \geq 0$.

4. Nincs rövidre eladás, és kockázatmentes hitelfelvétel sincs. Ekkor $a \geq 0, b \geq 0$.

1. ábra



2. ábra



1. Ebben az esetben a kockázatmentes hitelből és az indexbe befektetett értékpapírból elő lehet állítani olyan szórású portfóliót, mintha valaki a teljes portfóliót határidős vételbe, vagy eladásba fektetné. Ha ugyanis valaki felvesz $\frac{1}{m} - 1$ egység hitelt, és hozzátevé 1 egység vagyont $\frac{1}{m}$ részvényindexet vesz ($a = -\frac{1}{m} + 1$, $b = \frac{1}{m}$, $c = 0$, $d = 0$), az így kialakított portfólió várható hozama $\frac{\mu - r}{m} + r$, szórása pedig $\frac{\sigma}{m}$ lesz. E portfólió és a határidős vétel közül csak a nagyobbik várható hozamú lehet hatékony (vagy mindkettő, ha hozamuk egyenlő), vagyis a befektető akkor választja a határidős vételt, ha

$$\frac{\mu - f}{m} + r \geq \frac{\mu - r}{m} + r \quad (46)$$

$$f \leq r \quad (47)$$

Mint ahogy részvényt is tartanak a befektetők (és egy indexvétel összeállítható a portfólió $1-m$ részének kockázatmentes értékpapírba, m részének pedig a határidős vételbe történő fektetésével)

$$m\left(r + \frac{\mu - f}{m}\right) + (1 - m)r \leq \mu \quad (48)$$

$$f \geq r \quad (49)$$

Ez azt jelenti, hogy pontosan akkor fognak a piaci szereplők a határidős kötésbe és a részvénybe is befektetni, ha az implicit kamatláb a kockázatmentes kamatlábbal megegyezik.

A határidős eladás ($d > 0$) csak akkor része a hatékony portfólióknak, ha $r > \mu$. Ez természetesen piaci egyensúly nem lehet, de tükrözheti a befektetők egy részének várakozásait.

2. Amennyiben nincs hitelfelvétel, a befektető az index és hitel kombinálásával nem tud létrehozni olyan portfóliót, amelynek szórása megegyezne a határidős vételével. Ebben az esetben a határidős vétel mindaddig hatékony, ameddig a határidős vétel várható hozama nagyobb az indexénél, vagyis

$$\frac{\mu - f}{m} + r \geq \mu \quad (50)$$

$$(1 - m)\mu + mr \geq f, \quad (51)$$

tehát ameddig az implicit kamatláb el nem éri az index várható hozama $(1-m)$ -szeresének és a kockázatmentes kamatláb m -szeresének összegét. Mivel a baloldal

szinte majdnem az index hozamával egyenlő (általában egy kicsit alacsonyabb, mivel $\mu \geq r$), egyszerűbb a felső korlátot az index hozamával közelíteni.

Mivel azonban az index továbbra is előállítható m rész határidős vételbe, és $(1-m)$ rész kockázatmentes értékpapírba történő fektetésével, a korábbiak miatt $f \geq r$.

Amennyiben $\mu < r$, mivel van rövidre eladás, az alsó és a felső korlátra is az 1. pontban levezetettek érvényesek, vagyis $f = r$.

3. Ha nincs rövidre eladás, de hitel van, akkor a határidős vétel igen, a határidős eladás azonban nem állítható elő az indexből és a kockázatmentes értékpapírból. Ezért egyrészt ha $\mu \geq r$

$$f = r, \quad (52)$$

másrészt viszont ha $\mu < r$, a határidős eladás mindaddig hatékony, ameddig várható hozama nagyobb a kockázatmentes kamatlábnál

$$\frac{f - \mu}{m} + r \geq r \quad (53)$$

$$f \geq \mu \quad (54)$$

Ugyanakkor, mivel van hitelfelvétel, az implicit kamatláb nem lehet magasabb a kockázatmentesnél, hiszen ekkor arbitrázs lenne, tehát

$$r \geq f. \quad (55)$$

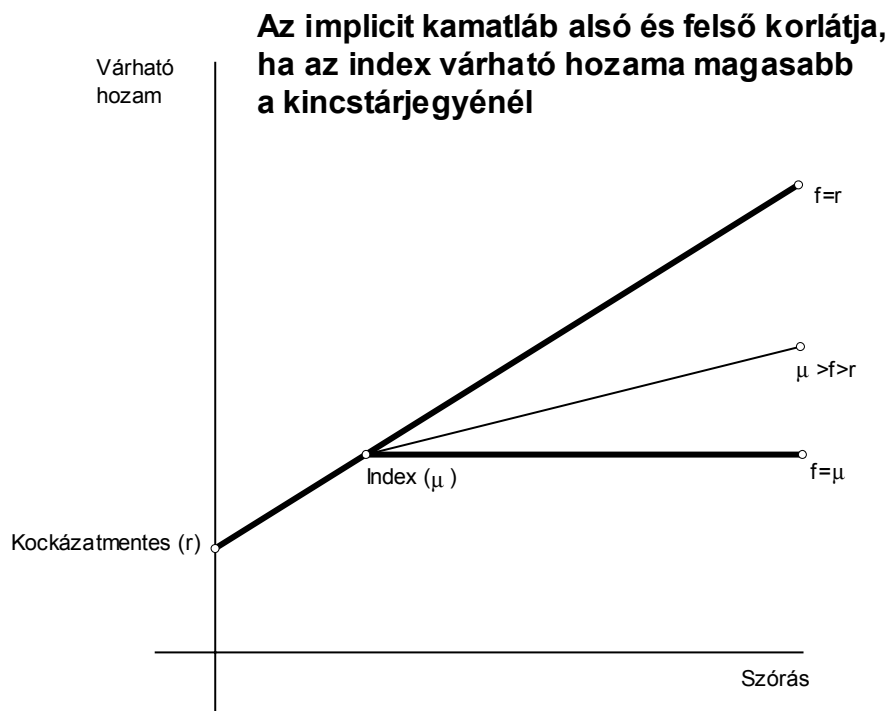
4. Ebben az esetben sem a határidős vételt, sem a határidős eladást nem lehet szintetikusán előállítani az index és a kincstárjegy vételével. Ekkor (a 2. és 3. pontokból következően)

$$\mu \geq (1-m)\mu + mr \geq f, \text{ és } f \geq r \text{ ha } \mu \geq r, \quad (56)$$

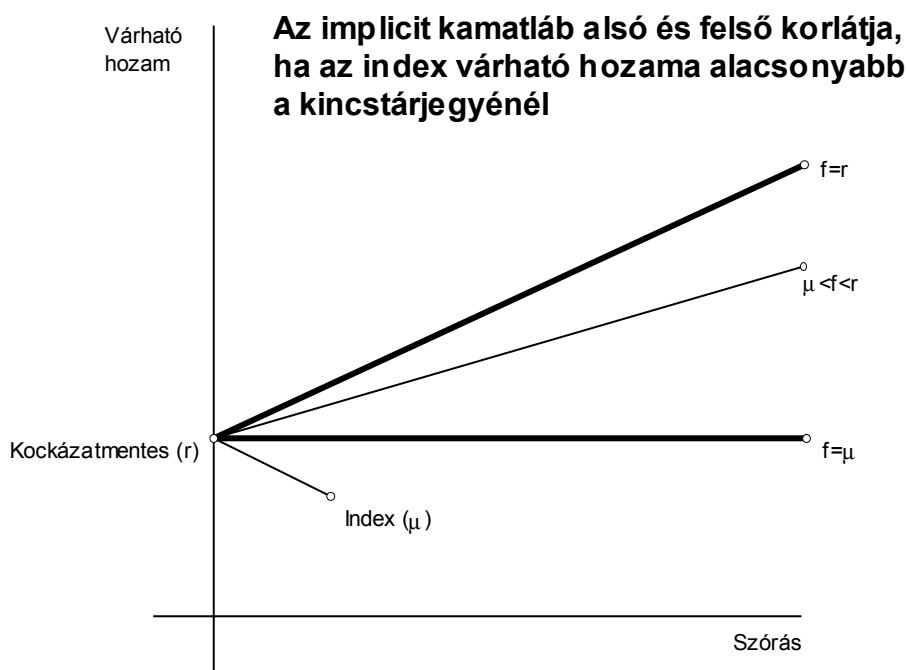
és

$$r \geq f \geq \mu, \text{ ha } \mu < r \quad (57)$$

3. ábra



4. ábra



Eredményeinket a következő táblázatba rendezhetjük össze (a táblázatban a felső korlátnál a gyengébbet tüntettük fel).

5. táblázat - a modell előrejelzései az implicit kamattartalomra az egyes esetekben

Hitelfelvétel	Rövidre eladás	$\mu \geq r$	$\mu < r$
Van	Van	$f=r$	$f=r$
Nincs	Van	$\mu \geq f \geq r$	$f=r$
Van	Nincs	$f=r$	$r \geq f \geq \mu$
Nincs	Nincs	$\mu \geq f \geq r$	$r \geq f \geq \mu$

Összefoglalásul megállapíthatjuk: ha nincs hitelfelvételre lehetőség, akkor az implicit kamatláb nagyobb lehet a kockázatmentesnél, de nem lehet nagyobb, mint az index várható hozama. Ha nincs rövidre eladás, az implicit kamatláb kisebb lehet, mint a kockázatmentes kamatláb, de legalább akkora, mint az index hozama. **Ha se rövidre eladás, se pedig hitelfelvétel nincs, az implicit kamatláb szabadon helyezkedhet el a kockázatmentes kamatláb és az indexportfólió hozama**

között. Ez az eredmény igen erőteljes, hiszen független a letéti követelmény szintjétől. A befektetőkkel kapcsolatban pedig csak azt tételeztük föl, hogy két azonos várható hozamú értékpapír közül az alacsonyabb szórásút preferálják.

Mitől van tehát arbitrázs? **Attól, hogy vannak olyanok, akik szeretnének magas kockázatú portfoliót létrehozni, de nem tudnak hitelt felvenni, vagy részvényt rövidre eladni.** Számukra akkor is előnyös határidőre venni részvényt, ha az implicit kamat nem egyezik meg a kockázatmentessel, hasznosságukat így is növelni tudják ahhoz képest, mintha teljes pénzüket csak a kockázatmentes értékpapírba és az indexbe fektethetnék.

Az árazási hiba fennállása esetén egy érdekes jelenség is bekövetkezik - a **piaci szegmentáció**. Mivel részvénnel rendelkező, vagy hitelt felvenni tudó befektetőnek árazási hiba esetén nem érdemes a határidős termékbe fektetnie, csak olyanok maradnak a határidős piacon, akik ilyen lehetőségekkel nem rendelkeznek - jellemzően a „kisbefektetők”. Amennyiben negatív árazási hiba lép fel, az azt jelenti, hogy a határidős piac résztvevőinek alacsonyabb a várakozásuk az index hozamára, mint azoknak, akik részvényekkel rendelkeznek. Pozitív árazási hiba esetén ugyanis a határidős piacon lévők “optimistábbak” azoknál, akiknek tőkéjük van.

Eredményeink a korábban bevezetett árazási hiba tekintetében is következményekkel járnak:

$$\begin{aligned}
 M_0 &= \frac{F_T^a - F_T}{F_T} = \frac{S_0(1 + f(T-t)) - S_0(1 + r(T-t))}{S_0(1 + r(T-t))} = \\
 &= \frac{(f - r)(T-t)}{1 + r(T-t)} \leq (f - r)(T-t) \quad (58)
 \end{aligned}$$

A korábbiak felhasználásával, ha $\mu \geq r$,

$$0 \leq M_t \leq (\mu - r)(T - t) \quad (59)$$

ha pedig $\mu < r$,

$$0 \geq M_t \geq (\mu - r)(T - t). \quad (60)$$

Összefoglalóan

$$|M_t| \leq |\mu - r|(T - t). \quad (61)$$

Vagyis az árazási hiba nemnegatív, ha az index várható hozama magasabb a kockázatmentes hozamnál, és nempozitív fordított esetben. Az árazási hibára tett korlát abszolút nagysága a határidő közeledtével csökken.

Az arbitrázslehetőség tehát akkor áll fenn, ha a határidős piacon új pozíciót létesítő befektető számára vagy a rövide eladás, vagy a hitelfelvétel (esetleg mindkettő) korlátokba ütközik. Ekkor aki részvényekkel, vagy tőkével rendelkezik (hitelt tud felvenni) kihasználhatja ezt a lehetőséget úgy, hogy a már ismertetett módon az indexből és hitelből előállítja a határidős terméket.

b. Az arbitrázs kereslete

Most, hogy láttuk, kik generálják az arbitrázslehetőségeket nem teljes piacok esetén, nyilvánvaló az is, kik tudnak élni velük: tőkével, illetve részvényekkel rendelkezők. Akiknek szabad tőkéjük van, és pozitív árazási hiba áll fenn, jobb, ha részvényindexet vesznek, és eladják határidőre, így kockázatmentesen magasabb hozamot érnek el, mintha kockázatmentes eszközbe fektetnék pénzüket. Akiknek viszont részvényeik vannak, és negatív árazási hiba áll fenn, jobb, ha eladják

részvényeiket, a bevételt kockázatmentes értékpapírba fektetik, és részvényeiket határidőre visszavásárolják.

A következőkben egy nem teljes (a korábbi 4. eset) és egy teljes (a korábbi 1. eset) piaci keresleti modellt vázolunk fel árfolyamarányos tranzakciós költségek mellett.

Nem teljes piac

Az árazási hibát továbbra is M -mel jelöljük. Tegyük föl, hogy a piacon $i = 1 \dots n$ arbitrázsőr tevékenykedik, mindegyiknek m_i arbitrázsra szánt pénze és s_i értékű részvénye (indexportfoliója) van, és c_i tranzakciós költsége merül fel az arbitrázs végrehajtásakor. Arbitrázs keresleti függvénye (mely M függvénye) ezért

$$D_i(M) = \begin{cases} m_i & c_i \leq M \\ 0 & -c_i \leq M < c_i \\ -s_i & M < -c_i \end{cases} \quad (62)$$

A pozitív kereslet hosszú arbitrázspozíciók nyitását, a negatív kereslet pedig rövid arbitrázspozíciók nyitását jelenti. A teljes arbitrázs iránti kereslet az egyéni keresletek összege, egy lépcsőfüggvény lesz

$$D(M) = \sum_{i=1}^n D_i(M) = \begin{cases} \sum_{c_i < M} m_i & M \geq 0 \\ -\sum_{M < -c_i} s_i & M < 0 \end{cases} \quad (63)$$

A keresleti függvény alakja azonban időben nem lesz változatlan - alakját az fogja meghatározni, hogy az arbitrázsőröknek mennyi arbitrázspozíciójuk van nyitva (hiszen ez befolyásolja m_i és s_i értékét).

Kezdetben a keresleti függvény majdnem vízszintes lesz, ahogy azonban az arbitrázsörök pozícióikat megnyitják, egyre magasabb árazási hiba szükséges ahhoz, hogy újabb szereplők további tőkét használjanak fel arbitrázsra. Megjegyzendő, hogy m_i csökkenése (egy hosszú arbitrázspozíció megnyitása) s_i növekedésével jár együtt (és fordítva). Így ahogy a keresleti függvény pozitív része egyre magasabb árazási hibát kíván meg egy adott értékű arbitrázs végrehajtásához, a keresleti függvény negatív része egyre alacsonyabb árazási hibát igényel ehhez – így az árazási hiba előjelváltása után a zéruspontnál „falba fog ütközni”.

Teljes piac

Teljes piacon az arbitrázslehetőségek tartós fennmaradása esetén az arbitrázsörök hitelfelvétellel korlátlanul növelhetik rendelkezésre álló pénzüket, illetve kölcsönzéssel részvényeik értékét. Ez végül is azt eredményezi, hogy keresleti függvényeik a végtelenbe tartanak mind pozitív, mind negatív árazási hiba esetén.

$$D_i(M) = \begin{cases} \infty & c_i \leq M \\ 0 & -c_i \leq M < c_i \\ -\infty & M < -c_i \end{cases} \quad (64)$$

A teljes kereslet pedig így alakul

$$D(M) = \begin{cases} \infty & \min_i c_i \leq M \\ 0 & -\min_i(c_i) \leq M < \min_i c_i \\ -\infty & M < -\min_i(c_i) \end{cases} \quad (65)$$

azaz a legalacsonyabb tranzakciós költségű szereplő használja ki valamennyi arbitrázslehetőséget.

c. Egyensúly

Nem teljes piac

Mivel a kínálati oldal esetében feltételeztük, hogy nincsenek tranzakciós költségek, most a keresleti oldalnál is szűkítjük a modellt, azaz $c_i = 0 \forall i$. Az a. pont alapján a piaci arbitrázs kínálati függvény (a pozitív kínálat a hosszú arbitrázs kínálatot, a negatív a rövid arbitrázs kínálatot jelenti):

$$S(M) = \begin{cases} 0 & (\mu - r)(T - t) \leq M \\ q & M < (\mu - r)(T - t) \end{cases} \quad (66)$$

ha $\mu > r$ és

$$S(M) = \begin{cases} -q^+ & (\mu - r)(T - t) \leq M \\ 0 & M < (\mu - r)(T - t) \end{cases} \quad (67)$$

egyébként.

Azt, hogy az egyensúly hol lesz, nyilván a kínálat és a kereslet egymáshoz viszonyított mennyisége dönti el. Most csak azt az esetet mutatjuk be, amikor az index elvárt hozama meghaladja a kockázatmentes kamatlábat ($\mu > r$), a másik eset ugyanígy levezethető.

$$M^* = (\mu - r)(T - t), \quad \text{ha } \sum_{i=1}^n m_i \leq q \quad (68)$$

$$M^* = 0, \quad \text{ha } q < \sum_{i=1}^n m_i \quad (69)$$

vagyis ha több az arbitrázs kínálata, mint az összkereslet, akkor a kínálati oldalhoz történik alkalmazkodás, ezért az árazási hiba a kockázati prémiummal egyezik meg, egyébként az árazási hiba egyenlő lesz a legmagasabb költségű arbitrázsőr tranzakciós költségével, aki a megfelelő kereslet biztosításához szükséges volt, azaz nullával.

Teljes piac

Teljes piacon a legkisebb költségű arbitrázsőr kereslete is korlátlan, így ismét csak a $\mu > r$ esetében

$$M^* = \min_i c_i = 0 \quad (70)$$

Megjegyzendő, hogy teljes piacon az arbitrázs kínálata is 0, ha M nem nulla.

2. Határidős indexárfolyamok lognormális árfolyamok esetén

Az ebben az konkrét képleteket vezetünk le a határidős indexkontraktusok elméleti futures és forward árára sztochasztikus kamatlábak feltételezése mellett. A levezetettek azonosak a Radnai [2003]-ban ismertetett modellel.

Az osztalékot nem fizető részvényindex és a kockázatmentes betét árváltozásának dinamikájáról az alábbiakat tesszük fel¹⁴:

$$dS_t = S_t \sigma_1 dW_{1t} + S_t \mu_1 dt \quad (71)$$

$$dB_t^{-1} = B_t^{-1} \sigma_2 dW_{2t} + B_t^{-1} \mu_2 dt \quad (72)$$

$$W_{2t} = \rho W_{1t} + \sqrt{1 - \rho^2} Z_t \quad (73)$$

ahol S a részvényindex értéke, B a kockázatmentes betét értéke (B^{-1} a diszkontfaktor, $B_0=1$), W_1 és Z pedig független Wiener folyamatok (Brown mozgás). W_2 definíciójából következően ezért W_1 és W_2 összefüggenek, korrelációs együtthatójuk pedig ρ .

A fenti sztochasztikus differenciálegyenletek megoldásai

$$S_t = S_0 e^{\sigma_1 W_{1t} + \mu_1 t} \quad (74)$$

$$B_t^{-1} = B_0 e^{\sigma_2 W_{2t} + \mu_2 t} = e^{\sigma_2 W_{2t} + \mu_2 t} \quad (75)$$

A kockázatmentes mértékre való áttéréshez meg kell határoznunk, hogy mi a diszkontált indexárfolyam várható értéke az eredeti P_1 mérték szerint.

¹⁴ A kockázatmentes betétből számított diszkontfaktor napi hozamát normális eloszlásúnak és szórását állandónak feltételezni igen vitatható, de a modell bonyolultságát nem kívántuk tovább növelni a valamilyen összetettebb kamatlábfolyamat bevezetésével.

$$E_{P_1}[B_t^{-1}S_t] = S_0 E_{P_1}\left[e^{\sigma_1 W_{1t} + \sigma_2 W_{2t} + (\mu_1 + \mu_2)t}\right] = S_0 E_{P_1}\left[e^{W_{1t}(\sigma_1 + \rho\sigma_2) + \sigma_2\sqrt{1-\rho^2}Z_t + (\mu_1 + \mu_2)t}\right] = \quad (76)$$

$$= S_0 \left[e^{\frac{(\sigma_1 + \rho\sigma_2)^2 + (\sigma_2\sqrt{1-\rho^2})^2}{2}t + (\mu_1 + \mu_2)t} \right] = S_0 \left[e^{\left(\frac{\sigma_1^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}{2} + (\mu_1 + \mu_2)\right)t} \right], \quad (77)$$

felhasználva, hogy $E(W_t) = 0$, $\sigma(W_t) = \sqrt{t}$, $E(e^x) = e^{E(x) + \frac{\sigma^2(x)}{2}}$ és ha x és y függetlenek, $E(xy) = E(x)E(y)$.

Ugyanígy a diszkontfaktor P_2 mérték szerinti várható értéke

$$E_{P_2}[B_t^{-1}] = E_{P_2}\left[e^{\sigma_2 W_{2t} + \mu_2 t}\right] = e^{\left(\frac{\sigma_2^2}{2} + \mu_2\right)t} \quad (78)$$

Mivel a diszkontált indexárfolyam martingál, ezért kockázatmentes mérték mellett

$$E_Q[B_t^{-1}S_t] = S_0. \quad (79)$$

Másrészt a diszkontfaktor kockázatmentes mértékkel vett várható értéke megegyezik a kockázatmentes kötvény értékével

$$E_Q[B_t^{-1}] = e^{-r_0 t}. \quad (80)$$

A második feltételből a kockázatmentes betét mozgását leíró folyamatot akkor kapjuk, ha $\mu_2 = -r_0 - \frac{\sigma_2^2}{2}$. Ezt és az első feltételt felhasználva a részvény mozgását

leíró folyamatot pedig akkor kapjuk, ha $\mu_1 = r_0 - \frac{\sigma_1^2}{2} - \rho\sigma_1\sigma_2$.

A Girszanov tétel (lásd például Elliott-Kopp [2000]) szerint a kockázatsemleges mérték melletti folyamatokra történő áttérést az alábbi transzformációval végezhetjük el:

$$\frac{dQ}{dP} = e^{\left(-\int_0^T \gamma_s dW_s - \frac{1}{2} \int_0^T \gamma_s^2 dt\right)} \quad (81)$$

$$Y_t = W_t + \int_0^t \gamma_s ds \quad (82)$$

A két folyamathoz tartozó γ függvények az alábbiak:

$$\gamma_{1t} = \frac{\mu_1 - \left(r_0 - \frac{\sigma_1^2}{2} - \rho\sigma_1\sigma_2\right)}{\sigma_1} \quad (83)$$

$$\gamma_{2t} = \frac{\mu_2 - \left(-r_0 - \frac{\sigma_2^2}{2}\right)}{\sigma_2} \quad (84)$$

Mivel ezek az értékek időben állandóak, teljesül a Girszanov tétel technikai feltétele is.

A kockázatsemleges mérték melletti sztochasztikus folyamatok tehát az alábbiak:

$$dS_t = S_t \sigma_1 dY_{1t} + S_t \left(r_0 - \frac{\sigma_1^2}{2} - \rho\sigma_1\sigma_2\right) dt \quad (85)$$

$$dB_t^{-1} = B_t^{-1} \sigma_2 dY_{2t} + B_t^{-1} \left(-r_0 - \frac{\sigma_2^2}{2}\right) dt \quad (86)$$

ahol Y_1 és Y_2 a Q kockázatsemleges mérték melletti Wiener folyamatok.

Ezek, és az előző részben levezetettek alapján a futures és forward árfolyamok már könnyen meghatározhatók:

$$F(0,T) = \frac{E_Q[B_T^{-1}S_T|\Phi_0]}{E_Q[B_T^{-1}|\Phi_0]} = \frac{S_0}{e^{-r_0T}} = S_0e^{r_0T} \quad (87)$$

$$G(0,T) = E_Q[S_T|\Phi_0] = S_0e^{(r_0 - \rho\sigma_1\sigma_2)T} \quad (88)$$

A két árfolyam százalékos eltérése pedig

$$\frac{F(0,T) - G(0,T)}{G(0,T)} = e^{\rho\sigma_1\sigma_2T} - 1 \approx \rho\sigma_1\sigma_2T \quad (89)$$

Ezek az eredmények konzisztensek az előző részben leírtakkal, és mivel a napi logaritmikus hozamok szórása és korrelációja már elméletileg állandónak tekinthető, tesztelhetőek is.

VI. Empirikus eredmények

Az 1-4. alpontban azt tekintjük át, hogy a későbbi empirikus vizsgálatokban főszerepet játszó BUX arbitrázstevékenység milyen intézményi keretek között folyt a bevezetés óta, illetve ezek a keretek hogyan változtak az idők folyamán. Az ökonometria vizsgálatokat az 5.-7. alpontokban találjuk.

1. A BUX összetétele és számítása

A BUX a Budapesti Értéktőzsde hivatalos indexe. Számítása az alábbi képlet alapján történik:

$$BUX_t = K \frac{\sum_i p_{it} q_{iT} D_i}{\sum_i p_{i0} q_{iT}} 1000, \text{ ahol} \quad (90)$$

K - az index folytonosságát biztosító korrekciós tényező, amely az indexkosár megváltozásakor kerül módosításra. Ekkor az új K konstans a következőképpen számítják ki:

$$K_t = \frac{t \text{ napi BUX a régi összetétellel}}{t \text{ napi BUX az új összetétellel}} K_{t-1} \quad (91)$$

t - aktuális időpont

T - az utolsó súlyozás időpontja (március 30-át illetve szeptember 29-ét követő első tőzsdenap)

0 - bázisidőpont (1991. január 2.)

i - részvényindex

p_{it} - az adott részvény legutolsó kereskedési napján számított záróra

p_{i0} - az indexbe kerülést megelőző nap záróra

q_{iT} - az adott részvénytársaságból a tőzsdére bevezetett részvények száma

D_i - az osztalékfizetés okozta árfolyamesést korrigáló tényező

$$D_i = \frac{p_{it}(ex) + d_i}{p_{it}(ex)}, \text{ ahol} \quad (92)$$

$p_{it}(ex)$ - a részvénytársaság nyitóára azon a napon, amikor először forog osztalékszavány nélkül

d_i - az i -edik részvény egységére jutó osztalék nagysága, forintban

D_i értéke minden év szeptember 30-án 1, ekkor korrigálják a K konstanszt.

Az indexben szereplő részvények összetételét évente kétszer, a március 30-át és szeptember 29-ét követő első tőzsdenapon változtatják meg. Az indexváltás egyrészt a BUX-ban lévő részvények körét, másrészt BUX-beli súlyukat érinti.

A részvények kiválasztásakor több szempontot vesz figyelembe az Indexbizottság. Az adott részvénytársaság elmúlt félévi teljesítményén kívül szerepet játszik a tőzsdére bevezetett pakett nagysága, a részvénytársasággal történő kereskedés gyakorisága (úgynevezett likviditás) is. 1999 októberig azt is komoly szabályrendszer határozta meg, hogy egy-egy részvény maximálisan mekkora súllyal szerepelhet az indexben (részletesen később).

Az indexösszetételt meghatározó szabályok sokáig változatlanok voltak, és fontos jellemzőjük volt, hogy maximálták az egyes részvények indexben elfoglalt súlyát 15%-ban, valamint az indexben szereplő részvények számát 20 és 25 közé korlátozták. Ennek a szabálynak a célja az volt, hogy a BUX reprezentatív, azaz az egész piac mozgását tükröző index legyen. 1999. október 1-jétől kezdve eltörölték a maximális súlyt és a minimális részvénytársaságszámot, így az index inkább úgynevezett

„blue-chip” index-szé vált, azaz lényegében a BÉT-en meghatározó 5-6 részvény mozgását tükrözte.

6. táblázat - A BUX index összetétele 1999. április 1-jén

Részvény	Névérték	Bázisár p(0)	Bevezetett D menny (q)	Záróár p(t)	Számláló (Ft) p(t)xqxqD	Súly a kosárban	Nevező (Ft) p(0)xq
BorsodChem	1,010	2,927	10,419,798	1 4,355	45,378,220,290	5.27%	30,498,748,746
Danubius	1,000	1,189	8,000,000	1 4,400	35,200,000,000	4.09%	9,512,000,000
Démász	10,000	13,512	3,702,910	1 18,200	67,392,962,000	7.83%	50,033,719,920
Egis	1,000	2,399	7,785,715	1 3,950	30,753,574,250	3.57%	18,677,930,285
Fotex	100	216	67,393,650	1 96	6,469,790,400	0.75%	14,557,028,400
Graboplast	1,000	1,271	5,210,711	1 1,560	8,128,709,160	0.94%	6,622,813,681
Inter-Európa Bank	10,000	6,600	543,875	1 8,600	4,677,325,000	0.54%	3,589,575,000
Matáv	100	1,297	100,971,470	1 1,256	126,820,166,320	14.73%	130,959,996,590
MOL	1,000	1,512	23,871,290	1 5,060	120,788,727,400	14.03%	36,093,390,480
NABI	1,000	5,002	4,470,000	1 2,940	13,141,800,000	1.53%	22,358,940,000
OTP	1,000	1,047	14,142,922	1 9,135	129,195,592,470	15.01%	14,807,639,334
Pannonplast	100	1,232	4,139,602	1 4,030	16,682,596,060	1.94%	5,099,989,664
Pick Szeged	1,000	1,963	3,082,293	1 7,150	22,038,394,950	2.56%	6,050,541,159
Prímagáz	1,000	2,398	3,600,000	1 2,340	8,424,000,000	0.98%	8,632,800,000
Rába	1,000	3,521	14,624,468	1 1,965	28,737,079,620	3.34%	51,492,751,828
Richter	1,000	1,790	17,981,422	1 7,650	137,557,878,300	15.98%	32,186,745,380
TVK	1,010	1,348	24,234,843	1 2,200	53,316,654,600	6.19%	32,668,568,364
Zalakerámia	1,000	3,095	3,069,680	1 1,985	6,093,314,800	0.71%	9,500,659,600
Összesen					860,796,785,620	100.00%	483,343,838,431

Forrás: Magyar Tőkepiac

7. táblázat - a BUX index összetétele 1999. október 1-jén

Részvény	Névérték	Bázisár p(0)	Bevezetett D menny (q)	Záróár p(t)	Számláló (Ft) p(t)xqxqD	Súly a kosárban	Nevező (Ft) p(0)xq
Antenna Hungária Rt.	1 000	12 909	2 222 978	1 1 940	4 312 577 320	0,42%	28 696 423 002
BorsodChem Rt.	1 010	2 927	2 232 105	1 3 220	7 187 378 100	0,70%	6 533 371 335
Danubius Rt.	1 000	1 189	3 816 346	1 2 605	9 941 581 330	0,97%	4 537 635 394
Démász Rt.	10 000	13 512	1 632 877	1 7 100	11 593 426 700	1,13%	22 063 434 024
Egis Rt.	1 000	2 399	4 433 859	1 11 700	51 876 150 300	5,04%	10 636 827 741
Fotex Rt.	100	216	39 347 529	1 132	5 193 873 828	0,51%	8 499 066 264
Matáv Rt.	100	1 297	313 703 026	1 727	228 062 099 902	22,18%	406 872 824 722
MOL Rt.	1 000	1 512	54 147 166	1 4 185	226 605 889 710	22,04%	81 870 514 992
NABI Rt.	1 000	5 002	2 468 674	1 3 305	8 158 967 570	0,79%	12 348 307 348
OTP Rt.	1 000	1 047	17 174 324	1 13 595	233 484 934 780	22,71%	17 981 517 228
Pannonplast Rt.	100	1 232	4 206 476	1 2 965	12 472 201 340	1,21%	5 182 378 432
Pick Szeged Rt.	1 000	1 963	1 953 802	1 2 730	5 333 879 460	0,52%	3 835 313 326
Rába Rt.	1 000	3 521	8 945 380	1 1 440	12 881 347 200	1,25%	31 496 682 980
Richter Rt.	1 000	1 790	12 321 506	1 15 695	193 386 036 670	18,81%	22 055 495 740
Synergon Informatikai Rt.	200	2 897	5 243 611	1 260	1 363 338 860	0,13%	15 190 741 067
TVK Rt.	1 010	1 348	4 401 471	1 2 330	10 255 427 430	1,00%	5 933 182 908
Zalakerámia Rt.	1 000	3 095	4 549 987	1 1 360	6 187 982 320	0,60%	14 082 209 765
Összesen					1 028 297 092 820	100,00%	697 815 926 268

Forrás: Magyar Tőkepiac

Az index összetétele azonban évente mintegy 10-15 alkalommal változik. Ennek oka a rendes félévenkénti részvénykorrekción kívül az, hogy mint arra már utaltunk, a BUX értékét minden benne szereplő részvény osztalékfizetésekor korrigálják. Amennyiben ugyanis hatékony a piac, minden mást változatlanul feltételezve egy részvény osztalékfizetésének hatására a részvényárfolyam éppen a kifizetett osztalék nagyságával csökken. Ennek az árfolyamváltozásnak az ellensúlyozására alkalmazzák az indexben szereplő *D*-tényező korrekcióját.

A BUX értékét 1997 április elseje óta minden kereskedési napon 5 másodpercenként (vagyis gyakorlatilag folyamatosan) kiszámítják és teszik közzé. Az index ettől a naptól kezdve úgynevezett záróáras, hiszen mindig csak a legutolsó kereskedési árat tartalmazza. Korábban az index értékét csak a kereskedési nap végén számították ki, méghozzá az aznapi forgalommal súlyozott átlagárakat használták fel az index értékének meghatározásához. Ennek a múltbeli arbitrázshelyzetek elemzésekor van jelentősége, így erre a későbbiekben még visszatérünk.

2. A BÉT azonnali és határidős piacai

Azonnali részvénytőzsdé

1994 óta a BÉT-en automatikus kereskedés folyik az azonnali részvénytőzsdén (ekkor vezették be a CMSS nevű számítógépes rendszert). Ez azt jelenti, hogy a brókerek egy számítógépes program segítségével kereskednek, mind a vételi, mind az eladási ajánlatokat ebben rögzítik, a program pedig a kereskedési algoritmus alapján automatikusan párosítja az ajánlatokat. A számítógépes rendszerbe a korábban a tőzsdeteremben, ma már csak a brókercégek irodájából lehet bekapcsolódni.

1996. szeptember 9-ét megelőzően technikai okok miatt a részvényekkel való kereskedés 3-5, úgynevezett piacszegmensekre volt osztva, és mindig csak egy-egy

szegmens részvényei forogtak egyszerre. Ebben az időszakban tehát mindig csak egyazon szegmenshez tartozó részvényekre lehetett üzletet kötni, ezért nem lehetett előállítani rögtön az indexet alkotó portfoliót az azonnali piacon. Gyakran előfordult, hogy egy új szegmens indulásakor az index értéke hirtelen és jelentősen elmozdult.

8. táblázat - A részvények kereskedési ideje 1995. november 20-a és 1996. február 11-e között

Kereskedési idő				95.11.20
Piac	Nyitás	Zárás	Részvények	BUX
3AUT	11:15	11:50	Dunaholding	✓
			Goldsun	✓
			Global	✓
			OTP	✓
			Pannonplast	✓
			Prímagáz	✓
			Soproni Sörgyár	
			Zwack Unicum	✓
4AUT	11:50	12:25	Agrimpex	✓
			Danubius	✓
			Egis	✓
			Fotex	✓
			Globus	✓
			Graboplast	✓
			Hajdútej	
			Pick	✓
			Skála-Coop T	✓
5AUT	12:25	13:00	Domus	✓
			IEB	✓
			Humán	✓
			Kárp. jegy	
			Martfői Sörgyár	✓
			Pharmavit	
			Richter	✓
			Zalakerámia	✓

Forrás: Magyar Tőkepiac

1996. szeptember 9-ét követően a napi nyitó ajánlatok bevitelét követően az egyes részvényekkel való kereskedés megkezdése a piac szereplői által nem ismert, de előre rögzített sorrendben történt, 5 percen belül. Ezek után valamennyi tőzsdére bevezetett részvényre a teljes hátralévő kereskedési idő folyamán lehetett üzletet kötni.

A BÉT azonnali piacán a következő fő változást az új elektronikus távkereskedési rendszer, az MMTS bevezetése hozta 1998. november 20-án. Ettől az időtől kezdve az azonnali piac kereskedése nyitó ajánlatgyűjtéssel kezdődik, majd az ezt követő nyitó ügyletkötési szakaszban egy algoritmus által képzett áron kötések születnek az átfedő ajánlati könyvekben, a megmaradó ajánlatok pedig (amelyek nem csak az adott szakaszra voltak érvényesek) továbbkerülnek a szabad szakaszba. A szabad szakaszt zárás követi, de a záróárat a szabad szakasz utolsó (korábban egy ideig hátulról a harmadik) kötésében kialakult ár adja.

A kereskedési idő folyamatosan nőtt, 1999. május 17-én érte el a ma is érvényes hosszúságát. A szabad szakasz azóta 10.00-16.30-ig tart.

9. táblázat - A szabad szakasz kereskedési idejének változásai a BÉT azonnali részvénypiacán

Érvényesség		Azonnali részvény	
Kezdet	Vége	Nyitás	Zárás
95/11/20	96/02/11	11:15	13:00
96/02/12	96/09/08	11:45	13:15
96/09/09	97/01/22	11:25	13:15
97/01/23	99/01/17	11:25	13:15
99/01/18	99/05/16	11:25	14:15
99/05/17	99/05/17	10:00	16:00
99/05/18	99/09/16	10:00	16:30
99/09/17		10:00	16:30

Forrás: Magyar Tőkepiac

A magyar piacon a legutolsó időkig nem volt egyértelműen szabályozva az értékpapír-kölcsönzés és rövidre eladás (short selling) intézménye. Habár az 1997. január elsején életbe lépett 1996. évi CXI. (Értékpapírtörvény) mindezt jogilag lehetővé tette, homályos megfogalmazásai a nyereség felosztására (miszerint az teljes egészében a kölcsönadót illette) megakadályozták intézményesülését.

A 2002. január 1-jén életbe lépett új 2001. évi CXX. (Tőkepiaci) törvény alapján várhatóan rövidesen lehetővé válik a rövidre eladás intézményének kialakulása a magyar piacon is. Az értékpapír-kölcsönzéssel a törvény 168-170. paragrafusa foglalkozik. Fő megállapításai az alábbiak: értékpapír-kölcsönzéskor a tulajdonjog átszáll a kölcsönbe vevőre, kölcsönzési szerződés csak határozott időre és legfeljebb egy évre köthető, az adott óvadék nem lehet kevesebb a kölcsönvett papír piaci értékének állampapír, állami garanciával rendelkező papír vagy jelzáloglevél esetében 105, egyéb esetekben 120 százalékánál.

A határidős BUX-piac

A Budapesti Értéktőzsdén 1995. március 31-e óta lehetőség van a BUX indexszel való határidős kereskedésre is. Érdekesség, hogy bár a részvények kereskedése ekkor már automatikus kereskedésben folyt, a határidős piacon nyílt kikiáltással kezdődött meg az üzletkötés és 1999. szeptember 17-ig úgy folyt. Ekkortól a határidős piacot is az új MMTS kereskedési rendszer szolgálja ki.

Jelenleg kilenc határidőre lehet ügyletet kötni, amelyek közül a dolgozat írásának idején a legnépszerűbb a legközelebbi decemberi határidő. Az egyes határidők népszerűsége időben igencsak változott - míg kezdetben a külföldi példákhoz hasonlóan mindig a legközelebbi határidő volt a leglikvidebb, addig az első komolyabb tőzsdeválságot, 1997 őszét követően először a júniusi és decemberi határidők voltak a spekulánsok kedvencei, míg végül 1999-től a legközelebbi decemberi hónapok egyeduralma volt megfigyelhető. Az alábbi táblázat a nyitott kötésállomány megoszlását mutatja meg néhány kiválasztott napon.

10. táblázat - a BUX nyitott kötésállományának változása

1996/06/28		1997/06/30		1998/06/30		1999/06/30		2000/06/30		2001/06/29	
Kontraktus	Nyitott	Kontraktus	Nyitott	Kontraktus	Nyitott	Kontraktus	Nyitott	Kontraktus	Nyitott	Kontraktus	Nyitott
96-Sep	1227	97-Sep	3472	98-Sep	209	99-Sep	22	00-Sep	2345	01-Sep	0
96-Dec	882	97-Dec	8180	98-Dec	26441	99-Dec	41336	00-Dec	36643	01-Dec	22412
97-Mar	616	98-Mar	1028	99-Mar	15	00-Mar	0	00-Mar	0	02-Mar	0
97-Jun	88	98-Jun	3305	99-Jun	5076	00-Jun	142	01-Jun	4703	02-Jun	0
		98-Dec	2073	99-Dec	9659	00-Dec	345	01-Dec	236	02-Dec	68
		99-Jun	449	00-Jun	132	01-Jun	2	02-Jun	0	03-Jun	0
Összesen	2813		18507		41532		41847		43927		22480

Forrás: Magyar Tőkepiac

A táblázatból az is látható, hogy az 1998-ig dinamikusan növekedő határidős BUX piac 1999-től 2000-ig stagnált, 2001-ben viszont nominálisan is visszaesett. Ez utóbbi esés egyrészt a határidős részvénykontraktusok bevezetésének, másrészt pedig a belföldi részvénybefektetők érdeklődése csökkenésének köszönhető.

A határidős termékek kereskedési ideje három szegmensre oszlik: nyitó, szabad és záró szakaszra. A nyitó és záró szakaszban történik a nyitó és záróár meghatározása, ez már a nyílt kikiáltás idején is automatikus kereskedésben folyt (eltekintve a hőskortól). Ez azt jelentette, hogy az üzletkötők számítógépen rögzítették az ajánlatokat, amelyeket a program a kereskedési algoritmus alapján automatikusan párosított. A nyitó és záró szakaszban egyetlen árfolyamon történt üzletkötés, mégpedig úgy, hogy a kereskedési algoritmus meghatározta azt az árszintet, amelyen az adott árfolyamok alapján a lehető legnagyobb kontraktusszámú forgalom volt lebonyolítható.

Akárcsak az azonnali piacon, a határidősön is fokozatosan szélesedett ki a kereskedési idő. Az alábbi táblázat mutatja be az egyes szakaszok kezdetét és végét különböző időpontokban.

11. táblázat – Az egyes szakaszok kereskedési idejének változásai a BÉT határidős részvénypiacán

Érvényesség		Nyitó szakasz		Szabad szakasz		Záró szakasz	
Kezdet	Vége	kezdet	vége	kezdet	vége	kezdet	vége
95.11.20	96.02.11	n.a.	n.a.	12:00	12:30	n.a.	n.a.
96.02.12	96.09.08	n.a.	n.a.	12:00	12:30	n.a.	n.a.
96.09.09	97.01.22	n.a.	n.a.	12:00	12:30	n.a.	n.a.
97.01.23	97.06.05	11:20	11:30	11:45	12:30	12:50	13:00
97.06.06	98.11.19	11:20	11:30	11:45	12:45	13:05	13:15
98.11.20	99.01.17	11:20	11:30	11:45	12:45	13:05	13:15
99.01.18	99.05.16	11:20	11:30	11:45	13:45	14:05	14:15
99.05.17	99.05.17	10:00	10:10	10:20	14:40	14:50	15:00
99.05.18	99.09.16	10:00	10:10	10:20	14:40	14:50	15:00
99.09.17		10:00	10:05	10:05	16:30	16:30	16:40

Forrás: Magyar Tőkepiac

A két piac nyitása és zárása 1999. szeptember 17-e óta egyszerre történik, de ez nem mindig volt így. A legfontosabb időszak az ezt közvetlenül megelőző négy hónap volt, amikor az azonnali piac 1,5 órával tovább tartott nyitva, mint a határidős. Ez azért fontos, mert ebben az időszakban a két piac záróárai nem egy időben keletkeztek, valamint az arbitrázstevékenység is szünetelt a azonnali piac utolsó másfél órájában.

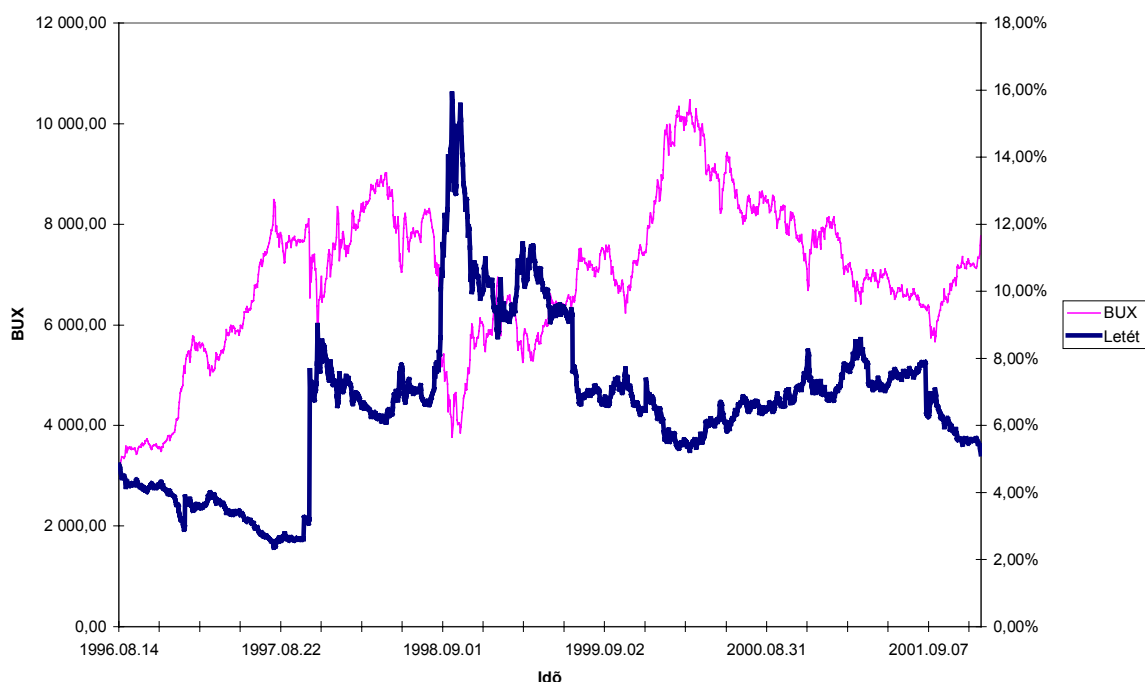
A határidős pozíciók napi elszámolását a Központi Elszámolóház és Értéktár (KELER Rt) végzi. Az elszámolást naponta végzik el, mégpedig úgy, hogy az elszámolóház a klíringtagoktól azonos mértékben minden megnyitott pozíció után bekért alap és változó letétek terhére elszámolja a nyitott árkülönbségeket (ennek pontos módját az elméleti modelleknél ismertettük). Amennyiben valamelyik klíringtag számláján nem elég a fedezet, ennek pótlására szólítja fel a KELER a céget. A pozitív egyenleget az elszámolást követően a tőzsdetag számlájára azonnal jóváírja. A továbbiakban a brókercég felelős azért, hogy egyes ügyfelei változóletét számláján mindig a megfelelő összeg legyen.

Amennyiben a határidős ár változása eléri a napi maximális ármozgás mértékét, a kereskedést felfüggesztik, és a tőzsde azonnali klíringet rendel el. Az éppen aktuális áron kiszámítják minden tőzsdetag összes nyitott pozíciójának értékét, és összevetik

a letétekkel. Amennyiben valamely számlán nem elegendő a fedezet, a tőzsdetagot azonnali hatállyal felfüggesztik a további üzletek nyitásától, de más bróker cég az ő számára zárhat pozíciót. Az azonnali klíringet követően folytatódik a kereskedés, mégpedig éppen annyi idővel, hogy a napi kereskedési idő a szabályzatban előírt tartamú legyen. A pozíció végelszámolása a határidő kifutását követő második tőzsdenapon történik, mégpedig elszámolóárnak az előző nap hivatalos azonnali BUX értékét tekintik.

Az azonnali klíring a 97-es és 98-as őszi budapesti tőzsdeválságok idején több furcsa következménnyel is járt. Egyrészt megnövelte az arbitrálók kockázatát, hiszen a határidős piac a klíring alatt nem működött, és ha valaki nem figyelt oda eléggé, könnyen nyitva maradhatott az arbitrázspozíció egy részével. Fontosabb azonban, hogy a klíring idejével a BÉT a határidős piac kereskedési idejét megnyújtotta. Mivel a klíring átlagosan 30 percig tartott, egy-két extrém esetben előfordult, hogy a határidős piac az azonnali piac zárását követő másfél órával is nyitva volt. Ezeken napokon általában kényszerlikvidálásra, azaz olyan befektetők kontraktusainak zárására is sor került, akik letéti kötelezettségeiket nem teljesítették - az ezzel a piacra került többletkínálat pedig az árakat tovább sodorta (általában lefelé), mivel az azonnali piac zárása miatt az arbitrázsörök nem tudtak keresletet támasztani. Az utóbbi években a klíringek egyre ritkábbá váltak, mivel az 1997 és az 1998-as őszi válságok hatására a KELER a letéteket jelentősen megemelte.

5. ábra – az éven belüli lejáratok alapletéte a BUX százalékában



Az ábrán látható, hogy a letétek az 1997-es válság idején nagyon alacsony, 2-3 százalékos szinten voltak (a határidős indexérték mindig magasabb, mint az azonnali, így annak százalékában kifejezve még alacsonyabb értéket kapnánk). A válság hatására a letétek a 6-8 százalékos szintre emelkedtek, és ott is maradtak a 98-as válságig, amikor néhány hétre 15 százalékos magasságba emelkedtek. Az utóbbi években a KELER újra 6 és 8 százalék közötti alapletétet követel meg.

Amíg a piac szereplői tekintetében az azonnali piacot a külföldi és intézményi befektetők jelentős részvétele jellemezte, a határidős piacon mindig a belföldi magánbefektetők domináltak (az arbitraszörök nyilván mindkettőn). Ennek több oka is volt. Az egyik a határidős BUX piacon a devizaliberalizációig érvényben lévő pozíciós limitek, amelyet a külföldiek tevékenységének korlátozására írt elő az MNB a devizahatósági engedély megadásakor, bár ez effektív korlátként csak ritkán hatott. Másrészt a külföldi részvényalapok általában határidős piacokon nem, vagy csak az adott kontraktus külföldi felügyeleti engedélyének megadása után vehettek részt (amely a BUX-nak nem volt meg). A belföldi intézmények közül a befektetési alapokról szóló törvény elavult korlátozásai nem tették lehetővé, hogy a BUX-ot

alkotó portfóliót teljes vagyonukból megvásárolják, valamint a PSZÁF állásfoglalása szerint derivatív ügyleteket „csak fedezeti célból” használhattak, így szabályozói kockázattal néztek szembe azok az alapok, amelyek például részvénybe fektetés helyett vásároltak határidős BUX kontraktusokat.

3. Tranzakciós költségek

Cash-and-carry arbitrázs végrehajtása esetén az indexportfólió megvételekor brókeri jutalékot kell fizetni. Ez magánszemély esetében 1 százalék, intézményi befektető esetén alacsonyabb, 0,3-0,4 százalék körül van. Mivel az indexportfóliót a pozíció zárásakor el is kell adni, ez a költség kétszer merül fel. Ugyanígy a határidős BUX eladásakor is jutalékot kell fizetnie, ami kontraktusonként 500-1000 Ft, azonban csak egyszer kell fizetni, nyitáskor. A 7500 ponton álló BUX névleges értékének (750.000 Ft) ez mintegy 0,6-1,3 ezreléke. A brókercégeknek természetesen sokkal alacsonyabbak a költségeik, nekik csak az elszámolóház díja merül fel költségként, ami a portfólió vételnél kétszer 0,1%, a határidős kötésnél pedig 150 forint, vagyis 0,2 ezrelék. Az alábbi táblázat foglalja össze a különböző befektetők tranzakciós költségeit az ügylet végrehajtásakor:

12. táblázat - az egyes befektetői csoportok tranzakciós költségei

Költség	Kisbefektető	Intézményi befektető	Bróker
Részvény	2%	0,8%	0,2%
Határidős BUX	0,13%	0,13%	0,02%
Összesen	2,13%	0,93%	0,22%

Ez, mint azt korábban levezettük azt jelenti, hogy a határidős árak elméleti értéküktől ekkora százalékkal eltérhetnek pozitív és negatív irányban anélkül, hogy az adott befektetői csoportnak érdemes lenne arbitrálni.

4. Kihaszínatlan arbitrázslehetőségek

A piacon az arbitrázsőrök az arbitrázslehetőségeket nem az árazási hiba kiszámításával, hanem a korábban definiált implicit kamatláb kiszámításával ellenőrzik. Amennyiben nincsenek tranzakciós költségek, a stratégia egyszerű - ha az implicit kamatláb magasabb a kockázatmentes kamatlábnál, a részvényeket meg kell venni és határidőre eladni az indexet, ha viszont alacsonyabb, a részvényeket el kell adni, és határidőre visszavásárolni az indexet.

Ha azonban vannak tranzakciós költségek, akkor lesz az implicit kamatlábnak a kockázatmentes kamat körül egy felső és alsó szintje, amin belül nem érdemes még arbitrálni. Ez a „csatorna” azonban időben nem állandó - a lejárat közeledtével tágul. Ha a tranzakciós költségek arányát τ -val jelöljük (és lineáris kamatozással számolunk), nincs arbitrázs, ha

$$S_0(1 - \tau)(1 + i(T - t)) \leq F \leq S_0(1 + \tau)(1 + i(T - t)) \quad (93)$$

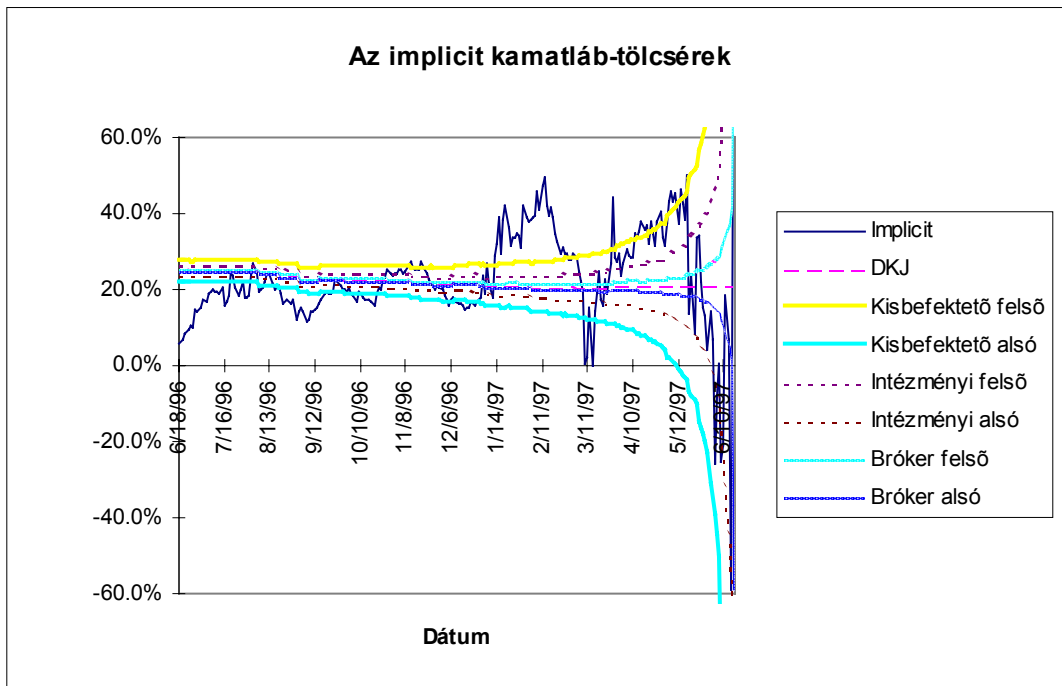
$$-\tau + i(T - t) - \bar{a}(T - t) \leq \frac{F}{S_0} - 1 \leq \tau + i(T - t) + \bar{a}(T - t) \quad (94)$$

$$-\frac{\tau}{T - t} + (1 - \tau)i \leq \left(\frac{F}{S_0} - 1\right) \frac{1}{T - t} \leq \frac{\tau}{T - t} + (1 + \tau)i \quad (95)$$

Ez azt jelenti, hogy ha a kisbefektetők 2 százalékos sávját tekintjük, és a kockázatmentes kamatláb 20 százalék, 1 évvel a lejárat előtt ($T-t=1$) az implicit kamatláb 17,6 százalék és 22,4 százalék között mozoghat. 1 hónappal a lejárat előtt ($t=1/12$) azonban már 44,4 százalék és $-0,44$ százalék a két határ.

Az alábbi ábrán láthatjuk az implicit kamatláb arbitrázsmentes határait a különböző befektetői csoportok számára.

6. ábra



Látjuk, hogy az ábrán szemléltetett időszakban a költségek figyelembevétele mellett is maradtak arbitrázslehetőségek, még a kisbefektetők számára is.

5. Az árazási hiba elemzése napi adatokon

Ebben az alpontban a Radnai [2002]-ben ismertetett vizsgálatom eredményeit közlöm.

a. Adatok

Az első empirikus vizsgálatban az 1995. szeptember 18-a és 2001. december 18-a közötti időszak adatait elemzem. A vizsgálat tárgya az 1995 decembere és 2001 decembere között lejáró határidős kontraktusok közül azok, amelyek forgalmuk alapján likvidnek voltak tekinthetőek. Mint azt az előző pontokban bemutattuk, 1995-97 során általában a legközelebbi (három hónapon belül) lejáró kontraktusok,

ezután a júniusi és decemberi lejáratok, majd 1999-től kezdve a decemberi lejáratokat kedvelték a befektetők, így mintámban is ezen kontraktusok adatai szerepelnek.

A BUX azonnali értékét a Budapesti Értéktőzsde bocsátotta rendelkezésemre, míg a határidős elszámolóárakat a Központi Elszámolóház és Értéktár (KELER) Rt adatbázisából kaptam meg. A kockázatmentes kamatlábat 1997. február 17-ig az 1, 3, 6 és 12 hónapos diszkont kincstárjegyek aukción kialakult heti átlaghozamaiból interpoláltam lineárisan az adott kontraktus lejáratáig. 1997. február 18-tól kezdve az Államadósság Kezelő Központ által naponta közzétett 3, 6 és 12 hónapos referenciahozamainak lineáris interpolálásával képeztem a kamatlábat. Az aukciók és a referenciahozamok adatsorát az ÁKK bocsátotta rendelkezésünkre. 3 hónapon belül a 3 hónapos, 12 hónapon túl pedig a 12 hónapos kamattal számoltam (a 2 éves hozamot nem tudtam használni, mivel az nem diszkont kincstárjegyekből, hanem kötvényekből visszszámított lejáratig számított hozam volt)¹⁵.

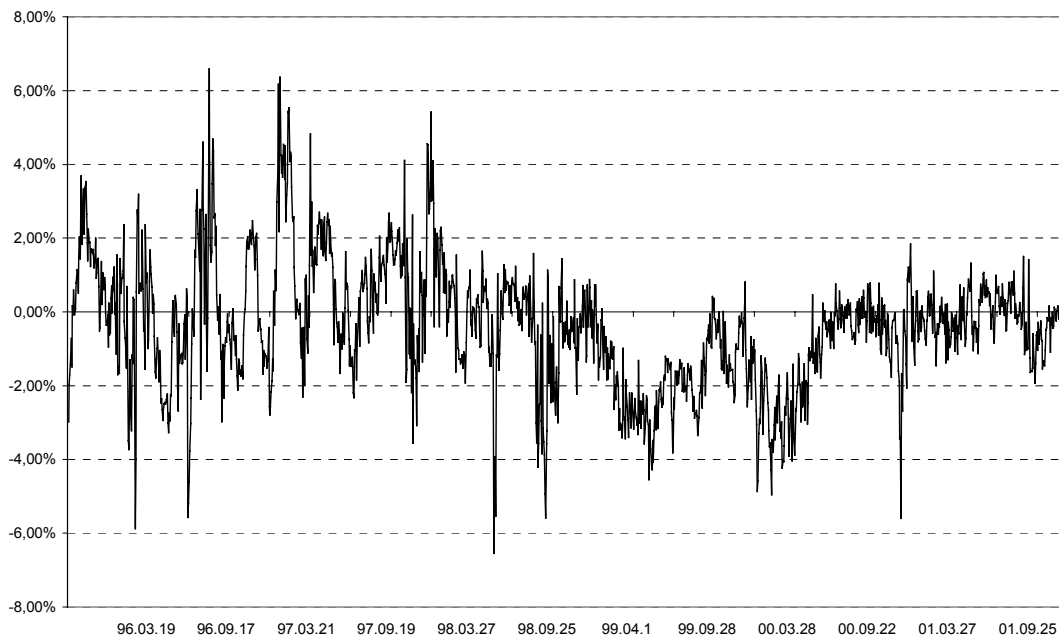
Vizsgálatomban nap végi azonnali piaci záróárakat vetek össze a határidős piac elszámolóárával. Mivel a határidős piac záró szakasza 15 perccel az azonnali piac zárása után ér véget, ezek az adatok általában legfeljebb 15 perc eltérést tartalmaznak. Ettől eltért a már említett 1999. május 17-től szeptember 16-ig tartó időszak, amikor a határidős piac 1,5 órával korábban zárt, mint az azonnali. Erre az időszakra ezért a 15 órai BUX értéket használtam fel.

1996. szeptember 9-e előtt a kereskedés a korábban ismertettek szerint nem egyszerre történt valamennyi részvényben. Az arbitrázst (illetve kvázi-arbitrázst) akkor is megkísérelhették a befektetők, nyilván nagyobb kockázattal, mint a későbbiek folyamán. Ebből kifolyólag ennek az időszaknak az adatait is szerepeltettem, azonban az árazási hibát nem a részvények záróáraiból számított

¹⁵ Mivel az üzletkötések döntő többségében a lejárat éven belüli, ez az egyszerűsítés nem jelent lényeges torzítást

BUX index, hanem a napi, forgalommal súlyozott átlagárból számított indexérték és a határidős kötések elszámolóára alapján számítottuk ki. Ezekből az eredményekből azonban csak óvatosan lehet következtetéseket levonni.

7. ábra – a legközelebb lejáró kontraktus árazási hibája



b. Az árazási hiba

A nap végi adatokból a kamatláb segítségével az alábbi képlettel számítottam ki az árazási hibát (mivel a használt kamatlábak is lineáris kamatozás feltételezésével lettek éves szintre átszámítva):

$$Misp = \frac{F - S(1 + r(T - t))}{F}, \quad (96)$$

ahol F a kontraktus határidős ára, S a BUX index azonnali értéke, r a kamatláb, $T-t$ pedig a lejáratig számított idő évben.

Az alábbi táblázatban követhetjük nyomon a decemberi kontraktusok és a legközelebb lejáratú kontraktus árazási hibájának legfontosabb statisztikáit.

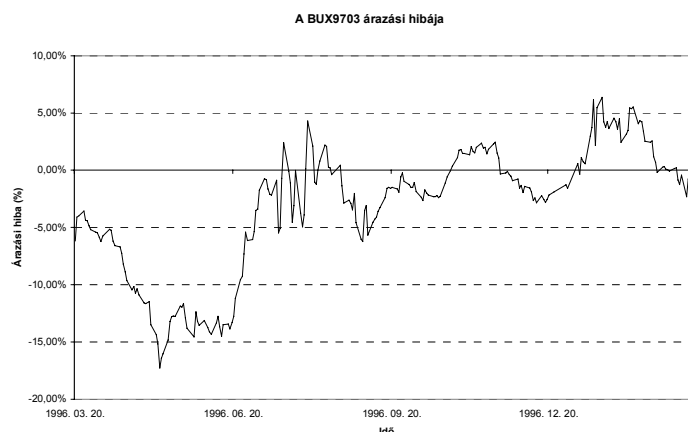
13. táblázat - az árazási hiba idősorok fő jellemzői (százalékban)

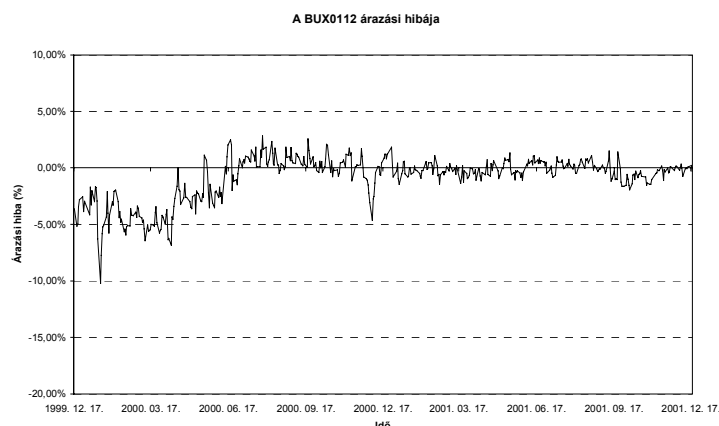
Kontraktus	Elemzés	Átlag	Medián	Maximum	Minimum	Szórás	Ferdeség	Csúcsosság
BUX9512	64	0,9405	1,0939	3,6845	-2,9846	1,3672	-0,3386	3,2403
BUX9612	249	-3,4555	-2,9528	5,6441	-12,9000	3,8935	-0,2784	2,2639
BUX9712	328	0,3194	0,9850	10,4380	-12,7098	4,0221	-0,4644	3,3912
BUX9812	494	1,9032	1,6446	14,0363	-11,7001	4,5165	-0,4516	4,1899
BUX9912	497	0,7260	-0,9778	15,0773	-7,5045	4,1610	1,4056	4,3945
BUX0012	500	-1,8084	-1,7717	2,0005	-5,7432	1,5443	-0,1276	2,1621
BUX0112	496	-0,8348	-0,2514	2,8147	-6,8342	1,8730	-1,1286	3,6395
Legközelebbi	1555	-0,4032	-0,3499	6,5947	-6,5409	1,6937	0,2517	4,0809

Látható, hogy az árazási hiba előjele időben változó. 1996-ban negatív, 1997-98 között pozitív, utána pedig ismét inkább negatív tendencia volt megfigyelhető.

A hiba változékonysága a kezdeti alacsony szint után 1997 és 1999 között többszörösére nőtt, majd azóta fokozatosan csökken – ez a piac érésére utal. Ezt illusztrálja a következő két ábra is, amely az 1997 márciusi és a 2001 decemberi lejáratú árazási hibáját hasonlítja össze.

8. ábra – a BUX piac érése





A korábban felvázolt elméleti modellem keretei közt tehát azt mondhatjuk, hogy a piacot 1995 és 1998 vége között mind a hitelfelvételi, mind pedig a rövidre eladási lehetőségek hiánya jellemezte (4. eset), 1998 vége óta azonban csak a rövidre eladási lehetőségek hiánya a jellemző (3. eset).

A legközelebb lejáró kontraktusokból álló idősor átlagos árazási hibája negatív, és mind szórása, mind pedig minimum és maximum értéke kisebb az egyes kontraktusokénál. Ebből látható, hogy a nagyobb kilengések általában a távolabbi határidőket jellemezték.

A nemzetközi tapasztalatokhoz hasonlóan a BUX árazási hiba idősoraiban is magas autokorrelációt tapasztalhatunk. A következő táblázat az első, és a tizedrendű autokorrelációs együtthatókat tartalmazza. Láthatjuk, hogy az autokorreláció szinte folyamatosan erősödött, míg a BUX0012 esetén kis visszaesés volt tapasztalható benne.

14. táblázat – autokorrelációs együtthatók

Kontraktus	AC (1)	AC (10)
BUX9512	0,793	0,206
BUX9612	0,935	0,696
BUX9712	0,945	0,609
BUX9812	0,924	0,519
BUX9912	0,957	0,810
BUX0012	0,864	0,654
BUX0112	0,882	0,679
Legközelebbi	0,836	0,518

c. Elméleti modellek tesztelése

Az elméleti részben ismertetett CAPM ihletésű modellem tesztelése igen nehéz. Főleg azért – amiért a CAPM következtetései sem tesztelhetőek – mert bár a kockázatmentes kamatláb igen, az index várt hozama nem figyelhető meg.

Ha azonban időben megközelítőleg állandónak tekintjük az index elvárt hozamát (vagy legalábbis egy állandó alsó és felső korlátot feltételezünk), a modell következtetései szerint az árazási hiba idősorok egy „tölcsérben” kell elhelyezkedjenek (a tölcsér a lejárat közeledtével szűkül). Mivel azonban a felső és alsó korlátot jelentő egyenlőtlenségek csak extrém esetekben teljesülnek egyenlőségként (ha az arbitraszöröknek elfogyott a tőkéjük illetve részvényeik), általános esetben az árazási hiba ennek a tölcsérnek a belsejében lesz.

$$|M| = \left| \frac{F_T^a - F_T}{F_T} \right| = \left| \frac{S(1 + f(T-t)) - S(1 + r(T-t))}{S(1 + r(T-t))} \right| = \left| \frac{(f-r)(T-t)}{1 + r(T-t)} \right| \leq |\mu - r|(T-t) \quad (97)$$

Az alábbiakban két tesztet végzek el.

Az első tesztben azt vizsgálom meg, hogy az árazási hiba abszolút értéke a lejárat közeledtével csökken-e. Mivel azonban az árazási hiba (és így annak abszolút értéke

is) magas elsőrendű autokorrelációt tartalmaz, az egyszerű OLS becslés standard hibái általában lefelé torzítanak (az együttthatók torzítatlanok, mivel a magyarázó változók között nincs késleltetett függő változó). A helyes standard hibák (és ezekből t hányadosok) meghatározásához én is a Newey-West [1987] által kidolgozott eljárást használtam¹⁶.

15. táblázat – regressziós eredmények

	BUX9612	BUX9712	BUX9812	BUX9912	BUX0012	BUX0112
C	0,011873	0,007645	0,009864	-0,00172	0,011456	-0,02416
t stat.	3,01	2,38	3,45	-0,46	4,94	-3,18
HATRALEVO	0,000161	9,94E-05	6,13E-05	8,99E-05	2,14E-05	6,98E-05
t stat.	6,64	5,21	6,01	6,40	3,19	5,14
Mintaelemszám	249	328	494	497	500	251
R-négyzet	0,2753	0,3047	0,2225	0,4223	0,1030	0,3490
Korrigált R négyzet	0,2724	0,3025	0,2209	0,4212	0,1012	0,3464
Kockázati prémium	5,88%	3,63%	2,24%	3,28%	0,78%	2,55%

Az eredmények egyértelműek, 99%-os szignifikancia szint mellett mindegyik vizsgált kontraktus esetében nő az árazási hiba a hátralévő idő növekedésével. Az együtttható 0,00002 és 0,00016 között változik, tehát a vártnak megfelelően pozitív. A kockázati prémium abszolút értéke éves szinten ezek alapján 0,78% és 5,88% között volt megtalálható.

A második vizsgálatban modelletem a közelebbi és a második legközelebbi lejárat árazási hibájának összehasonlításával tesztelem. A korábban bemutatottak miatt ugyanis

¹⁶ Ez az eljárás eltér az ismertebb Cochrane-Orcutt eljárástól, amely a regresszióba bevonja a késleltetett hibtagot is. A Newey-West modell a becslés helyes kovarianciamátrixát állítja elő, így az OLS becsléssel kapott együttthatók nem, csak a standard hibák változnak. A módszer részletes ismertetését lásd Greene [1993] művében.

$$M_1 = \frac{F_{T_1}^a - F_{T_1}}{F_{T_1}} = \frac{S_0(1 + f_1(T_1 - t)) - S_0(1 + r_1(T_1 - t))}{S_0(1 + r_1(T_1 - t))} = \frac{(f_1 - r_1)(T_1 - t)}{1 + r_1(T_1 - t)} \leq (f_1 - r_1)(T_1 - t) \quad (98)$$

$$M_2 = \frac{(f_2 - r_2)(T_2 - t)}{1 + r_2(T_2 - t)} \leq (f_2 - r_2)(T_2 - t) \quad (99)$$

Ha feltesszük, hogy az index hozamgörbéje vízszintes, és az arbitrazsőröknek ismét csak nincs tőkéjük illetve részvényük, akkor $\mu = f_1 = f_2$,

$$\frac{M_1}{T_1 - t} \approx \mu - r \approx \frac{M_2}{T_2 - t} \quad (100)$$

A következő regresszióban az egyenlet baloldala és jobboldala közti összefüggést vizsgálom meg a legközelebb és a második legközelebb lejáró kontraktusokra. Az autokorrelációt a korábban már ismertetett módon kezeljük.

$$\frac{M_1}{T_1 - t} = -0,0000401 + 2,12 \frac{M_2}{T_2 - t} \quad (101)$$

(-1,48) (8,61)

N=1306

R²=0,256

Eredményeink részben a vártak megfelelően alakultak, hiszen egyrészt a konstans inszignifikáns lett, másrészt a változó együtthatója pedig minden fontos szignifikancia szinten szignifikánsnak bizonyult. Egyetlen problémánk az, hogy az együttható nem 1, hanem 2,12, és mivel standard hibája 0,246, el kell vetnünk azt a hipotézist, hogy egyenlő eggyel.

A fenti jelenség oka az lehet, hogy a lejáratot közvetlenül megelőző időben az árazási hiba még jelentős kockázati prémium esetén is a tranzakciós költségek okozta sávba esik. Ha például a kockázati prémium tizenkét százalék, két héttel a

lejárat előtt ez csak fél százalék árazási hibát indokolna, ami még az intézményi befektetők esetére becsülhető 1 százalékos semleges sávon belül van.

Ennek a problémának a kiküszöbölésére elhagytam az idősorokból azokat az árazási hibákat, amik a lejáratot megelőző két hónap adatait tartalmazták (ez az iménti példával azt jelenti, hogy ha hat százalékot meghaladó a kockázati prémium nagysága, akkor végig kint lesz a megfigyelés a semleges sávból). A módosított adatsoron végrehajtott becslés eredményei az alábbiak lettek:

$$\frac{M_1}{T_1 - t} = -0,0000241 + 1,25 \frac{M_2}{T_2 - t} \quad (102)$$

(-2,94) (13,65)

N=776

R²=0,59

Látható, hogy eredményeink most már sokkal közelebb vannak az elméletileg várt értékekhez. Bár a konstans szignifikáns lett, értéke közelebb került nullához. Az együttható értéke azonban 1,25 lett, tehát közelebb került egyhez. A becslés pontossága is jelentősen javult.

6. Az árazási hiba elemzése üzletkötési adatokon

Adatok

Hogy elkerüljem a két piac zárásának eltéréséből és az illikvid kontraktusok nem egyidejű záróáraiból adódó torzítást, valós idejű, egyidejű idősoron is megvizsgáltam az árazási hiba tulajdonságait.

A vizsgált mintában a határidős piac elektronikus kereskedésének kezdetétől, azaz 1999. szeptember 17-től 2002. február 18-ig tartó üzletkötések szerepelnek, amelyet a Budapesti Értéktőzsde bocsátott rendelkezésemre. Az időbélyeggel ellátott

kötésekhez hozzárendeltem a legközelebbi számított azonnali BUX értéket, amelyet a tőzsde öt másodpercenként számít ki.

A mintában szereplő 236818 üzletkötés közül (a nyitásban és zárásban született üzletkötéseket összevonva) töröltem az alábbiakat:

- A nem a BUX9912, BUX0012, BUX0112 és BUX0212 kontraktusokra történt kötések (mivel az illikvid kontraktusokban a megfigyelt árak nem mindig piaci árak) – 1979 üzletkötés
- A BUX9912, BUX0012, BUX0112 és BUX0212 kontraktusokra történt, nyitó és záró szakaszban történő üzletkötéseket (mivel ekkor a szabad szakasznál nagyobb az arbitrázsügyletek végrehajtási kockázata, hiszen ha csak az egyik lábon teljesül az üzletkötés, a pozíció fedezetlen marad, és a záró szakasz után korrekcióra sincs lehetőség) – további 1249 üzletkötés
- Azokat a BUX9912, BUX0012, BUX0112 és BUX0212 kontraktusokra történt, szabad szakaszbeli üzletkötéseket, ahol a kötés és a rendelkezésre álló BUX érték idejének különbsége nagyobb 10 másodpercnél (ezekben az esetekben az egyik piac valószínűleg felfüggesztés miatt állt, de a másikat még nem állították le) – további 17 üzletkötés
- Azokat az üzletkötéseket, amelyek „nem piaci áron” köttettek (a kötést megelőző és kötést követő üzletkötések átlagától több, mint 1 százalékkal eltértek) – további 19 üzletkötés

Így a mintában végül is 233554 darab üzletkötés szerepel (a teljes minta 98,6%-a).

A mintát a négy kontraktus alapján négy részmintára bontottam, amelyek megoszlását az alábbi táblázatban láthatjuk:

16. táblázat – a teljes minta megoszlása az egyes kontraktusok szerint

Kontraktus	Üzletkötések száma a mintában	Napok száma, amikor a kontraktus nyitva volt	Napi átlagos kötésszám
BUX9912	33 014	65	508
BUX0012	120 618	317	380
BUX0112	73 286	499	147
BUX0212	6 636	287	23
Összesen	233 554	-	-

Mivel a minta kezdetén a BUX9912 és a BUX0012 már nyitva voltak (a decemberi határidőket a tőzsde két évvel a lejárat előtt nyitja meg), ezért ezek esetében a minta csak az üzletkötések utolsó szakaszát tartalmazza. A BUX0112 adatait a minta teljes egészében tartalmazza, míg a 0212 adatainak csak a kezdetét, hiszen a kontraktus a mintavétel utolsó napján még nem járt le.

Látható, hogy a napi üzletkötések száma egyre csökken, bár a BUX0212 esetében a feltűnően alacsony szám annak köszönhető, hogy a minta nagy részében nem a legközelebbi likvid lejárat volt.

Készítettem egy mintát úgy is, hogy mindig csak a legközelebb (egy éven belül) lejáró kontraktusok üzletkötéseit vettük figyelembe. Ez utóbbi esetben a minta 226944 megfigyelést tartalmazott (a teljes minta 95,8%-a). Ebben a mintában az egyes lejáratok megoszlása az alábbi:

17. táblázat – a legközelebbi lejáratokat tartalmazó minta megoszlása az egyes kontraktusok szerint

Kontraktus	Üzletkötések száma a mintában	Napok száma, amikor a kontraktus a legközelebbi volt	Napi átlagos kötésszám
BUX9912	33 014	65	508
BUX0012	117 839	251	469
BUX0112	70 030	249	281
BUX0212	6 061	38	160
Összesen	226 944	603	-

Ez a táblázat már sokkal kiegyensúlyozottabb képet mutat, a napi üzletkötések számának csökkenése itt kizárólag a forgalomcsökkenésnek köszönhető.

Az árazási hiba kiszámításához a nap végi adatok elemzéséhez hasonlóan az ÁKK referenciahozamokból lineárisan interpolált kamatlábat használtam fel.

Az árazási hiba

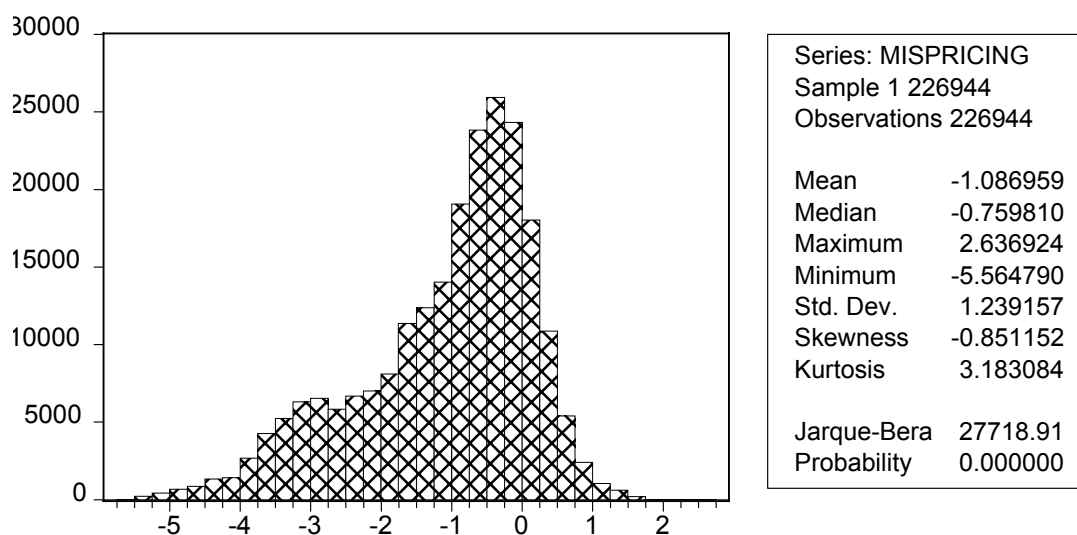
Az üzletkötések az árazási hibát a napi adatoknál ismertetett módon számítottam ki. Az egyes részmintákban és az összesített mintában az árazási hiba fő statisztikai jellemzőit az alábbi táblázat foglalja össze:

18. táblázat - az árazási hiba idősorok fő jellemzői

Kontraktus	Elemszám	Átlag	Medián	Maximum	Minimum	Szórás	Ferdeség	Csúcsosság
BUX9912	33014	-0,8297	-0,7471	0,9269	-2,7472	0,5645	-0,3152	2,3305
BUX0012	120618	-1,6248	-1,4805	1,8659	-5,8502	1,3498	-0,3630	2,1845
BUX0112	73286	-0,2855	-0,2759	2,6369	-5,6302	0,7028	-0,8472	6,8494
BUX0212	6636	-1,6615	-1,7693	2,8980	-3,8719	1,0370	0,6084	3,4684
Legközelebbi	226944	-1,0870	-0,7598	2,6369	-5,5648	1,2392	-0,8512	3,1831

Megállapítható, hogy az árazási hibák átlaga mindegyik kontraktus esetén negatív lett. Az eloszlások alakja változatosabb képet mutat, általában jobbra dőlnek, kivéve a BUX0212 mintában, amikor balra – de ezt a kivételt a kis elemszámmal magyarázhatjuk. Az eloszlások csúcsossága igen változatosan alakul, a korábbi kontraktusoknál a normálisénál (3-as érték) laposabb, míg később csúcsosabb eloszlást láthatunk. A változékonyság okára a hisztogramm alaposabb szemügyre vételével kaphatunk választ (az ábrát EVIEWS ökonometriai programcsomaggal készítettem).

**9. ábra – az árazási hiba hisztogrammja és
leíró statisztikái az összesített mintában**



Látható, hogy a változó eloszlása nem szimmetrikus, valamint kétcsúcsú. Az egyik csúcs majdnem a nulla pontban található, és a pozitív tartományban a gyakoriság meredeken esik, árazási hibák 1 százalék fölött szinte elő sem fordulnak. Ezzel szemben a másik csúcs jóval laposabb, középpontja a –3 százalék körül látható, és a negatív tartományban a gyakoriság esése is sokkal enyhébb.

A nap végi adatokhoz hasonlóan mind az egyes részmintákban, mind pedig a legközelebbi mintában igen erős pozitív elsőrendű autokorreláció figyelhető meg az árazási hiba idősorokban. Az alábbi táblázat ezekről ad összefoglalást.

19. táblázat – elsőrendű autokorrelációs együtthatók

Kontraktus	AC (1)	Q-Statistika	P(nincs autokorr.)
BUX9912	0,989991	32359,36	0
BUX0012	0,996891	119872,03	0
BUX0112	0,983878	70944,86	0
BUX0212	0,987151	6469,48	0
Legközelebbi	0,997191	225674,01	0

Látható, hogy az elsőrendű autokorrelációs együttható igen magas, és értéke lényegében stabil marad a teljes mintában. Az autokorreláció hiányának hipotézisét minden szignifikancia szinten elutasíthatjuk.

Elméleti modellek tesztelése

Az árazási hiba abszolút értékének és más tényezőknek a kapcsolatát ezúttal is lineáris regresszióval vizsgáltuk. Az autokorrelációt ismét a Newey-West [1987] által kidolgozott eljárással kezeltük ($L=22$).

A következő táblázat tartalmazza a regresszió eredményeit.

20. táblázat – regressziós eredmények

Dependent Variable: AMISP				
Method: Least Squares				
Date: 03/03/02 Time: 16:32				
Sample: 1 226944				
Included observations: 226944				
Newey-West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=22)				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.474274	0.016177	29.31856	0.0000
HATRALEVO	0.003911	9.38E-05	41.69015	0.0000
R-squared	0.157359	Mean dependent var		1.207047
Adjusted R-squared	0.157355	S.D. dependent var		1.122509
S.E. of regression	1.030415	Akaike info criterion		2.897809
Sum squared resid	240956.9	Schwarz criterion		2.897900
Log likelihood	-328818.2	F-statistic		42380.20
Durbin-Watson stat	0.007610	Prob(F-statistic)		0.000000

Látható, hogy a várakozásoknak megfelelően az árazási hiba a lejáratig hátralévő idő növekvő függvénye (egy év körülbelül 1 százalékot jelent). A változó minden fontos szignifikancia szinten szignifikáns, azonban a becslés nem túl jó ($R^2=0,157$).

Megállapíthatjuk tehát, hogy a nap végi adatok esetén tapasztalt összefüggéseink az üzletkötések elemzésekor is igazak maradtak.

Arbitrázslehetőségek

Az üzletkötések adatai lehetőséget adnak arra, hogy megvizsgáljuk, hányszor és mekkora forgalom mellett adódtak arbitrázslehetőségek az egyes befektetői csoportok számára.

A következő oldalon látható táblázat a kisbefektetők és az intézményi befektetők számára nyitva álló arbitrázslehetőségeket mutatja be. A lehetőségek számításánál a negyedik részben becsült 0,93 illetve 2,13 százalékos tranzakciós költségszintet feltételeztünk, és a legközelebbi kontraktusokra kötött 226944 üzletkötést tekintettük át.

Megállapítható, hogy részvények vételével és az index határidős eladással megvalósítható „long” (vagy hosszú) arbitrázslehetőség a kisbefektetők számára nem, de az intézményi befektetők számára is csak nagyon ritkán adódott (a vizsgált üzletkötések 1,006 illetve 0,004 százalékában) . Ezek közül is a lehetőségek döntő része egyetlen hónapban, 2000 decemberében keletkezett.

Ezzel szemben a részvények eladásával és a határidős vétellel megvalósítható „short” (vagy rövid) arbitrázslehetőségek száma sokkal magasabb volt – az üzletkötések közel fele sorolható ide. Jócskán maradtak lehetőségek kisbefektetők számára is. A lehetőségek zöme itt is a minta első felében, 2000 decemberéig jelentkezett, ám ma sem ritkák.

21. táblázat – arbitrázslehetőségek a kisbefektetők és az intézményi befektetők számára

Hónap	Short arbitrázs lehetőség				Long arbitrázs lehetőség			
	Intézményi bef.		Kisbefektető		Intézményi bef.		Kisbefektető	
	Kötés	Kontraktus	Kötés	Kontraktus	Kötés	Kontraktus	Kötés	Kontraktus
1999.szept	2 333	18 792	189	1 291				
1999.okt	2 030	17 326						
1999.nov	8 522	67 768	38	244				
1999.dec	2 764	20 957	1 005	8 037				
2000.jan	14 776	116 281	8 188	66 496				
2000.febr	13 819	107 997	11 037	85 757				
2000.márc	12 266	98 456	11 361	91 591				
2000.ápr	11 325	88 218	6 641	52 298				
2000.máj	9 124	67 974	2 042	15 757	31	341		
2000.jún	2 379	16 077						
2000.júl	37	293			3	32		
2000.aug	141	1 106						
2000.szept	8	61			29	184		
2000.okt	285	1 940	8	161	1	1		
2000.nov	2 565	15 962	244	1 629	1	40		
2000.dec	3 356	22 733	2 642	17 988	1 826	14 709		
2001.jan	346	2 539			34	224		
2001.febr	617	4 048						
2001.márc	1 011	5 034						
2001.ápr	782	4 320			20	143		
2001.máj	298	1 706			71	456		
2001.jún					117	641		
2001.júl	11	48			1	1		
2001.aug					44	176		
2001.szept	2 455	12 696			98	652	9	39
2001.okt	3 065	14 536	1	2				
2001.nov	185	1 156			2	15		
2001.dec					6	79		
2002.jan	3 321	14 716	1 734	7 289				
2002.febr	1 994	9 082	538	2 540				
Összesen	99 815	731 822	45 668	351 080	2 284	17 694	9	39
%	44,0%		20,1%		1,006%		0,004%	

7. A futures és forward árfolyamok eltérésének elemzése napi adatokon

Ebben az alponban a Radnai [2003]-ban található vizsgálat eredményeit közlöm.

Adatok

Az első empirikus vizsgálatban az 1997. február 17-e és 2002. december 31-e közötti 1460 kereskedési nap adatait elemezzük. A vizsgálat tárgyai az 1997 júniusa és 2003 decembere között lejáró határidős kontraktusok közül azok voltak, amelyek forgalmuk alapján likvidnek voltak tekinthetőek, és amelyek lejárata a legközelebb esett. 1997 során általában a legközelebbi (három hónapon belül) lejáró kontraktusok, 1998-ban a júniusi és decemberi lejáratok, majd 1999-től kezdve a decemberi lejáratokat kedvelték a befektetők, így mintánkban is ezen kontraktusok adatai szerepelnek.

A BUX azonnali értékét a Budapesti Értéktőzsde bocsátotta rendelkezésünkre, míg a határidős elszámolóárakat a Központi Elszámolóház és Értéktár (KELER) Rt adatbázisából kaptam meg. A kockázatmentes kamatlábat az Államadósság Kezelő Központ által naponta közzétett 3, 6 és 12 hónapos referenciahozamainak lineáris interpolálásával képeztem a kamatlábat. Az aukciók és a referenciahozamok adatsorát az ÁKK bocsátotta rendelkezésünkre. 3 hónapon belül a 3 hónapos kamattal számoltam.

Vizsgálatomban nap végi azonnali piaci záróárakat vetünk össze a határidős piac elszámolóárával. Mivel a határidős piac záró szakasza 15 perccel az azonnali piac zárása után ér véget, ezek az adatok általában legfeljebb 15 perc eltérést tartalmaznak. Ettől eltért a már említett 1999. május 17-től szeptember 16-ig tartó időszak, amikor a határidős piac 1,5 órával korábban zárt, mint az azonnali. Erre az időszakra ezért a 15 órai BUX értéket használtam fel.

Mivel a forint árfolyamsávjának kiszélesítése 2001. május 4-én a forintkamatláb mozgását megváltoztatta, két részmintát képeztem (sávszélesítés előtt, sávszélesítés után).

Az árazási hiba

A nap végi adatokból a kamatláb segítségével az alábbi képlettel számítottam ki az úgynevezett árazási hibát, vagyis a megfigyelt futures ár és az elméleti forward ár százalékos eltérését:

$$NEARMISP = \frac{G - S(1 + r(T - t))}{G}, \quad (103)$$

ahol G a kontraktus futures ára, S a BUX index azonnali értéke, r a kamatláb, $T-t$ pedig a lejáratig számított idő évben. A lineáris kamatozást az indokolja, hogy a legközelebb lejáró BUX kontraktus lejáratja mindig éven belüli.

Az elméletileg indokolt eltérés

Az előző részben levezetett modell szerint (most ellenkező előjellel felírva) lognormális részvény- és kötvényárfolyamok esetén a futures és forward árfolyamok eltérésének értéke

$$\frac{G(0, T) - F(0, T)}{G(0, T)} = 1 - e^{\rho\sigma_1\sigma_2 T} \approx -\rho\sigma_1\sigma_2 T. \quad (104)$$

A kockázatmentes betét napi hozamának logaritmusa éppen az egy napos kamatláb, amelynek közelítésére a már említett 3 hónapos referenciahozamot alkalmaztam.

$$\ln\left(\frac{B_t}{B_{t-1}}\right) = \ln\left(\frac{B_{t-1}e^{r_t}}{B_{t-1}}\right) = r_t \quad (105)$$

A szórás becsléséhez a BUX napi hozamának és az egy napos kamatlábak értékeiből $N=20$ illetve $N=100$ napos empirikus szórást számítottam, és ugyancsak $N=20$ és $N=100$ napos korrelációs együtthatót számszerűsítettem. T a kontraktus lejáratáig hátralévő napok száma napban.

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N \left(\ln \frac{S_t}{S_{t-1}} - \sum_{u=1}^N \frac{\ln \frac{S_t}{S_{t-1}}}{N} \right)^2}{N-1}} \quad (106)$$

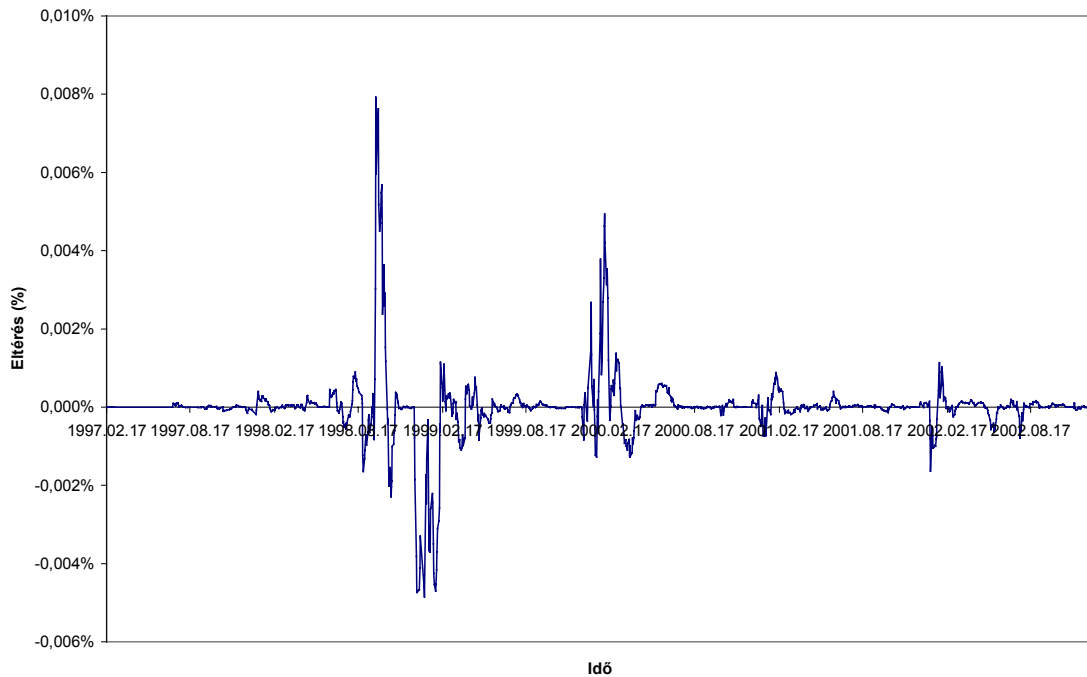
$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N \left(r_t - \sum_{u=1}^N \frac{r_t}{N} \right)^2}{N-1}} \quad (107)$$

$$\rho = \frac{\sqrt{\sum_{t=1}^N \left(\ln \frac{S_t}{S_{t-1}} - \sum_{u=1}^N \frac{\ln \frac{S_t}{S_{t-1}}}{N} \right) \sum_{t=1}^N \left(r_t - \sum_{u=1}^N \frac{r_t}{N} \right)^2}}{N \sigma_1 \sigma_2} \quad (108)$$

$$SSCT = \rho \sigma_1 \sigma_2 T \quad (109)$$

A következő ábra mutatja meg az $N=20$ értékre számszerűsített elméletileg indokolt eltérés időbeli alakulását. Láthatjuk, hogy a maximális eltérés nem éri el a 0,01%-ot.

10. ábra – az elméletileg indokolt eltérés időbeli alakulása



Eredmények

A BUX kontraktusok árazási hibája és az elméletileg indokolt mérték közti összefüggést vizsgálatára lineáris regressziót készítettünk a sávszélesítés előtti és utáni részmintára. Az idősorban fellelhető autokorreláció kiszűrésére a Newey-West [1987] által javasolt eljárást alkalmaztam. Az első mintából az első 99 elemet a szórások és korrelációk számítása miatt elhagytam. Részletesen csak a 20 napos statisztikákból számított adatokkal végzett regressziók eredményeit közlöm, a 100 napos statisztikák eredményei hasonlóak voltak:

22. táblázat – regressziós eredmények az első és a második részmintából

Dependent Variable: NEARMISP				
Method: Least Squares				
Date: 02/26/03 Time: 15:20				
Sample: 100 1049				
Included observations: 950				
Newey-West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=6)				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.007987	0.001163	-6.866096	0.0000
SSCT20	-65.17847	53.77181	-1.212131	0.2258
R-squared	0.002112	Mean dependent var		-0.008003
Adjusted R-squared	0.001060	S.D. dependent var		0.015421
S.E. of regression	0.015413	Akaike info criterion		-5.505107
Sum squared resid	0.225208	Schwarz criterion		-5.494883
Log likelihood	2616.926	F-statistic		2.006758
Durbin-Watson stat	0.372534	Prob(F-statistic)		0.156928

Dependent Variable: NEARMISP				
Method: Least Squares				
Date: 02/26/03 Time: 15:21				
Sample: 1050 1460				
Included observations: 411				
Newey-West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=5)				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.009039	0.001191	-7.587983	0.0000
SSCT20	607.7861	513.8630	1.182778	0.2376
R-squared	0.016747	Mean dependent var		-0.009065
Adjusted R-squared	0.014343	S.D. dependent var		0.010846
S.E. of regression	0.010768	Akaike info criterion		-6.219628
Sum squared resid	0.047423	Schwarz criterion		-6.200072
Log likelihood	1280.133	F-statistic		6.966075
Durbin-Watson stat	0.235558	Prob(F-statistic)		0.008624

A becslések alapján mindkét részmintában elvethetjük azt az úgynevezett „erős” hipotézist, hogy a futures és a forward árfolyamok megfigyelt eltérése egyenlő az elméletileg indokolt értékkel, ugyanis mindkét egyenletben a konstans szignifikánsan különbözik nullától, a becslések korrigált R^2 értéke pedig olyan kicsi, hogy a becslés jóságát el kell vetni valamennyi gyakorlatban használt szignifikancia szinten.

Ugyancsak elvethetjük mindkét részmintában a „gyenge hipotézist” is, amely szerint az elméletileg indokolt eltérés szerepet játszik a megfigyelt eltérésben, ugyanis az együttható t hányadosa 1 körüli értéket vesz fel.

Kijelenthetjük tehát, hogy a futures és forward árfolyamok elméleti eltérése a BUX árazási hibájának magyarázatában elhanyagolhatóan kis szerepet játszik, tehát más okok voltak felelősek az árazási hiba elmúlt években tapasztalt kialakulásáért.

VII. Véggövetkeztetések

Dolgozatomban a határidős indexkontraktusok elméleti és piacon kialakuló árának eltéréseivel foglalkoztam, különös tekintettel a határidős BUX kontraktusra.

A nemzetközi szakirodalom áttekintésekor megállapítottam, hogy a határidős indexkontraktusok bevezetése utáni időszakban szinte minden piacon tapasztaltak árazási hibát. Az árazási hiba statisztikai tulajdonságai kísértetiesen hasonlóak voltak – általánosan jellemző volt az elsőrendű autokorreláció, az abszolút érték csökkenése a lejárat közeledtével, valamint a hiba előjele is általában inkább negatív volt. A cikkek legtöbbször egy szokásos intézményi problémát, az értékpapír-kölcsönzés és ezáltal a rövidre eladással kapcsolatos akadályokat hozták fel magyarázatként – adósak voltak azonban annak részletes elemzésével, hogy milyen egyensúlyi összefüggések érvényesek egy nem tökéletes piacon.

A futures és forward árfolyamok eltéréseivel foglalkozó cikkek áttekintésekor megállapítottam, hogy számos cikk foglalkozott az eltérés empirikus tesztelésével, de eredményeik vegyesek voltak. A vizsgálatok általában csak a kamatláb típusú alaptermékekre (kincstárjegy, pénzpiaci betét) szóló futures szerződések esetében mutatták ki az elszámolási különbség árazásra gyakorolt hatását.

Az intézményi tökéletlenségek modellezése érdekében egy CAPM ihletésű egyperiódusú modellt építettem, amelyben a befektetőkről azt tételeztük fel, hogy azonos várható hozamú befektetések közül az alacsonyabb varianciájút preferálják. Modellem szerint pozitív árazási hiba hitelfelvételi, negatív pedig rövidre eladási korlátok esetén állhat elő. Bemutattam, hogy még ilyen intézményi tökéletlenségek esetén is van az árazási hibának egy olyan szintje, ahol a határidős piaci befektetőknek már nem érdemes az árazási hibát tovább növelni: ez pedig az index

elvárt hozama és a kockázatmentes kamatláb különbsége szorozva a lejáratig számított idővel.

Második modellemben levezettem a futures és forward árfolyamok konkrét eltérését meghatározó összefüggést lognormális árfolyamok esetére.

Az empirikus vizsgálatoknál először nap végi, záró árakon vizsgáltam az árazási hiba jellemzőit és teszteltem elméleti modelletem. Megállapítottam, hogy a nemzetközi tapasztalatokhoz hasonlóan az árazási hiba nálunk is autokorrelált, előjele azonban az idő során változott. Elméleti modellem tesztelésekor mindkét felállított hipotézisem elfogadható volt a gyakorlatban fontos szignifikancia szinteken. A tranzakciós költséget meghaladó pozitív árazási hibák az 1997-98-as időszakban még jellemzőek voltak, azonban az elmúlt három-négy évben már eltűntek. A tranzakciós költségeket meghaladó negatív árazási hibák azonban ha csökkenő mértékben is, de továbbra is előfordulnak.

A második empirikus vizsgálat a határidős piac elektronizálása óta eltelt két és fél év üzletkötési adatait vette szemügyre, azért, hogy elkerüljük az illikvid kontraktusok árképzése és a piacok zárás között meglévő néhány perces különbség torzító hatásait. Az árazási hiba általános jellemzői és elméleti modellünk tesztelése tekintetében eredményeink a nap végi adatokon folytatott vizsgálatokéval azonosak voltak.

Végül pedig megvizsgáltam a BUX kontraktusok árazási hibája és az elméletileg levezetett futures-forward eltérés közti kapcsolatot. Megállapítottam, hogy sem a forint lebegtetési sávjának megnyitása előtt, sem pedig utána nem mutatható ki szignifikáns kapcsolat a két érték között, így elmondható, hogy a futures és forward árfolyamok eltérő elszámolásából adódó árazási korrekció a BUX kontraktusok esetében elhanyagolható, így az árazási hiba okait nem ebben, hanem az intézményi tökéletlenségekben kell keresni.

Irodalomjegyzék

- [1] Ábel, István - Sándor, György [1992]: Tőzsdeindexek az Egyesült Államokban, *Pénzügyi Szemle*, 2-3. szám, pp. 142-153.
- [2] Baxter, M. - Rennie, A. [1997]: *Financial Calculus*, Cambridge University Press
- [3] Beach, C. - Mackinnon, J. [1978]: A Maximum Likelihood Procedure for Regression with Autocorrelated Errors, *Econometrica*, (1978) pp.51-58.
- [4] Benninga, S. - Protopapadakis, A. [1994]: Forward and Futures Prices with Markovian Interest-Rate Processes, *Journal of Business*, 67 no. 3 (1994), pp. 401-421.
- [5] Brailsford, T.J., Cusack, A.J. [1997]: A Comparison of Futures Pricing Models in a New Market: The Case of Individual Share Futures, *The Journal of Futures Markets*, 17 no. 5 (1995) pp. 515-541.
- [6] Brennan, M. J., Schwartz, E.S. [1990]: Arbitrage in Stock Index Futures, *Journal of Business*, 63 (1990), pp S7-S31.
- [7] Brenner, M., Subrahmanyam, M.G., Uno, J. [1989]: The Behaviour of Prices in the Nikkei Spot Index Futures Markets, *Journal of Financial Economics*, 23 (1989), pp. 363-383.
- [8] Brenner, M., Subrahmanyam, M.G., Uno, J. [1990]: Arbitrage Opportunities in the Japanese Stock and Futures Markets, *Financial Analysts Journal*, March-April (1990), pp. 14- 24.
- [9] Bühler, W.-Kempf, A. [1995]: DAX Index Futures: Mispricing and Arbitrage in German Markets, *The Journal of Futures Markets*, 15 no. 7 (1995) pp. 833-859.

- [10] Chang, C.W. - Chang, J.S.K. [1990]: Forward and Futures Prices: Evidence from the Foreign Exchange Markets, *The Journal of Finance*, vol. 45., no. 4., pp. 1333-1336.
- [11] Cornell, B. - French, K. R. [1983a]: The pricing of stock index futures, *The Journal of Futures Markets*, vol. 3., no. 1 (1983), pp. 1-14.
- [12] Cornell, B. - French, K. R. [1983b]: Taxes and the pricing of stock index futures, *The Journal of Finance*, vol. 38., no. 3. (1983), pp. 675-694.
- [13] Cornell, B. – Reinganum, M.R.[1981]: Forward and Futures Prices: Evidence from the Foreign Exchange Markets, *The Journal of Finance*, vol. 36, no. 12 (1981), pp. 1035-1045.
- [14] Cornell, B. [1985]: Taxes and pricing of stock index futures, *The Journal of Futures Markets*, 5, no. 2 (1985), pp. 89-101.
- [15] Cox, J. C., Ingersoll, J.E., Ross, S.A.[1981]: The Relationship between Forward Prices and Futures Prices, *Journal of Financial Economics*, vol. 9. (1981), pp. 321-346.
- [16] Duffie, D. – Stanton, R. [1992]: Pricing Continuously Resettled Contingent Claims, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 16 (1992), pp. 561-573.
- [17] Elliott, R. J. – Kopp, P. E. [2000]: *Pénzpiacok matematikája*, Typotex kiadó
- [18] Fazakas, Gergely [1992]: A tőzsdeindexekről, *Közgazdasági Szemle*, vol. 39., no. 7-8. (2002), pp. 747-761.
- [19] Figlewski, S. [1984a]: Explaining the Early Discounts on Stock Index Futures: The Case for Disequilibrium, *Financial Analysts Journal*, July-August (1984), pp. 43-47.
- [20] Figlewski, S. [1984b]: Hedging Performance and Basis Risk in Stock Index Futures, *The Journal of Finance*, 39 no. 3 (1984), pp.657-669

- [21] Fried, J. [1994]: U. S. Treasury Bill Forward and Futures Prices, *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 26., no. 1., pp. 55-71.
- [22] Fung, J.K.W., Draper, P. [1999]: Mispricing of Index Futures Contracts and Short Sales Constraints, *The Journal of Futures Markets*, 19 no. 6 (1999) pp. 695-715.
- [23] Gould, F.J. [1988]: Stock Index Futures: The Arbitrage Cycle and Portfolio Insurance, *Financial Analysts Journal*, Jan-Feb. (1988), pp. 48-62.
- [24] Greene, William H. [1993]: *Econometric Analysis*, Prentice Hall, Englewood Cliffs
- [25] Gressis, N. - Vlahos, G.-Phillipatos, G.C. [1984]: A CAPM-based analysis of stock index futures, *Journal of Portfolio Management*, Spring (1984), pp. 47-52.
- [26] Harrison, J. M. - Kreps, D. [1979]: Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets, *Journal of Economic Theory*, pp. 381-408.
- [27] Hemler, M.L. - Longstaff, F.A [1991]: General Equilibrium Stock Index Futures Prices: Theory and Empirical Evidence, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 26 (1991), pp. 287-308.
- [28] Jarrow, R. – Oldfield, G. [1981]: Forward contracts and futures contracts, *Journal of Financial Economics*, 9 (1981), pp. 373-382.
- [29] Kempf, A. [1998]: Short Selling, Unwinding and Mispricing, *The Journal of Futures Markets*, 18 no. 8 (1998) pp. 903-923.
- [30] Levy, A. [1989]: A Note on the Relationship between Forward and Futures Contracts, *The Journal of Futures Markets*, 9 no. 2, (1989) pp. 171-173.
- [31] Lim, Kian-Guan [1992]: Arbitrage and Price Behaviour of the Nikkei Stock Index Futures, *The Journal of Futures Markets*, 12 no.2 (1992) pp. 151-161.

- [32] MacKinlay, C.-Ramaswamy, K. [1988]: Index-Futures Arbitrage and the Behaviour of Stock Index Futures prices, *Review of Financial Studies*, (1988) pp. 137-158.
- [33] Makara, Tamás [1994]: A portfólióelmélet alapjai és a CAPM, *kézirat*, Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem
- [34] Medvegyev Péter [2002]: A pénzügyi eszközök árazásának alaptétele diszkrét idejű modellekben, *Közgazdasági Szemle*, vol. 49, no. 7-8. (2002), pp. 597-620.
- [35] Merrick, Jr. J.J. [1989]: Early Unwindings and Rollovers of Stock Index Futures Arbitrage Programs: Analysis and Implications for Predicting Expiration Day Effects, *The Journal of Futures Markets*, 9 no. 2 (1989) pp. 101-111.
- [36] Meulbroek, L. [1992]: A Comparison of Forward and Futures Prices of an Interest Rate-Sensitive Financial Asset, *The Journal of Finance*, vol. 47., no. 1., pp. 381-396.
- [37] Mikolasek András [1998]: A kamatkockázat mérése és kezelése, in: *Bankról, Pénzről, Tőzsdéről, A Nemzetközi Bankárképző Központ Rt. jubileumi kiadványa*, pp. 269-284.
- [38] Modest, D.M. - Sundaresan, M. [1983]: The Relationship between Spot and Futures Prices in Stock Index Futures Markets: Some Preliminary Evidence, *The Journal of Futures Markets*, 3 No.1 (1983), pp. 15-41
- [39] Newey, W.K. - West, K.D. [1987]: A Simple, Positive Definite, Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix, *Econometrica*, 55 (1987), pp. 703-708.

- [40] Park, H. Y. – Chen, A. H. [1985]: Differences between Futures and Forward Prices: A Further Investigation of the Marking-to Market Effects, *The Journal of Futures Markets*, vol. 5., no.1., pp. 77-88.
- [41] Polakoff, M. A. – Grier, P.C. [1991]: A comparison of foreign exchange forward and futures prices, *Journal of Banking and Finance*, 15 (1991), pp. 1057-1080.
- [42] Puttonen, V. - Martikainen, T. [1991]: Short Sale Restrictions - Implications for Stock Index Arbitrage, *Economics Letters*, 37 (1991) pp. 159-163.
- [43] Puttonen, V. [1993]: Stock Index Arbitrage in Finland: Theory and Evidence in a new market, *European Journal of Operations Research*, 68 (1993) pp. 304-317.
- [44] Radnai, Márton [1993]: *Magyar részvények Budapesten és Bécsben*, Tudományos Diákköri Dolgozat, Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem
- [45] Radnai, Márton [1995]: A kárpótlási jegy, a magyar tőkepiac Jolly Jokere, *Közgazdasági Szemle*, vol. 42, no. 3 (1995), pp. 279-300.
- [46] Radnai, Márton [1997]: *Opciók és határidős műveletek*, szakkollégiumi jegyzet, BKE Rajk László Szakkollégium
- [47] Radnai, Márton [2002]: Árazási hiba a határidős indexpiacokon, *Közgazdasági Szemle*, vol. 49, no. 11 (2002), pp. 905-927.
- [48] Radnai, Márton [2003]: Futures és forward árfolyamok eltérése: elmélet és magyar tapasztalatok, *kézirat*
- [49] Ramaswamy, K. -Sundaresan, M. [1985]: The Valuation of Options on Futures Contracts, *The Journal of Finance*, 40 (1985), pp. 1319-1340.
- [50] Rendleman, Jr.,R. – Carabini, C. [1979]: The Efficiency of the Treasury Bill Futures Market, *The Journal of Finance*, vol. 34, no. 4., pp. 895-914.

- [51] Richard, S. F. – Sundaresan, M. [1981]: A continuous time equilibrium model of forward prices and futures prices in a multigood economy, *Journal of Financial Economics*, 9 (1981), pp. 347-371.
- [52] Sidsæter, K.-Hammond, P. [2000]: *Matematika közgazdászoknak*, Aula kiadó, Budapest
- [53] Simonovits, András [1998]: *Matematikai módszerek a dinamikus közgazdaságtanban*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest
- [54] Szatmári, Alexandra [1997]: *Indexarbitrázs*, Tudományos Diákköri Dolgozat, Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem
- [55] Száz János [2002]: *Diszkrét Sztochasztikus Kamatlábak*, egyetemi jegyzet, Budapesti Közgazdasági és Államigazgatási Egyetem
- [56] Wilmott, P. - Howison, S. - Dewynne, J. [1997]: *The Mathematics of Financial Derivatives*, Cambridge University Press
- [57] Yadav, P.K.-Pope, P.F. [1990]: Stock Index Futures Arbitrage: International Evidence, *The Journal of Futures Markets*, 10 (1990), pp. 573-603.
- [58] Yadav, P.K.-Pope, P.F. [1992]: Transaction Costs, Arbitrage Activity and Index Future Pricing, *New York University Salomon Brothers Center Working Paper S-92-38* (1992)
- [59] Yadav, P.K.-Pope, P.F. [1993]: Mean Reversion in Stock Index Futures Mispricing: Evidence From US and the UK, *New York University Salomon Brothers Center Working Paper S-93-12* (1993)
- [60] Yadav, P.K.-Pope, P.F. [1994]: Stock Index Futures mispricing: Profit Opportunities, or Risk Premia?, *Journal of Banking and Finance*, 18 (1994) pp. 921-953.