Monetáris politika és konvergencia

Polgár Éva Katalin

Pénzügy Tanszék

Témavezető: Dr. Zelkó Lajos

Budapesti CORVINUS Egyetem

Közgazdaságtudományi Ph.D. Program

Monetáris politika és konvergencia

Ph.D. értekezéstervezet

Polgár Éva Katalin

Budapest, 2005.

Köszönetnyilvánítás

A dolgozat megírásához sokaktól kaptam személyes és szakmai segítséget – valószínűleg nem is tudnék itt mindenkit felsorolni. Szeretném azonban legalább azokat név szerint említeni, akiktől szakmai iránymutatást kaptam a munkához, remélve, hogy gondatlanságból nem hagyok ki túl sok embert.

A dolgozattal kapcsolatos ötletadó beszélgetésekért, értékes megjegyzésekért és tanácsokért köszönettel tartozom Vincze Jánosnak, Zelkó Lajosnak, Móczár Józsefnek, Meyer Dietmarnak, Zalai Ernőnek, Bánfi Tamásnak és Szentes Balázsnak. Külön köszönet illeti Horst Tomannt, aki egy évig irányította a munkámat sok gonddal és odafigyeléssel. Ugyanebből az okból különleges hálával tartozom Valentinyi Ákosnak, akinek a kutatás érdemi fázisában nyújtott folyamatos és önzetlen segítsége nélkül ez a munka nem készülhetett volna el. A dolgozatban maradt hibákért kizárólag engem terhel felelősség.

Hálásan köszönöm egyúttal a Német Akadémiai Diákcsere-Szolgálat (DAAD) és az Európai Bizottság Marie Curie Partnerprogramjának (HPMT-CT-2001-00353) anyagi támogatását. A dolgozatban kifejtett nézetek a szerző véleményét tükrözik, nem értelmezendők az európai közösség álláspontjaként.

Tartalomjegyzék

1. fejezet

Bevezetés

A pénzelmélet egyike a közgazdaságtan számos érdekes, a világ különböző tájain dolgozó kutatókat foglalkoztató területeinek, ahol még nem alakult ki egy konszenzusnak örvendő, a közgazdaságtan más területeivel szerves egységet alkotó, elfogadott és koherens elmélet, és ahol bár az elmúlt évtizedek a monetáris modellek rohamos fejlődésének, a követett irányok változásának és új irányok megjelenésének voltak tanúi, még mindig sok a megoldatlan probléma és megválaszolatlan kérdés. A monetáris politika vizsgálata többnyire különböző monetáris modellekben történik, így az alapul vett elemzési keret eltérései miatt itt sem lehet szó konszenzusról.[1] A monetáris politikát vizsgáló különböző kísérletek között azonban a sokszínűség ellenére igen kevés a tőkét expliciten is tartalmazó modell, holott ez nyilvánvalóan számos kérdés vizsgálatát eleve kizárja.[2] Egy felzárkózó gazdaság konvergenciája például jelentős részben tőke felhalmozását kívánja meg, így a tőke modellbeli megjelenítése nélkül nem elemezhető.

A tőkét expliciten tartalmazó monetáris modellek sem feltétlenül alkalmasak a konvergencia kérdésének vizsgálatára: kis nyitott gazdaságban egy sztenderdnek mondható általános egyensúlyelméleti keretben a felzárkózás ugyanis azonnali lenne, hiszen nyilvánvalóan optimális azonnal a kiegyensúlyozott növekedési pályára kerülni – hitelből pótolva a hiányzó erőforrásokat (elsősorban a tőkét) a nemzetközi tőkepiacokhoz való korlátlan hozzáférés esetén. A konvergenciaelmélet ezért különböző módosító feltételezésekkel

[1] Monetáris politika pénzt expliciten nem tartalmazó modellekben is elemezhető (lásd például Woodford [2003], 31-37., 62-101.o.), de a pénz elméletének megalkotása szempontjából nyilvánvalóan nagyobb a monetáris modellek jelentősége. Tulajdonképpen vitatott, mennyire veszíti el jelentőségét a jövőben a készpénz, de pénzt tartalmazó modellek vizsgálata az általa a gazdaságban betöltött szerep alapján ma még mindenképpen indokolt.

[2] Ebben a bevezető részben csak általában utalok elméleti irányokra, különböző vizsgált modellekre, az irodalom részletes áttekintését a különböző megfelelő fejezetek tartalmazzák, ahol a hivatkozásokat is megadom.

él, amelyek a felzárkózási folyamat lelassítását eredményezik, hogy a kapott modellek valóban elfogadható leírását adják a felzárkózással kapcsolatos úgynevezett stilizált tényeknek. A jelenség vizsgálata mindenképpen fontos, hiszen sok a feltörekvő gazdaság, sőt a problémakör elemzése Magyarország szempontjából is lényeges és időszerű. Magyarország ugyanis (kilenc társával együtt) tavaly csatlakozott az Európai Unióhoz, és az integrációs folyamat elsődleges célja az ország felzárkózásának elősegítése, felgyorsítása. A csatlakozott országok többsége ráadásul valóban kis nyitott gazdaság, azaz konvergenciájuk vizsgálata csak speciálisan erre a célra született, a neoklasszikus kerettől eltérő modellekben lehetséges. Véleményem szerint felzárkózásukkal kapcsolatban a monetáris politika vizsgálata is mindenképpen fontos terület. Ezek az országok ugyanis a közeli jövőben csatlakozni kívánnak az európai Gazdasági és Monetáris Unióhoz bevezetve a közös valutát, ami viszont különböző feltételek teljesítéséhez kötött (ún. maastrichti konvergenciakritériumok), melyeknek többsége monetáris jellegű (részletesen lásd az 5-ös fejezetben). A monetáris politika tehát fontos szerephez jut ezekben a gazdaságokban.

Célom a fentieknek megfelelően elsősorban a monetáris politika és a konvergencia együttes vizsgálata: olyan modellkeret létrehozása, ahol ez lehetséges. Ezzel foglalkozom a dolgozat második részében, az 5-ös és a 6-os fejezetekben. Előbbi a probléma részletesebb felvezetését, motivációját tartalmazza, és bemutat egy humántőkét is expliciten tartalmazó modellkeretet, amely egy eredetileg csak reáloldalt tartalmazó konvergenciamodell pénzzel bővített változata. A konvergencia modellezését kis nyitott gazdaságban korlátozott tőkemobilitás feltevése teszi lehetővé. A monetáris politika bevezetése után a modell dinamikus viselkedését vizsgálom meg különböző monetáris politikai szabályok feltételezése esetén, elsősorban azt, milyen hatással van a monetáris politika a konvergencia sebességére az egyes esetekben. A 6-os fejezet egy nagyon hasonló modell bemutatása ugyancsak a fenti kérdés vizsgálata céljából. Itt az alapul vett reálmodell különbözik kissé: kétszektoros gazdaságot ír fel, de a konvergencia modellezése érdekében ugyancsak korlátozott tőkemobilitásra épít. Ez tehát tulajdonképpen az előző fejezetben bemutatott modell egy új, más értelmezési lehetőségének is felfogható, ahol egyúttal más típusú kérdések is vizsgálhatók, mint például a nyitottság hatása a konvergenciára.

A dolgozat első részében a vonatkozó irodalmat szeretném részletesen áttekinteni, hogy a második rész modelljeinek az irodalomban található különböző megközelítésekhez való viszonya egyértelmű legyen, és szilárd háttérre lehessen támaszkodni a modellek bemutatásakor. Az 5-ös és 6-os fejezetek hátteréül ugyanakkor az irodalom különböző ágaihoz tartozó modellek szolgálnak, így több terület bemutatása is indokolt lehetne: konvergenciaelmélet, monetáris politika, monetáris elmélet. Mivel célom elsődlegesen a monetáris politika hatásának elemzése, ezért nem tartom szükségesnek a konvergencia irodalmának részletes áttekintését. Ekkor is választásra kényszerülök azonban a másik két terület bemutatása között. Alapvetően két ok miatt a monetáris elmélet áttekintése mellett döntöttem: egyrészt ez az alapja a monetáris politika elemzésének (a különböző megközelítésmódok általános jellemzőinek ismerete nélkül a monetáris politika kielégítő vizsgálata sem lehetséges), másrészt nem tudok a terület összefoglaló, magyar nyelvű ismertetését adó munkáról, ezért úgy gondoltam, ez önmagában is hasznos lehet.

Ennek megfelelően a következő három fejezet a monetáris elmélet – terjedelmi korlátok miatt nem teljeskörű, de – részletes áttekintését adja. A 2-es fejezet tulajdonképpen bevezető, ahol felvetem magát a problémát, ami miatt a pénz elméletének megalkotása, neoklasszikus elemzési keretbe illesztése nem kézenfekvő, és elemzem ennek általános okait. Az ezt követő részek megoldási kísérleteket mutatnak be: a 3. fejezet az általános egyensúlyelmélet megszokott, örökéletű reprezentatív egyéneket feltételező formájában született kísérleteket veszi sorra (ezen belül a legrészletesebben a hasznos pénz megközelítést tárgyalom, mert a második rész modelljeiben ezzel a módszerrel történik a pénz modellbe való bevezetése), majd a 4. fejezet alternatív modellezési lehetőségeket tárgyal röviden (egy korai megoldási kísérletet, az együttélő nemzedékek modelljét és egy jóval későbbi irányzatot, a keresési elméletet).

Az utolsó, 7-es fejezet a dolgozat lezárásaként összefoglalja a dolgozat célkitűzését és a főbb eredményeket.

2. fejezet

Pénz az általános egyensúlyelméletben – bevezető gondolatok

„ . . . a pénz egy rendkívül hatékony gépezet.
. . . olyannyira mindent átfogó gépezet, hogy meghibásodása
esetén az összes többi gépezet működésképtelenné válik.”
/Milton Friedman[1]/

A közgazdaságtan egész történetét, fejlődését végigkísérte a pénzről való gondolkodás. Folyamatos (jelenleg is) a törekvés, hogy megértsük a pénz működését, és ne csak heurisztikusan értsük meg, hanem analitikusan is, azaz elméleti keretbe tudjuk helyezni azt.

A törekvés okára talán nem is kell magyarázatot találni. Egyrészt a közgazdaságtan minden közgazdasági jelenség vizsgálatára törekszik, másrészt nem túlzás azt állítani, hogy ezek között kiemelt figyelmet szentelt a pénznek, ahogy a gazdaságban betöltött szerepének is kiemelt jelentőséget tulajdoníthatunk. A fenti idézet szerint a pénzrendszer megfelelő működése az egész gazdaság egészséges működésének szükségszerű alapja – s Friedman nem az egyetlen szerző, aki erről így vélekedett. Gazdaság, gazdálkodás persze létezhet pénz nélkül is (ahogy létezett a pénz előtt is), de abban valószínűleg teljes az egyetértés, hogy az nem kívánatos állapot. A pénz ugyanis jelentősen csökkenti, néhány esetben meg is szünteti a tranzakciós vagy információs költségeket, így hatékonyabb erőforrás-felhasználást tesz lehetővé.

Inkább magyarázatra szorul, hogy miért köt ez le akkora energiákat olyan hosszú idő óta – ráadásul anélkül, hogy elmondhatnánk, ma már elfogadott

[1]Friedman [1968]: A monetáris politika szerepe. Megjelent: Friedman [1986], 233.o.

elmélete van a pénznek, mely szerves és integráns része az uralkodó közgazdasági elméletnek. Talán nemcsak a megnyugtató, elfogadott konszenzus hiányát, de a pénz működése iránti fokozott érdeklődést is magyarázza, hogy első ránézésre már maga a pénznek tulajdonított jelentőség forrása sem egyértelmű. A belső érték nélküli pénzek[2] korában könnyű látni a paradoxont: a pénz látszólag csak egy papírdarab. Mi az oka, hogy egy darab papírnak, amit annyi más célra is használunk, ilyen kiemelt jelentősége legyen a gazdaságban? Mi a pénz tulajdonképpen? Mi ez a darab papír?
A számítástechnika és az elszámolási rendszerek rohamos fejlődésének időszakában talán furcsa a papírpénzre koncentrálni, beszélhetnénk sok hasonló társáról is, a különböző elektronikus jelekről, adathordozókról, chipekről és mágneskártyákról. Ezek nagy része azonban valójában a papír formában megtestesülő pénzre szóló követelés vagy azt helyettesítő, forgalomkönnyítő eszköz. Mi tehát a papírpénz? Ez is egyfajta követelés valamire, amit sokan sokféleképpen fogalmaznak meg. Az árupénzek rendszerében a papírpénz kialakulásától elsősorban aranyra (vagy más fémpénzre) szóló követelés volt. Ma leginkább akkor fejezzük ki a lényeget, ha azt mondjuk, hogy ez vásárlóerőre szóló követelés. (Hogy mennyi vásárlóerőre, azt az alapul választott mértékegység, a pénzláb határozza meg. Lásd pl. BKE [1999], I. kötet, 16.o.)[3]

Hogy miért tehetett szert ez a „vásárlóerő" ekkora jelentőségre, illetve hogy miben áll tulajdonképpen a jelentősége, azt leginkább az általa betöltött szerep mutatja: a pénz funkcióján, funkcióin keresztül ragadható meg.

2.1. A pénz funkciói

A pénznek tulajdonított különböző szerepeknek nagy jelentőségük van a pénz mint jelenség megértésében, de az elméletek fejlődésében, a különböző elméleti próbálkozások, megközelítések elkülönítésében is, ahogy azt a későbbi fejezetekben látni fogjuk. A hallgatók is azt tanulják meg elsőként a pénzről, hogy *funkcióin keresztül definiáljuk*, azaz nem azt mondjuk meg, hogy a bizonyos jellemzőkkel rendelkező dolog pénz, hanem azt, hogy a bizonyos funkciókat betöltő dolgot tekintjük pénznek.

„A hitelpénz olyan bankpasszíva, amely képes betölteni a *for-*

[2] Angol terminológiában *fiat money*, azaz körülbelüli fordításban *törvény erejénél fogva (vagy rendelet alapján) pénz*. Magyarul inkább a belső érték nélküli pénz vagy hitelpénz terjedt el, ami bár nem azonos kizárólag a papírpénzzel, mégis a következőkben néha szinonímákként használom őket.

[3] Közvetlenül ez jegybanki likviditásra szóló követelés, hiszen a pénzt a jegybank bocsátja ki, mégpedig a törvény erejénél fogva, ha úgy tetszik, állami garanciával (azaz a pénz kényszer-vásárlóértékű, lásd uo. 17.o.).

> *galmi*, a *fizetési* és a *felhalmozási (megtakarítási) eszköz funkciót.*"[4]

A definíció több funkciót említ, tehát eszerint több szerep együttes betöltése szükséges ahhoz, hogy valamit pénznek tekintsünk. S valóban úgy tűnik, a pénz több funkciót tölt be egyszerre a gazdaságban, s ezeken keresztül ragadható meg jelentősége is.

> „Mivel régóta hozzászoktunk a pénz használatához, nem vagyunk tudatában az ebből származó felbecsülhetetlen hasznoknak ...
> ...
> Első látásra úgy tűnhet, a pénz csupán megkettőzi a problémákat azzal, hogy két cserét tesz szükségessé ott, ahol egy elégséges volt; de az egyszerű barterben rejlő nehézségek felszínes elemzése is megmutatja, hogy a problémák mérlege sokkal inkább az ellenkező irányba mozdul. Csak egy ilyen vizsgálattal tudatosodhat bennünk, hogy a pénz nem csak egy szolgáltatást nyújt számunkra, hanem számos különböző szolgáltatást, melyek mindegyike nélkülözhetetlen."[5]

Mik ezek a nélkülözhetetlen szolgáltatások? Fogadjuk meg Jevons tanácsát, és vessük alá egy – szükségképpen felszínes – elemzésnek a közvetlen árucserét, illetve azt, mire volt szükség ahhoz, hogy azt felválthassa a pénz közvetítésével megvalósuló csere és a pénzgazdálkodás.

Sokan sokféleképpen fogalmazták meg a közvetlen árucsere feltételeit. A legtöbben talán Jevons idézett művére hivatkoznak, ahol ő a szándékok egybeeséséről beszél (a hivatkozott angol szövegben *double coincidence of wants*, uo. 26.o.): a vásárolni szándékozónak először is rendelkeznie kell valamivel, amire nincsen közvetlenül szüksége, így fel tudja kínálni eladásra, majd találnia kell valakit, akinek éppen erre az eladásra felkínált jószágra van szüksége, miközben éppen azt szeretné értékesíteni, amit ő keres. Ráadásul a mennyiségi igényeknek is nagyjából találkozni kell, illetve meg kell tudni állapodni egy kölcsönösen elfogadott csereearányban. Nem szükséges részletezni a fenti csere- (és alku)folyamat nehézkességét, hatékonytalanságát.
A helyzeten enyhíthet, ha több ember vonható be a cserébe, és megvalósulhat egyfajta „áruklíring", de ugyanígy könnyíti a cserét annak minden szervezett formája (vásárok, piacok tartása, ahol sok cserélni szándékozó egyszerre egy helyen jelen van stb., ld. pl. Clower, R. W.: *Introduction*, megj.: Clower [1969], 11-12.o.). Azonban egyértelmű, hogy még a megvalósítható mértékig

[4] BKE: Pénzügytan [1999], I. kötet, 31.o. (más formátumban).
[5] Jevons, W. S. [1910]: Barter. Megjelent: Clower [1969], 26.o., angolul.

központosított barterkereskedelem is igen költséges és nehézkes, így a kereskedelmet nagyban előmozdíthatja egy *közvetítő eszköz* megjelenése, melyet mindenki elfogad bármiért cserébe – ezt a követített cserét már monetáris cserének nevezhetjük (uo. 12.o.).

Az sem teljesen közömbös, mi tölti be ezt a közvetítő szerepet. Ha valamilyen árufajta (ahogy az kezdetben, az árupénzek idején jellemző volt), az nem vezethet közgazdaságilag hatékony eredményre. Hiszen az éppen csereeszközként használt jószág (közvetlen vagy közvetett) hasznosságáról le kell mondani, amíg ebben a másik szerepében használjuk. Bizonyos mennyisége tehát nem kerül másként (fogyasztásban vagy termelésben) felhasználásra, hanem – legalábbis ideiglenesen – a csere közvetítésének eszköze lesz. Előbbutóbb szükségképpen alakul ezért ki az a gyakorlat, hogy a hasznos jószágot a közvetítésben haszontalan dolgok helyettesítsék – azaz megjelennek a pénzhelyettesítők, melyek kezdetben a hasznos jószág egységeire szólnak, de kisebb költséggel, nehézséggel szállíthatók, oszthatók stb. Ez vezet a belső érték nélküli pénzek kialakulásához, melyek értékét már kizárólag az adja, hogy a gazdasági alanyok arra számítanak, megfelelő értékben mindenki más is elfogadja majd őket – azaz a pénz lényegében természetesen hangsúlyozódik ki a várakozások, de a bizalom, hitelesség szerepe is.[6] Ennek a bizalomnak a megteremtésében bizonyult hasznosnak az állami szerepvállalás, az elfogadás garanciája, előírása, ami segít megteremteni a pénzgazdálkodás alapjait. Azok tartós biztosításához viszont a szabályozás pusztán nem elégséges, olyan gazdaságpolitikára van szükség, amely biztosítja a pénz alapvető funkcióinak minél zökkenőmentesebb érvényesülését, azaz nem vezet a bizalom megrendüléséhez. Ha ugyanis a pénz már nem tudja ezeket betölteni, akkor a törvényi előírás ellenére megszűnik pénznek lenni.

A pénz elsődleges szerepe tehát a csere közvetítése, mely egyúttal kialakulásához vezetett. A csere közvetítése azt jelenti, hogy valamilyen eszköz elválasztja egymástól az eladás és a vétel aktusát. Ezt a közbeékelődő eszközt nevezzük pénznek, ami így egy helyett két cserét tesz szükségessé, egy szeparált eladást és vételt (lásd a fenti idézetet az 12. oldalon). A pénznek ehhez egyrészt „általános vásárlóerőnek" kell lennie (általánosan elfogadott csereeszköznek), másrészt alkalmasnak kell lennie arra, hogy „a vétel és az eladás közötti időszakban az eladásból származó vásárlóerő ideiglenes tartózkodási formájául" szolgáljon. (Friedman, M. [1970]: A monetáris elemzés elméleti váza. Megj.: Friedman [1986], 107.o.) Az általános csereeszköz, a

[6] Vegyük észre, hogy a várakozások ezúttal is önmegvalósítóak: ha azt gondolom, hogy mások efogadják a pénzt, én is elfogadom, így hozzájárulok ahhoz, hogy mások is így vélekedjenek és valóban elfogadják. Ha viszont arra számítok, hogy nem fogják azt tőlem elfogadni, nem lesz értéke a cserében, akkor én sem fogadom el, s ha logikusan mindenki így tesz, akkor a pénz valóban értéktelen lesz.

csere közvetítésének eszköze tulajdonképpen a *forgalmi eszköz*-szerepnek felel meg (ld. a tankönyvi idézetet az 12. oldalon; a forgalmi eszköz szinonímája a csereeszköz, esetleg tranzakciós funkció, angolul *medium of exchange*). A vásárlóerő ideiglenes tartózkodási formájaként való meghatározás pedig a *felhalmozási eszköz*-funkcióhoz kötődik, bár az már tartósabb „tartózkodásra" utal, azaz ekkor a pénz a megtakarítások eszközévé válik (szinonímája még az értékőrző funkció, angolul *store of value*). Ez utóbbi funkció a pénzhez való viszonyulás újabb ellentmondását tárja fel, ami az elméleti modellek és következtetések nagy részében is komoly szerepet játszik: a pénz, aminek nominális hozama (készpénz formában) nulla, és bármilyen pénznek minősülő formában nyújtott hozamát dominálják egyéb megtakarítási, felhalmozási eszközök, mégis a megtakarítás eszköze lehet.
Vegyük észre, hogy az említett két funkció összefügg, ahogy arra a fenti idézet is rámutat: a forgalmi eszköz-szerep feltételezi az értékőrző funkciót. A csereeszközt ugyanis az egymástól nemcsak földrajzilag, de időben is szétválasztott eladás és vétel között tartanunk kell, s meg kell őriznie értékét ahhoz, hogy valóban felhasználhassuk a következő tranzakcióhoz.

A tankönyvi definícióban említett harmadik funkció, a *fizetési eszköz*-szerep tulajdonképpen szorosan kapcsolódik a forgalmi eszköz funkcióhoz, egyik gyakorlatilag feltételezi a másikat (nem is említik mindig önálló funkcióként, angolul *medium of payment*). A két elnevezés csupán a közvetítés más-más aspektusára helyezi a hangsúlyt: a forgalmi eszköz-szerep a cserére, az áruforgalom közvetítésére, könnyítésére (ehhez a funkcióhoz kapcsolódik a klasszikus papírpénz megjelenése, BKE: Pénzügytan [1999], I. kötet, 17.o.), míg a fizetési eszköz-szerep a hitelviszony megvalósulása, mely az adósságok kiegyenlítésének, a fizetési forgalom megkönnyítésének, meggyorsításának eszközeként tekint a pénzre (ehhez pedig a klasszikus bankjegy megjelenése kötődik, mely a váltóból jött létre, BKE [1999], I. kötet, 19.o.).

Ezek tehát azok a fő funkciók, melyek a pénz lényegét meghatározzák, azaz szükségesek ahhoz, hogy valamit pénznek tekintsünk, s ezek együttes betöltésének képessége az, ami megkülönbözteti a pénzt más eszközöktől. Ha létezik pénz a gazdaságban, akkor az nemcsak az említett szerepeket tölti be, hanem működéséhez más funkciók is járulnak, ezek azonban nem szükségesek ahhoz, hogy valamit pénznek nevezhessünk, ahogy nem feltétlenül kizárólag a pénz képes ezen feladatok ellátására. A pénz például kiválóan alkalmas arra, hogy biztosítsa a különböző csurearányok kézenfekvő kifejezésének, nyilvántartásának lehetőségét. Ez az *elszámolási eszköz*-szerep, azaz a pénz az árak kifejezésének eszköze, általános egyenértékes, egyfajta mérőszám, mértékegység (angolul *unit of account*).

2.2. Az uralkodó közgazdasági irányzat és a pénz

A pénz tehát egy különleges eszköz: bár nincsen feltétlenül belső értéke, mégis nélkülözhetetlen „szolgáltatásokat” nyújt, alapvető funkciókat tölt be a gazdaságban. A pénz elméletének megalkotása, szerepének modellezése, a fenti tulajdonságok analitikus megragadása azonban különösen nehéz feladatnak bizonyult. A közgazdasági elmélet máig adós egy koherens, az elméletbe szervesen illeszkedő, többség által elfogadott megközelítésnek tekinthető monetáris- vagy pénzelmélettel, bár e területen is jelentős fejlődés ment végbe az elmúlt évtizedekben, és bizonyos kérdésekben egyértelmű konszenzusról is beszélhetünk. Általánossá vált például a meggyőződés, hogy a közgazdaságtan főáramának tekinthető (neoklasszikus) irányzat alapmodellje eredeti formájában nem alkalmas a pénz modellezésére, a pozitív pénztartási hajlam (pénzkereslet) magyarázatára.[7] Ebben a részben ezt szeretném megmutatni és kicsit megvilágítani. Ezért a következő, 2.2.1-es szakaszban megmutatom, hogy egy sztenderd általános egyensúlyelméleti modellben a pénz értéke egyensúlyban szükségképpen nulla, azaz a modell nem képes megmagyarázni a pozitív pénztartást, és ebből következően a pénzgazdálkodás barterrel szembeni felsőbbrendűségét sem. Ennek okaira az ezt követő, 2.2.2-es szakaszban térek ki röviden.
A probléma megoldására született kísérletekkel a következő fejezetekben részletesen foglalkozom.

2.2.1. A pénz értéktelensége egy hagyományos általános egyensúlyelméleti modellben

Egy sztenderd általános egyensúlyelméleti modellben a következő jellemző feltevésekkel szokás élni[8]:

- Végtelen időhorizontot tekintünk, és a fogyasztók vagy háztartások örökké élnek, vagy egyébként egymáshoz mindenben hasonló generációk végtelen sorozata követi egymást az időben (t fogja jelölni az időindexet).
- Végtelen sok, modellbeli jellemzőiben azonos fogyasztó van, ezért vizsgálhatjuk egy, ún. reprezentatív fogyasztó (vagy háztartás) döntési

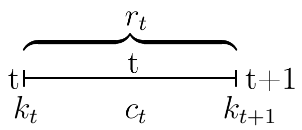
[7]Ez nyilvánvalóan igaz a korai, illetve legegyszerűbb statikus modellekre, de ennél fontosabb, hogy igaznak bizonyult a dinamikus modellekre is.

[8]Az általánosan jellemző feltevéseket szedem pontokba, de a rövidség kedvéért már itt bevezetek jelöléseket. Ezek már csak a konkrétan bemutatott modellre jellemzőek, ezért zárójelben szerepelnek. Minden változó, ahol ennek ellenkezőjét külön nem jelzem, az egyetlen jószág egységeiben, azaz reálértékben mért, egy háztartásra jutó értéket fejez ki.

problémáját.

- A reprezentatív fogyasztó preferenciái kifejezhetők egy időfüggetlen, ordinális hasznossági függvénnyel (u, melynek argumentumai az elfogyasztott jószágmennyiség (c) és a szabadidő ($\hat{l} = 1 - l$), ugyanis egy periódusban 1-re normalizáljuk a rendelkezésre álló időt, amit a fogyasztó vagy munkára használhat fel (l), vagy szabadidővel tölthet ($\hat{l}$)).
- Végtelen sok, modellbeli jellemzőiben azonos vállalat végzi a termelési tevékenységet a gazdaságban, azaz vizsgálhatjuk egy, ún. reprezentatív vállalat döntési problémáját.
- A vállalat termelési lehetőségei egy időfüggetlen termelési függvénnyel írhatóak le (f, argumentumai a tőke, k és a munkaerő, l).
- Egyetlen, homogén, kompozit jószágot tekintünk, mely a termelés outputja, valamint egyben fogyasztási- és tőkejószág.

Írjuk fel ezúttal a modellt diszkrét időben.[9] Diszkrét idejű felírásnál a változók időindexekkel való ellátásának módja nem egyértelmű, arra több lehetőség is kínálkozik (ez az ún. *időzítés*, angolul *timing* problémája). Ebből a szempontból máshogy kell kezelni a stock (állomány-), illetve flow (folyó) változókat, hiszen előbbiek egy időpontra, míg utóbbiak egy időszakra vonatkoznak. A szokásos eljárások két fő típusba sorolhatók aszerint, hogy az állományváltozók indexe az időszak végi vagy kezdeti értékre utal (ezen kívül is lehetnek egyéb eltérések a felírások módjában). A különbség tulajdonképpen a változók és az összefüggések értelmezésében, a képletek, eredmények konkrét formájában mutatkozik meg. Az általam használt konvenciót az alábbi ábra szemlélteti:



A stock változók indexe tehát az időszak kezdeti értékére utal, például a tőkeállomány a t. időszak elején k_t, míg a $t+1$. időszak elején k_{t+1} (ami megegyezik a t. időszak végi értékkel). A t. időszakban k_t adottság, míg k_{t+1} döntési változó. A flow változók értéke az indexszel jelzett időszakra vonatkozik: c_t a t. időszaki fogyasztás, erről a t. időszakban döntünk; r_t pedig a tőkeállomány t. időszak alatti nettó hozama a t. időszak kezdő értékére (k_t-re) vetítve, mely feltételezésünk szerint a t. időszaki jövedelem része, azaz már ekkor felhasználható például fogyasztásra.[10] Ha a t. időszakban egy jószágegységet nem fogyasztunk el, hanem tőkébe fektetjük be, akkor ez k_{t+1}-et növeli, ezen keresztül a $t+1$. időszakban r_{t+1} hozamot biztosít, amely a t+1. időszaki jövedelem része, azaz ekkor használható fel például fogyasztásra.

[9] A dolgozatban diszkrét és folytonos idejű modellek is szerepelnek.

[10] Az ábra csupán a szemléltetést szolgálja, a modellben r_t a bruttó hozamot fogja jelenti.

A háztartások birtokolják a gazdaság erőforrásait, a munkaerőt (l) és a tőkét (k), melyek a termelési függvény inputjai. Ezeket versenyző piacokon adják bérbe a vállalatoknak, és értük bérleti díjat kapnak (munkabért, w, illetve (bruttó) hozamot, r). A fogyasztók a bérleti díjakat, a vállalatok a termék árát tekintve árelfogadók. A tőkeállomány δ rátával amortizálódik. A fogyasztók a jövőbeli hasznosságot β diszkonttényezővel diszkontálják.
A hasznossági függvényről a neoklasszikus elméletben megszokott feltevésekkel élünk: differenciálható, mindkét argumentumában monoton növekvő ($u_c > 0$ és $u_{\hat{l}} > 0$, $u_i = \partial u/\partial i$ jelöli az i változó szerinti parciális deriváltat), szigorúan konkáv függvény ($u_{cc} < 0$ és $u_{\hat{l}\hat{l}} < 0$, ahol u_{ii} értelemszerűen a második derivált), és teljesíti az Inada-feltételeket ($\lim_{c\to 0} u_c = \infty$ és $\lim_{c\to\infty} u_c = 0$, analóg feltevések igazak a szabadidőre: $\lim_{\hat{l}\to 0} u_{\hat{l}} = \infty$ és $\lim_{\hat{l}\to\infty} u_{\hat{l}} = 0$).[11] A termelési függvényről ugyancsak feltesszük, hogy monoton növekvő és szigorúan konkáv argumentumaiban ($f_k > 0, f_{kk} < 0, f_l > 0$, $f_{ll} < 0$), teljesíti az Inada-feltételeket ($\lim_{k\to 0} f_k = \infty$ és $\lim_{k\to\infty} f_k = 0$, ugyanígy a munkára is), valamint elsőfokon homogén ($f(\lambda k, \lambda l) = \lambda f(k, l)$, azaz konstans mérethozadékú a technológia). A termelési függvényben az egyszerűség kedvéért nem szerepel technikai haladás, s a népességet is konstansnak feltételezzük. Ez azt jelenti, hogy ebben a modellben a gazdaság növekedési üteme a hosszú távú egyensúlyban nulla.

A kormányzat kibocsát egy időszakra szóló kamatozó kötvényeket (B, ez nominális kategória; B_t az időszak eleji állományra utal), melynek t. időszaki nominális kamata i_t. A reprezentatív háztartás méreténél fogva kötvénykeresletével annak hozamát nem tudja befolyásolni, azt döntésénél adottnak tekinti. A kormányzat ugyancsak kibocsát pénzt (ennek időszak eleji nominális állománya M_t), az újonnan kibocsátott pénzt egyösszegű nominális transzferrel juttatja el minden időszakban a háztartásokhoz (X_t). Az árszínvonal, azaz az egyetlen jószág egységének pénzben kifejezett ára P_t. A reálváltozókat kis betűkkel fogom jelölni, tehát $m_t \equiv M_t/P_t$, $b_t \equiv B_t/P_t$, $x_t \equiv X_t/P_t$.

A fogyasztók döntési problémája ezek alapján reálértékben:

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, 1 - l_t)$$

[11] A felírás csak akkor megfelelő, ha a hasznossági függvény additívan szeparábilis, azaz pl. $u(c, \hat{l}) = v(c) + b(\hat{l})$. Ha nem, akkor a szigorú konkávitás kétváltozós függvénynél a Hesse-mátrix negatív definitségét követeli meg, tehát a fentiek mellett teljesülnie kell, hogy $u_{cc}u_{\hat{l}\hat{l}} - u_{c\hat{l}}^2 > 0$, és az Inada-feltételek is módosulnak. A szigorú konkávitás helyett többnyire elégséges kvázikonkávitást (azaz a felső szinthalmazok konvexségét) feltételezni.

$$
\begin{aligned}
\text{ahol } & \tfrac{B_{t+1}}{P_t} + \tfrac{M_{t+1}}{P_t} + k_{t+1} + c_t \leq (1+i_t)\tfrac{B_t}{P_t} + \tfrac{M_t}{P_t} + w_t l_t + \\
& \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + (1 + r_t - \delta)k_t + x_t \\
& M_0,\ B_0,\ k_0 > 0, \text{ adott}, \\
& c_t, M_t, k_t, l_t \geq 0 \quad (\forall t) \\
& i_t,\ r_t,\ P_t,\ w_t\ \geq 0 \text{ és } x_t \text{ adott}, \\
& \lim_{t\to\infty} \frac{B_{t+1}/P_t}{\prod_{j=1}^{t}(1 + r_j - \delta)} \geq 0 \text{ (no-Ponzi feltétel)}.
\end{aligned}
$$

A fogyasztó tehát maximalizálja a végtelen időhorizontra vonatkozó összes hasznosságát (figyelembe véve a különböző időpontbeli hasznosságok eltérő relatív értékét is) teljesítve a korlátokat (költségvetési korlát, kezdeti érték-feltétel, változók nem-negativitása és a Ponzi-játékok kizárása vonatkozó feltétel, melyet no-Ponzi feltételnek nevezek). A no-Ponzi feltétel azt mondja ki, hogy a fogyasztó nem adósodhat el olyan mértékben, amit a rendelkezésére álló idő alatt nem tudna visszafizetni, azaz reálértékben kifejezett adósságának jelenértéke a végtelenben nem lehet negatív (hiszen egyébként a fogyasztó részéről optimális lenne a végtelen adósságállomány felhalmozása). A költségvetési korlát bal oldalára írtam azokat a változókat, melyek a fogyasztó t. időszaki döntési változói, a jobb oldalon a fogyasztó t. időszakban felhasználható jövedelme jelenik meg.
A kormányzat költségvetési korlátja reálértékben felírva:

$$\frac{B_{t+1} - B_t}{P_t} + \frac{M_{t+1} - M_t}{P_t} \geq x_t + i_t \frac{B_t}{P_t}$$

A kibocsátott adósság és a seigniorage (a pénzkibocsátásból származó bevétel) összegének fedeznie kell a kormányzat adott időszaki kiadásait, azaz a fogyasztóknak nyújtott transzfereket és a kötvényekre fizetett kamatokat.

A modell teljes megoldásához fel kell írni és a fogyasztó problémájával együtt megoldani a vállalatok profitmaximalizálási feladatát is, majd definiálni és megoldani a versenyzői egyensúlyt (ami a két optimumfeltétel mellett a piacok tisztulását, azaz minden piacon a kereslet és kínálat egyenlőségét követeli meg). A pénz értéktelensége azonban már a fogyasztó problémájának megoldásából levezethető, ezért itt csak ezt ismertetem röviden (hasonló modell teljeskörű megoldására lásd pl. a 3.1.1-es alfejezetet).
Optimumban a megadott feltételek mellett a fogyasztó teljesen kimeríti költségvetési korlátját. Fejezzük ki az egyenlőségre felírt költségvetési korlátból a fogyasztást, és helyettesítsük be a hasznossági függvénybe:

$$
\begin{aligned}
\max_{k_{t+1}, M_{t+1}, B_{t+1}, l_t} \sum_{t=0}^{\infty} & \beta^t u\big[(1+i_t)\tfrac{B_t}{P_t} + \tfrac{M_t}{P_t} + w_t l_t + (1 + r_t - \delta)k_t + x_t - \\
& - \tfrac{B_{t+1}}{P_t} - \tfrac{M_{t+1}}{P_t} - k_{t+1}, 1 - l_t\big]
\end{aligned}
$$

Az ebből adódó elsőrendű feltételek[12]:

$$k_{t+1}: \qquad \frac{u_c(t)}{\beta u_c(t+1)} = 1 + r_{t+1} - \delta \tag{2.1a}$$

$$M_{t+1}: \qquad \frac{u_c(t)}{\beta u_c(t+1)} = \frac{P_t}{P_{t+1}} \tag{2.1b}$$

$$B_{t+1}: \qquad \frac{u_c(t)}{\beta u_c(t+1)} = (1 + i_{t+1})\frac{P_t}{P_{t+1}} \tag{2.1c}$$

$$l_t: \qquad \frac{u_{\hat{l}}(t)}{u_c(t)} = w_t \tag{2.1d}$$

Emellett optimumban teljesülnie kell az ún. transzverzalitási feltételnek is:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{k_{t+1} + \frac{M_{t+1}+B_{t+1}}{P_t}}{\prod_{j=1}^{t}(1 + r_j - \delta)} \leq 0 \tag{2.2}$$

A (2.1a)–(2.1c) egyenletek a fogyasztás optimális pályáját határozzák meg, azaz az Euler-egyenlet különböző változatai ebben a többeszközös modellben. Nézzük közülük először a (2.1a)-t (kissé átrendezve):

$$u_c(t) = \beta u_c(t+1)(1 + r_{t+1} - \delta)$$

Ez írja le a fogyasztás és a tőkefelhalmozás közötti optimális választást. Egy újabb jószágegység elfogyasztásának marginális haszna a jelenben $u_c(t)$, míg ha ugyanezt az egységet tőkejószágként hasznosítjuk, akkor a következő időszakban $r_{t+1} - \delta$ egység nettó hozamot realizálunk, ezt az $1 + r_{t+1} - \delta$ jószágot fogyaszthatjuk el, aminek a hasznossága $u_c(t+1)(1+r_{t+1}-\delta)$, s mivel ez csak a következő periódusban jelentkezik, diszkontálni kell, hogy összevethetővé váljon a jelenbeli hasznossággal. Optimumban a reprezentatív fogyasztó a kétféle módon tehát ugyanakkora többlethasznosságot realizálhat, ezért közömbös számára a jószágegység kétféle hasznosításának lehetősége, nem akar változtatni fogyasztási-felhalmozási döntésén.
Ugyanígy értelmezhető a (2.1c) egyenlet is a fogyasztás – kötvényvásárlás közötti optimális választásként. Ha összevetjük a (2.1b)-vel, akkor látható, hogy optimumban a nominális kamatláb a modellben nulla, melyre a későbbiekben (a 21. oldalon) röviden még visszatérek. Vezessük be az inflációra a π, a kötvények reálhozamára pedig az r^b jelölést, ahol $1 + \pi_{t+1} \equiv P_{t+1}/P_t$ és $r_t^b \equiv (1 + i_t)/(1 + \pi_t) - 1$. A definíciók felhasználásával az egyenlet a

[12]A felírásban az $u_c(t) = u_c(c_t, 1 - l_t)$ jelölési konvenciót használom.

következőképpen írható:

$$\frac{u_c(t)}{\beta u_c(t+1)} = \frac{1+i_{t+1}}{1+\pi_{t+1}} = 1 + r^b_{t+1} = 1 + r_{t+1} - \delta,$$

ahol az utolsó egyenlőség a (2.1a) feltétel felhasználásával adódik. Ebből következik, hogy a nominális kamatlábra teljesül az ún. *Fisher-egyenlet*, azaz $1 + i_t = (1 + r_t - \delta)(1 + \pi_t)$, a nominális hozam tehát megközelítően a nettó reálhozam és az infláció összege.
A (2.1c)-hez hasonló, de talán nem annyira nyilvánvaló a (2.1b) feltétel értelmezése, ezért írjuk fel ezt is a következő formára rendezve:

$$u_c(t)\frac{1}{P_t} = \beta u_c(t+1)\frac{1}{P_{t+1}}$$

Az egyenlet a fogyasztás és a pénzfelhalmozás közötti optimális választás feltételét fogalmazza meg: ha a jelenben a fogyasztás javára döntünk, akkor egy egység pénzen $1/P_t$ egységnyi jószágot vásárolhatunk, ennek a többletfogyasztásnak a hasznosságát mutatja a bal oldali kifejezés, míg ha a pénztartás mellett döntünk, az az egység pénz a következő időszakban $1/P_{t+1}$ egységnyi jószág elfogyasztását teszi lehetővé, melynek jelenre diszkontált hasznossága jelenik meg a jobb oldalon. Optimumban a kettő egyenlő, azaz a fogyasztónak nem érdemes a fogyasztás–pénz arányon változtatnia.
A (2.1d) egyenlet a fogyasztás és szabadidő közötti választásra vonatkozik: a kettő helyettesítési határrátája optimumban megegyezik a reálbérrel, ami tulajdonképpen az árarány (vagy másként: a szabadidő marginális haszna ($u_{\hat{l}}$) egyenlő annak „árával”, alternatív költségével (opportunity cost), azaz az elveszített kereset (w) elfogyasztásával nyerhető többlethasznossággal ($u_c w$)).

Mivel ebben a modellben többféle felhalmozási eszköz is van, a fogyasztó tulajdonképpen két döntést hoz: egy megtakarítási döntést (mennyit fogyasszon, illetve mennyit takarítson meg) és egy allokációs döntést (hogyan határozza meg az optimális eszközportfóliót, azaz megtakarításának mekkora részét fektesse tőkébe, kötvénybe és pénzbe). Optimumban az alternatív befektetési lehetőségek hozama egyenlő, így a (2.1a)–(2.1c) egyenletek jobb oldala megegyezik (hiszen bal oldaluk azonos), azaz a következő arbitrázsfeltételek adódnak[13]:

$$r^b_t = r_t - \delta \quad (\forall t), \quad (1 + r_{t+1} - \delta)\frac{1}{P_t} = \frac{1}{P_{t+1}} \quad (\forall t) \tag{2.3}$$

[13]Helyesebb lenne ezeket talán arbitrázsmentességi feltételeknek hívni, hiszen az arbitrázslehetőségek kizárását biztosítják. A rövidség kedvéért használom a pontatlanabb kifejezést. A korábban tárgyalt Fisher-egyenlet is a modell egy arbitrázsfeltétele, mely a (2.1a) és a (2.1c) egyenletekből következett. Az itt felírt feltételek emellett már a (2.1b)-t is figyelembe veszik.

Az infláció korábbi definícióját használva az utóbbi feltétel szerint:

$$\frac{1}{1+\pi_{t+1}} = 1 + r^b_{t+1} \quad \text{vagy megközelítőleg:} \quad \pi_t \approx -r^b_t = -(r_t - \delta) \quad (\forall t)$$

Az infláció tehát optimumban negatív, azaz defláció van, mégpedig éppen a reálkamatláb (nettó reálhozam) mértékével megegyező nagyságban, azaz – ahogy láttuk – a nominális kamatláb nulla. Ez a jól ismert *Friedman-szabály*, melynek optimalitása a neoklasszikus elmélet modelljeinek széles körére jellemző, így a későbbiek folyamán is többször fogunk vele találkozni. Másként megfogalmazva látható tehát, hogy optimumban nem állhat fenn hozamkülönbség a különböző befektetési eszközök között, a kötvény hozama nem dominálhatja a pénzen elérhető hozamot.

A transzverzalitási feltétel (2.2) szerint az eszközeink t időszaki nettó állománya jelenbeli értéken kifejezve határértékben nulla: nem lehet optimális pozitív jelenértékű eszközökkel rendelkezni a végtelenben ahelyett, hogy az elfogyasztásukkal elérhető hasznosságot realizálnánk. Ez tehát egy végső érték-feltétel. Mivel k és M csak nem negatív értékeket vehetnek fel, a Ponzi játékok kizárására vonatkozó feltételből következik, hogy a feltétel egyenlőségre teljesül.

Éppen a transzverzalitási feltétel segítségével látható be, hogy egyensúlyban a pénznek itt nincs értéke. A no-Ponzi feltétel és a tőkeállomány nemnegativitásának kihasználásával ugyanis ezt a következőképpen írhatjuk:

$$\begin{aligned}\lim_{t\to\infty}\frac{k_{t+1}+\frac{M_{t+1}+B_{t+1}}{P_t}}{\prod_{j=1}^{t}(1+r_j-\delta)} &\geq \lim_{t\to\infty}\frac{\frac{M_{t+1}+B_{t+1}}{P_t}}{\prod_{j=1}^{t}(1+r_j-\delta)} \geq \lim_{t\to\infty}\frac{\frac{M_{t+1}}{P_t}}{\prod_{j=1}^{t}(1+r_j-\delta)}+\\ &+\lim_{t\to\infty}\frac{B_{t+1}/P_t}{\prod_{j=1}^{t}(1+r_j-\delta)} \geq \lim_{t\to\infty}\frac{M_{t+1}/P_t}{\prod_{j=1}^{t}(1+r_j-\delta)}\end{aligned}$$

A feltétel teljesüléséhez az szükséges, hogy a $\lim_{t\to\infty}\frac{M_{t+1}/P_t}{\prod_{j=1}^{t}(1+r_j-\delta)} = 0$ teljesüljön. Kihasználva a (2.3)-ban felírt második összefüggést, a következő adódik erre:

$$\lim_{t\to\infty}\frac{M_{t+1}/P_t}{\prod_{j=1}^{t}(1+r_j-\delta)} = \lim_{t\to\infty}\frac{M_{t+1}\prod_{j=1}^{t}(1+r_j-\delta)\frac{1}{P_0}}{\prod_{j=1}^{t}(1+r_j-\delta)} = \lim_{t\to\infty}\frac{M_{t+1}}{P_0} = 0$$

Nem konvertálható, nem beváltható pénz esetén (amelyre $\lim_{t\to\infty} M_{t+1} > 0$), a feltétel csak $P_0 = \infty$ esetén teljesülhet. Ekkor viszont P_1 sem lehet véges, hiszen így korlátlan hozamot lehetne elérni a 0. periódusi pénztartással. Indukcióval következik tehát, hogy az árszínvonal (az áruk pénzben kifejezett értéke), $P_t = \infty$ $(\forall t)$, azaz a pénz értéke, $1/P_t = 0$ (ld. Ljungqvist–Sargent [2004], 857.o., 1. lábjegyzet).

A modell egy példája az elmélet általánosan használt elemzési keretének, de természetesen számos változatban írható fel. Mások lehetnek a függvényformák, el lehet tekinteni a munka-, illetve tőkepiac endogén modellezésétől, fel lehet tenni, hogy a háztartás maga végzi a termelési tevékenységet vagy a jövedelem exogén adottság stb. Nyilvánvaló, hogy a kapott eredmény ezektől a feltevésektől független, általánosan igaz a hasonló modellverziókra is. Igazolása egy kevésbé részletes modellben egyszerűbb is (mint pl. a Lucas-féle eszközárazási modell, ld. Herrendorf–Valentinyi [1999], 38-39.o.), de azt a keretet szerettem volna itt bevezetni, melyet a későbbiek folyamán is használni fogok a dolgozatban. A következő szakasz azt veszi sorra, miért adódik szükségszerűen a kapott eredmény ebből és a hasonló modellekből.

2.2.2. A probléma általános okai

Az előző szakaszban bemutatott általános modellkeret tulajdonképpen egy eredetileg reálmodell pénzzel bővített változata. Egyensúlyban azonban a pénz értéktelen, így gyakorlatilag a modell megoldása már nem különbözik a pénzt nem tartalmazó felírástól. Többen úgy vélik, ez elkerülhetetlen, ha az elmélet szemléletmódja nem eleve nominális, hanem egy eredendően reálmodellben gondolkodik, és abba „teszi bele" a pénzt. Vizsgáljuk meg közelebbről, valóban így van-e ez, és ha igen, miért!

A pénz elsősorban a csere közvetítésének eszköze, olvastuk a 2.1. alfejezetben. A legszembetűnőbb problémát ezért talán az egyetlen homogén jószág feltételezése jelenti: miért is cserélgetnének az emberek egyetlen terméket egymás között? Fel lehet persze tételezni, hogy ez valójában egy kompozit jószág, különböző differenciált termékek megfelelően képzett összessége. Ugyanakkor a modellben minden szereplő egyforma, így még ezzel a feltevéssel sem egyértelmű, miért van szükség cserére. Való igaz, a szerkezet szimmetrikus, egyensúlyban mindenki ugyanazt a portfóliót tartja, illetve ugyanannyit fogyaszt. További feltevéssel kell tehát élnünk, például mindenki csak egyféle terméket termel, illetve ebben kapja a fizetését és a bérbe adott tőke bérleti díját, ugyanakkor mindegyik jószágból pozitív mennyiséget kell fogyasztania optimumban.[14] Ekkor egyensúlyban lesz kereskedelem, az egyensúlyi portfólió csak csere megvalósulása mellett érhető el. Kis képzelőerővel ezt még akár a fenti felírásba is beleláthatjuk, illetve a heterogenitás

[14] A pénzmodellekben az egytermékes felírást általában is egy a fenti módon elképzelt többtermékes gazdaság egyszerűsített megjelenítésének tekintik, melyet Lucas [1980] mutat be expliciten (132.o.). A fogyasztó a szükséges javakhoz tehát (a feltevés miatt konstans relatív árakon) csak vásárlás útján juthat hozzá, ld. McCallum–Goodfriend [1987], 3-4.o.

explicit feltételezésével ez a probléma orvosolható. Megoldódna-e ezzel a pénz értéktelenségének problémája? Nyilvánvalóan nem.

A walrasi általános egyensúlyelmélet elképzelt gazdaságának „kikiáltója" tulajdonképpen egy teljesen központosított, szervezett piac metaforája. Itt mindenki találkozhat, bármilyen megvalósítható cserét lebonyolíthat, ráadásul ez számára nemcsak nehézséggel nem jár, de semmilyen költséggel sem (nincsen tranzakciós költség, nincsenek információs problémák, az egész művelet nem telik időbe sem). Ez a tökéletes piac modellje.

A walrasi rendszer gazdasága ráadásul tulajdonképpen bartergazdaság (leszámítva a fogyasztási hitel lehetőségét). Ezt a tulajdonságát nagyon plasztikusan mutatja be Clower, aki a költségvetési korlát felírt formájára irányítja a figyelmet. Ebben (ha több jószágot, illetve több jószágból álló kosarat képzelünk bele) minden lehetséges jószágkombináció megengedett mint kereskedelem, bármilyen jószágpár cseréje megvalósítható. Ez egyértelműen a bartergazdaságok jellemzője. A pénz ugyanolyan termékként jelenik meg a korlátban, mint bármelyik reáljószág, azaz megkülönböztethetetlen azoktól, semmi különös szerepe, jelentősége, tulajdonsága nincsen, a cseréhez pedig – mint láttuk – nélkülözhető. Ebben a modellben a pénz nem forgalmi eszköz, ami a 2.1. alfejezet szerint lényegi sajátja. Milyen funkciója van? Elszámolási egység, benne fejezzük ki a kompozit jószág árát, az árszínvonalat (numerair az egyetlen termék vagy a gazdaság termékeiből képzett jószágkosár), valamint felhalmozási eszköz, ahogy a kötvény vagy a reál tőkejószág is. De az értékőrző funkciójában a pénzt a másik két eszköz dominálja, hiszen vele ellentétben mindkettőnek pozitív hozama van – ebben a minőségében tehát nincsen szükség rá.[15]

Minden modell szükségképpen absztrakt, nem lehet a valóság tökéletes visszatükrözése, mert akkor nem lenne átlátható, kezelhető, nem segítené a megértést. De ez a megközelítés éppen mindazoktól a problémáktól tekint el, amelyeknek enyhítésére, megszüntetésére jött létre a pénz a valós gazdaságokban. A pénznek ezért nem lehet ebben a neoklasszikus, általános egyensúlyelméletben (mely a közgazdaságtan főáramának tekinthető) szerepe. A pénz elméletéhez, tulajdonságainak vizsgálatához el kell térnünk a fenti alapmodelltől, módosítanunk kell azt. A következő két fejezet a probléma megoldására született javaslatokat, különböző módosításokkal kapott pénzmodelleket mutat be.

[15]Clower, R. W. [1967]: Foundations of Monetary Theory. Megj.: Clower [1969], 203-205.o., illetve Clower: Introduction ugyanitt, 20.o.

3. fejezet

A pénz az örökéletű reprezentatív egyének modelljeiben

„...A pénz általános egyensúlyelméleti modellekbe való integrálására három általános megközelítés született ...
...Mindegyik valamilyen közelítő megoldással él; a gazdasági környezet bizonyos elemeit egyszerűen exogén módon specifikálja valamilyen pénzfunkció bevezetése érdekében. Ez hasznos eszköz lehet, ...De a modell magyarázóerejébe vetett bizalmunkat csökkenti, ha az exogén módon adott elemek a következtetések szempontjából kritikusnak bizonyulnak."
/Carl Walsh[1]/

A pénz modellezésére különböző kísérletek születtek. Ebben a fejezetben azokat tekintem át, amelyek megtartják a 2. fejezetben megismert, reprezentatív gazdasági szereplőket és végtelen élettartamot feltételező elméleti keretet (az eredményül kapott modelleket azóta is gyakran használják monetáris kérdések vizsgálatára). A 2.2.1. és 2.2.2-es szakaszokban láttuk, hogy ekkor alapesetben a pénz értéke nulla, hiszen tulajdonképpen arra nincsen szükség, az allokáció pénz nélkül is hatékony. A hasznosságmaximalizáló háztartások inkább a jólétjüket növelő fogyasztást részesítik előnyben szűkös erőforrásaikból, felhalmozás céljára pedig pozitív hozamú eszközöket választanak. A pénz bevezetéséhez tehát lazítanunk kell a walrasi kereteken, valamilyen „súrlódást" kell vinnünk a gazdasági rendszerbe. A pénzt nélkülözhetetlenné, lényegessé kell tennünk, valahogy meg kell különböztetnünk a többi jószágtól, és legalább feltételeznünk, de inkább modelleznünk kell annak alapvető funkcióit. Erre több próbálkozás is született, ebben a fejezetben közülük

[1] Walsh [2003], 43-44.o., angolul.

mutatom be a legismertebbeket – körülbelül azokat, melyekre a fenti idézetben Carl Walsh is utal.[2] A dolgozat kereteit meghaladná az összes lehetőség ismertetése, ezért szorítkozom mindössze a kiválasztott modellek bemutatására, s emellett néhány egyéb lehetőség megemlítésére, de a kép így sem lehet teljes.

Az első megközelítést *hasznos pénz modell*nek nevezem, ez az ún. „pénz a hasznossági függvényben" (angolul *money in the utility function*, MIU) megközelítés. Itt felteszik, hogy a pénz közvetlenül hasznosságot nyújt. A pénz szerepét tehát nem modellezik expliciten, mindössze feltételezik, hogy van, és ez praktikusan kifejezhető azzal, hogy a pénztartásból hasznosság származik. A hasznossági függvényre tett megfelelő feltevések mellett ekkor nyilván pozitív lesz a pénz kereslete, hasonlóan a fogyasztási javakéhoz. Ezzel a megközelítéssel foglalkozik a 3.1. alfejezet. Mivel a később (5. és 6. fejezetekben) ismertetett modellekben ezt a modelltípust használom, ezért itt ezt mutatom be a legrészletesebben.

A 3.2. alfejezet a *likviditási korlátos modellek*et vizsgálja (angolul *cash in advance*-feltétel, CIA; néha Clower-korlátnak is nevezik). Itt a monetáris cserét úgy modellezik, hogy felteszik, vásárolni csak készpénzből lehet, azaz ahhoz, hogy jószágokat vegyünk, előzetesen pénzzel kell rendelkeznünk (illetve ez legalábbis a jószágok bizonyos körére nézve igaz).

Egy harmadik lehetőség, hogy a fenti merev korlát előírása helyett figyelembe vesszük a tranzakciók költséges voltát vagy explicit *tranzakciós modellek*ben, vagy annak feltételezésével, hogy azok lebonyolításához időre van szükség, ezek az ún. *vásárlási idő modellek* (angolul *shopping-time models*). Ezekkel a 3.3-as alfejezetben foglalkozom.

A pénz modellbe integrálására születtek más módszerek is. Gyakran élnek például bizonyos *jogi korlátozások* feltételezésével (angolul *legal restrictions*), ami többféleképpen is elképzelhető. Jelentheti a kötvények bizonyos minimális denominációját, ahol emiatt a kis megtakarítások csak pénzben tarthatók, s csak a nagyobb összeggel rendelkezők fektethetnek a magasabb hozamú kötvényekbe. Másik lehetőség kötelező tartalékkövetelmény feltételezése, azaz annak előírása, hogy a pénzügyi közvetítők eszközeik egy bizonyos hányadát pénz formájában tartsák. Ha szükség van a pénzügyi közvetítők szolgáltatásaira, tehát ha például a tőkébe való beruházás csak a szabályozott pénzügyi szektoron keresztül lehetséges (például csak így biztosítható a kisbefektetők számára is a hozzáférés), akkor a közvetítők értékpapírjaiba be-

[2] A Walsh által említett harmadik megközelítés tulajdonképpen az együttélő nemzedékek modellje, amit később, a 4.1-es részben tárgyalok. A második csoportba több modellt is sorol, közülük kettőt külön-külön itt (3.2. és 3.3-as alfejezet), egyet pedig a következő fejezetben (4.2-es rész) tárgyalok. Természetesen más csoportosítások, súlyozások is lehetségesek.

fektetők tulajdonképpen pénz és reáltőke meghatározott arányát tartják. De azt is feltehetjük harmadik lehetőségként, hogy szemben a pénzzel a pozitív hozamú eszközökkel nem lehet minden periódusban kereskedni.[3] A sor folytatható, de ahogy írtam, ezeknek a megközelítéseknek a részletes bemutatása vagy egy teljeskörű felsorolás túlmutatna a dolgozat keretein.

A bemutatott három fő modelltípus választása mellett szól, hogy monetáris politikai kérdések vizsgálatára talán ezek a leggyakrabban használt megközelítések. Ráadásul belátható, hogy bizonyos feltevések esetén a három megközelítés tulajdonképpen ekvivalens egymással – ezt mutatja meg a 3.4-es alfejezet. Ugyanitt térek ki a modellek közös vonásaira, valamint a megközelítésmódra általánosan érvényes kritikára is.

Ezekben a részekben végig rugalmas, azonnal igazodó árakat feltételezünk, ami jó kiindulási, viszonyítási pont lehet, a valóságban azonban az árak gyakran merevek, lassan, késéssel alkalmazkodnak. A monetáris politika elméleti vizsgálata elsősorban merev, ragadós árakat tartalmazó modellekben történik, mert az ezek kalibrált változataiból szimulálható idősorok képesek jól reprodukálni a valós adatokban meglévő tendenciákat. A rugalmas árakat feltételező modellekről ez nem mondható el, azokban a monetáris politika reálhatásai sokkal rövidebb életűek és elhanyagolható nagyságrendűek, ami ellentmond az ökonometriai eredményeknek. A 3.5-ös alfejezet emiatt a rugalmas árak feltételezését feladó irodalomba ad betekintést. Mivel ez egy önálló, könyveket megtöltő terület, így a terjedelmi korlátok miatt itt csupán a modellek legfontosabb tulajdonságainak, következtetéseinek összefoglalására nyílik lehetőség.

3.1. Hasznos pénz modellek

Az elsőként bemutatott modelltípust többnyire Miguel Sidrauski nevéhez kapcsolják, hiszen 1967-es cikkében – mely PhD disszertációjának összefoglalása – ő alkalmazta ezt a megközelítést először. Célja a monetáris elmélet és a gazdasági növekedés irodalmának integrálása volt. Számos követője akadt a pénz és a növekedés kapcsolatának elemzésében, William Brock például több munkában is vizsgálta a modell tulajdonságait, az egyensúly egyértelműségét, a pénz semlegességét.

Maga az alapötlet kézenfekvő: egy hasznosságot biztosító termék értéke, kereslete a megszokott feltevések mellett pozitív, ez tehát a pénzre is igaz lesz, ha feltételezzük, hogy a pénztartásból hasznosság származik. A hasznos pénz modellben tulajdonképpen feltételezzük (vagy elfogadjuk), hogy a pénznek

[3] Ezeket a modelleket (a MIU, vásárlási idő és CIA-modellekkel együtt) a hatékonyság szempontjából összefoglalóan vizsgálja Woodford [1990], 1073-1078.o.

egyensúlyban pozitív értéke van; nem modellezzük, miért, hanem egyszerűen olyan feltevéssel élünk, amiből ez következik. Mindez természetesen csak közelítő megoldás. A pénz hasznossági függvényben való megjelenése mögött tulajdonképpen az az elképzelés húzódik meg, hogy a pénztartás számos előnnyel jár, például csökkenti a tranzakciós költségeket, információs problémákat. A pénznek tehát bár nincsen belső értéke, de úgy viselkedik, úgy tölti be gazdasági szerepét, mintha lenne, hiszen funkciói révén különböző előnyök származnak tartásából. Ezért lehet úgy modellezni, hogy a belőle származó szolgáltatásokat (melyek valószínűleg arányosak a rendelkezésre álló pénzmennyiséggel) a hasznossági függvény egyik változójának tekintjük.

A következőkben először (3.1.1-es szakasz) bemutatom a modell egy alapformájának diszkrét idejű változatát, majd a 3.1.2-es szakaszban egy hasonló folytonos idejű modellt (előbbit a többi bemutatott modellel való könnyebb összehasonlíthatóság kedvéért, utóbbit pedig azért, mert a későbbiekben éppen ezt a megközelítést fogom használni folytonos idejű modellekben). A 3.1.3-as szakasz a fontosabb eredményeknek és a modell kritikájának összefoglalását adja.

3.1.1. A modell diszkrét időben

Számos, egymással azonos gazdasági szereplőt (háztartást és vállalatot) feltételezünk, azaz vizsgálhatjuk egy reprezentatív egyén, illetve vállalat gazdasági problémáját. Az egyének örökké élnek, s hasznosságukat igyekeznek maximalizálni, mely függ a fogyasztástól, a pénz számukra nyújtott szolgáltatásaitól és a szabadidőtől (ami megegyezik az időegység nem munkával töltött részével, ahogy eddig). A korábbi jelöléseket és konvenciókat használva a hasznossági függvény tehát $u(c_t, z_t, 1 - l_t)$, ahol z_t jelöli a pénzből származó különböző előnyöket (folyó változó). Feltehetjük, hogy ezek a rendelkezésünkre álló pénzmennyiség reálértékével arányosak, s a mértékegységet képzeletben úgy választjuk meg, hogy z_t-t egyenlővé tesszük a pénzállomány reálértékével (Sidrauski [1967], 535.o. vagy Walsh [2003], 45.o.). A pénzmennyiség azonban állományváltozó, tehát azt is meg kell mondanunk, hogy az időszak eleji vagy végi értékére gondolunk. Természetesen lehet amellett érvelni, hogy logikusan ennek az időszak elején rendelkezésünkre álló értéknek kell lennie, azonban az irodalomban a másik megoldás tekinthető sztenderdnek, ezért ezt fogom használni (ld. erről Walsh [2003], 47.o.; a választás befolyásolja pl. a pénztartás alternatív költségének korrekt definícióját). Korábbi jelöléseinknél maradva tehát (ahol M_t jelentette a t. időszaki kezdeti értéket) $z_t = M_{t+1}/P_t$. A hasznossági függvényről a szokásos feltevésekkel élünk (argumentumaiban monoton növekvő, szigorúan kvázikonkáv, teljesíti az Inada-feltételeket). A pénz határhasznára nézve néha azonban ettől elté-

rően azt feltételezzük, hogy $u_m > 0$, ha $M_{t+1}/P_t < \overline{m}$ és $u_m =$ (vagy $\leq$) 0, ha $M_{t+1}/P_t \geq \overline{m}$, azaz a pénzből lehet telítődni, van egy maximális reál pénzmennyiség ($\overline{m}$), ami felett egy-egy újabb egység már nem növeli a hasznosságot. A feltétel azonban nem szükséges az egyensúly létezésének bizonyításához, s néhány gyakran használt függvényforma nem is teljesíti (pl. a logaritmusos vagy a konstans helyettesítési rugalmasságú, CES-típusú függvények; uo. 45.o.).
Érdemes felhívni rá a figyelmet (ahogy azt Walsh is teszi, uo. 46.o.), hogy a hasznossági függvény változójaként kezelt pénz azt jelenti (legalábbis abban a tartományban, ahol annak határhaszna pozitív), hogy a szabadidőt és a fogyasztást adottnak véve nagyobb a reprezentatív háztartás hasznossága, ha nagyobb a rendelkezésére álló pénzállomány reálértéke! A pénznek a modellben tehát nem az a szerepe, hogy segítse a tranzakciókat, hiszen itt racionális gazdasági szereplők konstans fogyasztás mellett is előnyben részesítik a több pénzt a kevesebbhez képest. Ez akkor indokolható, ha a pénz kényelmi szolgáltatásaira gondolunk: a több pénz a következő időszakban tehet lehetővé nagyobb fogyasztást, illetve bizonytalan környezetben egyfajta önbiztosításként szolgál. Ez az elképzelés összecseng azzal is, hogy az időszak végén rendelkezésünkre álló pénzmennyiség jelenik meg a hasznossági függvényben. Mindenesetre a modell ezeket a bizonytalanságokat nem írja le, csupán feltesszük, hogy egy teljesebb leírásban a pénz haszna például ilyen tényezőkből származhat.

A háztartás birtokolja a gazdaság erőforrásait, a tőkét és a munkaerőt, s adja bérbe versenyző piacokon a vállalatoknak, melyek a szokásos, neoklasszikus termelési függvénnyel leírható technológiával termelnek. A kormányzat pénzt és nominális kötvényeket bocsát ki. A fogyasztók döntési problémája reálértékben (az egyetlen jószág egységeiben) kifejezve:

$$
\begin{aligned}
\max \sum_{t=0}^{\infty} & \beta^t u(c_t, M_{t+1}/P_t, 1-l_t) \\
\text{ahol} \quad & \tfrac{B_{t+1}}{P_t} + \tfrac{M_{t+1}}{P_t} + k_{t+1} + c_t \leq (1+i_t)\tfrac{B_t}{P_t} + \tfrac{M_t}{P_t} + w_t l_t + \\
& \qquad\qquad\qquad\qquad + (1 + r_t - \delta)k_t + x_t \\
& M_0,\, B_0,\, k_0 > 0, \text{ adott}, \\
& c_t, M_t, k_t, l_t \geq 0 \quad (\forall t) \\
& i_t,\, r_t,\, P_t,\, w_t \geq 0 \text{ és } x_t \text{ adott}, \\
& \lim_{t\to\infty} \frac{B_{t+1}/P_t}{\prod_{j=1}^{t}(1+r_j-\delta)} \geq 0 \text{ (no-Ponzi feltétel)}.
\end{aligned}
$$

A feladat felírása (a hasznossági függvény formáját kivéve) megegyezik a 2.2.1-es szakasz modelljében bemutatottal, ezért a korlátok az ott leírt módon értelmezhetők. A kormányzat költségvetési korlátja is ugyanaz:

$$\frac{B_{t+1}-B_t}{P_t}+\frac{M_{t+1}-M_t}{P_t}\geq x_t+i_t\frac{B_t}{P_t} \tag{3.1}$$

Optimumban a fogyasztó költségvetési korlátja egyenlőségként teljesül. Ebből a fogyasztást kifejezve és a hasznossági függvénybe helyettesítve a feladat a következő:

$$\max_{k_{t+1},M_{t+1},B_{t+1},l_t}\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u\big[(1+i_t)\tfrac{B_t}{P_t}+\tfrac{M_t}{P_t}+w_tl_t+(1+r_t-\delta)k_t+x_t-$$
$$-\tfrac{B_{t+1}}{P_t}-\tfrac{M_{t+1}}{P_t}-k_{t+1},M_{t+1}/P_t,1-l_t\big]$$

A megoldás elsőrendű feltételei a transzverzalitási feltétel:

$$\lim_{t\to\infty}\frac{k_{t+1}+\frac{M_{t+1}+B_{t+1}}{P_t}}{\prod_{j=1}^{t}(1+r_j-\delta)}\leq 0,$$

(a no-Ponzi feltétel miatt ez ismét egyenlőség), valamint az alábbi egyenletek:

$$k_{t+1}:\qquad \frac{u_c(t)}{\beta u_c(t+1)}=1+r_{t+1}-\delta \tag{3.2a}$$

$$M_{t+1}:\qquad u_m(t)=u_c(t)-\beta u_c(t+1)\frac{P_t}{P_{t+1}} \tag{3.2b}$$

$$B_{t+1}:\qquad \frac{u_c(t)}{\beta u_c(t+1)}=(1+i_{t+1})\frac{P_t}{P_{t+1}} \tag{3.2c}$$

$$l_t:\qquad \frac{u_{\hat{l}}(t)}{u_c(t)}=w_t \tag{3.2d}$$

A (3.2a) és (3.2c)-ből adódik az alábbi arbitrázsfeltétel:

$$\frac{1+i_t}{1+\pi_t}(=1+r_t^b)=1+r_t-\delta\quad(\forall t),$$

ahol bevezetettem a kötvények reálkamatának korábban is használt jelölését. A kapott összefüggés a már tárgyalt, a nominális- és nettó reálhozam kapcsolatát kifejező Fisher-egyenlet. Láthatóan a kötvények reálkamatának (r^b) is meg kell egyeznie a tőkeberuházás nettó reálhozamával ($r-\delta$), azaz a különböző befektetési lehetőségek optimumban azonos hozamot biztosítanak.
A (3.2b) kivételével minden egyenlet azonos a 2.2.1-es szakaszban kapottakkal, ezért itt csak ezt vizsgáljuk meg, értelmezzük külön. Átrendezve és felhasználva a (3.2c) összefüggést a következőt kapjuk:

$$\frac{u_m(t)}{u_c(t)}=1-\frac{1}{1+i_{t+1}}=\frac{i_{t+1}}{1+i_{t+1}}$$

Az egyenlet szerint a reálegyenleg és a fogyasztás helyettesítési határrátája a pénztartás alternatív költségével egyezik meg. Az alternatív költség felírásának értelmezéséhez tegyük fel, hogy a háztartás egy egységgel kevesebb pénz tartása mellett dönt, s ezen kötvényt vásárol. Ennek reálhozama $i_{t+1}/(1+\pi_{t+1})$, s ez csak a következő időszakra realizálódik, azaz jelenértéke $\frac{i_{t+1}}{(1+\pi_{t+1})(1+r^b_{t+1})} = \frac{i_{t+1}}{1+i_{t+1}}$.

A termelési függvény $f(k_t, l_t)$ alakú, ezért a vállalatok profitmaximalizálási problémája reálértékben a következőképpen írható:

$$\max_{k_t, l_t} f(k_t, l_t) - r_t k_t - w_t l_t$$

Az elsőrendű feltételek a szokásosak:

$$k_t: \qquad r_t = f_k(t), \tag{3.3a}$$

$$l_t: \qquad w_t = f_l(t), \tag{3.3b}$$

ahol tudjuk, hogy a konstans mérethozadék feltételezése miatt $f_k(t)k_t + f_l(t)l_t = f(k_t, l_t)$, azaz a profit nulla.

A versenyzői egyensúly definíciója:

1. Definíció (Versenyzői egyensúly). *Versenyzői egyensúlynak nevezzük a* $\{c_t, M_{t+1}, B_{t+1}, k_{t+1}, l_t, i_t, r_t, P_t, w_t, x_t\}_{t\geq 0}$ *változók (x és B kivételével) nem negatív sorozatát és az* M_0, B_0, k_0 *kezdeti értékeket, ha*

1. *adott* $\{i_t, r_t, P_t, w_t, x_t\}_{t\geq 0}$ *esetén* $\{c_t, M_{t+1}, B_{t+1}, k_{t+1}, l_t\}_{t\geq 0}$ *a fogyasztó hasznosságmaximalizálási problémájának optimuma,*

2. *adott* $\{r_t, w_t\}_{t\geq 0}$*-ra* $\{k_t, l_t\}_{t\geq 0}$ *a vállalat profitmaximuma,*

3. *és minden piac kitisztul, azaz*

   (a) *az árupiacra teljesül, hogy* $c_t + k_{t+1} = f(k_t, l_t) + (1-\delta)k_t$

   (b) *a pénzpiacra:* $\frac{M_{t+1}-M_t}{P_t} = x_t$

   (c) *a kötvénypiacra:* $\frac{B_{t+1}-B_t}{P_t} = i_t \frac{B_t}{P_t}$

   (d) *és a munkapiacon szintén megegyezik a kereslet és a kínálat, azaz* $l_t^D = l_t^S$.

A pénzpiac és a kötvénypiac egyensúlyi feltételének együttes teljesülése maga után vonja a kormányzat költségvetési korlátjának teljesülését, s ha emellett az árupiac is kitisztul, akkor az allokáció a reprezentatív fogyasztó költségvetési korlátját is kielégíti. Az *(1)* és *(2)* pontok pedig a korábbi elsőrendű feltételek teljesülését követelik meg. Ha a fogyasztó problémájának elsőrendű feltételeiben – (3.2a)–(3.2d) – felhasználjuk a vállalat profitmaximumát leíró feltételeket – (3.3a)–(3.3b) –, akkor a vonatkozó költségvetési korlátok és a transzverzalitási feltétel mellett az alábbi egyenletek írják le az egyensúlyt:

$$
\begin{aligned}
\frac{u_c(t)}{\beta u_c(t+1)} &= 1 + f_k(t+1) - \delta \\
\frac{u_m(t)}{u_c(t)} &= \frac{i_{t+1}}{1+i_{t+1}} \\
\frac{u_c(t)}{\beta u_c(t+1)} &= 1 + r^b_{t+1} = \frac{1+i_{t+1}}{1+\pi_{t+1}} \\
\frac{u_{\hat{l}}(t)}{u_c(t)} &= f_l(t)
\end{aligned}
$$

A modellből következő főbb eredményeket (és bár nem minden esetben, de néha az azok megértéséhez szükséges további levezetéseket is) a folytonos idejű modell bemutatása után, a 3.1.3-as szakaszban tárgyalom.

3.1.2. A modell folytonos időben

A gazdasági környezetről ugyanazokkal a feltevésekkel élünk, mint az előző szakaszban, csak most a modell változóit az idő folytonos függvényeiként fogjuk fel: $c(t), M(t), B(t), k(t), l(t), i(t), r(t), P(t), w(t), x(t)$. A jelölések egyszerűsítése érdekében az időindexet a továbbiakban elhagyom. Ebben a verzióban eltekintek a szabadidőtől is, azaz rugalmatlan munkaerő-kínálatot tételezek fel: a háztartás minden időpillanatban egy egység munkaerőt ad bérbe a vállalatoknak. A hasznossági függvény tehát: $u(c, z)$, ahol $z \equiv z(t)$ jelöli a pénzből származó előnyöket. Ezekről ismét feltesszük, hogy a rendelkezésre álló pénzmennyiség reálértékével arányosak, s az arányossági tényezőt egynek választjuk, azaz $z = m = M/P$. A hasznossági függvény mindkét változójában monoton növekvő, azaz $u_c, u_m > 0$, ahol $u_i = u_i(c, m)$ a megfelelő változó szerinti parciális derivált. A pénz határhasznáról ehelyett fel lehet tételezni azt is, hogy $u_m > 0$, ha $m < \overline{m}$ és $u_m =$ (vagy $\leq$) 0, ha $m \geq \overline{m}$, azaz létezik egy telítettségi pont pénzből, s ez reálértékben $\overline{m}$. A feltételre ugyanazok a megjegyzések érvényesek, mint az előző szakaszban (28.o.). Ha a hasznossági függvényről a szigorú konkávitást tesszük fel (ahogy pl. Sidrauski [1967], 535.o.), akkor ez azt jelenti, hogy $u_{cc} < 0, u_{mm} < 0$ és $u_{cc}u_{mm} - u_{cm}^2 > 0$. A függvényről általában ugyancsak feltételezzük, hogy teljesíti az Inada-feltételeket, valamint mindkét változója normál jószág, azaz mindkettő kereslete a jövedelem növekvő függvénye. Formálisan ez a következőt jelenti:

$$
\frac{\partial}{\partial c}\frac{u_c}{u_m} < 0 \quad \text{és} \quad \frac{\partial}{\partial m}\frac{u_c}{u_m} > 0
$$

A helyettesítési határráta tehát a fogyasztásban csökkenő, míg a reál pénzmennyiségben növekvő. Minél nagyobb a fogyasztás, annál kevesebb reálegyenleget vagyok hajlandó feláldozni egy újabb egység fogyasztásért, illetve minél nagyobb a reál pénzmennyiség, annál inkább hajlandó vagyok a fogyasztással való helyettesítésére, azaz több egységet adnék a többletfogyasztásért cserébe. Ez megfelel annak, hogy mindkét termék iránt nő a kereslet, ha nőtt a jövedelem (ha az egyikből nagyobb mennyiség állhat rendelkezésemre, akkor a másikból is nagyobb mennyiségre törekszem). A feltétel másként is írható (ha elvégezzük a kijelölt műveletet és egy picit átrendezzük a kapott összefüggést)[4]:

$$u_{cc}u_m - u_{cm}u_c < 0, \quad \text{illetve} \quad u_{cm}u_m - u_{mm}u_c > 0$$

A háztartás a tőke tulajdonosa, s munkaereje mellett ezt adja bérbe versenyző piacokon a vállalatoknak. Ismét neoklasszikus termelési függvényt feltételezünk. A kormányzat pénzt és nominális kötvényeket bocsát ki.

A folytonos idejű modell eltérései miatt a fogyasztók döntési problémájának felírása előtt érdemes a költségvetési korlátot külön levezetni, illetve megmagyarázni. A fogyasztó bevételei a munkabér (w), a tőkén realizált nettó hozam ($r-\delta$), a nominális kötvények kamata (iB/P) és a kormányzattól kapott transzferek ($x = X/P$). Kiadási tételei a fogyasztás (c), a tőkeállomány növelése ($\dot{k}$, ahol a változó feletti pont az idő szerinti derivált jele, azaz az adott változó időbeli változását mutatja; a diszkrét idejű felírásban ennek $k_{t+1} - k_t$ felelne meg), a pénzállomány és a kötvényállomány változása ($\dot{M}$ és $\dot{B}$). A költségvetési korlát reálértékben felírva tehát:

$$w + (r-\delta)k + i\frac{B}{P} + x \geq c + \dot{k} + \frac{\dot{M}}{P} + \frac{\dot{B}}{P}$$

A fogyasztó a nominális pénzállományról, illetve kötvényállományról hoz döntést, mégis a könnyebb kezelhetőség kedvéért át szoktak térni a kizárólag reál kategóriákban felírt formára. Ehhez a következő összefüggéseket lehet használni: $\dot{m} = \dot{M}/P - m\pi$ és $\dot{b} = \dot{B}/P - b\pi$, ahol $\pi = \dot{P}/P$ az infláció. Ezek felhasználásával a költségvetési korlát az alábbi formában írható:

$$w + (r-\delta)k + (i-\pi)b - m\pi + x \geq c + \dot{k} + \dot{m} + \dot{b}$$

Írjuk fel ezek után a reprezentatív fogyasztó hasznosságmaximalizálási

[4]Hasonló formában ld. Sidrauski [1967], 535.o. és Fischer [1979], 1435.o.

feladatát reálértékben:

$$
\begin{array}{ll}
\max \displaystyle\int_0^\infty & e^{-\rho t} u(c,m)\,\mathrm{dt} \\
\text{ahol} & \dot{m} + \dot{b} + \dot{k} \leq w + (r-\delta)k + (i-\pi)b - m\pi + x - c \\
 & m(0),\ b(0),\ k(0) > 0,\ \text{adott}, \\
 & c, m, k \geq 0 \\
 & i,\ r,\ P,\ w\ \geq 0 \text{ és } x \text{ adott}, \\
 & \lim\limits_{t\to\infty} b e^{-(r-\delta)t} \geq 0 \text{ (no-Ponzi feltétel)}.
\end{array}
$$

Itt ρ jelöli a háztartás időpreferenciáját: ezzel a rátával diszkontálja a jövőbeli hasznosságokat, természetesen folytonos időben. A költségvetési korlát mellett a többi feltétel a korábban már tárgyalt feltételekkel analóg módon értelmezhető.

A kormányzat költségvetési korlátja szerint a kötvénykibocsátásból és a pénzkibocsátásból származó bevételeknek (seigniorage) fedezniük kell a kormányzat kiadásait, azaz a háztartásoknak juttatott transzfereket és a kötvényekre fizetett kamatokat, vagyis:

$$\frac{\dot{B}}{P} + \frac{\dot{M}}{P} \geq x + i\frac{B}{P}$$

Ezt is átírhatjuk a csak reálváltozókat tartalmazó formára:

$$\dot{b} + \dot{m} \geq x + (i-\pi)b - m\pi$$

A folytonos idejű feladat megoldásához írjuk fel a Hamilton-függvényt:

$$\mathscr{H}(c;k,m,b;\lambda) = e^{-\rho t}u(c,m) + \lambda e^{-\rho t}[w + (r-\delta)k + (i-\pi)b - m\pi + x - c],$$

ahol λ az ún. folyó idejű multiplikátor, azaz egy egység t. periódusban kapott többletjövedelem árnyékára hasznosságban kifejezve a folyó (t.) időszakban. Az elsőrendű feltételek:

$$c: \qquad u_c = \lambda \tag{3.4a}$$

$$k: \qquad (r-\delta) - \rho = -\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} \tag{3.4b}$$

$$m: \qquad \frac{u_m}{\lambda} - \pi - \rho = -\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} \tag{3.4c}$$

$$b: \qquad (i-\pi) - \rho = -\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} \tag{3.4d}$$

Átrendezéssel (és a kötvény reálkamatlábára az $r^b \equiv i - \pi$ jelölés használatával) ezekből a következő összefüggésekhez juthatunk:

$$\rho - (i - \pi) = \rho - (r - \delta) = \frac{u_{cc}\dot{c} + u_{cm}\dot{m}}{u_c} \tag{3.5a}$$

$$r - \delta = i - \pi = r^b \tag{3.5b}$$

$$\frac{u_m}{u_c} = i \tag{3.5c}$$

A (3.5b) arbitrázsfeltétel, mely szerint az alternatív befektetési lehetőségeken realizálható hozam, azaz a kötvény reálkamatlába és a tőke nettó reálhozama optimumban megegyezik. Egyúttal az összefüggés első fele a Fisher-egyenlet folytonos idejű változata: a nominális kamatláb megegyezik a reálkamatláb és az infláció összegével ($i = r - \delta + \pi$). A (3.5c) szintén ismert feltétel: a reál pénzállomány és a fogyasztás helyettesítési határrátáját teszi egyenlővé a pénztartás alternatív költségével, azaz a nominális kamatlábbal. Ha a reprezentatív fogyasztó pénztartás helyett kötvénybe fektetne, i összegű hozamot érhetne el. A (3.5a) dinamikus egyenlet a fogyasztás és a reál pénzállomány pályáját írja le. A 3.1.3-as szakaszban látni fogjuk, hogy a hosszú távú egyensúly reálkamatlába éppen az időpreferencia mértéke, ρ. A fogyasztás és a reálegyenleg változása tehát a hosszú távú egyensúly reálkamatlába és az aktuális nettó reálhozam különbségétől függ: minél nagyobb az eltérés, annál gyorsabb az alkalmazkodás. Például egy felzárkózó gazdaságban, ahol alacsonyak az erőforrások kezdő értékei, alacsony tőkeállomány mellett a tőke határterméke magas, azaz r – ami a vállalatok profitmaximumában határozódik meg, és látni fogjuk, hogy a szokott módon a tőke határtermékével egyenlő ($r = f'(k)$, ld. a (3.7a) egyenletet) – relatíve magas. Minél nagyobb mértékben haladja meg ρ-t, ceteris paribus annál gyorsabb lesz a növekedés.

A transzverzalitási feltétel egyik lehetséges felírási módja:

$$\lim_{t\to\infty} \lambda(k + m + b)e^{-\rho t} \leq 0 \tag{3.6}$$

A vállalatok döntési problémájának formalizálásához először a termelési technológiával kapcsolatos szokásos feltevésekkel élünk. A termelési függvény $F(K, L)$ alakú, ahol L a munkaerő (itt egyenlő a lakosság létszámával). A függvény differenciálható, monoton növekvő, szigorúan konkáv és elsőfokon homogén (konstans mérethozadék jellemzi), emiatt a következőképpen írható:

$$F(K, L) = LF(K/L, 1) \equiv Lf(k),$$

ahol $k \equiv K/L$ az egy főre jutó tőkeállomány. A termelési függvényre tett feltevések miatt $f'(k) > 0$ és $f''(k) < 0$. További megszokott feltevések

a korábbiakkal összhangban, hogy pozitív termelés csak pozitív inputfelhasználással lehetséges ($f(0) = 0$), valamint az Inada-feltételek teljesülése: $f'(0) = \infty, f'(\infty) = 0$.
A vállalatok profitmaximalizálási problémája ekkor reálértékben:

$$\max_{K,L} F(K,L) - rK - wL$$

Az elsőrendű feltételek a szokásosak:

$$K: \qquad r = F_K = f'(k) \tag{3.7a}$$

$$L: \qquad w = F_L = f(k) - kf'(k) \tag{3.7b}$$

A versenyzői egyensúly definíciója folytonos idejű modellfelírás esetén:

2. Definíció (Versenyzői egyensúly). *Versenyzői egyensúlynak nevezzük a $\{c, M, B, k, l, i, r, P, w, x\}$ változók (x és B kivételével) nem negatív értékeit, ha*

1. *adott $\{i, r, P, w, x\}$-re $\{c, M, B, k, l\}$ a fogyasztó hasznosságmaximalizálási problémájának optimuma,*
2. *adott $\{r, w\}$-re $\{k, l\}$ a vállalat profitmaximuma,*
3. *és minden piac kitisztul, azaz*
   - (a) *az árupiacra teljesül, hogy $c + \dot{k} = f(k) - \delta k$*
   - (b) *a pénzpiacra: $\dot{m} + m\pi = x$*
   - (c) *a kötvénypiacra: $\dot{b} = (i - \pi)b$*
   - (d) *és a munkapiacra: $l = 1$.*

A pénzpiac és a kötvénypiac egyensúlyára vonatkozó feltételek teljesülése a kormányzat költségvetési korlátját is kielégíti, s ez az árupiac piactisztító feltételével együtt a fogyasztó költségvetési korlátjának teljesülését is jelenti. Az *(1)* és *(2)* pontok pedig ismét tulajdonképpen a fogyasztók és vállalatok döntési problémájának elsőrendű feltételeit jelentik, azaz a (3.5a)–(3.5c) és (3.7a)–(3.7b) egyenletek teljesülését követelik meg. Egyensúlyban tehát a költségvetési korlátok és a transzverzalitási feltétel mellett teljesülnek a következő egyenletek:

$$\begin{aligned} \rho - [f'(k) - \delta] &= \frac{u_{cc}\dot{c} + u_{cm}\dot{m}}{u_c} \\ f'(k) - \delta &= i - \pi \\ u_m/u_c &= i \end{aligned}$$

A 3.1.3-as alfejezet összefoglalja a modellből következő legfontosabb eredményeket.

3.1.3. Főbb eredmények és értékelés

Diszkrét vagy folytonos idejű hasznos pénz modellek vizsgálatával, azok tulajdonságainak elemzésével számos szerző foglalkozott. A használt modellek általában különböznek egymástól és részben az itt bemutatott struktúrától is, ezért az eltéréseket a hivatkozásoknál igyekszem jelezni.

A modellek elemzésénél először a hosszú távú egyensúlyi állapotot (angolul *steady state*) szokás vizsgálni, ez a modell egyensúlyának nyugalmi állapota, ahol az allokáció már nem változik. Diszkrét időben ez azt jelenti, hogy elhagyhatjuk az időindexet, hiszen $c_t = c_{t+1}, k_t = k_{t+1}$ …stb. A diszkrét idejű modell hosszú távú egyensúlyi feltételei (a transzverzalitási feltétel mellett, mely ekkor triviálisan teljesül) ennek megfelelően az alábbiak:

$$f_k - \delta = (1-\beta)/\beta \tag{3.8a}$$
$$1 + i = (1 + f_k - \delta)(1+\pi) \tag{3.8b}$$
$$u_m/u_c = i/(1+i) \tag{3.8c}$$
$$u_{\hat{l}}/u_c = f_l \tag{3.8d}$$
$$m\pi = x + b(i-\pi) \tag{3.8e}$$
$$c = f(k,l) - \delta k \tag{3.8f}$$

A (3.8a) egyenlet határozza meg a tőkeállomány értékét a hosszú távú egyensúlyban. A (3.8b) a Fisher-egyenlet, a (3.8c) a reál pénzállomány és a fogyasztás helyettesítési határrátáját adja meg a nominális kamatláb függvényeként, míg a (3.8d) határozza meg tulajdonképpen a munkaerő kínálatát. A (3.8e) a kormányzat költségvetési korlátja konstans reál pénz- és kötvényállomány feltételezése esetén. Az egyenlet szerint a transzfereket és a kötvényekre fizetendő reálkamatot a kormányzat a modellben az inflációs adóból fedezi. A (3.8f) az erőforráskorlát, mely az árupiac egyensúlyi feltételéből adódik hosszú távú egyensúly esetére, s meghatározza a fogyasztást a tőke és a munkaerő függvényében. Hasonló modellt vizsgál Walsh [2003] második fejezete, ezért az eredmények kapcsán gyakran fogok rá hivatkozni.[5]

Írjuk fel az előző szakaszban bemutatott folytonos modell hosszú távú egyensúlyát is! Hosszú távú egyensúlyban a változók értéke állandó, azaz

[5]Az eltérés mindössze annyi, hogy Walshnál a háztartások végzik közvetlenül a termelő tevékenységet (de ennek az eredményekre nézve nincsen jelentősége), másrészt nála a kötvények magánadósságot testesítenek meg, s ezért értékük a reprezentatív fogyasztó feltételezése miatt egyensúlyban nulla (azonos gazdasági szereplők allokációja megegyezik, így nem lehet valaki hitelfelvevő, más pedig kölcsönadó). Harmadrészt a fejezet első felében vizsgált modellben rugalmatlan munkaerőkínálatot tételez fel a szerző, azaz eltekint a szabadidőtől, és negyedrészt más a használt időzítés, a stock változók időindexe pl. az időszak végi értékre utal, ami miatt a képletek konkrét formája különbözik, de lényegében a két modell a szabadidőt kivéve megfelel egymásnak.

itt $\dot{c} = \dot{k} = 0$ ...stb. Ezt felhasználva a steady statere (a transzverzalitási feltétel mellett) az alábbi feltételek teljesülése adódik:

$$\rho = f'(k) - \delta \tag{3.9a}$$

$$i = f'(k) - \delta + \pi \tag{3.9b}$$

$$u_m/u_c = i \tag{3.9c}$$

$$m\pi = x + b(i - \pi) \tag{3.9d}$$

$$c = f(k) - \delta k \tag{3.9e}$$

A (3.9a) alapján tehát a hosszú távú egyensúlyban a reálkamatláb valóban ρ; az egyenlet a tőkeállományt határozza meg a modell paramétereinek függvényében. A (3.9b) a Fisher-egyenlet, a (3.9c) megint a reál pénzállomány és a fogyasztás helyettesítési határrátájának és a pénztartás alternatív költségének (a nominális kamatlábnak) az egyenlősége. A (3.9d) a kormányzat költségvetési korlátja konstans reál pénzállomány és kötvényállomány esetén, míg az utolsó összefüggés (3.9e) az erőforráskorlát, az árupiac egyensúlyi feltétele hosszú távon, mely a fogyasztást határozza meg a tőkeállomány függvényében. Ebben a modellben, ahol eltekintettünk a szabadidőtől, látható, hogy a (3.9a) és (3.9e) egyenletekben a tőkeállomány és a fogyasztás a modell paraméterei alapján, minden mástól függetlenül határozódik meg. A pénz semlegességének kérdésénél erre még visszatérünk.

Mivel a legtöbb hivatkozott szerző diszkrét idejű modellt vizsgál,[6] ezért az eredmények bemutatásánál elsősorban a diszkrét idejű modellre hivatkozom. A hosszú távú monetáris egyensúly létezésének bizonyítása a (3.8c) egyenletből következik. (Monetáris egyensúlyról beszélünk, ha abban a pénz értéke nem nulla.) Tegyük fel először, hogy a hasznossági függvény additívan szeparábilis, azaz $u(c, \hat{l}, m) = v(c, \hat{l}) + \phi(m)$. Ebben az esetben az egyenlet átrendezve: $\phi_m(m) = \frac{i}{1+i} v_c(c, \hat{l})$, ahol a jobb oldal pozitív konstans, a bal oldal pedig a végtelenbe tart, ahogy $m \to 0$. Ha teljesül, hogy $\phi_m(m) \leq 0$ minden $m > \overline{m}$ esetén, azaz van egy telítődési szint a reál egyenlegből, akkor biztosan létezik olyan hosszú távú egyensúly, amelyben a pénzállomány pozitív (Walsh [2003], 54.o.). Walsh ugyanakkor megjegyzi, hogy a telítődési pont feltevése nem szükségszerű, hiszen például az ezt nem teljesítő logaritmusfüggvény ($\phi(m) = \log(m)$) mellett is létezik az egyenletnek pozitív megoldása m-re (uo. 55.o.).[7] Nem szeparábilis függvény esetén – az egyszerűség kedvéért a

[6]Kivétel Sidrauski [1967] és Fischer [1979]. Brock [1974] is bemutat egy tőkét is tartalmazó és folytonos idejű verziót a cikk második részében (769-774.o.), s ugyanezt tárgyalja Obstfeld–Rogoff [1982] is (11-12.o.).

[7]Ebben az esetben azonban a Friedman-szabályból adódó optimális pénzmennyiség végtelen.

szabadidőtől most eltekintek – a feltétel szerint $u_m(c,m) = \frac{i}{1+i}u_c(c,m)$. Ebben az esetben $u_{cm} \neq 0$, ezért a jobb oldal is m függvénye. Ha $u_{cm} < 0$, akkor nemcsak a bal oldal, hanem a jobb is csökken m növekedésével, azaz ekkor több hosszú távú egyensúly létezhet (uo. 55.o.). Az egyensúly egyértelműségéhez ezért fel szokták tételezni, hogy a reál pénzmennyiség és a fogyasztás kiegészítő „termékek", azaz $u_{cm} > 0$. Belátható, hogy teljesül a következő állítás[8]:

1. Állítás (Monetáris egyensúly). *A modellben az ismertetett feltételek teljesülése mellett létezik monetáris egyensúly. Ha $u_{cm} > 0$, akkor a monetáris egyensúly egyértelmű és instabil.*

Az instabilitáshoz kapcsolódóan Brock [1974] is tartalmaz elemzést, de tulajdonképpen a kérdés részletes vizsgálata a témája Obstfeld–Rogoff 1982-es tanulmányának (az ő munkájukra épít ebben Walsh [2003] is). A probléma megvilágításához a (3.2c) elsőrendű feltétel szolgál alapul. Mivel mindhárom említett munka szeparábilis hasznossági függvényt használ, vegyük ezt az esetet, és tekintsünk el az egyszerűség kedvéért megint a szabadidőtől. Tegyük fel ugyancsak a hivatkozott tanulmányokat követve, hogy a pénzállomány növekedési üteme konstans: $\frac{M_{t+1}-M_t}{M_t} = \theta$. Az egyenletet átrendezhetjük a következőképpen:

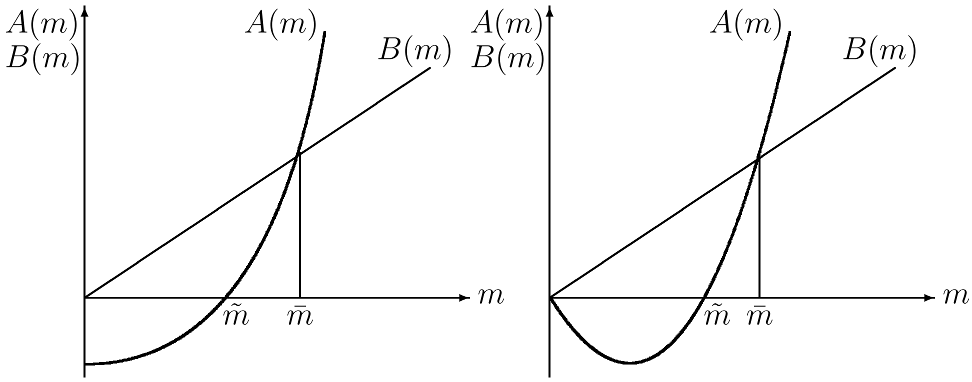
$$v_c(t) - \phi_m(t) = \beta v_c(t+1)\frac{M_{t+1}}{P_{t+1}(1+\theta)}\frac{P_t}{M_t} = \frac{\beta}{1+\theta}v_c(t+1)\frac{m_{t+1}}{m_t},$$

ami c hosszú távú egyensúlyi (konstans) értékére egy elsőrendű differenciaegyenlet m-ben. Vezessük be az $A(m) = m(v_c - \phi_m)$ és a $B(m) = \frac{\beta}{1+\theta}v_c m$ jelölést. A feltétel szerint tehát egyensúlyban $A(m_t) = B(m_{t+1})$. Látható, hogy $B(m)$ egy pozitív meredekségű egyenes, míg $A(m)$ kicsi m-re negatív, hiszen itt $\phi_m \to \infty$. Ahogy viszont $m \to \infty$, úgy $\phi_m \to 0$, nagy m-ekre tehát ez már pozitív (konstans) értéket vesz fel. Ha $v_c = \phi_m$, akkor a függvény értéke 0, jelölje ezt a szintet $\tilde{m}$ (tehát $A(\tilde{m}) = 0$). Az azonban az eddigi feltevések alapján nem világos, hogy mekkora $A(0)$ értéke. Látható, hogy $A(0) < 0$, ha teljesül az alábbi feltétel:

$$\lim_{m\to 0} m\phi_m > 0 \tag{3.10}$$

[8] A létezés bizonyítása konstans pénznövekedési ütem esetére megtalálható pl. Herrendorf–Valentinyi [1999], 55.o., ahol az alapul vett modell az itt használt helyett a Lucas-féle eszközárazási modell. Ugyanitt található létezésbizonyítás konstans pénzállomány esetére is a 43. oldalon. Szeparábilis hasznossági függvényre a monetáris egyensúly létezésének bizonyítása különböző esetekre ugyancsak megtalálható egy hasonló modellben Brock [1974]-ben. Az állítás második felének bizonyítását ld. Herrendorf–Valentinyi [1999], 45.o. A modellben természetesen szintén létezik nem monetáris egyensúly, melynek bizonyítása a fenti esetekre megtalálható ugyanitt (44. és 56.o.).

Ha ezzel szemben a (3.10) bal oldalán álló kifejezés értéke 0, akkor $A(0) = 0$. Ezt a két lehetséges esetet mutatja a következő ábra:



A bal oldali ábrán a (3.10) feltétel teljesül, a jobb oldalin pedig $A(0) = 0$. Az ábrákon $\bar{m}$ a hosszú távú egyensúlyi érték. Ha $m > \bar{m}$, akkor m láthatóan monoton nő (vagy az árszínvonal monoton csökken, defláció van), de bizonyítható, hogy ez a pálya kizárható, mert megsérti a transzverzalitási feltételt (ld. pl. Walsh [2003], 55.o.). Ha $m < \bar{m}$, akkor m monoton csökken (másként az árszínvonal folyamatosan nő), a gazdaság demonetizálódik (azaz hiperinfláció alakul ki, és végül $P = \infty$ lesz). A (3.10) feltétel e hiperinflációs pályák kizárására szolgál: teljesülése esetén (bal oldali ábra) a pálya mentén m szükségképpen előbb-utóbb negatív lesz, ami (mivel $M \geq 0$) csak negatív árszínvonal esetén lenne elképzelhető, azaz a pálya megsérti a nemnegatív árak feltételét, tehát kizárható. Ha azonban (3.10) nem teljesül, hanem $A(0) = 0$ (ld. a jobb oldali ábrát), akkor létezik olyan pálya, amely mentén sohasem negatív a reál pénzmennyiség, a gazdaság mégis demonetizálódik (ezek az $\tilde{m}$-en keresztülhaladó pályák).
Ahhoz tehát, hogy ezeket a spekulatív hiperinflációs pályákat kizárhassuk, fel kell tennünk, hogy (3.10) teljesül. Obstfeld és Rogoff megmutatják, hogy ez szükséges és elégséges feltétel mind a modell diszkrét, mind pedig folytonos idejű verziójában (Obstfeld–Rogoff [1982], 6-12.o.). A feltétel azonban szerintük gazdaságilag irracionális, mert ahogy azt a 13. oldalon bizonyítják, teljesülése esetén $\lim_{m \to 0} \phi(m) = -\infty$, azaz a 0 reál pénzállomány hasznossága mínusz végtelen. Ez azt jelenti, hogy a reál pénzállomány teljes elvesztését semekkora véges fogyasztásnövekmény nem kompenzálhatja, azaz ekkor a pénz szélsőségesen nélkülözhetetlen az egyén számára. A szerzők szerint ez nem felel meg annak az elképzelésnek, hogy a pénz mindössze a barterrel járó különböző tranzakciós nehézségeket segít kiküszöbölni, a feltétel a pénznek ehhez képest túl nagy jelentőséget tulajdonít: annak a modell szerint akkor is van (belső) értéke, amikor az árszínvonal végtelen. Bár a spekulatív hiperinflációs pályák tehát kizárhatóak, ehhez egy túlzottan erős feltevésre

van szükség (uo. 14.o.).

A monetáris elméletben sokat vizsgált kérdés a pénz semlegessége. Mit mondhatunk erről ebben a modellben? A semlegesség különböző fokozatait szokás megkülönböztetni. A két gyakran vizsgált fogalom a semlegesség, illetve szupersemlegesség, melyeket (az ismertetett modell jelöléseit használva) a következőképpen lehet formálisan definiálni:

3. Definíció (Pénzsemlegesség). *A pénz semleges, ha állományának megváltozása nem befolyásolja a reálváltozók értékeit. A pénzt tehát akkor mondjuk semlegesnek, ha amennyiben $\{c_t, k_{t+1}, \ldots, P_t, M_{t+1}\}_{t\geq 0}$ versenyzői egyensúly, akkor bármely pozitív λ-ra $\{c_t, k_{t+1}, \ldots, \lambda P_t, \lambda M_{t+1}\}_{t\geq 0}$ szintén versenyzői egyensúly.*

4. Definíció (A pénz szupersemlegessége). *A pénz szupersemleges, ha a pénzállomány növekedési ütemének megváltozása nem befolyásolja az erőforrások allokációját, azaz a reálváltozók értékeit. A pénz tehát szupersemleges, ha amennyiben $\{c_t, k_{t+1}, \ldots, P_t, M_{t+1}\}_{t\geq 0}$ versenyzői egyensúly, akkor bármely pozitív $\{\lambda_t\}_{t\geq 0}$ sorozatra $\{c_t, k_{t+1}, \ldots, \lambda_t P_t, \lambda_t M_{t+1}\}_{t\geq 0}$ szintén versenyzői egyensúly.*

A pénz a bemutatott modellekben semleges, hiszen ahogy azt Walsh megjegyzi, az egyensúlyi feltételekben kizárólag a reál pénzállomány (m) szerepel. Ha az árak rugalmasak, azonnal alkalmazkodnak, mint ahogy azt eddig feltételeztük, akkor $\lambda M = \lambda P$, azaz a nominális pénzmennyiséggel egyenlő arányban az árak is azonnal megváltoznak, a reál pénzmennyiség nem változik, s így az egyensúlyi feltételek sem. A nominális pénzmennyiség változása mindössze az inflációra van hatással, a hosszú távú egyensúlyban ugyanis $\theta = \pi$. A folytonos idejű modell hosszú távú egyensúlyának feltételeinél már utaltam rá (37.o.), hogy a reálallokáció (c és k) abban a modellben a pénztől függetlenül határozódik meg, a pénz növekedési ütemének változása így arra nem lehet hatással, azaz teljesül a szupersemlegesség is. Ez azonban már sokkal kevésbé igaz általánosan. A diszkrét modellben, ahol rugalmas munkaerőkínálatot feltételeztünk, azaz figyelembe vettük a szabadidőt is, a szupersemlegesség általában nem teljesül, (3.8d) miatt. Itt ugyanis a reál pénzmennyiség befolyásolhatja a szabadidő és a fogyasztás határhasznát, s ezen keresztül a munkaerőkínálatot és a termelést. Ha $u_{\hat{l}}/u_c$ független m-től, mert a hasznossági függvény szeparábilis ($u(c, m, l) = v(c, l)g(m)$), akkor azonban a pénz szupersemleges. Ez teljesül például a gyakran használt Cobb-Douglas függvényforma esetén.[9] Az elmondottakat a következő állítás

[9] A semlegességről és szupersemlegességről szabadidőt nem tartalmazó modellben ld. Walsh [2003], 51-54.o.; a szupersemlegességről szabadidőt is tartalmazó modellben pedig 65-66.o., illetve Brock [1974], 770. és 774.o.

foglalja össze:

2. Állítás (Semlegesség és szupersemlegesség). *Az alfejezet modelljeiben a pénz semleges. Ha a szabadidő és a fogyasztás határhaszna független a reál pénzmennyiségtől, akkor a pénz szupersemleges is, egyébként a szupersemlegesség nem teljesül.*

Érdemes még megjegyezni, hogy abban az esetben is, ha hosszú távon teljesül a szupersemlegesség, a pénznövekedés üteme befolyásolhatja a modellgazdaság rövid távú viselkedését. Sidrauski [1967] pl. adaptív várakozások feltételezése mellett arra a következtetésre jut, hogy a pénznövekedés ütemének növelése rövid távon csökkenti a tőkeakkumuláció rátáját (543-544.o.), míg Fischer [1979] ezzel szemben racionális várakozások és tökéletes előrelátás esetén megmutatja, hogy a steady statehez való konvergencia sebessége (a beruházás vagy tőkeakkumuláció üteme) annál nagyobb, minél nagyobb a pénzmennyiség növekedési rátája (1436-1438.o.).

A 2.2.1-es szakaszban láttuk (21.o.), hogy az optimális inflációs rátát a *Friedman-szabály* határozta meg. A Friedman-szabály optimalitása ezekre a modellekre általánosan érvényes. A magyarázat az, hogy a pénztartás alternatív költsége (a nominális kamatláb) és előállításának társadalmi határköltsége (lényegében nulla) eltér egymástól, ami hatékonytalanságot eredményez. Ez a hatékonytalanság megszűnik, ha a két költség megegyezik, azaz a nominális kamatláb nulla, vagy másként (szupersemlegesség esetén) a reálkamatláb nagyságával megegyező mértékű defláció van a gazdaságban. Ennek optimalitása a legkönnyebben azokban a modellekben érthető meg, ahol a pénz szupersemleges, hiszen ekkor az erőforrások allokációja független a pénzmennyiség növekedési ütemétől, s így az inflációtól. Ekkor a hasznosság akkor lesz a lehető legnagyobb, amikor a reál pénzállomány maximális, azaz ha $u_m = 0$, de ez (pl. (3.9c) alapján) csak $i = 0$ esetén lehetséges (Walsh [2003], 60.o. vagy Herrendorf–Valentinyi [1999], 56.o.).

A hasznos pénz modellekben tehát a pénznek azért van értéke, mert a feltevés szerint hasznosságot nyújt, azaz a modellben tulajdonképpen a pénznek belső értéke van. Az ezzel a megközelítéssel szemben felhozott legfőbb kritika természetesen erre a feltevésre irányul. A modellből ugyanis nem derül ki, miért van (belső) értéke, haszna a pénznek. Wallace például megjegyzi: „A legtöbb közgazdász elégedetlen lenne az XYZ Vállalat részvényei értékére vonatkozó olyan elmélettel, amely ezeket a részvényeket hasznossági függvények változóiként kezeli.” (Wallace [1978], 49.o., angolul.) Való igaz, mivel a modell a pénz hasznosságát mindössze feltételezi, semmit nem mond arra vonatkozóan, milyen értéket vehet fel például u_{cm} vagy akár u_m, holott ezek a változók az egyensúly meghatározásában, tulajdonságaiban egyértelműen szerepet játszanak (Walsh [2003], 59.o.).

A kritikát természetesen nem lehet nem elfogadni, ugyanakkor a modellt hasznos közelítő megoldásként felfogók azzal érvelnek, hogy ha a pénz segíti, egyszerűsíti a tranzakciókat, akkor tulajdonképpen hasznos a pénzzel rendelkezők számára, s a modell a maga módján ezt tükrözi. Ennek alátámasztására William Brock két lehetséges érvet is felhoz a pénztartás mellett. Az egyik szerint a tranzakciókhoz erőforrásokra (például munkaerőre) van szükség, s ez a munkaerőben kifejezett költség lehet a fogyasztás és a pénzmennyiség reálértékének a függvénye ($g(c, m)$). Ebben az esetben egy fogyasztást és munkaerőt tartalmazó hasznossági függvényben a tranzakciókhoz felhasznált munkaerő figyelembevételével a reál pénzmennyiség is megjelenik: $u(c, l + g(c, m)) = u(c, m, l)$. Hasonló a helyzet, ha a hasznossági függvény csak c-t tartalmazza, de a tranzakciókhoz a fogyasztási jószágot kell feláldozni, s ez a fogyasztási jószágban kifejezett tranzakciós költség c és m függvényének tekinthető (Brock [1974], 769.o.). Az is megmutatható, hogy a 3.3-as alfejezetben tárgyalt vásárlási idő modellek vagy a 3.2-es alfejezet likviditási korlátos modelljei tulajdonképpen bizonyos feltevések mellett ekvivalensek a hasznos pénz megközelítéssel (ld. erről a 3.4.1-es szakaszt).

A modell természetesen csak közelítő megoldás, ahogy angolul mondják, csupán egy *shortcut* (magyarul szó szerinti fordításban ez útrövidítést jelent). Magyarosan talán azt mondhatnánk, hogy egy huszárvágással oldja meg a pénz értéktelenségének problémáját. Minden ilyen huszárvágás hasznos lehet, hiszen egyszerűsítve a valóságot könnyen kezelhetővé tesz bizonyos problémákat. De ahogy a fejezetet bevezető idézetben olvashattuk, sosem szabad elfelejtenünk, hogy csak egy közelítő megoldásról van szó, különösen akkor nem, ha a modellben exogén adottságként kezelt tényezők az eredmények, következtetések szempontjából kulcsfontosságúak lesznek.

3.2. Likviditási korlát

Az előző alfejezetben bemutatott megközelítéssel szemben a legfőbb kritika, hogy az kísérletet sem tesz a pénz funkcióinak modellezésére, melyek a pénz lényegét jelentik (ld. 2. fejezet). Az itt tárgyalt modell ezzel szemben a monetáris csere eszközeként megkülönböztetett jelentőséget tulajdonít a pénznek, kiemeli azt a többi jószág, illetve megtakarítási eszköz közül.

Az ötlet Robert Clowertől származik. A 2.2.2-es szakaszban már hivatkoztam arra a munkájára (23. oldal), amelyben a költségvetési korlát sztenderd formájáról példákon keresztül megmutatja, hogy az valójában bartergazdaság leírását adja, hiszen az árukat és a pénzt egyaránt az effektív kereslet forrásainak tekinti (Clower, R. W. [1967]: Foundations of Monetary Theory.

Megj.: Clower [1969], 203-204.o.).[10] A monetáris gazdaság elemzéséhez el kell térni ettől a felírástól, s ehhez a pénz többi eszköztől való megkülönböztetése jelentheti a természetes kiindulópontot. A pénz pedig a gazdaságban betöltött speciális szerepe miatt emelkedik ki, tér el a többi terméktől, tehát ennek modellbeli kifejezésmódját kell megtalálni (uo. 205.o.).

A pénz lényegi funkciója a csere közvetítése. Clower szerint elszámolási egység vagy felhalmozási eszköz tulajdonképpen bármely más jószág lehet, a pénz specialitása a forgalmi eszköz-funkció betöltése, ezért ez az elsődleges a pénz megkülönböztetése szempontjából (uo. 205.o.). A monetáris gazdaság éppen abban tér el a bartergazdaságtól, hogy előbbiben nem minden jószág pénz. Clower a tiszta pénzgazdaságra koncentrál (ahol csak monetáris csere létezik), azaz kizárja a közvetlen árucsere lehetőségét: kereskedelem csak a pénz közvetítésével folyhat. Ennek megfelelően kettébontja a költségvetési korlátot szeparált eladásra és vételre, melyek között a pénz teremt kapcsolatot. Modellje azonban általánosan nem oldható meg, hiszen ehhez el kell tudni különíteni a nettó értékesítésre, illetve nettó vásárlásra kerülő termékeket (uo. 207-209.o.).

Az ötlet azonban a pénz másik elterjedt modellezési módjának vált alapjává. Ez a megoldás a megszokott felírást valóban egy újabb korláttal bővíti, mely Clower következő állítását tükrözi: „a keresett termékek teljes értéke semmilyen körülmények között nem haladhatja meg az időszak elején rendelkezésre álló pénzmennyiséget" (uo. 209.o.). A vásárláshoz tehát előzetesen készpénzzel kell rendelkeznünk, ez az ún. likviditási (vagy Clower-) korlát.

A modellnek számos verziója létezik aszerint, hogy milyen termékekre vonatkozik ez a második, készpénzes vásárlást előíró megkötés. A következő szakasz (3.2.1) először röviden áttekinti a lehetőségeket, majd bemutat egy hiteljószágokat is tartalmazó (tehát Clower terminológiájával élve nem tiszta monetáris gazdaságot leíró) alapmodellt. A különböző felírási módok főbb eltéréseinek tárgyalására a modell fontosabb eredményeinek rövid összefoglalásával együtt a 3.2.2-es szakaszban kerül sor, s ez tartalmazza a megközelítésmód általános értékelését, kritikáját is.

3.2.1. Egy alapmodell likviditási korláttal

A likviditási korlátos modellek tehát egy újabb korláttal bővítik a 2.2.1-es szakaszban ismertetett sztenderd alapmodellt. Maga az alapul vett struktúra is különféleképpen írható természetesen fel, néhány lehetőséget említettem

[10] Clower mindig hivatkozott tanulmánya, amely a likviditási korlátos pénzmodellek alapja lett, eredetileg a *Western Economic Journal*ban jelent meg 1967-ben „A reconsideration of the microfoundations of monetary theory" címen (vol. 6., 1-9.o.), s a fenti címen közölte újra Clower [1969], 202-211.o.

is a 22. oldalon, de induljunk ki továbbra is az ott bemutatott felírásból. A likviditási korlát bevezetése további eltérési lehetőségeket vet fel, melyek a modellből kapott eredményeket is befolyásolhatják. Az egyik kézenfekvő alapeset, amikor a korlátozás minden fogyasztási jószágra vonatkozik. Tőkét is tartalmazó modell esetén ekkor tulajdonképpen máshogy kezeljük a tőke-, illetve fogyasztási jószágokat: előbbiek megvásárlásához ugyanis nincsen szükség előzetesen pénzre. Ebből adódik a következő változat, ahol ez az aszimmetria megszűnik: a beruházásra és a fogyasztásra egyaránt vonatkozik az előzetes készpénzigény (ezt Stockman [1981] vizsgálta először). Ugyanakkor a valóságban a monetáris gazdaságokban is történik barter, illetve bizonyos jószágok klasszikusan hiteljószágok (pl. szabadidő), ezért egy harmadik alapvető lehetőség a jószágokat két csoportba sorolni: hiteljószágokra (*credit goods*) és a készpénzért vásárolható javakra (*cash goods*) – s a likviditási korlát csak az utóbbiakra vonatkozik. Ez a verzió (melyet Robert Lucas és Nancy Stokey vezetett be, ld. pl. Lucas–Stokey [1985]) speciális esetként magában foglalja az elsőként említett lehetőséget is, realisztikusabb, és sokrétűbb következtetések vonhatóak le belőle. Ezért itt ezt a változatot mutatom be, az említett módozatok főbb eltéréseire pedig a modellből adódó alapvető következtetések összefoglalásánál, a következő szakaszban (3.2.2) utalok.[11]

Diszkrét és végtelen időt, végtelen sok, örökéletű, modellbeli tulajdonságaiban azonos háztartást tételezünk fel. A vállalatoktól az egyszerűség kedvéért tekintsünk el, azaz tegyük fel, hogy a háztartás végzi a termelő tevékenységet (az eredményeket ez a feltevés nem befolyásolja, ahogy az a korábbi modellekkel összehasonlítva látható lesz). A modell szerkezetének megvilágításához Lucast követve érdemes elképzelni, hogy minden (reprezentatív) háztartás kéttagú, a pár egyik tagja dolgozik (nevezzük családfőnek), a másik pedig eközben megvásárolja a létfenntartáshoz szükséges termékeket (őt nevezhetnénk feleségnek is, de a nemek egyenjogúságát tiszteletben tartva legyen inkább beszerző).[12] A háztartás hasznossága ($u(c_{1t}, c_{2t})$) a fogyasztás függvénye, ahol a jószágokat két csoportba soroltuk: c_{1t} a készpénzért megvásárolható javak, míg c_{2t} a hiteljószágok t. időszaki fogyasztását jelenti. A szabadidőtől eltekintünk, de ahogy már utaltam rá, tulajdonképpen felfoghatjuk az egyik hiteljószágként is, azaz impliciten megjelenik a modellben. A hasznossági függvényről a szokásos feltevésekkel élünk: differenciálható, mo-

[11] A likviditási korlátos modelleket Herrendorf–Valentinyi [1999] 5. fejezete is elemzi mindhárom említett alapesetet megvizsgálva, köztük a készpénzes és hiteljószágokat is tartalmazó modellt (83-87.o.). Kisebb eltérések mellett (nincsenek kötvények, más a használt időzítés, illetve a Lagrange-függvényt jelenértékben írja fel és oldja meg) az ismertetett modell nagyon hasonló, ezért ebben a szakaszban főként az ott leírtakra támaszkodom.

[12] Ld. Lucas [1980], 132.o., ahol a háztartás egy munkásból (*worker*) és egy vásárlóból (*shopper*) áll.

noton növekvő ($u_1 > 0, u_2 > 0$, ahol $u_i = \partial u/\partial c_i$), mindkét argumentumában szigorúan konkáv függvény ($u_{11} < 0$ és $u_{22} < 0$, ahol $u_{ii} = \partial^2 u/\partial c_i^2$), és teljesíti az Inada-feltételeket (melyek biztosítják, hogy a háztartás optimumban mindkét jószágtípusból pozitív mennyiséget fogyasszon):

$$\lim_{c_{1t}/c_{2t}\to 0} \frac{u_1(c_{1t}, c_{2t})}{u_2(c_{1t}, c_{2t})} = \infty \qquad \lim_{c_{1t}/c_{2t}\to \infty} \frac{u_1(c_{1t}, c_{2t})}{u_2(c_{1t}, c_{2t})} = 0$$

A javak első csoportja csak készpénzért vásárolható meg, azaz a t. időszakban csak a periódus elején rendelkezésre álló pénzmennyiség reálértékének megfelelő mennyiséghez juthatunk hozzá. Mivel a háztartás a kormányzattól kapott nominális transzfert is az időszak kezdetén kapja (ez is az adott periódus felhasználható jövedelmének része), ez formálisan a következőt jelenti:

$$P_t c_{1t} \le M_t + X_t, \quad \text{illetve} \quad c_{1t} \le \frac{M_t + X_t}{P_t} = \frac{M_t}{P_t} + x_t$$

A háztartás birtokolja a tőkét és a munkaerőt, a családfő munkakínálata rugalmatlan, a rendelkezésére álló időegységben dolgozik. A termelési technológia a két jószágtípusra nézve azonos, ezért azok ára is megegyezik, ez lesz a fenti képletben már használt árszínvonal (P_t). Lényegében tehát továbbra is egytermékes gazdasággal van dolgunk, ahol az egyetlen áru fogyasztási és tőkejószág is, de a fogyasztásra felhasznált mennyiség egy önkényesen meghatározott részét csak a már rendelkezésre álló pénzből lehet megvásárolni. A termelési technológia a rugalmatlan munkakínálat feltételezése mellett a korábbiakkal megegyező módon $f(k_t)$ differenciálható, monoton növekvő ($f'(k_t) > 0$) és szigorúan konkáv ($f''(k_t) < 0$) függvénnyel jellemezhető, amelyre $f(0) = 0$, és teljesülnek az Inada-feltételek ($f'(0) = \infty, f'(\infty) = 0$). A családfő tehát minden periódusban dolgozik, dönt a beruházásról, s a termelt mennyiség ezt meghaladó részét értékesíti más háztartások beszerzőinek (hitelre vagy készpénzért, igény szerint). A beszerző az időszak kezdő pénzállományából és hitelre jószágokat vásárol, ahol a fenti korlát alapján készpénzes vásárlásra a családfő értékesítéseiből származó bevételt az adott időszakban nem használhatja fel. A periódus végén a háztartás elfogyasztja a megvásárolt termékeket, s rendezi a hiteleladások és -vásárlások egyenlegét. A következő időszak nyitó pénzállománya ezért megegyezik a transzfernek, a beszerző előző periódusban el nem költött pénzének és a családfő értékesítéseiből származó teljes bevételnek az összegével (utóbbi a készpénzes és a hiteleladásokat is tartalmazza, mert a feltevés szerint a hiteleket még a következő kereskedési időszak kezdete előtt rendezik). A többi feltevés megegyezik a korábbiakkal, így a háztartás döntési problémájának felírása reálértékben:

$$\begin{aligned}
&\max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_{1t}, c_{2t}) \\
&\text{ahol} \quad \tfrac{B_{t+1}}{P_t} + \tfrac{M_{t+1}}{P_t} + k_{t+1} + c_{1t} + c_{2t} \leq f(k_t) + (1+i_t)\tfrac{B_t}{P_t} + \tfrac{M_t}{P_t} + \\
&\qquad\qquad + (1-\delta)k_t + x_t \\
&\qquad c_{1t} \leq \tfrac{M_t}{P_t} + x_t \\
&\qquad M_0,\ B_0,\ k_0 > 0,\ \text{adott}, \\
&\qquad c_{1t}, c_{2t}, M_t, k_t \geq 0 \quad (\forall t) \\
&\qquad i_t,\ P_t \geq 0 \text{ és } x_t \text{ adott}, \\
&\qquad \lim_{t\to\infty} \frac{B_{t+1}/P_t}{\prod_{j=1}^{t}(1+r_j-\delta)} \geq 0 \text{ (no-Ponzi feltétel)}.
\end{aligned}$$

A feladat megoldásához írjuk fel a folyó idejű Lagrange-függvényt[13]:

$$\mathscr{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \Bigg\{ u(c_{1t}, c_{2t}) + \lambda_{1t}\left[\frac{M_t}{P_t} + x_t - c_{1t}\right] + \lambda_{2t}\Bigg[f(k_t) + (1+i_t)\frac{B_t}{P_t} + \frac{M_t}{P_t} + (1-\delta)k_t + x_t - c_{1t} - c_{2t} - \frac{B_{t+1}+M_{t+1}}{P_t} - k_{t+1}\Bigg]\Bigg\},$$

ahol λ_{1t} és λ_{2t} a folyó idejű Lagrange-multiplikátorok, azaz előbbi egységnyi pótlólagos t. időszaki reálegyenleg, utóbbi egységnyi t. időszaki többletjövedelem árnyékára a t. periódus hasznosságában kifejezve. Optimumban a költségvetési korlát egyenlőségre teljesül, s az elsőrendű feltételek az alábbiak:

$$c_{1t}: \quad u_1(t) = \lambda_{1t} + \lambda_{2t} \tag{3.11a}$$

$$c_{2t}: \quad u_2(t) = \lambda_{2t} \tag{3.11b}$$

$$k_{t+1}: \quad \frac{\lambda_{2t}}{\lambda_{2t+1}} = \beta[1 + f'(k_{t+1}) - \delta] \tag{3.11c}$$

$$M_{t+1}: \quad \frac{\lambda_{2t}}{P_t} = \beta\frac{\lambda_{1t+1} + \lambda_{2t+1}}{P_{t+1}} \tag{3.11d}$$

$$B_{t+1}: \quad \frac{\lambda_{2t}}{\lambda_{2t+1}} = \beta(1 + i_{t+1})\frac{P_t}{P_{t+1}} \tag{3.11e}$$

$$0 = \lambda_{1t}[M_t/P_t + x_t - c_{1t}] \tag{3.11f}$$

$$0 \geq \lim_{t\to\infty} \frac{k_{t+1} + \frac{M_{t+1}+B_{t+1}}{P_t}}{\prod_{j=1}^{t}[1 + f'(k_j) - \delta]} \tag{3.11g}$$

[13] A Lagrange-függvény folyó vagy jelen idejű változatáról attól függően beszélünk, hogy a Lagrange-multiplikátorok adott időszaki (folyó-) vagy jelenértéken szerepelnek benne. A jelenértékű multiplikátor ($\hat{\lambda}_t$) értelemszerűen a folyó értéken értelmezett multiplikátor jelenértéke, azaz $\hat{\lambda}_t = \beta^t \lambda_t$.

A (3.11b) szerint a hiteljószágok fogyasztásának határhaszna megegyezik a határköltséggel, azaz az ehhez szükséges többletjövedelem árnyékárával. A (3.11a) ugyanezt mondja a készpénzért vásárolható termékekre, ahol a határköltség most a többletjövedelem és a pótlólagos reálegyenleg árnyékárának összege az előzetes készpénzigény miatt. A (3.11c)–(3.11e) a fogyasztási–megtakarítási döntések feltételei a különböző felhalmozási eszközökre nézve. A (3.11e) kissé átrendezve például a következőt mondja:

$$\frac{\lambda_{2t}}{P_t} = \beta(1 + i_{t+1})\frac{\lambda_{2t+1}}{P_{t+1}},$$

azaz egységnyi pénzösszegért kapható hiteljószág hasznossága (bal oldal) megegyezik a kötvényvásárlással elérhető hasznossággal, ahol a kötvény hozammal megnövelt nominális összegének reálértéke a következő periódusban fogyasztható el, ezért hasznossága diszkontált értéken szerepel. Ugyanígy értelmezhető a (3.11c) egyenlet a fogyasztás–tőkeberuházás közötti optimális választás feltételeként. A (3.11c) és (3.11e) a megszokott arbitrázsfeltételt, a Fisher-egyenletet eredményezi: $1 + f'(k_t) - \delta = (1 + i_t)/(1 + \pi_t)$, ahol π_t az infláció. Az alternatív befektetési lehetőségek nettó reálhozama tehát optimumban egyenlő. A (3.11d) az optimális pénzmennyiséget határozza meg: a bal oldalon látható kifejezés az $1/P_t$ egység reáljövedelem árnyékára, azaz egységnyi időszak végi pénzállományhoz jutás ára, a jobb oldal pedig az ezzel a többletpénzállománnyal elérhető pótlólagos $t + 1$. időszaki fogyasztás határhasznának diszkontált értéke. A (3.11f) a (Kuhn-Tucker) komplementaritási feltétel, mely szerint a likviditási korlát szükségképpen egyenlőségre teljesül, ha a pótlólagos reálegyenleg árnyékára pozitív (ekkor optimumban szükségképpen kimeríti a fogyasztó ezt a korlátot), ha pedig a korlát egyenlőtlenségként teljesül (a fogyasztót valójában vásárlásaiban nem korlátozza), akkor az árnyékár mindenképpen nulla. Az utolsó feltétel (3.11g) az ismert (a no-Ponzi feltétel miatt egyenlőségként teljesülő) transzverzalitási feltétel.

A (3.11b) és (3.11c) együttesen a hiteljószágok fogyasztásának optimális pályáját leíró intertemporális Euler-egyenletet adják:

$$u_2(t) = \beta[1 + f'(k_{t+1}) - \delta]u_2(t + 1) \tag{3.12}$$

A készpénzes jószágok adott fogyasztása mellett eszerint egy egység hiteljószág jelenbeli elfogyasztása optimumban ugyanakkora pótlólagos hasznosságot eredményez, mint az ezen egység tőkejószágként való hasznosításával a következő periódusban realizálható fogyasztás jelenértéke.

A készpénzes- és hiteljószágok optimális fogyasztási arányát az intratemporális Euler-egyenlet mutatja, mely a (3.11a) és (3.11b) kombinációjából adódik, az árnyékárak kiküszöböléséhez pedig (3.11d)-t (a második egyenlőséghez) és

(3.11c)-t (az utolsó egyenlőséghez) használtam fel:

$$\frac{u_1(t)}{u_2(t)} = \frac{\lambda_{1t} + \lambda_{2t}}{\lambda_{2t}} = \frac{\lambda_{2t-1} P_t / P_{t-1}}{\beta \lambda_{2t}} = [1 + f'(k_t) - \delta] \frac{P_t}{P_{t-1}}, \tag{3.13}$$

Eszerint a két jószágtípus közötti helyettesítési határráta a készpénzes termékek hiteljószágban kifejezett relatív árával egyenlő. Egységnyi készpénzes termék megvásárlásához a t. időszakban P_t összegű pénzre van szükség, míg ha a háztartás inkább hiteljószágot választ, ezt az összeget nem kell készpénzben tartania, hanem a megelőző periódusban beruházhatja, tőkébe fektetheti annak reálértékét (P_t/P_{t-1}). A relatív ár ennek a befektetésnek az elvesztett hozama (jobb oldal). A két kapott összefüggés, (3.12) és (3.13) segítségével az intertemporális Euler-egyenletet a készpénzes jószágok fogyasztására vonatkoztatva a következőképpen írhatjuk:

$$u_1(t) \frac{P_{t-1}}{P_t} = \beta [1 + f'(k_t) - \delta] u_1(t+1) \frac{P_t}{P_{t+1}} \tag{3.14}$$

Az egyenlet a készpénzes jószágok fogyasztásának optimális pályáját mutatja a hiteljószágok fogyasztási pályáját adottnak véve. A két intertemporális Euler-egyenlet, (3.12) és (3.14) eltérése abból adódik, hogy a készpénzes jószágok vásárlásához reálegyenlegre van szükség, melynek értékét befolyásolja az infláció, míg a hiteljószágoknál ez a hatás nem jelentkezik.

5. Definíció (Versenyzői egyensúly). *Versenyzői egyensúlynak nevezzük a* $\{c_{1t}, c_{2t}, M_{t+1}, B_{t+1}, k_{t+1}, i_t, P_t, x_t\}_{t \geq 0}$ *változók (x és B kivételével) nem negatív sorozatát és* M_0, B_0, k_0 *kezdeti értékeket, ha*

1. *adott* $\{i_t, P_t, x_t\}_{t \geq 0}$ *esetén* $\{c_{1t}, c_{2t}, M_{t+1}, B_{t+1}, k_{t+1}\}_{t \geq 0}$*-ra a háztartás hasznossága maximális,*

2. *és minden piac kitisztul, azaz*

   (a) *az árupiacra:* $c_{1t} + c_{2t} + k_{t+1} = f(k_t) + (1 - \delta) k_t$,

   (b) *a pénzpiacra:* $\frac{M_{t+1} - M_t}{P_t} = x_t$,

   (c) *a kötvénypiacra:* $\frac{B_{t+1} - B_t}{P_t} = i_t \frac{B_t}{P_t}$

   (d) *és a munkapiacra:* $l_t = 1$ *teljesül.*

A pénzpiacra és a kötvénypiacra vonatkozó feltételek megvalósulása esetén megint teljesül a kormányzat költségvetési korlátja (mely a szokásos, ld. pl. (3.1)), és az árupiaci feltétellel együtt ebből a fogyasztó költségvetési korlátjának teljesülése is következik.

3.2.2. Eredmények és összegzés

A hosszú távú egyensúly (ahol minden reálváltozó és a pénzmennyiség növekedési rátája, θ állandó) feltételeinek felírásához tegyük fel, hogy a likviditási korlát egyenlőségre teljesül. A hosszú távú egyensúly ezúttal a transzverzalitási feltétel mellett az alábbi egyenletekkel jellemezhető:

$$f_k - \delta = (1-\beta)/\beta \tag{3.15a}$$

$$1 + i = (1 + f_k - \delta)/(1+\pi) \tag{3.15b}$$

$$\frac{u_1}{u_2}\left[c_1, f(k) - c_1\right] = \left[1 + f'(k) - \delta\right](1+\pi) \tag{3.15c}$$

$$m\pi = x + b(i - \pi) \tag{3.15d}$$

$$c_1 + c_2 = f(k) - \delta k \tag{3.15e}$$

A (3.15a) a tőkeállomány steady state értékét adja meg, s a (3.12)-ből (vagy (3.14)-ből) következik. A (3.15b) a Fisher-egyenlet, (3.15c) pedig a kétféle jószágtípus optimális arányát határozza meg ((3.13)-ból adódik). A (3.15d) a kormányzat költségvetési korlátja, az utolsó feltétel (3.15e) az árupiac hosszú távú egyensúlyát mutatja.

Látható, hogy a (3.15a) egyértelműen meghatározza a tőkeállomány értékét, ami pedig (3.15e) alapján a teljes fogyasztás összegét, $c_1 + c_2$-t. Mivel a likviditási korlátról feltettük, hogy egyenlőségre teljesül, $c_1 = m + x$. A reál pénzállomány, m konstans, amiből következően hosszú távú egyensúlyban a pénzmennyiség növekedési üteme megegyezik az inflációval: $\theta = \pi$, ami meghatározza a nominális kamatlábat. Szintén látható, hogy az Inada-feltételek teljesülése mellett (3.15c)-nek létezik pozitív megoldása c_1-re, amennyiben mindkét jószágtípus normál jószág.[14] Az is látható, hogy az infláció (azaz a pénznövekedési ütem) befolyásolja a kétféle jószág arányát. Az infláció növekedése ugyanis megdrágítja a készpénzért megvásárolható jószágok fogyasztását, s ez helyettesítést vált ki a hiteljószágok felé. A pénz semlegességével kapcsolatban tehát megfogalmazható a következő állítás:

3. Állítás (Semlegesség és szupersemlegesség). *A pénz semleges a likviditási korlátos modellekben, de ha a korlát csak a fogyasztási jószágok egy részére vonatkozik, akkor nem szupersemleges, hanem befolyásolja a készpénzes-*

[14] Az egyensúly létezésével kapcsolatos bizonyításokat likviditási korlátos modellek különböző verzióira több tanulmányban találhatunk. Lucas [1980] egy minden fogyasztási jószágra vonatkoztatott likviditási korlát és bizonytalanság figyelembevétele esetén bizonyítja az egyértelmű egyensúly létezését (136-139.o.), Lucas–Stokey [1985] pedig egy hiteljószágokat is tartalmazó sztochasztikus modellben (9-22.o.). Gillman [1993] is összefoglalja egy az előbbit általánosító modellkeretben a létezéshez és az egyértelműséghez szükséges feltevéseket (102.o., 5. lábjegyzet).

és hiteljószágok arányát a hosszú távú egyensúlyban. A teljes fogyasztásra és a tőkeállományra azonban nincs hatással.

Az állításból az is következik, hogy abban az esetben, amikor nincsenek hiteljószágok, a pénz szupersemleges. Stockman [1981] azt a lehetőséget vizsgálta, amikor a korlát nemcsak a fogyasztásra, hanem a beruházásra is vonatkozik. Ekkor a hosszú távú egyensúlyban az infláció a tőkeállományra, ezen keresztül az outputra és a fogyasztásra is negatív hatással van, ugyanis a magasabb infláció a beruházást is megdrágítja.

A likviditási korlátos modellben, ha a pénz szupersemleges (azaz amikor a korlát minden fogyasztási jószágra egyaránt érvényes, de nem az a beruházásra), nem lehet optimális inflációról beszélni, hiszen ekkor az allokációt, a hasznosságot a pénznövekedési ütem egyáltalán nem befolyásolja. Az előző szakaszban bemutatott esetben, amikor a pénz nem szupersemleges (s nyilván ugyanez vonatkozik Stockman modelljére is) azonban ez vizsgálható, s az eredmény itt is a *Friedman-szabály* optimalitása lesz. Stockman modelljében, ahol annál nagyobb a tőkeállomány és ezen keresztül a fogyasztás, minél alacsonyabb az infláció, ez egyértelmű, de ugyanígy igaz a hiteljószágokat tartalmazó modellre, hiszen a modellben kizárólag az inflációnak van allokációt torzító hatása. Optimális esetben ennek a torzításnak a mértéke, vagyis az inflációs adó nulla, ami nulla nominális kamatlábat jelent (Lucas–Stokey [1985], 2.o. vagy Walsh [2003], 111.o.). Ezt az elsőrendű feltételek segítségével szemléltethetjük. A (3.11d) és (3.11e) alapján ugyanis:

$$1 + i_t = \frac{\lambda_{1t} + \lambda_{2t}}{\lambda_{2t}} = 1 + \frac{\lambda_{1t}}{\lambda_{2t}} = \frac{u_1(t)}{u_2(t)}, \tag{3.16}$$

ahol az utolsó egyenlőség a (3.13)-ból következik. Ha a nominális kamatláb pozitív, akkor a két jószágtípus helyettesítési határrátája egynél nagyobb, azaz bár a jószágok előállítása ugyanazzal a technológiával történik, áruk így megegyezik, a helyettesítési értékük ettől eltér. A nominális kamatláb tehát tulajdonképpen a készpénzes jószágok adójaként viselkedik, azok árát a termelési költségük fölé emeli, ami torzítja az allokációt. Optimumban tehát $i = 0$. A (3.16)-ból az is látszik, hogy a nominális kamatláb csak akkor lehet pozitív, ha $\lambda_{1t} > 0$, azaz a pénz mint likviditás értéke pozitív, a korlát egyenlőségre teljesül (Walsh [2003], 107.o.).

A likviditási korlátot tartalmazó modellek a hasznos pénz modellekhez hasonlóan valamilyen módon különlegesnek tekintik a pénzt: itt a pénzről feltesszük, hogy bizonyos egyedülálló tulajdonságai alapján alkalmas tranzakciók lebonyolítására, megkönnyítésére. Ez csupán a modell feltételezése, nem a felírás endogén következménye. A megközelítés tehát az előző alfejezet modelljeihez hasonlóan egy ad hoc feltevésre épül, s ez alapján merev korlátként készpénz tartását írja elő a tranzakciókhoz. A feltevésből számos, nem realisztikus következtetés adódik. A minden fogyasztási jószágra vonatkozó készpénzigény esetén például, ha a nominális kamatláb pozitív, a korlát egyenlőségre teljesül, ami ekkor tulajdonképpen a mennyiségi pénzelmélet ismert egyenlete egységnyi (a periódus hosszával megegyező) forgási sebesség mellett.[15] A valóságban azonban a pénz forgási sebessége nem állandó. A hiteljószágokat is feltételező modell egyik előnye éppen az, hogy abban a forgási sebesség időben változhat. Ugyanakkor ez a modell exogén módon sorolja be a jószágokat a két különböző kategóriába, amit technológiai megfontolások sem indokolnak. A probléma orvoslására Gillman [1993] bemutat egy a Lucas–Stokey-féle megközelítést általánosító modellt, ahol a fogyasztó maga dönti el, mit vásárol hitelből, illetve készpénzből, azaz a felosztás szintén a fogyasztó döntésének eredménye, tehát endogén. A szerző ehhez felteszi, hogy a hitel időben kifejezhető költségekkel jár, például a hitelelbírálás időigénye miatt, ami különbözik az egyes termékek esetén. A háztartás nyilván azokat a jószágokat vásárolja majd hitelből, melyeknél ennek költsége alacsonyabb. A modell fő következtetése, hogy ha a hitelfelvétel időbe telik (erőforrást emészt fel), az infláció jóléti költsége nagyobb, mint ingyenes hitelnél vagy a hiteljószágokat nem tartalmazó esetben (105-108.o.).

A modellel szemben felhozható legfőbb kritika tehát ismét az, hogy a pénz megkülönböztető szerepét tulajdonképpen feltételezi, adottságként kezeli. A pénz különleges jelentősége azonban ebben a felfogásban a pénz tranzakciókban játszott szerepéből, a forgalmi eszköz-funkcióból adódik, alapvetően eltér tehát például az együttélő nemzedékek modelljeiben megjelenített pénzszereptől (ld. a következő fejezetet, 81.o.). Lucas ehhez kapcsolódóan kiemeli, hogy ezekben a modellekben a pénz másodrendű eszköz, szerepe a tranzakciós költségek csökkentése, valamilyen ideális erőforrás-allokáció megközelítésének lehetővé tétele. Az együttélő nemzedékek modelljében (ld. a 4.1-es alfejezetet) a pénz jelentősége jóval nagyobb, csak segítségével lehet elérni a hatékony allokációt. Lucas ezt mindenképpen a likviditási korlátos modellek előnyének tartja, ugyanis szerinte a pénz valóban másodrendű jószág ebben az értelemben: csupán az egyensúlyi allokáció elérésének szükséges eszköze.

Összességében tehát ez a megközelítés is csak egy lehetséges közelítő megoldás, amely elég egyszerű ahhoz, hogy viszonylag könnyen kezelhető modellt eredményezzen. A pénz szerepét nem modellezi, mégis egyértelművé teszi: értéke abból származtatható, hogy a tranzakciókhoz szükség van rá.

[15] Az optimalizáló gazdasági alanyok viselkedéséből levezetett modellekben az ún. jövedelmi egyenlet változója a jövedelem (output) helyett a fogyasztás.

3.3. Tranzakciók modelljei

Az előző alfejezetben a pénzből közvetetten származott hasznosság, egyértelmű funkciója a vásárlások lehetővé tétele volt. Ezt a tényt azonban a modell adottságként kezelte, a tranzakciók bizonyos köréhez egyszerűen előírta a pénz használatát, s emiatt a megközelítés a hasznos pénz modellekhez hasonló módon bírálható.

A pénz mint csereeszköz ehelyett úgy is felfogható, hogy használata csökkenti a tranzakciókkal járó költségeket. Ebben az esetben a pénz keresletét a gazdaság „tranzakciós technológiája" határozza meg. Baumol [1952] és Tobin [1956] az első formális, a tranzakciós költségek szerepét hangsúlyozó pénzkeresleti modellek, melyek a készpénzt mint forgalmi eszköz-készletet értelmezik.[16] Ezeknek a modelleknek egyértelmű előnye, hogy a pénz által nyújtott szolgáltatások forrásának explicit leírását adják, ugyanakkor exogénként kezelik a pénzáramlásokat (McCallum–Goodfriend [1987], 14-15.o.). Mindkettő parciális egyensúlyi elemzés: a kamatláb, illetve tranzakciós volumen függvényében határozza meg a pénz keresletét (Walsh [2003], 95.o.).
Az erre a felfogásra épülő általános egyensúlyelméleti megközelítések felteszik, hogy a fogyasztási javak megvásárlása időbe telik, s a háztartás rendelkezésére álló reál pénzállomány ezt a fogyasztásra fordítandó időt csökkenti (hasonló lehetőségeket említve érvel Brock is a hasznos pénz modellek létjogosultsága mellett, ld. a 3.1.3. szakaszt, 42.o.). Ebből adódik egy tranzakciós technológia, amely megadja a vásárlás időigényét a tranzakciós volumen (itt a fogyasztás) és a reálegyenleg függvényeként. Ezt az összefüggést (amit Saving javasolt[17]) használják a vásárlási idő modellek.

A következő, 3.3.1-es szakaszban erre mutatok egy példát, kitérve a modell hasznos pénz modellekkel való kapcsolatára és az ebből adódó következtetésekre. A 3.3.2-es szakasz néhány eredményt foglal össze, illetve röviden értékeli a bemutatott megközelítést.

3.3.1. Egy vásárlási idő modell

A bevezetőben említett módon tegyük fel, hogy a jószágok vásárlásához időre van szükség, mégpedig annál kevesebbre, minél több pénzzel rendelkezünk. A tranzakciók volumene (jelölje g, s a mértékegységek megfelelő megválasztásával ez megegyezik a fogyasztással, vagyis $g = c$) tehát a reálegyenleg (m) és a vásárlásra fordított idő (s) pozitív és konkáv függvénye: $c = g(m, s)$,

[16] A két tanulmány nagyon hasonló, nézőpontjuk és ebből adódóan eredményeik főbb különbségeit jól összefoglalja Tobin [1956], 241.o. 2. lábjegyzet és 247.o. II. függelék.

[17] Saving, T. R. [1971]: Transactions Costs and the Demand for Money. *American Economic Review*, június; hivatkozza McCallum–Goodfriend [1987], 16.o.

ahol $g_m \geq 0, g_s \geq 0$ és $g_{mm} \leq 0, g_{ss} \leq 0$ (Walsh [2003], 96.o.). Totális deriválással kifejezhető ebből a vásárlási idő a fogyasztás és a reál pénzállomány függvényeként (ha $g_s \neq 0$):

$$s = \frac{c}{g_s} - \frac{g_m}{g_s} m = \psi(c, m), \quad \text{ahol} \quad \psi_c > 0, \psi_m \leq 0 \quad \text{és} \quad \psi_{cc}, \psi_{mm} \geq 0$$

Ez a függvény írja le a tranzakciós technológiát, melyről további feltevésekkel szokás élni[18]: $\psi(c, m) \geq 0$ $(\forall c > 0)$ és $\psi(0, m) = 0$, azaz csak pozitív fogyasztás jár tranzakciós költséggel; $\psi_{cm} \leq 0$, azaz a reálegyenleg növeli a vásárlásra fordított idő hatékonyságát: időegység alatt több jószágot lehet megvásárolni, illetve egységnyi jószág megvásárlásához kevesebb időre van szükség. Feltehető még, hogy a pénzből lehet telítődni, azaz minden c-hez létezik egy egyértelműen meghatározott $\overline{m}(c)$, amelyre:

$$\psi_m(c, m) \begin{cases} \leq 0 & \forall\, m < \overline{m}(c) \\ = 0 & \forall\, m \geq \overline{m}(c) \end{cases}$$

A háztartás a rendelkezésére álló időegységet munkára, vásárlásra, valamint szabadidőként használhatja fel, azaz $\hat{l} = 1 - l - s$. Ha a háztartás hasznossága a fogyasztástól és a szabadidőtől függ $(v(c, \hat{l}))$, akkor ezt figyelembe véve egy a hasznos pénz modellek által feltételezett specifikációhoz jutunk, ahol a hasznossági függvény változói c, m és l lesznek:

$$u(c, m, l) \equiv v[c, 1 - l - \psi(c, m)]$$

Walsh megmutatja, hogyan használható fel a vásárlási idő modell a hasznos pénz modellek által feltételezett függvény tulajdonságainak meghatározásához (Walsh [2003], 97-98.o.). Látható például, hogy $u_m = -v_{\hat{l}}\psi_m$, ami a sztenderd és az itt tárgyalt feltevések mellett valóban nemnegatív. Ha a vásárlási idő modellben a reál pénzállományra telítődési pontot feltételezünk, ugyanez lesz igaz a hasznos pénz modellben is.
A 3.1-es alfejezetben láthattuk, hogy u_{cm} előjele fontos szerepet játszik az egyensúly jellemzőinek meghatározásában (pl. egyértelműség), érdemes ezért megvizsgálni, mit mondhatunk erről a bemutatott megközelítés alapján. A másodrendű vegyes parciális deriváltra az alábbi képlet adódik:

$$u_{cm} = (v_{\hat{l}\hat{l}}\psi_c - v_{c\hat{l}})\psi_m - v_{\hat{l}}\psi_{cm}$$

Az előjel $v_{c\hat{l}}$ függvénye, a korábbiak alapján ugyanis tudjuk, hogy $v_{\hat{l}\hat{l}}\psi_c\psi_m \geq 0$ és $-v_{\hat{l}}\psi_{cm} \geq 0$. Ha ez a két tag dominál, az összegről feltehető, hogy nemnegatív ($u_{cm} \geq 0$, a hasznos pénz modellekben általában ennek pozitivitását

[18] Ld. Ljungqvist–Sargent [2004], 858.o. és Herrendorf–Valentinyi [1999], 90.o.

feltételezik). Abban az esetben, ha a fogyasztás és a szabadidő között erős a helyettesítési viszony ($v_{c\hat{l}} \leq 0$), akkor u_{cm} negatív is lehet (ld. uo.).

Mivel diszkrét idejű modellt vizsgálunk, meg kell mondanunk, hogy az időszak végi vagy kezdeti nominális pénzállomány reálértéke jelenik-e meg a tranzakciós technológiában. Ahogy azt a hasznos pénz modelleknél is tettük, követve a hivatkozott munkák szerzőit ezúttal is az időszak végi értéket szerepeltetjük a vásárlásra fordított idő meghatározójaként. A gazdaságról egyebekben a megelőző alfejezetekben is használt, megszokott feltevésekkel élünk. Az előző alfejezethez hasonlóan az egyszerűség és rövidség kedvéért azt a modellt vizsgáljuk, amikor a háztartás maga végzi a termelési tevékenységet. Döntési problémája ekkor reálértékben (a hasznossági függvényt az összehasonlíthatóság megkönnyítésére itt is u-val jelölöm, ez felel meg a fenti v-nek):

$$
\begin{aligned}
\max \sum_{t=0}^{\infty} & \beta^t u(c_t, 1 - l_t - s_t) \\
\text{ahol} \quad & \tfrac{B_{t+1}}{P_t} + \tfrac{M_{t+1}}{P_t} + k_{t+1} + c_t \leq f(k_t, l_t) + (1 + i_t)\tfrac{B_t}{P_t} + \tfrac{M_t}{P_t} + \\
& \qquad\qquad\qquad\qquad + (1 - \delta)k_t + x_t \\
& s_t = \psi\left(c_t, \tfrac{M_{t+1}}{P_t}\right) \\
& M_0,\ B_0,\ k_0 > 0, \text{ adott}, \\
& c_t, M_t, B_t, k_t, l_t \geq 0 \quad (\forall t) \\
& i_t,\ P_t \geq 0 \text{ és } x_t \text{ adott}, \\
& \lim_{t\to\infty} \frac{B_{t+1}/P_t}{\prod_{j=1}^{t}(1 + r_j - \delta)} \geq 0 \text{ (no-Ponzi feltétel)}.
\end{aligned}
$$

Ljungqvist és Sargent [2004] megjegyzi, hogy a pénz nemnegativitásának feltételezése tulajdonképpen a magán pénzkibocsátás tilalmát jelenti (a háztartások nem bocsáthatnak ki pénzt; ld. 859.o., 4. lábjegyzet). A feladat megoldásához írjuk fel ismét a folyó idejű Lagrange-függvényt:

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \Bigg\{ & u\left[c_t, 1 - l_t - \psi\left(c_t, \frac{M_{t+1}}{P_t}\right)\right] + \lambda_t \Bigg[f(k_t, l_t) + (1 + i_t)\frac{B_t}{P_t} + \\
& + \frac{M_t}{P_t} + (1 - \delta)k_t + x_t - c_t - \frac{B_{t+1} + M_{t+1}}{P_t} - k_{t+1} \Bigg] \Bigg\},
\end{aligned}
$$

ahol λ_t a folyó idejű Lagrange-multiplikátor (egységnyi pótlólagos t. időszaki jövedelem árnyékára a t. periódus hasznosságában kifejezve).

Optimumban a költségvetési korlát egyenlőségre teljesül, fennáll továbbá (a no-Ponzi feltétel miatt szintén egyenlőségként) a megszokott transzverzalitási feltétel:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{k_{t+1} + \frac{M_{t+1}+B_{t+1}}{P_t}}{\prod_{j=1}^{t}(1+r_j-\delta)} \leq 0,$$

és emellett a következő elsőrendű feltételek adódnak eredményül:

$$c_t: \qquad \lambda_t = u_c(t) - u_{\hat{l}}\psi_c(t) \tag{3.17a}$$

$$k_{t+1}: \qquad \frac{\lambda_t}{\beta\lambda_{t+1}} = 1 + f_k(t+1) - \delta \tag{3.17b}$$

$$M_{t+1}: \qquad -u_{\hat{l}}\psi_m(t) = \lambda_t - \beta\lambda_{t+1}\frac{P_t}{P_{t+1}} \tag{3.17c}$$

$$B_{t+1}: \qquad \frac{\lambda_t}{\beta\lambda_{t+1}} = (1+i_{t+1})\frac{P_t}{P_{t+1}} \tag{3.17d}$$

$$l_t: \qquad f_l(t) = \frac{u_{\hat{l}}}{\lambda_t}, \tag{3.17e}$$

A kapott egyenletek a korábbiakhoz nagyon hasonlóak. A (3.17a) szerint például a többletjövedelem árnyékára a szokott módon a fogyasztás hasznosságra gyakorolt marginális hatásával egyenlő, ahol utóbbi most két tagból áll, mivel a fogyasztás növekedése egyrészt közvetlenül növeli a hasznosságot, másrészt közvetetten csökkenti azt, mert a vásárlás időigényének növelésén keresztül csökkenti a szabadidőt. A (3.17b) és (3.17d) a fogyasztás–beruházás, illetve a fogyasztás–kötvényvásárlás optimális döntéseit írják le. A (3.17c) az optimális pénzállományt határozza meg, eszerint ekkor a pénz tartásából származó nettó határhaszon (amely ismét két tagból áll: $-u_{\hat{l}}\psi_m(t) + \beta\lambda_{t+1}/(1+\pi_{t+1})$, az első fejezi ki a pénz által lehetővé tett vásárlási időmegtakarítás értékét, a második pedig a pénz következő periódusbeli reálértékének jövedelemnövelő hatását tükrözi, azaz e reálérték és a jövedelem árnyékárának szorzata jelenértéken), egyenlő a többletjövedelem árnyékárával (nettó határhasznával). A munkaerőkínálatot meghatározó összefüggés (3.17e) sztenderd: a szabadidő határhaszna megegyezik annak határköltségével (a munka határtermékének és a jövedelem árnyékárának szorzatával).

Az egyenletek átrendezésével kiküszöbölhetjük az árnyékárat, és a következő összefüggésekhez juthatunk:

$$\frac{u_c(t) - u_{\hat{l}}(t)\psi_c(t)}{u_c(t+1) - u_{\hat{l}}(t+1)\psi_c(t+1)} = \beta[1 + f_k(t+1) - \delta] \tag{3.18a}$$

$$1 + f_k(t) - \delta = (1 + i_t)/(1 + \pi_t) \tag{3.18b}$$

$$-f_l\psi_m(t) = \frac{i_{t+1}}{1 + i_{t+1}} \tag{3.18c}$$

$$\frac{u_{\hat{l}}(t)}{u_c(t) - u_{\hat{l}}(t)\psi_c(t)} = f_l(t) \tag{3.18d}$$

A (3.18a) az intertemporális Euler-egyenlet, mely a (3.17a) és (3.17b)-ből következik. A (3.18b), a megszokott Fisher-egyenlet (3.17b) és (3.17d) következménye. A harmadik egyenlet (3.18c) három feltételből, (3.17c), (3.17d) és (3.17e)-ből adódik. Eszerint az egy egység pótlólagos reál pénzállomány segítségével megtakarított vásárlási idő értéke (bal oldal) megegyezik a pénztartás alternatív költségével (jobb oldal). Az utolsó egyenlet (3.18d) lényegében azonos (3.17e)-vel, csak felhasználtuk hozzá (3.17a)-t.

A kapott összefüggések láthatóan nagyon hasonlóak a korábbi modellek eredményeihez. Ugyanez igaz a versenyzői egyensúly definíciójára is:

6. Definíció (Versenyzői egyensúly). *Versenyzői egyensúlynak nevezzük a $\{c_t, M_{t+1}, B_{t+1}, k_{t+1}, l_t, i_t, P_t, x_t\}_{t\geq 0}$ változók (x és B kivételével) nem negatív sorozatát és M_0, B_0, k_0 kezdeti értékeket, ha*

1. *adott $\{i_t, P_t, x_t\}_{t\geq 0}$ esetén $\{c_t, M_{t+1}, B_{t+1}, k_{t+1}, l_t\}_{t\geq 0}$ maximalizálja a háztartás hasznosságát,*
2. *és minden piac kitisztul, azaz*
   - *(a) az árupiacra: $c_t + k_{t+1} = f(k_t) + (1-\delta)k_t$,*
   - *(b) a pénzpiacra: $\frac{M_{t+1}-M_t}{P_t} = x_t$,*
   - *(c) a kötvénypiacra: $\frac{B_{t+1}-B_t}{P_t} = i_t\frac{B_t}{P_t}$*
   - *(d) a munkapiacra: $l_t^D = l_t^S$ teljesül.*

A pénzpiaci és kötvénypiaci feltétel a szokott módon a kormányzat költségvetési korlátjának teljesülését is jelenti (mely megegyezik a korábbi részekben felírttal, pl. (3.1)), és az árupiaci egyensúly (erőforráskorlát) feltételével együtt a háztartás költségvetési korlátja is teljesül.

3.3.2. Következtetések és értékelés

A hosszú távú egyensúly a transzverzalitási feltétel mellett a következő egyenletekkel jellemezhető:

$$f_k - \delta = (1-\beta)/\beta \tag{3.19a}$$

$$1 + i = (1 + f_k - \delta)/(1+\pi) \tag{3.19b}$$

$$-f_l \psi_m = \frac{i}{1+i} \tag{3.19c}$$

$$f_l = \frac{u_{\hat{l}}}{u_c - u_{\hat{l}} \psi_c} \tag{3.19d}$$

$$m\pi = x + b(i-\pi) \tag{3.19e}$$

$$c = f(k,l) - \delta k \tag{3.19f}$$

Az első és utolsó kettő feltétel a korábbiakkal teljesen azonos, a harmadikat és negyediket pedig az előző szakaszban már értelmeztem.[19] A pénz keresleti függvénye (3.19c)-ből adódik, és annak változói ebben a rugalmas munkaerőkínálatot vizsgáló modellben c, f_l és i lesznek. Az így kapott pénzkeresleti függvény parciális deriváltjaira az elméletben feltételezettel megegyező előjelek adódnak, ld. ehhez pl. Herrendorf–Valentinyi [1999], 92-93.o. (a függvényt és annak különböző értelmezési lehetőségeit hosszan elemzi McCallum–Goodfriend [1987], 5-10.o.). Látható az első egyenletből (3.19a), hogy a hosszú távú tőkeállományt ismét a modell paraméterei határozzák meg, a fogyasztásra viszont (3.19f) alapján emellett a munkaerőkínálat is hatással van. Ezt m a (3.19d) összefüggés miatt is befolyásolja, ha $\psi_{cm} \neq 0$, ráadásul a pénz vásárlási (így munkára felhasználható) időt befolyásoló hatása miatt m emellett a (3.19c)-ben jelzett csatornán keresztül is hatással van itt a reál erőforrások allokációjára. A következő állítást fogalmazhatjuk tehát meg:

4. Állítás (Semlegesség és szupersemlegesség). *A pénz a vásárlási idő modellben semleges, de nem szupersemleges.*

A *Friedman-szabály* ebben a modellben is optimális. Mivel a pénz előállításának társadalmi költsége továbbra is nulla, ezért optimumban a pénz határterméke, ψ_m is nulla, ami (3.18c) alapján csak $i = 0$-ra teljesülhet (Walsh [2003], 100.o.). A háztartás számára az az optimális, ha a lehető legkevesebb időt tölti vásárlással, azaz ha a reál pénzállománya maximális. Az optimum akkor érhető el, ha létezik telítődési pont a pénzből, egyébként csak megközelíthető (ld. Ljungqvist–Sargent [2004], 869.o.).

[19] Hosszú távú egyensúly létezését tőkét nem tartalmazó, lineáris termelési függvényt feltételező, kormányzati vásárlásokat és jövedelemadót figyelembe vevő, hasonló vásárlási idő modellre bizonyítja pl. Herrendorf–Valentinyi [1999], 95-96.o.

A Friedman-szabály optimalitása tehát általános érvényű a tárgyalt elméletekben, ahogy a 3.4-ben erre még visszatérek. Hogy mennyire általános, azt éppen vásárlási idő modellek segítségével mutatták meg. A Friedman-szabály optimalitásának eredményét ugyanis annak tulajdonították, hogy a modellgazdaságban nincsen más torzítás, tehát a kormányzat például képes egyösszegű adók kivetésére, illetve transzferek nyújtására. Ha erre nem lenne lehetősége, hanem csak az allokációt torzító jövedelemadókra támaszkodhatna, akkor valószínűleg az lenne kívánatos, ha kiadásai egy részét nem a torzító adókkal fedezné, hanem például pozitív seigniorage bevétele lenne, ami pozitív nominális kamatlábat feltételez. Isabel Correia és Pedro Teles azonban egy vásárlási idő modellben bizonyították, hogy ez a következtetés téves: ha a pénz előállítása nem költséges és a tranzakciós technológia κ-adfokon homogén, akkor (tetszőleges κ-ra) ebben az esetben is optimális a Friedman-szabály (Correia–Teles [1996], 228., 239-240.o.).[20]

A vásárlási idő modellben a pénz elsődlegesen csereeszköz, és ebből adódik értékmérő és értékőrző funkciója is. A hasznos pénz modellek feltevésével szemben nem közvetlenül nyújt hasznosságot, hanem közvetetten, tranzakciós költségeket csökkentő szerepén keresztül. A likviditási korlát merev feltételezése helyett pedig itt idő és pénz rugalmasan helyettesíthetik egymást (míg ott tulajdonképpen a korlátig a vásárlási időt nullának, azon felül végtelennek feltételezik, ld. Walsh [1999], 100.o.). A modell tehát részben magyarázatot ad mind arra, honnan származhat a pénz hasznossága, mind arra, miért használják a tranzakciókhoz. Ugyanakkor világos, hogy ennek ellenére ez is csak egy közelítő megoldás, egy szinttel mélyebbről indítja az elemzést, de a tranzakciós technológiát csak feltételezi, exogén adottságként kezeli, nem magyarázza meg, mi lehet pénz például, tehát a másik kettő megközelítéshez hasonló kritikákkal ez is illethető (ld. uo.).

3.4. A három stratégia általános értékelése

Az előző alfejezetekben bemutatott modellek számos közös vonással bírnak, lényegében ugyanazon struktúra különböző, a pénz pozitív egyensúlyi értékét, keresletét biztosító feltevésekkel módosított változatai. A modellek hasonlóságaira, sőt helyenként egymásnak való megfeleltethetőségére is utaltam

[20] A szerzők azt is megmutatják, hogy ha a pénz költségesen állítható elő, akkor a pénz optimális adóztatása a homogenitás fokának (κ) függvénye lesz (229-232.o.). Érdemes még megjegyezni, hogy a Baumol, illetve Tobin által adott pénzkeresleti összefüggések a fenti modellből 0-adfokon homogén tranzakciós technológia feltevésével adódnak (ld. pl. Herrendorf–Valentinyi [1999], 93-94.o. vagy Correia–Teles [1996], 224. és 226-227.o.).

már korábban. A belőlük származó eredmények egymáshoz nagyon hasonlóak, s talán az is érezhető volt, hogy e mögött a részletek eltérései ellenére a modellek alapvetően hasonló kiinduló felfogása áll. Ezt támasztja alá Robert Feenstra tanulmánya (Feenstra [1986]), aki megmutatja, hogy bizonyos feltevések esetén a három bemutatott stratégia valójában ekvivalens egymással – erről szól a 3.4.1-es szakasz. Az ezt követő, 3.4.2-es szakaszban pedig a modellek közös vonásai közül emelek ki összefoglalóan néhányat, illetve az azokra általában érvényes kritikákkal foglalkozom.

3.4.1. A három megközelítés ekvivalenciája

Feenstra tanulmányának kiindulópontja a hasznos pénz modellekkel szemben felhozott kritikákhoz kapcsolódik (ld. a 3.1.3. szakaszt, 41.o.). A pénz közvetlen hasznosságának feltételezése csupán egy tranzakciós költségeket vagy bizonytalanságot figyelembe vevő modell redukált formájaként fogható fel, s ahogy Kareken és Wallace nevezik, ez valójában „implicit elméletalkotás", így a modell konzisztenciája nem ellenőrizhető.[21] Feenstra ezért fontosnak tartja annak vizsgálatát, vajon a modell valóban levezethető-e egy tranzakciós költségeket vagy bizonytalanságot leíró megközelítésből (Feenstra [1986], 271-272.o.).

A szerző olyan modelleket vesz alapul, ahol valamilyen reál likviditási költség ($\phi(c, m)$) jelenik meg a költségvetési korlátban, miközben a hasznosság (U) csak a fogyasztás függvénye (az időindexeket az egyszerűség kedvéért itt elhagyom). A likviditási költség azt az összeget jelenti reál értelemben, amelyet c mennyiség elfogyasztása érdekében ki kell fizetni, s amely c növekvő- és m csökkenő függvénye (uo. 272-273.o.). Feenstra először megmutatja, hogy egy ilyen felírás megközelítően levezethető a pénzkereslet hagyományos modelljeiből, mint amilyen (többek között) Baumol [1952] és Tobin [1956] (uo. 273-277.o.), de utal arra is, hogy ez más, általa a tanulmányban nem vizsgált megközelítésekre is igaz, mint például a vásárlási idő modell (ld. a 3.3-as alfejezetet)[22]. A hasznos pénz modellben a hasznosság a fogyasztás (x) és a reál pénzállomány függvénye, azaz a szerző jelölésével $V(x, m)$. A két költségvetési korlát nyilvánvalóan azonos, ha $x = c + \phi(c, m)$, ezért a két modell ekvivalens, ha a hasznossági függvényekre minden c, m, x-re teljesül, hogy $U(c) \equiv V(x, m)$. Ebben az esetben x bruttó fogyasztásként értelmezhető, mely a nettó fogyasztáson (c) túl az annak megszerzéséhez felhasznált

[21] Kareken–Wallace: Introduction, 4.o., megj.: Kareken, John H. – Wallace, Niel /szerk./ [1980]: *Models of Monetary Economies.* Federal Reserve Bank of Minneapolis, Minneapolis, 1-9.o.

[22] A vásárlási idő modellről mint a hasznos pénz modellek speciális esetéről beszél pl. Woodford [1990], 1092.o.

likviditási költségeket is tartalmazza. A két megközelítés tehát funkcionálisan ekvivalens, azaz (U, ϕ) ekvivalens V-vel, ha minden c és m-re:

$$U(c) \equiv V[c + \phi(c, m), m] \tag{3.20}$$

Feenstra a könnyebb kezelhetőség kedvéért egy másik, U-tól függetlenül megfogalmazható kritériumot is ad erre. A $W(x, m) = U^{-1}[V(x, m)]$ definíciót használva ugyanis (3.20) a következőképpen írható:

$$c \equiv W[c + \phi(c, m), m], \tag{3.21}$$

s ϕ-t ekvivalensnek tekinti W-vel, ha (3.21) minden c-re és m-re teljesül (uo. 279-280.o.). Ha mind a likviditási költségre, mind a W függvényre nézve bizonyos (nagyrészt sztenderd) feltételezésekkel élünk (278., ill. 281.o.), akkor az ekvivalencia bizonyítható, azaz minden a feltevéseknek megfelelő ϕ-hez létezik egy ekvivalens, a rá vonatkozó feltételeket teljesítő W (a bizonyítást a cikk függeléke tartalmazza, 286-288.o.). A feltevések alapján V konkávitása általában nem garantált, azt pótlólagosan kell előírni. Feenstra is elsősorban a V-re az explicit likviditási költségeket feltételező levezetésből adódó tulajdonságokat, kiemelten a másodrendű vegyes parciális deriválát (V_{xm}) előjelét vizsgálja, és azt találja, hogy ez általában nemnegatív, de elégségesen konkáv U hasznossági függvényekre bizonyos tartományban negatív is lehet. A függvény akkor elégségesen konkáv, ha a relatív kockázatelutasítás indexe ($R_U = -(cU'')/U' \geq 0$) viszonylag nagy pozitív érték (281-282.o.; a Baumol-Tobin-féle modellben például $V_{xm} > (<)\, 0$, ha $R_u < (>)\, 1$, ld. 283.o.).

A likviditási korlátos modell pedig ekvivalens egy Leontief-típusú hasznossági függvénnyel felírt hasznos pénz modellel, azaz tulajdonképpen ez a megközelítés a pénzt tartalmazó hasznossági függvények speciális esetének tekinthető (uo. 285.o.). A Leontief-típusú hasznossági függvényben a fogyasztási javak és a pénz helyettesítési rugalmassága nulla, ami azt vonja maga után, hogy ez a felírás pozitív másodrendű vegyes parciális deriválttal jellemezhető hasznossági függvényekkel közelíthető. A szerző szerint ebből következik, hogy a likviditási korlátos modellek tulajdonságai kvalitatíve olyan hasznos pénz modellekéhez lesznek hasonlóak, ahol a fenti derivált (V_{xm}) pozitív (ld. 285-286.o.).[23]

[23] A hiteljószágokat is tartalmazó likviditási korlátos modellben a készpénzes javak és a reál pénzállomány közötti helyettesítési rugalmasság lesz nulla; Stockman [1981] modelljének következtetéseivel viszont ilyen párhuzam nem vonható, mert az általa alkalmazott felírási mód eltér az itt vizsgált likviditási korlátos modellekétől (ld. uo. 285.o. 9. lábjegyzet és 286.o.). Hiteljószágokat is tartalmazó modell hasznos pénz modelleknek való megfeleltethetőségére ld. még Woodford [1990], 1084. és 1090.o.

3.4.2. Közös vonások, kritika

Az egyes megközelítések előző szakaszból következő formális ekvivalenciája alapján nem meglepő, hogy azokból hasonló eredmények is adódnak. Ez a 3.1.3., 3.2.2. és 3.3.2-es szakaszok alapján jól nyomon követhető. A közös vonásokból ebben a részben egyet emelek ki és vizsgálok meg közelebbről: a Friedman-szabály optimalitását, mert egyrészt ez a legegyértelműbben adódó közös következtetése a tárgyalt modelleknek, másrészt ez alapján a fejezet megközelítésmódjának általános kritikája is kézenfekvően mutatható be. Woodford [1990] tulajdonképpen kizárólag a Friedman-szabály elemzésével, az azzal kapcsolatos kérdések részletes vizsgálatával foglalkozik, ezért ebben a részben nagyban követem az ő munkáját.

Woodford két formában fogalmazza meg Friedman eredményét. Az úgynevezett *gyenge formában* a Friedman-szabály szerint a monetáris gazdaság egyensúlyi erőforrás-allokációja csak nulla nominális kamatláb esetén hatékony (vagy sztochasztikus hozamoknál nincsen olyan eszköz, amelynek nominális hozama soha nem negatív és néha határozottan pozitív, azaz szigorúan dominálja a pénztartással elérhető hozamot). *Erős formában* a Friedman-szabály ezen túlmenően a monetáris politika számára fogalmaz meg ajánlást: a jólét szempontjából legjobb monetáris politika (amely maximalizálja a reprezentatív fogyasztó jólétét vagy heterogén gazdasági szereplők esetén valamilyen átlagos jóléti mértéket) a pénzkínálat bővülési ütemének olyan alacsonyan tartása (valószínűleg annak folyamatos és egyenletes ütemű csökkentése), amely a lehető legalacsonyabb nominális kamatlábat eredményezi (tipikusan nullát; ld. Woodford [1990], 1070-1071.o.). Woodford megfogalmazásában az állítás még az erős formában sem hivatkozik a pénzmennyiség csökkentésének konkrét, a gazdaság reálváltozói által meghatározott ütemére, azaz eltér a szokásos megfogalmazásoktól. Ha ugyanis az egyensúlyi reálhozam független a pénznövekedés ütemétől, akkor nulla nominális kamatláb a pénzmennyiség reálhozamnak megfelelő ütemű csökkentésével érhető el. De ez csak a pénz szupersemlegessége esetén áll fenn, ami meglehetősen speciális eredmény, az itt tárgyalt esetekben sem teljesült általában. Ezért a szerző ennél általánosabb formában adja meg Friedman állítását, hogy annak érvényességét a szupersemlegesség nem-teljesülésétől függetlenül vizsgálhassa (uo. 1071.o.).

Woodford eredményei azt mutatják, hogy az állítás gyenge formája a monetáris gazdaságok modelljeinek széles körére teljesül (az itt bemutatott három lehetőség mellett például a 25. oldalon említett, jogi korlátozások különböző formáit tartalmazó modellekre is; uo. 1073-1080.o.), de az erős forma csak jóval speciálisabb feltételek mellett érvényes (megmutatja például stacionárius egyensúlyban szabadidőt is figyelembe vevő hasznos pénz modellekre vagy különböző likviditási korlátos modelltípusokra, 1080-1085.o.). Ha a kormányzat a gazdaságpolitikai eszközök széles körére támaszkodhat, akkor a második jóléti tétel értelmében a teljes Pareto-határ elérhetővé válik, azaz nyilván valamely Pareto-hatékony állapot elérése lesz kívánatos. De ha például bármilyen típusú egyösszegű adók, illetve transzferek alkalmazhatóak, akkor az optimális erőforrás-allokáció pénz nélkül is megvalósítható, azaz az optimális monetáris politika kérdése éppen a gazdaságpolitikai eszközök korlátozottsága esetén merül fel. Ekkor a Pareto-határ általában a monetáris politika segítségével sem lesz teljes mértékben elérhető, a nulla nominális kamatláb tehát bár a Pareto-optimum szükséges, de nem feltétlenül elégséges feltétele (uo. 1085-1086.o.).

Az egyik lehetséges példa erre, amikor nem egyösszegű, hanem csak allokációt torzító, jövedelemarányos vagy fogyasztási adókat alkalmazhat a kormányzat, s ezek egyike az inflációs adó. Annak érdekében, hogy egyéb, torzító hatású adók használatát mérsékelni lehessen, pozitív seigniorage bevételre, azaz pozitív inflációra és nominális kamatlábra lehet szükség, mert az együttesen okozott torzítás mértéke esetleg így lehet a legkisebb. A 3.3.2. szakaszban azonban láttuk ennek az érvelésnek a cáfolatát (58.o.). Woodford hosszan elemzi, milyen feltételek mellett érvényes a következtetés, s azt találja, hogy a feltételek relevanciája a pénzre vonatkozóan megkérdőjelezhető, s különböző feltevések mind a Friedman-szabály optimalitását, mind pedig ennek ellenkezőjét eredményezhetik a bemutatott három modelltípus mindegyikében (uo. 1087-1092.o.).

Másik példa származtatható a pénz gazdaságokban játszott szerepét több vonatkozásban is túlzottan leegyszerűsítő, örökéletű reprezentatív egyéneket feltételező megközelítésmód kritikájából. A reprezentatív szereplők feltételezése miatt a pénzállomány gazdasági alanyok közti eloszlása állandó, a reprezentatív fogyasztó mindig bizonyos pozitív pénzmennyiséget tart, abból ugyanis annak ellenére előnye származik, hogy ezt az összeget valaha felhasználná. A hasznos pénz vagy a vásárlási idő megközelítések nem írják le expliciten ezeknek az előnyöknek a forrását, a likviditási korlátos modellekben pedig (bár expliciten megjelenik, miként segíti, változtatja meg a csere lehetőségeit a pénz jelenléte), a reprezentatív szereplőkkel összeegyeztethető csere jellege rendkívül mesterséges. Az időszak egy részében senki nem rendelkezik a pénzállománnyal, a vásárlásra elköltött pénz csak bizonyos idő elteltével válik az eladó által felhasználhatóvá, és ennek a késésnek a feltételezése a pozitív egyensúlyi pénzkereslet létezéséhez elengedhetetlen. A pénztartás előnye a valóságban ezzel szemben sokkal inkább az, hogy a pénzállomány bizonyos helyzetekben felhasználható, és ezzel bővíti a fogyasztási lehetőségeket. A pénzállomány csökkenése valakinél szükségképpen más pénztartását növeli – ami csak heterogén gazdasági szereplőket feltételezve ragadható meg. Ha a jövedelem vagy a preferenciák változhatnak, akkor a pénztartás az önbiztosítás (nem teljes piacoknál akár egyetlen) eszköze lehet ezek következményeivel szemben, azaz óvatossági pénzkeresletről beszélhetünk. Ebben az esetben a monetáris expanzió megteremtheti ennek az önbiztosítási lehetőségnek a kielégítő kínálatát akkor, amikor például információs problémák miatt más biztosítási szerződések kötésére nincs lehetőség; a Friedman-szabály tehát még egyösszegű adók feltételezése esetén sem feltétlenül kívánatos (uo. 1092-1094.o.). Sztochasztikus exogén jövedelem mellett elképzelhető, hogy nem létezik monetáris (pozitív reál pénzmennyiséggel jellemzett) egyensúly a Friedman-szabály közelítő alkalmazásakor (1100-1101.o.), de adható olyan példa is, ahol a monetáris politikával elérhető a Pareto-optimum, de ehhez a pénzállomány bővítésére van szükség (1102-1105.o.).

Az is lehetséges, hogy bár a Friedman-szabállyal érhető el, és valóban megvalósítható a Pareto-optimális állapot, ez azonban nem kívánatos. A 4.1-es alfejezetben bemutatásra kerülő együttélő nemzedékek modelljeiben például csak a pénzállomány csökkentése vagy változatlanul tartása lehet Pareto-optimális, de csak utóbbi maximalizálja a stacionárius hasznosság szintjét. Itt tulajdonképpen minden Pareto-optimum valamilyen társadalmi jóléti függvény maximumát adja, de közülük a legmagasabb pénznövekedési ütem maximalizálja az „igazságosnak" tűnő, egyenlő súlyokkal átlagolt társadalmi jólétet, míg a többinél a korábbi generációk súlya meghaladja a később születettekét (1105-1110.o.). Az sem biztos, hogy a stacionárius hasznosság legnagyobb szintjét elérő monetáris politika azok közé tartozik, amelyek Pareto-optimumra vezetnek, ahogy igaz ez általában a piaci tökéletlenségeket is figyelembe vevő modellekben, ahol ezáltal létezhetnek a pénzt hozamában domináló alternatív eszközök is. A szerző erre az együttélő nemzedékek modelljében jogi korlátozások esetére mutat példát (1110-1112.o.), de megemlíti, hogy hasonló eredményekre vezetne hasznos pénz vagy likviditási korlát feltételezése is (1112.o.). Az eredmény szempontjából lényeges feltevés a gazdaságpolitikai eszközök korlátozottsága (ehhez ld. a kifejtést és a kommentárt az 1112-1116. oldalon). Woodford tehát arra hívja fel a figyelmet, hogy a véges élettartam feltételezése egyáltalán nem semleges a jóléti következtetések szempontjából, hiszen az ebben a fejezetben bemutatott megoldásokat és az együttélő nemzedékek struktúrát ötvöző modellekben a Friedman-szabály optimalitásával kapcsolatos eredmények eltérnek az örökéletű fogyasztókat feltételező pénzmodellekben tapasztalttól (1119.o.).

További ellenérvek hozhatóak fel a Friedman-szabállyal szemben, ha nem szorítkozunk stacionárius egyensúly vizsgálatára. A pénzt tartalmazó modellekben racionális várakozások esetén az egyensúly ugyanis gyakran nem egyértelmű, így az optimálistól eltérő szabály preferálható lehet, ha annak alkalmazása nem kívánatos egyensúlyi helyzeteket is kiválthatna (1087.o.).

Woodford megmutatja, hogy több egyensúly létezése (például spekulatív defláció lehetősége) alacsony pénznövekedési ütemnél valószínűbb, azaz ha az árszínvonal meghatározottsága, kiszámíthatósága kívánatos cél, akkor érdemes lehet az optimálisnál magasabb pénznövekedési ütemet választani (1119-1122.o.).

Összefoglalóan azt mondhatjuk, hogy mindhárom megközelítés valamilyen ad hoc feltevésre épül, azon keresztül ad a pénznek értéket. A modellek nagyon hasonlóak, bizonyos feltevések mellett ekvivalensek, ezért az azokból adódó következtetések is nagyjából azonosak. A velük szemben felhozható kritikai észrevételek egyrészt az alkalmazott feltevés nem kielégítő megalapozottságára, másrészt az általános modellkeretre (örökéletű reprezentatív szereplők feltételezése) irányulnak.

3.5. Ragadós árak

Az előző alfejezetekben végig az árak azonnali alkalmazkodását tételeztük fel. Rugalmas árak mellett az inflációnak elsősorban az inflációs adón keresztül lehet reálhatása. Az itt bemutatott modellek sztochasztikus változataiból adódó eredmények alapján azonban ezek a reálhatások igen átmenetiek, és nagyságrendjük is kicsi. A nominális merevségek feltételezése viszont jelentősen növelheti a modellből következő reálhatások mértékét és tartósságát. A korábbi modellekben ugyanis a monetáris politika hatásmechanizmusa vázlatosan a következő csatornán keresztül érvényesült: a nominális pénzmennyiség változásának üteme befolyásolta az inflációt és ezen keresztül a pénztartás alternatív költségét, ami hatással lehetett a munkaerő–szabadidő vagy például a készpénzes és hiteljószágok közötti választásra. Ezek a helyettesítési (reál)hatások azonban empirikusan kismértékűnek tűnnek, különösen az ökonometriai eredményekből következő reálhatások mértékéhez viszonyítva. A nominális pénzállomány emellett megjelenik a háztartások költségvetési korlátjában és a likviditási korlátban vagy a hasznossági függvényben is, de mindig csak reálértékben. Tökéletesen rugalmas árak mellett a nominális pénztömeg változása általában nem befolyásolja annak reálértékét, de ha az árak nem alkalmazkodnak azonnal és tökéletesen, akkor ideiglenesen a reál pénzállomány is megváltozik, ami egy újabb, kvantitatíve fontos csatornán keresztül hat az egyensúlyi reálallokációra. Ezért képesek ezek a modellek jobban magyarázni az ökonometriai módszerekkel kimutatott erőteljesebb és tartósabb reálhatásokat (Walsh [2003], 199-200.o.).

Számos tanulmányt lehetne említeni a témában, de a rövidség kedvéért most elsősorban két összefoglaló jellegű munkára támaszkodom: Jordi Galí 2001-es tanulmányára és Michael Woodford 2003-es könyvére. A modellek többsége ragadós árakat feltételez, miközben eltekint más nominális merevségektől, illetve néhány munka az ármerevségek mellett a bérek merevségét is feltételezi. Woodford röviden indokolja az ármerevségek figyelembevételének preferálását. Egyrészt nyilvánvalóan a csak egyféle nominális merevséget vizsgáló modellek egyszerűbbek. Az inflációt a gyakorlatban valamilyen árindex segítségével mérik (nem tartalmazza a bérinflációt), így az inflációt meghatározó tényezők elemzésére törekvő elméletben elkerülhetetlen az árupiac modellezése, s ugyanígy a nominális kamatot is az árinflációra vonatkozó várakozások befolyásolják. Az árak meghatározása tehát szükségképpen megjelenik valahogy a modellekben. Endogén kínálat megjelenítése azonban a munkaerőpiac explicit leírása nélkül is lehetséges, így a bérmeghatározódás folyamata nem ugyanilyen feltétlen módon része a használt elemzési kereteknek. Többen úgy vélik, a munkaszerződés hosszú távú jellege miatt a bérek merevsége nem is jelenti mindenképpen a munkaerővel kapcsolatos nominális költségek merevségét, azaz nem jár szükségképpen allokációs következményekkel. Ennek ellenére empirikusan realisztikusabbnak tűnik az ármerevségek mellett a bérek merevségét is figyelembe venni (Woodford [2003], 140.o.).

A modellek tulajdonképpen a keynesi és a neoklasszikus elmélet egyfajta szintézisét valósítják meg, amennyiben keynesi elemeket (nominális merevségek) integrálnak alapvetően neoklasszikus, dinamikus általános egyensúlyelméleti keretbe (gyakran újkeynesi vagy az előbbiek miatt új neoklasszikus szintézismodelleknek nevezik őket, Galí [2001], 1.o.). A neoklasszikus elmélet megközelítésmódjától a merev árak feltevésében különböznek, valamint ezek bevezetéséhez általában a tökéletes versenytől is eltekintenek. A hagyományos keynesi elemzéssel szemben azonban nagy hangsúlyt kap az elméleti, mikroökonómiai megalapozás, a szereplők preferenciáit leíró, dinamikus optimalizáción alapuló egyensúlymeghatározás. Galí tanulmánya főleg a modellek ebből fakadó, a keynesi elmélethez képest újnak tekinthető következtetéseit, elemeit tárgyalja. Ezeket foglalom össze az 3.5.2-es szakaszban, miután először röviden bemutatom a modellek fő elemeit (3.5.1-es szakasz).

3.5.1. Merev árakat tartalmazó modellek alapelemei

Az ármerevségek figyelembevételéhez differenciált jószágokat és általában differenciált munkaerőt feltételeznek. Mindenki rendelkezik valamilyen megkülönböztethető fajtájú munkaerővel, amely valamely termék termelésére alkalmas, ugyanakkor mindenki a gazdaság összes jószágából álló kompozit terméket fogyasztja. A termékek piacát a monopolista verseny jellemzi, azaz az eladók áraik meghatározásakor a keresleti függvényre gyakorolt hatást is tekintetbe veszik (pl. Woodford [2003], 143-151.). A rugalmas árak feltevése természetesen többféleképpen feloldható. Az egyik lehetőség, hogy az árakat egy periódussal előre rögzítik. Ebben az esetben belátható, hogy a monetáris politika (szemben a rugalmas árak esetével) hat a reál tevékenységre, de csak amennyiben nem várt változásokat okoz a nominális kiadásokban (uo. 155-158.o.). A modell általánosításából (amikor bizonyos árak rugalmasak, mások előre rögzítettek) az újklasszikus Phillips-görbe vezethető le (uo. 158-163.o.). Az ebből adódó következtetések azonban inkonzisztensek az empirikus irodalom eredményeivel, hiszen csak az azonnali és meglepetésszerű, azaz nem várt változások hathatnak a reálgazdaságra, emiatt az outputra gyakorolt hatás nem előre jelezhető, és legfeljebb az árak rögzítésének idejéig tart. Az adatokból következő tartóssághoz hosszú ideig változatlan árakat kellene feltételezni, ami ugyancsak nem realisztikus (uo. 173-176.).

Másik lehetőség tartós hatás elérésére, hogy az árak rövidebb periódusokban rögzítettek, de azokat nem egyszerre változtatják, azaz ezek a periódusok átfednek, amit lépcsőzetes vagy szakaszos árképzésnek nevezhetünk (angolul *staggered pricesetting*). Ez az átlagos árszínvonal lassú alkalmazkodását okozza akkor is, ha az ármeghatározás optimalizáción alapul, relatíve gyakori, és racionális várakozásokat tételezünk fel. Az irodalomban elterjedt módszer erre az ún. Calvo-féle árazás: az árak θ hányada egy adott periódusban változatlan marad, míg $1-\theta$ részükről újra döntenek.[24] Az árváltoztatás lehetőségének valószínűsége független az egyes időszakokban, ami szintén nem realisztikus feltevés, de viszonylag könnyen kezelhetővé teszi a modellt, ami a lépcsőzetes ármeghatározás miatt mégis képes a kibocsátás hosszabban tartó és előre jelezhető fluktuációját okozni (uo. 176-177.o.). Ez az a sztenderd modell, ami a monetáris politika elemzésének alapvető eszközévé vált (uo. 177-197.o., illetve ezt ismerteti Galí is). Ebből is levezethető egy aggregált kínálati összefüggés, az inflációs dinamika és a reálkibocsátás közti strukturális viszony, az ún. újkeynesi Phillips-görbe (uo. 187.o. és az itt idézett formát új Phillips-görbe néven ld. Galí [2001], 9.o.):

$$\pi_t = \beta E_t\{\pi_{t+1}\} + \kappa x_t, \tag{3.22}$$

ahol π az infláció, $x_t = y_t - \bar{y}_t$ a tényleges és a természetes (potenciális) kibocsátás különbsége, a kibocsátási rés (angolul *output gap*), β a diszkonttényező, κ pedig a modell paramétereitől függő konstans. A modell legfontosabb, a tradicionális keynesi elmélethez képest új következtetése éppen a fenti Phillips-görbéből adódik, ahogy azt a következő szakaszban láthatjuk.

[24]Használják emellett még az ún. Rotemberg-féle árképzést, ahol az árváltoztatás költséges, és ebből adódik az árak nem tökéletes rugalmassága. Ld. pl. Benhabib et. al. [2001a] és [2001b].

3.5.2. A modellek lényeges és újszerű tulajdonságai

A lépcsőzetes árképzést feltételező, dinamikus optimalizációs modellek legfontosabb megkülönböztető vonása az infláció előretekintő jellege. Ez minden olyan modellnek szükségszerű jellemzője, ahol az ármeghatározó vállalatok nem változtathatják tetszőleges gyakorisággal áraikat. Az árak felülvizsgálatakor számolnak azzal, hogy azok egynél több periódusra is érvényben maradhatnak, azaz döntésüket a jövőbeli költség- és keresleti feltételekre vonatkozó várakozásaik is befolyásolják (Galí [2001], 2.o.). Formálisan ez az újkeynesi Phillips-görbe időben előrefelé történő megoldásából (angolul *solving forward*, azaz a változók, itt π jövőbeli értékeinek kifejezésével és az egyenletbe való behelyettesítésével nyert megoldásból) látható:

$$\pi_t = \kappa \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k E_t\{x_{t+k}\},$$

Az inflációt tehát a jövőben várt kibocsátási rések határozzák meg, a múltbeli infláció abban nem játszik szerepet. Vitatott, hogy ez mennyire áll összhangban az adatokból következő jellemzőkkel. Az empirikus vizsgálatok kezdetben egyértelműen arra utaltak, hogy a hagyományos, visszatekintő Phillips-görbe jobban megfelel a valóságnak, de későbbi eredmények ezt megkérdőjelezték, és a kibocsátási rés mérésére használt nem megfelelő mutatóknak tulajdonították (uo. 9-12.o. vagy Woodford [2003], 204-207.o.). Ennek ellenére bizonyos következtetések valóban ellentmondanak az adatoknak, mint például a nominális kiadásokat megváltoztató monetáris politika modellből adódó azonnali hatása az inflációra. Gyakran alkalmaznak ezért egyszerű módosításokat annak érdekében, hogy az eredmények jobban összeegyeztethetőek legyenek az ökonometriai irodalommal. Az egyik lehetőség annak feltételezése, hogy a megváltoztatott árak csak bizonyos késéssel lesznek érvényesek a piacon, ekkor az inflációra gyakorolt hatás nyilván nem lehet már azonnali (Woodford [2003], 207-213.o.). Hasonló lehetőség annak feltételezése, hogy két optimális ármeghatározás között az árak nem rögzítettek, hanem valamilyen mechanikus szabály alapján változnak, például a múltbeli infláció alapján indexálják azokat, ami visszatekintő elemet vinne a fenti felírásba (uo. 213-218.o., illetve Galí [2001], 11-12.o.).

Másik fontos jellegzetesség a kibocsátási rés (az infláció meghatározásában és gazdaságpolitikai célként is) meghatározó szerepe, de itt jelentése egyértelmű, ahogy a potenciális outputé is: ez a kibocsátás egyensúlyi szintje rugalmas árak esetén. A technológiára és preferenciákra tett bizonyos feltevések mellett erre meghatározható mérőszám erősen eltér az empirikus munkákban általában használt hagyományos mutatóktól, ahol a potenciális kibocsátást valamilyen időben egyenletes trendnek tekintik. Valójában az egyensúlyi output a körülmények változásához igazodik, az elméletből inkább ennek volatilitása következik, ami megkérdőjelezi a hagyományos mutatószámok használatával készült empirikus elemzések alkalmazhatóságát (uo. 2., 12-13.o. és Woodford [2003], 205-206.o.). Galí [2001] ugyancsak kiemeli, hogy a transzmissziós mechanizmus alapvetően a kamatcsatornán keresztül érvényesül (2., 13-16.o.), és a feltételezések a modellgazdaság nem monetáris eredetű sokkokra adott reakcióit is jelentősen befolyásolják (2-3., 17-18.o.).

Az optimalizáló magatartás explicit figyelembevétele alkalmassá teszi a modelleket hasznosságon alapuló jóléti elemzésre is. Ez alapján elmondható, hogy az alapmodellben az optimális gazdaságpolitika teljesen stabilizálja az árszínvonalat és a kibocsátási rést, és ez megvalósítható, mivel nincsen átváltás, trade-off a kettő között, azaz a kettő nemcsak egymás rovására stabilizálható. A modellben inflációs adós megfontolásoktól teljesen függetlenül adódik a nulla infláció optimalitása: így lehet kiküszöbölni a lépcsőzetes árképzés okozta torzításokat (uo. 3., 18-23.o. vagy Woodford [2003], 12-13.o.). Az optimális szabály azonban nem feltétlenül valósítható meg a gyakorlatban, mert ehhez a jegybanknak a valóságosnál nagyobb információs bázissal kellene rendelkeznie. Belátható ugyanakkor, hogy bizonyos egyszerű gazdaságpolitikai szabályok (elsősorban a Taylor-szabály[25]) az optimális politika jó közelítésének tekinthetők. Ez azonban nem mondható el olyan mechanikus szabályokról, mint a pénzmennyiség konstans ütemű növelése vagy a nominális kamatszint rögzítése (Galí [2001], 3., 23-28.o.). Érdekes eredménye a modelleknek az is, hogy a diszkrecionális gazdaságpolitikával szemben az explicit kötelezettségvállalás (szabályok melletti elköteleződés, ahol nem exogén, mechanikus szabályokról van szó; a kívánatos szabályokról lásd Woodford [2003], 2. és 14-24.o.) még olyankor is előnyös, ha egyébként a monetáris hatóság mentes az inflációs hajlamtól, azaz nem akarja a kibocsátást annak természetes szintje fölé emelni (Galí [2001], 3., 29-33.o.).

Az alfejezet bevezetőjében említettem (65.o.), hogy realisztikusabbak a bérmerevségeket is figyelembe vevő modellek. A feltételezés ráadásul alapvetően befolyásolja az optimális monetáris politikára nézve levonható következtetéseket, ugyanis ebben az esetben már létezik trade-off az infláció és a kibocsátási rés stabilizálása között, a jegybank ezért nem lesz képes a nominális merevségek miatti torzítások teljes megszüntetésére. Az optimális politika a kibocsátási rés, az ár- és bérinfláció stabilizálására törekszik, de ennek tökéletes megvalósítására nem képes. Az optimális allokáció közelítésére törekvő gazdaságpolitikának azon árak, illetve bérek stabilizálására

[25] A Taylor-szabály többféleképpen írható, egyik formája például: $r_t = \rho + \phi_\pi \pi_t + \phi_x x_t$, azaz a nominális kamatláb az infláció és a kibocsátási rés adott időszaki értékeire reagál, ld. Galí [2001], 24.o. Hasonló a Taylor által becsült egyenlet is, ld. Woodford [2003], 40.o.

kell nagyobb hangsúlyt fektetnie, melyek merevebbek (uo. 3-4., 33-37.o. vagy Woodford [2003], 13-14., 218-236.o.).

A nominális merevségeket tartalmazó modellekben gyakran úgy vizsgálják a monetáris politikát, hogy azokban tulajdonképpen nincsen pénz (készpénz nélküli gazdaság esete, pl. Woodford [2003], 31-37., 62-101.o.), azaz a pénz valójában csak elszámolási egység: nincsenek a modellekben olyan monetáris súrlódások, melyek szükségessé tennék valamilyen tranzakciókat könnyítő eszköz használatát. Woodford ezzel kapcsolatban azzal érvel, hogy a monetáris súrlódásokat is tartalmazó modell eredményei (ehhez a hasznos pénz megközelítést használja, uo. 102-123.o.) nem térnek el jelentősen a készpénz nélküli gazdaságra levonható következtetésektől, azaz ez jó közelítésként fogadható el (ld. 102. vagy 123.o.). A merev árakat feltételező modellek mindenesetre a monetáris politika vizsgálatának fontos és gyorsan fejlődő terepévé váltak, de az itt adott rövid bemutatás kevés ahhoz, hogy ez alapján általános értékelésükre vállalkozni lehessen.

4. fejezet

A pénz alternatív modelljei

„ ... A pénz szolgáltatásai nem a közvetlen hasznosságban vagy termelésben mutatkoznak meg, hanem a cseréből, az elköltött pénz hasznosságából származtathatóak. A kihívást annak explicitté tétele jelentette, hogyan lehet levezetni a pénz*tartás* hasznosságát a cserefolyamatban *elköltött* pénz hasznosságából. Ehhez súrlódásokat tartalmazó csereelmélet szükséges, amit a neoklasszikus elmélet nem teremtett meg.”
/Jürg Niehans[1]/

Az előző fejezet modelljeinek közös vonása az örökéletű reprezentatív gazdasági szereplők feltételezése. A pénz modellezésére ugyanakkor ettől eltérő keretben is történtek próbálkozások. Az egyik első gyümölcsözőnek bizonyult kísérlet a korábban (2.2.1. szakaszban) ismertetett alapstruktúra módosítására Samuelsonnak köszönhető. 1958-as művében a kamatlábak meghatározásának problémájára koncentrál, egyúttal megalkotja az együttélő nemzedékek modelljének nevezett elemzési keretet (angolul *overlapping generations*), amiről a következőképpen nyilatkozik: „ ... és előkészítettük egy a pénzt mint értékőrzőt és csereeszközt tartalmazó egyszerű modell elleni elszánt támadás útját.”[2] Ezt a korai kísérletet tárgyalja a 4.1-es alfejezet.

A 4.2-es rész ezzel szemben egy nagyon is késői pénzelméleti irányzatot mutat be röviden. A 2. fejezetben láttuk, hogy a pénz a sztenderd neoklasszikus, walrasi elméleti keretben értéktelen, szükségtelen jószág, és elemeztük ennek okait is. A 3. fejezetben különböző kísérleteket tekintettünk át, amelyek valamilyen módon lényegi jelentőséget tulajdonítanak a pénznek, annak valamilyen nélkülözhetetlen szerepe s ezáltal pozitív egyensúlyi értéke lesz

[1]Niehans, Jürg (1978): *The Theory of Money*, Johns Hopkins University Press, Baltimore; idézi Kiyotaki–Wright [1989], 941.o., angolul.

[2]Samuelson [1958], 467.o., angolul.

a modellgazdaságban. Maga az együttélő nemzedékek modellje is tulajdonképpen egy ilyen kísérlet – eltérő elemzési keretben. A fő kritika mindezen modellekkel szemben, hogy azok valójában nem írják le a pénz csereközvetítő szerepét: az együttélő nemzedékek modellje eltekint attól, ahogy ezt látni fogjuk a 4.1-es alfejezetben, a 3. fejezet különböző megközelítései pedig így vagy úgy, de exogén módon feltételezik a pénz nélkülözhetetlenségét.

Niel Wallace megjegyzi, hogy bár a közgazdászok régi meggyőződése alapján a pénz mint csereeszköz használatához olyan súrlódások léte vezetett, amelyek miatt a szándékok kölcsönös egybeesése (ld. 12. oldal) ritka vagy szinte lehetetlen, mégis olyan modelleket használtak a pénz elemzéséhez, melyek csupán „belökték" azt valahogy egy súrlódásmentes elméleti keretbe, az általános versenyzői egyensúly Arrow–Debreu modelljének világába (Wallace [1997], 2.o.). A 3. fejezetben és a 4.1-es alfejezetben bemutatott hasonló kísérletek alkalmasak ugyan monetáris politikai kérdések vizsgálatára, de nem képesek megmagyarázni, mi válhat pénzzé. A keresési elméletre épülő modellek erre tesznek kísérletet. Az irányzatot elsősorban Nobuhiro Kiyotaki és Randall Wright nevéhez kapcsolják, akik az elsők között alkottak meg olyan koherens modelleket, melyekben a szándékok egyezésének hiánya expliciten megjelenik és csereeszközök endogén kiválasztódását eredményezi (uo.).

A 4.2-es alfejezetben az ő munkájukra épülő modellekről adok egy rövid áttekintést bemutatva egy egyszerű kereséselméleti modell alapstruktúráját és fő következtetéseit, valamint néhány ezt bővítő, kiterjesztő, módosító munkát és azok eredményeit.

4.1. Együttélő nemzedékek modellje

A 2.2.2-es szakaszban láttuk, hogy a cseréhez a gazdasági szereplők heterogenitásának feltételezésére van szükség. Samuelson idézett cikkében ez az emberi életpálya szakaszokra bontásában, s a különböző szakaszok eltérésében jelenik meg. Az emberi életpálya során ugyanis valóban egymástól élesen elkülönülő periódusok követik egymást. A fiatalok dolgoznak, jövedelemre tesznek szert és megtakarítanak idős korukra, az idősek pedig már nem dolgoznak, így jövedelmük sincsen, megélhetésüket saját megtakarításaikból vagy valamilyen más forrásból kell fedezniük (pl. gyermekeik vagy a társadalom tartja el őket). Ez a probléma adja a modell alapötletét.

Mi következik a különböző életszakaszok és a különböző életszakaszban járó generációk együttéléséből a dolgozat fő problémája szempontjából? Ha minden időszakban két generáció él együtt[3], az első időszakban (fiatalon) az

[3]Samuelson – bár a kétperiódusos esetet is elemzi röviden – három periódust vizsgál, ahol az első kettőben az emberek termelnek, az utolsóban pedig nem.

egyébként generáción belül azonos egyének termelnek, majd a másodikban (idősen) nem, akkor az időseknek közvetlenül nem biztosított a fogyasztása. Ez még nem feltétlenül okoz lényegi változást, ha lehetőség van az öngondoskodásra, akkor egyszerűen nem végtelen időhorizonton, hanem két periódusra maximalizálja mindenki a hasznosságát a két periódus vonatkozó döntési lehetőségeit leíró költségvetési korlátok mellett. De milyen eszközzel biztosíthatja valaki magának a második időszaki fogyasztást? Ha feltesszük (újabb „súrlódást" vezetve be a rendszerbe), hogy az előállított fogyasztási jószág romlandó, nem tárolható, akkor nem lehet félretenni a következő időszakra. Az idősek nyilván megpróbálnak kölcsönkérni a fiataloktól, de valószínűleg nem sok sikerrel. Hiszen nincs lehetőségük a kölcsön közvetlen visszafizetésére: mire a ma fiataljai idősek lesznek és kölcsönre szorulnak, ők már nem lesznek életben. Fiatal korukban pedig nem törleszthetnek előre a majd őket segítőknek, mert ekkor ez a generáció még nem született meg. A kialakuló egyensúly nem Pareto-hatékony, ha ugyanis minden fiatal generáció eltartaná az akkor életben lévő időseket, a második periódusban mindenki jobban járna, és a pozitív fogyasztás lehetőségének hasznossága várhatóan meghaladná az első időszakban megtermelt jószágmennyiség egy részének elfogyasztásáról való lemondás haszonáldozatát (legalábbis akkor, ha a megtermelt mennyiség elegendő a teljes népesség eltartására, azaz mindkét időszakban pozitív fogyasztás realizálható).

Hogy lehet elérni a hatékony állapotot? Például valamilyen generációkon átnyúló *társadalmi szerződés*sel, amely biztosítja a korosztályok közötti átcsoportosítást, s hiteles, azaz minden generáció arra számít, hogy a következő is betartja majd a szabályokat. Másik lehetőség valamilyen *megtakarítási eszköz* bevezetése. Azaz itt lehet valamilyen szerepe a pénznek, ha azt bevezetjük a modellbe. Samuelson ennek lehetőségére a cikk utolsó fejezetében utal (481-482.o.). Ennek alapján kidolgozható olyan modellkeret, amelyben a pénznek sajátos szerepe, s így pozitív értéke van: megtakarítási eszköz, s ezáltal lehetővé teszi a generációk közötti cserét.
A modellben a pénz potenciálisan tehát tulajdonképpen társadalombiztosítás. Az együttélő nemzedékek modelljének mint pénzelméletnek egyik legrészletesebb kidolgozását Neil Wallace [1978] tartalmazza, összefoglalva és levezetve a modellből születő monetáris elmélet főbb következtetéseit.

Az együttélő nemzedékek modellje meglehetősen különbözik a többi megoldási szerkezettől, melyek a fenti, végtelen ideig élő reprezentatív egyéneket tartalmazó általános keret megtartásával próbálták az elméletet úgy módosítani, hogy az alkalmassá váljon a pénz elemzésére. A 3. fejezetben láthattuk, hogy bár ezek az egyes megoldási kísérletek a részletekben különböznek, alapstruktúrájuk valóban azonos. A monetáris politika általánosan használt elemzési eszközévé elsősorban éppen ez az elemzési keret vált, az együttélő nemzedékek modellje ugyanakkor mérföldkő a pénz közgazdaságtanának történetében, ezért véleményem szerint mindenképpen ismertetendő mint a pénz modellezésére született egyik első, korai megközelítés. A fentiek miatt ugyanakkor rövid ismertetésre, a részletek mellőzésére törekszem.

A következő alfejezetben (4.1.1.) egy sztenderdnek mondható alapmodellen mutatom be a főbb eredményeket, jellemzőket. A 4.1.2-es alfejezet néhány kiterjesztési lehetőséget ismertet, míg a 4.1.3-as a modellel szemben megfogalmazott főbb kritikákkal foglalkozik.

4.1.1. Alapmodell

Az együttélő nemzedékek modellje sokféle formában felírható. Lehet beszélni két- vagy többperiódusú életpályáról; lehet a lakosság konstans vagy változó (többnyire növekvő); fel lehet tételezni, hogy a jószágok romlandók, de azt is, hogy létezik valamilyen tartósítási technológia; el lehet tekinteni a termeléstől és tiszta cseregazdaságot vizsgálni (ahol a jövedelem exogén „ajándék”, adottság, angolul *endowment*), illetve vizsgálható egy termelő gazdaság, s ezen belül lehet a termelés inputja egyedül a munkaerő, vagy megjelenhet a tőke is stb. A különböző elveken épített modellek főbb következtetései többnyire azonosak. A növekvő gazdaság vizsgálata érdekesebb, részletesebb elemzést tesz lehetővé, ezért inkább ez terjedt el. A tőkét is használó termelés figyelembevétele pedig azért javasolható, mert egyéb esetben a modellben az egyetlen felhalmozási eszköz a pénz lenne – s a fenti bevezetőben tulajdonképpen intuitíven már beláttuk, hogy valamilyen felhalmozási eszközre szükség van, azaz annak pozitív kereslete, értéke lesz. Felmerül azonban a kérdés: vajon kiterjeszthetőek-e a csak pénzt mint eszközt tartalmazó modell eredményei olyan esetre, ahol jelen van egy pozitív hozamot biztosító másik felhalmozási eszköz is? Hogy erre is választ kapjunk, az alábbiakban egy tőkét is tartalmazó modellt ismertetek röviden a főbb eredmények bemutatásához.[4]

Diszkrét és végtelen időt, valamint végtelen sok azonos szereplőt tételezünk fel, akik azonban csak két periódusban vannak életben: az elsőben fiatalok, a másodikban öregek. Jelölje a t. időszakban született generáció első periódusbeli fogyasztását c_{1t}, a második időszakit pedig c_{2t+1}, ezek lesznek az egyén hasznossági függvényének argumentumai (a szabadidőtől az egyszerűség kedvéért itt eltekintünk). A hasznossági függvényről ($u(c_{1t}, c_{2t+1})$) feltesszük, hogy differenciálható, monoton növekvő ($u_1 > 0, u_2 > 0$, ahol $u_i = \partial u/\partial c_i$ megint a vonatkozó első derivált), szigorúan kvázikonkáv függ-

[4] Ebben a részben, ha nincs egyéb hivatkozás, Herrendorf–Valentinyi [1999] 1. fejezetére támaszkodom.

vény ($u_{11} < 0$ és $u_{22} < 0$, ahol u_{ii} a második derivált). A függvény teljesíti az Inada feltételeket, és mindkét időszaki fogyasztás normál jószágként viselkedik, azaz keresletük nő a jövedelem növekedésével. Minden periódusban két generáció van egyszerre életben, az adott időszakban született fiatalok (számukat jelölje N_t) és az előző időszak szülöttei, a jelenlegi idős generáció (N_{t-1}). Tegyük fel, hogy a népesség konstans (n) ütemben változik, azaz $N_t = N_{t-1}(1+n)$, ahol $n > -1$.

A fiatalok dolgoznak, feltesszük, hogy munkakínálatuk rugalmatlan, mindig egy egység munkaerőt adnak bérbe a vállalatoknak, melyért w_t összegű reálbért kapnak. Jövedelmük egy részét megtakaríthatják pénzbe vagy tőkébe fektetve (a kormányzati kötvényeket az egyszerűség kedvéért elhagyjuk). Idős korukban tehát rendelkezhetnek tőkével, melyet bérbe adnak a vállalatoknak bérleti díjért (hozamért cserébe), de ekkor már nem dolgoznak. A tőke amortizációjától szintén eltekintünk. Az egyetlen termék fogyasztási és tőkejószág is egyben.

A termelési függvény tehát $F(K_t, N_t)$ alakú, mely differenciálható, monoton növekvő, szigorúan konkáv és elsőfokon homogén (konstans mérethozadék jellemzi). Ez utóbbi tulajdonságát kihasználva átalakíthatjuk a következőképpen:

$$F(K_t, N_t) = N_t F(K_t/N_t, 1) \equiv N_t f(k_t),$$

ahol $k_t \equiv K_t/N_t$ az egy munkásra (fiatalra) jutó tőkeállomány. A termelési függvény feltételezett tulajdonságai miatt $f'(k_t) > 0$ és $f''(k_t) < 0$. Szintén feltesszük, hogy nulla tőkeinputtal nem lehet pozitív mennyiséget termelni ($f(0) = 0$) és teljesülnek az Inada-feltételek: $f'(0) = \infty, f'(\infty) = 0$.
A vállalatok profitmaximalizálási problémája reálértékben:

$$\max_{K_t, N_t} F(K_t, N_t) - r_t K_t - w_t N_t$$

A fenti feltevések mellett a probléma megoldását a következő elsőrendű feltételek adják:

$$K_t : \qquad r_t = F_K(t) = f'(k_t), \tag{4.1a}$$

$$N_t : \qquad w_t = F_N(t) = f(k_t) - k_t f'(k_t), \tag{4.1b}$$

azaz minden termelési tényezőnek a határtermékét fizetik ki bérleti díjként, a profit pedig nulla.

A pénz bevezetéséhez tegyük fel, hogy a kormányzat H_t összegű (osztható és önmagában értéktelen) pénzt oszt szét egyenlően az első időszak idős generációjának. Az átlagos pénzállomány ekkor $M_t = H_t/N_t$. Tételezzünk fel konstans pénzmennyiséget, azaz $H_t = H$. Az egyének hasznosságmaximalizálási problémája (s_t jelöli a t. időszaki megtakarítást):

$$\max_{c_{1t}, c_{2t+1}, s_t, M_t} u(c_{1t}, c_{2t+1}),$$

$$\text{ahol} \quad c_{1t} + s_t \le w_t \tag{4.2a}$$

$$c_{2t+1} \le \frac{M_t}{P_{t+1}} + (1 + r_{t+1}) \left(s_t - \frac{M_t}{P_t} \right) \tag{4.2b}$$

$$0 \le M_t \le P_t s_t \tag{4.2c}$$

Az első korlát, (4.2a) az első periódusra (ifjúkor) vonatkozik: a fiatalok egyetlen jövedelme munkabérük, ezt használhatják fel fogyasztásra és megtakarításra. A második, (4.2b) az időskor korlátja: a fogyasztásra rendelkezésre álló jövedelem a pénzállomány reálértéke, illetve a tőkén realizált hozam, ahol a tőkeállomány a megtakarítások nem pénzben tartott része. Az utolsó feltétel, (4.2c) kiköti, hogy sem a pénzállomány, sem a tőkeállomány nem lehet negatív. Optimumban a fogyasztó mindkét periódusban kimeríti költségvetési korlátját (mindegyik egyenlőségre teljesül). A fogyasztási értékeket ezekből kifejezve és a hasznossági függvénybe behelyettesítve a feladat a következő:

$$\max_{s_t, M_t} u \left[w_t - s_t, \frac{M_t}{P_{t+1}} + (1 + r_{t+1}) \left(s_t - \frac{M_t}{P_t} \right) \right]$$

Az elsőrendű feltételek:

$$s_t : \qquad \frac{u_1(t)}{u_2(t)} = 1 + r_{t+1} \tag{4.3a}$$

$$M_t : \qquad 1 + r_{t+1} = \frac{P_t}{P_{t+1}} \tag{4.3b}$$

A (4.3a) a fogyasztás két időszak közötti optimális megosztását mutatja: egy egység első időszaki fogyasztás határhasznának ($u_1(t)$) optimumban meg kell egyeznie az ugyanezen jószágegység tőkejószágként való felhasználásával elérhető hasznossággal, azaz a tőke befektetésével következő időszakban elérhető $1 + r_{t+1}$ egység második időszaki elfogyasztásának határhasznával ($(1 + r_{t+1})u_2(t)$). Az (4.3b) egy arbitrázsfeltétel: kimondja, hogy ha a pénznek pozitív értéke van a modellben, akkor hozamának meg kell egyeznie a tőkehozammal (azaz az alternatív felhalmozási eszköz hozama nem dominálhatja optimumban a pénzen elérhető hozamot!). Látható, hogy pozitív reálhozam a tőkén ismét csak defláció esetén képzelhető el.
Az elsőrendű feltételek és a költségvetési korlát meghatározza a fiatal generáció megtakarítását munkabérük és a tőkehozam függvényében: $s_t =$

$s(w_t, r_{t+1})$, ahol $s_w > 0$ és $s_r \lesseqgtr 0$. A megtakarítás az első időszaki jövedelem növekvő függvénye, míg a hozam esetén a kapcsolat nem egyértelmű. A nagyobb elérhető hozam egyrészt növeli a megtakarítást, hiszen relatíve drágítja az első időszaki fogyasztást a második időszakihoz képest, így helyettesítést vált ki a második időszaki fogyasztás javára – ez a helyettesítési hatás. Ugyanakkor pozitív megtakarítás esetén a magasabb hozam magasabb elérhető összjövedelmet tesz lehetővé az életpálya alatt, ami mindkét időszakban növeli a fogyasztást, ez pedig csökkentheti is a megtakarítást – ez a jövedelmi hatás.

Definiáljuk a versenyzői (monetáris vagy barter-) egyensúlyt!

7. Definíció (Versenyzői egyensúly). *A* $\{c_{1t}, c_{2t}, M_{t+1}, k_{t+1}, r_t, P_t, w_t\}_{t\geq 0}$ *változók nem negatív sorozata és az* M_0, k_0 *kezdeti értékek versenyzői egyensúlyt alkotnak, amennyiben*

(a) adott $\{r_t, P_t, w_t\}_{t\geq 0}$*-ra* $\{c_{1t}, c_{2t}, M_{t+1}, k_{t+1}\}_{t\geq 0}$ *a fogyasztó hasznosságmaximalizálási problémájának optimuma,*

(b) az árupiac kitisztul, azaz

$$N_t c_{1t} + N_{t-1} c_{2t} + K_{t+1} = N_t f(k_t) + K_t$$

(c) és teljesül a $0 \leq \frac{M_t}{P_t} < s(w_t, r_{t+1})$ *feltétel.*

A *(b)* feltétel az erőforráskorlát, az egyik megvalósíthatósági feltétel a modellben. A másik a *(c)* feltétel, ami tulajdonképpen kizárja a triviális egyensúly (ahol minden változó értéke nulla) létezését: előírja a tőkébe való beruházást (a tőkeállománynak tehát pozitívnak kell lennie, enélkül ugyanis nem lehetne termelés, így nem lenne mit fogyasztani a következő időszaktól).

Jelöljük a pénz vásárlóértékét $m_t \equiv M_t/P_t$-vel. A következő időszak tőkeállománya a gazdaságban szükségképpen egyenlő a fiatalok nem pénzbeli megtakarításainak összegével: $K_{t+1} = N_t(s_t - m_t)$. Ezt átrendezve, valamint behelyettesítve a megtakarítási függvényt és a vállalatokra adódott elsőrendű feltételeket – (4.1a)–(4.1b)-t – kapjuk az egy munkásra jutó tőkére a következő differenciaegyenletet (a tőke mozgástörvényét, angolul *law of motion*):

$$\frac{K_{t+1}}{N_{t+1}} \frac{N_{t+1}}{N_t} = (1+n)k_{t+1} = s[f(k_t) - k_t f'(k_t), f'(k_{t+1})] - m_t \qquad (4.4)$$

A tőkeállomány $t+1$. időszaki értéke tehát kifejezhető a t. időszaki érték és a reál pénzállomány függvényeként: $k_{t+1} = \psi(k_t, m_t)$. Ha feltesszük, hogy $s_r > 0$ (a helyettesítési hatás dominálja a jövedelmi hatást), akkor belátható, hogy $\psi_k > 0$ és $\psi_m < 0$ (lásd pl. Herrendorf–Valentinyi [1999], 25.o.).

Tekintsük a (4.3b) arbitrázsfeltételt, és alakítsuk azt át a következőképpen (többek között kihasználva a (4.1a) feltételt):

$$1 + r_{t+1} = 1 + f'(k_{t+1}) = \frac{M_t P_t}{M_t P_{t+1}} = \frac{P_t}{M_t}\frac{M_{t+1}/(1+n)}{P_{t+1}} = \frac{m_{t+1}}{m_t(1+n)}$$

Ebből felírható a reál pénzállományra vonatkozó differenciaegyenlet:

$$m_{t+1} = \frac{1 + f'(k_{t+1})}{1+n} m_t \tag{4.5}$$

A (4.4) és (4.5)-ös egyenletek adják a modell dinamikus rendszerét az m és k változókban.

A modellből adódó főbb következtetéseket, melyek az együttélő nemzedékek modelljére általánosan jellemzőnek tekinthetők, a következő szakaszban foglalom röviden – a bizonyítások ismertetése nélkül – össze.

Főbb eredmények

A fenti modellben természetesen létezhet nem monetáris, azaz barteregyensúly: ha mindenki arra számít, hogy a pénz értéktelen lesz, akkor nem fogja pénzben tartani a megtakarításait. A barteregyensúly itt az autarkiát jelenti: nem valósul meg csere, jövedelemátcsoportosítás a generációk között, mindenki maga gondoskodik öregkori fogyasztásáról tőkébe való beruházással. Jelölje $\bar{k}$ a tőkeállomány hosszú távú egyensúlyi (steady state) értékét, amikor a pénz értéktelen, és a tőke az egyetlen valóban használt megtakarítási eszköz, azaz $\bar{k} = \psi(\bar{k}, 0)$. Legyen a nem monetáris egyensúlyban a tőke hozama $\bar{r} = f'(\bar{k})$. Belátható, hogy ez az egyensúly akkor és csak akkor hatékony, ha $\bar{r} \geq n$. Ha a tőke hozama az autark esetben meghaladja a népesség növekedési ütemét, akkor ez elégséges mennyiségű megtakarítást ösztönöz a tőkén keresztül, az egyensúly hatékony. Ekkor más megtakarítási eszköz bevezetése redundáns, nincsen szükség pénzre, így ebben az esetben annak értéke nulla. Ha azonban az önellátó egyensúly nem hatékony, akkor az allokáció javítható a pénz bevezetésével, ami nagyobb megtakarítást, így nagyobb időskori fogyasztást tesz lehetővé. Ezt fogalmazza meg a következő állítás (bizonyítását lásd például Herrendorf–Valentinyi [1999], 27-28.o.).

5. Állítás (Monetáris egyensúly). *A modellben (ha a pénzmennyiség állandó) akkor és csak akkor létezik monetáris egyensúly, ha $\bar{r} < n$, azaz a nem monetáris gazdaság egyensúlyi állapota nem hatékony.*

A pénznek tehát akkor (és csak akkor) lehet szerepe, ha a piaci koordinációs mechanizmus nem képes a hatékony eredmény elérésére. A fiatalkori megtakarítás elégtelen, de nincsen olyan lehetőség, amivel azt növelni lehetne.

Ehhez generációk közötti cserére van szükség, ami lehetővé tenné a hatékony allokáció elérését, de mivel nem köthető a generációk között betartható magánszerződés, ez nem következhet be. A pénz segít megoldani ezt a problémát, megfelelően koordinálja az egyének optimumra törekvő cselekvéseit.
Fontos kiemelni, hogy a pénznek akkor is lehet tehát szerepe, ha létezik belső értékkel bíró felhalmozási eszköz is (ebben a modellben a tőke). De ahogy azt a (4.3b) mutatja, optimumban, azaz egyensúlyban a pénz hozama megegyezik a tőkehozammal, azaz a tőke nem dominálja a pénzt mint felhalmozási eszközt. Wallace külön hangsúlyozza, hogy a pénz tulajdonságaiból (elsősorban abból, hogy nincsen belső értéke) szükségszerűen következik, hogy nem létezhet őt hozamában tökéletesen domináló eszköz a gazdaságban, s érvel is ennek elfogadhatósága mellett (Wallace [1978], 50. és 60-61.o.).
Jelölje a pénz hozamát r_m, azaz $1 + r_m = P_t/P_{t+1}$. Ekkor ugyancsak belátható, hogy[5]

6. Állítás (Hatékonyság). *Ha létezik olyan egyensúly, ahol a pénz értéke pozitív, akkor* $r_m = n$*, és a monetáris egyensúly hatékony.*

Az együttélő nemzedékek modelljeiben a pénz általában semleges, de ha az idős generáció tagjai egyösszegű juttatásként kapják meg a kibocsátott pénzt, akkor a pénz nem szupersemleges. (A fenti állítások bizonyítása és elemzése egy másik modell keretében – ahol nincsen termelés, de a jószágok bizonyos „hozam" mellett tartósíthatók – Wallace [1978]-ban is megtalálható.)

Összefoglalóan megállapítható, hogy a tőzsdék világában használt fogalommal élve, a pozitív értékkel bíró pénz az együttélő nemzedékek modellgazdaságában csupán „buborék", belső (fundamentális) értéke nulla (*pure asset bubble*, ld. pl. Herrendorf–Valentinyi [1999], 28.o. vagy Tirole [1985]).

4.1.2. Kiterjesztések

Wallace [1978] fő célja, hogy bizonyítsa, az együttélő nemzedékek modellje a pénz elméletének jól használható alapmodellje lehet. Ezért igyekszik megmutatni, hogy a modell alkalmas különböző, a pénzelmélettel kapcsolatos kérdések, problémák elemzésére. Megvizsgálja például a pénzkibocsátásból származó bevételek kívánatosságát a közösségi pénzügyek szempontjából, és azt találja, hogy a pénz tulajdonképpen fogyasztási adóként viselkedik, s a seigniorage bevételek helyett érdemesebb egyösszegű adófajtákra támaszkodni, ha ez lehetséges (Wallace [1978], 62-64.o.). Az üzleti ciklusok eméletéhez való hozzájárulásként alkalmazza Robert Lucas 1972-es, tökéletlen

[5] Az állítás bizonyítását lásd például Herrendorf–Valentinyi [1999], 17. és 26.o.

információs modelljére az együttélő nemzedékek struktúrát (uo. 65-70.o.).[6] A pénz semlegességéhez kapcsolódóan részletesen vizsálja a nyíltpiaci műveletek szignifikanciáját, és arra a következtetésre jut, hogy mivel ez csak eszközök cseréjét jelenti, nincs hatással a pénz értékére sem. A kormányzat portfóliójának összetétele tehát nem számít, csak annak nagysága vagy másként fogalmazva: a fiskális-, nem pedig a monetáris politika (uo. 71-76.o.). Emellett röviden vizsgál nemzetközi pénzügyi kérdéseket is, azaz több különböző valuta esetét. Legfontosabb következtetései, hogy egyrészt a piac nem határozza meg az árfolyamot: ha ugyanis legalább az egyik valuta értékkel bír, és az emberek eldönthetik, melyik ország pénzében takarítanak meg, akkor egyensúlyban a két valuta egymáshoz viszonyított értéke csak konstans lehet, de elvben bármilyen konstans. Másrészt (és ebből következően) ha mindkét országban autonóm a költségvetési politika (melyen a pénzállomány növekedésének szabad és önálló meghatározását érti), akkor az expanzívabb politikát folytató ország pénze elértéktelenedne, s ez a helyzet csak tőkekorlátozások bevezetésével tartható fenn. Ha viszont a költségvetési politikákat koordinálják (ugyanaz a két országban a pénznövekedési ütem), akkor létezhet szabad tőkeáramlás konstans árfolyam mellett (uo. 76-77.o.). Persze a koordináció nemcsak szimmetrikus formában képzelhető el, az egyik ország egyoldalú (esetleg kényszerű) alkalmazkodása is elegendő. Ez az eredmény tulajdonképpen az ún. inkonzisztencia-háromszög egyik korai megfogalmazása, ld. a nem teljes monetáris uniók vagy az Európai Monetáris Rendszer irodalmát (többek között pl. De Grauwe [1997] vagy Gros–Thygesen [1998]). Wallace fő következtetése tehát, hogy több nemzeti valuta esetén „a *laissez faire* nemzetközi monetáris rendszer értelmetlen" (uo. 52.o.).

Egészen más megközelítést választ Jean Tirole 1985-ös cikkében. Az eszközértékelés problémájának elemzéséhez hívja segítségül az együttélő nemzedékek modelljét. A kapcsolatot az eszközértékeléssel az teremti meg, hogy ahogy láttuk, a pénz tulajdonképpen egy fundamentális értékén felül árazódó buborék a modellben. A pénzügyekben általános feltevés, hogy egy pénzügyi eszköz ára megegyezik a eszköz jövőbeli pénzáramlásainak diszkontált várható értékével, azaz a fundamentális értékkel. Bizonyos típusú modellekben belátható, hogy ez általánosan teljesül is. Tirole [1985] azt vizsgálja, igaz-e ez az együttélő nemzedékek típusú modellekre is. A válasz tulajdonképpen sejthető, hiszen a pénz erre maga szolgáltat ellenpéldát. Mégpedig a 4.1.1-es szakasz modelljében úgy, hogy létezik alternatív, pozitív hozamú reál felhalmozási eszköz is. Nem volt mindig egyértelmű, hogy ez lehetséges: néhány eredmény azt sugallta, hogy ha létezik pozitív hozamú jószág a megtakarítá-

[6] Lucas, R. [1972]: Expectations and the neutrality of money. *Journal of Economic Theory*, 4 (április), 103-124.o. című munkájára hivatkozik.

sok céljára, akkor senki nem akar pénzt tartani, annak értéke tehát nulla (a fundamentális érték) lesz. Az eredmény azonban csak nem növekvő gazdaságokra bizonyult érvényesnek. (Tirole éppen Wallace [1978]-ra hivatkozik, aki megmutatta, hogy növekvő gazdaságban akkor is létezhet monetáris egyensúly, ha a reáljószág is eltartható a második periódusra.)

Tirole modelljében elsősorban buborékok létezésének feltételeit vizsgálja, s a modellt a buborékok tulajdonságainak elemzése mellett egyéb pénzügyi problémák vizsgálatához is felhasználja (pl. a részvényárfolyamok ingadozásának tesztelése, Tirole [1985], 1513-1514.o.). A dolgozat témája szempontjából leglényegesebb talán magának a pénznek a vizsgálata a modell egy kiterjesztett változatában. A szerző itt felteszi, hogy a pénzt tranzakciós célból tartják. (Ezt a tranzakciós keresletet úgy modellezi, hogy a reál pénzállományt a hasznossági függvény egy argumentumának tekinti, azaz tulajdonképpen ötvözi az együttélő nemzedékek struktúrát és a hasznos pénz megközelítést. Utóbbiról ld. a 3.1-es alfejezetet.) A pénz fundamentális értékét ekkor az általa lehetővé tett jövőbeli tranzakciókkal kapcsolatos megtakarítások jelenértéke adja. Az elemzés rámutat a pénz különleges voltára: nemcsak a pénz mint eszköz ára, hanem fundamentális értéke is függ a jövőbeli áraktól, ami megmagyarázza a több egyensúly létezésének lehetőségét (már buborékmentes esetben is), mely a pénz modelljeire jellemző.
Tirole bizonyítja, hogy ebben az esetben bizonyos feltevések mellett nem létezhet buborék a pénzen. Ebből vezethető le egyik fő következtetése a pénz modellezésére törekvő különböző megközelítések ellentmondásáról. Eszerint két fő módja van annak, hogy értéket adjunk a pénznek. Az egyiket „fundamentalista” nézetnek nevezi, ahol valamilyen módon felteszik, hogy a pénzre a tranzakciókhoz van szükség (ilyen megközelítéseket tárgyalt az előző fejezet), s ebből természetesen következik a pénz értékőrző funkciója is. De ezekben a modellekben nincsen spekulációs célú elem a pénztartásban, és nem alakulhatnak ki buborékok a pénzen. A másik nézet, melyet „buborékosnak” hív, csak értékőrző szereppel ruházza fel a pénzt (ilyen az együttélő nemzedékek modellje), a pénznek nincsen tranzakciós funkciója. Ekkor buborék alakul ki a pénzen, s azt csak spekulatív célból tartják (uo. 1515-1518.o.). Mindezek miatt Tirole az együttélő nemzedékek modelljét inkább a buborékok jelenségének elemzésére tartja alkalmasnak, s javasolja, hogy a hangsúly a pénz tanulmányozásáról helyeződjön inkább a spekulatívabb célból tartott eszközök modellbeli vizsgálatára (uo. 1521-1522.o.).

4.1.3. Kritika – érvek és ellenérvek

Az utolsó gondolatok tulajdonképpen már a bemutatott megközelítés kritikájának tekinthetők. Ebben a szakaszban – folytatva a gondolatmenetet – a modellel szemben felhozott legfontosabb kritikai észrevételekkel foglalkozom.

A legsúlyosabb kritika a modell mint pénzelméleti megközelítéssel szemben, hogy az nem ragadja meg, nem fejezi ki a pénz lényegét. A 2.1-es alfejezet szerint a pénz elsődleges szerepe a csere közvetítése, a tranzakciókkal kapcsolatos problémák csökkentése, megszüntetése. Az együttélő nemzedékek modelljében semmi hasonló funkciója nincs a pénznek. A modell fenti formájában nincs is szükség árukereskedelemre (a barteregyesúly az autarkia), de ha lenne, a barter tökéletesen megfelelne erre a célra. A generációk közti kereskedelem, amire szükség van, csupán az egyik generáció hiányzó vagy elégtelen jövedelmét pótló eszköz, és ezért lehet nélkülözhetetlen a pénz, de nem a cserét kell elősegítenie, megkönnyítenie, hanem az időskori megélhetést lehetővé tennie. A pénz mindössze felhalmozási eszköz a modellben, más funkciója nincsen. Mekkora problémát jelent ez?

Wallace és a modell pártfogói többnyire azzal érvelnek, hogy az értékőrző funkció bármilyen pénzt tartalmazó modellben szükségképpen a pénz sajátja – ahogy a 14. oldalon olvashattuk, a forgalmi eszköz-szerep feltételezi ezt a funkciót. Wallace ezért megkérdőjelezi a pénzfunkciók ilyen elkülönítésének jelentőségét, hiszen a pénzzel az együttélő nemzedékek modelljében is kereskednek, s kétségkívül előmozdítja a cserét, hisz az a modell egyes verzióban egyáltalán nem is valósulhat meg pénz nélkül. Minden egyéb „tranzakciós szerep" szerinte a belső érték-nélküliség feltételezésének feladásával érne fel.

A kritikusok nem osztják ezt a nézetet. A pénz szerepe ebben a modellben tulajdonképpen ugyanaz, mint a társadalombiztosításé, ahogy azt a fejezet bevezetőjében is említettem (72.o.). James Tobin szerint például a társadalombiztosítás alkalmasabb intézmény is a modellbeli probléma megoldására, mint a pénz.[7] Szerinte a modellbeli „pénz" kevés hasonlóságot mutat a gazdaságok valódi pénzével. A pénz csereközvetítő szerepének ugyan valóban az az egyik terepe, hogy helyettesíti a szerződéseket nem teljes piacok esetén: a walrasi rendszerben a piacok teljesek és tökéletesek (ahogy azt a 2.2.2-es szakaszban láttuk), ám a valóságban nem azok, s a pénz helyettesíthet hiányzó piacokat, ahogy teszi ezt az együttélő nemzedékek modelljében is (ld. Tobin, uo. 89-90.o.). A pénz ebben a formában való modellezése azonban nagyon veszélyes, hiszen ez a megközelítés a pénzt az egyetlen vagy domináns megtakarítási eszközként jeleníti meg. Valójában azonban a pénz a „vásárlóerőnek csak ideiglenes tartózkodási helye", hosszabb távú értékőrzésre alkalmasabbak a pozitív hozamot biztosító eszközök. Tobin szerint emiatt a portfólióelméleti megfontolások, azaz a megtakarítások allokációja pénz, egyéb nominális eszközök vagy tőke között fontos elemei a monetáris

[7]Tobin: Discussion, megj.: Kareken – Wallace /szerk./ [1980]: *Models of Monetary Economies.* Federal Reserve Bank of Minneapolis, 83-85.o.

elméletnek, míg az együttélő nemzedékek modelljéből hiányoznak (uo. 88.o.). Mindezek miatt Tobin arra a következtetésre jut, hogy nem ez a modell a pénz elméletének kulcsa (uo. 83.o.).

Maga Wallace is megfogalmaz kritikát a modellel szemben, mikor megállapítja, hogy abban a pénz „túl jól” működik, mert teljesen kiküszöböli a modellbe bevezetett súrlódást: pótolja a hiányzó piacot, és ezzel lehetővé teszi a hatékony allokáció elérését. A valóságban ezzel szemben nem indokolható és nem is várható, hogy létezzenek tökéletes megoldások a súrlódások kiküszöbölésére (Wallace [1978], 78.o.).

A modell mint pénzelméleti megközelítés kétségkívül vitatható. A pénz gazdaságban játszott számos szerepe közül mindössze egyet ragad ki és jelenít meg, ráadásul nem egy nélkülözhetetlen pénzfunkciót. A valóságban más, erre a feladatra megfelelőbb eszközök segítenek áthidalni azt a problémát, melyre a pénzt a modell életre hívja. A pénz lényegi funkciójának modellezését ez a struktúra tehát nem valósítja meg.

4.2. Keresési modellek

Az előző alfejezet korai pénzelméleti megközelítésével szemben felhozott legfőbb kritika az volt, hogy abban a pénz lényegi sajátjának tekintett forgalmi eszköz szerep nem jelenik meg. Az itt ismertetett, jóval későbbi irányzat modelljei erre a pénzfunkcióra fókuszálnak, a pénzt mint a csere eszközét értelmezik. Csereeszközökre nyilvánvalóan csak akkor van szükség, ha létezik kereskedelem. Ezekben a modellekben ezért általában nagyszámú differenciált terméket feltételeznek, s a fogyasztónak a saját maga által termelt jószág helyett vagy mellett más jószágokat (is) fogyasztania kell, ezért a fogyasztási javak megszerzéséhez cserélnie kell más jószágok termelőivel. Bartergazdaságban csak akkor jöhet létre üzlet, ha megvalósul a szándékok kölcsönös egybeesése, de sok különböző gazdasági szereplő és termék esetén ehhez hosszú időt kell a megfelelő partner megkeresésére szánni. A pénz léte csökkentheti ezt az időigényt, illetve pénz hiányában a különböző fizikai tulajdonságokkal bíró termékek közül választódnak ki egyesek, melyeket csereeszközként is használnak a gazdaságban. A keresési modellek arra keresik a választ, mi lehet csereeszköz, illetve hogyan válhat azzá a pénz, és milyen következtetéseket vonhatunk le ezekből a modellekből a pénzre vonatkozóan.

A 4.2.1-es szakasz egy alapmodellt vizsgál meg, mely Kiyotaki és Wright [1993] modelljének egyszerűsített változata. Kiterjesztésekkel, hasonló kérdések vizsgálatával foglalkozó tanulmányokat tekint át röviden a következő, 4.2.2-es szakasz, kitérve a modellek hátrányaira, kritikájára is.

4.2.1. Egy egyszerű keresési pénzmodell

Kiyotaki és Wright 1993-as cikkében egy a pénz elemzésére alkalmas keresési modellt mutat be, melyet röviden Walsh [2003] is ismertet (121-124.o.). A rövidség kedvéért itt ennek egy egyszerűsített változatát szeretném megmutatni Herrendorf–Valentinyi [1999] 7. fejezete alapján.

Nagyszámú, örökéletű fogyasztót és differenciált termékeket tételezünk fel. A különbözőség fokát x méri, s ez exogén módon adott paraméter. Ezt a mérőszámot többféleképpen is értelmezhetjük, alapvetően ez adja meg annak a valószínűségét, hogy egy véletlenszerűen választott fogyasztó elfogad egy véletlenszerűen választott jószágot (más értelmezésekhez ld. Herrendorf–Valentinyi [1999], 109.o. vagy Kiyotaki–Wright [1993], 64.o.). A gazdasági alanyok egy bizonyos jószág termelésére szakosodtak, a termelésnek nincs inputja (időbe sem telik), viszont szükség van hozzá előzetesen fogyasztásra (azaz csak az termel, aki fogyasztott). Az output (egy jószágegység) elfogyasztása termelője számára nem jelent hasznosságot, ezért mindenképpen szükség van kereskedelemre, ami decentralizáltan történik: az egyének véletlenszerűen, párosával találkoznak, és csak akkor kötnek üzletet, ha mindkét fél elfogadja, amit a másik fel tud ajánlani. Létezik pénz, aminek nincsen belső értéke (azaz nem származik belőle hasznosság), kínálata konstans, a nulladik időszakban az egyének M hányada kap egy-egy egységet, míg a többiek egy egység általuk elfogadott (azaz számukra hasznosságot eredményező) fogyasztási jószágot kapnak (egyébként nem indulhatna meg a termelés, a gazdaság nem tudna működni). A cserében egy fogyasztási jószág elfogadása minden esetben tranzakciós költséggel jár, ennek mértéke $0 < \epsilon < U$, ahol U az egyén által elfogadott jószág elfogyasztásával nyerhető hasznosság. (Egy véletlenszerűen választott jószág várható hasznossága a feltevések alapján ezért xU, hiszen x az elfogadás valószínűsége.) Barterben tehát mindkét fél, míg monetáris csere esetén csak a vevő szenvedi el a tranzakciós költséget. A tranzakciós költség miatt olyan jószágot, melynek elfogyasztása nem nyújt hasznosságot, senki nem fogad el a cserében, mert ekkor kétszer veszítené el ezt az összeget. Ha pénzt fogad el, akkor a költség csak egyszer merül fel, de nyilvánvaló, hogy pénzt ennek ellenére csak akkor érdemes bárkinek elfogadnia, ha arra számít, hogy mások is így tesznek majd, azaz általa hasznossághoz tud jutni a jövőben. Nincsen lehetőség áruhitelre, hiszen a szereplők nem ismerik egymást, annak a valószínűsége, hogy újra találkoznak, nulla (végtelen sok szereplő van), és az emberek kereskedési múltja nem közismert (utóbbi feltételre is szükség van, ld. Wallace [1997], 4-5.o.). A pénz vagy a jószágok költségmentesen tárolhatók, de mindig csak összesen egy egység (azaz vagy pénz, vagy egy jószágegység), és a jószágokat nem lehet eldobni (Herrendorf–Valentinyi [1999], 108-110.o.).

Az egyén döntési problémája, hogy maximalizálja a nettó (költségek levonása utáni) hasznosságot, döntési változója a pénz elfogadásának valószínűsége (π), míg mások pénzelfogadási valószínűségét (Π) adottnak veszi (azaz tulajdonképpen az egyén Π-re adott legjobb válaszát kell megadnunk). Szimmetrikus és hosszú távú (steady state) Nash-egyensúlyt keresünk (uo. 110.o.). Jelöljük ρ-val a jövőbeli hasznosságok diszkontálásához használt hozamot, C és M pedig az állapotváltozó két lehetséges értékére utal, azaz C jelzi, ha az egyén árukereskedő, M, ha pénzkereskedő. A modellek megoldásához általában a dinamikus programozás módszerét használják, melyből külön-külön a két lehetséges állapotra hosszú távú egyensúlyban (steady state) a következő Bellman-egyenletek adódnak[8]:

$$\begin{aligned}\frac{\rho}{1+\rho}\mathcal{V}(\Pi, C) &= (1-M)x^2(U-\epsilon)+ \\ &\quad + \frac{1}{1+\rho}Mx\max_{\pi}\Big\{\pi\left[\mathcal{V}(\Pi, M)-\mathcal{V}(\Pi, C)\right]\Big\} \qquad (4.6a)\\ \frac{\rho}{1+\rho}\mathcal{V}(\Pi, M) &= (1-M)x\Pi\Big\{(U-\epsilon)+ \\ &\quad + \frac{1}{1+\rho}Mx\left[\mathcal{V}(\Pi, C)-\mathcal{V}(\Pi, M)\right]\Big\} \qquad (4.6b)\end{aligned}$$

A t. időszakban árukereskedőként való részvétel folyó várható hozama szerepel a (4.6a) egyenlet bal oldalán, ami a jobb oldali két tag összegével egyenlő. Az első tag az árukereskedő barterüzletből várható hasznossága: annak a valószínűsége, hogy árukereskedővel találkozik, és kölcsönösen szeretnének cserélni $(1-M)x^2$, az ebből származó nettó hasznosság pedig $U-\epsilon$. A második tag az áru pénzre cserélésével realizálható hasznosság, hiszen annak valószínűsége, hogy egy pénzkereskedővel találkozik, és létrejön a csere $Mx\pi$, ekkor az egyén a következő időszakban pénzkereskedőként vesz részt, az állapotváltásból $[\mathcal{V}(\Pi, M)-\mathcal{V}(\Pi, C)]$ nyeresége származik, és a képletben figyelembe vettük, hogy π-t a reprezentatív gazdasági szereplő optimálisan választja meg, illetve a pénzkereskedelemből csak a következő periódusban származhat hasznossága, azaz ezt diszkontálni kell.

A pénzkereskedő várható hozama (4.6b) alapján ismét két tag összege: az első mutatja annak valószínűségét, hogy egy neki megfelelő áru kereskedőjével találkozik, aki hajlandó elfogadni a pénzt az áruért cserébe $(1-M)x\Pi$, szorozva a nettó hasznossággal $U-\epsilon$; s a fogyasztás után az egyén termel, azaz a következő időszakra állapota megváltozik, az ebből eredő nyereség diszkontált értéke a második tag (uo. 111-112.o.).

[8] A levezetést lásd Herrendorf–Valentinyi [1999], 111.o.; hasonló sztenderd egyenletekhez ld. Kiyotaki–Wright [1993], 66.o.

Az árukereskedők nyilván sosem fogadnak el pénzt, ha jobban megéri árukereskedőnek lenni, azaz $\mathcal{V}(\Pi, C) > \mathcal{V}(\Pi, M)$. (Ebben az esetben (4.6a) jobb oldala láthatóan π-ben csökkenő, azaz $\mathcal{V}(\Pi, C)$ $\pi = 0$-nál lesz maximális.) Vonjuk ki (4.6a)-t (4.6b)-ből és rendezzük át az eredményt:

$$(1-M)x(1+\rho)(U-\epsilon)(\Pi-x) = [\rho+(1-M)x\Pi]\,[\mathcal{V}(\Pi,M)-\mathcal{V}(\Pi,C)] + \\ + Mx\max_{\pi}\{\pi\,[\mathcal{V}(\Pi,M)-\mathcal{V}(\Pi,C)]\} \quad (4.7)$$

Mivel mind $\Pi - x$, mind $\mathcal{V}(\Pi, M) - \mathcal{V}(\Pi, C)$ szorzótényezői nem negatívak, $\mathcal{V}(\Pi, M) - \mathcal{V}(\Pi, C)$ előjele (tehát a pénz elfogadásának valószínűsége) kizárólag $\Pi - x$ előjelétől függ (uo. 112-113.o. vagy Kiyotaki–Wright [1993], 67-68.o.):

(a) Ha $\Pi < x$, akkor $\mathcal{V}(\Pi, M) < \mathcal{V}(\Pi, C)$ és $\pi = \Pi = 0$: ha a pénz elfogadásának valószínűsége kisebb, mint egy felajánlott jószág elfogadásáé, akkor a cserében optimumban a pénzt nem fogadják el, ez a *nem monetáris egyensúly* esete.

(b) Ha $\Pi > x$, akkor $\mathcal{V}(\Pi, M) > \mathcal{V}(\Pi, C)$ és $\pi = \Pi = 1$: ha a pénzt nagyobb valószínűséggel fogadják el, mint bármely felajánlott jószágot, akkor mindig optimális azt elfogadni a cserében, *tiszta monetáris egyensúly*ról beszélhetünk.

(c) Ha $\Pi = x$, akkor $\mathcal{V}(\Pi, M) = \mathcal{V}(\Pi, C)$, ekkor az egyének számára a pénz elfogadásának és elutasításának értéke mások elfogadási valószínűségét adottnak véve megegyezik. Szimmetrikus egyensúlyban mindenki ugyanakkora valószínűséggel fogja elfogadni a pénzt, azaz $\pi = \Pi = x$, ezt *kevert monetáris egyensúly*nak nevezzük.

Mindhárom egyensúly önmegvalósító, hosszú távon kizárólag a résztvevők mások stratégiáira (Π-re) vonatkozó várakozásai a meghatározóak. Ha arra számítanak, hogy a pénz elfogadása valószínűbb, mint a szándékok kölcsönös egyezése, akkor monetáris egyensúly valósul meg (a pénznek értéke van). Herrendorf és Valentinyi megemlítik, hogy a következtetés a gazdasági fejlettséggel is kapcsolatba hozható: egy fejlettebb gazdaságban az áruválaszték feltehetően nagyobb, azaz x kisebb, így nagyobb valószínűséggel jöhet létre monetáris egyensúly. Kiyotaki és Wright is elemzik a specializáció és a pénz kapcsolatát, és egy érdekes párhuzamra hívják fel a figyelmet. A modell egy olyan változatában, ahol a termelékenység és a piacképesség csak egymás rovására növelhető (minél specializáltabb a termék, annál hatékonyabb lehet az előállítása, de annál kevesebb fogyasztónak fog megfelelni) a kereskedelmet nehezítő, akadályozó tényezők minden határon túli csökkentésével teljes specializáció valósul meg, azaz $x \to 0$, emiatt a barter gyakorlatilag lehetetlenné válik, csak monetáris csere valósulhat meg, azaz csak a pénz közvetítésével töténhet az eladás és a vétel, ami megfelel Clower likviditási korlátjának. A kötelező pénzhasználat azonban itt nem egy kívülről adott előírás, hanem ellenkezőleg, a pénz használatának elterjedése teszi profitábilissá a specializációt, ami aztán kizárja a bartert (Kiyotaki–Wright [1993], 71-74.o.).

Azt is láthatjuk, hogy $\pi = \Pi$ mindhárom egyensúlyban teljesül. Ezt kihasználva a fenti képletekből el lehet jutni olyan formákhoz (levezetéshez ld. Herrendorf–Valentinyi [1999], 113-116.o.), melyekből a szereplők várható hasznossága összehasonlítható a különböző egyensúlyok esetén, azaz a modell paraméterei függvényében megvalósuló egyensúlyi állapotok a rájuk jellemző jólét szintje alapján elemezhetőek. A következő eredmények adódnak az árukereskedőkre:

$$\mathcal{V}(C)|_{\Pi=1} - \mathcal{V}(C)|_{\Pi=0} = \frac{(1-M)x^2(1+\rho)(U-\epsilon)}{\rho}\frac{M(1-x)}{\rho+x} > 0$$

és a pénzkereskedőkre:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(M)|_{\Pi=0} &= 0 \\ \mathcal{V}(M)|_{\Pi=1} &= \frac{(1-M)x[\rho+(1-M)x^2+Mx](1+\rho)(U-\epsilon)}{\rho(\rho+x)}, \end{aligned}$$

azaz a monetáris egyensúlyban mindkét csoport jobban jár, nagyobb jólétet élvez, mint nem monetáris egyensúly esetén. Az eredmény nem meglepő, hiszen barteregyensúlyban a pénzkereskedők sosem fogyaszthatnának, azaz monetáris egyensúlyban ennél csak jobban járhatnak. Az árukereskedők esetében ez nem ennyire egyértelműen, de szintén látható: barteregyensúlyban a fogyasztás valószínűsége számukra minden periódusban azonos, $(1-M)x^2$, s ugyanez adódik monetáris egyensúlyban a folyó periódusra. Ha azonban ekkor nem sikerül barterüzletet kötniük, akkor itt pénzért még cserélhetnek Mx valószínűséggel: ebben az esetben a következő periódusban pénzkereskedőként számukra a fogyasztás valószínűsége $(1-M)x$. $1-Mx$ valószínűséggel monetáris csere sem történt, ekkor a következő periódusban árukereskedőként megint $(1-M)x^2$ a fogyasztás valószínűsége. Összességében tehát az árukereskedők számára a kétféle egyensúlyban a fogyasztás valószínűsége a folyó periódusban azonos, míg a következő időszakban ez $(1-Mx)(1-M)x^2+Mx(1-M)x = (1-M)x^2[1+M(1-x)]$, ami láthatóan nagyobb a barteregyensúly erre az időszakra is vonatkozó $(1-M)x^2$ valószínűségénél, azaz a jóléti szint az ő esetükben is ekkor magasabb (uo. 116-117.o.; jóléti elemzés még: Kiyotaki–Wright [1993], 68-70.o.).

A következő szakaszban először egy árupénzekre vonatkozó alkalmazást ismertetek röviden, majd a modellel szemben felhozható alapvető kritikai észrevételeket és az azokra válaszként született, az alapstruktúrát bizonyos vonatkozásokban általánosító néhány hasonló keresélméleti pénzmodell főbb eredményeit említem meg.

4.2.2. Hasonló modellek és általános értékelés

Említettem már (71.o.), hogy Kiyotaki és Wright használták az elsők között a keresési elméletet a pénz kialakulásának, pénzhasználat előnyeinek megmagyarázására. Az előző szakaszban hivatkozott modelljüket elsősorban a belső érték nélküli pénz vizsgálatára szánták, míg az irányzatot elindító 1989-es munkájukban főleg az árupénzek kialakulásának okaira koncentráltak. Ebben a modellben három típusba tartozó végtelen sok szereplőt tételeznek fel, akik egy-egy termék előállítására szakosodtak, és fogyasztási szokásaik is eltérnek. Három oszthatatlan jószág létezik, mindegyik (különböző költséggel) tárolható. A szerzők elsősorban azt vizsgálják, hogy kialakul-e a modellben árupénz, illetve mely jószág(ok) funkcionál(nak) pénzként. A modell különböző verzióira más-más eredmény adódik, de általában létezik olyan egyensúly, ahol bizonyos jószágokat csereeszközként is elfogadnak, s ennek két fő típusát különböztetik meg. *Fundamentális egyensúly*ról beszélnek, ha csak a tárolási költség és a fogyasztás hasznossága (vagyis a preferenciák) a meghatározóak a pénz kiválasztódása szempontjából, ebben az esetben a legolcsóbban eltartható termék válik árupénzzé. Előfordulhat azonban, hogy emellett más jószág is csereeszközként funkcionál, amelynek a tárolási költsége magasabb (másként hozamát ebben az esetben más terméké dominálja), ezt *spekulatív egyensúly*nak nevezik (Kiyotaki–Wright [1989], 930-941.o.). Ha a modellbe bevezetik a belső érték nélküli pénzt, akkor létezhet nem monetáris- és monetáris egyensúly is, utóbbi esetben a pénz lesz az általánosan elfogadott csereeszköz, míg az árupénzt csak bizonyos ügyletekben használják (uo. 941-945.o.). A szerzők megmutatják, hogy a hitelpénz bevezetése jólétnövelő hatással járhat (uo. 947-950. és 952-953.o.).

Az előző szakaszban bemutatott modell valójában ennek az árupénzmodell módosított változata, mely a hitelpénz elemzéséhez egy könnyebben áttekinthető keretet biztosít, s a követhetőség érdekében számos, igen leegyszerűsítő feltételezéssel él. Alapesetben például a cserearány (barterben és monetáris cserében is) rögzített, emiatt egyrészt nincs különbség reál- és nominális pénzállomány között, illetve (bár a kereskedelem decentralizáltan zajlik) minden termék ára minden ügyletben azonos. A modell a bemutatott formában nem alkalmas a hitel és a pénz együttes vizsgálatára sem, hiszen kizárja a hitel lehetőségét. Ugyancsak a felírás nem kívánatos következménye, hogy a pénzkínálat növelése csökkenti a termelést (hiszen a pénzzel rendelkező egyének nem tudnak fogyasztani és így termelni sem, amíg pénzt tartanak). Hasonlóan nem kívánatos eredmény, hogy azok, akiknek a 0. időszakban pénzt juttattak, barteregyensúlyban a modell szerint sohasem fogyaszthatnának (Herrendorf–Valentinyi [1999], 117.o.). A következőkben hasonló szemléletű, többségében e szigorú megkötések lazításával az alapmodell általánosítására törekvő modelleket tekintek röviden át.

Többen próbálkoztak az árak, árszínvonal bevezetésével. Kiyotaki és Wright [1993] például tárgyalja az osztható pénz és ebből endogén módon származtatható árszínvonal esetét (69-70.o.). Rupert et al. [2000] pedig azt az esetet vizsgálják, amikor az áruk oszthatóak, és a csereárány ezért nem állandó, hanem alkufolyamat eredménye (hasonló általánosítást röviden Walsh [2003] is ismertet, 124-126.o.). Alapmodelljük egy viszonylag általános formában felírt keresési elméleti modell (ld. Rupert et al. [2000] 6.o., 2. lábjegyzet), melyben monetáris egyensúly csak akkor létezik, ha nem túl sok a pénz a gazdaságban (ekkor ugyanis nehéz árukereskedőt találni, azaz a pénz beválthatóságát annak túlkínálata korlátozza), és a fogyasztók relatíve türelmesek (szubjektív diszkontrátájuk alacsony). Ilyenkor a pénz várakozásoktól függő elfogadási valószínűségének függvényében több egyensúly létezhet (a már ismert módon $\pi = 0$, $\pi = 1$ vagy $\pi \in (0, 1)$; uo. 10-13.o.).

Az említett modellekben a pénz valóban a csere megkönnyítésének, elősegítésének eszköze. Williamson és Wright azonban a módszertan segítségével a pénz egy másik lényeges szerepére mutatnak rá: modelljükben a pénz használatát információs problémák indokolják (a szándékok egyezésének hiányából fakadó problémától ők el is tekintenek, hogy kizárólag erre a funkcióra koncentráljanak). A pénzen kívül kétféle, jó és rossz minőségű jószágot tételeznek fel, ezek eldobhatók, költségmentesen tárolhatók (egyszerre összesen egy egység), oszthatatlanok, ugyanakkor a rossz minőségű jószág ingyen állítható elő és elfogyasztásából nem származik hasznosság, míg a jó minőségű termelése szigorúan negatív, elfogyasztása pedig pozitív hasznossággal jár (de a kereskedelem nélkülözhetetlenségéhez feltételezik, hogy a saját előállítású jószág elfogyasztása nem eredményezhet hasznosságot; Williamson–Wright [1991], 5-6.o.). Ha a jószágok minősége közismert, nincsen információs probléma, akkor a pénznek nincsen szerepe: az aktív barteregyensúly hatékony, és mindig létezik, amikor a monetáris egyensúly létezésének feltételei teljesülnek.[9] Ráadásul Pareto-értelemben dominálja a monetáris egyensúlyt, abban a jólét szintje alacsonyabb, hiszen a pénz léte, használata csökkenti a termelést (uo. 8-13.o.). Más a helyzet, ha létezik információs probléma, azaz az áruk minősége csak bizonyos valószínűséggel ítélhető meg, míg a pénzről

[9]Aktív egyensúlynak itt csak azt tekintjük, ahol a jó minőségű termékből pozitív mennyiséget állítanak elő. Aktív nem monetáris egyensúlyban a pénzt az első periódusban eldobják, azaz mennyisége és értéke nulla.

feltehetjük, hogy mindig felismerhető és ebből adódóan képes az információs probléma enyhítésére. Ekkor ugyanis olyankor is létezhet monetáris egyensúly, mikor semmilyen aktív nem monetáris nincsen, illetve amennyiben van aktív barteregyensúly, akkor is létezhet azt domináló monetáris egyensúly, mert a pénz használata a szereplőket jó minőségű termékek előállítására ösztönzi. Az is elképzelhető, hogy jó minőségű jószágot kizárólag pénzre cserélnek, ami tulajdonképpen likviditási korlátot eredményez (kizárja a közvetlen árucsere lehetőségét), s a korlát elkerülése ösztönzi a költségesen előállítható jó minőségű javak termelésére az egyéneket (uo. 13-26.o.). Fontos hangsúlyozni, hogy a modellben a pénz sohasem szünteti meg teljesen a problémát, mert az elérhető jóléti szint itt mindenképpen alacsonyabb, mint a teljes információs esetben (ld. 20.o.). Az általánosan felismerhető pénz tehát nem szünteti meg, de csökkentheti az információs súrlódásokat, és arra sarkallhatja a szereplőket, hogy nagyobb valószínűséggel állítsanak elő jó minőségű termékeket. A pénznek ezért akkor is van szerepe, ha a barter egyébként nem ütközne a korábban tárgyalt modellekben bemutatott akadályokba (uo. 3-4.o. vagy Rupert et al. [2000] 31.o.).

Kocherlakota [1998] a pénznek egy másik, hasonló funkciójára világít rá: modellje alapján a pénz a memória primitív (tökéletlen) formája. A „memória" Kocherlakota használatában a (kereskedési) múlt tökéletes ismeretét jelenti, a jövőről azonban nem hordoz információt. Ha jövőben teljesítendő, kikényszeríthető kötelezettségek vállalására nincs lehetőség (például információs problémák miatt), akkor pénz és memória híján csak az autarkia lehetne egyensúly. A pénz tulajdonképpen egy számviteli mérleg, a vagyonnyilvántartás eszköze (233.o.), s ezért bármely pénzzel elérhető allokáció megvalósítható kizárólag memória feltételezésével is (244-246.o.), de fordítva ez nem feltétlenül igaz. Kocherlakota megmutatja (234-238.o.), hogy az általa felírt általános környezetnek számos, a pénzelméletben is használt modellkeret megfeleltethető, többek között az együttélő nemzedékek modellje vagy az itt tárgyalt véletlen találkozások esete. A véletlen találkozások modelljében a memória dominálja a pénzt (csak a fenti állítás teljesül; 247.o.), míg az együttélő nemzedékek modelljében ennél többet állíthatunk: a kettő itt ekvivalens egymással (246-247.o.). Kocherlakota ezek alapján azt állítja, hogy a pénz technológiai szerepét annak funkciói nem megfelelően írják le, szemben a pénzt mint memóriát tekintő megközelítéssel (250.o.).

A modell a pénzt és a memóriát szeparáltan vizsgálja, míg a valóságban ezek együtt léteznek. A kettőt egyszerre tartalmazó változatot mutat be Kocherlakota és Wallace [1998], ahol véletlen, páros találkozást, a szándékok kölcsönös egyezésének és a jövőre vonatkozó kötelezettségvállalásoknak a hiányát tételezik fel. Létezik viszont pénz és memória, amit azonban csak késéssel frissítenek. A szerzők azt feltételezik, hogy minden periódus elején, mielőtt a véletlen párosítás megtörténne, ρ valószínűséggel frissítik ezt a nyilvántartást, $1-\rho$ valószínűséggel pedig nem, s emiatt a frissítések között átlagban $1/\rho$ periódus telik el (274.o.).[10] Ha ez a késés végtelen, akkor – ahogy azt eddig is láttuk – nem lesz hitel, ha viszont nincsen késés, akkor a pénznek nincs semmilyen szerepe (ld. Kocherlakota [1998]), azaz tulajdonképpen ezek a modell két szélső esetének tekinthetők. Ebben a felírásban általában mind a memória, mind a pénz használata kívánatos (Kocherlakota–Wallace [1998], 286.o., levezetések: 282-285.o.), azaz $0 < \rho < 1$-re itt hitel (a nem monetáris tranzakció megfelelője) és pénz együtt létezik (273.o.).

Érdekes általánosítást mutat be Corbae et al. [2003] is, akik miközben megtartják a bilaterális kereskedelem feltevését, nem exogén módon adott véletlen találkozásokat feltételeznek, hanem modelljükben a szereplők megválaszthatják, kivel találkozzanak. Ha a kereskedési múlt közismert (a szereplők teljes „memóriával" rendelkeznek), akkor a pénznek itt sincsen jelentősége, ha ezzel szemben egyáltalán nincs memória, akkor az autarkia az egyetlen nem monetáris egyensúly, míg pénzzel elérhető a hatékony allokáció. Irányított találkozások esetén tehát a pénz és a memória tökéletesen helyettesítik egymást, holott a személyek véletlen párosításakor csak egymás tökéletlen helyettesítői voltak (Corbae et al. [2003], 736-738.o.). Ők is vizsgálják osztható áruk és alkufolyamatban kialakuló árak esetét (uo. 743-746.o.), valamint az árupénzek létrejöttét, melyről azt találják, hogy a korábban fundamentálisnak nevezett egyensúly létezik és egyértelmű (ha a vizsgálatot a szigorú,[11] aktív, determinisztikus és szimmetrikus egyensúlydefinícióra kor-

[10] Ha 100 százalékos valószínűséggel, azaz mindig biztosan frissítik a nyilvántartást, a képletből adódó átlagos késés egy periódus, azaz feltesszük, hogy a frissítés és a használat között legalább egy periódus eltelik (nem lehet 0 késés). Picit pontatlan tehát az időszak eleji frissítések feltevése (illetve ebben az esetben bármilyen csere az időszak végén, egy periódus múlva történik). A képlet levezetéséhez írjuk fel a számítandó átlagos késést:

$$\begin{array}{rrrrl}
1\rho + & 2\rho(1-\rho) + & 3\rho(1-\rho)^2 + & 4\rho(1-\rho)^3 + & \ldots = \\
\rho + & \rho(1-\rho) + & \rho(1-\rho)^2 + & \rho(1-\rho)^3 + & \ldots + \\
+ & \rho(1-\rho) + & \rho(1-\rho)^2 + & \rho(1-\rho)^3 + & \ldots + \\
 & + & \rho(1-\rho)^2 + & \rho(1-\rho)^3 + & \ldots + \\
 & & + & \rho(1-\rho)^3 + & \ldots + \\
 & & & & \vdots \;\; = \\
= 1 + & (1-\rho) + & (1-\rho)^2 + & (1-\rho)^3 + & \ldots = 1/\rho,
\end{array}$$

azaz az átlag végtelen mértani sorok végtelen összege, mely maga is egy végtelen mértani sor valóban $1/\rho$ összeggel.

[11] Ha egy adott stratégiától csak akkor lehetséges eltérés, ha azzal a pár mindkét tagja legalább gyengén és egyikük szigorúan jobban jár, akkor szigorú egyensúly az, amitől ilyen eltérés nem lehetséges, uo. 747.o.

látozzák), azaz a spekulatív magatartás Kiyotaki és Wright modelljében a véletlen találkozások feltételezésének következménye (746-751.o.). A modell eredményei egyebekben nagyon hasonlóak a véletlen párosításon alapuló keresési modellekéhez, azaz igazolják, hogy azokban a pénz fontossága nem a véletlenszerűség feltételezéséből fakad.

Összességében elmondható, hogy a keresési modellekben a pénzre valóban a kereskedelmet akadályozó súrlódások miatt van szükség. Ezek közül Rupert et al. [2000] alapján három nélkülözhetetlen ahhoz, hogy azokra koherens pénzelméletet lehessen építeni (melyek a walrasi rendszerbe, ahol a cserét nem is modellezik, nem illeszthetőek be): nincs mindenki mindig egy helyen egy időben (nem központosított piacok), hosszú távú kötelezettségvállalások nem kikényszeríthetők, a résztvevők névtelenek (azaz múltjuk nem közismert; 2-3.o.). A modell így képes magyarázatot adni a közgazdaságtan számos pénzzel kapcsolatos problémájára (például a hozamdominancia kérdése, ld. Kiyotaki–Wright [1989], 951-952.o. vagy Wallace [1997] 9-12.o.), és mentes számos, a korábbiakban bemutatott elemzési kerettel szemben felhozott kritikától, hiszen valóban explicit módon modellezi a pénz egyes funkcióit. Ugyanakkor ennek érdekében a struktúra meglehetősen bonyolult, az analitikus kezelhetőséghez sok egyszerűsítő feltevésre van szükség, melyek többsége kifogásolható. A szerzők ezért annak megmutatására is törekszenek, hogy mely feltevésektől lehetne viszonylag egyszerűen, az eredmények érdemi módosulása nélkül eltekinteni, illetve feltevéseik milyen általánosabb érvényű felírások szélső eseteinek tekinthetők (utóbbira ld. Wallace [1997], 12-13.o.). Kiyotaki és Wright [1993] például a függelékben megmutatják, hogy következtetéseik akkor is érvényesek, ha az egyének elfogyaszthatják saját terméküket is, illetve ha a pénz elfogadásának is van tranzakciós költsége (75-76.o.). Rupert és szerzőtársai a talán legfontosabb kiterjesztésnek a tartható pénz mennyiségére vonatkozó korlátozás feloldását tekintik, de ekkor a modellek nagyságrenddel bonyolultabbá válnak. Pedig a csak 0 vagy 1 egységnyi pénztartást megengedő alapesetben sok gazdaságpolitikai kérdés (például az optimális inflációs ráta) nem tanulmányozható (Rupert et. al. [2000], 34-35.o.).

Azt hiszem, éppen ez a legfőbb hiányossága ezeknek a modelleknek. A pénz létének igazolásához a mikrostruktúra viszonylag részletes leírása szükséges, ami realisztikus feltevések esetén már nagyon nehezen kezelhető. A modellek meg tudják magyarázni a pénz kialakulását és ennek fontos tényezőit, de a szükséges egyszerűsítések miatt monetáris politikai elemzésekre már nem könnyen tehetők alkalmassá. Néhány kérdés persze vizsgálható ebben a keretben, illetve sokan megpróbálnak amellett érvelni, hogy tulajdonképpen a modellek számos megfigyelésre képesek magyarázatot adni. Példaként említhető Kiyotaki és Wright 1993-as cikke, ahol több valuta létét is vizsgálják (74-75.o.). Más kísérlet adóztatás lehetőségének bevezetése, amikor ha a keresésre fordított erőfeszítést endogénnek tekintik, akkor hatékony lehet a pénztartás megadóztatása, mert növeli a keresési erőfeszítéseket (Rupert et. al. [2000], 32.o.). Wallace [1997] pedig megmutatja, hogy a modell képes megmagyarázni a pénzmennyiség változásának eltérő rövid- és hosszú távú hatásait (rövid távon az output nő, míg hosszú távon az árszínvonal; 5-9.o.). Ehhez azonban nemcsak azt feltételezi, hogy a pénzmennyiségről késéssel állnak rendelkezésre információk, de annak véletlen alakulását is, azaz nem tudatos gazdaságpolitika hatásairól van szó.

Berentsen et. al. [2004] éppen olyan kiterjesztést próbálnak vizsgálni, ahol a modell még analitikusan is megoldható, de már alkalmas különböző gazdaságpolitikai hatások elemzésére is. Szerintük ilyen hatások nem egyenletes (azaz heterogén) pénzeloszlás mellett (és váratlan pénzmennyiség-változtatás esetén) lehetségesek, ezért felteszik, hogy míg (az egyszerűség kedvéért) bizonyos időnként lehetőség van centralizált kereskedelemre, két ilyen „piac" között kétszer történik decentralizált kereskedés, s ennek a struktúrának az eredményeképpen az első és második kereskedési kör után a pénzeloszlás nem lesz egyenletes, így a pénzkínálat növelése rövid távon növelheti az outputot, aszimmetrikus monetáris transzferek pedig erre hosszú távon is képesek. Itt a gazdaságba juttatott pénz tulajdonképpen fogyasztási biztosításként szolgál, s a heterogén pénztartás eredményeképpen a monetáris transzfer a kevesebb pénzzel rendelkezőkhöz csoportosít át vásárlóerőt, ami jólétnövelő hatású lehet (hiszen náluk az így lehetővé tett többletfogyasztás marginális haszna nagyobb; 14.o.). A modell determinisztikus verziójában az aszimmetrikus transzferek csak magas infláció esetén járnak (akkor azonban tartós) reálhatással (10-17.o.). A *Friedman-szabály* itt is optimális (12.o.), azonban fontos hangsúlyozni, hogy ez itt jelenthet pozitív átlagos inflációt is (6. és 13.o.).

A bemutatott példák ellenére úgy érzem, hogy a modell alapvetően bonyolult struktúrája miatt csak korlátozottan alkalmas gazdaságpolitikai kérdések tárgyalására, ezért az egyszerűbb, a pénz szerepét nem kielégítően leíró, csupán feltételező megközelítéseknek egyelőre továbbra is megvan a létjogosultsága.[12]

[12] A tranzakciós pénztartási motívumot expliciten megjelenítő modellek és a sztenderd makroökonómia, elsősorban a neoklasszikus növekedéselmélet integrálására számos kísérlet született, de a probléma nem tekinthető megoldottnak, jelenleg is kutatások tárgya. A feladat nehézségéhez kapcsolódóan sokatmondó idézeteket közöl Aruoba–Waller–Wright [2005] az 1. lábjegyzetben (2.o.), a cikk pedig egy az újabb integrálási kísérletek közül.

5. fejezet

Monetáris politika felzárkózó kis nyitott gazdaságokban

A korábbi fejezetekben a monetáris elmélet elmúlt évtizedekben kialakult irányzatait tekintettem röviden át, különös hangsúlyt fektetve a makroökonómiában elfogadottá vált monetáris alapmodellekre (ezen belül is azt a hasznos pénznek nevezett megközelítést tárgyaltam a legrészletesebben, melyet a most következő fejezetekben használni fogok). A dolgozat következő részében egy, a monetáris politika vizsgálatára irányuló alkalmazást mutatok be, amely épít az irodalomban fellelhető munkákra, ugyanakkor bizonyos vonatkozásokban azok bővítését, kiegészítését is jelenti: egy felzárkózó ország modelljének monetáris változatában vizsgálja a gazdaságpolitika ezen ágát. Nem tudok olyan munkáról, amely ötvözné a konvergenciairodalom kis nyitott gazdaságokra született megközelítésmódját a monetáris szemlélettel a monetáris politika vizsgálata céljából. Hasonló megközelítéssel csak Benczúr [2003]-ban, illetve Benczúr–Kónya [2004]-ben találkoztam, de ők egyrészt a felzárkózó kis nyitott gazdaságok modellezésének az itt követettől eltérő módját választják, másrészt különbözik vizsgálatuk tárgya (a nominális sokkok reálhatásainak elemzésére koncentrálnak). A kérdés vizsgálata különösen az Európai Unióhoz tavaly csatlakozott országok szempontjából lényeges, melyek többségében kis nyitott és (Ciprus és Málta kivételével) átmeneti gazdaságok.

A következő, 5.1-es szakasz foglalkozik a modell alapötletének bevezetésével, elméleti és gyakorlati relevanciájának kérdésével. Ezt követi a modell gazdasági környezetének ismertetése és az optimalizációs problémák megoldása (5.2), majd a versenyzői egyensúly felírása (5.3). A modell különböző monetáris politikai szabályok feltételezése melletti dinamikus viselkedésének elemzése az 5.4-es szakasz tárgya, míg az utolsó, 5.5-ös rész összefoglalja a főbb eredményeket.

5.1. Bevezetés és motiváció

2004 májusában megvalósult az Európai Unió úgynevezett „keleti bővítése”, az unió történetének lakosságszámban mért legnagyobb bővítési hulláma, melynek során tíz új tagállammal huszonötre nőtt a résztvevők száma. Az új belépők (Ciprus, Csehország, Észtország, Lengyelország, Lettország, Litvánia, Magyarország, Málta, Szlovákia és Szlovénia) többségében kis nyitott gazdaságok (Lengyelország jelent ebből a szempontból leginkább kivételt), és Cipruson és Máltán kívül mind posztszocialista átmeneti gazdaságok, azaz a korábbi tervgazdasági felépítés piacgazdasággá való átalakításának folyamatán vannak többé-kevésbé túl (legalábbis a koppenhágai kritériumok teljesítésének mértékéig, ami a csatlakozás feltétele volt).
A belépéssel az új tagállamok egyúttal az európai Gazdasági és Monetáris Unió aspiránsaivá is váltak, hiszen néhány korábbi uniós tagországgal ellentétben nem rendelkeznek úgynevezett opt-out klauzulával, azaz nem dönthetnek önként a távolmaradás mellett. Az eurózónához való csatlakozás azonban csak a belépés előírt feltételeinek (a *maastrichti konvergenciakritériumok*nak) a teljesítésével lehetséges. Az államadósság szintjére és a költségvetési deficitre vonatkozó feltételek mellett ezek a kritériumok monetáris jellegűek: az árfolyam euróval szembeni stabilitását, árstabilitást és egy ennek megfelelő nominális kamatszintet kell tudni fenntartani az elbírálást megelőző bizonyos időszakban.[1] Mindezek miatt a monetáris politika fontos szerephez jut a leendő monetáris uniós tagállamokban. Felmerül tehát a kérdés, milyen típusú monetáris politika követendő, milyen stratégia kedvezőbb az adott országcsoport tagjai számára?

Ha az érintett országokban jelenleg használt monetáris kereteket tekintjük, meglehetősen sokszínű képet kapunk. A monetáris autonómia teljes feladásától (ami többnyire a szigorúan rögzített valutatanács rendszerére való támaszkodást jelenti, mint például Észtország, Lettország stb. esetében) az árfolyam szabad lebegtetéséig (ami többnyire az inflációs célkövetés rendszerével párosul, például Lengyelország, Csehország esetében) különböző stratégiákat követnek az egyes országok.
Az elmélet sem ad egyértelmű iránymutatást.[2] Ez meglepőnek tűnhet, hiszen számos monetáris általános egyensúlyi modell született a monetáris politikai szabályok optimalitásának és tulajdonságainak elemzésére különböző struk-

[1] Pontosan: *Treaty on European Union*, Article 109j. A konvergenciakritériumokat lásd például Gros-Thygesen [1998] 498-521.o.; magyarul például Polgár [2000], 60.o.

[2] Holott ezekben az országokban különösen nagy szükség lenne az elméleti fogódzókra, hiszen a megbízható és összehasonlítható idősorok bármilyen ökonometriai vizsgálathoz nagyon rövidek, így gyakran csak nehezen értelmezhető eredményekre vezetnek. Emiatt az empirikus vizsgálatokra is meglehetősen nehéz támaszkodni.

túrákra, ezen belül kis nyitott gazdaságok esetére is.[3] De a modellek nagy része vagy teljesen eltekint a termeléstől, vagy a termelés egyetlen inputjának a munkaerőt tekinti, azaz a fizikai tőke nem jelenik meg expliciten. Ráadásul alacsony inflációs környezetet és steady state-közeli gazdaságokat viszgálnak. Egyik említett feltevés sem tekinthető igazán jó közelítésnek az új tagállamok esetében (bár az alacsony inflációs környezetet már sok országnak sikerült megvalósítania). Az érintett országok felzárkózó gazdaságok, melyek feltehetően még nem érték el a kiegyensúlyozott növekedés állapotát, hanem felé haladó pályán, esetleg egy magasabb kiegyensúlyozott növekedési ütemmel jellemzett állapotba vivő átmeneti pályán haladnak. Ez a konvergencia európai integrációjuk egyik fontos célja, így véleményem szerint az említett gazdaságok nem elhanyagolható jellemzője.
Ebből adódóan másik lehetőség a konvergenciairodalom modelljeinek használata. Itt elsősorban olyan megközelítésekkel találkozunk, melyek (akárcsak a monetáris modellek) különböző súrlódásokat építenek be egy egyébként neoklasszikus keretbe, hogy az empirikus becsléseknek körülbelül megfelelő konvergenciasebességet kapjanak eredményül. (Nyitott gazdaságban teljesen neoklasszikus feltevések mellett azonnali felzárkózás adódna, hiszen az optimális döntés az azonnali ugrás a kiegyensúlyozott növekedésnek megfelelő pályára, s ehhez a nyitott gazdaság a hiányzó erőforrásokat hitelből képes pótolni.) Ezek a modellek viszont túlnyomóan nem monetárisak.[4]
Természetesen mára már születtek tőkét és pénzt expliciten tartalmazó modellek is, de ezek többnyire zárt gazdasággal foglalkoznak, és ennél fontosabb, hogy a reálgazdasági oldalt leíró alapmodelljük nem konvergenciamodell, azaz nem képes egy kis nyitott gazdaság felzárkózási viselkedésének vizsgálatára. A gyakorlati orientációjú modellezés elsődleges eszközeivé talán a különböző dinamikus sztochasztikus általános egyensúlyelméleti megközelítések váltak (DSGE-modellek), amilyen például a Smets–Wouters [2003] vagy a Del Negro et. al. [2004], hogy csak néhány újabb, ismert példát említsek. Ezek a modellek sem a felzárkózó gazdaságok vizsgálatára irányulnak, és a jobb empirikus alkalmazhatóság érdekében különböző nominális merevségeket tételeznek fel. Az általam ismert munkák közül a konvergencia modellezéséhez szükséges bizonyos elemeket használ Benczúr [2003] és Benczúr–Kónya [2004], de az ő célkitűzésük különbözik az ittenitől: nem a monetáris politika és a konvergencia interakciójára, a monetáris politika ebben játszott esetleges szerepére koncentrálnak, hanem különböző nominális sokkok reálhatásait vizsgálják.

[3]Zárt gazdaságról szóló munkára példa Galí [2002] vagy Woodford [2003]; kétországos modelleket mutat be például Obstfeld–Rogoff [1995] és [1998]; egy kis nyitott gazdaságos megközelítést tartalmaz Galí–Monacelli [2002].

[4]Lásd például Barro–Mankiw–Sala-i-Martin [1995], Chatterjee–Sakoulis–Turnovsky [2001] vagy Lane [2001].

A gazdaságok átmeneti jellege, reál értelemben vett konvergenciája és a monetáris politika között lehetséges a kölcsönhatás. Már 1979-ben megmutatta Stanley Fischer (ahogy arra már korábban utaltam is, 3.1.3. szakasz, 41.o.), hogy például a korábban már szintén hivatkozott Sidrauski [1967] eredményei a pénz szupersemlegességéről csak a steady stateben igazak. Maga a nyugalmi állapotbeli szupersemlegesség is meglehetősen speciális feltételek mellett adódik ugyan, de még Sidrauski modelljében is, ahol ez teljesül, az átmeneti pályát befolyásolja a pénz jelenléte: a konvergencia sebessége függ a nominális pénzkínálat növekedési ütemétől. Az átmenetre nézve csak logaritmusos hasznossági függvényt feltételezve teljesülne a szupersemlegsség, míg az empirikus munkákban leggyakrabban használt konstans helyettesítési rugalmasságú függvénycsalád esetére ez nem áll fenn.

Az említett országok szempontjából mindezek miatt mindhárom említett alapvonást (*kis nyitott gazdaság, felzárkózás, monetáris oldal*) nélkülözhetetlennek tartom a monetáris politika hatásainak elemzéséhez, ezért a fellelhető munkákhoz való hozzájárulásként az itt bemutatott modellben megpróbálom ötvözni ezeket. Annak érdekében, hogy az így adódó komplex struktúra ne váljon túlságosan bonyolulttá, a legegyszerűbbnek tűnő modellszerkezetet vettem alapul és bővítettem pénzzel. Már itt meg szeretném jegyezni, hogy a modell *rugalmas árak*kal dolgozik, azaz eltér az empirikus célokra leginkább elterjedt megközelítésmódtól. Ezt részben éppen az egyszerűség igénye indokolja, részben pedig az, hogy az árak ragadósságának bevezetése monopolista verseny feltételezését kívánná meg, ami a nagyon nyitott kis gazdaságok esetében, ahol erős a külfölddel való verseny, kevéssé tűnik reálisan elfogadhatónak. Hasonló modellt ír fel és vizsgál Benczúr [2003] és Benczúr-Kónya [2004] is: kifejezetten kis nyitott gazdaságra koncentrálnak, használnak a konvergencia modellezését lehetővé tevő feltevéseket, ráadásul a pénzt is ugyanúgy vezetik be a modellbe (a *hasznos pénz megközelítés*t alkalmazzák), és náluk sincsenek nominális merevségek. Céljuk tulajdonképpen éppen az, hogy megmutassák, az általuk felírt szerkezetben ezek megjelenítése nélkül is járhatnak a nominális sokkok tartós reálhatással. A modell tehát egyrészt különbözik fókuszában, céljában, ahogy már írtam, illetve az általam alapul vett „konvergenciamodell" más feltevésre épít, mint amit ők alkalmaznak (itt *korlátozott tőkemobilitás*t tételezünk fel, míg ott a beruházás jár alkalmazkodási költségekkel).

A következő szakaszban áttérek a modell részletes bemutatására, konkrét felírására és megoldására.

5.2. A modellgazdaság

Célom tehát egy olyan modell felírása, mely alkalmas a monetáris politika vizsgálatára felzárkózó kis nyitott gazdaságok esetében. A *felzárkózás*on, konvergencián a modell keretében a kiinduló állapotból a steady statebe való eljutás folyamatát értem: azt a pályát, melyen a kezdeti feltételek meghatározta állapotból az adott ország eljut a kiegyensúlyozott növekedési ütemmel jellemzett állapotba.[5] Az előző szakasz alapján ehhez átmeneti, kis nyitott gazdaságok leírására alkalmas, ugyanakkor monetáris modellre van szükség. Ebben az első és legegyszerűbb kísérletben Barro–Mankiw–Sala-i-Martin [1995] modelljét vettem alapul a reálgazdaság leírására. Ez egy kis nyitott gazdaság dinamikus általános egyensúlyi modellje folytonos időben, ahol *a tőke mobilitása korlátozott* (bizonyos vonatkozásban teljesen szabad a tőkeáramlás, míg máshol teljesen kizárt), ami a modell szerkezetét könnyen kezelhetővé teszi, miközben lelassítja a konvergenciát. (A cikkből kiderül, hogy a modell kalibrált változatából reális paraméterértékek mellett az empirikus becslésekkel összhangban álló eredmény adódik a konvergenciasebességre.) Kismértékben módosítottam (egyszerűsítettem) a szerzők által használt modellt, hogy elsősorban a monetáris politikára koncentrálhassak.[6] A modell „monetizálására" a *hasznos pénz megközelítés*t alkalmazom (részletes ismertetését ld. a 3.1-es részben) Stanley Fischer egy munkáját követve (Fischer [1979]; a megközelítést Sidrauski [1967]-hez kötik).

A gazdaságot nagyszámú örökéletű és egymással minden jellemzőben (például preferenciák) megegyező háztartás alkotja, ők birtokolják a gazdaság erőforrásait, a tőkét (ahol megkülönböztetünk *fizikai- és humántőké*t) és a munkaerőt. Ezeket a termelési tényezőket versenyző piacokon adják bérbe a vállalatoknak, akik azokat termelési célokra használják fel. Vegyük először szemügyre a háztartások modellbeli gazdasági problémáját!

[5] A modellbeli konvergenciát ennek megfelelően a steady statebe tartó, azaz stabil nyeregpálya jelenti. Vizsgálatához természetesen szükséges, hogy ez a pálya egyértelműen meghatározott legyen, ami minden itt elemzett esetben teljesülni fog. A konvergencia pontosan a steady state stabil nyeregpályán való megközelítését, elérését jelenti, a pályán a nyugalmi állapot irányába való mozgás sebessége pedig a konvergenciasebesség. Nem foglalkozom tehát az átmenettel mint két stabil nyeregpálya közötti mozgással, amikor a folyamat nyugalmi állapota a két pálya esetében különbözik (az átmenettel ekkor egy olyan pályára kerülhet át a gazdaság, melyhez magasabb elérhető kiegyensúlyozott növekedés tartozik, mint a kiindulási pontnak megfelelő pályához).

[6] Az egyszerűsítés kevesebb paramétert jelent, azaz a lakosság növekedési ütemét nullának tételezem fel (n Barro et. al. modelljében), nincsenek adók és munkakiterjesztő technikai haladás (azaz a szerzők jelöléseivel élve τ és g itt szintén nulla). Emiatt a kiegyensúlyozott növekedési ütem is nulla lesz a modell itt használt verziójában.
Eltérés még a hivatkozott cikktől, hogy míg ott az egyszerűség kedvéért integrálják a fogyasztói és vállalati problémát, itt a modell teljes megoldása szerepel.

5.2.1. A fogyasztói döntési probléma

A fentieknek megfelelően a gazdaságban végtelen sok azonos, végtelen élettartamú háztartás van.[7] Mivel a háztartások azonosak, foglalkozhatunk egy reprezentatív fogyasztó döntési problémájával. A költségvetési korlát felírásával kezdem, és a jobb áttekinthetőség érdekében mindent reál értelemben fejezek ki (az egyetlen kompozit jószág egységeiben), és eleve csak a reálváltozókban értelmezett korlátot írom fel.

A háztartások (mint a tőke és a munkaerő tulajdonosai) jövedelmének egy része bérleti díjból és bérből származik. Bérbe adják munkaerejüket (amit L-lel jelölök a gazdaságban, ez a reprezentatív háztartás esetében $L/L = 1$-gyel egyenlő) versenyzői piacokon w összegű egy főre jutó reálbérért.[8] Láthatóan rugalmatlan munkaerőkínálatot tételezek fel, azaz eltekintek a szabadidő lehetőségétől. Ugyancsak bérbe adják a fizikai tőke rendelkezésükre álló állományát (a gazdaságban K, a reprezentatív fogyasztóra nézve $K/L = k$) r_k és a humántőkét (H, illetve $H/L = h$ egy főre nézve) r_h bérleti díjért (bruttó reálhozamért). Ők rendelkeznek a nettó külföldi adósságállománnyal (d az egy főre jutó reáladósság), azaz a külföldről felvett kölcsönök is a jövedelem részét képezik (az időszaki jövedelem része tehát $\dot{d}$, ahol a változó feletti pont továbbra is az idő szerinti deriváltat jelöli, azaz az időegység alatti változást mutatja). A pénzt a kormányzat egyösszegű transzferként juttatja el a háztartásokhoz, ez a transzfer (x egy főre jutó reálértékben) így szintén a háztartás jövedelme. A háztartás összes jövedelmét tehát $r_k k + r_h h + w + \dot{d} + x$ mutatja.

Az így adódott jövedelmet költheti el fogyasztásra (c), fizikai- és humántőkébe való beruházásra (I_k és I_h) és pénzfelhalmozásra (m jelöli a reálegyenleget)[9], de kamatot is kell fizetnie a felvett adósság után r^w, azaz a világpiaci kamat-

[7] A fogyasztó, illetve háztartás kifejezéseket szinonímákként használom. Ez felfogható úgy, hogy minden háztartás egytagú, de legalábbis a háztartás egységet alkot az erőforrások bérbeadásakor (azaz pl. egy ember dolgozik) és a jövedelem elköltésekor is. Mindenesetre a modellben nincsen heterogenitás.

[8] Mivel a modellt folytonos időben írom fel, minden változó az idő folytonos függvénye, ezért valójában $L(t)$-t, illetve $w(t)$-t kellene írnom, ahol t az idő indexe. A kifejtést egyszerűsítendő ehelyett az időindex elhagyásával csupán L-t, w-t írok, s ez vonatkozik a későbbiekben bevezetett változókra is ($K, H, Y, M, P, X, c, d, r_k, r_h$ stb.).

[9] A pénz alapvetően nominális kategória (általában M jelöli, amit itt egy főre jutó értékként értelmezek). A fogyasztó csak a nominális pénzállományról hoz döntést, de igazából annak vásárlóértéke érdekli. Döntése szempontjából így a reálértékek számítanak. A reálegyenleg $m = M/P$, ahol P az árszínvonal (itt az egyetlen végtermék ára), amiből következően $\dot{M}/P = \dot{m} + m\pi$, ahol $\pi = \dot{P}/P$ az inflációs ráta. Ez jelenik meg a reálváltozókban felírt költségvetési korlátban. (Tulajdonképpen két alapvetően nominális kategória van a költségvetési korlátban, M és $X = xP$, ahol X az egy főre jutó transzferek nominális értéke. A külföldi adósságot, d-t azonban reálváltozóként értelmezem.)

láb mellett, ami a kis nyitott gazdaság számára konstans, hiszen méreténél fogva azt nem képes befolyásolni. A háztartás időszaki összes kiadása tehát $c + I_k + I_h + r^w d + \dot{m} + m\pi$. A tőke mozgástörvénye szerint annak állományát a beruházás növeli, míg az amortizáció csökkenti, azaz $\dot{k} = I_k - \delta k$ és $\dot{h} = I_h - \delta h$, ahol kényelmi okokból mindkét típusú tőkére azonos amortizációs rátát feltételeztem (δ). Ha ezeket az összefüggéseket felhasználjuk a beruházás kifejezésére, a reprezentatív háztartás reál költségvetési korlátját az alábbi módon írhatjuk fel (az egyenlet bal oldala a jövedelem forrásait, jobb oldala pedig annak elköltését mutatja):

$$r_k k + r_h h + w + \dot{d} + x \geq c + \dot{k} + \delta k + \dot{h} + \delta h + r^w d + \dot{m} + m\pi \tag{5.1}$$

Otimumban a költségvetési korlát természetesen egyenlőségre teljesül. A háztartás a modellben tehát hoz egy megtakarítási döntést (dönt fogyasztásának és megtakarításának arányáról), majd egy allokációs (portfólió-)döntést, mikor eldönti, megtakarításait milyen arányban használja fizikai- és humántőke, valamint reálegyenleg felhalmozására.

A modell (már említett) fontos, a konvergencia vizsgálatát lehetővé tevő feltevése a tőkemobilitás korlátozottságára vonatkozik, érdemes tehát ezzel is röviden foglalkozni a feladat felírása előtt. Az adott ország r^w (a steady state értékén konstansnak feltételezett) kamatlábon adhat-vehet kölcsön a nemzetközi tőkepiacokon, de csak korlátozott mértékben: felvett kölcsönei nem haladhatják meg a gazdaságban rendelkezésre álló fizikai tőke értékét, mert csak ez tekinthető elfogadható hitelfedezetnek a külföld számára.[10] Barro et. al. [1995] szerint ez ekvivalens annak feltételezésével, hogy a fizikai tőke bár vagy hazai tulajdonban van, de részben vagy egészben külföldi forrásokból finanszírozott (ezt a feltevést fogom használni), vagy részben vagy teljesen külföldi tulajdonban van. De a modell szempontjából lényeges feltevés, hogy ez semmiképpen sem lehetséges a humántőke vagy a munkaerő esetében, azaz ez sem külföldi tulajdonban nem állhat, sem fedezetként nem fogadható el, tehát ezek felhalmozását csak belföldi forrásokból lehet finanszírozni. Ez egyúttal a munkaerő nemzetközi migrációját is kizárja.
A feltételezés szerint tehát a külföldi hitelállomány nem haladhatja meg a fizikai tőke állományát, azaz formálisan $d \leq k$. Gyakorlatilag optimumban

[10] Emellett számos érv hozható fel, például egyszerűbb a fizikai tőke nyilvántartása, számbavétele és tulajdonlása is, illetve ugyancsak könnyebb annak piaci értékét eladással realizálni vagy azt más célra felhasználni. Részletesen ld. Barro et. al. [1995], 110.o. A szerzők itt azt is megemlítik, hogy igazából csak annak felismerésére van szükség, hogy nem minden beruházás finanszírozható a tőkepiacról, illetve nem bármely jószág szolgálhat hitelfedezetként. A két különböző csoportra így csak megfelelő elnevezéseket kell találnunk, amire az általuk adott fizikai- és humántőke egy lehetőség.

ezt a hitelfelvételi korlátot a háztartás maximálisan kihasználja, azaz $d = k$ fog teljesülni.

Írjuk fel és értelmezzük ezek után a reprezentatív fogyasztó megoldandó maximalizálási problémáját:

$$\max \int_0^\infty e^{-\rho t} \frac{(c^\beta m^\gamma)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \mathrm{dt}, \quad \text{ahol } \beta, \gamma, \sigma > 0,\ \beta + \gamma \leq 1$$

$$\begin{aligned}
\text{valamint } & \dot{k} + \dot{h} - \dot{d} + \dot{m} = (r_k - \delta)k + (r_h - \delta)h + w + \\
& \qquad\qquad + x - c - r^w d - m\pi \\
& d = k \\
& h(0) > 0,\ k(0) > 0 \\
& c, m, k, h, d \geq 0 \\
& r_k, r_h, w, r^w, P \geq 0 \text{ és } x \text{ adott,} \\
\text{ahol } \quad & k(0) + h(0) - d(0) < h^* \\
\text{és } \quad & \lim_{t\to\infty} (k + h - d)e^{-r^w t} \geq 0 \text{ (no-Ponzi feltétel).}
\end{aligned}$$

Ez egy megszokott dinamikus optimalizálási probléma folytonos időben: a háztartás célja az élettartam alatt elérhető hasznosság maximalizálása, miközben különböző korlátoknak kell megfelelnie (feltételes optimalizáció). A hasznossági függvényt konstans helyettesítési rugalmasság jellemzi (másként konstans relatív kockázatelutasítás), paraméterei σ, β és γ, a különböző időpontbeli hasznosságokhoz tartozó szubjektív diszkontráta pedig ρ.
Ezzel a függvényformával a hasznosság bármely $c, m > 1$-re pozitív, a határhaszon pedig mind a pénz, mind a fogyasztás esetében pozitív a paraméterekre tett fenti feltevések mellett (azaz egy újabb jószágegység elfogyasztása vagy egy újabb egység reálegyenleg tartása növeli a reprezentatív gazdasági szereplő hasznosságát). A függvény konkávitása is garantált a két argumentumban, mivel $\beta(1-\sigma) < 1$ és $\gamma(1-\sigma) < 1$ teljesül. Ez a határhaszon monoton csökkenését jelenti: minél magasabb a fogyasztás (vagy a reálegyenleg) szintje, annál kevesebb többlethasznosságot nyújt egy újabb jószágegység elfogyasztása (egy újabb egységnyi reálegyenleg tartása). A másodrendű vegyes parciális derivált (a fogyasztás határhasznának reálegyenleg szerinti, illetve a pénz határhasznának fogyasztás szerinti deriváltja, melyek ennél a szimmetrikus függvényformánál megegyeznek egymással) pozitív, ha $\sigma < 1$ és negatív, ha $\sigma > 1$. Pozitív másodrendű vegyes derivált esetén a fogyasztás határhaszna a reálegyenleg növekvő függvénye és fordítva („kiegészítő" javak), míg negatív deriváltra ennek ellenkezője teljesül („helyettesítő" viszony).
Az első változóra vonatkozó kockázatelutasítási együttható $1 - \beta + \beta\sigma$, míg a másodikra vonatkozó paraméter $1 - \gamma + \gamma\sigma$. A fogyasztás és a pénz intertemporális helyettesítési rugalmassága ennek megfelelően a fenti két kockázatelutasítási paraméter inverze. Ebben a determinisztikus modellben a koc-

kázatelutasítási paraméternek nincs nagy jelentősége, de ugyanez már nem igaz az inverz mutatóra. Ha a helyettesítési rugalmasság egynél nagyobb (ez a helyzet $\sigma < 1$ esetén), akkor a fogyasztó viszonylag szívesen helyettesít periódusok között, azaz engedi a fogyasztását (és itt a reálegyenleget is) időben ingadozni. A másik esetben, amikor $\sigma > 1$, tehát a helyettesítési rugalmasság egynél kisebb, akkor jelentős a fogyasztás (és a reálegyenleg) időbeli simítása.[11] Eddig nem foglalkoztam kifejezetten a másik két paraméter (β és γ) szerepével: minél magasabb a β/γ hányados, adott c-re és m-re annál magasabb lesz a fogyasztás és a reálegyenleg közötti helyettesítési határráta (azaz a fogyasztás határhasznának a pénz határhasznához való aránya), tehát annál több m-t vagyok hajlandó feláldozni egy egység c-ért cserébe.
A célfüggvény után tekintsük a korlátokat: az első a már bemutatott költségvetési korlát, (5.1) kissé átrendezve, a második pedig a szintén már tárgyalt hitelfelvételi korlát. A harmadik egy kezdeti feltétel: a tőkeállomány kezdeti értékének pozitivását követeli meg, míg a következő két feltétel a változók és a fogyasztók számára adottságot jelentő árak nemnegativitását írja elő. A hatodik feltétel ahhoz szükséges, hogy a hitelfelvételi korlát valóban korlátozó tényezőt jelentsen. Ennek belátásához tekintsük az ellenkező helyzetet, azaz $k(0)+h(0)-d(0) \geq h^*$ (csillag jelöli a steady state értékeket). Ebben az esetben a gazdaság azonnal a steady statebe kerülhet, hiszen a hazai erőforrások elégségesek h^* finanszírozásához, k^* elérése pedig megvalósítható külföldi hitelekből. Az adott korlát ezt zárja ki, és nyilvánvalóan ez a felzárkózó gazdaságok szempontjából fontosabb, érdekesebb eset. Az utolsó, megszokott no-Ponzi feltétel a Ponzi-játékok lehetőségét zárja ki: nettó eszközeink jelenértéke nem lehet negatív, azaz képesnek kell lennünk adósságaink visszafizetésére. Vegyük észre, hogy ezt itt igazából nem szükséges előírni, hiszen a hitelfelvételi korlátból adódóan $d \leq k$, azaz nettó eszközeink (a zárójeles kifejezés) értéke nem lehet kisebb, mint a humántőke állománya (h), ami nemnegatív.

Oldjuk meg a felírt fogyasztói problémát! Ehhez fel kell írnunk a Hamilton-függvényt:

$$\begin{aligned}\mathscr{H}(c;k,h,m,d;\lambda,\mu) = e^{-\rho t}\frac{(c^\beta m^\gamma)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} &+ \lambda e^{-\rho t}[(r_k-\delta)k+(r_h-\delta)h \\ &+ w + x - c - r^w d - m\pi] + \mu e^{-\rho t}(k-d)\end{aligned}$$

Itt λ a jelen idejű multiplikátor, azaz a jövedelem egy t periódusbeli többletegységének hasznosságban kifejezett, t periódusbeli árnyékára. Hasonló-

[11] Ez azt is jelenti, hogy az első esetben (alacsony σ) kamatemelkedésnél a helyettesítési hatás dominál (a megtakarítások nőni fognak), míg a második esetben (magas σ) a jövedelmi hatás dominál (azaz a megtakarítások csökkennek). $\sigma = 1$-re a két hatás éppen kiegyenlíti egymást, azaz a megtakarítások szintje nem változik.

képpen μ is jelenidejű multiplikátor, az elérhető hitelfedezet (felvehető hitel) többletegységének árnyékára.
Az egyes változók szerinti deriválással, majd átrendezéssel az egyenlőségre teljesülő korlátok mellett az alábbi elsőrendű feltételek adódnak:

$$c: \qquad \lambda = \beta c^{\beta-\beta\sigma-1} m^{\gamma-\gamma\sigma} \tag{5.2a}$$

$$k: \qquad r_k - \delta = -\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + \rho - \frac{\mu}{\lambda} \tag{5.2b}$$

$$h: \qquad r_h - \delta = -\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + \rho \tag{5.2c}$$

$$m: \qquad \frac{\gamma c^{\beta-\beta\sigma} m^{\gamma-\gamma\sigma-1}}{\lambda} = -\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + \rho + \pi \tag{5.2d}$$

$$d: \qquad r^w = -\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + \rho - \frac{\mu}{\lambda} \tag{5.2e}$$

A következőkben kiküszöbölöm az árnyékárakat, amivel tulajdonképpen három egyenletre egyszerűsíthető a rendszer. A (5.2a) egyenletet idő szerint deriválva kapjuk $\dot{\lambda}$ kifejezését, amit (5.2c)-ben felhasználva átrendezéssel a következő eredmény adódik:

$$(\beta - \beta\sigma - 1)\frac{\dot{c}}{c} + (\gamma - \gamma\sigma)\frac{\dot{m}}{m} = \rho - (r_h - \delta) \tag{5.3}$$

Az egyenlet egy dinamikus feltétel (az intertemporális Euler-egyenlet modellbeli megfelelője), mely szerint a fogyasztás és a reálegyenleg optimális pályája a steady statetől való távolságtól függ. A jobb oldalon ugyanis a hosszú távú egyensúlyra jellemző reálkamatláb (ρ, ahogy később expliciten is látni fogjuk) és a tényleges hazai reálkamatláb különbségét látjuk. Ha a hozamok között jelentős az eltérés, az átmenet gyorsabb, ha viszont közel vagyunk a nyugalmi állapothoz, akkor ez az alkalmazkodás lassabb, hiszen a megtérülési mutatók közötti különbség viszonylag kicsi.
Érdemes kicsit végiggondolni σ egyenletbeli szerepét. Amennyiben $\sigma < 1$ (pozitív másodrendű vegyes parciális deriválť), akkor $\dot{c}/c$ és $\dot{m}/m$ együtthatói ellenkező előjelűek, ami miatt ezek ceteris paribus azonos irányba változnak: ha $\dot{m}/m$ nő (csökken), akkor $\dot{c}/c$ is. Ha $\sigma > 1$ (negatív másodrendű vegyes parciális derivált), akkor az együtthatók azonos előjelűek lesznek, maguk a hányadosok pedig ceteris paribus ellenkező irányba változnak: a reálegyenleg növekedési rátájának növekedése (csökkenése) a fogyasztás növekedési ütemének csökkenésével (növekedésével) jár együtt. (Minden egyéb változatlansága esetén tejesülnek a fenti állítások, a hozamkülönbség csökkenése ezt ugyanis mindkét esetben ellensúlyozhatja.) Ha $\sigma = 1$, akkor m (és β) nem is jelenik meg az egyenletben, a képlet $-\dot{c}/c = \rho - r_h + \delta$ alakra egyszerűsödik.

Intuitíven az első esetben a fogyasztás és a reál egyenleg „kiegészítő” javak, növekedési ütemük hasonlóan változik a fogyasztó számára optimális esetben. A második esetben ezek „helyettesítő” jószágok, ekkor a két növekedési ütem ellentétesen változik. Egy erőforráskorlátos helyzetben a fogyasztás erősen korlátozott, hiszen csak a megtermelt termék fogyasztható el, de ugyanez használható fel beruházásra is, ami a magas elérhető hozam miatt nagyon vonzó lehetőség. Így viszonylag egyszerűbb magasabb pénztartással növelni az elérhető hasznosság szintjét, ami később „kiváltható”, helyettesíthető a relatíve olcsóbbá, azaz elérhetőbbé váló fogyasztással. Az utolsó esetben nincs semmilyen kapcsolat a fogyasztás határhaszna és a pénztartás között (vagy fordítva), ezért a fogyasztás pályája csak a steady state- és az aktuális reálkamatláb különbségétől függ, míg a pénzmennyiség ezek után határozódik meg (ld. a következő, (5.4)-as egyenletet). Itt az átmenet alatt a fogyasztás láthatóan csökkenő ütemben növekszik a hozamkülönbség csökkenésével.
Az (5.2a)-t ugyancsak felhasználhatjuk λ helyettesítésére (5.2d)-ben a bal oldalon, ahonnan a jobb oldalnál (5.2c)-t kihasználva kapjuk:

$$\frac{\gamma c}{\beta m} = r_h - \delta + \pi \tag{5.4}$$

Az egyenlet bal oldalán pénz határhasznának a fogyasztás határhasznához való aránya szerepel, a jobb oldalon pedig a hazai nettó nominális kamatláb. A reálegyenleg és a fogyasztás közötti helyettesítési határráta tehát ezek relatív árával egyezik meg a kapott összefüggés szerint.
Az (5.2b) és (5.2e)-ből pedig a modell egy arbitrázsfeltételét kapjuk:

$$r^w = r_k - \delta \tag{5.5}$$

A modell két alternatív eszköze az adósság és a fizikai tőke, melyekről tudjuk, hogy optimumban megegyeznek, így nyilvánvalóan hozamuk sem térhet el egymástól (a jobb oldal a fizikai tőke amortizációt is figyelembe vevő, azaz nettó hozama). Ha összehasonlítjuk (5.2b)-t (vagy (5.2e)-t) (5.2c)-vel, akkor láthatjuk, hogy a humántőke hozama ettől eltér, azaz ez az arbitrázsfeltétel ott nem áll fenn. Ez természetes (a modell speciális feltételéből adódik), hiszen a humántőke felhalmozásához nem vehető igénybe külföldi kölcsön, azzal tehát impliciten nem ugyanazon a piacon kereskednek, mint a fizikai tőkével, így nem lehet rá érvényes ugyanaz az arbitrázskritérium. A humántőke hozama tehát eltérhet a világpiaci kamatlábtól, ez határozza meg a hazai kamatlábat, ahogy azt (5.4) mutatja. Mivel μ és λ is pozitív, $r_h > r_k$, ez ösztönöz a humántőke növelésére. Minél erősebb korlátozó tényező az erőforrások korlátossága, azaz minél nagyobb egy újabb egység felvehető hitel árnyékára (μ), annál nagyobb a humántőke hozamelőnye, míg a hátrány ledolgozásával a hozamkülönbség folyamatosan csökken, megvalósul a hozamkonvergencia. Mikor a hitelfelvételi korlát már nem számít a fejlődés gátjának, azaz nem teljesül szükségképpen egyenlőségre, akkor $\mu = 0$, és a humántőke nettó hozamára is a fenti arbitrázsfeltétel teljesül, azaz a világpiaci reálkamattal (és egyúttal a fizikai tőke hozamával) fog megegyezni.

Az egyenlőségre teljesülő korlátokon és a fenti feltételeken, (5.3)–(5.5)-en túlmenően a megoldás optimalitásának van még egy szükséges feltétele, a transzverzalitási feltétel: $\lim_{t\to\infty} \lambda(k + h - d)e^{-\rho t} \leq 0$. Mivel λ a fogyasztás határhaszna (ld. (5.2a)-t), ezért a feltétel szerint tulajdonképpen a háztartás hasznosságban kifejezett nettó tőkeállományának kell jelenértékben a végtelenben (a no-Ponzi feltétel miatt pontosan) nullának lennie: azaz vagy az adósságokat meghaladó nettó tőkeállomány jelenértéke nulla, vagy ha nem, akkor szükségképpen a fogyasztás határhaszna nulla (a háztartás nem növelhetné a hasznosságát nettó eszközeinek értékesítésével és az így realizált jövedelem elfogyasztásával). Ellenkező esetben nem lehetünk optimumban. A hitelfelvételi korlát miatt igazából elég lenne $\lim_{t\to\infty} \lambda h e^{-\rho t} = 0$-t írnunk, azaz a feltétel ebben a modellben csak a humántőke állományára vonatkozik.

5.2.2. A vállalati döntési probléma

Végtelen sok vállalat van a gazdaságban, melyek egymással megegyező jellemzőkkel bírnak, azaz elsősorban ugyanazt a termelési technológiát használják (azaz elégséges egy reprezentatív vállalatot vizsgálni). Versenyző piacon értékesítik termékeiket, tehát nem képesek saját döntéseikkel befolyásolni azt, árelfogadók. Az egyetlen végtermék (kompozit jószág, Y) egy olyan termelési folyamat outputja, amely három különböző erőforrást használ fel: fizikai tőkét (K), humántőkét (H) és munkaerőt (L, nem újratermelhető termelési tényező). A végtermék fogyasztási- és tőkejószág is egyben: elfogyasztható, illetve felhasználható fizikai- vagy humántőkébe való beruházásra. A termelési függvényt Cobb-Douglas típusúnak tételezem fel állandó mérethozadékkal:

$$Y = AK^{\alpha}H^{\eta}L^{1-\alpha-\eta},$$

ahol $\alpha > 0$ a fizikai tőke aránya a jövedelemben, $\eta > 0$ a humántőke aránya, $\alpha + \eta < 1$ és A a gazdaságra jellemző exogén termelékenységi paraméter (teljes tényezőtermelékenység, a rendelkezésre álló technológia termelékenységét fejezi ki). A reprezentatív vállalat reáljövedelme a megtermelt output, míg költségei a termelési folyamatban felhasznált erőforrások után fizetett bérleti díjak (w a munkabér, r_k és r_h a kétféle tőke bérleti díja). A vállalat profitját (jövedelme és költségei különbségét) maximalizálja:

$$\max AK^{\alpha}H^{\eta}L^{1-\alpha-\eta} - r_kK - r_hH - wL$$

ahol $K, H, L, r_k, r_h, w \geq 0$, és minden változót reálértékben, azaz az egyetlen végtermék egységeiben kifejezve értelmezek. A feladat megoldásaként a sztenderd elsőrendű feltételek adódnak eredményül, miszerint az egyes termelési tényezők bérleti díjai megegyeznek a határtermékükkel:

$$\begin{aligned} r_k &= \alpha A K^{\alpha-1} H^{\eta} L^{1-\alpha-\eta} && = \alpha Y/K \\ r_h &= \eta A K^{\alpha} H^{\eta-1} L^{1-\alpha-\eta} && = \eta Y/H \\ w &= (1-\alpha-\eta) A K^{\alpha} H^{\eta} L^{-\alpha-\eta} && = (1-\alpha-\eta) Y/L \end{aligned}$$

A fenti feltételekből következik, hogy a háztartások bérleti díjakból adódó jövedelme megegyezik a végtermék megtermelt mennyiségével ($r_k K + r_h H + w = Y$), így a vállalatok profitja nulla, ahogy az tökéletes versenynél megszokott.
Kihasználva a neoklasszikus termelési függvény elsőfokú homogenitását a kapott eredményeket könnyen felírhatjuk egy főre jutó értékekben kifejezve is (intenzív forma). Ehhez osszunk el mindent a munkaerővel (L). A termelési függvény és a levezetett elsőrendű feltételek intenzív formában:

$$y = A k^{\alpha} h^{\eta} \tag{5.6}$$

$$r_k = \alpha A k^{\alpha-1} h^{\eta} = \alpha y/k \tag{5.7}$$

$$r_h = \eta A k^{\alpha} h^{\eta-1} = \eta y/h \tag{5.8}$$

$$w = (1-\alpha-\eta) A k^{\alpha} h^{\eta} = (1-\alpha-\eta) y \tag{5.9}$$

Figyelembe kell még vennünk azonban a hitelfelvételi korlátot. Mivel a fizikai tőke hitelfedezetként szolgálhat, nettó hozama megegyezik a világpiaci reálkamatlábbal: $r_k - \delta = r^w$, ahogy az előző szakasz (5.5)-ös arbitrázsfeltételéből is láttuk. Ezt az összefüggést (és a hitelfelvételi korlátot) használva (5.7) a következő alakra hozható:

$$k(= d) = \frac{\alpha y}{r^w + \delta} \tag{5.10}$$

Ezt az (5.10)-es összefüggést az (5.6)-ba behelyettesítve a termelési függvény átírható a következőképpen:

$$y = B h^{\varepsilon}, \tag{5.11}$$

ahol $B = A^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\alpha}{r^w+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$ és $\varepsilon = \frac{\eta}{1-\alpha}$, $0 < \varepsilon < \alpha + \eta < 1$. A korlátozott tőkemobilitás feltevése tehát nemcsak azért hasznos, mert lelassítja a konvergenciát nyitott gazdaságok esetében, ahogy azt Barro et. al. [1995] vagy Lane [2001] megmutatja, hanem egyúttal jelentősen egyszerűsíti is a modellt a változók számának csökkentésével. Mivel (5.7) szerint $r_k k = \alpha y$, maga a maximalizálási probléma egy főre jutó formában a következőképpen írható:

$$\max (1-\alpha) y - r_h h - w,$$

ahol y (5.11)-ben meghatározott. A vállalat döntési problémája tehát egyetlen változóban, h-ban kifejezhető (és a h-ban felírt változatban az (5.5)-ös feltételt már kihasználtuk). Az erre a változóra vonatkozó optimumfeltétel, azaz (5.8) az átírt termelési függvényt és az $\varepsilon = \frac{\eta}{1-\alpha}$ összefüggést használva:

$$r_h = (1-\alpha)\varepsilon B h^{\varepsilon-1} \tag{5.12}$$

5.2.3. Kormányzat

A kormányzat ebben a modellben rendkívül egyszerű szerepet játszik: ellátja a gazdasági szereplőket pénzzel. Más funkciója nincs, azaz eltekintünk a kormányzati vásárlásoktól és hitelfelvételtől. Utóbbi azt is jelenti, hogy a kormányzat költségvetésének egyensúlyban kell lennie. Egyösszegű monetáris transzferben részesíti a háztartásokat, azaz kiegyensúlyozott költségvetési korlátja $\dot{M} = X$ nominális változókban felírva. Reálváltozókra áttérve ez a következő:

$$\dot{m} + m\pi = x \tag{5.13}$$

5.3. Versenyzői egyensúly

Definiáljuk a versenyzői egyensúlyt!

8. Definíció (Versenyzői egyensúly). *Versenyzői egyensúlynak nevezzük a fogyasztás, pénz és tőkeállományok minden időpillanatban értelmezett olyan* $\{c(t), m(t), k(t), h(t)\}_{t=0}^{\infty}$ *allokációját,* $k(0)$ *és* $h(0)$ *kezdeti tőkeállományokat,* $m(0)$ *reál pénzállományt és a termelési tényezők* $\{r_k, r_h, w\}_{t=0}^{\infty}$ *árait, melyekre*

1. *az adott árak mellett az allokáció a fogyasztók optimumfeladatának megoldása;*

2. *az adott árak mellett az allokáció a vállalatok optimumfeladatának megoldása;*

3. *és minden piac kitisztul, azaz*

   (a) *az árupiacra teljesül, hogy:* $\dot{h} = (1-\alpha)Bh^{\varepsilon} - c - \delta h$*;*

   (b) *és a pénzpiacra:* $\dot{m} = x - m\pi$*.*

Az első két feltétel teljesülésének jellemzéséhez a fogyasztók optimumfeladatának megoldását leíró (5.3)–(5.4) egyenletekben használjuk fel a vállalat profitmaximalizáló feladatából adódó (5.12)-es követelményt (aminél (5.5)-t már figyelembe vettük). Ebből a következő egyenletek adódnak eredményül:

$$(1-\alpha)\varepsilon Bh^{\varepsilon-1} - \delta + \pi = \frac{\gamma c}{\beta m} \tag{5.14}$$

$$(\beta - 1 - \beta\sigma)\frac{\dot{c}}{c} + (\gamma - \gamma\sigma)\frac{\dot{m}}{m} = -(1-\alpha)\varepsilon Bh^{\varepsilon-1} + \delta + \rho \tag{5.15}$$

Emellett teljesülnie kell az árupiac egyensúlyát leíró feltételnek:

$$(1-\alpha)Bh^{\varepsilon} - c - \delta h = \dot{h}, \tag{5.16}$$

és a pénzpiac is kitisztul (aminek a feltétele itt megegyezik a kormányzat költségvetési korlátjával, (5.13)-mal):

$$\dot{m} + m\pi = x \tag{5.17}$$

A két feltétel együttes teljesülése esetén fennáll, hogy:

$$\dot{h} + \dot{m} = (1-\alpha)Bh^{\varepsilon} + x - c - \delta h - m\pi,$$

ami nem más, mint a fogyasztók költségvetési korlátja, ha figyelembe vesszük abban (5.10)–(5.11)-t és a hitelfelvételi korlátot ($k = d$ és emiatt $\dot{k} = \dot{d}$). Tehát a két piactisztító feltétel kielégülése esetén a háztartások költségvetési korlátja is egyenlőségre teljesül. A transzverzalitási feltétel és az (5.14)–(5.17)-es egyenletek tehát teljesen leírják a modell versenyzői egyensúlyát. Látható, hogy az egyenletrendszer szeparálható: a (c, m, h, π) endogén változókra való megoldáshoz az első három összefüggést, (5.14)–(5.16)-t használhatjuk, s az utolsó egyenletben, (5.17)-ben m és π ekkor már meghatározza x-t. (A transzverzalitási feltétel mint végső érték-feltétel szerepe itt is az, hogy kizárjon bizonyos nem optimális dinamikus pályákat, melyek egyébként lehetségesek lennének.) Ez azt is jelenti, hogy tulajdonképpen három egyenletünk van négy endogén változó meghatározására, azaz a rendszer aluldeterminált. A megoldáshoz egy újabb egyenletre lesz szükség, ami a gazdaság- (itt monetáris) politikát leíró összefüggés lesz: a monetáris politikai szabály.

5.4. Monetáris szabályok dinamikus vizsgálata

Térjünk át az átmenet dinamikájának vizsgálatára! Eddig semmit nem szóltam a monetáris politikáról, nem vettem figyelembe semmilyen gazdaságpolitikát leíró összefüggést. A cél azonban elsősorban éppen különböző monetáris politikai szabályok összehasonlítása a modellgazdaságban, hogy megvizsgáljuk, vajon milyen hatással van a jegybank monetáris stratégiájának megválasztása a felzárkózásra, az átmenetre.

Négy különböző monetáris politikai stratégiát vizsgálok meg részletesen: a pénzmennyiség szabályozását, kamatláb-meghatározást, inflációs célkövetést (speciálisan, az inflációs ráta rögzítéseként értelmezve) és egy kamatszabályt (visszacsatoláson alapuló, ún. feedback-szabályt).[12] Az egyes szabályok konkrét értelmezését, pontos definícióját az alábbiakban, az azokat vizsgáló megfelelő részekben adom meg.

5.4.1. A pénzkínálat meghatározása

A pénzmennyiség-szabályozáson a pénzkínálat meghatározását és rögzítését értem. Ehhez fel kell tételezni, hogy a nominális (egy főre jutó) pénzmennyiség a jegybank ellenőrzése alatt áll, azaz a központi bank képes meghatározni annak növekedési ütemét. Ha ezt a növekedési ütemet ω-val jelöljük (vagyis $\omega = \dot{M}/M$), akkor a reálegyenleg növekedési ütemére $\frac{\dot{m}}{m} = \omega - \pi$ adódik. Ebben az első elemzett esetben tehát ez lesz a rendszer negyedik egyenlete, ahol az új változó (ω) exogén. Ha felhasználjuk ezt az összefüggést π helyettesítésére (5.14)-ben, majd az így kapott eredményt (5.15)-ben is figyelembe vesszük ($\dot{m}/m$ helyettesítésére), akkor a következő háromdimenziós rendszert kapjuk eredményül[13]:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\gamma - \gamma\sigma}{\beta - 1 - \beta\sigma}\left[-(1-\alpha)\varepsilon B h^{\varepsilon-1} + \delta - \omega + \frac{\gamma c}{\beta m}\right] + \\ + \frac{1}{\beta - 1 - \beta\sigma}\left[-(1-\alpha)\varepsilon B h^{\varepsilon-1} + \delta + \rho\right] \tag{5.18}$$

$$\frac{\dot{m}}{m} = (1-\alpha)\varepsilon B h^{\varepsilon-1} - \delta + \omega - \frac{\gamma c}{\beta m} \tag{5.19}$$

$$\dot{h} = (1-\alpha)B h^{\varepsilon} - \delta h - c \tag{5.20}$$

A steady state a modell hosszú távú egyensúlya, ahol a változók elérték optimális értéküket, azaz további változásra nincs szükség. Ez a nyugalmi állapot itt megegyezik az ún. kiegyensúlyozott növekedési ütemmel,

[12] Manapság a pénzmennyiség-szabályozást gyakorlatilag nem használják a jegybankok. Mégis – alapvetően két ok miatt – döntöttem a vizsgálata mellett: először is így nagyjából teljes képet kaphatunk az összes fő szabály elemzésével a lehetőségekről, másodszor pedig ez a szabály elég hosszú múltra tekint vissza és sok tanulmányban vették górcső alá, így lehetőség nyílik az eredmények összehasonlítására. Az itt alapul vett modell szempontjából különösen lényeges, hogy ezt a szabályt vizsgálja Fischer [1979], akinek munkájára a pénz modellbe való bevezetése során támaszkodtam.

[13] Ebben és a következő három részben is az (5.14)–(5.16)-tal, azaz az első három egyenlettel dolgozunk, ahogy azt már az előző szakasz végén jeleztem. A negyedik egyenlet (5.17) ugyanis ezektől függetlenül kezelhető x meghatározására, míg a többi változó értékét a felhasznált három egyenlet és a gazdaságpolitikai szabály adja.

hiszen itt a hosszú távú egyensúlyban nincs növekedés (minden olyan tényezőt, ami a gazdaság hosszú távú növekedési ütemére hat, pl. lakosságnövekedés, technológiai haladás, nullának tételeztünk fel).[14] Steady stateben tehát $\dot{m} = \dot{c} = \dot{h} = 0$. A gazdaságpolitikát leíró szabályból ekkor $\omega = \pi^*$ következik, míg $\dot{m}/m = \dot{c}/c = 0$-ból a fenti egyenletek alapján $(1-\alpha)\varepsilon B h^{*\varepsilon-1} = \delta+\rho$ adódik. A pénz tehát szupersemleges, hiszen a pénzkínálat növekedési ütemének változtatása csak az inflációt befolyásolja, a reálváltozókat nem, azokat a modell paraméterei egyértelműen meghatározzák (a fenti egyenlet h^*-ot, majd ezután az erőforráskorlát, (5.16) c^*-ot).

A modellben a steady state nettó reálkamatláb egyenlő a diszkontrátával (ρ-val), ahogy az a fenti, h^*-ot meghatározó egyenletből látszik (és ahogy korábban erre már utaltam, 5.2.1. szakasz, 102.o.). Eszerint az a hozam, mellyel a fogyasztók jövőbeli hasznosságukat diszkontálják, megegyezik az egy egységnyi tőke befektetésével elérhető megtérülési rátával, azaz nincs szükség az allokáció megváltoztatására (valóban elértük a nyugalmi állapotot). Ebben az 5.4-es részben végig feltesszük, hogy $\rho = r^w$, azaz a hazai gazdaság steady state nettó reálkamata a világpiaci kamatszinttel egyezik meg (s a világgazdaságról itt feltettük, hogy a hosszú távú egyensúly állapotában van, azaz ez a külföld szubjektív diszkontrátájával is megegyezik). A hazai gazdaság tehát sem türelmetlenebbnek, sem türelmesebbnek nem mondható a világgazdaságnál. Ez úgy is értelmezhető, hogy a nemzetközi tőkepiacokhoz való hozzáférés esetén a steady state ugyanaz, mint amikor nincsen lehetőség nemzetközi hitelfelvételre (Barro et. al. [1995], 110.o.). Ezt felhasználva az egyes változókra a következő steady state értékeket kapjuk:

$$h^* = \left[\frac{A\eta}{r^w+\delta}\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\eta}} \left(\frac{\alpha}{\eta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\eta}} \tag{5.21a}$$

$$k^* = \left[\frac{A\alpha}{r^w+\delta}\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\eta}} \left(\frac{\eta}{\alpha}\right)^{\frac{\eta}{1-\alpha-\eta}} \tag{5.21b}$$

$$\frac{k^*}{h^*} = \frac{\alpha}{\eta} \tag{5.21c}$$

$$c^* = \left(\frac{A\eta}{r^w+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\eta}} \left(\frac{\alpha}{\eta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\eta}} \left[\frac{(1-\alpha)(r^w+\delta)}{\eta} - \delta\right] \tag{5.21d}$$

[14]Ellenkező esetben a modell kiegyensúlyozott növekedési pályáját a megfelelően transzformált változókban felírt modell nyugalmi állapotaként kapjuk meg. Tulajdonképpen a hosszú távú növekedés ütemével kell normálnunk a változókat, s az így transzformált rendszer egyensúlya a nyugalmi állapot lesz, amikor a transzformált változók nem módosulnak tovább. Az eredeti változók ekkor a hosszú távú rátával növekszenek, ami lehet minden változóra egyenlő, de különböző is, a konkrét felírástól, feltételezésektől függően.

$$m^* = \frac{\gamma}{\beta} \cdot \frac{c^*}{r^w + \omega} \tag{5.21e}$$

A modell lokális stabilitási tulajdonságainak vizsgálatához loglinearizáljuk a rendszert a steady state körül (a módszerhez ld. Barro–Sala-i-Martin [1999], például 87-88.o. a Ramsey-modellre) ami a következő összefüggést eredményezi[15]:

$$\begin{pmatrix} \frac{dlog(c)}{dt} \\ \frac{dlog(m)}{dt} \\ \frac{dlog(h)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(\gamma-\gamma\sigma)(\omega+\rho)}{\beta-1-\beta\sigma} & -\frac{(\gamma-\gamma\sigma)(\omega+\rho)}{\beta-1-\beta\sigma} & -\frac{(\gamma-\gamma\sigma+1)(\varepsilon-1)(\delta+\rho)}{\beta-1-\beta\sigma} \\ -(\omega+\rho) & \omega+\rho & (\varepsilon-1)(\delta+\rho) \\ \delta-\frac{\delta+\rho}{\varepsilon} & 0 & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} log(c/c^*) \\ log(m/m^*) \\ log(h/h^*) \end{bmatrix}$$

Az átmenetmátix nyoma $trace = \rho + \frac{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1}{\beta-1-\beta\sigma}(\omega+\rho)$, ami a modell feltevései alapján pozitív. Mivel a mátrix nyoma sajátértékeinek összegével egyenlő, ennek pozitivitása kizárja, hogy minden gyök negatív legyen.
A determináns: $det = \frac{(\varepsilon-1)(\delta+\rho)(\omega+\rho)}{\beta-1-\beta\sigma}\left(\delta - \frac{\delta+\rho}{\varepsilon}\right) < 0$. Ez a sajátértékek szorzata, azaz negativitása azt jelenti, hogy a mátrix sajátértékei közül vagy egy, vagy mindhárom negatív előjelű. De imént épp az utóbbi lehetőségét zártuk ki, azaz csak egy negatív (stabil) gyök van. A steady satebe vezető átmeneti pálya így egyértelműen meghatározott.[16]
Az átmenetmátrix karakterisztikus egyenlete (μ jelöli a sajátértéket):

$$\begin{aligned} f(\mu,\omega) = & -\mu^3 + \mu^2 \left[\rho + (\omega+\rho)\frac{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1}{\beta-1-\beta\sigma}\right] - \\ & - \mu \left[\rho(\omega+\rho)\frac{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1}{\beta-1-\beta\sigma} + \frac{(\gamma-\gamma\sigma+1)(\varepsilon-1)(\delta+\rho)}{\beta-1-\beta\sigma}\left(\delta - \frac{\delta+\rho}{\varepsilon}\right)\right] + \\ & + \frac{(\varepsilon-1)(\delta+\rho)(\omega+\rho)}{\beta-1-\beta\sigma}\left(\delta - \frac{\delta+\rho}{\varepsilon}\right) = 0 \end{aligned}$$

A monetáris politika nem szupersemleges az átmeneti pályára nézve, ha a negatív sajátértéknél értelmezve $\frac{d\mu}{d\omega} \neq 0$ (a negatív sajátérték pedig a konvergencia sebességét mutatja). Az implicitfüggvény-tétel alapján tudjuk, hogy

$$\frac{d\mu}{d\omega} = -\frac{\partial f/\partial\omega}{\partial f/\partial\mu}$$

[15] Az elemzés során a Fischer [1979]-ben bemutatott vizsgálati lépéseket követem, ahol szintén ezt a szabályt vizsgálja a szerző (de ott a lokális stabilitás vizsgálata linearizált rendszerben történik). A loglinearizálással egyelőre csupán steady state körüli közelítést vizsgálunk. A teljes pálya vizsgálata nemlineáris modellben elsősorban numerikus módszerekkel oldható meg, mivel analitikusan a probléma nem kezelhető. Egyelőre az analitikus elemzésre szorítkozom, a modell (sztochasztikus változatának) numerikus módszerekkel való elemzésével azonban a későbbiekben szintén szeretnék foglalkozni.

[16] A negatív gyökökhöz stabil, a hosszú távú egyensúlyba konvergáló pályák tartoznak, míg a pozitív gyökökhöz instabil, divergáló pályák. Ha csak egyetlen gyök negatív, az azt jelenti, hogy a stabil átmeneti pálya egyértelműen meghatározható.

Mivel $f(0, \omega) = det < 0$ és $f(\mu, \omega) = 0$ a negatív sajátértékben, a függvénynek a negatív sajátértéknél csökkenőnek kell lennie, azaz $\partial f / \partial \mu < 0$, ami azt jelenti, hogy a keresett derivált előjele megegyezik $\partial f / \partial \omega$ előjelével. Ezért $f(\mu, \omega)$-t kell ω szerint differenciálnunk, ami a következő kifejezést eredményezi:

$$\frac{\partial f}{\partial \omega} = \left[\frac{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1}{\beta-1-\beta\sigma}\right](\mu^2 - \mu\rho) + \frac{(\varepsilon-1)(\delta+\rho)}{\beta-1-\beta\sigma}\left(\delta - \frac{\delta+\rho}{\varepsilon}\right) \tag{5.22}$$

A karakterisztikus egyenletet most átírhatjuk a következőképpen:

$$\begin{aligned} f(\mu, \omega) = -\mu(\mu^2 - \mu\rho) - \mu\frac{(\gamma-\gamma\sigma+1)(\varepsilon-1)(\delta+\rho)\left(\delta - \frac{\delta+\rho}{\varepsilon}\right)}{\beta-1-\beta\sigma} + \\ + (\omega+\rho)\frac{\partial f}{\partial \omega} = 0 \end{aligned} \tag{5.23}$$

Az (5.22)-es és (5.23)-as összefüggések kombinálásával a következő alakhoz juthatunk el:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial f}{\partial \omega}\left[\frac{\beta-1-\beta\sigma}{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1} - \frac{\omega+\rho}{\mu}\right] = \\ &= (\varepsilon-1)(\delta+\rho)\left(\delta - \frac{\delta+\rho}{\varepsilon}\right)\left[\frac{1}{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1} - \frac{\gamma-\gamma\sigma+1}{\beta-1-\beta\sigma}\right] \end{aligned} \tag{5.24}$$

Ha $\mu < 0$, a parciális deriváltat egy pozitív tényezővel szorozzuk meg (szögletes zárójel) az (5.24) bal oldalán, azaz előjele megegyezik a jobb oldal előjelével. Megmutatható, hogy ez negatív, ha $\sigma \neq 1$. Amikor $\sigma = 1$ (logaritmusos hasznossági függvény esete), akkor $\partial f / \partial \omega = 0$.
A fentiek alapján tehát a negatív sajátértéknél értelmezve $d\mu / d\omega \leq 0$. logaritmusos hasznossági függvény esetén a pénz az átmenetben is szupersemleges, de egyéb esetekben nem az: minél nagyobb a pénzmennyiség növekedési üteme, annál nagyobb abszolút értékben a konvergencia sebessége. A konvergencia felgyorsításához tehát monetáris expanzióra van szükség, ami azonban magasabb steady state inflációt eredményez. Első ránézésre ez meglepő eredmény, hiszen abban egyetértés mutatkozik a közgazdászok között, hogy az árstabilitás fenntartása jelenti a gazdasági növekedés számára a legjobb alapot, míg inflációs környezetben romlanak a gyors növekedés esélyei. Ebben a modellben azonban pénzmennyiség-szabályozás esetén úgy tűnik, a magasabb infláció a gyorsabb konvergencia ára.

Nem egyszerű intuitív magyarázatot adni a kapott eredményre. Először is nem egyértelmű, vajon ω növelése milyen mértékben növeli az inflációt. Fischer abból indul ki, hogy a szükségképpen növekvő infláció miatt a meglévő pénzállomány leértékelődik, reálértéke csökken, ami negatív vagyonhatást jelent, s ezen keresztül csökkenti a fogyasztási hányadot, így téve lehetővé gyorsabb konvergenciát. Megemlíti ugyanakkor, hogy ez a logika nem lehet teljesen helytálló az eredmények mögötti mechanizmus leírására, hiszen ennek logaritmusos hasznossági függvény esetében is teljesülni kellene. Mindez azt sugallja, hogy a másodrendű parciális derivált jelenti a transzmisszió csatornáját, aminek előjele viszont σ függvényében változik. (Fischer [1979], 1438-1439.o.)

A pénzkínálat növekedési ütemének növelése (csökkentése) nagy valószínűséggel $\dot{m}/m$ növekedését (csökkenését) okozza, kivéve ha az infláció növekedése (csökkenése) meghaladja ω változásának mértékét. Az empirikus munkákban általában a fogyasztás időbeli simítása, kiegyenlítése adódik eredményül, ezért $\sigma > 1$ a gyakoribb feltételezés. Ebben az esetben a fogyasztás növekedési rátája a reálegyenlegéhez képest ceteris paribus ellentétesen változik, ahogy láttuk (5.2.1. szakasz, 102.o.), azaz $\dot{c}/c$ csökken (nő), ami gyorsabb (lassabb) konvergenciát tesz lehetővé. Ugyanakkor ahogy azt a 3.1.3-as szakaszban láttuk (1. állítás, 38.o.), az egyensúly hasznos pénz modellben $u_{cm} > 0$ esetén egyértelmű, ami viszont itt $\sigma < 1$-re teljesül. Itt a két növekedési ütem azonos irányba változik, azaz ebben az esetben feltehetően ω növekedése az infláció nagyobb arányú növekedését okozza (például mert eleve nagyobb infláció jellemzi ezt a helyzetet), azaz $\dot{m}/m$ végeredményben csökken, így $\dot{c}/c$ is, gyorsabb konvergenciát engedve meg. A logaritmusos hasznossági függvény esetén, azaz $\sigma = 1$-re nincsen kapcsolat a fogyasztás és a reálegyenleg növekedési rátája között, láttuk, hogy a fogyasztás pályáját kizárólag a hozamkülönbség határozza meg, azaz nem lehetséges ezt (és így a konvergenciát) ω megválasztásával befolyásolni.

5.4.2. A nominális kamatláb rögzítése

Ebben a szakaszban azt feltételezzük, hogy a monetáris hatóság a nominális kamatlábat tartja közvetlen ellenőrzése alatt, és képes annak szintjét meghatározni. Az általa követett szabályban a nominális kamatlábat a kívánatosnak tartott értéken rögzíti. Tudjuk, hogy a hazai nominális kamatláb $(1-\alpha)\varepsilon B h^{\varepsilon-1} - \delta + \pi \left(= \frac{\gamma c}{\beta m}\right)$, jelöljük ezt i-vel. Ebben az esetben tehát a jegybank i-t választja meg és rögzíti, azaz a nominális kamatláb konstans: ez lesz itt a gazdaságpolitikát leíró szabály, azaz a negyedik összefüggés a változók között.
Az (5.14)-t idő szerint differenciálva és kihasználva a nominális kamatláb

időbeli változatlanságát a következő eredmény adódik:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{m}}{m}$$

Ezt (5.15)-ben felhasználva (5.16)-tal egy kétdimenziós rendszert kapunk:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1}\left[-(1-\alpha)\varepsilon B h^{\varepsilon-1} + \delta + \rho\right] \tag{5.25}$$

$$\dot{h} = (1-\alpha)Bh^{\varepsilon} - \delta h - c \tag{5.26}$$

A steady state azonos az előző esetben felírttal (109-110.o.), ahol π^* a nominális kamatláb választott szintjétől függ ($\pi^* = i - (1-\alpha)\varepsilon B h^{*\varepsilon-1} + \delta$). A nyugalmi állapotban a pénz szupersemleges, a reálváltozók a monetáris politikától függetlenül határozódnak meg, míg a nominális kamatláb egyértelműen meghatározza a steady state inflációt. A reálegyenleg steady state értékét ekkor (5.21e) határozza meg, ahol most π^* szerepel ω helyett:

$$m^* = \frac{\gamma}{\beta} \cdot \frac{c^*}{r^w + \pi^*} \tag{5.27}$$

A loglinearizált rendszer:

$$\begin{pmatrix} \frac{dlog(c)}{dt} \\ \frac{dlog(h)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-(\varepsilon-1)(\delta+\rho)}{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1} \\ \delta - \frac{\delta+\rho}{\varepsilon} & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} log(c/c^*) \\ log(h/h^*) \end{bmatrix}$$

Az átmenetmátrix nyoma egyszerűen $trace = \rho > 0$ és determinánsa $det = \frac{(\varepsilon-1)(\delta+\rho)}{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1}(\delta - \frac{\delta+\rho}{\varepsilon}) < 0$. Ez azt jelenti, hogy az egyik sajátérték negatív, a másik pozitív, azaz egy stabil és egy instabil nyeregpálya van. A konvergencia sebességét az egyértelműen meghatározható stabil pálya mentén a negatív gyök (μ) mutatja:

$$2\mu = \rho - \left\{\rho^2 - 4\frac{(\varepsilon-1)(\delta+\rho)}{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1}\left(\delta - \frac{\delta+\rho}{\varepsilon}\right)\right\}^{\frac{1}{2}}$$

Ebből látható, hogy ebben az esetben a monetáris politika az átmenet alatt is szupersemleges (a konvergenciasebesség nem függ a monetáris politika változójától, a nominális kamatlábtól).

Összegzésként elmondhatjuk, hogy a kamatláb-rögzítés esetén a pénz tökéletesen semleges a modellben, a monetáris hatóság nem képes befolyásolni a konvergenciát. Amire használhatja és használnia kell a rendelkezésére álló gazdaságpolitikai eszközöket, az a nominális változók, elsősorban az inflációs ráta befolyásolása. A nominális változókat ugyanis kizárólag a monetáris politika határozza meg. Ebből adódóan sok hosszú távú egyensúly létezhet, ahol a reálváltozók értékei megegyeznek, a nominális változók viszont különböznek. Egy részletesebben specifikált modellben itt különös jelentőségre tesz szert a monetáris transzmissziós mechanizmus ún. nem hagyományos csatornája: a jövőbeli inflációra vonatkozó várakozások kulcsfontosságúak abból a szempontból, melyik egyensúly valósul meg a lehetőségek közül (de az itt felírt modell az egyszerűség kedvéért eltekint a várkozások explicit szerepeltetésétől). A nominális kamatláb megállapításánál tehát a jegybanknak ezt tekintetbe kell vennie.

A semlegesség eredményét itt könnyen lehet intuitíven indokolni: a nominális kamatláb rögzítésével a pénz és a fogyasztás közötti helyettesítési határrátát (és így a reálegyenleg és a fogyasztás arányát is) rögzítjük. Ezért a reálegyenleg és a fogyasztás növekedési üteme mindenképpen megegyezik, ezt a kapcsolatot a monetáris politika eszközeivel nem lehet befolyásolni. A rendszer emiatt csak reálváltozókat tartalmaz (c és h), míg m könnyen kifejezhető c segítségével.

5.4.3. Inflációs célkövetés

Az inflációs célkövetés itt feltételezett, igen speciális formája szerint a monetáris hatóság az inflációt közvetlenül tudja befolyásolni, így dönt annak megfelelő szintjéről, majd rögzíti az inflációt ezen az értéken.[17] Megint (5.14) idő szerinti differenciálásából indulunk ki, amiből π változatlanságát (a negyedik összefüggést) kihasználva ezúttal a következő eredményt kapjuk:

$$\frac{\dot{c}}{c} - \frac{\dot{m}}{m} = \frac{(\varepsilon-1)(1-\alpha)\varepsilon B h^{\varepsilon-1}\left[(1-\alpha)Bh^{\varepsilon-1} - \delta - \frac{c}{h}\right]}{(1-\alpha)\varepsilon B h^{\varepsilon-1} - \delta + \pi}$$

Ezt ismét felhasználhatjuk (5.15)-ben, hogy a következő kétdimenziós rendszerhez jussunk:

$$\begin{aligned}
\frac{\dot{c}}{c} &= \frac{(\gamma-\gamma\sigma)(\varepsilon-1)(1-\alpha)\varepsilon B h^{\varepsilon-1}\left[(1-\alpha)Bh^{\varepsilon-1} - \delta - \frac{c}{h}\right]}{[(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1][(1-\alpha)\varepsilon B h^{\varepsilon-1} - \delta + \pi]} + \\
&\quad + \frac{1}{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1}[-(1-\alpha)\varepsilon B h^{\varepsilon-1} + \delta + \rho] \qquad (5.28) \\
\dot{h} &= (1-\alpha)Bh^{\varepsilon} - \delta h - c \qquad (5.29)
\end{aligned}$$

A modell hosszú távú egyensúlya ismét megegyezik a korábbiakban (109-110.o.) ismertettel, ahol π^*-ot a jegybank választja meg, és m^* az előző

[17] Az itt használt definíció tehát nagyon egyszerűsítő leírása az inflációs célkitűzések rendszerének, de ebben a determinisztikus modellben várakozásokat is figyelembe vevő forma nem írható fel.

szakaszban felírt módon, (5.27) szerint határozódik meg. A modell loglineáris közelítését most a következőképpen írhatjuk fel:

$$\begin{pmatrix} \frac{dlog(c)}{dt} \\ \frac{dlog(h)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(\gamma-\gamma\sigma)(\varepsilon-1)(\delta+\rho)\left(\delta-\frac{\delta+\rho}{\varepsilon}\right)}{[(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1](\rho+\pi)} & \frac{[\rho(\gamma-\gamma\sigma-1)-\pi](\varepsilon-1)(\delta+\rho)}{[(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1](\rho+\pi)} \\ \delta-\frac{\delta+\rho}{\varepsilon} & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} log\left(\frac{c}{c^*}\right) \\ log\left(\frac{h}{h^*}\right) \end{bmatrix}$$

Ebben az esetben $trace = \rho + \frac{(\gamma-\gamma\sigma)(\varepsilon-1)(\delta+\rho)(\delta-\frac{\delta+\rho}{\varepsilon})}{[(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1](\rho+\pi)}$. Ha $\sigma \geq 1$ (negatív másodrendű vegyes deriváltak esete), akkor ez szükségképpen pozitív, egyébként általában nem tudjuk ennek előjelét pontosan meghatározni. A determináns $det = \frac{(\varepsilon-1)(\delta+\rho)\left(\delta-\frac{\delta+\rho}{\varepsilon}\right)}{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1} < 0$, ami azt jelenti, hogy a hosszú távú egyensúly ismét nyeregstabil. A negatív sajátérték adja meg a stabil pálya mentén a konvergencia sebességét:

$$2\mu = trace(\pi) - \sqrt{trace(\pi)^2 - 4det}$$

Látható, hogy a monetáris politika az átmenetben itt ismét nem szupersemleges, az infláció választott szintje hat a konvergencia sebességére. A mátrix nyomával és a $(\gamma - \gamma\sigma)$ kifejezés előjelével kapcsolatos bizonytalanság miatt azonban nehéz egyértelmű eredményre jutni a hatás irányáról, amennyiben a mátrix nyoma pozitív. Amennyiben $\sigma < 1$ *és* a nyom negatív (ami még ebben az esetben sem feltétlenül igaz), akkor biztosan $\frac{\partial\mu}{\partial\pi} > 0$. Ekkor tehát minél magasabb az inflációs ráta, annál kisebb abszolút értékben a konvergencia sebessége, annál lassabb a felzárkózás.
Bár $\sigma > 1$-re nem, de $\sigma = 1$ esetére is egyértelmű és a korábbiakkal megegyező eredmény adódik: ekkor a pénz szupersemleges az átmenet alatt, az inflációs ráta megválasztása nincsen hatással a konvergencia sebességére (logaritmusos hasznossági függvény esete).

Az itt kapott eredmények összhangban állnak a konszenzusnak nevezhető véleménnyel az árstabilitás fontosságáról, gazdasági növekedést elősegítő szerepéről: bizonyos feltételek teljesülése esetén az alacsonyabb infláció segíti, gyorsítja a konvergenciát. Ez azonban ellentmond a pénzmennyiségszabályozásnál kapott következtetéseknek, ami átváltást, trade-offot eredményezett az infláció és a konvergenciasebesség között. Itt ez – legalábbis bizonyos paraméterértékek mellett – nem jelenik meg.

Az előzőekhez hasonlóan értelmezhetjük a kapott eredményt: az infláció növekedése csökkenti a rendelkezésünkre álló pénzmennyiség reálértékét, ami $\sigma < 1$ esetére (amikor egyértelmű a kapott hatás) a „kiegészítő" viszony miatt c csökkenését implikálja. Nő tehát a megtakarítási hányad, azaz gyorsabb lesz a konvergenciafolyamat. Logaritmusos hasznossági függvénynél a fogyasztás pályája a pénztől függetlenül határozódik meg, ahogy azt korábban láttuk, így ekkor itt sem figyelhetünk meg semmilyen kapcsolatot a konvergencia sebessége és a monetáris politika változója, jelen esetben az infláció között.

5.4.4. Kamatszabály

Ebben az esetben a kamatláb-rögzítéshez hasonlóan ismét abból indulunk ki, hogy a monetáris hatóság képes a nominális kamatláb meghatározására. De most nem azt tesszük fel, hogy dönt annak később konstansan tartandó szintjéről, hanem hogy azt az infláció alakulásának megfelelően változtatja. Tulajdonképpen tehát a jegybanknak létezik egy inflációra vonatkozó reakciófüggvénye: $i = g(\pi)$ és $g'(\pi) > 0$, azaz magasabb (alacsonyabb) infláció a nominális kamatláb emelését (csökkentését) okozza. Ez lesz ebben az utolsó vizsgált esetben a negyedik egyenlet. Ha $g'(\pi) > 1$, akkor aktívnak nevezzük a monetáris politikát (a jegybank az infláció változásánál nagyobb arányban módosítja a kamatszintet), míg $g'(\pi) < 1$ esetén passzív monetáris politikáról beszélünk (a kamatláb-változtatás mértéke elmarad az infláció megváltozásától).[18]

A kamatszabály esetén tehát (5.14) alapján teljesül, hogy $\frac{\gamma c}{\beta m} = g(\pi)$, s ha ezt az idő szerint differenciáljuk, akkor a következő egyenletet kapjuk eredményül:

$$\frac{\dot{c}}{c} - \frac{\dot{m}}{m} = \frac{g'(\pi)\dot{\pi}}{g(\pi)}$$

Ugyanakkor ismét (5.14) alapján a kamatszabály a $(1-\alpha)\varepsilon B h^{\varepsilon-1} - \delta + \pi = g(\pi)$ alakba is írható. Differenciáljuk ezt is az idő szerint, miközben kifejezzük belőle h-t mint π függvényét, és felhasználjuk az erőforráskorlátot, (5.16)-t is, hogy a következő eredményhez jussunk:

$$\begin{aligned} \dot{\pi} &= \frac{\varepsilon - 1}{g'(\pi) - 1}(1-\alpha)\varepsilon B h^{\varepsilon-1}\frac{\dot{h}}{h} = \\ &= \frac{(\varepsilon-1)[g(\pi)+\delta-\pi]}{g'(\pi)-1}\left\{\frac{g(\pi)+\delta-\pi}{\varepsilon} - c\left[\frac{g(\pi)+\delta-\pi}{(1-\alpha)\varepsilon B}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} - \delta\right\} \end{aligned}$$

[18]Az aktív és passzív gazdaságpolitika megkülönböztetését Leeper [1991] használta először a monetáris és fiskális politika kölcsönhatásait vizsgáló munkájában. Formális definíciójukat az itt is használt formában Benhabib, Schmitt-Grohé és Uribe adták meg, és vizsgálták ezek tulajdonságait az egyensúly egyértelműségével és stabilitásával kapcsolatban több cikkben is, ld. pl. Benhabib et. al. [2001a], [2001b] és [2002].

A fenti két egyenletet felhasználhatjuk (5.15)-ben, hogy megint egy kétdimenziós rendszert kapjunk:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{(\gamma-\gamma\sigma)g'(\pi)(\varepsilon-1)[g(\pi)+\delta-\pi]\left\{\frac{g(\pi)+\delta-\pi}{\varepsilon} - c\left[\frac{g(\pi)+\delta-\pi}{(1-\alpha)\varepsilon B}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} - \delta\right\}}{[(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1]g(\pi)[g'(\pi)-1]} + \\ + \frac{\rho+\pi-g(\pi)}{[(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1]} \tag{5.30}$$

$$\frac{\dot{\pi}}{\pi} = \frac{(\varepsilon-1)\left[\frac{g(\pi)+\delta}{\pi}-1\right]}{g'(\pi)-1}\left\{\frac{g(\pi)+\delta-\pi}{\varepsilon} - c\left[\frac{g(\pi)+\delta-\pi}{(1-\alpha)\varepsilon B}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} - \delta\right\} \tag{5.31}$$

A rendszer hosszú távú egyensúlya ismét a korábbiakkal azonos (109-110.o.), de itt a nominális változók nem egyértelműen meghatározottak, ha csak a g reakciófüggvény adott. Bármilyen inflációs rátára $m^* = \frac{\gamma c^*}{\beta g(\pi^*)}$ teljesül, ahol $g(\pi^*) = \rho + \pi^*$. A loglineáris közelítés itt a következő eredményre vezet:

$$\begin{pmatrix} \frac{dlog(c)}{dt} \\ \frac{dlog(\pi)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(\gamma-\gamma\sigma)g'(\pi^*)(\varepsilon-1)(\delta+\rho)\left(\delta-\frac{\delta+\rho}{\varepsilon}\right)}{[(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1]g(\pi^*)[g'(\pi^*)-1]} & \frac{[g(\pi^*)-\rho]\left\{\frac{(\gamma-\gamma\sigma)g'(\pi^*)\rho}{g(\pi^*)}-[g'(\pi^*)-1]\right\}}{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1} \\ \frac{(\varepsilon-1)(\delta+\rho)\left(\delta-\frac{\delta+\rho}{\varepsilon}\right)}{[g'(\pi^*)-1][g(\pi^*)-\rho]} & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} log\left(\frac{c}{c^*}\right) \\ log\left(\frac{\pi}{\pi^*}\right) \end{bmatrix}$$

Ebben az esetben $trace = \rho + \frac{(\gamma-\gamma\sigma)g'(\pi^*)(\varepsilon-1)(\delta+\rho)\left(\delta-\frac{\delta+\rho}{\varepsilon}\right)}{[(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1]g(\pi^*)[g'(\pi^*)-1]}$. Ha $\sigma > 1$ és a monetáris politika aktív, *vagy* ha $\sigma < 1$ és a monetáris politika passzív, akkor ez biztosan pozitív, egyébként általánosan nem határozható meg az előjele. A determináns $det = \frac{(\varepsilon-1)(\delta+\rho)\left(\delta-\frac{\delta+\rho}{\varepsilon}\right)}{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1} < 0$, azaz ismét nyeregstabil hosszú távú egyensúllyal van dolgunk. A konvergencia sebessége most:

$$2\mu = trace(g(\pi^*)) - \sqrt{trace(g(\pi^*))^2 - 4det}$$

A monetáris politika láthatóan nem szupersemleges az átmenetre nézve, hiszen a választott reakciófüggvény (és ezen keresztül maga az infláció) hatással van a konvergencia sebességére. Az átmenetmátrix nyomának és a $(\gamma - \gamma\sigma)$ kifejezésnek az előjelével kapcsolatos bizonytalanság miatt nincsen általános eredmény a hatás irányára. Ha $\sigma < 1$ *és* aktív a monetáris politika *és* a mátrix nyoma negatív (ami ezen feltételezések mellett sem minden esetben igaz) *vagy* ha $\sigma > 1$ *és* passzív a monetáris politika *és* a mátrix nyoma negatív (ami ismét nem mindenképpen teljesül az adott feltételek mellett sem), akkor biztosan $\frac{\partial \mu}{\partial g(\pi)} > 0$. Azaz ebben a két esetben minél magasabb az infláció mértéke, annál kisebb lesz abszolút értékben a konvergencia sebessége.

Az itt vizsgált szabály tehát a kamatláb-rögzítéssel való látszólagos hasonlósága ellenére nagyon különböző eredményekre vezet: a pénz nem szupersemleges az átmenetben. Ráadásul a hosszú távú egyensúlyban a nominális változók és az infláció nem meghatározottak, ami a több egyensúly együttes létezésének lehetőségére és ennek köszönhetően a várakozások fontosságára világít rá. A kapott eredményeket tekintve erős a hasonlóság az inflációs célkövetéssel: az alacsonyabb infláció felgyorsítja a konvergenciát, de ez az egyértelmű kapcsolat csak bizonyos paraméterértékek esetén teljesül. Általánosságban nem lehetünk biztosak a monetáris politika hatását illetően.
Ugyancsak a korábbiakkal összhangban álló és egyértelmű eredmény adódik a logaritmusos hasznosság esetére: ha $\sigma = 1$, akkor a pénz az átmenetben is szupersemleges, a konvergencia sebességére a monetáris hatóság a rendelkezésére álló eszközökkel nem tud hatást gyakorolni.

Ez utóbbi lehetőséget kivéve nem nyilvánvaló ennek a meglehetősen összetett eredménynek a magyarázata. Nézzük először a másodikként említett esetet, amikor $\sigma < 1$, tehát a másodrendű vegyes parciális derivált pozitív. Aktív monetáris politika mellett a nominális kamatláb emelkedése meghaladja az infláció növekedését, azaz a reálkamatláb nő. Mivel ekkor a helyettesítési hatás dominál, a gazdaság szereplők megtakarításaik növelésére hajlanak a fogyasztás rovására. Azt is tudjuk, hogy a meglévő pénzállomány reálértékét a pénzromlás gyorsulása csökkenti, és ez a „kiegészítő" viszony miatt ugyancsak a fogyasztás csökkentésének irányába hat. Ráadásul a magasabb nominális kamatláb növeli a c/m arányt. Ez azt jelenti, hogy a fogyasztás a reálegyenleghez viszonyítva kevésbé csökken.
Az elsőként említett esetben, amikor $\sigma > 1$, a reál pénzállomány és a fogyasztás „helyettesítő" viszonyban állnak egymással. Ha a monetáris politika passzív, a nominális kamatláb növekedése alulmúlja az infláció emelkedését, azaz a reálhozam csökken. Itt a jövedelmi hatás dominál, tehát ez ismét növeli a megtakarításokat a fogyasztáshoz képest. Ahogy viszont a reálegyenleg csökken az infláció miatt, a fogyasztás határhaszna, és így a fogyasztás nőni fog. Nem egyértelmű, melyik hatás erősebb, de a c/m aránynak ismét nőni kell a nominális kamatláb emelkedése miatt, ezért valószínűbb a fogyasztás növekedése.
Logaritmusos hasznossági függvénynél pedig biztosan nincs a monetáris politika hatással a konvergencia sebességére, hiszen a fogyasztás pályáját kizárólag a világgazdasághoz képesti hozamkülönbség határozza meg.

5.5. Az eredmények összefoglalása

Az ebben a fejezetben bemutatott modell célja a konvergenciairodalom és az optimális monetáris politikát vizsgáló irodalom ötvözésével annak az Európai Unió új tagállamai számára is releváns kérdésnek a vizsgálata, vajon a konvergencia szempontjából számít-e, milyen monetáris politikai szabályt követnek az adott országok jegybankjai. Az 5.4-es szakasz elemzése alapján a válasz egyértelműen igen, a modellgazdaság viselkedése az átmenet időszakában igen különböző lehet az egyes feltételezett monetáris politikai szabályok mellett, bár a reálváltozók hosszú távú egyensúlyi értékei minden esetben azonosak.

Összefoglalom röviden (először két áttekintő táblázatban) a főbb eredményeket.

	Rendszer dimenziója	**Steady state**
Pénzmennyiség-szabályozás	3: c, h, m	pénz szupersemleges
Kamatláb-rögzítés	2: c, h	pénz szupersemleges
Inflációs célkövetés	2: c, h	pénz szupersemleges
Kamatszabály	2: c, π	pénz szupersemleges, nominális változók nem meghatározottak!

	Átmenet: gyorsabb konvergenciához ...
Pénzmennyiség-szabályozás	gyorsabb pénzkínálat-bővítés
Kamatláb-rögzítés	pénz szupersemleges itt is!
Inflációs célkövetés	alacsonyabb infláció (a kapcsolat nem mindig egyértelmű!)
Kamatszabály	alacsonyabb infláció (a kapcsolat nem mindig egyértelmű!)

A táblázatokból is láthatóan a *pénzmennyiség-szabályozás* esetén a modellgazdaság átmeneti viselkedését leíró rendszer háromdimenziós a fogyasztás, humántőke és reálegyenleg változókban, a többi esetben mindig kétdimenziós a rendszer. Az infláció hosszú távú egyensúlyi értékét a nominális pénzmennyiség növekedési ütemének (ω) megválasztása szabja meg, ami aztán meghatároz minden nominális változót, míg a reálváltozók a monetáris oldaltól függetlenül, a rendszer paraméterei alapján határozódnak meg (azaz ahogy mind a négy vizsgált esetben, a pénz a steady stateben szupersemle-

ges). A modell dinamikusan stabil abban az értelemben, hogy egyetlen stabil átmeneti pálya létezik. Az átmenetre nézve a pénz nem szupersemleges: a konvergencia sebessége annál nagyobb, minél magasabb a pénzkínálat bővítésének üteme. A konvergencia felgyorsítása tehát a pénzmennyiség gyorsabb ütemű növelését kívánja meg, nem szabad azonban elfelejtenünk, hogy ez magasabb inflációval jár a hosszú távú egyensúlyban.
A *kamatláb-meghatározás* elkülönül a többi szabálytól, meglehetősen más eredményekre vezet. Itt a fogyasztásban és a humántőkében felírt kétdimenziós rendszerrel van dolgunk, ami nyeregstabil (itt is egy stabil átmeneti pálya van), de ebben az esetben a pénz az átmenet alatt is szupersemleges: a konvergencia sebessége független a monetáris politika által befolyásolt változóktól.
Az *inflációs célkitűzések rendszeré*ben az eredményül kapott rendszer megint kétdimenziós, s szintén a fogyasztásban és a humántőkében meghatározott. A nagyon egyszerűnek választott szabály alapján itt a jegybank közvetlenül ellenőrzése alatt tartja az inflációt, és hosszú távú egyensúlyi értékének (π^*) megválasztásával a nominális változók steady state értékei is egyértelműen meghatározottá válnak. A hosszú távú egyensúly ismét nyeregpont, amihez egyetlen stabil pálya tart, de ebben az esetben nincsenek egyértelmű eredményeink a monetáris politika hatását illetően. A jegybank által választott inflációs ráta befolyásolja az átmeneti pályát, de a hatás iránya nem minden paraméterérték esetén egyértelmű: bizonyos feltételek mellett azonban megmutatható, hogy a magasabb infláció csökkenti a konvergenciasebességet.
A visszacsatoláson alapuló *kamatszabály*ra nagyon hasonló eredményeket kapunk: kétdimenziós rendszert, de annak változói ezúttal a fogyasztás és az infláció, egy stabil nyeregpályát és bizonytalanságot a monetáris politika átmenetre gyakorolt (azonban létező) hatásával kapcsolatban. Bizonyos feltételek teljesülésekor ismét belátható, hogy a magasabb infláció lassabb konvergenciát eredményez. Mindkét eset ellentmond tehát a pénzmennyiség-szabályozásnál tapasztalt eredményeknek, ahol a magasabb pénzmennyiség-növekedési ütem (és egyúttal a magasabb infláció) vezet gyorsabb konvergenciához. Az inflációs célkövetéstől az egyetlen eltérés (a rendszert meghatározó változók különbözősége mellett), hogy ebben az esetben a nominális változók hosszú távú egyensúlyi értéke nem egyértelműen meghatározott, több egyensúly létezhet, ahol ezek különböző értékeket vesznek fel, míg a reálváltozók azonosak.
Mindhárom olyan szabály esetén, ahol a monetáris oldal befolyásolja a konvergenciát, a hasznossági függvény egy speciális esetére ($\sigma = 1$, logaritmusos forma) a pénz szupersemlegessége az átmenetben is teljesül.

Ennek az egyszerű modellnek a vizsgálata is mutatja, mennyire eltérhet a modellgazdaság viselkedése az átmenet alatt különböző monetáris politikai szabályok feltételezésekor. Az itt vizsgált keret az általam szükségesnek tartott modellelemek nagyon egyszerű kombinációja, ami természetesen egyéb, szintén fontos alapelemektől eltekint. Mielőtt említeném ezek közül néhányat felvázolva ezzel a továbbfejlesztés néhány lehetséges irányát is, a következő, 6. fejezetben bemutatom a fenti modellnek egy módosított változatát, ami tulajdonképpen egy újraértelmezésnek felfogható, azaz új megvilágításba helyezi az itt megismert struktúrát.

6. fejezet

A modell kétszektoros változata

Az előző fejezetben bemutatott kísérlet a konvergenciairodalom és a monetáris politika elemzési keretének egységes modellbe foglalására tulajdonképpen felzárkózó, kis nyitott gazdaságok elméleti vizsgálatához látszik szükségesnek, érdekesnek, mint amilyen az unió új tagállamainak többsége. Egy ilyen modellben válik ugyanis lehetségessé a hosszú távú egyensúlyhoz való konvergencia és a monetáris politika közötti esetleges kölcsönhatások vizsgálata, ami ráirányíthatja a figyelmet a monetáris hatóság által választott stratégia jelentőségére. Az 5-ös fejezetben megadott definíciók, értelmezések mellett (például a felzárkózás, átmenet értelmezése, 5-ös lábjegyzet, 97.o.) ebben a fejezetben ugyanennek a problémának a vizsgálatára törekszem egy hasonló modell keretei között.

Az itt bemutatott elemzési keret explicit mutatószámmal képes megragadni a gazdaság nyitottságának mértékét, ezáltal ennek hatása is vizsgálható a modellben, illetve egy kétszektoros gazdaság leírását adja, ami további bővítési irányokat rejt magában. Ha például az itt alkalmazott egyszerűsítő feltevések helyett az egyes szektorokban használt technológiára eltérő termelékenységet tételezünk fel, akkor a Balassa–Samuelson hatásként ismert jelenség vizsgálatára is lehetőség nyílik. Itt azonban a korábbiaknak megfelelően a legegyszerűbbnek látszó struktúrát írom fel (megtartva a modell reáloldalának az alapul vett tanulmányban adott specifikációját), ami nagyon hasonló az előző fejezet modelljéhez, ezért tulajdonképpen egy újabb értelmezési lehetőségnek is felfogható.

A reálmodell leírására itt Lane [2001]-es cikkének modelljét választottam, ami tulajdonképpen az 5-ös fejezetben hivatkozott Barro–Mankiw–Sala-i-Martin [1995]-ös modell egy módosított változata. Ez egy *kétszektoros kis nyitott gazdaság* folytonos időben felírt, dinamikus növekedési modellje, ahol csakúgy, mint a korábban használt formában, a *tőke mozgása korlátozott*: bizonyos vonatkozásokban teljesen szabad, máshol teljesen kizárt a tőkemobilitás. A modell „monetizálására” ezúttal is a *hasznos pénz megközelítés*t alkalmazom, a Fischer [1979]-ben használt formában.

A következő, 6.1-es szakasz a modell részletes felírását, a 6.2-es a gazdasági szereplők optimalizációs problémáinak megoldását és a versenyzői egyensúly felírását tartalmazza. A modell különböző monetáris politikai szabályok melletti viselkedését a 6.3-ban elemzem. A fejezet záró része (6.4) összegzés, itt térek ki az 5-ös és 6-es fejezetekben bemutatott modellek hiányosságaira és a továbbfejlesztés lehetséges irányaira is.

6.1. A modellgazdaság

Végtelen sok, örökéletű gazdasági szereplőt tételezünk fel, ezek a háztartások (fogyasztók) rendelkeznek a gazdaság erőforrásai, itt alapvetően a tőke felett. Az egyszerűség kedvéért a korábbiakkal ellentétben azt tételezzük fel, hogy a háztartások egyben termelők is, azaz maguk üzemeltetik a termelési technológiát. Vizsgáljuk meg elsőként a gazdasági szereplők termelési tevékenységét!

6.1.1. Termelés

Végtelen sok, modellbeli jellemzőiben azonos háztartást tételezünk fel, akik ugyanazzal a technológiával termelnek, azaz elégséges egy reprezentatív termelő döntési problémájának elemzése. A reprezentatív termelő a megtermelt outputot versenyző piacon értékesíti, piaci ereje nincsen, árelfogadó. A termelés két fázisban történik: először a termelésben tovább felhasználható inputjószágokat állítanak elő a gazdaság erőforrásainak igénybevételével, majd ezeknek az inputjavaknak a segítségével készül a végtermék. Kétféle inputjószágot különböztetünk meg: a nemzetközi versenyben részt vevő termékeket (angolul *tradable goods*, ezek bekerülhetnek a nemzetközi kereskedelembe) és a csak hazai piacon szereplő jószágokat (*non-tradable goods*, melyek különböző okok miatt nem vehetnek részt a nemzetközi kereskedelemben. Az első csoportba tartozó javakat külfölddel versenyző, a másodikba tartozókat belföldön forgalmazott termékeknek fogom nevezni, jelölésük egy főre jutó reálértékben y_T és y_N (az egyetlen végtermék lesz a numerair, reálértéken tehát az ennek egységeiben kifejezett kategóriákat értem).[1] Mindkettőt tő-

[1]Nehéz a pontos tartalmat magyarul visszaadni, hiszen a tradable csoportba azok a termékek tartoznak, amelyek külkereskedelembe kerül*het*nek, de ez a besorolás független attól, valóban kereskednek-e az adott jószággal nemzetközi piacokon. A második csoport esetében ez eleve kizárt: nem kerülhetnek a javak nemzetközi forgalomba. Szó szerint külkereskedhető, illetve nem külkereskedhető termékeknek lehetne hívni ezeket a jószágokat,

kejószágok mint termelési tényező felhasználásával állítják elő kétféle fizikai tőke felhasználásával: k_T a külfölddel versenyző javak előállításához szükséges tőke, míg k_N a csak belfödön forgalmazott termékekben felhasznált tőke (mindkettő egy főre jutó reálértéken).[2] A termelési folyamatban nem használnak fel munkaerőt. Ennek megfelelően az inputjószágok Cobb-Douglas típusú termelési függvényei:

$$y_T = Ak_T^{\alpha} \qquad y_N = Ak_N^{\alpha} \tag{6.1}$$

Itt A a gazdaságra jellemző exogén termelékenységi paraméter, amit ismét azonosnak tételezünk fel a kétféle termék előállítási folyamatában, és α a tőke jövedelemaránya, ami szintén azonos a két technológia esetén. Ezzel a feltevéssel (azonos tőkeintenzitás és termelékenység) a két „szektor" közötti termelékenységkülönbségből eredő növekedési hatásokat egyelőre kizárjuk az elemzésből.

A végterméket a két inputjószág kombinációjával állítják elő a következőképpen:

$$y = y_N^{1-\theta} y_T^{\theta},$$

ahol θ a külfölddel versenyző szektor relatív méretét fejezi ki, ezért értelmezhető a gazdaság nyitottságának mérőszámaként. Az inputjószágok termelési függvényeit, (6.1)-t behelyettesítve a végtermékre a következő termelési függvény adódik:

$$y = Ak_N^{\alpha(1-\theta)} k_T^{\alpha\theta} \tag{6.2}$$

A megtermelt output (y) elfogyasztható vagy beruházható (fogyasztási- és tőkejószág is egyben).

A konvergencia lelassítását itt is *hitelfelvételi korlát* bevezetésével érjük el (részletesen ld. az 5-ös fejezetben, 99.o., elsősorban 10-es lábjegyzet). A hazai gazdaság tökéletes nemzetközi tőkepiacon vehet fel kölcsönt, de csak korlátozott mértékben: külföldi hiteleinek állománya nem haladhatja meg a külfölddel versenyző jószág termelésében felhasznált tőke rendelkezésre álló mennyiségét, mert csak ez a tőkejószág fogadható el hitelfedezetként a külföld számára.[3] Az adósság egy főre jutó reálértékét ismét d-vel jelölve formálisan tehát $d \leq k_T$. Optimumban a korlátot maximálisan kihasználják, hogy a tőkepiacok által lehetővé tett mértékben felgyorsítsák a felzárkózást, azaz

---

amit azonban magyarul nem használunk így. Sokan a rövidség kedvéért iparcikkeknek és szolgáltatásoknak nevezik el a csoportokat, ami viszont nem fejezi ki a különbség lényegét.

[2] Itt is érvényes az előző fejezet 8. lábjegyzete az időindex elhagyásáról, 98.o.

[3] Ismét számos érv hozható fel a feltevés mellett: például a termék nemzetközi forgalma miatt egyszerűbb szankciókat kivetni ezen jószágokra fizetési problémák esetén, vagy ez a tőkejószág a külföldi befektetők által is felhasználható szemben a csak belföldön forgalmazott termékekhez használt tőkével. Részletesen ld. Lane [2001], 224.o.

$d = k_T$ teljesül. Ez azt is jelenti, hogy a külfölddel versenyző szektor nettó tőkehozamának (a tőke határterméke és az amortizáció különbségének) a világpiaci reálkamatlábbal kell megegyeznie (a nemzetközi kereskedelem felé nyitott szektorban a hazai és nemzetközi piacon elérhető megtérülési ráták megegyeznek):

$$\alpha\theta A k_N^{\alpha(1-\theta)} k_T^{\alpha\theta-1} = \alpha\theta\frac{y}{k_T} = r^w + \delta, \tag{6.3}$$

ahol δ az amortizációs ráta, r^w pedig a világpiaci reálkamatláb. Ezt az eredményt és a hitelfelvételi korlátot felhasználva a következő összefüggés adódik:

$$k_T = d = \frac{\alpha\theta y}{r^w + \delta} \tag{6.4}$$

A termelési függvényt ennek megfelelően szintén átírhatjuk:

$$y = B k_N^{\eta}, \tag{6.5}$$

ahol $B = A^{\frac{1}{1-\alpha\theta}} \left(\frac{\alpha\theta}{r^w+\delta}\right)^{\frac{\alpha\theta}{1-\alpha\theta}}$ és $\eta = \frac{\alpha-\alpha\theta}{1-\alpha\theta}$, $0 < \eta < 1$. A kapott képletek természetesen nagyon hasonlóak az előző fejezet (5.10)-es és (5.11)-es eredményeihez: csak itt h helyett k_T, α helyett $\alpha\theta$, ε helyett az eltérő tartalmú η szerepel, és ennek megfelelően B definíciója is különbözik.

6.1.2. Relatív árak

A felvázolt keretben tulajdonképpen nincsen olyan piac, ahol a tőkejószágok bérbeadása történne: felettük a háztartások rendelkeznek, és a termelésben is ők használják fel azokat. Ugyancsak nem kereskednek az inputjószágokkal, ezeket is az őket megtermelő háztartások használják fel. De implicit módon lehetséges ezen jószágok piacait definiálni, és így az ott kialakuló (árnyék)árak is meghatározhatóak. Meg lehet tehát adni az implicit bérleti díjakat (tulajdonképpen k_T esetében a (6.3)-ban ezt használtuk is) és a három különböző termék (y_T, y_N és y) relatív árait is. Ebben a részben azt mutatom meg, hogy ez nem változtatna az eredményeken, az ezt expliciten figyelembe vevő felírás megoldása (k_T reálhozama) ugyanaz lenne.

Ha külön tekintjük az (implicit) termelési feladatot, egy reprezentatív termelőegység (itt a háztartás) reáljövedelme a megtermelt output, költségei pedig a felhasznált termelési tényezők bérleti díjai. Igazából három különböző termelési folyamattal van dolgunk, mindegyik esetben a profitmaximalizálás a cél, ahol minden változó (árak és mennyiségek is) nemnegatív. A három különböző megtermelt jószág definiálja implicit módon az árrendszert a gazdaságban: p_T a külfölddel versenyző termék ára, p_N a belföldön forgalmazott jószágé és p a végterméké. Az egyik árat egynek választhatjuk, hiszen csak a relatív árak fontosak az allokáció szempontjából. A normalizálásra $p_T = 1$ lenne a természetes és szokásos választás, de annak érdekében, hogy ugyanazzal a struktúrával dolgozzunk, ahol mindent az egyetlen végtermék egységeiben fejeztünk ki (y volt a numerair, nem y_T), p-t választom meg egynek.

A külfölddel versenyző szektorban a termelési feladat a jövedelem és a kiadások különbségének maximalizálása:

$$\max\ p_T A k_T^{\alpha} - r_T k_T$$

A belföldön forgalmazott termékekre hasonlóan:

$$\max\ p_N A k_N^{\alpha} - r_N k_N$$

A két feladatból kapott elsőrendű feltételek:

$$\alpha p_T A k_T^{\alpha-1} = \alpha p_T \frac{y_T}{k_T} = r_T \tag{6.6}$$

$$\alpha p_N A k_N^{\alpha-1} = \alpha p_N \frac{y_N}{k_N} = r_N \tag{6.7}$$

Írjuk fel a végterméket előállító szektor maximalizálási problémáját is:

$$\max\ y_N^{1-\theta} y_T^{\theta} - p_N y_N - p_T y_T,$$

Az eredményül kapott elsőrendű feltételek szerint az inputjószágok árai megegyeznek azok határtermékével:

$$\theta \left(\frac{y_T}{y_N}\right)^{\theta-1} = p_T \tag{6.8}$$

$$(1-\theta)\left(\frac{y_T}{y_N}\right)^{\theta} = p_N \tag{6.9}$$

A (6.8)-t (6.9)-cel elosztva a relatív árakra az alábbi összefüggés adódik:

$$\frac{p_T}{p_N} = \frac{\theta}{1-\theta}\frac{y_N}{y_T}$$

Innen kifejezhetjük p_T-t, s ekkor (6.9) behelyettesítésével a következőt kapjuk:

$$p_T = \frac{\theta}{1-\theta}\frac{y_N}{y_T}(1-\theta)\left(\frac{y_T}{y_N}\right)^{\theta} = \theta\left(\frac{y_T}{y_N}\right)^{\theta-1}$$

Ezt (6.6)-ban p_T helyére beírva végül r_T-re az alábbi eredmény adódik:

$$\alpha\theta \frac{y_T^{\theta} y_N^{1-\theta}}{k_T} = \alpha\theta\frac{y}{k_T} = r_T$$

Ez a külfölddel versenyző szektorban felhasznált tőkejószág bruttó reálhozama, ami az amortizáció levonása után (azaz nettó értelemben) megegyezik a világpiaci reálkamattal a modellben. Látható, hogy ez valóban megegyezik (6.3)-mal, amiből (6.4) már következik. A relatív árak figyelembevétele tehát a reálhozam ekvivalens formájához vezetne, így semmilyen változást nem okozna a modell összefüggéseiben.

6.1.3. Preferenciák – a háztartások problémája

Említettem már, hogy végtelen sok, örökéletű háztartás alkotja a gazdaságot. Mivel ők egyben a végtermék előállítói, reáljövedelmüknek a megtermelt output (y) részét képezi. Vegyük észre, hogy mivel expliciten nincsen munkaerő a modellben, a termelés látszólag pozitív profitot eredményez (többlet keletkezik az inputok felhasználásáért „fizetett" érték mellett, ld. az előző szakaszt), de valójában ez csak a háztartások (saját foglalkoztatásban) munkával töltött idejéért járó kompenzációt (a tulajdonképpeni reálbért) takarja. A háztartás tehát a teljes megtermelt végtermék-mennyiséget jövedelemként realizálja. Ugyancsak a fogyasztók rendelkeznek a nettó külföldi adósságállománnyal (d egy főre jutó reálértékben), tehát a felvett kölcsönök szintén jövedelemforrást jelentenek ($\dot{d}$). Végül a kormányzat egyösszegű transzfer formájában juttat pénzt a háztartásokhoz (x egy főre jutó reálértékben). A háztartás jövedelme tehát: $y + \dot{d} + x$.
A rendelkezésére álló jövedelemből a háztartás fogyaszt (c), beruház (I a teljes beruházás), pénzt halmoz fel (m a reálegyenleg) és kamatot fizet az adósság után (a kamatláb r^w). Az előző fejezethez hasonlóan tehát a fogyasztó kiadásai: $c + I + r^w d + \dot{m} + m\pi$. A tőke mozgástörvénye szerint a kétféle tőkejószágra $\dot{k}_N + \dot{k}_T = I - \delta(k_N + k_T)$, ahol ugyanazt az amortizációs kulcsot tételeztük fel mindkét tőkejószágra. A beruházást innen kifejezve és mindent a végtermék egységeiben (azaz reálértékben) felírva a reprezentatív háztartás költségvetési korlátja:

$$y + \dot{d} + x = c + (\dot{k}_N + \dot{k}_T) + \delta(k_N + k_T) + r^w d + \dot{m} + m\pi$$

Ha kihasználjuk a korábban kapott (6.4)-es összefüggést, akkor ezt átírhatjuk a következőképpen:

$$\dot{k}_N + \dot{m} = (1 - \alpha\theta)y + x - c - \delta k_N - m\pi,$$

ahol y (6.5) alapján meghatározott.

Ennek segítségével felírhatjuk a háztartások döntési problémáját:

$$\max \int_0^\infty e^{-\rho t} \frac{(c^\beta m^\gamma)^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma} \mathrm{dt}, \quad \text{ahol } \beta, \gamma, \sigma > 0,\ \beta + \gamma \leq 1$$

$$
\begin{array}{ll}
\text{valamint} & \dot{k}_N + \dot{m} = (1-\alpha\theta)Bk_N^\eta + x - c - \delta k_N - m\pi \\
& k(0) = k_N(0) + k_T(0) > 0 \\
& c, m, k_N, k_T, d \geq 0 \\
& r^w, P \geq 0 \text{ és } x \text{ adott,} \\
\text{ahol} & k_N(0) + k_T(0) - d(0) < k_N^* \\
\text{és} & \lim\limits_{t\to\infty}(k_N + k_T - d)e^{-r^w t} \geq 0 \text{ (no-Ponzi feltétel).}
\end{array}
$$

A felírásban P az árszínvonal, ahogy az 5-ös fejezetben, azaz a végtermék egy egységének ára. A felírt hasznossági függvény ugyanúgy, a korlátok pedig nagyon hasonlóan értelmezhetőek, mint az 5.2.1. szakaszban, ezért ettől itt eltekintek.

6.1.4. Kormányzat

A kormányzattal kapcsolatban ugyanazzal az egyszerűsítő feltevéssel élünk, mint az előző fejezetben: egyetlen szerepe a pénz gazdaságba juttatása egyösszegű transzfer formájában. Így költségvetése egyensúlyban van, azaz nominálisan $\dot{M} = X$ és reál értelemben:

$$\dot{m} + m\pi = x \tag{6.10}$$

6.2. Versenyzői egyensúly

Oldjuk meg a 6.1.3. szakaszban felírt háztartási optimalizációs feladatot! A vonatkozó Hamilton-függvény:

$$\mathscr{H}(c; k_N, m; \lambda) = e^{-\rho t}\frac{c^{\beta-\beta\sigma}m^{\gamma-\gamma\sigma} - 1}{1-\sigma} + \lambda e^{-\rho t}[(1-\alpha\theta)Bk_N^\eta + x - c - \delta k_N - m\pi],$$

ahol λ a korábban is használt jelenidejű multiplikátor. Az elsőrendű feltételek átrendezésével a következő egyenletekhez juthatunk:

$$\frac{\gamma c}{\beta m} = (1-\alpha\theta)\eta B k_N^{\eta-1} - \delta + \pi \tag{6.11}$$

$$(\beta - 1 - \beta\sigma)\frac{\dot{c}}{c} + (\gamma - \gamma\sigma)\frac{\dot{m}}{m} = -(1-\alpha\theta)\eta B k_N^{\eta-1} + \delta + \rho \tag{6.12}$$

Ezek tulajdonképpen az (5.4)–(5.5)-ös feltételek, ezért velük analóg módon értelmezhetőek (ld. az 5.2.1. részt). A fenti két feltétel mellett a költségvetési korlát egyenlőségre teljesül optimumban, illetve fennáll a transzverzalitási feltétel: $\lim\limits_{t\to\infty}\lambda(k_T + k_N - d)e^{-\rho t} \leq 0$. A hitelfelvételi korlát miatt itt is elég lenne $\lim\limits_{t\to\infty}\lambda k_N e^{-\rho t} = 0$-t írnunk, azaz a feltétel itt csak a belföldön forgalmazott

termék előállításához felhasznált tőkejószág állományára vonatkozik.
A fogyasztó optimumát leíró feltételek ezekkel együtt a modell teljes megoldását jelentik (fogyasztók és termelők optimumának kombinált leírása), a versenyzői egyensúlyhoz ezek mellett csupán a piactisztító feltételek szükségesek, melyek

1. az árupiacra: $\dot{k}_N = (1 - \alpha\theta)Bk_N^\eta - c - \delta k_N$;

2. és a pénzpiacra: $\dot{m} + m\pi = x$.

A versenyzői egyensúlyt tehát a transzverzalitási feltétel, a kormányzat költségvetési korlátja, (6.10) (ami megegyezik a pénzpiaci egyensúly feltételével), az árupiac piactisztító feltétele (ez a kettő a háztartás költségvetési korlátjának a teljesülését is maga után vonja) és a (6.11)–(6.12)-es feltételek jellemzik. Az egyenletrendszerből a c, m, k_N, π endogén változók meghatározására az utolsóként felsorolt három összefüggést használhatjuk (optimum két elsőrendű feltétele és az árupiaci egyensúly), a megoldhatósághoz tehát szükség van egy negyedik egyenletre, ami itt is a monetáris politikát leíró szabály lesz. Ezek után x a pénzpiaci feltételből m és π segítségével adható meg.

6.3. Monetáris politika és konvergencia

A gazdaság átmeneti viselkedését itt is az 5.4-es részben bevezetett és definiált négy monetáris politikai szabály mellett vizsgálom. Látható a szoros kapcsolat és hasonlóság az egyensúly feltételei között a két modellben, ezért nem szükséges a pontos levezetések részletes leírása, mind a négy esetben az 5-ös fejezetben leírt lépésekkel lehet eljutni a rendszer egyenleteihez és a hosszú távú egyensúlyhoz. Ezért az egyes részekben csak röviden foglalom össze az eredményeket, főként a különbségek kiemelésére törekszem.

6.3.1. A pénzkínálat meghatározása

A gazdaságpolitikai szabály (a negyedik egyenlet, $\frac{\dot{m}}{m} = \omega - \pi$) figyelembevételével az 5.4-es szakasz lépéseit követve megkapjuk a modellgazdaság dinamikus viselkedését leíró háromdimenziós rendszert:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\gamma - \gamma\sigma}{\beta - 1 - \beta\sigma}\left[-(1-\alpha\theta)\eta B k_N^{\eta-1} + \delta - \omega + \frac{\gamma c}{\beta m}\right] + \\ + \frac{1}{\beta - 1 - \beta\sigma}[-(1-\alpha\theta)\eta B k_N^{\eta-1} + \delta + \rho] \tag{6.13}$$

$$\frac{\dot{m}}{m} = (1-\alpha\theta)\eta B k_N^{\eta-1} - \delta + \omega - \frac{\gamma c}{\beta m} \tag{6.14}$$

$$\dot{k}_N = (1-\alpha\theta) B k_N^{\eta} - \delta k_N - c \tag{6.15}$$

Az előző fejezethez képest csupán az egyes változókban van eltérés: $(1-\alpha)$ helyett $(1-\alpha\theta)$, ε helyett η és h helyett k_N szerepel (valamint B konkrét definíciója is más a korábbiakkal összhangban). Az egyes változók értékei a hosszú távú egyensúlyban $\rho = r^w$ feltételezése mellett:

$$k_N^* = \left[\frac{A(1-\theta)\alpha}{r^w + \delta}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)^{\frac{\alpha\theta}{1-\alpha}} \tag{6.16a}$$

$$k_T^* = \left[\frac{A\theta\alpha}{r^w + \delta}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)^{\frac{\alpha\theta-\alpha}{1-\alpha}} \tag{6.16b}$$

$$\frac{k_T^*}{k_N^*} = \frac{\theta}{1-\theta} \tag{6.16c}$$

$$c^* = \left[\frac{A\alpha(1-\theta)}{r^w + \delta}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)^{\frac{\alpha\theta}{1-\alpha}} \left\{(1-\alpha\theta)\left[\frac{\alpha(1-\theta)}{r^w+\delta}\right]^{-1} - \delta\right\} \tag{6.16d}$$

$$m^* = \frac{\gamma}{\beta} \cdot \frac{c^*}{r^w + \omega} \tag{6.16e}$$

A loglinearizált rendszer a következő:

$$\begin{pmatrix} \frac{dlog(c)}{dt} \\ \frac{dlog(m)}{dt} \\ \frac{dlog(k_N)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(\gamma-\gamma\sigma)(\omega+\rho)}{\beta-1-\beta\sigma} & -\frac{(\gamma-\gamma\sigma)(\omega+\rho)}{\beta-1-\beta\sigma} & -\frac{(\gamma-\gamma\sigma+1)(\eta-1)(\delta+\rho)}{\beta-1-\beta\sigma} \\ -(\omega+\rho) & \omega+\rho & (\eta-1)(\delta+\rho) \\ \delta - \frac{\delta+\rho}{\eta} & 0 & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} log(c/c^*) \\ log(m/m^*) \\ log(k_N/k_N^*) \end{bmatrix}$$

Látható, hogy az átmenetmátrix már teljesen azonos a korábbival, csupán η szerepel benne a korábbi ε helyett. Mivel erre szintén a $0 < \eta < 1$ korlátok igazak, a mátrix nyomának és determinánsának is azonos lesz az előjele a korábbiakkal, sőt η változatlansága mellett ω konvergenciasebességre gyakorolt hatásáról is ugyanazt mondhatjuk el, mint az 5.4-es részben. (Ebben az esetben θ hatását egyelőre nem vizsgáltam.)

6.3.2. A nominális kamatláb rögzítése

A nominális kamatláb rögzítése esetén az eredményül kapott rendszer a korábbiakkal összhangban kétdimenziós:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1}\left[-(1-\alpha\theta)\eta B k_N^{\eta-1} + \delta + \rho\right] \tag{6.17}$$

$$\dot{k}_N = (1-\alpha\theta)Bk_N^{\eta} - \delta k_N - c \tag{6.18}$$

A hosszú távú egyensúlyban a változók a korábban adott értékeket veszik fel, csak az m^*-t meghatározó képlet módosul kissé:

$$m^* = \frac{\gamma}{\beta}\cdot\frac{c^*}{r^w+\pi^*}$$

A loglinearizált rendszer ezúttal is teljesen megegyezik a korábbival, csupán egyetlen változóban (η-ban) különbözik az előző fejezetben kapottól:

$$\begin{pmatrix} \frac{dlog(c)}{dt} \\ \frac{dlog(k_N)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-(\eta-1)(\delta+\rho)}{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1} \\ \delta - \frac{\delta+\rho}{\eta} & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} log(c/c^*) \\ log(k_N/k_N^*) \end{bmatrix}$$

Az eredmények így ismét teljesen azonosak. A konvergencia sebessége:

$$2\mu = \rho - \left\{\rho^2 - 4\frac{(\eta-1)(\delta+\rho)}{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1}\left(\delta - \frac{\delta+\rho}{\eta}\right)\right\}^{\frac{1}{2}}$$

A monetáris politika itt is szupersemleges az átmenetben. Ebben az esetben viszont könnyen vizsgálható η és ezen keresztül θ, azaz a nyitottság mértékének hatása a konvergencia sebességére. Mivel $\frac{\partial\eta}{\partial\theta} < 0$ és $\frac{\partial\mu}{\partial\eta} > 0$, minél nyitottabb a gazdaság (minél nagyobb θ), annál nagyobb abszolút értékben a konvergencia sebessége (annál magasabb $|\mu|$). Mindez egyszerűen magyarázható: minél nyitottabb a gazdaság (minél nagyobb a külfölddel versenyző inputjavak végtermékhez való hozzájárulása, azaz végső soron minél nagyobb az ezek előállításához használt tőke, k_T szerepe), annál nagyobb a külföldről felvehető kölcsön nagysága ($d = k_T$), ami értelemszerűen elősegíti a konvergenciát.

6.3.3. Inflációs célkövetés

Az előző fejezetben adott speciális definíció mellett (infláció közvetlen meghatározása) kétdimenziós rendszer adódik az előző fejezethez képest mindössze a már megismert különbségekkel:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{(\gamma-\gamma\sigma)(\eta-1)(1-\alpha\theta)\eta Bk_N^{\eta-1}\left[(1-\alpha\theta)Bk_N^{\eta-1}-\delta-\frac{c}{k_N}\right]}{[(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1][(1-\alpha\theta)\eta Bk_N^{\eta-1}-\delta+\pi]} +$$
$$+\frac{1}{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1}[-(1-\alpha\theta)\eta Bk_N^{\eta-1}+\delta+\rho] \quad (6.19)$$
$$\dot{k}_N = (1-\alpha\theta)Bk_N^{\eta}-\delta k_N - c \quad (6.20)$$

A hosszú távú egyensúly nem változik, míg a loglinearizált rendszer csak a megszokott módon, egyetlen változóban tér el az 5.4-ben kapott formától:

$$\begin{pmatrix} \frac{dlog(c)}{dt} \\ \frac{dlog(k_N)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(\gamma-\gamma\sigma)(\eta-1)(\delta+\rho)\left(\delta-\frac{\delta+\rho}{\eta}\right)}{[(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1](\rho+\pi)} & \frac{[\rho(\gamma-\gamma\sigma-1)-\pi](\eta-1)(\delta+\rho)}{[(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1](\rho+\pi)} \\ \delta-\frac{\delta+\rho}{\eta} & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} log\left(\frac{c}{c^*}\right) \\ log\left(\frac{k_N}{k_N^*}\right) \end{bmatrix}$$

Itt is ugyanaz az eredmény adódik tehát a monetáris politika hatásával kapcsolatban, mint az előző fejezetben: nincs egyértelmű eredmény, de ha $\sigma < 1$ *és* a mátrix nyoma negatív, akkor biztosan $\frac{\partial\mu}{\partial\pi} > 0$, azaz minél magasabb az infláció, annál lassabb a konvergencia.
A konvergencia sebessége a gazdaság nyitottságától is függ. Tudjuk, hogy $\frac{\partial\eta}{\partial\theta} < 0$, de $\frac{\partial\mu}{\partial\eta}$ előjelének megállapításával hasonló a probléma, mint az előző esetben. Ha $\sigma < 1$ *és* a mátrix nyoma negatív, akkor azonban ismét egyértelmű a kapcsolat: ebben az esetben $\frac{\partial\mu}{\partial\eta} > 0$, azaz minél nyitottabb a gazdaság (minél magasabb θ), abszolút értékben annál nagyobb a konvergencia sebessége (annál nagyobb $|\mu|$).

6.3.4. Kamatszabály

A korábbiak alapján itt is a kissé módosuló kétdimenziós rendszert kapjuk:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{(\gamma-\gamma\sigma)g'(\pi)(\eta-1)[g(\pi)+\delta-\pi]\left\{\frac{g(\pi)+\delta-\pi}{\eta}-c\left[\frac{g(\pi)+\delta-\pi}{(1-\alpha\theta)\eta B}\right]^{\frac{1}{1-\eta}}-\delta\right\}}{[(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1]g(\pi)[g'(\pi)-1]} +$$
$$+\frac{\rho+\pi-g(\pi)}{[(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1]} \quad (6.21)$$
$$\frac{\dot{\pi}}{\pi} = \frac{(\eta-1)\left[\frac{g(\pi)+\delta}{\pi}-1\right]}{g'(\pi)-1}\left\{\frac{g(\pi)+\delta-\pi}{\eta}-c\left[\frac{g(\pi)+\delta-\pi}{(1-\alpha\theta)\eta B}\right]^{\frac{1}{1-\eta}}-\delta\right\} \quad (6.22)$$

A hosszú távú egyensúly ugyanaz, de a nominális változók nem egyértelműen meghatározottak, ahogy az 5.4-es szakaszban is láttuk. A loglineáris közelítés eredménye:

$$\begin{pmatrix} \frac{dlog(c)}{dt} \\ \frac{dlog(\pi)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(\gamma-\gamma\sigma)g'(\pi)(\eta-1)(\delta+\rho)\left(\delta-\frac{\delta+\rho}{\eta}\right)}{[(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1]g(\pi)[g'(\pi)-1]} & \frac{[g(\pi)-\rho]\left\{\frac{(\gamma-\gamma\sigma)g'(\pi)\rho}{g(\pi)}-[g'(\pi)-1]\right\}}{(\beta+\gamma)(1-\sigma)-1} \\ \frac{(\eta-1)(\delta+\rho)\left(\delta-\frac{\delta+\rho}{\eta}\right)}{[g'(\pi)-1][g(\pi-\rho]} & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} log\left(\frac{c}{c^*}\right) \\ log\left(\frac{\pi}{\pi^*}\right) \end{bmatrix}$$

Itt is megegyezik természetesen az eredmény az előző szakaszban kapottal, hiszen az átmenetmátrix megint csupán η-ban különbözik: azaz csak bizonyos paraméterértékek esetén kapunk egyértelmű (és akkor az inflációs célkövetésnél kapott eredménnyel lényegében megegyező) kapcsolatot. Azokra az esetekre, amikor a monetáris politika hatása egyértelmű, a gazdasági nyitottságra a korábban látott erdemény adódik (gyorsítja a konvergenciát), egyébként általánosan nem egyértelmű a hatása.

6.4. Záró gondolatok

Az itt bemutatott modell – ahogy láttuk – az előző fejezet humántőkét is expliciten tartalmazó modelljének tulajdonképpen egy újabb, más értelmezési lehetőségét jelenti, ezért nem meglepő, hogy a monetáris politikára vonatkozóan teljesen azonos eredményekre vezet. Vizsgálható benne ugyanakkor a gazdaság nyitottságának mértékét kifejező mutató (a külfölddel versenyző szektor relatív súlya) hatása a felzárkózásra. A megvizsgált három esetben (nominális kamatláb rögzítése, inflációs célkövetés és visszacsatoláson alapuló kamatszabály) a nyitottság mindig elősegítette, gyorsította a konvergenciát, de az utolsó két szabály mellett ez a kapcsolat nem volt általános érvényű (csak bizonyos paraméterértékek mellett teljesült egyértelműen). A kapott eredmény összhangban áll a közgazdasági véleménnyel: nagyobb nyitottság gyorsabb alkalmazkodást tesz lehetővé. Az eredményhez vezető modellbeli hatásmechanizmus is világos: k_T nagyobb szerepe (ami itt a nyitottságot mutatja) nagyobb külföldi forrásbevonást tesz lehetővé, ami növeli a rendelkezésre álló erőforrásokat és így gyorsabb konvergenciához vezet.

Mindkét fejezet azt mutatja, hogy már egy nagyon egyszerű modellben is meglehetősen eltér a gazdaság dinamikus viselkedése különböző monetáris szabályok alkalmazása esetén. A bemutatott modellek ötvözték a kérdés vizsgálatához elengedhetetlennek tartott elemeket (kis nyitott gazdaság, felzárkózás vizsgálatának lehetősége, monetáris politika), de számos, szintén fontos jellemzőt még ez az elemzési keret is figyelmen kívül hagy. Kis nyitott gazdaságok kapcsán talán a leglényegesebb ezek közül az árfolyam, hiszen ezt ezekben az országokban a monetáris transzmisszió kamatcsatornánál sokszor jóval fontosabb csatornájának is tartják. Kézenfekvő továbbfejlesztési lehetőség ezért hasonló problémák vizsgálata olyan modellben, ahol az árfolyam explicit figyelembevételére is lehetőség nyílik. Az 5-ös és 6-os fejezetekben bemutatott monetáris konvergenciamodellek azonban nem alkalmasak az árfolyam bevezetésére, ugyanis a konvergencia modellezéséhez ezekben használt feltevés (a korlátozott tőkemobilitás) eredményeképpen azok a változók, amelyeket az árfolyam befolyásolhat, kiesnek a modellből. Más, felzárkózó gazdaságokra alkalmazható reálmodellt kell tehát alapul venni az árfolyam explicit bevezetéséhez. Lehetséges lenne például erre a célra olyan konvergenciamodell használata, ahol a beruházás alkalmazkodási költségekkel jár (Benczúr [2003], Benczúr–Kónya [2004], ezek egyúttal monetáris modellek), illetve a hitelkínálati függvény emelkedő (nagyobb eladósodás esetén magasabb az újabb hitelek kamatlába), mint például Chatterjee et. al. [2001] (ahol mindkét feltevéssel élnek, azonban reálmodell keretein belül).

Más kézenfekvő kiterjesztésekre már korábban is utaltam. Érdemes lehet a 6-os fejezet modelljének módosításával eltérő termelékenységi paramétert feltételezni az egyes szektorok termelési technológiájára (különböző A-t), és megvizsgálni, érvényesül-e a Balassa–Samuelson hatás ebben a kétszektoros modellben. Fontos továbbfejlesztés lenne a modell numerikus vizsgálata, hogy ennek segítségével a teljes átmeneti pályáról képet kaphassunk. Ezt azonban célszerűbbnek látszik sztochasztikus modellben megtenni, tehát ehhez először indokolt lehet a modell bizonytalanságot expliciten megengedő formájának a felírása és megoldása.

Az itt bemutatott modellek azonban már ebben a formájukban is rávilágítanak arra, mennyire különbözhet a modellgazdaság viselkedése az egyes monetáris stratégiák alkalmazása esetén, s lokális vizsgálatra az egyszerű szerkezetnek köszönhetően ráadásul még analitikusan is lehetőség nyílik. Mivel expliciten nem jelenik (és ahogy korábban írtam, nem is jelenhet) meg a modellekben az árfolyam, azok elsősorban olyan helyzet jellemzésére használhatóak, ahol az árfolyam változása nem lényeges a gazdasági döntések szempontjából – ilyen például az euró bevezetése utáni állapot, amikor a főbb kereskedelmi partnerek valutája megegyezik az adott országéval. A modellek vizsgálata így a felsorolt hiányosságok ellenére elméleti szempontból mindenképpen érdekes és indokolt.

7. fejezet

Összefoglalás, következtetések

A dolgozat célja tulajdonképpen kettős: egyrészt a monetáris elmélet utóbbi évtizedekben kialakult irányzatainak áttekintését adja (első rész, 2–4. fejezetek), másrészt a monetáris politika és a konvergencia együttes vizsgálatára törekszik (második rész, 5–6. fejezetek).

Az első részben a különböző monetáris modellek közül igyekszem a legfontosabbakat legalább röviden bemutatni. A terjedelmi korlátok miatt az áttekintés sem teljeskörű, sem mindenben részletes nem lehet, ezért nagyobb hangsúlyt, részletesebb kifejtést kapnak azok a megközelítésmódok, melyeket a második rész modelljei használnak. Emellett ezek a fejezetek abban próbálnak többet adni az irodalom egyszerű ismertetésénél, hogy egységes modellkeretet vezetnek be, és minden monetáris irányzatot ugyanabban az egységes modellben elemeznek (az egyes modellek között legfeljebb a részletekben vannak eltérések, az alapkeret mindig ugyanaz). Ez megkönnyíti a különbségek szemléltetését, az összehasonlító áttekintést.

A *2. fejezet* tulajdonképpen a *probléma felvetése*, általános bevezetése. Olvashatunk a pénz jelentőségéről, különlegességéről, gazdaságban játszott szerepéről, azaz az általa betöltött funkciókról, majd elsősorban a pénz modellezésének nehézségeiről. Részletesen bevezetem a későbbiekben is használt egységes modellkeretet, ami az örökéletű gazdasági szereplőket feltételező neoklasszikus általános egyensúlyelmélet alapmodelljének egyik lehetséges, meglehetősen általános felírási módja. Ebben a sztenderd modellben megmutatom, hogy egyensúlyban a pénz értéke nulla, így a gazdasági szereplők nem tartanak pénzt, csak barteregyensúly létezik. Az okokat elemző részből kiderül, hogy ez nem a modell konkrét felírási módjára, a technikai részletekre, hanem szükségszerűen magára a szemléletmódra, az elméleti háttérre vezethető vissza. A modellgazdaság valójában bartergazdaság, ahol a pénz ugyanolyan eszköz, mint a különböző jószágok, centralizált és tökéletes piacokon bármilyen csere megvalósítható a pénz közvetítése nélkül is, és az allokáció a pénz nélkül is hatékony. A pénz szerepe a modell szerint csupán az értékmérő funkció (ami nem tartozik a nélkülözhetetlen pénzfunkciók közé) és a felhalmozási eszköz-funkció, amire viszont szintén nincsen szükség, ha a modellben vannak pozitív hozamot biztosító alternatív megtakarítási eszközök is. A modell lényegében éppen azoktól a problémáktól tekint el, amelyek enyhítésére a valóságban a pénz kialakult – így a pénznek abban nem lehet szerepe és értéke.

A következő két fejezet olyan próbálkozásokat tekint át, amelyek ezt a problémát kívánják megoldani, azaz monetáris neoklasszikus általános egyensúlyelméleti modelleket alkotnak meg. Ehhez a bemutatott általános elemzési keretet valamilyen módon módosítják, hogy lehetővé váljon a pénz bevezetése a modellbe, annak egyensúlyban pozitív értéke legyen. A *3. fejezet*ben olyan modelleket találunk, amelyek megtartják a struktúra lényegét alkotó *örökéletű reprezentetatív szereplők*et feltételező elemzési keretet, és azt egészítik ki olyan feltevéssel, ami aztán a pénz pozitív értékét eredményezi. Ezen belül az első négy alfejezet olyan modellekkel foglalkozik, ahol az árak azonnali alkalmazkodását tételezzük fel. Ez a dolgozat legalaposabban vizsgált része, mert ez a modellkeret szolgál az 5-ös és 6-os fejezet modelljeiben a monetáris oldal leírásának alapjául.
A legrészletesebben a *hasznos pénz megközelítés*t elemzem, hiszen konkréten ez az a mód, ahogy a második rész modelljeiben bevezetem a pénzt. A 2. fejezetben bevezetett modell teljeskörű megoldását ennek megfelelően részletesen megmutatom diszkrét és folytonos idejű verzióban is (az első rész alapvetően végig az előbbi, míg a második az utóbbi felírással dolgozik). Ez a megközelítés feltételezi, hogy a pénztartásból hasznosság származik, így a hasznossági függvényre tett megfelelő feltételek teljesülése már maga után vonja a pozitív egyensúlyi pénztartást (ahogy ezt az egyéb jószágok esetén megszoktuk például a fogyasztásra). Azaz lényegében a modell feltételezi, hogy a pénznek értéke van. A monetáris egyensúly így létezik, és a hasznossági függvény tulajdonságaitól függ egyértelműsége és instabilitása (1. állítás, 38.o.). A pénz a modellben semleges, de a szupersemlegesség csak abban az esetben teljesül, ha a fogyasztás és a szabadidő határhaszna független a reál pénzmennyiségtől.
A következő alfejezet a *likviditási korlát*os modelleket vizsgálja, ahol a bevezetett plusz feltételezés szerint jószágok vásárlása csak előzetesen rendelkezésünkre álló pénzmennyiségből lehetséges: azaz a fogyasztáshoz (esetleg beruházáshoz is) előzetesen készpénzzel kell rendelkeznünk. Mivel pénztartás nélkül pozitív fogyasztás nem lehetséges, itt is értéke lesz egyensúlyban a pénznek, s ez itt is magából a feltevésből következik. A pénz a modell alapformájában semleges és szupersemleges is, de ha léteznek hiteljószágok is (melyek vásárlásához nincs szükség készpénzre, például szabadidő), akkor

már nem szupersemleges, hanem hatással van a készpénzes- és hiteljószágok arányára.
A harmadik alfejezet tranzakciós modelleket, elsősorban a *vásárlási idő modell*t mutatja be: a pénzre itt is a vásárláshoz van szükség, de nem a likviditási korlátban előírt merev formában, hanem a vásárlás itt időbe telik, és ezt az időigényt képes az egyén pénztartással csökkenteni. A pénz szerepe tehát hasonló, s ebből adódik pozitív értéke az egyensúlyban. Ebben a modellben csak a semlegesség teljesül, a szupersemlegesség nem.
Az egyes megközelítések között szembetűnő a hasonlóság, így a negyedik alfejezetben azokat közösen elemzem. Egyrészt megmutatható, hogy a három megközelítés valójában bizonyos feltevések mellett *ekvivalens* egymással, így nem meglepő az azokból adódó eredmények hasonlósága sem. Az egyik itt kiemelt közös eredmény a *Friedman-szabály optimalitása*, mely mindegyik bemutatott modell jellemzője: optimumban a nominális kamatláb nulla, azaz más nominális befektetési eszközök, például a kötvények nem dominálhatják hozamában a pénzt. Szupersemlegesség esetén ez éppen a reálkamatlábbal megegyező nagyságú deflációt kíván meg (és általában is negatív árszínvonalemelkedés mellett képzelhető el). Mindez azt is jelenti, hogy bár az egyes felírási módok egymástól különböznek, más-más módon vezetik be a pénzt a gazdaságba, igazából annak létét, szerepét egyik modell sem magyarázza meg: különböző szinten ugyan, de valahol mindegyik csupán feltételezi valamilyen pénzszerep, pénzfunkció létét.
Láthattuk, hogy minden bemutatott modellben közös jellemző volt a pénz semlegessége, ami ugyancsak természetes, hiszen a mindegyikben használt azonnali áralkalmazkodás feltételéből következik. Ezekből a rugalmas árakat használó modellekből következhet ugyan a pénznek valamilyen reálhatása, de annak nagyságrendje és tartóssága is elmarad az ökonometriai becslésektől. Ahhoz, hogy ezek a jellemzők reprodukálhatóak legyenek, fel kell adni a rugalmas árak feltevését. A monetáris politika vizsgálatának elsődleges terepévé ezért merev, illetve *ragadós árak*kal dolgozó modellek váltak. Az utolsó alfejezet ezeket tekinti röviden át. Mivel a második részben rugalmas árakat feltételező modellekkel dolgozom, itt valóban csak nagyon rövid bemutatásról, a leglényegesebb elemek és következtetések kiemeléséről van szó. Ilyen például az ún. újkeynesi Phillips-görbe és az infláció (ebből következő) előretekintő jellege.

A 2-es fejezet alapproblémájának megoldását azonban nemcsak az örökéletű reprezentatív szereplőkkel dolgozó keretben kísérelték meg, más, ettől eltérő jellegű modellek is születtek a pénz magyarázatára. Ezek közül ismertet két megközelítést a következő, *4. fejezet*. A bemutatás kevésbé részletes, mint az előző fejezetben, hiszen ahogy írtam, az ott elemzett keret az, amit a második rész modelljei használnak, így a többi megközelítés (ahogy például a ragadós árakat feltételező modellek is) kisebb hangsúlyt kap. Ezt az is indokolja, hogy elsősorban a 3. fejezet modelljei azok, melyeket monetáris politikai kérdések vizsgálatához alkalmaznak.

Elsőként egy a pénz modellezésére született korai kísérlettel, az *együttélő nemzedékek modelljé*vel foglalkozom. Ez a Samuelson nevéhez kötött megközelítés véges ideig élő személyeket tételez fel, akik ráadásul az egyes (véges számú, általában kettő vagy három) életszakaszaikban különböznek egymástól. Az utolsó periódusban „öregek", ekkor már nem dolgoznak, így jövedelmük csak korábbi megtakarításaikból lehet. Szükség van tehát valamilyen megtakarítási eszközre. Nyilván az az igazán érdekes eset, amikor nemcsak a pénz az egyetlen potenciális felhalmozási eszköz, hanem létezik például tőke is. Megmutatható, hogy monetáris egyensúly (azaz olyan egyensúly, ahol a pénznek pozitív értéke van) akkor és csak akkor létezik, ha a barteregyensúly nem hatékony. Ez alátámasztja a 2-es fejezet elemzését: ha az egyensúly hatékony pénz nélkül, akkor arra nyilván nincsen szükség, a decentralizált gazdaság ekkor tulajdonképpen kiveti magából a pénzt. Az itt felírt struktúra éppen azt engedi meg, hogy a barteregyensúly (itt az autarkia) ne legyen hatékony, s ezáltal lehet szerepe és értéke a pénznek. A pénz ráadásul teljesen kiküszöböli a súrlódást, ami a nem hatékony állapothoz vezetett: ha létezik monetáris egyensúly, akkor az biztosan hatékony. Ez a modellel szemben felhozott kritikai észrevételek egyik forrása: a pénz itt túl jól működik, míg a valóságban nem képes a súrlódások, tökéletlenségek teljes megszüntetésére. A modellben a pénz semleges, de a szupersemlegesség általában nem teljesül. Az együttélő nemzedékek modelljét ma is számos kérdés vizsgálatához segítségül hívják, de a pénz modellezésének elsődleges eszközévé nem ez vált. Az ok valószínűleg az, hogy a modell a felhalmozási eszköz-funkción keresztül ad értéket a pénznek, egy olyan szerepen keresztül, aminek betöltésére a valóságban más, alkalmasabb eszközöket használunk elsősorban. Nem modellezi viszont a csere közvetítésének funkcióját, amit a pénz lényegi sajátjának tartanak. A pénz a modellben valójában társadalombiztosítás. Ezért ezt a megközelítésmódot gyakran használják társadalombiztosítással kapcsolatos kérdések vizsgálatára, de javasolták buborékok elemzéséhez is (a pénz maga is egy buborék a modellben, hiszen fundamentális értéke nulla).

A következő alfejezetben bemutatott irányzat tulajdonképpen mentes minden, a korábban tárgyalt megközelítésekkel szemben felhozott kritikától. A forgalmi eszköz-szerepre koncentrál, a pénzt egyértelműen mint a cserefolyamat megkönnyítésének eszközét mutatja be, és nem exogén módon adott feltevésekkel ad annak értéket, emeli ki a többi jószág közül, hanem képes megmagyarázni, mi válhat pénzzé, illetve a pénzeszközök endogén kiválasztódásának leírására képes. Ez a *keresési elmélet*, ami az előző alfejezetben bemutatott modellel szemben egy elég késői pénzelméleti irányzat. Az elmondott előnyei és kétségtelen értékei ellenére azonban a keresési elmélet modelljei rendkívül bonyolultak: a pénz endogén megjelenésének lehetőségéhez a mikrostruktúra igen részletes felírására van szükség. Emiatt a kezelhetőség érdekében olyan egyszerűsítő feltételezésekkel kell élni a modellekben, amelyek gyakorlatilag nem teszik lehetővé gazdaságpolitikai kérdések vizsgálatát. Ez magyarázza, hogy ezek a modellek sem váltak egyelőre a monetáris politika elemzési eszközeivé.

A dolgozat második része tulajdonképpen egy alkalmazás: egy időszerű kérdés, a *monetáris politika és a konvergencia* kapcsolatának a vizsgálatával foglalkozik egy hasznos pénz modellben. A kérdés elemzéséhez monetáris konvergenciamodellre van szükség, s tulajdonképpen az itt bevezetett konkrét forma jelenti a fellelhető munkákhoz való hozzájárulást, a téma irodalmának bővítését. A reálgazdaságot leíró, itt használt konvergenciamodell a *korlátozott tőkemobilitás* feltételezésére épít.
Az *5. fejezet* egy *humántőkét* is tartalmazó modellt mutat be és old meg, majd abban négyféle monetáris politikai szabály mellett vizsgálja a gazdaság dinamikus viselkedését. A nominális kamatláb rögzítésekor a monetáris politika hatástalan: a pénz az átmenetben is szupersemleges, de a többi esetben a szupersemlegesség csak a hosszú távú egyensúlyban teljesül. A pénzmennyiség-szabályozás mellett a pénzkínálat növekedési ütemének növelése (ami nagyobb inflációhoz vezet a hosszú távú egyensúlyban) növeli a konvergenciasebességet, míg az inflációs célkövetésnél és a kamatszabálynál az alacsonyabb infláció eredményez gyorsabb konvergenciát, de a kapcsolat itt csak bizonyos paraméterértékekre egyértelmű. A kamatszabálynál emellett a nominális változók hosszú távú értékei nem egyértelműen meghatározottak.
A *6-os fejezet* egy nagyon hasonló modellt ír fel ugyanennek a kérdésnek a vizsgálatára. A modell reál oldala tér el kismértékben: míg a konvergencia modellezését lehetővé tevő feltétel azonos (itt is korlátozott a tőkemobilitás), itt *kétszektoros gazdaság*ot írunk fel. A fizikai- és humántőke megkülönböztetése helyett tehát kétféle fizikai tőkét tartalmaz a modell: az egyiket a külfölddel versenyző szektor használja inputtermékek előállítására, a másikat pedig csak belföldön forgalmazható inputjószágok termeléséhez veszik igénybe. Ez tulajdonképpen az előző fejezetben bemutatott modell átértelmezését jelenti, a megoldása is nagyon hasonló, ebből adódóan a monetáris politikára nézve ugyanazokra az eredményekre vezet a különböző monetáris politikai szabályok vizsgálata. Ugyanakkor a felírás lehetőséget ad a nyitottság és a konvergencia kapcsolatának az elemzésére is. Ezt viszonylag egyszerűen meg lehet tenni a nominális kamatláb rögzítését, inflációs célkövetést és a kamatszabályt vizsgáló esetben, és mindháromra pozitív kapcsolat adódik: minél nyitottabb a gazdaság, annál gyorsabb lehet a konvergencia, hiszen annál nagyobb a külföldi forrásbevonás lehetősége. Az első esetben ez

a kapcsolat általánosan igaz, az utolsó két esetben azonban csak azokra az esetekre adódik egyértelműen, ahol a monetáris politika hatása is egyértelműen megadható volt.
A bemutatott modellek a kérdés elméleti vizsgálatára adott első kísérletek, ezért számos bővítési, módosítási lehetőséget hordoznak, mint például különböző tényezőtermelékenység feltételezése a második esetben, mindkét modellnél sztochasztikus változat és numerikus elemzés elkészítése, illetve az árfolyam explicit figyelembevétele más, erre alkalmas modellformában. Az itt elemzett, legegyszerűbbnek vélt modellekből adódó eredmények azt sugallják, hogy a modellgazdaság felzárkózását a monetáris politika képes befolyásolni, a gazdaság dinamikus viselkedése az egyes monetáris stratégiák esetén nagyon eltérő, ezért érdemes lehet a kérdés további vizsgálata a modellek bővítésével, módosításával.

Irodalomjegyzék

[1] Aruoba, S. Borağan – Waller, Christopher – Wright, Randall [2005]: *Money and Capital.* Kézirat (március), letöltés helye: http://gemini.econ.umd.edu/cgi-bin/conference/download.cgi?db_name=MWM2005&paper_id=138

[2] Baumol, William J. [1952]: The Transactions Demand for Cash: An Inventory Theoretic Approach. *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 66, No. 4 (november), 545-556.o.

[3] Barro, Robert J. – Mankiw, Gregory N. – Sala-i-Martin, Xavier [1995]: Capital Mobility in Neoclassical Models of Growth. *American Economic Review*, Vol. 85, No. 1 (március), 103-115.o.

[4] Barro, Robert J. –Salai-i-Martin, Xavier [1999]: *Economic Growth.* MIT Press, London

[5] Benczúr, Péter [2003]: *Nominális sokkok átmeneti reálhatása egy kétszektoros növekedési modellben.* MNB Füzetek, 2003/9, november

[6] Benczúr, Péter – Kónya, István [2004]: *Nominal growth in a small open economy.* Kézirat, az MTA Közgazdaságtudományi Intézetének 2004. októberi, Economic Growth and Development című konferenciájára (szeptember)

[7] Benhabib, Jess – Schmitt-Grohé, Stephanie – Uribe, Martin [2001a]: Monetary Policy and Multiple Equilibria. *American Economic Review*, Vol. 91, március, 167-186.o.

[8] Benhabib, Jess – Schmitt-Grohé, Stephanie – Uribe, Martin [2001b]: The Perils of Taylor Rules. *Journal of Economic Theory*, Vol. 96, 40-69.o.

[9] Benhabib, Jess – Schmitt-Grohé, Stephanie – Uribe, Martin [2002]: Avoiding Liquidity Traps. *Journal of Political Economy*, Vol. 110, No. 3, 535-563.o.

[10] Berentsen, Aleksander – Camera, Gabriele – Waller, Christopher [2004]: The Distribution of Money Balances and the Non-Neutrality of Money. *International Economic Review*, megjelenés alatt; letöltés helye: http://www.wwz.unibas.ch/witheo/aleks/GabrieleChris/nonneutrality.pdf

[11] Brock, William A. [1974]: Money and Growth: The Case of Long Run Perfect Foresight. *International Economic Review*, Vol. 15, No. 3 (október), 750-777.o.

[12] Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Pénzügyi Intézet [1999]: *Pénzügytan*. Egyetemi tankönyv, Tanszék Kft., Budapest

[13] Chatterjee, Santanu – Sakoulis, Georgios - Turnovsky, Stephen J. [2001]: Unilateral Capital Transfers, Public Investment, and Economic Growth. *European Economic Review*, Vol. 47, No. 6, 1077-1103.o.

[14] Clower, Robert W. /szerk./ [1969]: *Monetary Theory*. Selected Readings, Penguin Books Ltd., Harmondsworth

[15] Corbae, Dean – Temzelides, Ted – Wright, Randall [2003]: Directed Matching and Monetary Exchange. *Econometrica*, Vol. 71, No. 3, 731-756.o.

[16] Correia, Isabel – Teles, Pedro [1996]: Is the Friedman Rule Optimal When Money is an Intermediate Good? *Journal of Monetary Economics*, Vol. 38, 223-244.o.

[17] De Grauwe, Paul [1997]: *The Economics of Monetary Integration*. Harmadik kiadás, Oxford University Press, New York

[18] Del Negro, Marco – Schorfheide, Frank – Smets, Frank – Wouters, Raf [2004]: *On the Fit and Forecasting Performance of New Keynesian Models*. Federal Reserve Bank of Atlanta, Working Paper, 2004-37 (december)

[19] Feenstra, Robert C. [1986]: Functional Equivalence Between Liquidity Costs and the Utility of Money. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 17, 271-291.o.

[20] Fischer, Stanley [1979]: Capital Accumulation on the Transition Path in a Monetary Optimizing Model. *Econometrica*, Vol. 47, No. 6 (november), 1433-1439.o.

[21] Friedman, Milton [1986]: *Infláció, munkanélküliség, monetarizmus.* Válogatott tanulmányok. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest

[22] Galí, Jordi [2002]: *New Perspectives on Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle.* NBER, Working Paper, No. 8767 (február)

[23] Galí, Jordi – Monacelli, Tommaso [2001]: *Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy.* NBER, Working Paper, No. 8905 (április)

[24] Gillman, Max [1993]: The Welfare Cost of Inflation in a Cash-in-Advance Economy with Costly Credit. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 31, 97-115.o.

[25] Gros, Daniel – Thygesen, Niels [1998]: *European Monetary Integration.* Második kiadás, Longman, New York

[26] Herrendorf, Berthold – Valentinyi, Ákos [1999]: *Monetary Economics.* MSc Lecture Notes, University of Southampton

[27] Kiyotaki, Nobuhiro – Wright, Randall [1989]: On Money as a Medium of Exchange. *Journal of Political Economy*, Vol. 97, No. 4 (augusztus), 927-954.o.

[28] Kiyotaki, Nobuhiro – Wright, Randall [1993]: A Search-Theoretic Approach to Monetary Economics. *American Economic Review*, Vol. 83, No. 1 (március), 63-77.o.

[29] Kocherlakota, Narayana R. [1998]: Money Is Memory. *Journal of Economic Theory*, Vol. 81, 232-251.o.

[30] Kocherlakota, Narayana R. –Wallace, Niel [1998]: Incomplete Record-Keeping and Optimal Payment Arrangements. *Journal of Economic Theory*, Vol. 81, 272-289.o.

[31] Lane, Philip R. [2001]: International trade and economic convergence: the credit channel. *Oxford Economic Papers* 53, 221-240.o.

[32] Leeper, Eric M. [1991]: Equilibria under 'active' and 'passive' monetary and fiscal policies. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 27, 129-147.o.

[33] Ljungqvist, Lars – Sargent, Thomas J. [2004]: *Recursive Macroeconomic Theory.* Második kiadás, MIT Press, Cambridge, MA

[34] Lucas, Robert E. Jr. [1980]: Equilibrium in a Pure Currency Economy. Megj.: Kareken, John H. – Wallace, Neil /szerk./ [1980]: *Models of Monetary Economies*. Federal Reserve Bank of Minneapolis, Minneapolis, 131-145.o.

[35] Lucas, Robert E. Jr. – Stokey, Nancy L. [1985]: *Money and Interest in a Cash-in-Advance Economy.* NBER, Working Paper, No. 1618

[36] McCallum, Bennett T. – Goodfriend, Marvin S. [1987]: *Money: Theoretical Analysis of the Demand for Money.* NBER, Working Paper, No. 2157

[37] Obstfeld, Maurice – Rogoff, Kenneth [1982]: *Speculative Hyperinflations in Maximizing Models: Can We Rule Them Out?* NBER, Working Paper, No. 855

[38] Obstfeld, Maurice – Rogoff, Kenneth [1995]: Exchange Rate Dynamics Redux. *Journal of Political Economy*, Vol. 103, No. 3 (június), 624-660.o.

[39] Obstfeld, Maurice – Rogoff, Kenneth [1998]: *Risk and Exchange Rates.* NBER, Working Paper, No. 6694

[40] Polgár, Éva Katalin [2000]: Az európai Gazdasági és Monetáris Unióról – elméleti szemszögből. *Külgazdaság*, No. 10 (október), 53-70.o.

[41] Rupert, Peter – Schindler, Martin – Shevchenko, Andrei – Wright, Randall [2000]: *The Search-Theoretic Approach to Monetary Economics: A Primer*. Federal Reserve Bank of Cleveland, Economic Review, Vol. 36, No. 4; http://www.ssc.upenn.edu/∼rwright/courses/rssw.pdf

[42] Samuelson, Paul A. [1958]: An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money. *Journal of Political Economy*, Vol. 66, No. 6 (december), 467-482.o.

[43] Sidrauski, Miguel [1967]: Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy. *American Economic Review*, Vol. 57, No. 2, 534-544.o.

[44] Smets, Frank – Wouters, Raf [2003]: An estimated stochastic dynamic general equilibrium model of the euro area. *Journal of Economic Association* Vol. 1, No. 5 (szeptember), 1123-1175.o.

[45] Stockman, Alan C. [1981]: Anticipated Inflation and the Capital Stock in a Cash-in-Advance Economy. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 8, 387-393.o.

[46] Tirole, Jean [1985]: Asset Bubbles and Overlapping Generations. *Econometrica*, Vol. 53, No. 6 (november), 1499-1528.o.

[47] Tobin, James [1956]: The Interest-Elasticity of Transactions Demand for Cash. *Review of Economics and Statistics*, Vol. 38, No. 3, 241-247.o.

[48] Wallace, Neil [1978]: The Overlapping-Generations Model of Fiat Money. Megj.: Kareken, John H. – Wallace, Neil /szerk./ [1980]: *Models of Monetary Economies*. Federal Reserve Bank of Minneapolis, Minneapolis, 49-82.o.

[49] Wallace, Niel [1997]: *Absence-of-Double-Coincidence Models of Money: A Progress Report*. Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, Vol. 21, No. 1, 2-20.o.

[50] Walsh, Carl E. [2003]: *Monetary Theory and Policy.* Második kiadás, MIT Press, Cambridge, MA

[51] Williamson, Steve – Wright, Randall [1991]: *Barter and Monetary Exchange Under Private Information*. Federal Reserve Bank of Minneapolis, Research Department Staff Report, No. 141 (június)

[52] Woodford, Michael [1990]: The Optimum Quantity of Money. Megj.: Friedman, Benjamin M. – Hahn, Frank /szerk./ [1990]: *Handbook of Monetary Economics*. North Holland, Amsterdam

[53] Woodford, Michael [2003]: *Interest and Prices. Foundations of a Theory of Monetary Policy.* Princeton University Press, Princeton