

VÁRADI KATA

LIKVIDITÁSI KOCKÁZAT A RÉSZVÉNYPIACOKON

Befektetések és Vállalati Pénzügy Tanszék

Témavezetők: Dr. Berlinger Edina, Dr. Lublós Ágnes

Copyright © Váradi Kata, 2012

Budapesti Corvinus Egyetem
Gazdálkodástani Doktori Iskola

Likviditási kockázat a részvénypiacokon

A Budapesti Likviditási Mérték statisztikai elemzése és felhasználási
lehetőségei

Ph.D. értekezés

Váradi Kata

Budapest, 2012

Tartalomjegyzék

Bevezetés	2
I. Az ajánlati könyv	8
1. Tőzsdei kereskedés.....	8
1.1. Az ármeghatározás mechanizmusa	13
1.2. Árjegyzői piacok	16
1.3. Ajánlatvezérelt piacok	16
2. Az ajánlati könyv statisztikai tulajdonságai.....	23
2.1. Az ajánlati árak jellemzői	25
2.2. Az ajánlati könyv alakja.....	26
2.3. Az ajánlati mennyiségek jellemzői	28
2.4. A különböző megbízások megoszlása	29
2.5. A tranzakciók előjelének perzisztenciája.....	30
2.6. A kereslet-kínálat hatása a részvényhozamokra	30
II. A Budapesti Likviditási Mérték	35
1. A piaci likviditás alapfogalmai	35
1.1. A likviditás dimenziói.....	37
1.1.1. Statikus dimenziók.....	38
1.1.2. Dinamikus dimenziók	40
1.1.3. Diverzitás	40
1.2. A likviditás mérőszámai	41
1.3. Xetra Likviditási Mérték alapú likviditási mértékek: BLM, CGT, XLM.....	44
2. Empirikus kutatás: a Budapesti Likviditási Mérték vizsgálata	50
2.1. A Budapesti Értéktőzsdén eddig végzett magyar kutatások	50
2.2. Az adatbázis	54
2.3. A kutatási kérdések	55
2.4. A kutatás módszertana	58
2.5. Eredmények	61
2.5.1. A BUX részvények átlagos BLM értékei	61
2.5.2. A BLM értékének összefüggése más likviditási mutatókkal.....	66
2.5.2.1. A likviditási mutatók együttmozgása	74

2.5.2.2. A likviditás és a forgalom kapcsolata napon belül.....	79
2.5.3. Volatilitás és likviditás kapcsolata	82
2.5.4. BLM értékének alakulása az idő függvényében.....	86
2.6. Következtetések.....	87
III. Likviditással kiegészített Value-at-Risk.....	90
1. A LAVaR modellek irodalma.....	91
1.1. Exogén likviditási kockázatot figyelembe vevő modellek.....	95
1.2. Endogén likviditási kockázatot is figyelembe vevő modellek	98
1.3. Tranzakción vagy mennyiségen alapuló modellek.....	101
1.4. Sztochasztikus időhorizonton alapuló modellek	102
1.5. Az árhatás függvények modellezésén alapuló modellek.....	103
1.6. Modellek gyakorlati alkalmazhatóságának tesztelése	104
2. Empirikus kutatás: saját LAVaR modell építése	106
2.1. A kutatás módszertana.....	106
2.2. Kockázatosított érték számítás	108
2.3. Likviditással módosított hozamok.....	109
2.3.1. A hozam meghatározása egy részvényre.....	109
2.3.2. A hozam meghatározása mennyiséggel súlyozott portfólióra.....	111
2.3.3. A hozam meghatározása értékkel súlyozott portfólióra	113
2.4. A relatív likviditási hatás	114
2.5. Diverzifikáció	115
2.6. Eredmények	116
2.6.1. Egyedi részvények.....	116
2.6.2. Részvényportfóliók.....	121
2.7. Következtetések.....	125
IV. A virtuális árhatás függvény	126
1. Az árhatás függvények irodalma	126
1.1. Az árhatás mértéke empirikus adatok alapján	126
1.2. Virtuális és tényleges árhatás függvények	127
1.3. Marginális keresleti – kínálati görbe	132
1.4. Az árhatás függvények alakja: empirikus tapasztalatok.....	134
1.5. Az árhatás időbeli lefutása.....	142
1.6. Az árhatás elméleti modellezése	143

2. Empirikus kutatás: az árhatás függvény becslése és elemzése	146
2.1. A kutatási kérdések	146
2.2. A kutatás módszertana	147
2.3. Virtuális árhatás függvény becslése.....	148
2.4. A virtuális árhatás függvény idősorának elemzése	154
2.4.1. Leíró statisztika.....	154
2.4.2. Trend.....	158
2.4.3. Az idősor volatilitásának és korrelációjának alakulása	161
2.4.4. Kiugró értékek és strukturális törések	163
2.4.5. Átlaghoz való visszahúzás	167
2.5. Következtetések	168
Összefoglalás.....	170
Irodalomjegyzék.....	178
Publikációk jegyzéke	191

Táblázatok jegyzéke

1. táblázat: Kereskedési rendszerek.....	12
2. táblázat: Az ajánlati könyv	17
3. táblázat: A likviditási mutatók besorolása.....	43
4. táblázat: A BLM adatbázis	54
5. táblázat: Egyéb adatok a BLM adatbázisban.....	54
6. táblázat: Hőtérkép.....	64
7. táblázat: A likviditási mutatók összehasonlítása	66
8. táblázat: Rangkorreláció.....	69
9. táblázat: Likviditási mutatók átlagos értékei	72
10. táblázat: Részvények egymáshoz viszonyított likviditása.....	73
11. táblázat: Likviditási mutatók korrelációja	74
12. táblázat: A spread és a forgalom magyarázó ereje	75
13. táblázat: A Δ spread és a Δ forgalom magyarázó ereje	77
14. táblázat: Korreláció a volatilitás és a likviditás között.....	83
15. táblázat: $\lambda(q)$ értékek különböző kötésméreték és részvények esetén	120
16. táblázat: $\lambda(q)$ értékek	123
17. táblázat: $\gamma(q)$ értékek	123
18. táblázat: Egy fiktív részvény ajánlati könyve.....	129
19. táblázat: A vételi ajánlat teljesülése	129
20. táblázat: Kezdeti tanulmányok az árhatás függvény alakjára vonatkozóan	136
21. táblázat: Egyedi tranzakciók árhatása	137
22. táblázat: Aggregált tranzakciók árhatása.....	138
23. táblázat: Virtuális árhatás függvények alakjai.....	140
24. táblázat: Az árhatást befolyásoló tényezők	145
25. táblázat: Leíró statisztikák.....	155
26. Táblázat: Korrelációk	162

Ábrájegyzék

1. ábra: A piacok típusai az ármeghatározás tekintetében	14
2. ábra: A közvetítői és az aukciós piacok kapcsolata	15
3. ábra: Az ajánlati könyv és az ajánlatfolyam	19
4. ábra: A normális eloszlás sűrűségfüggvénye	20
5. ábra: A hatványeloszlás sűrűségfüggvénye	21
6. ábra: A korreláció változása az idő függvényében	31
7. ábra: Az egyensúlytalanság hatása az árváltozásra.....	32
8. ábra: Statikus dimenziók számszerűsítése az ajánlati könyv alapján	39
9. ábra: Az implicit tranzakciós költség kiszámításának szemléltetése.....	46
10. ábra: A BLM kiszámításának elve.....	46
11. ábra: Átlagos BLM értékek az OTP esetében.....	49
12. ábra: Átlagos BLM értékek 2007.....	62
13. ábra: Átlagos BLM értékek 2008.....	62
14. ábra: Átlagos BLM értékek 2009.....	63
15. ábra: Átlagos BLM értékek 2010.....	63
16. ábra: A részvények csoportokba sorolása a likviditás alapján I.	65
17. ábra: A részvények csoportokba sorolása likviditás alapján II.	65
18. ábra: A likviditási mutatók összehasonlítása	67
19. ábra: A bid-ask spread átlagos aránya a BLM értékeken belül különböző kötési szinteken 2007.01.02 - 2010.07.16 közötti időszakban.....	68
20. ábra: A válság előtt a likviditási mutatók átlagos értékei	70
21. ábra: A válság alatt a likviditási mutatók átlagos értékei	71
22. ábra: A válság után a likviditási mutatók átlagos értékei	71
23. ábra: A spread és a BLM kapcsolata a válság előtt az OTP esetében.....	76
24. ábra: A forgalom és a BLM kapcsolata a válság előtt az OTP esetében	76
25. ábra: A Δ Spread és a Δ BLM kapcsolata a válság előtt az OTP esetében.....	78
26. ábra: A Δ forgalom és a Δ BLM kapcsolata a válság előtt az OTP esetében	78
27. ábra: A MOL BLM1 és forgalmi adat értékeinek alakulása (2007 szept.).....	79
28. ábra: Az OTP BLM1 és forgalmi adat értékeinek alakulása (2007 szept.)	80
29. ábra: Az MTelekom BLM1 és forgalmi adat értékeinek alakulása (2007 szept.)	80
30. ábra: A Richter BLM1 és forgalmi adat értékeinek alakulása (2007 szept.).....	81

31. ábra: Lineáris regresszió.....	84
32. ábra: Eltérés a tényleges és a becsült BLM között a válság alatt	85
33. ábra: Eltérés a tényleges és a becsült BLM között a válságot követően	85
34. ábra: OTP napi átlagos BLM1 és árfolyam értékei 2007.01.01-2011.06.03. időszak során	86
35. ábra: A piaci kockázat felbontása.....	93
36. ábra: Exogén és endogén likviditási kockázat.....	94
37. ábra: A LAVaR modellek rangsora.....	105
38. ábra: A hagyományos és a likviditással kiegészített VaR előrejelzések,	116
39. ábra: A hagyományos és a likviditással kiegészített VaR előrejelzések,	117
40. ábra: $\lambda(q)$ mutató alakulása	119
41. ábra: $\lambda(q)$ alakulása az OTP, a MOL.....	120
42. ábra: A hagyományos és a likviditással kiegészített VaR előrejelzések,	122
43. ábra: A hagyományos és a likviditással kiegészített VaR előrejelzések értékkel súlyozott portfóliók esetében.....	124
44. ábra: Az MSDC függvény	133
45. ábra: A virtuális (háromszög) és a tényleges (kör) árhatás függvény	135
46. ábra: Az MSDC és a likviditási mérték kapcsolata.....	149
47. ábra: Virtuális árhatás függvény.....	155
48. ábra: Az árhatás sűrűségfüggvénye 5.000 euró OTP vétele esetén.....	157
49. ábra: Az árhatás sűrűségfüggvénye 5.000 euró OTP eladása esetén.....	157
50. ábra: A virtuális árhatás függvény időbeli alakulása eltérő kötésnagyságok mellett 2007.01.01 és 2011.06.03 időszak alatt.....	158
51. ábra: A virtuális árhatás 21 napos mozgóátlaga 5.000 eurós kötés szinten	159
52. ábra: Az árhatás ciklikussága 21 napos mozgóátlag alapján a válság előtt.....	160
53. ábra: Az árhatás ciklikussága 21 napos mozgóátlag alapján a válság után.....	161
54. ábra: Az árhatás szórásának alakulása.....	161
55. ábra: A virtuális árhatás függvény eladási oldalának.....	163
56. ábra: A virtuális árhatás függvény vételi oldalának	165
57. ábra: Az árhatás értéke a turbulens időszakokban.....	166

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretnék köszönetet mondani témavezetőimnek, Berlinger Edinának és Lublőy Ágnesnek, akik a dolgozat írása során fáradhatatlanul segítettek, illetve számos gondolattal és ötlettel lendítettek előre, amikor elakadtam.

Továbbá szeretnék köszönetet mondani Száz Jánosnak, aki hasznos tanácsaival segített engem az elmúlt években, és akitől nagyon sokat tanultam mind szakmailag, mind az élet dolgairól.

Nagyon hálás vagyok Gyarmati Ákosnak és Medvegyev Péternek a beszélgetésekért és megjegyzésekért, melyekkel elősegítették, hogy minél pontosabban, érthetőbben és logikusabban írjam le dolgozatom mondanivalóit. Többi tanszéki kollégámnak is hálás vagyok, akik a kutatási fórumokon és egyéb szakmai beszélgetéseken segítettek a hasznos megjegyzéseikkel. Különösképpen hálás vagyok Makara Tamásnak az észrevételeiért, valamint Michaletzky Mártonnak, aki felkeltette az érdeklődésemet a piaci likviditás téma iránt közös kutatásunk során.

Előopponenseimnek, Bélyácz Ivánnak és Radnai Mártonnak is szeretnék köszönetet mondani a dolgozatom tervezetének bírálata során nyújtott értékes megjegyzéseikért, javaslataikért.

Szüleimnek, Váradai Imrének és Ábrahám Katalinnak is szeretném megköszönni a sok-sok éves segítséget és lelki támogatást, valamint azt a türelmet, amit irányomba tanúsítottak. Továbbá szeretnék köszönetet mondani barátaimnak is, akik hozzájárultak – akár szakmailag, akár egyszerű biztatással – a dolgozatom elkészítéséhez.

Külön hálával és köszönettel tartozom a Budapesti Értéktőzsdének a kutatási megbízásokért, melyek a dolgozatom alapját képezték. Köszönöm a Budapesti Likviditási Mérték idősoros adatbázisát, illetve a lehetőséget a személyes konzultációkért. Különösképpen köszönöm Végh Richárd és Réz Éva segítségét.

Bevezetés

„Portfolios are usually marked to market at the middle of the bid-offer spread, and many hedge funds used models that incorporated this assumption. In late August, there was only one realistic value for portfolio: the bid price. Amid such massive sell-offs, only the first seller obtains a reasonable price for its security; the rest lose a fortune by having to pay a liquidity premium if they want to sell. ...Models should be revised to include bid-offer behaviour.”

Nicholas Dunbar („Meriwether’s Meltdown,” Risk, October 1998, 32-36)

A likviditás a pénzügyi piacok és a pénzügyi rendszer normális működésének elengedhetetlen feltétele. Csak kellően likvid pénzügyi piacok képesek hatékonyan működni, azaz közvetíteni a megtakarításokat a felhasználókhoz, illetve aggregálni a piaci szereplők várakozásait és az elérhető információkat. A piacok likviditása, pontosabban annak hiánya az egész pénzügyi rendszerre, azon keresztül pedig áttételesen az egész gazdaságra kihathat, akadályozva azok normális, üzemszerű működését. A 2008-as év pénzügyi válsága megmutatta a pénzügyi rendszer likviditásának kiemelt jelentőségét, és egyúttal a figyelem középpontjába is helyezte a kérdést. A piacok végtelen likviditását feltételező sztenderd egyensúlyi és no-arbitrázs modellek felülvizsgálata és/vagy kiegészítése elkerülhetlenné vált, nyilvánvalóan új árazási modellekre és kockázatkezelési technikák kifejlesztésére van szükség.

Bár a piaci likviditás tudományos elemzése évtizedes múlttra tekint vissza, a fogalom nehezen megragadható jellege miatt csak meglehetősen kevés általánosan elfogadott és széles körben elterjedt eredmény kapcsolható a területhez. Szerepe van ebben annak is, hogy a likviditás illetve a likviditási kockázat fogalmát több különböző értelemben használják mind a gyakorlatban, mind az elméletben. Noha ezek a különböző értelmezések a piacok valós működése során ezer szállal kapcsolódnak egymáshoz, azért mégis érdemes legalább a legfontosabbakat megkülönböztetni:

1. egy portfólió, tágabban értelmezve egy vállalat likviditása kapcsán azt vizsgáljuk, hogy képes-e az az esedékes pénzügyi kötelezettségeinek (fizetendő pénzáramlások) eleget tenni;
2. egy piac likviditása, azaz valamely pénzügyi eszköz piacának likviditása kapcsán azt vizsgáljuk, hogy lehet-e az adott pénzügyi eszközzel az aktuálisan érvényes piaci áron, viszonylag nagy mennyiségben, gyorsan, alacsony tranzakciós költségek (spread) mellett kereskedni;
3. a pénzügyi rendszer likviditása alatt a pénzügyi rendszerben jelen lévő, elérhető szabad pénzeszközöket értjük.

A fentiek természetesen összefüggnek, hiszen például egy portfólió/vállalat likviditását nagymértékben meghatározza a portfóliót alkotó eszközök piacainak a likviditása, ami viszont szorosan függ a pénzügyi rendszer likviditásától. Ugyanígy a likviditási kockázat kapcsán is érdemes a fenti értelmezések mentén különbségeket tenni:

1. cash flow-kockázat;
2. az illikvid piacon való kereskedés kockázata, vagyis az árhatás kockázat;
3. a pénzügyi rendszerben keringő likviditás kiszáradásának kockázata, azaz a rendszerkockázat.

Az első értelmezés a portfóliókezelők és a vállalati pénzügyi vezetők, a második a pénzügyi piacokon kereskedők (közvetve a befektetők és a kibocsátók), a harmadik pedig a pénzügyi rendszer stabilitása felett őrködő jegybankok és más felügyeleti szervek számára fontos. Ez is mutatja a likviditás által érintett pénzügyi piaci szereplőknek, illetve magának az érintettségnek a sokféleségét.

Dolgozatomban legfőképpen a piacok likviditásával és ehhez kapcsolódóan a kereskedés kockázatával foglalkozom mind elméleti, mind empirikus megközelítésben. A kutatásaimmal párhuzamosan egy interjúsorozatot készítettünk a Budapesti Értéktőzsdé támogatásával, melynek során arról kérdeztünk az értékpapír-kereskedőket és az alapkezelőket, hogy a gyakorlatban hogyan kezelik a likviditási kockázatot (lásd Szűcs és Váradi, 2012). Az interjúk során kapott válaszok nagymértékben hozzájárultak kutatási kérdéseim és hipotéziseim megfogalmazásához és pontosításához. Az interjúk folyamán fokozatosan bontakozott ki a kép, miszerint a dinamikus portfólió-optimalizálás illikvid piacokon rendkívül komplex probléma, ami egyelőre sem elméleti, sem gyakorlati szempontból nem tekinthető

megoldottnak. A piaci szereplők (jobb híján) megpróbálják leegyszerűsíteni a kérdést, egyesek például kizárólag csak a likvid piacokon hajlandók kereskedni; mások eldöntik, hogy milyen portfóliót szeretnének kialakítani, majd megbízást adnak olyan kereskedőknek, akik kifejezetten arra specializálódtak, hogy adott időtávon belül a kívánt méretű tranzakciót úgy hajtsák végre, hogy minimalizálják a tranzakció árhatását. Megint mások egyszerű hüvelykujj-szabályok felállításával próbálják csökkenteni a likviditási kockázatot a portfólió felépítése és/vagy likvidálása során. Dolgozatomban én sem vállalkozom az optimalizálási feladat precíz felírására és megoldására, inkább csak az odavezető út első lépéseit igyekszem megtenni azért, hogy bemutatom a likviditási kockázat jellegét és kezelésének lehetőségeit.

Illikvid piacokon a kereskedés költsége szignifikánsan nagyobb, mint likvid piacokon, azaz a tranzakciók csak lényegesen nagyobb költség- illetve időráfordítás mellett hajthatók végre. Nem meglepő tehát, hogy a piaci szereplők egyik alapvető igénye az, hogy az egyes értékpapírok likviditása összehasonlítható, a kereskedés költsége pedig számszerűsíthető legyen. Önmagában a likviditás mérése is egy összetett probléma, egyetlen mutatószámmal nehéz kifejezni a likviditás összes vetületét, illetve azt is nehéz megbecsülni, hogy az illikviditás milyen költségeket generál a kereskedés során, hiszen a likviditást különböző dimenziók mentén lehet értelmezni, és ezáltal a likviditás más és más jellemzője kerülhet előtérbe.

Kutatásom során kiemelten foglalkoztam egy olyan likviditási mutató elemzésével, amely a kereskedés tranzakciós költségét számszerűsíti abban a hipotetikus és meglehetősen extrém esetben, ha a vevő/eladó egyáltalán nem hajlandó várni, azaz a tranzakciót késedelem nélkül, azonnal végre szeretné hajtani. Ez a mutató a **Budapesti Likviditási Mérték (BLM)**, mely a Frankfurti Értékpapírtőzsde által elsőként bevezetett és folyamatosan közzétett likviditási mutató, a Xetra Likviditási Mérték (XLM) mintájára készült. Az adatbázist a Budapesti Értéktőzsde bocsájtotta a rendelkezésemre.

A **fő célo**m az volt, hogy hozzájáruljak ahhoz, hogy a likviditás mint koncepció beépüljön a kockázatkezelés napi gyakorlatába, azaz olyan megoldásokat dolgozzak ki, amelyek a gyakorlatba könnyen átültethetők, és elméleti szempontból is kellően megalapozottak. Az egyértelműen kitűnt az interjúorozatból is, hogy a dinamikus portfólió-optimalizációnak az lenne az előfeltétele, hogy világos képet kapjunk arról, hogy a kockázatos eszközök várható hozama, volatilitása és likviditása

hogyan függ össze, vagyis hogy ennek az együttes sztochasztikus folyamatnak melyek a fő jellegzetességei. Ennek megfelelően saját kutatásom során három **fő kérdéskörre** koncentráltam: (1) megvizsgáltam a BLM idősor kereszt- és hosszmetzeti statisztikai jellemzőit; (2) megmutattam, hogy a mutatót hogyan lehet integrálni egy VaR-alapú kockázatkezelési rendszerbe; (3) levezettem a kapcsolatot a BLM és a szakirodalomban gyakran elemzett árhatás függvény között. Ennek segítségével empirikusan is elemeztem, hogy a magyar részvényt piacokon hogyan alakult az árhatás függvény 2007 és 2011 között. Ez az időszak azért különösen érdekes, mert magában foglalja egy jelentős likviditási válság kibontakozását és lefutását.

A három kutatási kérdés eltér az alkalmazott **módszertan** tekintetében is: (1) elsőként hagyományos leíró statisztikai elemzést végzek a BLM adatbázison; (2) másodsorban egy elméleti modellt építek, melyet a kockázatkezelés területén lehet használni; (3) harmadrészt pedig idősoros elemzést végzek a becsült árhatás függvény idősorán.

Dolgozatom négy fejezetből áll. Az első fejezetben röviden összefoglalom az alapfogalmakat és a főbb összefüggéseket, a további három fejezet pedig a három kutatási kérdés és a hozzájuk kapcsolódó saját eredményeim köré épül.

Az **első fejezetben** bemutatom a tőzsdék működését, az árjegyzői és az ajánlatvezérelt piacok főbb jellemzőit. Ezen felül részletesen kitérek arra, hogy az ajánlatvezérelt piacokon alkalmazott ajánlati könyv milyen statisztikai tulajdonságokkal rendelkezik az eddigi empirikus kutatások eredményei alapján. Ennek azért van jelentősége, mert a BLM adatbázis az ajánlati könyvön alapszik, vagyis lényegében az ajánlati könyvben található információkat sűríti egy speciális transzformáció révén.

A **második fejezetben** ismertetem a piaci likviditással kapcsolatos alapfogalmakat, a dimenziókat, amelyek mentén mérni lehet a likviditást, valamint azokat a főbb mutatókat, amelyek a piaci likviditás bizonyos aspektusait számszerűsítik. A mutatók között részletesen bemutatom a BLM mutató felépítését és számítási eljárását is. Ezt követően ismertetem azokat a magyar kutatásokat, amelyeket a Budapesti Értéktőzsdén végeztek a piaci likviditással kapcsolatosan. Végezetül rátérek a saját kutatási eredményeimnek a bemutatására, azaz a BLM hagyományos, leíró statisztikai elemzésére, a BLM és az egyéb likviditási mutatók

(pl. bid-ask spread és forgalom) viszonyának jellemzésére, illetve a BLM és a volatilitás együttmozgásának vizsgálatára válság előtt és után. A napi szintű BLM idősor lehetőséget teremt arra, hogy részleteiben is megismerjük annak időbeli és keresztmetszeti viselkedését.

A **harmadik fejezetben** bemutatok egy lehetséges modellt, melynek segítségével a BLM mutató egyszerűen integrálható a piaci kockázat kezelését célzó, kockáztatott érték (*value at risk*, *VaR*) alapú rendszerekbe. Itt az az alapgondolat, hogy illikvid piacokon egy eszköz értéke nem egyezik meg annak legutolsó piaci árával. A vételi/eladási tranzakció ugyanis visszahat az árra és ellentétes irányba mozdítja el azt. Ebben a helyzetben célszerű tehát a hozamot úgy meghatározni, hogy figyelembe vesszük a várható ellentétes árhatást is. Részletesen bemutatom először a szakirodalomban fellelhető, likviditással kiegészített VaR (*liquidity adjusted value at risk* - *LAVaR*) modelleket, majd a fejezet második részében a saját elméleti modelletem ismertetem. Ez utóbbit tekintem egyik legfontosabb új eredményemnek.

A **negyedik fejezetben** ismertetem a piaci likviditás témakörének egyik központi fogalmát, az úgynevezett árhatás függvényt, mely azt mutatja, hogy egy adott értékű megbízás várhatóan mekkora relatív árelmozdulást okoz. Az árhatás függvény viselkedési jellemzőinek ismerete a piaci szereplők számára kiemelt jelentőségű, hiszen ennek segítségével tudják előre jelezni a jövőben benyújtandó ajánlataikhoz kapcsolódó várható árhatást, vagyis az árelmozdulásból eredő várható többletköltséget. Ebben a fejezetben ismertetem a virtuális és a tényleges árhatás függvények közötti különbséget, valamint bemutatom, hogy a Budapesti Likviditási Mérték segítségével hogyan lehet árhatás függvényt becsülni. Az általam kidolgozott módszer révén a piaci szereplők a teljes ajánlati könyv ismerete nélkül egyszerűen és gyorsan tudnak virtuális árhatás függvényt becsülni. Végül elvégzem a BLM adatsorából becsült virtuális árhatás függvény időbeli alakulásának és alapvető statisztikai tulajdonságainak a vizsgálatát. A BLM segítségével becsült árhatás függvény alapján megvizsgálom, hogy a likviditás időbeli alakulása előrejelezhető-e, vagyis, hogy a folyamatnak van-e memóriája, és ha igen, akkor a sokkok hatása milyen hosszan marad fenn. Megvizsgálom továbbá azt is, hogy milyen trend és mekkora volatilitás jellemzi az árhatást, illetve, hogy az árhatás folyamata mutat-e átlaghoz való visszahúzóást. Ennek eredményeit a fejezet utolsó részében foglalom össze.

A **hazai szakirodalomban** korábban született néhány olyan tanulmány, amelyekben a szerzők a piaci likviditást elemezték különböző tőzsdéken. Azonban csak kevés kutatás foglalkozott kifejezetten a Budapesti Értéktőzsdé likviditásával. Dolgozatomban ezen kutatások eredményeire építettem, de számos tekintetben kiterjeszttem, illetve meghaladom azokat mind a kutatási kérdések körét, mind a mélységét, mind a vizsgálandó adatbázis méretét tekintve.

Dolgozatom legfőbb eredményei, amelyek a vizsgált szakterülethez való **saját hozzájárulásomnak** tekinthetők, mind hazai, mind nemzetközi szinten a következők:

1. Az egyszerű likviditási mutatók (bid-ask spread, forgalom) nem mérik megfelelően az illikviditás tranzakciós költség jellegű aspektusait, ezért félrevezető lehet ez alapján rangsorolni a különböző tőzsdéket, vagy ezen mutatókra alapozni a dinamikus portfólió-optimalizálást. Különösen igaz ez válság idején, illetve illikvidebb tőzsdéken.
2. A volatilitás és a likviditás kapcsolatának vizsgálata alapján megállapítható, hogy a 2007/2008-as válság likviditási válságnak is tekinthető, azaz a megnövekedett implicit kereskedési költségek nem kizárólagosan a volatilitás növekedésének tudhatók be.
3. Számszerűsítettem, hogy a tényleges hozamon belül mekkora rész tudható be az illikviditásból származó tranzakciós költségnek (likviditási kockázat), illetve a középárfolyam elmozdulásának (árkockázat), majd az így korrigált hozamokat beépítettem egy VaR-alapú kockázatkezelési rendszerbe (LAVaR).
4. A LAVaR modellben megmutattam, hogy részvényportfóliók esetében a likviditási kockázat is diverzifikálható.
5. Levezettem, hogy miként lehet a BLM adatsorból virtuális árhatás függvényt becsülni.
6. Elvégeztem a becsült virtuális árhatás függvény idősoros elemzését.

I. Az ajánlati könyv

1. Tőzsdei kereskedés

A pénzügyi piacokat különböző tulajdonságok alapján lehet csoportosítani, megkülönböztetni, melyek befolyásolják a piaci mikrostruktúrát és ezen keresztül a piaci árak alakulását és a tranzakciós költségeket. Számos tanulmány bizonyítja ugyanis, hogy az eltérő piaci mikrostruktúrák hatással vannak az áralakulásra, a likviditásra, a befektetők által elérhető hozamokra és ezeken keresztül végső soron a piac hatékonyságára (például: O'Hara, 1995). A likviditás fogalmának részletes bemutatása előtt sorra veszem a tőzsdei kereskedés típusait, valamint a piaci szereplők rendelkezésére álló kereskedési módszereket. A következő felsorolás átfogó képet ad a tőzsdék működéséről, a piaci mikrostruktúra jellemzőiről és arról, hogy miben térhetnek el az egyes piacok.

A piaci mikrostruktúra jellemzői:

1. Szereplők: Különböző szereplők lehetnek jelen a piacokon, mint például nagy intézményi befektetők (bankok, hedge fundok, vállalatok, stb.); közvetítői funkcióval ellátott ügynökök (*broker*), kereskedők (*dealer*); magánszemélyek. A piaci mikrostruktúra szempontjából fontos az egyes szereplők száma, valamint részesedése a piacból, vagyis a piac koncentrációja.
2. Elsődleges és másodlagos piac: Értékpapír kibocsátás az elsődleges piacokon zajlik, ahol a kibocsátás alapvetően befektetési bankokon keresztül történik. A kibocsátott értékpapírokkal a kereskedés viszont már a másodlagos piacokon, a tőzsdéken zajlik. Létezik továbbá harmadlagos és negyedleges piac is. A harmadlagos piacokon, tőzsdén jegyzett részvényekkel tőzsdén kívül (*OTC – over the counter*) kereskednek, mely piac kevésbé szabályozott, mint a tőzsdei kereskedés. A tőzsdén kívüli piacoknak is létezik azonban egy szabályozottabb formája, a multilaterális kereskedési rendszerek (*MTF – multilateral trading facility*), amelyeket új jogi kategóriaként a MiFID (*Markets in Financial Instruments Directive*) szabályozás teremtett meg. A lényegi különbség a tőzsde és az MTF között, hogy míg a szabályozott piacot csak erre kizárólagos

tevékenységi engedéllyel rendelkező szervezet, ún. piacműködtető, addig az MTF-et erre engedéllyel rendelkező befektetési vállalkozás, illetve hitelintézet, vagy akár szabályozott piac is működtethet (Gellén, 2009. 214. old). Az MTF-eken kívül létezik még egy harmadlagos piaci kategória, melyet a MiFID szabályoz, a „dark pool”-ok, melyeknek célja, hogy nagy intézményi befektetők a szervezett kereskedési rendszeren kívül nagy értékű tranzakciót tudjanak végrehajtani jelentős tranzakciós költségek nélkül (Réz, 2011). A negyedleges piacon a befektetők a tőzsdén jegyzett papírokkal közvetlenül kereskednek tőzsdén kívül, közvetítő nélkül. Ez a kereskedési módszer egy közös elektronikus platform, az úgynevezett ECN-en (*Electronic Communication Network*) elterjedése következtében kezdett ugrásszerűen fejlődni az elmúlt években (Bodie et al. 2005, 91.old).

3. A termék jellege: A termék jellege hatással van arra, hogy milyen áralakulás jellemző a termékre. Vannak olyan termékek ugyanis, melyek ára függetlenül alakul, azonban vannak piacok, ahol az árakat más piacokon kialakult árak határozzák meg. Ilyen például a származtatott termékek (derivatív termékek) piaca, ahol a származtatott termék árát egy mögöttes alaptermék piaci ára határozza meg. A származtatott termék és az alaptermék viszonyánál fontos szem előtt tartani a következő tulajdonságokat:
 - a) A két termék egymás kiegészítője vagy helyettesítője?
 - b) A származtatott termék alapterméke kereskedett-e? Például egy időjárás derivatíva esetében az alaptermékkel nem kereskednek.
 - c) Leszállítható-e a származtatott termék lejáratakor az alaptermék? Ugyancsak az időjárási derivatíva esetében az alaptermékkel nem kereskednek, és le sem lehet szállítani, míg például egy határidős részvényvásárlás esetében kereskednek az alaptermékkel és le is szállítható az alaptermék lejáratakor.
 - d) Az alaptermék tartása során van-e járulékos költség (*cost of carry*), mint például tárolási költség egy áru esetében. Az is lényeges ebben az esetben, hogy tárolható-e egyáltalán az alaptermék. Például a villamos energia mint alaptermék leszállítható termék, viszont nem tárolható.
4. Megbízás típusok: A piacot jellemezhetik a különböző típusú megbízások, mint például a stop, limit, piaci, rejtett megbízások. Ezeket a megbízásokat részletesebben a 1.3 alfejezetben mutatom be.

5. Az ármegehatározás mechanizmusa: Ebből a szempontból három lényeges piac létezik. Az egyik a közvetítő nélküli piac, ahol a piaci szereplők közvetlenül kereskednek egymással. A másik a közvetítői piac, ahol a piaci szereplők között a kereskedés ügynökökön, vagy kereskedőkön keresztül történik. A harmadik pedig az aukciós piac, ahol a felek vagy közvetítőkön keresztül vagy nélkülük vesznek részt a kereskedésben.
6. Árjegyző jelenléte: Az árjegyzői piacokon (*quote driven*) egy árjegyző áll minden tranzakció egyik oldalán. Az árjegyzőknek két nagy típusa különböztethető meg, az egyik a kijelölt árjegyzők, a DMM-k (*Designated Market Makers*), akik kötelesek mindig kétoldali árat jegyezni, a másik a kiegészítő likviditást nyújtó árjegyzők, az SLP-k (*Supplemental Liquidity Providers*), akik csak egyoldali árat kötelesek jegyezni, annak érdekében, hogy ezzel biztosítsák a piac likviditását. A piacok másik nagy csoportját, az ajánlatvezérelt (*order driven*) piacok adják, ahol az egyes piaci szereplők egymással közvetlenül kereskednek, árjegyző nincsen jelen. Az árjegyzői, és az ajánlatvezérelt piacok működését részletesen a 1.2 és 1.3 alfejezetekben mutatom be.
7. Információ, transzparencia: A különböző piacok nagyban különböznek a tekintetben is, hogy milyen mértékben szolgáltatnak információt például a brókerek, ügyfelek vagy a piac bármely egyéb szereplője számára. A transzparencia a piaci szereplők rendelkezésére bocsátott információ mennyiségét és minőségét jelenti. Ilyen információ lehet például a kereskedést megelőző (*pre-trade*) szakaszban az árjegyzési szintek, az ajánlati árak és a piac mélységének közzététele (Madhavan, 2002). Ezen felül az információ terjesztésének a sebességében is vannak különbségek, mint például, hogy valós idejű adatokat, vagy késleltetett adatokat szolgáltat-e a piaci szereplők számára. Információ szempontjából még egy lényeges kérdés az anonimitás, hiszen amennyiben a piaci szereplő ismeri a megbízók vagy brókereik kilétét, akkor olyan plusz információhoz jut, amely mellett a rejtett megbízások feldarabolásán alapuló kereskedési stratégiák könnyebben kiszűrhetőek (Margitai, 2009, 6. old).
8. Tranzakciós költség: Az egyes piacok tranzakciós költség terén is eltérhetnek, például tőzsdei díjak, brókeri díjak, jutalékok, stb.
9. Automatizáltság: Automatizáltság tekintetében nagyban különböznek a piacok. A két nagy szélsőséget a parketten történő kereskedés és az elektronikus kereskedés

jelenti. Egy példa az elektronikus kereskedeésre, a SuperDot rendszer, mely jellemzően a programozott kereskedést, a blokk tranzakciókat és a több lábbon álló ügyletek egyszerre való megkötését támogatja. Ennek segítségével az ajánlatokat gyorsan végre tudják hajtani, a tranzakciók 95%-a 1 percen belül megvalósul.

10. Egyéb szabályok, protokollok:

- a) Sztenderdizáltság: A tőzsde és az OTC piacok közötti egyik fő különbség a sztenderdizáltságban található. Míg a tőzsdei kereskedelem során például egy határidős ügyletnél csak meghatározott mennyiséggel, lejáráttal lehet kereskedni, addig az OTC piacokon fokozottan személyre szabottak az ügyletek.
- b) Centralizáció: Két nagy csoportja létezik a piacoknak attól függően, hogy centralizáltan, vagy decentralizáltan kereskednek-e a pénzügyi instrumentumokkal. Decentralizált piacra példa a devizapiac, ahol a kereskedők fizikailag szétszórtan helyezkednek el, és mindegyikőjük egyben árjegyző is. A centralizált kereskedelemre példa pedig a részvénytőzsde, mint például a Budapesti Értéktőzsde (BÉT).
- c) Fizikai leszállítás: fontos kérdés a kereskedelem szempontjából, hogy le kell-e szállítani a tranzakcióban szereplő termékeket, vagy elégséges-e a pénzügyi elszámolás, mint például egy határidős indexügyletnél lejárat esetében nincs leszállítási kötelezettség, mivel az alaptermék, az index az azonnali piacon nem kereskedett.
- d) Folytonosság: A kereskedési rendszerek egy jelentős része csak periódikusan működik, vagyis csak meghatározott időpontokban lehet kereskedni, míg léteznek olyan rendszerek, ahol folytonos kereskedelem van, vagyis mindig nyitva van a piac (Madhavan, 2002). Azonban a folytonos kereskedelem esetében is péntek éjféltől vasárnap estig zárva vannak a piacok, mert ekkor a világ minden időzónájában hétvége van. Ilyen folytonos kereskedelem jellemző általában a devizapiacokra. A periodikus működési rendszerre példa a Budapesti Értéktőzsde, ahol a megbízások fix ideig, a „market clearing” időpontjáig gyűlnek az ajánlati könyvben. Ennek megfelelően a BÉT kereskedése egy folytonos kereskedelemre, valamint egy aukciós szakaszra bontható. A folytonos kereskedelem 9:02-től 17:00-ig tart, amelyet megelőz egy nyitó, valamint követ egy záró ajánlatgyűjtési szakasz.

- e) **Protokollok:** A protokollok azt a célt szolgálják, hogy szabályozott keretet adjanak a kereskedésnek. Például szabályozzák a minimálisan kereskedhető mennyiség nagyságát; a kereskedés felfüggesztését és szüneteltetését; a nyitást, a zárást, az újraindítást speciális szabályait; stb. (Madhavan, 2002).
- f) **Elszámolási szabályok:** különböző elszámolási rendszerek léteznek, van ahol T+3, vagy T+5 napos az elszámolás, továbbá különbség lehet abban is, hogy létezik-e egyáltalán központi elszámolóház, ún. klíringház, amely viseli a partnerkockázatot az ügylet során. Az OTC piacon például az ügyletkötés közvetlenül történik az eladó és a vevő között, nincsen klíringház, így a partnerkockázat sokkal jelentősebb, mint a tőzsdéi kereskedés során.
- g) **Short sale engedélyezése:** A piacok nagyban különbözhetnek a tekintetben is, hogy van-e lehetőség „short selling”-re, vagyis van-e lehetőség arra, hogy olyan értékpapírt adjunk el, amely nincs a tulajdonunkban.

Az 1. táblázat mutatja, hogy néhány jellemző alapján mennyiben térnek el a különböző kereskedési rendszerek a világ különböző piacain:

1. táblázat: Kereskedési rendszerek

Tulajdonságok	Tipikus ECN	NYSE ¹ Open Market	NYSE Intraday trading	Párizsi tőzsde	Chicago Board of Trade	FX ² piacok	BÉT
Folytonosság	X		X	X	X	X	
Árjegyző jelenléte		X	X		X		
Automatizáltság	X			X			X
Anonimitás	X	X		X			
Kereskedést megelőző ajánlatgyűjtés	X		X	X	X		X
Kereskedést követő jelentések	X	X	X	X	X	X	X

Forrás: Madhavan (2002), 34. oldal és saját kiegészítés

Részletesebben a piaci mikrostruktúra irodalma foglalkozik azzal a kérdéssel, hogy ezek a különböző piaci struktúrák miképpen vannak hatással az árfolyam alakulására, a piac működésére. A legfőbb piaci folyamatok, melyekre a piaci mikrostruktúra hatással van/lehet:

¹ New York Stock Exchange (New York-i tőzsde)

² Foreign Exchange piacok (devizapiacok)

- A hozamok előrejelezhetősége (hatékonyság, memória);
- A hozamok eloszlása (várható hozam, volatilitás, normális vagy extrém eloszlások);
- A piacok közötti korrelációk;
- A hozamok manipulálhatósága, buborékok kialakulása, sokkok lefutása; stabilitás/instabilitás, rendszer kockázat;
- Likviditás, kereskedési volumen.

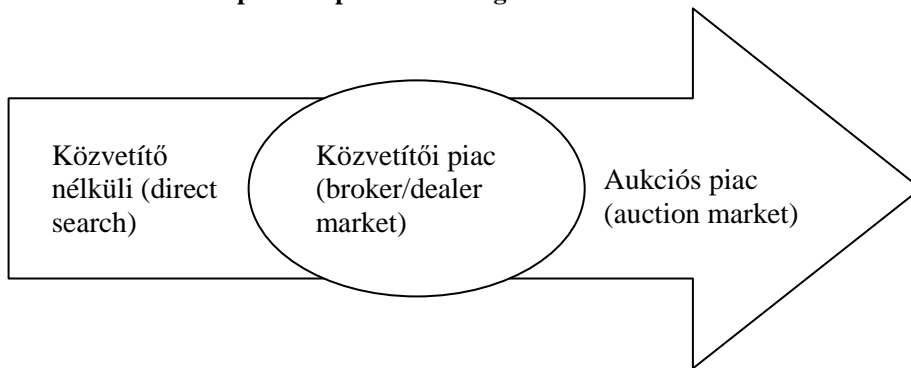
Számos olyan tanulmány van, amely a különböző mikrostruktúra jellemzőket igyekszik összefüggésbe hozni a piaci folyamatokkal, például a „short” pozíciók tiltása vagy jelentési kötelezettségének bevezetése hogyan hat a kereskedési volumenre és a hozamokra (Boehmer et al., 2010), stb. Dolgozatomban a piaci likviditást vizsgálom, amely összefüggésbe hozható a fenti jellemzőkkel. Különösen meghatározó ebből a szempontból az ármeghatározás mechanizmusa (5. pont), ezért a következő pontban ezt fejtem ki részletesebben.

1.1. Az ármeghatározás mechanizmusa

A piaci ármeghatározás szempontjából a közvetítő nélküli piac a legegyszerűbb (az árak esetlegesek, a transzparencia és a likviditás alacsony). Egy fokkal bonyolultabbak a közvetítői piacok, ahol brókereken és dealereken keresztül lehet kereskedni. A közvetítők a vételi és az eladási árfolyam-különbözetből élnek, cserébe likviditást biztosítanak. Az aukciós piacok a legbonyolultabbak, mely piacok lehetnek egyoldalúak, például amikor a kibocsátó a termék iránt érdeklődő összes potenciális vásárlót meghívja és ajánlataikat összegyűjti, és ez alapján határozza meg az árat (ennek mechanizmusa sokféle lehet); illetve lehetnek kétoldalúak, amikor az eladók és a vevők egyszerre vannak jelen, és egyszerre adják be ajánlataikat, melyek valamilyen algoritmus³ alapján párosításra kerülnek. Aukciós piacon a likviditást tehát elsősorban nem a közvetítők biztosítják, hanem a szereplők közvetlenül egymásra találhatnak, ezért a közvetítői költségek jelentős része megspórolható. Az ármeghatározás szempontjából a piacok bonyolultsági szempontból az 1. ábra alapján állíthatók sorba.

³ Az aukciók működéséről részletesen lásd: Szatmári, 1996.

1. ábra: A piacok típusai az ármeghatározás tekintetében

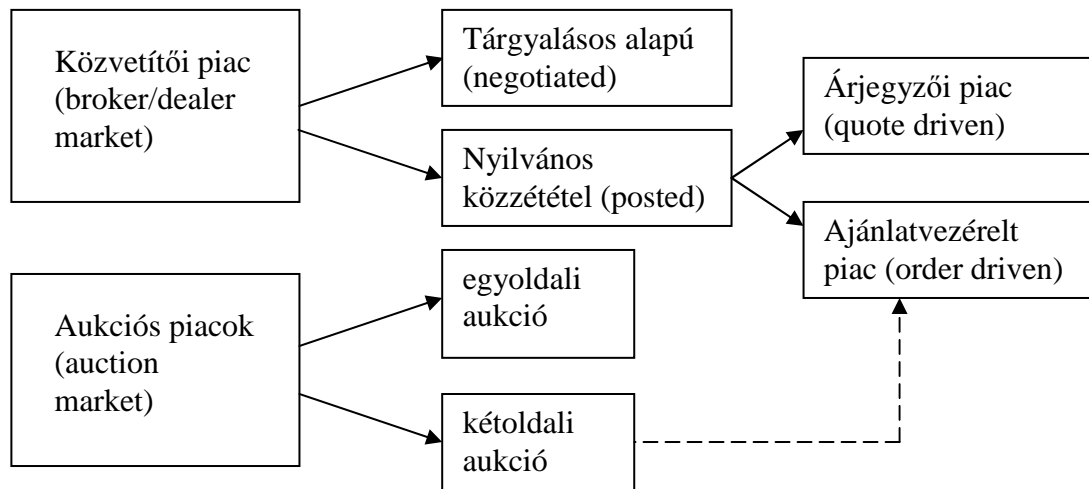


Forrás: saját szerkesztés

A közvetítők lehetnek brókerek, dealerek, specialisták, valamint árjegyzők. A különbség közöttük az, hogy a bróker saját számlára nem kereskedhet, míg a dealer igen, és általában komoly készletekkel/nyitott pozíciókkal rendelkeznek az adott termékben. A specialista olyan piacvezető, akiből csak egy van az adott piacon, vagyis egyetlen specialista jegyez árát minden részvény esetében, míg az árjegyzők (*market maker*) olyan piacvezetők, akiből több is lehet egyazon piacon.

A közvetítői piacok működhetnek tárgyalásos alapon (*negotiated*) vagy nyilvános közzététel segítségével (*posted*). Előbbi esetében az ajánlatok nem látszódnak, hanem a közvetítők különböző heurisztikák alapján megkeresik egymást (pl. odasétálnak a parketten, vagy telefonálnak, stb.), begyűjtenek néhány ajánlatot, majd figyelembe véve az árakat és a partnerkockázatot kiválasztják a legmegfelelőbbet és megkötik az ügyletet. A nyilvános közzététel működhet egyrészt úgy, hogy az árjegyző folyamatosan nyilvánosságra hozza az ajánlati árakat a saját ajánlati könyvében. Ezeken az ajánlati árakon mindig köteles kereskedni egy minimális mennyiséggel. A másik lehetőség az ajánlatvezérelt piacok működési mechanizmusa, vagyis a folyamatosan érkező vételi és eladási limitáras ajánlatokat összegzik és ezt az információt mindenki számára elérhetővé teszik az ún. ajánlati könyvben (*order book*). A közvetítői piacok különböző változatait mutatja a 2. ábra, valamint azt is, hogy az aukciós piacoknak milyen a kapcsolata a közvetítői piacokkal.

2. ábra: A közvetítői és az aukciós piacok kapcsolata



Forrás: saját szerkesztés

Az eddig felsorolt eltérő ármeghatározási mechanizmusok nem elkülönülten léteznek, hanem egymással akár párhuzamosan is működhetnek, például a „posted” mellett lehet, hogy van lehetőség tárgyalásos üzletkötésre is (pl. NASDAQ⁴); vagy az ajánlatvezérelt piacokon az ajánlati könyv mellett árjegyzők is működhetnek, például úgy, hogy folyamatosan feltöltik az ajánlati könyvet a kétoldalú jegyzéseikkel. A magyar államkötvények piacán például az elsődleges kibocsátás egyoldalú aukciós piacon történik, majd közvetítői rendszerben kereskednek velük (másodlagos piac), a elsődleges forgalmazók (*primary dealerek*) folyamatos árjegyzése mellett (Balogh és Kóczán, 2008).

A Budapesti Értéktőzsdén is megfigyelhető ez a kettősség. A nyitó és a záró szakaszban, valamint a napközbeni kereskedésben két különböző aukciós rendszer működik. A nyitó és a záró szakaszban olyan aukciós rendszerben kereskednek, ahol az aukció végén egy pillanatban kialakult piactisztító ár (az az ár, amelyen a legnagyobb mennyiségben születnek kötések) lesz a nyitó, illetve a záró ár, míg napközben pedig ajánlatvezérelt módon, ajánlati könyv alapon működik folyamatosan az aukciós rendszer. Vagyis az „order driven” mechanizmus valójában egy folyamatos, kétoldalú aukciónak (*DCA – double continuous auction*) feleltethető meg (Farmer et al., 2002). A következő részben ezen aukciós, ajánlatvezérelt piacokat, valamint az árjegyzői piacok jellemzőit veszem sorra.

⁴ A NASDAQ (*National Association of Securities Dealers Automated Quotations*) a világ legnagyobb forgalmú elektronikus részvénytőzsdéje.

1.2. Árjegyzői piacok

Az árjegyzői piacok legfőbb jellemzője, hogy a vevők és az eladók között közvetítői funkcióval ellátott árjegyzők, az ún. market makerek működnek. Elsődleges feladatuk, hogy kétoldalú árjegyzést adjanak, ezáltal biztosítsák a piac likviditását. Az árjegyzők mindenkor kötelesek árat jegyezni, mind az eladási, mind a vételi oldalon. Vagyis minden tranzakció egyik oldalán az árjegyzők állnak. A tranzakciót vagy saját készletükből kell végrehajtaniuk, vagy egy másik tranzakcióval összepárosítva teljesíthetik. Az árjegyzők célja, hogy megnyerjék az eladási és a vételi ár eltéréseiből adódó különbséget, a spreadet, függetlenül attól, hogy az aktuális piaci árak hogyan mozognak. Így számukra fontos, hogy nagy legyen a kereskedés volumene, sok ajánlat érkezzon be, hogy a készletüket minél többször tudják megforgatni, és így profitálhassanak a spreadből.

Az árjegyzőknek olyan árat kell azonban jegyezniük, amellyel nem befolyásolják érdemben a piaci árat, vagyis olyan áratokat kell adniuk mind a vételi, mind az eladási oldalon, amelyek közrefogják az adott termék valós piaci árát. Ahhoz, hogy az árjegyzők ne legyenek érdekeltek abban, hogy a piaci árat befolyásolják, és csak a spreadből származzon a bevételük, fontos, hogy nagyjából azonos mennyiségű vevő és eladó érkezzen. Máskülönben az árjegyző rövid vagy hosszú pozíciót halmozna fel egy adott pénzügyi termékből, és ekkor érdekelt lenne abban, hogy a piaci árat elmozdítsa a neki kedvező irányba. A semleges, vagyis zéró készlet tartása azonban nagyon ritkán fordul elő (Parlour és Seppi, 2008).

A pénzügyi piacok terén az árjegyzői piacok széles körben elterjedtek. Ilyen elven működik például a NASDAQ vagy akár az LSE (*London Stock Exchange*) is.

1.3. Ajánlatvezérelt piacok

Világszerte számos tőzsde ajánlatvezérelt piacként működik. Ebbe a csoportba tartozik a például a Paris Bourse, azaz a párizsi tőzsde vagy akár a Budapesti Értéktőzsde is. Dolgozatomban középpontjában az ajánlatvezérelt piacok állnak, mivel empirikus elemzésem a Budapesti Értéktőzsde által szolgáltatott adatbázison nyugszik.

Az olyan piacokat, ahol nincs kijelölt árjegyző, hanem folyamatos kétoldali kereskedés van, az ajánlatok nyilvántartása és párosítása elektronikus kereskedési rendszerben történik, ajánlatvezérelt piacoknak hívjuk (Bouchaud et al. 2008). Mivel nincsenek árjegyzők a piacon, előfordulhatnak szélsőségesen illikvid piacok, ahol a tranzakciók nem tudnak létrejönni, mert az egyik oldalán – például vételi oldalon – nincsenek szereplők. Ilyen általában extrém gazdasági helyzetekben alakul ki, mint például egy válság idején. A piacok működését ilyenkor a tőzsdei szabályok és protokollok biztosítják (Madhavan, 2002).

Az ajánlatvezérelt piacokon az ajánlatokat egy úgynevezett ajánlati könyvben (*order book*) gyűjtik össze, amely ennek megfelelően tartalmazza az összes vételi és eladási megbízást. A könyv mindig egy adott pillanatra tartalmazza az árat, és az egyes árszinten lévő/jegyzett mennyiséget. A piaci szereplők láthatják ezt az ajánlati könyvet, jellemzően az első öt vagy tíz sorát. A 2. táblázat mutat egy fiktív ajánlati könyvet.

2. táblázat: Az ajánlati könyv

Vételi mennyiség	Vételi ár	Eladási ár	Eladási mennyiség
300	8 270	8 275	200
622	8 262	8 276	400
400	8 251	8 280	320
721	8 241	8 290	22
1 200	8 237	8 291	66

Forrás: saját szerkesztés

Az első sorban a legjobb vételi ajánlathoz tartozó ár (*bidprice*) és mennyiség (*bidsize*), valamint a legjobb eladási ajánlathoz tartozó ár (*askprice*) és mennyiség (*asksize*) látható. A következő sorban a második legjobb árak és mennyiségek vannak, és így tovább. A mindenkori aktuális bid-ask spread a legjobb ajánlati szinthez tartozó vételi és eladási árak különbsége.

Amikor egy új megbízás érkezik a piacra, például egy vételi megbízás, akkor az abban az esetben kerül be a könyvbe, ha az alacsonyabb, mint a legjobb eladási ajánlat. Ekkor limit áras megbízásról (*limit order*) beszélünk. Abban az esetben, ha a vételi ajánlat azonos, vagy magasabb értékű, mint a könyvben szereplő legjobb eladási ajánlat, akkor azonnal teljesül a tranzakció. Ezt a típusú megbízást piaci áras megbízásnak (*market order*) hívjuk (Iori et al. 2003).

Összességében az ajánlati könyv csak a limitáras megbízásokat tartalmazza. Ezek az ajánlatok az előzőek alapján addig maradnak az ajánlati könyvben, amíg egy piaci áras megbízással, vagy egy másik limitáras megbízással nem kerülnek párosításra,⁵ vagy amíg vissza nem vonják azokat.

A két megbízási típus között a fő különbség, hogy a limitáras megbízást adó piaci szereplők türelmesek, hajlandóak várni, hogy azon az áron teljesítsék a megbízásukat, amin szeretnék, míg a piaci áras megbízást adók türelmetlenek, nekik az a fontos, hogy azonnal teljesüljön az ajánlatuk. Vagyis a limitáras ajánlatot tevő piaci szereplők biztosítják a piaci likviditás kínálatát (*liquidity providers*), míg a piaci áras megbízásokat adó szereplők keresletet támasztanak a likviditásra (*liquidity takers*). A limitáras megbízást adók számára az az érdekes, hogy megbízásaik mennyi idő alatt, illetve hány kötésben teljesülnek, míg a piaci megbízást adók számára az a fontos, hogy tranzakciójuk mennyivel mozdítja el a piaci árat (Bookstaber, 1999).

Összességében tehát az ajánlatvezérelt piacokon a likviditást a limitáras ajánlatok biztosítják, míg a piaci megbízást adók a likviditás felhasználói. A piaci likviditás tehát kizárólag a likviditás piaci keresletétől és kínálatától függ.

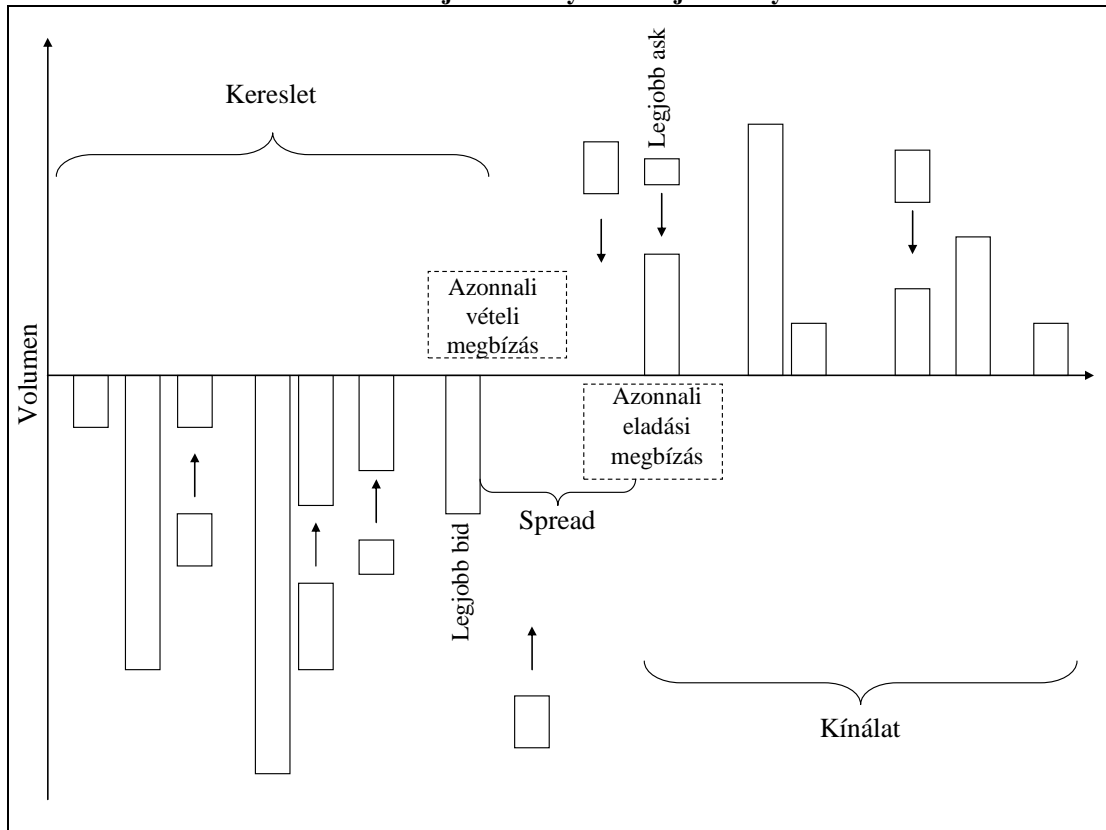
A limitáras megbízásokon, illetve a piaci megbízásokon felül még számos megbízási típus áll a piaci szereplők rendelkezésére, amelyek a két megbízási típus speciális formáinak tekinthetők. Ezek jellemzően az érvényességi időtartamban (például napi megbízás, visszahívásig érvényes megbízás, stb.) különböznek a két eddig tárgyalt megbízástól, vagy a piaci szereplők esetlegesen valamilyen egyéb feltételhez kötik a megbízás végrehajtását (például: stop-loss megbízás, „jéghegy” megbízás, stb.).⁶

A különböző megbízások egymásutániségát ajánlatfolyamnak (*orderflow*) nevezzük. Ez az ajánlatfolyam építi fel az ajánlati könyvet. A 3. ábra szemlélteti, hogyan épül fel az ajánlati könyv a különböző megbízási típusokból.

⁵ Amennyiben egy limitáras megbízással kerül összepárosításra, abban az esetben a beadott megbízás tekinthető piaci áras megbízásnak, hiszen egyből teljesült a tranzakció, és nem került be a könyvbe a megbízás.

⁶ A megbízás típusokról részletesebben lásd: Budapesti Értéktőzsde honlapját (http://bet.hu/topmenu/befektetok/tozsde_lepesrol_lepesre/azonnali_piacismeretek/hogyan_kereskedjnk_a_tozsden/tozsdei_megbizasok) vagy a New York Stock Exchange honlapját (http://www.nyse.com/pdfs/fact_sheet_nyse_orders.pdf).

3. ábra: Az ajánlati könyv és az ajánlatfolyam



Forrás: Farmer et al. (2004), 3. old.

A 3. ábra azt szemlélteti, hogy amikor egy piaci megbízás érkezik, akkor az a legjobb vételi vagy eladási limitáras ajánlattal szemben teljesül először ár-, majd időprioritás szerint. Amennyiben a piaci megbízás volumene nagyobb, mint a legjobb árszinten elérhető mennyiség, akkor a következő ajánlati szinteken lévő ajánlatok is teljesülnek egészen addig, amíg a teljes piaci áras megbízás volumene nem teljesül. Ez azonban azt eredményezi, hogy a megbízást adó megbízása rosszabb átlagáron teljesül, mint a legjobb árszinten elérhető ár, ugyanis esetlegesen több limitáras megbízást is töröl a könyvből. Összességében ez tekinthető úgy, mint annak a költsége, ha valaki azonnal és nagyobb mennyiségben szeretne vásárolni, mint a legjobb ajánlati volumen. Egy ilyen piaci megbízás azonban azt eredményezi, hogy módosulni fog a bid-ask spread, és megváltozik a középárfolyam is, amely a legjobb vételi és eladási ajánlat között éppen félúton található.

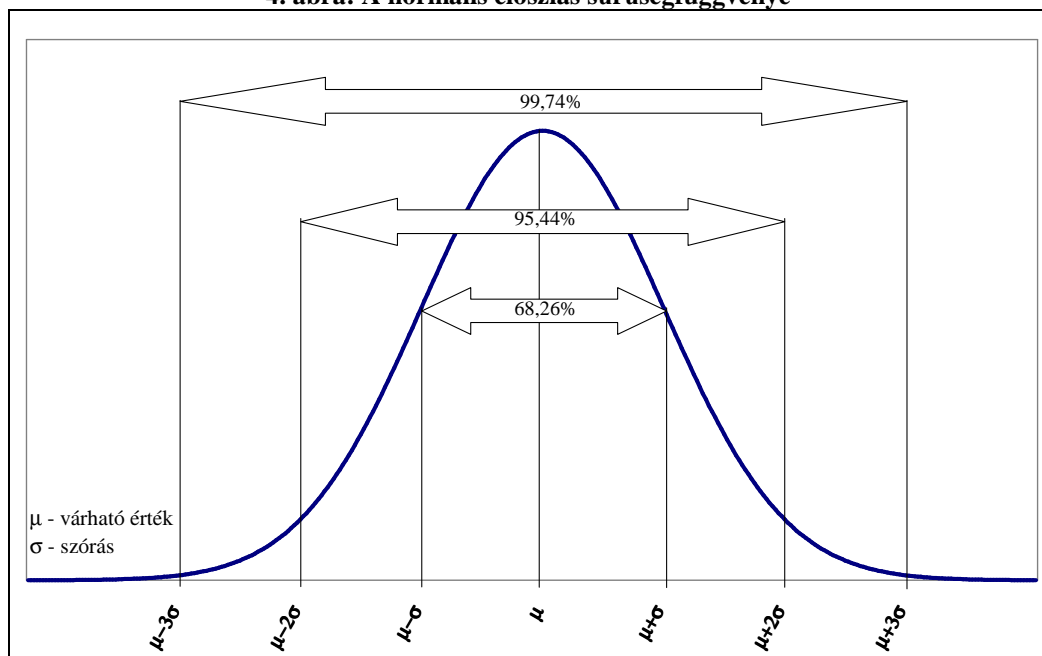
Az ajánlatfolyam valójában három sztochasztikus tényező eredője,⁷ úgymint:

- ár,
- előjeles mennyiség és
- idő.

Sztochasztikus, hogy mekkora a limitáras megbízásokban szereplő ár, mekkora mennyiséget akarnak adni, vagy venni, illetve, mikor érkeznek a megbízások. A folyamatosan érkező megbízások eredményeképpen alakul az aktuális ajánlati könyv. Az ajánlati könyvben szereplő ajánlati árak és mennyiségek eloszlása tehát mind a három tényező sztochasztikus folyamatát tükrözi. Az eloszlás jellegének ismerete alapvető fontosságú a piaci szereplők számára.

Kockázatkezelési szempontból az egyik legérdekesebb kérdés, hogy mekkora az extrém értékek előfordulási valószínűsége. Ha például az adott valószínűségi változók (ajánlati könyvben szereplő ár és mennyiség) normális eloszlást követnek, akkor a három szigmán (szórás háromszorosán) túli események gyakorlatilag sosem következnek be, tehát nem is kell különösebben felkészülni rájuk a kockázatkezelés során. A 4. ábra mutatja a normális eloszlás sűrűségfüggvényét, valamint azt, hogy milyen valószínűséggel következnek be három szigmán túli események.

4. ábra: A normális eloszlás sűrűségfüggvénye



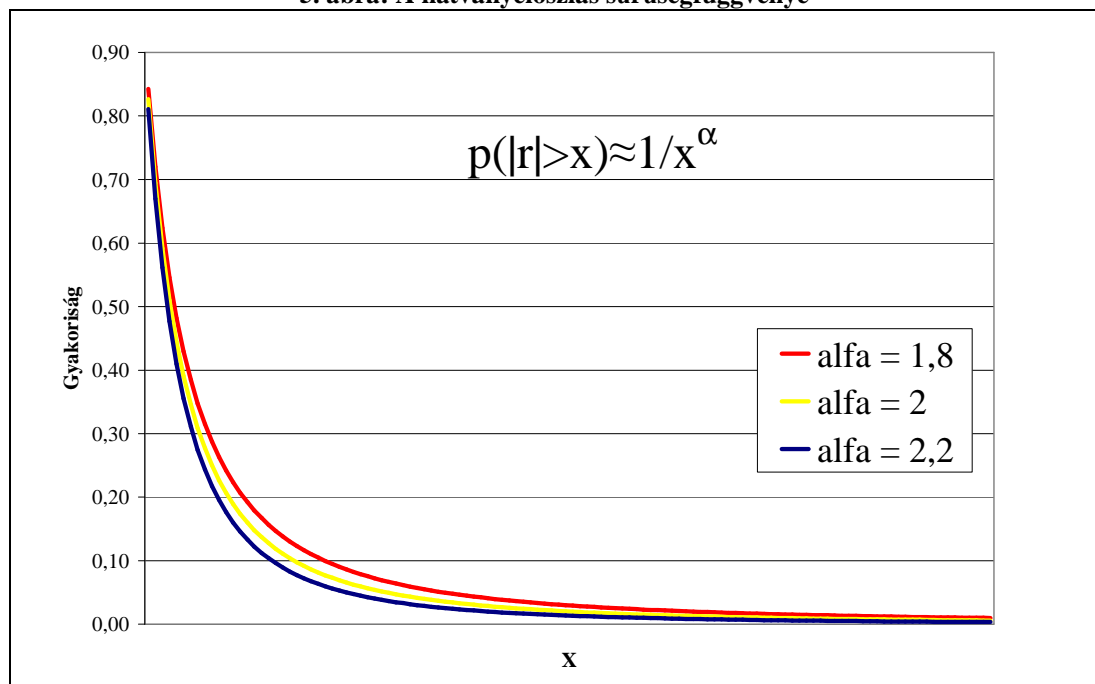
Forrás: saját szerkesztés

⁷ Sztochasztikus folyamatokról részletesebben lásd Medvegyev és Száz (2010), ahol részletesen megtalálható a sztochasztikus folyamatok jelentősége, és alkalmazása a pénzügy területén (pl: Homolya és Benedek, 2007).

Ezzel szemben, ha vastag szélű eloszlások jellemzik ezeket az értékeket, akkor az extrém értékek valószínűsége sokkal nagyobb, így a kockázatkezelés során jelentős figyelmet kell rájuk fordítani.⁸ Nem meglepő, hogy az eloszlás jellegének vizsgálata számos tanulmány központi kérdése. Az empirikus vizsgálatok többségében arra jutnak, hogy az ajánlati könyvben az árak és a mennyiségek – függetlenül a vizsgált időszaktól és piactól – hatványeloszlást követnek, melynek sűrűségfüggvényét az 5. ábra mutatja.

A hatványeloszlás a normális eloszláshoz képest jóval nagyobb valószínűséget rendel az extrém eseményekhez, vagyis lényegében nincs semmi korlátja a legszélsőségesebb esetek előfordulásának. Ebből következik, hogy a kockázatkezelés jelentősége megnő, és nem elég a rendes üzletmenetre felkészülni, de rendelkezni kell katasztrófa-tervvel is.

5. ábra: A hatványeloszlás sűrűségfüggvénye



Forrás: saját szerkesztés

Hatványszerű eloszlással szokásos jellemezni például az extrém hozamok alakulását. A hozamokat alapesetben normális eloszlásúnak tekintjük, azonban az egy stilizált tény, hogy a hozamok empirikus eloszlásának sűrűségfüggvénye a széleken

⁸ A kockázatkezelés fontos fogalma a valószínűség. A kockázat-bizonytalanság-valószínűség fogalmak összekapcsolódásáról, különbségéről, illetve a valószínűség és esély fogalmak pontos definiálásáról, és alkalmazásokról részletesebben a Hitelintézeti Szemle 2011-es „Vélekedés a kockázatról és bizonytalanságról” című különszámában lehet olvasni, melyben a cikkek szerzői: Bélyácz, 2011; Badics, 2011; Dömötör, 2011; Krekó, 2011; Kovács, 2011; Medvegyev, 2011; Száz, 2011.

vastagabb szélű, mint amit a normális eloszlás indokolna, vagyis sokkal lassabb esésű. Az empirikus kutatások kimutatták, hogy hatványszerűen esik a sűrűségfüggvény a széleken, vagyis a széleken hatványszerű eloszlással lehet modellezni a hozamok (r) alakulását, a következők szerint: $p(|r| > x) \approx 1/x^\alpha$, ahol $\alpha \approx 3$, amelyet farokkitevőnek neveznek (*tailindex*) (Tulassay, 2009). Minél kisebb értéket vesz fel a farokkitevő, annál vastagabb szélű eloszlásról beszélünk. A pénzügyi piacokon azonban jellemzően az értéke 2 és 3 körül mozog (Clauset et al., 2009). A következő, 2. fejezetben megvizsgálom, milyen különböző eloszlások jellemzik az ajánlati folyamatot, illetve milyen statisztikai tulajdonságokkal rendelkezik az ajánlati könyv.

2. Az ajánlati könyv statisztikai tulajdonságai

A pénzügyi piacok statisztikai tulajdonságairól számos tanulmány született az elmúlt évtizedekben, ahol a kutatók nagyon hasonló eredményekre jutottak akár áru piacot (Mandelbrot, 1963), akár devizapiacot, akár részvényt piacot (Fama, 1965, Cont, 2001, stb.) vizsgáltak a világ különböző részein. A kutatók minden piacon hasonló jelenségeket találtak, amelyeket stilizált tények néven foglaltak össze. Ilyen stilizált tények például:

- a volatilitás klasztereződése,
- a hozamok vastagszélű, hatványszerűen eső eloszlása,
- a fundamentális hírek árfolyamokra gyakorolt kicsiny hatása,
- tőkeáttételi hatás (negatív korreláció van az árváltozás és a volatilitás között: árfolyamok esése során a tőkeáttétel megnő, és ekkor általában az figyelhető meg, hogy a volatilitás is megnő.),
- a hozamok autokorrelációja,
- a részvényárak jobban fluktuálnak, mint amit a fundamentumok indokolnának,⁹
- nyereség/veszteség aszimmetria (vagyis nem szimmetrikusak a nyereségek és veszteségek ingadozásai).

Ezeknek kutatásoknak a fő célja az volt, hogy a piaci hatékonyságot vizsgálják, és ezen keresztül olyan modelleket építsenek fel, vagy olyan piaci jelenségekre derítsenek fényt, amelyek segítségével a hozamok előrejelezhetővé válhatnak. A hatékony piacok elmélete ugyanis azt mondja ki, hogy a piaci árfolyamok tükrözik a befektetők rendelkezésére álló információkat, így nem érdemes további információk kutatásával foglalkozni, megbízhatunk az árakban (Fama, 1970). Ebből következik, hogy az árfolyamok változását az új információk okozzák, ami azt vonja maga után, hogy a napi hozamok normális eloszlás szerint fognak alakulni, és egymástól függetlenek lesznek (Száz, 2009).

⁹ Például Joulin et al. (2008) rámutatott arra, hogy az árugrások utáni volatilitás túl nagy ahhoz képest, mint amit a fundamentumokban bekövetkező változás indokolt volna.

Mivel az elmélet központjában a hozamok állnak, ezért az eddigi kutatások is a hozamok elemzését helyezték előtérbe. Azonban áttörő eredményt nem nyújtottak a hatékony piaci elmélettel kapcsolatban: sem igazolni, sem cáfolni nem tudták.

A kutatások az elmúlt időszakban kezdtek el érdemben foglalkozni azzal, hogy az ajánlati könyv statisztikai tulajdonságait is elemezzék, ugyanis az ajánlati könyv változásának következménye a piacokon az árfolyamok változása, így a beadott megbízások tekinthetők az áralakulás legelemibb részeinek. Emiatt fontos az ajánlati könyv vizsgálata mind a gyakorlati, mind az elméleti szakemberek számára, ugyanis információt nyújt számukra a kereskedés és az áralakulás folyamatáról.

Az ajánlati könyv tulajdonságaival foglalkozó tudományos cikkek egy része inkább elméleti oldalról közelíti meg az ajánlati könyv vizsgálatát. Az ilyen kutatások közé tartoznak többek között a következő cikkek: Bouchaud et al. (2002), Bak et al. (1997), Chan et al. (2001), Luckock (2001), Slanina (2001), Daniels et al. (2002), Challet és Stinchcombe (2001), Willmann et al. (2003), Maslov (2000), valamint Maslov és Mills (2001) munkái.

Az ajánlati könyvet statisztikailag számos szempontból elemezték, ezek közül a legfontosabbak a következők:

- a limitáras ajánlatok árának az éppen aktuális ártól vett távolságának az eloszlása (Bouchaud és Potters, 2002; Zovko és Farmer, 2002; Bouchaud et al., 2008),
- az ajánlati könyv alakjának vizsgálata: hol van a maximuma, milyen eloszlás szerint alakulnak a mennyiségek a vételi és az eladási oldalon (Bouchaud és Potters, 2002; Maslov és Mills, 2001; Zovko és Farmer, 2002; Bouchaud et al., 2008; Lillo és Farmer, 2004; Mike és Farmer, 2008),
- az ajánlati mennyiség jellemzői (Gopikrishnan et al., 2000; Gabaix et al., 2003; Maslov és Mills, 2001; Margitai, 2009; Bouchaud et al., 2008; Lillo és Farmer, 2004),
- a különböző megbízás típusok megoszlása (Lillo és Farmer, 2004),
- a tranzakciók előjelének a perzisztenciája (Lillo és Farmer, 2004; Margitai, 2009; Lillo et al., 2005) és
- a kereslet-kínálat hatása a részvényhozamokra (Plerou et al., 2002; Bouchaud et al., 2004; Maslov és Mills, 2001; Chordia és Subrahmanyam, 2002).

2.1. Az ajánlati árak jellemzői

Bouchaud és Potters (2002) a NASDAQ, valamint a Paris Bourse adatbázisán elemezték az ajánlati könyv statisztikai tulajdonságait. Többek között megnézték azt is, hogy milyen eloszlás szerint alakulnak az ajánlati könyvbe beadott ajánlatok árai. Megnézték, hogy a középárhoz képest milyen árakat adnak meg a kereskedők. Ezt a távolságot nevezték el deltának (Δ). A Paris Bourse-re vonatkozóan azt kapták eredményül, hogy a delta (Δ) hatványszerű eloszlás szerint alakul, függetlenül attól, hogy vételi vagy eladási ajánlatról van-e szó. Az eloszlásfüggvényre a következő becslést adták:

$$P(\Delta) \propto \frac{\Delta_0^\mu}{(1+\Delta)^{1+\mu}}, \quad (1)$$

ahol a kitevőre a $\mu \approx 0,6$ becsült értéket kapták. Ez az eredmény megegyezik Zovko és Farmer (2002) eredményével, annyi különbséggel, hogy az ő esetükben a kitevő (μ) értéke 1,5. A szerzők szerint az eltérés oka az lehet, hogy Zovko és Farmer a London Stock Exchange adatbázisát vizsgálta, ahol olyan adatok álltak rendelkezésükre, amely nem tartalmazta az összes megbízást, mivel a London Stock Exchange által használt elektronikus rendszerbe csak a megbízások egy adott köre kerül be, míg a Paris Bourse esetében az elektronikus rendszer az összes megbízást tartalmazza.

Bouchaud és Potters (2002) a NASDAQ-on kereskedett termékekre is megvizsgálta a limitáras ajánlatok középártól való távolságának az eloszlását, és azt találta, hogy az eredményre nagy hatással volt a vizsgált eszköz. A kutatások során a szerzők két befektetési alapot vizsgáltak meg, a QQQ-t és a SPY-t, két indexet, a Nasdaq-ot és az S&P 500-at, valamint egy részvényt, a Microsoftot. Bouchaud és Potters (2002) ugyanakkor megállapítja, hogy az eloszlás jellege, vagyis, hogy milyen lassan csökken a széleken az eloszlásfüggvény sűrűségfüggvénye, nagyon hasonló volt, mint a francia részvények esetében. Ezt a jelenséget – sok megbízást adnak távol a középártól – Zovko és Farmer (2002), Bouchaud és Potters, (2002), valamint Bouchaud et al. (2008) azzal magyarázták, hogy a piaci szereplők úgy gondolják: nagy ugrás az árakban mindig lehetséges, ezért adnak olyan megbízásokat, melyek

messze vannak a középártól. A piaci szereplők mindezt annak érdekében teszik, hogy előnyt szerezzenek az esetleges nagy árelmozdulásokból.

2.2. Az ajánlati könyv alakja

Az ajánlati könyv statisztikai tulajdonságaival foglalkozó kutatások fókusza az ajánlati könyv alakjára irányult. A kutatók azt vizsgálták, hogy az egyes árszinteken mennyi megbízás található. Előzetesen azt várnánk, hogy az ajánlatfolyam az éppen aktuális ár környékén a legnagyobb, és minél távolabb vagyunk tőle, annál kevesebb a megbízás. Azonban számításba kell venni azt is, hogy egy olyan ajánlat, amelyik közel van az aktuális árfolyamhoz, nagyobb valószínűséggel kerül ki hamar a könyvből, akár azért, mert egy piaci megbízással párosítják, akár azért mert visszahívják. Emiatt nem egyértelmű, hogy milyen az ajánlati könyv alakja.

A Paris Bourse esetében Bouchaud és Potters (2002) azt találta, hogy szimmetrikus a függvény,¹⁰ vagyis mind az eladási, mind a vételi oldalon ugyanolyan az alakja. Átlagos ajánlati könyvet vizsgálva a függvény a maximumát nem az aktuális legjobb vételi vagy eladási ajánlatnál éri el, hanem kicsit távolabb tőle. A kutatók arra is rámutattak, hogy minél távolabb vagyunk a középártól, annál kevesebb ajánlat található a könyvben. A NASDAQ adatbázis esetében csak az egyik kereskedett alap, a QQQ esetében volt az észlelhető, hogy a függvény a maximumát nem a legjobb ajánlati szintnél éri el; a másik vizsgált alap, az indexek, valamint a Microsoft-részvények esetében a függvény a maximumát a legjobb vételi és eladási ajánlatnál érte el, és azután csökkent fokozatosan. Ez az eredmény megegyezik Maslov és Mills (2001) eredményével, akik ugyancsak azt találták a NASDAQ Level II adataira vonatkozóan, hogy a legjobb ajánlati szinten van a legtöbb ajánlat a könyvben. A kutatók szerint ez a két függvényforma közötti eltérés, az előző esethez hasonlóan, annak tudható be, hogy az adatbázisban nem jelenik meg az összes kereskedett mennyiség.

Zovko és Farmer (2002), valamint Bouchaud és Potters (2002) egyaránt azzal magyarázta az ajánlati könyv alakját, hogy a legjobb árszinteken az ajánlatok nem maradnak sokáig a könyvben, mert vagy lehívják, vagy visszavonják azokat. Zovko

¹⁰ Az idővel súlyozott méretet nézték a középártól való távolság függvényében.

és Farmer (2002), valamint Bouchaud et al. (2008) arra is rámutatott, hogy minél távolabb van az ajánlat a legjobb ártól, annál hosszabb az az idő, amit a könyvben eltölt. Ugyanis azok a piaci szereplők, akik ilyen ajánlatot tesznek a könyvben, hajlandóak várni, és nem vonják vissza az ajánlatot, mert szeretnének profitot realizálni abból, hogy középtávon jelentősen elmozdul az ár. Ezzel szemben, akik a legjobb ajánlati szint környékén adják be az ajánlatot, azok aktív piaci szereplők, akik gyakran nyújtanak ajánlatokat a könyvben (Bouchaud és Potters, 2002). Ezen piaci szereplők megbízásai vagy gyorsan párosításra kerülnek egy piaci ajánlattal, vagy amennyiben ez nem történik meg és a piaci szereplők látják, hogy nem kedvező irányba mozdul el az árfolyam, akkor inkább visszavonják az ajánlatot, és újat nyújtanak be, mert ők kevésbé hajlandóak várni.

Lillo és Farmer (2004) azt találta az LSE adatait vizsgálva, hogy a visszavonások 32%-a a legjobb árszintről történik, míg 68%-ban könyvön belül lévő ajánlatot vontak vissza. Mike és Farmer (2008) azt is vizsgálta, milyen a visszavont ajánlatok élettartamának az eloszlása. Azt kapták, hogy az ugyancsak hatványszerű eloszlással közelíthető.

A szerzők szerint a visszavonási ráta, amelyet az élettartam reciprokával mértek, több tényezőtől is függhet. Ezek közül két lényegeset emelnék ki:

1. minél távolabb van egy ajánlat a legjobb árszinttől, annál nagyobb a visszahívás feltételes valószínűsége,
2. ha a vételi és eladási oldal között nagy az aránytalanság, az is megnöveli a visszahívás valószínűségét.

Az ajánlati könyv alakjára vonatkozóan Maslov és Mills (2001) szolgáltat még egy érdekes eredményt. Azt találták, hogy a bid-ask spread 10-20%-kal kisebb, mint az átlagos távolság az ajánlati könyv szintjei között. Továbbá az ugrások az eladási oldalon 5-10%-kal nagyobbak, mint a vételi oldalon található ugrások. Azt azonban nem tudták igazolni, hogy ez általánosságban is fennáll-e az ajánlati könyvre, vagy csak annak az egy adott napnak a jellegzetessége, amit vizsgáltak.

2.3. Az ajánlati mennyiségek jellemzői

Számos kutató vizsgálta az ajánlatokat a beadott mennyiség alapján. A kutatók egy része azt találta, hogy hatványszerű eloszlással jellemezhető a beadott mennyiségek eloszlása, míg mások gamma-eloszlást¹¹ találtak mind a vételi, mind az eladási oldalra.

Hatványszerű eloszlást talált többek között Gopikrishnan et al. (2000), ahol a szerzők egy adott időintervallumon (Δt) belül a következő eredményt kapták a beadott mennyiség (Q) eloszlására:

$$P(Q_{\Delta t}) \approx \frac{1}{Q_{\Delta t}^{1+\lambda}} \quad (2)$$

A szerzők ezer amerikai részvény vonatkozásában a kitevőre a következő becslést kapták: $\lambda=1,7 \pm 0,1$. Gabaix et al. (2003) ugyanerre az eredményre jutottak a 30 legnagyobb párizsi részvény elemzése kapcsán, azzal a különbséggel, hogy a kitevőre (λ) ők 1,5-ös becslést adtak. Maslov és Mills (2001) a NASDAQ Level II adatait vizsgálva a kitevőre 1,4 \pm 0,1-et kaptak eredményül az összes megbízásra vonatkozóan, míg csak a limitáras megbízások vonatkozásában a kitevőre 1 \pm 0,3-as becslést adtak.

Margitai (2009) is vizsgálta az ajánlati mennyiségek eloszlását magyar adatbázison, a MOL részvény esetében. Megnézte, hogy Pareto-,¹² vagy gamma-eloszlás illeszkedik-e jobban az empirikus adatsorra. Azt kapta eredményül, hogy Pareto-eloszlással lehet jól közelíteni az ajánlati mennyiségek eloszlását, ahol a kitevőre 1,25-ös értéket becsült. A gamma-eloszlás nem illeszkedett jól az empirikus adatok eloszlására, ami a szerző szerint annak lehet a következménye, hogy az

¹¹ A gamma-eloszlás egy kétparaméteres (p és λ) folytonos eloszlás, amelynek a sűrűségfüggvénye:

$$f(x) = \frac{\lambda^p x^{p-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(p)}, \text{ ahol } \Gamma(p) \text{ a gamma-függvény } (\Gamma(p) = \int_0^{\infty} t^{p-1} e^{-t} dt) \text{ (Spiegel et al. 2000).}$$

¹² A Pareto-eloszlás speciális folytonos típusú hatványszerű eloszlás. A Pareto-eloszlást szokták „80/20”-as szabályként is nevezni, mivel erre az eloszlásra jellemző, hogy a lehetséges események 20%-a 80%-os valószínűséggel következik be, míg az események 80%-a, 20%-os valószínűséggel következik be. Számos természeti és gazdasági jelenségre igaz ez az eloszlás. Például a világon található összvagyon 80%-a a lakosság 20%-ának a kezében van, míg csupán a vagyon 20%-a van a maradék (80%) lakosság tulajdonában (Spiegel et al. 2000).

empirikus eloszlás sűrűségfüggvényének lecsengése hatványszerű, míg a gamma eloszlás sűrűségfüggvényének lecsengése exponenciális.

A kutatók másik része gamma-eloszlást becsült az ajánlati mennyiségek eloszlására. Ezen kutatók közé tartozik: Bouchaud et al. (2008), akik a Paris Bourse adatait elemezték, valamint Lillo és Farmer (2004), akik a London Stock Exchange adatait vizsgálták.

A kutatók egy része vizsgálta azt is, hogy a beadott mennyiség esetében van-e perzisztencia az adatsorban. Gopikrishnan et al. (2000), Lillo és Farmer (2004), valamint Margitai (2009) is azt találta, hogy jelentős perzisztencia van az idősorban, vagyis a mennyiségek autokorrelációs függvénye azt mutatta, hogy pozitív autokorreláció van az egyes időpontokban beadott mennyiségek között. Ezek alapján a beadott mennyiségek egymásutánisága hosszú memóriájú folyamatnak tekinthető.

2.4. A különböző megbízások megoszlása

Lillo és Farmer (2004) megvizsgálta a London Stock Exchange esetében, hogy milyen az ajánlatok összetétele. A szerzők a Hopman (2007) által alkotott három kategóriába sorolták a megbízásokat, amelyek a következők:

- Piaci ajánlat: az összes olyan megbízás, ami azonnal végrehajtásra kerül.
- Spread ajánlat: olyan megbízások, amelyeket a legjobb vételi és eladási ajánlat közé helyeztek el. Ilyen esetekben nem teljesül a tranzakció, viszont szűkül a spread.
- Limitáras ajánlat: könyvön belülre adott ajánlat.

Lillo és Farmer (2004) azt találták, hogy az ajánlatok 33%-a volt piaci ajánlat, 32%-a spread ajánlat, és 35% volt limitáras ajánlat. A kutatók szerint a limitáras ajánlatoknak a legkisebb az árhatása, vagyis nem mozdítja el a piaci árat, a spread ajánlatoknak már jelentősebb, míg a piaci áras ajánlatot adók a legtürelmetlenebbek. A piaci áras megbízások árhatása tehát a legjelentősebb, mivel amennyiben a megbízás nem a legjobb árszinten történik, hanem érinti az ajánlati könyv többi sorát is, a piaci ár el fog mozdulni az addigi értékéről.

A szerzőpáros által kapott eredmény azért érdekes, mert az áralakulás folyamatára jelentős hatással lesz, hogy milyen sorban érkeznek egymás után a különböző megbízások típusai, vagyis milyen az ajánlatfolyam.

2.5. A tranzakciók előjelének perzisztenciája

Lillo és Farmer (2004) valamint Margitai (2009) megvizsgálta a megbízások előjelének perzisztenciáját, vagyis ha tudjuk egy megbízásról, hogy az vételi (pozitív előjelű), vagy eladási (negatív előjelű) megbízás volt, tudunk-e következtetni arra, hogy milyen lesz a következő megbízás előjele. Mindkét kutatás ugyanazt az eredményt adta, vagyis, hogy van perzisztencia akármelyik részvény adatbázisát is vesszük is alapul. Ez azt jelenti, hogy az ajánlati mennyiséghez hasonlóan a tranzakciók iránya is egy hosszú memóriájú folyamat.

A hosszú memória okát Lillo et al. (2005) két dologgal indokolta. Az egyik, hogy a befektetőkre „csordaszellemű” viselkedés a jellemző – bár ezt empirikusan nemigen lehet tesztelni –, a másik, hogy számos intézményi befektető van a piacon, akik gyakran úgy kereskednek, hogy egy nagy megbízást feldarabolnak, és apránként hajtják végre a tranzakciót, annak érdekében, hogy ne legyenek nagy hatással a piaci árra. Az ilyen megbízási típusokat nevezik egyébként rejtett megbízásnak (*hidden order*), hiszen a megbízás feldarabolásának az a célja, hogy ne árulja el magáról a befektető, hogy valójában mekkora tranzakciót akar a piacon véghez vinni. Ez a stratégia azt eredményezi az árakban, hogy a piaci árak „oldalaznak”, és nincs egy határozott trend (Margitai, 2009).

2.6. A kereslet-kínálat hatása a részvényhozamokra

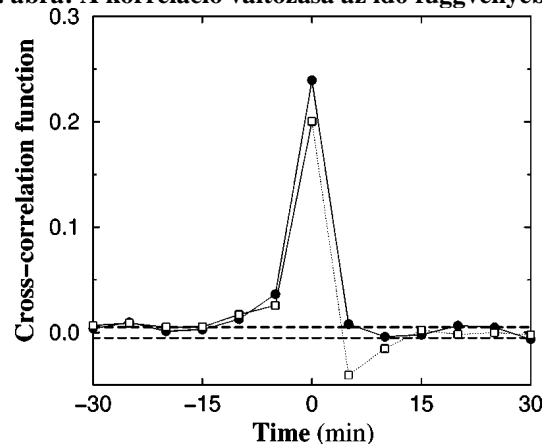
A hatékony piacok elméletének az az alapgondolata, hogy az új információk mozgatják az árakat és ebből kifolyólag az áralakulás folyamata előrejelezhetetlen lesz. Bouchaud et al. (2004) azonban azt állítja, hogy bár az információknak fontos szerepe van, az azonban csak másodlagos. Szerintük az egy fontos tényező, hogy a kereslet-kínálat hogyan hat az áralakulásra. Bouchaud et al. (2004) szerint a kereslet-kínálat miatti árváltozást egyaránt okozhatja az új információkra való válasz, és a likviditás iránti kereslet változása. Állításuk szerint mindkét esetben létezik olyan szituáció, amikor az ajánlatfolyam előrejelezhetővé válik. A kereskedők vételi és eladási döntéseik során keresleti illetve kínálati nyomást gyakorolnak a piacra, és ezen keresztül hatással vannak az áralakulás folyamatára. Az ajánlati könyv alapján ez a keresleti, illetve kínálati nyomás könnyen azonosítható, az azonban kérdéses,

hogy ténylegesen előre lehet-e jelezni ebből az árváltozást, hiszen az ellentmondana a hatékony piac elméletének. Ebben az alfejezetben azokat a kutatásokat mutatom be, amik ezen jelenség elemzésével foglalkoznak.

Elsőként Plerou et al. (2002) munkáját emelném ki. A szerzők azt vizsgálták, hogy miképpen hat a keresletben bekövetkező változás a részvények árfolyamára egy adott Δt időintervallumon belül. A kereslet változását a következőképpen definiálták: Φ -vel jelölték a vevő illetve eladó által kezdeményezett (*buyer/seller initiated*) tranzakciók számának a különbségét egy adott időintervallumon belül, illetve Ω -val jelölték a kereskedett részvények darabszámának a különbségét a vevők és az eladók által kezdeményezett tranzakciók során. Vagyis az első esetben a tranzakciók darabszámában lévő egyensúlytalanságot (*number imbalance*) vizsgálták, míg a második esetben a mennyiségi egyensúlytalanságot (*volume imbalance*) néztek. Plerou et al. (2002) a következők szerint definiálta, hogy vevő vagy eladó által kezdeményezett-e a kereskedés: amennyiben a tranzakció során az ár nagyobb, mint a középár, akkor a tranzakció a vevő által kezdeményezett volt, ha kisebb, akkor az eladó által kezdeményezett, ha pedig a középár, akkor semleges (*indetermined*).¹³

A kutatók elsőként megvizsgálták az árváltozásnak (G) az Φ és Ω változókkal vett korrelációját, és azt találták, hogy minél rövidebb az időtáv az árváltozás, illetve a Φ és Ω mérésének időpontja között, annál nagyobb a korreláció. A legtöbb részvény esetében a korreláció körülbelül 15 percig volt szignifikáns. A 6. ábra mutatja a korreláció mértékének a változását az idő függvényében mutatja:

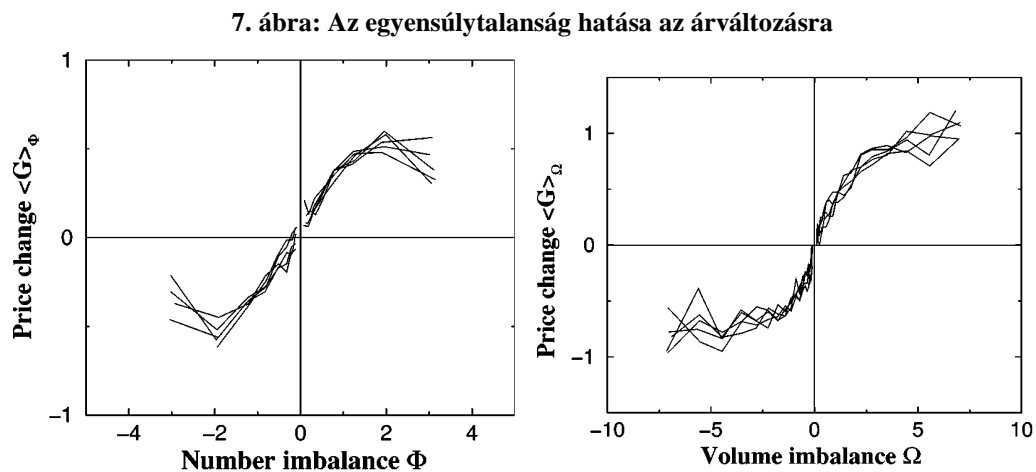
6. ábra: A korreláció változása az idő függvényében



Forrás: Plerou et al. (2002), 3. old.

¹³ A kereskedések 17%-a volt semleges az adatbázisukban. Bővebben vizsgálták ezt a jelenséget például Lee és Ready (1991).

Másodsorban azt vizsgálták a kutatók, hogy egy 15 perces időtávon mind a darabszámban bekövetkező egyensúlytalanság (Φ) növekedése, mind a mennyiségi egyensúlytalanság (Ω) növekedése miképpen hat az árváltozás előrejelzésére. A szerzők úgy találták, hogy minél nagyobb az egyensúlytalanság, annál kisebb a hatása az árváltozásra, és egy konkáv függvényforma írja le legjobban azt a kapcsolatot, amelyet a 7. ábra szemléltet.



Forrás: Plerou et al. (2002), 3. old.

Egy másik jelentős kutatást ezen a területen Maslov és Mills (2001) végeztek. A szerzők azt kapták eredményül, hogy a vételi és eladási oldalon jelenlévő ajánlatok mennyiségére vonatkozó nagy egyensúlytalanság előrejelezhetővé tette rövidtávon az árváltozást, amely a kereslet és kínálat törvényszerűségének a következménye. Ez olyan esetekben volt igaz, amikor az egyensúlytalanság jelentős volt, és az ajánlatok jelentős része közel volt az aktuális középárfolyamhoz (Maslov és Mills, 2001). Az egyensúlytalanság nagyságát 10 000 részvényben definiálták a vizsgált adatbázison, azonban azt javasolták hüvelykujj-szabálynak, hogy a fenti egyensúlytalanság nagyságának a napi forgalommal kell arányosnak lennie. Kutatásuk során nem a teljes ajánlati könyvet nézték, hanem csak a legjobb ajánlati szinten lévő ajánlatokat vették számításba. A vizsgált időszak pedig az egyensúlytalanságot követő néhány perc volt. A szerzőpáros azt találta, hogy az előrejelző képesség csupán néhány percig áll fenn, bizonyos részvények esetében pedig csak maximum 30 másodpercig.

Maslov és Mills (2001) egy másik módszert is alkalmazott arra, hogy megvizsgálja a kereslet-kínálat hatását az árváltozásra. A módszer lényege, hogy egy

adott Δt időintervallumon megnézték, hogy mi volt az átlagos árváltozás adott kereslet-kínálati egyensúlytalansági szintek esetében. Ebben az esetben is azt találták a kutatók, hogy az árváltozásra jelentős hatással van a kereslet-kínálat. Azonban minél kisebb forgalmú részvényről volt szó, annál inkább érvényesült ez a hatás.

Végül Chordia és Subrahmanyam (2002) kutatását szeretném bemutatni: a szerzők a részvények hozama és az ajánlatok egyensúlytalansága közötti kapcsolatot vizsgálták. Vizsgálatuk kiindulási pontját egy olyan modell adta, amely azt vizsgálta, hogy az árjegyzők miképpen veszik számításba az ajánlati könyvben lévő olyan egyensúlytalanságot, amely amiatt keletkezik, hogy a nagy befektetők nem egy összegben adják be a tranzakcióikat, hanem feldarabolják azokat. A szerzőpáros azt találta, hogy az ajánlati könyvben lévő egyensúlytalanság és a részvényhozamok között pozitív kapcsolat van. Eme állításaikat empirikus adatokon is tesztelték, és arra a következtetésre jutottak, hogy az egyensúlytalanságra épített kereskedési stratégia jelentős hozamokat eredményezett (Chordia és Subrahmanyam, 2002, 485.old.).

Ezek után jogosan merül fel a kérdés: amennyiben a megbízások iránya, valamint az ajánlat mennyisége is egy előrejelezhető, hosszú memóriájú folyamat, valamint a kereslet-kínálat alakulásából rövidtávon előre lehet jelezni a hozamokat, akkor ezek hogyan egyeztethetőek össze azzal a gyakran megfigyelhető ténnyel, hogy végső soron a hozamokat és ezáltal az árfolyam alakulást mégsem lehet előre jelezni, és véletlen bolyongással tudjuk jellemezni az árfolyam alakulási folyamatot? Mi biztosítja mégis azt, hogy a piac hatékonyan működik?

A válasz a kérdésekre a piaci likviditás: ez biztosítja a piac számára, hogy hatékonyan működjön, és ne lehessen a piaci árakat előre jelezni. Farmer et al. (2006) azt állítják ugyanis, hogy a vételi és eladási oldal egyensúlytalansága együtt mozog a két oldal likviditásának egyensúlytalanságával, vagyis azzal, hogy a vételi és az eladási oldalon eltérő árhatással lehet venni vagy eladni egy adott mennyiséget.¹⁴ Ezt az állításukat Bouchaud et al. (2004), valamint Lillo és Farmer (2004) eredményeire alapozták, akik ugyancsak hasonló következtetésre jutottak.

A kereslet-kínálat és a likviditás egyensúlytalansága a következők szerint biztosítja a piac számára, hogy hatékonyan működjön: abban az esetben, amikor egy vevő által kezdeményezett megbízás teljesül, akkor az áraknak felfele kéne elmozdulni. Amennyiben a piaci szereplők jelentős része arra számít, hogy egy vételi

¹⁴ A likviditásról bővebben a II. fejezetben lesz szó.

megbízás lesz, akkor az ajánlati könyv legjobb eladási szintjén lévő mennyiség nagyobb lesz, mint a piaci vételi megbízás nagysága, ami azt eredményezi, hogy kisebb lesz az árelmozdulás – ha egyáltalán lesz –, mint amit a piaci szereplők vártak. Összességében tehát, párhuzamosan a várható árelmozdítással a likviditásban a két oldalon is egyensúlytalanság keletkezik, és rövid időn belül a vételi árhatás megszűnik, ezáltal biztosítva a piac hatékonyságát, és az árak elmozdulási irányának előrejelezhetetlenségét (Farmer et al. 2006). Vagyis a vételi és az eladási oldalon található ajánlatok relatív nagysága, és a két oldal relatív likviditása pont ellentétesen mozdul el, mint az ajánlatok előjelében lévő egyensúlytalanság (Lillo és Farmer, 2004). A likviditásnak többek között ezért is van fontos szerepe a piacok működésében. A piaci likviditás fogalmát a következő fejezet ismerteti.

II. A Budapesti Likviditási Mérték

1. A piaci likviditás alapfogalmai

A likviditás fogalmának nincs kialakult egységes definíciója. A különböző definíciókat Michaletzky (2010) gyűjtötte össze részletesen. Jelen dolgozatomban azonban a pénzügyi termékek piacának a likviditásával foglalkozom, így ennek megfelelően a pénzügyi piacokon elterjedt likviditás fogalmát fogom felhasználni, amely 1999 óta a Bank for International Settlements által is elfogadott definíció.

BIS (1999, 13. old): „A likvid piac egy olyan piac, ahol nagy volumenű tranzakciók hajthatók végre azonnal, vagy rövid időn belül úgy, hogy azok minimális hatást gyakorolnak a piaci árakra.”

Vagyis a definíció értelmében annál likvidebb egy piac, minél nagyobb mennyiséget minél rövidebb idő alatt, minél kisebb árelmozdítással lehet eladni vagy venni. Ezen belül az egyes szereplők hasznosság-függvényétől függ, hogy ezt a három különböző tényezőt – vagyis a kereskedett mennyiséget, az időtávot, a tranzakciós költséget – milyen súllyal veszik figyelembe. Adott mennyiség esetén például van olyan piaci szereplő, akinek inkább az számít, hogy gyorsan teljesüljön a tranzakció, míg van olyan szereplő is, akinek inkább az a fontos, hogy az átlagár minél kedvezőbb legyen, és ennek érdekében hajlandó többet várni is.

A piaci likviditás tehát hatással van arra, hogy egy adott befektetési eszközzel milyen olcsón és milyen könnyen lehet kereskedni. Emiatt a likviditás fogalma nagyon fontos minden piaci szereplő számára, különösképpen a befektetők szempontjából. Ugyanis amennyiben a pozíció felszámolása a jövőben csak magas költségek mellett lehetséges, akkor ezt a piac be fogja építeni a mostani árba. Így az alacsony likviditás miatti kockázat normál piaci körülmények között az elvárt hozamban is meg fog jelenni (Csávás és Erhart, 2005).

Amihud és Mandelsen (1991), valamint Fleming (2003) rámutattak arra, hogy az alacsony likviditás miatt az elvárt hozam volatilitása magasabb lesz, így két, minden tulajdonságában teljesen azonos terméket tekintve a befektetők

többlethozamot, azaz prémiumot várnak el az alacsonyabb likviditással bíró eszköztől. Emellett Amihud és Mandelsen (1986), Amihud (2002), és Pastor és Stambaugh (2003) azt találták, hogyha minden egyéb kockázati faktort kiszűrnék egy eszköz elvart hozamának becslése során, akkor az alacsonyabb likviditású eszköz magasabb hozammal rendelkezik.

A likviditás hiánya miatti veszteség nem pusztán az árfolyamban érzékelt veszteség lehet, hanem lehetséges veszteség amiatt is, hogy nem azonnal kerül végrehajtásra a tranzakció, és így a pénz időértékéből kifolyólag keletkezik értékcsökkenés (Major, 2008).

Az 1999-es BIS jelentés alapján a kutatók három alapvető stilizált ténytet azonosítottak arra vonatkozóan, hogy milyen dinamika jellemző a piaci likviditásra. Ezen stilizált ténytet a következők:

1. A piaci likviditás koncentrációja (*concentration of market liquidity*): olyan eszközök esetében, melyek egymás helyettesítői a piacon, a likviditás gyakran egy, vagy csak kisszámú eszközben koncentrálódik. Ez figyelhető meg az állampapírok piacán, vagy akár a határidős ügyletek piacán is, ahol általában az a leglikvidebb eszköz, amelyiknek a leghamarabb van a lejáráta (BIS, 1999).
2. A likviditás elillanása (*evaporation of market liquidity*): Muranaga és Shimizu (BIS, 1999) szimuláció segítségével vizsgálta meg, hogy a válság során a likviditás miképpen hat az árfeltárára (*price discovery*). A szimuláció során azt kapták, hogy egy piaci sokk során a likviditás elillanása biztosította a piac számára azt, hogy az árak ne zuhanjanak még tovább, és ne essenek azon érték alá, amit a fundamentumok már nem indokolnának.

A szerzőpáros szimuláció révén azokat a feltételeket is megvizsgálta, amelyek mellett a piacon egy másodlagos áresés is bekövetkezik egy sokk során. Azt az eredménytet kapták, hogy amennyiben a piaci szereplők egy sokkot követően javítanának az elképzelésükön egy eszköz piaci értékét illetően, akkor nem következne be másodlagos áresés. Ellenben abban az esetben, ha alacsony az általuk elvart jövőbeli piaci ár, egy másodlagos sokk és ezzel együtt további árzuhanás következik be, amit a fundamentumokban bekövetkezett változás már nem indokol.

3. Likvid eszközökbe való menekülés (*flight to liquidity*): a piacon megfigyelhető tény, hogy sokkok, válságok esetén a befektetők olyan eszközökbe menekítik a vagyonukat, amelyek likvideknek tekinthetők. A befektetők válságok során hajlandók prémiumot is fizetni azért, hogy likvid eszközt birtokolhassanak. Ez azonban nem jelenti azt, hogy a likviditás ezen termékek piacain a válságok során emelkedne (BIS, 1999).

1.1. A likviditás dimenziói

A piaci likviditás – az előzőekre figyelemmel – a piac számos szereplője számára fontos. Ezért elengedhetetlen, hogy megfelelőképpen ellenőrzött legyen, és hogy mérni tudjuk. A piaci likviditás fogalma azonban túl komplex ahhoz, hogy egyetlen mutatóval meg lehessen ragadni. Számos mutatószám áll a piaci szereplők rendelkezésére, melyek a likviditás különböző aspektusait igyekeznek előtérbe helyezni. A piac likviditásának alapos elemzését, valamint a likviditás lehetséges mérőszámainak bemutatását megelőzően érdemes a likviditás különböző dimenzióit meghatározni, melyek mentén a likviditást mérni lehet. Ugyanis az egyes mérőszámok csak bizonyos dimenziókban képesek mérni a likviditást. A szakirodalomban az egyik felsorolás az alábbi dimenziókat különbözteti meg (BIS, 1999), melyet Kutas és Végh (2005) egészít ki a diverzitás dimenziójával:

- Statikus dimenziók:
 - o feszesség (*tightness*),
 - o mélység (*depth*),
 - szélesség (*breadth*),
- Dinamikus dimenziók:
 - o rugalmasság (*resiliency*),
 - o azonnaliság (*immediacy*).
- Diverzitás (*diversity*)

Ezen dimenziók közül a statikus dimenziók, valamint a piaci rugalmasságnak a dimenziója Kyle (1985) nevéhez köthető, aki először használta ezeket a fogalmakat, és definiálta a likviditást ezen dimenziók mentén. Az azonnaliság dimenziójával Harris (1990) egészítette ki a felsorolást, míg a diverzitással Kutas és Végh (2005).

Léteznek olyan mutatók, amelyek egy-egy dimenziót számszerűsítenek, ezeket egydimenziós (*one-dimensional*) mutatóknak hívjuk. Emellett vannak olyan mutatók, amelyek több dimenzió mentén mérik a likviditást (von Wyss, 2004). Nem létezik azonban egyetlen egy olyan mutató sem, mely az összes dimenziót felölelné.

A likviditás egységes számszerűsítését nehezíti, hogy a különböző mérési módszerek és mutatók különböző dimenziók mentén mérik a likviditást, így a likviditás más-más vetületét helyezik előtérbe, és így nem összevethető az egyes mutatók által szolgáltatott eredmények (Csávás és Erhart, 2005).

1.1.1. Statikus dimenziók

A likviditás statikus dimenziójának mutatói két nagy csoportra oszthatók: az egyik a feszességet, a másik a piac mélységét méri. A *feszesség* dimenziója a kereskedés tranzakciós költségét jelenti, vagyis azt, hogy mi a legalacsonyabb költsége a kereslet és kínálat összepárosításának. Ezt a bid-ask spread nagyságával szokták általában számszerűsíteni (Kyle, 1985), ami a legjobb vételi és eladási ár különbségeként határozható meg.

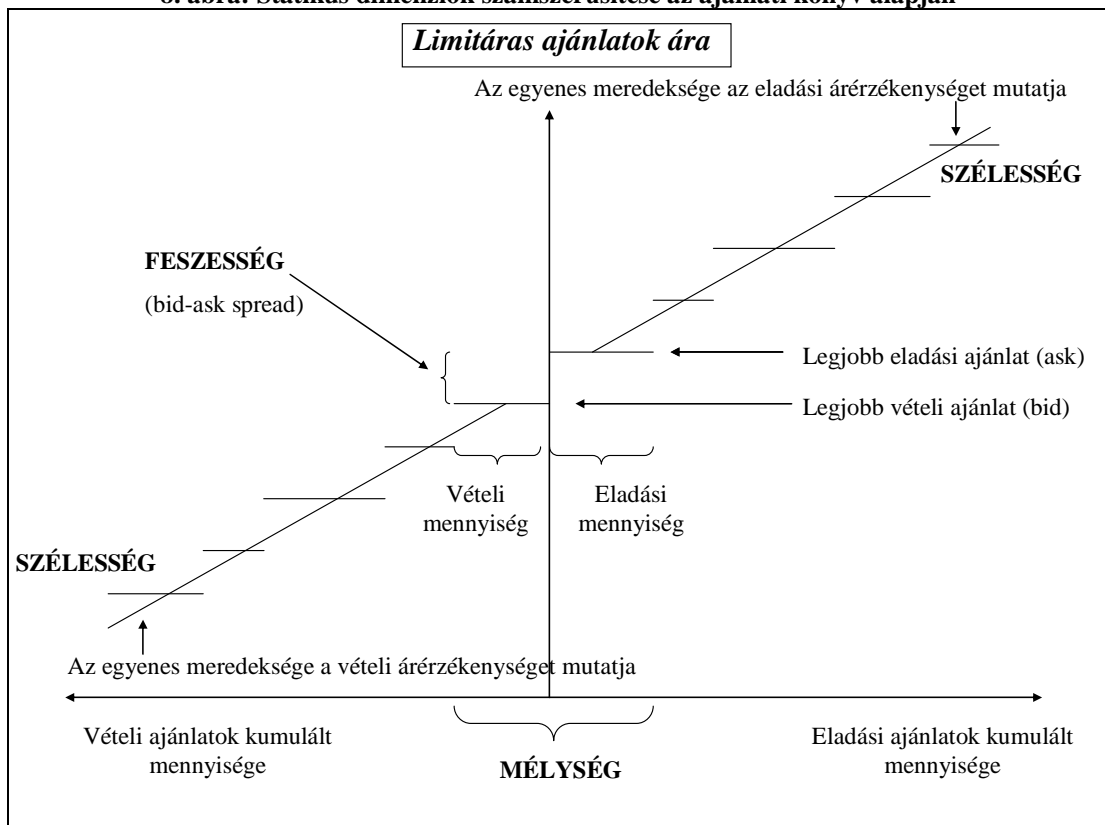
A piac *mélysége* azt jelenti, hogy mekkora mennyiségű ajánlat található mind a vételi, mind az eladási oldalon a piaci ár alatt és felett egyaránt. Szűkebb értelemben véve a mélység azt mutatja meg, hogy mekkora mértékű az a legnagyobb volumenű ajánlat, amit még a piaci ár elmozdítása nélkül végre lehet hajtani vétel, illetve eladás formájában (BIS, 1999). A mélységet általában a piaci forgalommal szokták közelíteni.

A piaci mélységhez szorosan kapcsolódó fogalom a piac *szélessége*, mely ugyancsak tekinthető a likviditás egyik dimenziójának. Sarr és Lybec (2002) definícióját módosítva határozza meg a szélesség fogalmát Csávás és Erhart (2005). A szélesség a mélység tágabb értelmezése, vagyis míg a mélység esetében a legjobb áron elérhető mennyiséget vesszük figyelembe, addig a szélesség esetében figyelembe vesszük a többi piaci ajánlathoz tartozó mennyiséget is. A szélesség mérőszáma általában az árérzékenység, mely a kumulált ajánlatok és az árterjedelem által meghatározott egyenes meredekségeként számolható, amit a 8. ábra mutat. Minél kisebb ennek az egyenesnek a meredeksége, annál szélesebb a piac. A likviditásra kedvező hatással van, ha az ugyanakkora árakhoz tartozó mennyiség növekszik,

valamint ha az egyes ajánlati árak közötti eltérések minél kisebbek. Emellett az is fontos a szélesség dimenziójának esetében, hogy minél több befektető jelenjen meg a piacon az ajánlatával, hiszen ez is kedvezően hat a likviditásra (von Wyss, 2004).

Az előbb említett három dimenziót az ajánlati könyvben szereplő adatok alapján lehet számszerűsíteni. Amennyiben tehát egy piacon rendelkezésre állnak az ajánlati könyv adatai, a feszeség, a mélység, és a szélesség könnyen megállapítható, melyet a 8. ábra szemléltet.

8. ábra: Statikus dimenziók számszerűsítése az ajánlati könyv alapján



Forrás: Rinaldo (2001), 312. old.

Az eddig bemutatott három dimenziót azért nevezik statikus dimenzióknak, mert az ajánlati könyvet egy adott pillanatban jellemzik. A feszeség az ár oldaláról, míg a mélység és a szélesség mennyiségi oldalról közelíti meg a piac likviditását. A likviditást azonban befolyásolja az ajánlati könyv időbeli alakulása is, így szükség van a likviditás dinamikus vizsgálatára.

1.1.2. Dinamikus dimenziók

A dinamikus dimenzióknak két típusa létezik, a rugalmasság és az azonnaliság. A *rugalmasság* arra a sebességre utal, amellyel a kereskedésből származó áringadozások elsimulnak, vagyis arról ad információt, hogy az ár egy sokk után milyen gyorsan tér vissza az egyensúlyi szintre (Borio, 2000). Ez az egyensúlyi ár lehet akár fundamentumok által meghatározott érték, de jelenthet akár egy olyan állapotot is, amikor az ajánlati könyvben a vételi és az eladási ajánlatok kiegyensúlyozottak voltak. Ebben az esetben a likviditást úgy lehet mérni, hogy a spread mennyi idő alatt tér vissza korábbi értékéhez. A likviditás emellett árhatás mutatókkal is mérhető, melyek azt számszerűsítik, hogy adott mértékű tranzakció mennyivel változtatja meg az árat. A rugalmasság fogalmához ezek a mutatók tekintetben kapcsolódnak, hogy számszerűsíteni tudják különböző pénzügyi termékek esetében adott mennyiségek kereskedése által okozott ármozgást. Amennyiben egy termék esetén ez az érték alacsony, akkor valószínűsíthető, hogy nagyobb a rugalmassága, azaz az ára hamarabb talál vissza az egyensúlyi árhoz.

Az *azonnali végrehajthatóság* dimenziója azt az időt jelenti, amely alatt adott nagyságú portfóliót el lehet adni vagy meg lehet venni egy meghatározott ársávban, vagyis a megbízások késedelmes végrehajtásával kapcsolatos költségeket tartalmazza (Harris, 1990). Mérése történhet akár az időszakon belül lebonyolított ügyletek számával, az ügyletkötés gyakoriságával, vagy akár az új kereskedési ajánlatok számával (von Wyss, 2004).

1.1.3. Diverzitás

A statikus és dinamikus dimenziókon felül létezik még egy dimenzió, a diverzitás, mely a piaci befektetők homogenitását mutatja motiváció, méret, információ, valamint hazai, illetve külföldi illetőség szerint. Minél heterogénebb a befektetők összetétel, annál stabilabb a piac kiélezett piaci szituációkban. A diverzitás mérése koncentráció-elemzéssel történhet (Kutas és Végh, 2005).

A koncentráció kiszámítása nemcsak a piaci szereplők homogenitásának mérésére szolgálhat, hanem azt is meg lehet vizsgálni például, hogy milyen az egyes árjegyzőknél üzletelő piaci szereplőknek a koncentráltági foka.

Ebben az esetben azonban a piac mélységét mérjük a koncentrációval, ugyanis minél kisebb ez a típusú koncentráció, annál nagyobb a likviditás, hiszen csökken a nagy súllyal rendelkező piaci szereplők részaránya, és ezáltal annak az esélye is, hogy ők egy nagy méretű tranzakcióval elmozdítják a piaci árat.

Ezen felül a koncentráció szolgálhat a piac feszességének mérésére is, hiszen minél kisebb a koncentráció, annál jobban eloszlik a forgalom az árjegyzők között, így az árjegyzés során a forgalmi adatokból hasonló információkat olvashatnak ki az árjegyzők, így az árjegyzés is pontosabb értéket ad (Csávás és Erhart, 2005).

1.2. A likviditás mérőszámai

A likviditás dimenzióinak áttekintése után a likviditás mérőszámait mutatom be Csávás és Erhart (2005) csoportosítása alapján. A likviditás mérőszámairól ennél részletesebb osztályozást nyújt von Wyss (2004). A likviditási mérték mutatójának egy külön alfejezetet (1.3. alfejezet) szentelek, ugyanis empirikus elemzésem alapját ezen mutatócsoport képezi. A likviditási mutatók a következőképpen rendszerezhetőek (Csávás és Erhart, 2005, 69.old):

1. Tranzakciós költséget megragadó mutatók:

- a. Bid-ask spread: $\text{Spread}_t = P_t^{\text{Ask}} - P_t^{\text{Bid}}$, ahol a P_t^{Ask} a legjobb eladási árfolyam, a P_t^{Bid} pedig a legjobb vételi árfolyamot jelöli.
- b. Relatív spread: $\text{RSpread}_t = \frac{P_t^{\text{Ask}} - P_t^{\text{Bid}}}{(P_t^{\text{Ask}} + P_t^{\text{Bid}})/2}$

Az elemzők mind a bid-ask spread-et, mind a relatív spread-et ki szokták számítani effektív, valamint indikatív módon is. A különbség a kettő között, hogy az effektív spread-et olyan árakból számítják ki, amelyen ténylegesen kötnek ügyletet, míg az indikatív spread-et olyan árjegyzői ajánlatokból számítják, melyek nem minősülnek ügyletkötési ajánlatnak. A két különböző típusú spread számítás időszora azonban szorosan együtt mozog, így gyakran használják mindkét idősort a likviditás vizsgálatára (Chordia et al., 2001).

2. Volumen típusú mutatók:

- a. Ügyletkötés gyakorisága: $n_t = \frac{N}{T}$, ami megadja, hogy egy adott T időszak alatt mennyi ügyletkötés (N) történt.
- b. Ajánlati mennyiség: $Q_t = \frac{q_{Ask} + q_{Bid}}{2}$, ahol a q_{Ask} és a q_{Bid} egy adott t időszakban az ajánlati könyvben található átlagos eladási és vételi ajánlati mennyiséget jelenti.
- c. Forgalom: $V_t = \sum_{i=1}^{N_t} p^i q^i$, ahol p az ügylet árát, míg q az ügylet mennyiségét jelenti, míg a t alsóindex a t -dik időperiódust, az i felsőindex pedig az i -dik ügyletet jelöli.
- d. Átlagos ügyletméret: $AvgTrSize_t = \frac{V_t}{N_t}$.

3. Ár alapú mutatók:

- a. Árhatás mutató I.: $\gamma_t = \frac{|\Delta p_t|}{TrSize_t}$, ahol a $|\Delta p_t|$ a t -dik tranzakció által okozott árváltozás (vagy a t -dik periódusban az árváltozás), a $TrSize_t$ pedig a t -dik tranzakció mérete (vagy a t -dik periódusbeli tranzakciók össz nagysága).
- b. Árhatás mutató II.: $\delta_t = \frac{|\Delta Spread_t|}{AvgTrSize_t}$, ahol a $|\Delta Spread_t|$ a t -dik tranzakció (periódus) spread-jének változása, a $AvgTrSize_t$ pedig t -dik periódusbeli tranzakciók átlagos mérete.
- c. Spread rugalmassági mutató: $\varepsilon_t = \frac{|\Delta Spread_t|}{SpreadConTime_t}$, ahol a $SpreadConTime_t$ a spread konvergenciájának az idejét mutatja, vagyis azt, hogy ha egy tranzakció következtében a spread megnő, akkor mennyi idő alatt tér vissza a tranzakciót megelőző szintre.

4. Koncentráció:

A koncentráció nem tudja direkt módon mérni a likviditást, mint a bid-ask spread, vagy a forgalom, azonban áttételesen jó indikátora a piaci likviditásnak. Berlinger, Michaletzky és Szenes (2011) azt találta ugyanis a fedezetlen bankközi

forintpiac vizsgálata során, hogy a koncentráció szoros összefüggésben van a piac likviditásával, és a gazdasági ciklusokkal. Valamint Csávás és Erhart (2005) egy regressziós modellben a bid-ask spread nagyságát magyarázta a koncentráció mértékével, a volatilitással és a forgalommal. A szerzőpáros azt találta, hogy az jelentős magyarázó erővel bírt a koncentráció a bid-ask spread-re vonatkozóan.

A koncentráció mérésére a statisztika számos módszert biztosít. A piaci likviditás esetében többnyire a Herfindahl-Hirschman indexet alkalmazzák, melynek kiszámítása a $HHI = \sum_{i=1}^N Z_i^2$ képlettel történik, ahol Z egy adott piaci szereplő relatív részesedést mutatja, N pedig a piaci szereplők számát. Az index értéke $1/N$ és 1 értékhatárok között mozog. A koncentráció hiánya esetén, vagyis ha minden piaci szereplő egyformán részesedik a teljes értékösszegeből, akkor $HHI = 1/N$. Ha a sokaság egy részegységében található a sokaság minden eleme, akkor $HHI = 1$ értéket vesz fel (Hunyadi és Vita, 2003).

Az itt felsorolt likviditási mutatók – ahogyan a korábbiakban már említettem – nem képesek a likviditást az összes dimenzióban mérni. A 3. táblázat azt mutatja, hogy az előbb ismertetett mutatók a likviditás mely dimenziójának mérésére alkalmazhatóak.

3. táblázat: A likviditási mutatók besorolása

Likviditás dimenziói	Likviditási mutatók
Feszesség	Tranzakció alapú mutatók
	Árjegyzők ügyfélkörének koncentrációja
	Likviditási mértékek
Mélység	Legjobb árakhoz tartozó mennyiségek
	Átlagos ügyletnagyság
	Forgalom
	Árjegyzők ügyfélkörének koncentrációja
	Likviditási mértékek
Szélesség	Kereslet – kínálat árérzékenység
	Likviditási mértékek ¹⁵
Rugalmasság	Árhatás mutatók
Azonnalóság	Üzletkötés gyakorisága
	Forgalom
Diverzitás	Piaci szereplők koncentrációja

Forrás: Csávás és Erhart, 19. oldal és saját kiegészítés

¹⁵ Ezt a fogalmat a következő, 1.3. fejezetben mutatom be.

A 3. táblázat alapján az is megállapítható, hogy jellemzően nincs olyan mutató, mely a likviditást több dimenzió mentén tudná mérni, ami pedig segítené, hogy pontos képet kapjunk a piac likviditásáról. A likviditási mutatók a 3. táblázatban mutatott csoportosításánál részletesebb elemzését és különböző dimenziók mentén történő csoportosítását Dömötör és Marossy (2010) végezte el többváltozós statisztikai eszközök alkalmazásával. A következő fejezetben egy olyan likviditási mutatót ismertetek, amely a likviditást a statikus dimenziók mentén mérni tudja, és ezáltal teljesebb képet ad a piac likviditásáról.

1.3. Xetra Likviditási Mérték alapú likviditási mértékek: BLM, CGT, XLM

A Xetra Likviditási Mértéket (XLM – *Xetra Liquidity Measure*) a Deutsche Börse Group fejlesztette ki 2002-ben, melynek mintájára később további két tőzsdén is megjelentek az XLM alapú likviditási mértékek. Az egyik Magyarországon, a Budapesti Értéktőzsdén, ahol Budapesti Likviditási Mértéknek (BLM) nevezték el a likviditási mértéket, a másik pedig Szlovéniában, a Ljubljana Borza-n, ahol a CGT nevet kapta. A különbség a három mutatóban csak annyi, hogy mindegyik az adott ország tőzsdéjén szereplő értékpapírokra számítja ki a mutató értékét.

A likviditási mértéket (*liquidity measure*) a Deutsche Börse azzal a céllal fejlesztette ki, hogy a piac rendelkezésére bocsásson egy olyan mutatószámot, mellyel közelítőleg ki lehet fejezni az egyes részvények, valamint a piac egészének az éppen aktuális likviditási helyzetét. A likviditási mérték a tranzakciós költséget számszerűsíti annak érdekében, hogy segítse a piaci szereplőket befektetési döntéseikben. Ezt a mértéket Xetra Likviditási Mértéknek nevezték el (*Xetra Liquidity Measure*, XLM). A likviditást a likviditási mérték a befektetők által végrehajtott tranzakciók áreltérítő hatása (*adverse price movement*, APM), valamint a tranzakciók során megfizetendő likviditási prémium (*liquidity premium*, LP) összegeként számszerűsíti. Az áreltérítő hatás akkor lép fel, ha a teljes megbízás nem a legjobb árszinten teljesül, hanem további rosszabb árszintekre is átcsúszik. Ekkor az az átlagár, amin a tranzakció teljesül eltér a legjobb elérhetőtől. Míg a likviditási prémium a bid-ask spreadnek a fele. Ezt a két tényezőt (APM és LP) nevezik együttesen a kereskedés indirekt költségének, vagy implicit költségének (Gomber és Schweikert, 2002). Ezen költség mértéke az ajánlati könyv éppen aktuális állapotától

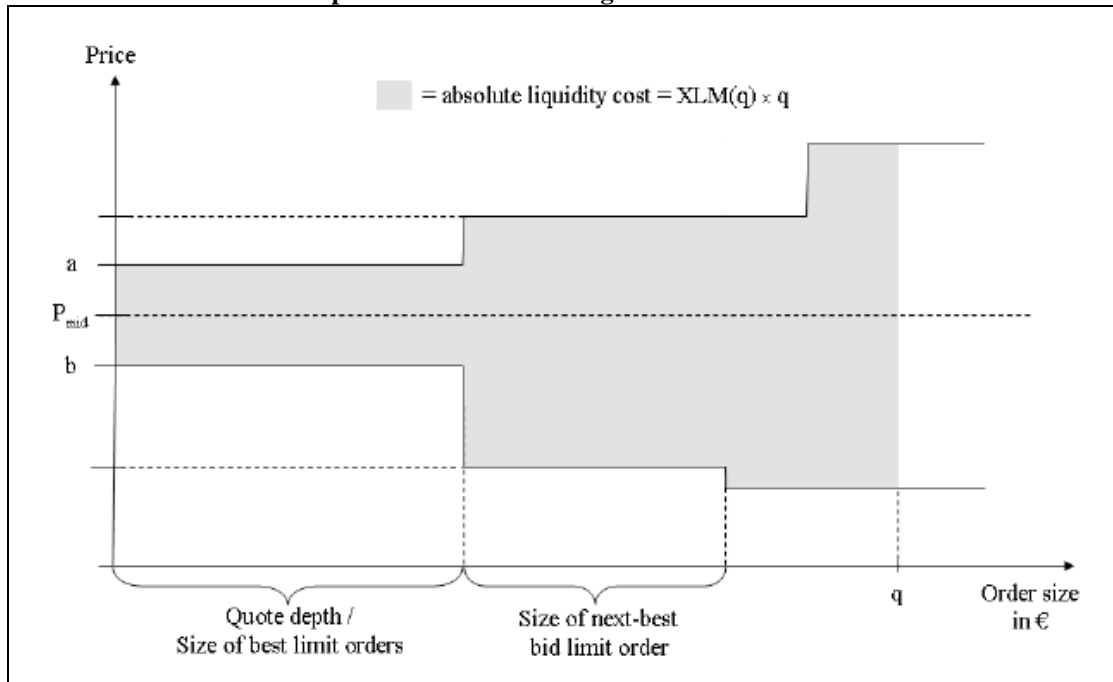
függ. A kereskedésnek léteznek azonban explicit költségei is, melyek közé a kereskedés közvetlen költségei tartoznak, mint például a brókeri jutalék, tőzsdai tranzakciós díjak, adók, stb. (Kutas és Végh, 2005). Ezeket a költségeket nem tartalmazza a likviditási mérték, hiszen ezen költségek számszerűsíthetők, könnyen meghatározhatóak, és a cél éppen a nem számszerűsíthető, implicit költségek meghatározása, melyet a likviditási mérték reprezentál. A likviditási mérték kiszámításánál nem vesszük figyelembe továbbá a befektetés alternatíva költségét sem, valamint az időzítésnek a költségét. Összességében Gomber és Schweikert (2002) alapján egy tranzakció teljes költsége a következőképpen épül fel:

- Implicit költség
 - o Árhatás költsége
 - Likviditási prémium
 - Áreltérítő hatás
 - o Időzítés költsége
 - o Alternatíva költsége
- Explicit költség

Ennek megfelelően a likviditási mérték a tranzakciós költség alapú mutatók közé tartozik, azonban tágabban tudja értelmezni a likviditást, mint a bid-ask spread mutatók, ugyanis a feszségen túl a mélységet és a szélességet is számszerűsíti.

Az XLM likviditási mérték azt méri, hogy egy kötés értékének hány százalékát teszik ki a tranzakciós költségek. Ebből következően a mutató mindig csak adott kötés nagyságra értelmezhető, ahogyan azt a 9. ábra is szemlélteti, mely azt mutatja, hogy a likviditási mérték miként számszerűsíti a tranzakciós költséget. Az ábrán a szürke terület a teljes implicit költséget méri. Ha ezt elosztjuk a tranzakció méretével, akkor kapjuk meg a relatív költséget, azaz a Xetra Likviditási Mértéket.

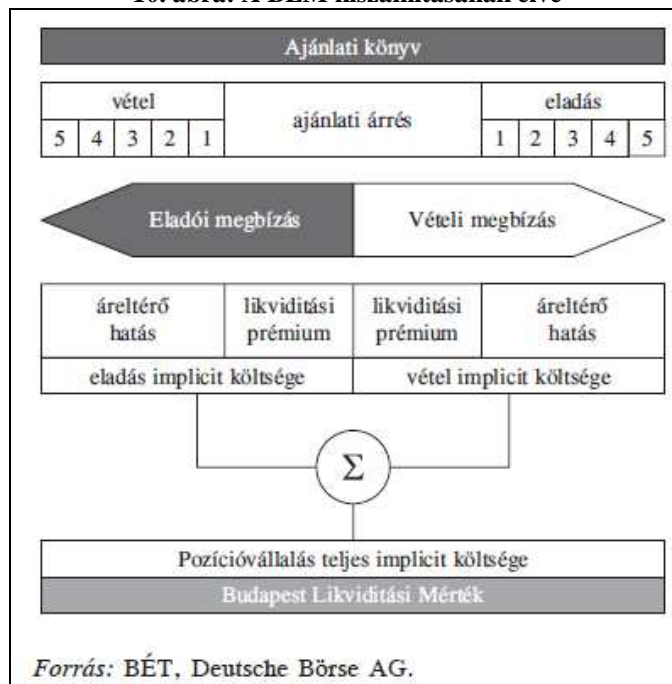
9. ábra: Az implicit tranzakciós költség kiszámításának szemléltetése



Forrás: Stange és Kaserer, (2009b), 6.old.

A 9. ábra mutatja a Xetra Likviditási Mérték kiszámításának az elvét, mely megegyezik a Budapesti Értéktőzsdén alkalmazott Budapesti Likviditási Mérték számításával is. A 10. ábra a likviditási mértékek, azon belül is a Budapest Likviditási Mérték (BLM) kiszámításának a menetét tükrözi.

10. ábra: A BLM kiszámításának elve



Forrás: Kutas és Végh (2005), 690. old.

A mutató kiszámítási menete a következő:

A bid-ask spreadet (*Spread*), és a likviditási prémiumot (*LP*) a következő képletek segítségével lehet meghatározni:

$$\text{Spread} = \frac{P_{\text{ask1}} - P_{\text{bid1}}}{P_{\text{mid}}}, \quad (3)$$

$$\text{LP} = \frac{\text{Spread}}{2} \quad (4)$$

ahol P_{bid1} = az első legjobb vételi ajánlat árszintje, míg P_{ask1} = az első legjobb eladási ajánlat árszintje, és P_{mid} a középárfolyamot mutatja, ahol $P_{\text{mid}} = \frac{(P_{\text{bid1}} + P_{\text{ask1}})}{2}$.

Az áreltérítő hatást (*APM*) mind a vételi, mind az eladási oldalra külön meg kell határozni, mivel a két oldal között likviditás szempontjából jelentős eltérés lehet. Az *APM* kiszámítási menete a következő:

$$\text{APM}_{\text{ask}} = \frac{(P_{\text{w_avg_ask}} - P_{\text{ask1}})}{P_{\text{mid}}} \quad (5)$$

$$\text{APM}_{\text{bid}} = \frac{(P_{\text{bid1}} - P_{\text{w_avg_bid}})}{P_{\text{mid}}} \quad (6)$$

Az (5)-ös képletben szereplő $P_{\text{w_avg_ask}}$, azaz *eladási oldali súlyozott átlagár* meghatározásának számítási menete a következő: Tegyük fel, hogy a megbízás az első három ajánlati szinten teljesül.¹⁶

$$P_{\text{w_avg_ask}} = \frac{P_{\text{ask1}} \cdot \text{size1} + P_{\text{ask2}} \cdot \text{size2} + P_{\text{ask3}} \cdot (\text{tranzakció mérete} - \text{size1} - \text{size2})}{\text{tranzakció mérete}} \quad (7)$$

ahol, P_{ask1} az első legjobb eladási ajánlat árszintje, P_{ask2} a második legjobb eladási ajánlat árszintje, P_{ask3} a harmadik legjobb eladási ajánlat árszintje, *size1*, *size2* pedig

¹⁶ A vételi hasonlóképpen működik, csak a képletben mindenhol a vételi oldali adatokkal kell számolni.

az adott ajánlati szinteken teljesült mennyiségek. Amennyiben nem lenne teljes az ajánlati könyv, és nem lenne három ajánlati szint a könyvben – vagy ha ugyan lenne is, de a harmadik árszinten lévő ajánlatok mennyisége kevesebb annál, mint ahány ahhoz kellene, hogy teljesüljön a tranzakció – akkor a BLM-et úgy számítja ki a program, mintha az utolsó árszinten ahol teljesült a megbízás utolsó eleme, végtelen mennyiségű ajánlat lenne. Ez torzítja a BLM értékét, mivel nagyobb likviditást mutat, mint ami valójában van a piacon.

A likviditási mérték értékét a likviditási prémium és az áreltérítő hatás vételi és eladási oldali értékének az összege fogja megadni:

$$\text{Likviditási Mérték} = 2LP + \text{APM_bid} + \text{APM_ask} \quad (8)$$

A (8)-as képlet alapján megállapítható, hogy a likviditási mérték egy pozíció vállalásának és lezárásának teljes implicit költségét adja meg bázispontban kifejezve (Kutas és Végh, 2005).

Ha például 500e euró kötési szinten a likviditási mérték értéke 60 bázispont, akkor azért, mert nem a középárfolyamon teljesül a megbízás egésze, 3 000 euró ($500\,000 * 0,006 = 3\,000$) implicit költség keletkezik.

Mindhárom likviditási mértéknek (XLM, BLM, CGT) a kiszámítása ugyanúgy történik, mint ahogy azt az előzőekben bemutattam. Mivel azonban a likviditási mértéket csak adott kötésnagyság mellett lehet értelmezni, ezért mindhárom tőzsde különböző kötésnagyságok melletti likviditási mértéket bocsát a piaci szereplők rendelkezésére, annak érdekében, hogy elősegítsék a befektetési döntéseiket.

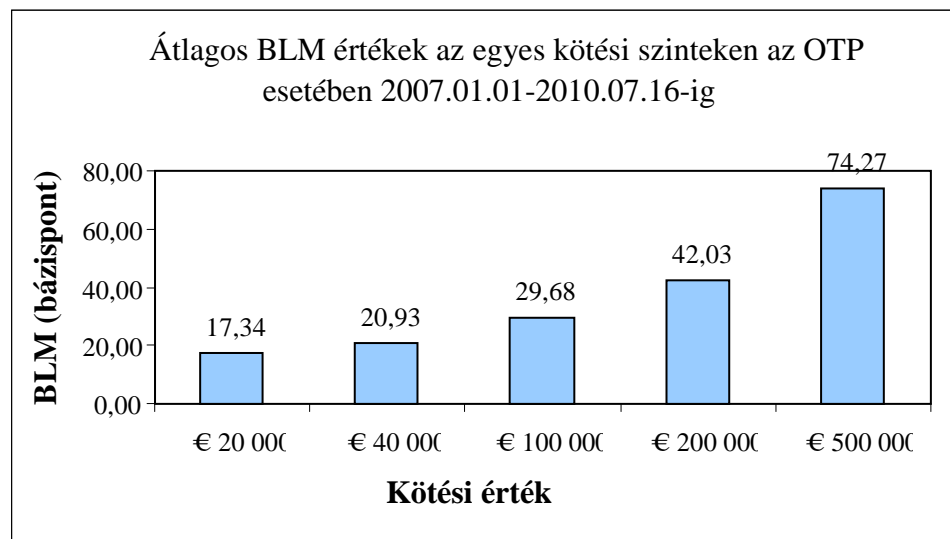
A Deutsche Börse adott standard kötésnagysághoz tartozó XLM értékeket bocsát a piac rendelkezésére, melyek eltérőek különböző részvények esetében, attól függően, hogy mekkora forgalommal rendelkezik egy adott részvény (Gomber és Schweikert, 2002). Az XLM az alábbi kötésnagyságokra kerül kiszámításra: 10 ezer, 25 ezer, 50 ezer euró. Nagyobb forgalmú részvények esetében ezeken az értékeken felül még 75 ezer, 100 ezer, 150 ezer, 250 ezer eurós, néhány esetben pedig 500 ezer, 750 ezer, 1000 ezer, 2000 ezer, 4000 ezer, 5000 ezer eurós kötésnagyságok mellett kerül kiszámításra a mutató.

A CGT a Ljubljana Borzán (LJSE) közzétett likviditási mutató. Ezen a tőzsdén egyetlen kötésnagyságra, 7 500 euróra teszik közzé a likviditási mértéket, kétszer egy nap során, 11:00-kor, és 12:55-kor. A közzétett CGT érték az addig a nap során számított CGT értékek számtani átlaga (LJSE, 2011).

A BLM-et a Budapesti Értéktőzsde öt különböző kötésnagyságra határozza meg, így öt különböző BLM értéket kapunk minden egyes részvényre: 20 ezer (BLM1), 40 ezer (BLM2), 100 ezer (BLM3), 200 ezer (BLM4) és 500 ezer (BLM5) euró összértékű tranzakciókra.

Az OTP esetében például a BLM napi átlagos értékeit a 11. ábra mutatja az öt kötési szinten 2007. január elseje és 2010. július 16-a között. Az ábrán jól látszik, hogy minél nagyobb értékű tranzakciót szeretnének a befektetők végrehajtani a tőzsdén, annál nagyobb lesz a BLM értéke.

11. ábra: Átlagos BLM értékek az OTP esetében



Forrás: Szerző, az ábra publikálásra került Gyarmati et al.(2010a), 502. old.

Az előzőekben bemutatott Xetra Likviditási Mérték a dinamikus dimenziók (rugalmasság, azonnaliság) mentén nem, csak a statikus dimenziók mentén (feszesség, mélység, szélesség) képes megítélni a likviditást, mivel értéke kizárólag az ajánlati könyv aktuális állapotától függ, így számítása mindig csak adott pillanatra vonatkozóan lehetséges. A likviditási mérték azonban összességében a többi likviditási mutatóval szemben több, pontosabb képet ad a likviditásról, hiszen egyszerre több dimenzióban tudja mérni azt.

2. Empirikus kutatás: a Budapesti Likviditási Mérték vizsgálata

A fejezet célja, hogy részletesen bemutassam a BLM adatsorát, illetve azt, hogy milyen a viszonya egyéb likviditási mutatókhoz azon 13 részvény esetében, amelyek a BUX-ot 2009. április 1-jén alkották. Ezen felül azt is megvizsgálom, hogy milyen kapcsolat van a volatilitás és a likviditás között mind a válság ideje alatt, mind azt megelőzően, illetve követően. Ezt annak érdekében teszem, hogy teljesebb képet kapjunk a mutatóról, mielőtt azt a két felhasználási lehetőséget bemutatom, amelyek dolgozatom alapját képezik. Vagyis, hogy miként lehet likviditással kiegészített VaR modellt építeni, illetve miként lehet árhatás függvényt becsülni a BLM segítségével.

Mielőtt azonban ismertetném a vizsgálatom alapját képező adatbázist, a főbb kutatási kérdéseimet, valamint az alkalmazott módszertant, bemutatom azon magyar kutatásokat röviden, melyek megelőzték a kutatásomat, és melyek ugyancsak a Budapesti Értéktőzsdén szereplő részvények likviditását elemezték.

2.1. A Budapesti Értéktőzsdén eddig végzett magyar kutatások

A Budapesti Értéktőzsdén jelentősebb kutatást végzett Kutas és Végh (2005), Barra (2008), Margitai (2009), valamint Michaletzky (2010).¹⁷ Dolgozatom kiindulópontját Kutas és Végh (2005) kutatása jelentette, akik az XLM mintájára 2005-ben megalkották a BLM-et. A szerzők kutatásukban bemutatták a BLM felépítését és kiszámítási módját. Továbbá olyan részvények esetében, amelyekre párhuzamos jegyzés is volt más külföldi tőzsdéken, nemzetközi összehasonlítást is végeztek. A kutatás során arra az eredményre jutottak, hogy a Budapesti Értéktőzsdén a BLM, vagyis az implicit költség mértéke jóval kisebb egy adott részvény esetében, mint a párhuzamos jegyzés helyszínein (Kutas és Végh, 2005).

Barra (2008) kutatásában a MOL kereskedési adatbázisára (*trades and quotes* – TAQ) alapozva, mennyiséggel és értékkel súlyozott tranzakciós időközökön (*volume weighted transaction duration* és *capital weighted transaction duration*)

¹⁷ Ezekon a kutatásokon felül számos magyar kutatás jelent meg, melyek tőzsdei adatbázisok elemzésével foglalkoztak (pl: Fazakas és Juhász, 2009; Móricz, 2005), azonban csak azokat emeltem ki, amelyek a likviditást elemezték a BÉT-en.

alapuló likviditási mérőszámok dinamikáját vizsgálta egy ACD (*autoregressive conditional duration*)¹⁸ modell keretben. Az időközön (*duration*) azt értette, hogy várhatóan mennyi idő alatt lehet eladni/venni adott mennyiségű vagy értékű részvényt. Barra (2008) a dolgozatban bemutatta az ACD modellek működését és azt, hogy miként lehet az ACD modell segítségével *duration* alapú likviditási mérőszámokat előrejelezni, és ezen keresztül becslést készíteni a jövőbeli likviditásra. A szerző jelentősebb eredményei közé tartozik, hogy a Log-GGACD (1,1) modell illeszkedik a legjobban az adatokra, mely ugyan a vizsgált adatsorra jól illeszkedett, azonban voltak olyan időszakok a vizsgálaton kívüli adatok tekintetében, ahol a modell nem működött megfelelően. Ezt azzal magyarázta a szerző, hogy feltételezhetően strukturális törés van az adatsorban.

Margitai (2009) ugyancsak a MOL TAQ adatbázisra támaszkodva készített egy kutatást, amelynek legfőbb kérdései a következők voltak:

1. Milyen okokra vezethetők vissza az ajánlatfolyamra jellemző stilizált tények?
2. Mi a kapcsolat a likviditás és a piaci hatékonyság között?
3. Miért konkáv az árhatás függvény?
4. Melyek azok a tényezők, amelyek befolyásolják a spread nagyságát?
5. Mi befolyásolja az ajánlati könyvben az árszintek közötti gap-ek alakulását?

Számos válasz közé tartozik, hogy a tranzakciók előjele hosszú memóriájú folyamat (lásd a dolgozatom I/2.5. alfejezete). A szerző továbbá rámutatott arra is, hogy minél inkább helyes előrejelzést tudunk adni egy megbízás irányára és mértékére vonatkozóan, annál kevésbé lesz árhatása a megbízásnak, ami a likviditási stratégia kompenzáló szerepének tudható be.

Margitai (2009) kutatása során tényleges árhatás függvényt is becsült a MOL TAQ adatbázisa alapján (lásd a dolgozatom IV/1.4 alfejezete). Azt kapta eredményül, hogy minél több tranzakciót aggregál, annál inkább konkáv alakja lesz az árhatás függvénynek (megegyezik a nemzetközi kutatásokban tapasztaltakkal).

Michaletzky (2010) a négy legnagyobb, a Budapesti Értéktőzsdén kereskedett részvény (OTP, MOL, Magyar Telekom és Richter) TAQ adatbázisán különböző likviditási mutatókat vizsgált idősorosán és keresztmetszetben. Továbbá a Hurst-együttható segítségével próbálta a jövőbeli likviditást előrejelezni. Ezt két mutató elemzésével tette meg, a forgalom és a bid-ask spread előrejelzésével.

¹⁸ ACD modellekről részletesen lásd: Engle és Russell, 1998.

Michaletzky (2010) legfőbb eredményei közé tartozik egyrészt, hogy a tranzakciók közötti időközök (*duration*) előrejelezhetőek, azonban turbulens időszakokban ez a hatás kevésbé jelentős. A szerző arra is rámutatott, hogy az egyes részvények esetében nincs nagy eltérés az időköz előrejelzésének tekintetében, míg a bid-ask spread előrejelzése egyik részvény esetében sem volt jelentős. A szerző másik lényeges eredménye az volt, hogy a relatív spread és a darabban mért forgalom között erős pozitív kapcsolat van, a korreláció mértéke 0,82 volt, mely állítása szerint azt jelzi, hogy a likviditás egyik dimenzió szerinti javulása gyakran jár együtt egy másik dimenzió szerinti romlásával. Harmadrészt érdekes eredménye még, hogy a százalékos tényleges ársáv (*true range*) és a relatív spread között erős pozitív kapcsolat van (a korreláció 0,82) mely azt jelzi, hogy a nagy árfolyam ingadozásban megjelenő bizonytalanság megnöveli a spread-et.

Végezetül Csávás és Erhart (2005) kutatását szeretném bemutatni, mely ugyan nem a Budapesti Értéktőzsdé részvényeinek vizsgálatán alapszik, hanem a magyar deviza- és állampapír-piac adatain. Azonban érdemesnek tartom az ismertetését, mert ugyancsak a likviditás és az árfolyam ingadozások, vagyis a volatilitás kapcsolatát vizsgálták, mint Michaletzky (2010).

A kutatók a vizsgálat során ugyanabból a megfigyelésből indultak ki, mint amire Michaletzky (2010) jutott, vagyis hogy a bid-ask spread és a forgalom között erős pozitív kapcsolat van. Csávás és Erhart (2005) ezt a jelenséget a volatilitásnak tudták be. Állításuk szerint a növekvő volatilitás következtében az árjegyzők növelik a spread-et annak érdekében, hogy a megnövekedett kockázataikat beárassák, miközben a megnövekedett volatilitás a forgalom növekedését vonja maga után, főleg turbulens időszakokban. Véleményük alapján, amennyiben a spread növekedését a növekvő volatilitás okozza, az nem feltétlenül jelenti a likviditás csökkenését. Ahhoz, hogy következtetést lehessen levonni, ismerni kéne, hogy mi okozza a volatilitás emelkedését (Grossman és Miller, 1988). A volatilitás emelkedése ugyanis lehet annak a következménye is, hogy gyorsabban változnak a fundamentumokra vonatkozó várakozások, vagy esetleg gyorsabban érkeznek új információk a piacra. Ekkor a volatilitás nem káros a likviditásra nézve, hanem arra utal, hogy a piac betölti fő funkcióját, a várakozások piaci árakban való megjelenítését (Csávás és Erhart, 2005, 24. old).

A szerzőpáros azonban nem talált a szakirodalomban olyan modellt, mely megfelelőképpen tudta volna elemezni a volatilitás és a likviditás kapcsolatát. Ebből kifolyólag azt a spread modellt alkalmazták, mely már korábbi kutatások alapját is képezte (pl: Galati, 2000; Wei, 1994; Huang és Masulis, 1999, stb.). Az általuk elemzett modell a következő lineáris regresszió volt, melyet a kutatásuk különböző szakaszaiban egyéb tényezőkkel is kiegészítettek:¹⁹

$$\text{Spread} = \alpha + \beta_1 \cdot \text{volatilitás} + \beta_2 \cdot \text{forgalom} + \beta_3 \cdot \text{koncentráció} + \varepsilon \quad (9)$$

Ezen lineáris regressziót alapul véve elemezte Csávás és Erhart (2005) a spread-et befolyásoló tényezőket, mely során a legfőbb eredmények, amiket kaptak a volatilitás és a spread tekintetében a következők voltak:

- A forintpiaci bid-ask spreadre az egyik legerősebb hatást a volatilitás gyakorolta.
- Az általuk kiválasztott volatilitás mutató²⁰ együtthatója pozitív. A volatilitás napon belüli ingadozásának 1 százalékponttal való növekedése ceteris paribus 2 bázispontos növekedést okoz a bid-ask spreadben.
- Az eredmények alapján nem tudták egyértelműen eldönteni, hogy a spreadnek a volatilitásból eredő növekedése a piaci likviditás romlására utal-e. Ez attól függ véleményük szerint, hogy mi okozza a volatilitás emelkedését.
- A volatilitás mérséklődése jelentősen képes csökkenteni a spreadet, ami a befektetők számára az alacsonyabb kereskedési költségek miatt, míg az árjegyzőknek az alacsonyabb kockázat miatt kedvező.
- A volatilitást két komponensre, várt és nem várt komponensre bontották, és így is beillesztették a modellbe. A szerzők a volatilitásból kiszűrték azt a részt, amely a múltbeli információk alapján az adott napra várható volt, a maradékot pedig a nem várt komponensnek tekintették. A volatilitás várt és nem várt részei közül csak a nem várt komponens lett szignifikáns, a spreadben tehát a volatilitást érő sokkok tükröződnek. Ez arra utalhat, hogy a spread változására csak az újonnan beérkező információk gyakorolnak hatást, míg a várt volatilitás információk hatása már benne foglaltatik a spreadben.

¹⁹ Az egyéb tényezőket értekezésemben nem ismertetem, mert kutatásom során kizárólag a (9)-es egyenletet fogom alkalmazni, a II/2.4 alfejezetben ismertetett módszer alapján. A szerzőpáros által alkalmazott további modellekről részletesebben lásd Csávás és Erhart (2005) kutatását.

²⁰ A volatilitás mutatót a szerzők kétféleképpen is meghatározták, az egyik esetben GARCH modell segítségével, a másik esetben egy adott napi maximális és minimális árfolyam szintje közötti százalékos eltérést nézték. Részletesebben ezeket majd a 2.4 alfejezetben ismertetem.

2.2. Az adatbázis

Kutatásom alapját a Budapesti Likviditási Mérték adatbázisa adja. A BLM értékeket a mindenkori ajánlati könyv alapján lehet meghatározni. A kutatásom során ezen ajánlati könyv alapján készült BLM adatbázis 2007. január 1. és 2011. június 3. közötti időszak adatait vizsgáltam. A vizsgált időszakban az adatbázis minden egyes kereskedési nap minden olyan másodpercére tartalmazza a BLM adatokat 9:02-től 16:30-ig, amikor bármi változás történt az ajánlati könyvben. Az adatbázis tartalmazza továbbá az összes, a BÉT-en kereskedett termék BLM adatát, mind az öt kötési szinten (20 ezer, 40 ezer, 100 ezer, 200 ezer és 500 ezer euró). Az adatbázis azonban nemcsak a BLM adatokat tartalmazza, hanem minden kötési szinten felbontásra került a BLM a három fő komponensére, a bid-ask spreadre, az APM_bid-re és az APM_ask-ra. Továbbá néhány egyéb adatot is tartalmaz, amelyek a kereskedésről adnak információkat. A 4. és az 5. táblázat az OTP BLM adatbázisának egy kis részletét mutatja 2007. szeptember 12-én.

4. táblázat: A BLM adatbázis

Dátum	Idő	LP (bps)	spread (bps)	APM_bid1 (bps)	APM_ask1 (bps)	BLM1 (bps)	...	APM_bid5 (bps)	APM_ask5 (bps)	BLM5 (bps)
2007.09.12	10:00:01	4,36	8,72	0,00	5,28	14,00		35,47	14,71	58,90
2007.09.12	10:00:07	4,36	8,72	0,00	4,07	12,78		35,47	14,12	58,31
2007.09.12	10:00:15	4,36	8,72	0,00	0,13	8,85		35,47	13,88	58,07
2007.09.12	10:00:34	4,36	8,72	0,00	0,13	8,85		35,30	13,88	57,90
2007.09.12	10:00:36	4,90	9,81	0,00	0,13	9,94		34,73	13,88	58,42
2007.09.12	10:00:39	4,90	9,81	0,00	0,13	9,94		34,73	13,88	58,42
2007.09.12	10:00:49	4,90	9,81	0,00	0,13	9,94		28,94	13,88	52,63
...										

Forrás: saját szerkesztés a Budapesti Értéktőzsde adatbázisa alapján

5. táblázat: Egyéb adatok a BLM adatbázisban

Idő	Középár (HUF)	bid_num (db)	bid_ár-szintek	bid_érték (eHUF)	ask_num (db)	ask_ár-szintek	ask_érték (eHUF)	Utolsó kereskedett ár (HUF)	Mennyiség	Forgalom (eHUF)
10:00:01	9 176	517	173	1 186 121	728	249	2 703 746	9 180	238 280	2 186 499
10:00:07	9 176	517	173	1 186 121	729	250	2 717 531	9 180	238 280	2 186 499
10:00:15	9 176	517	173	1 186 121	730	250	2 719 367	9 180	238 280	2 186 499
10:00:34	9 176	518	173	1 186 578	730	250	2 719 367	9 180	238 280	2 186 499
10:00:36	9 175	518	173	1 186 571	730	250	2 719 367	9 180	238 280	2 186 499
10:00:39	9 175	518	173	1 186 571	731	250	2 719 967	9 180	238 280	2 186 499
10:00:49	9 175	519	173	1 204 871	731	250	2 719 967	9 180	238 280	2 186 499
...										

Forrás: saját szerkesztés a Budapesti Értéktőzsde adatbázisa alapján

2.3. A kutatási kérdések

Egy, a piaci likviditás témakörében készített interjúsorozat során a piaci szereplők elmondták,²¹ hogy a befektetési döntésnél figyelembe veszik a likviditást is mint jelentős kockázati tényezőt. Elmondásuk alapján a piaci szereplők rendszerint likviditási osztályokba sorolják az értékpapírokat, és ez alapján döntenek a piacra lépésről és a stratégiáról. Van olyan szereplő, aki csak likvid részvénybe hajlandó fektetni, mint például a technikai elemzők jelentős része. Van azonban olyan, aki illikvid részvényt is hajlandó venni, például azok akik benchmark-követő alapot kezelnek. Továbbá olyan szereplők is hajlandók illikvid részvényeket venni, akik fundamentális alapon befektetnek be. Ezt olyan esetekben teszik meg, amikor úgy vélik, hogy a fundamentális érték annyira eltér a piaci értéktől, hogy megéri a vétel/eladás, még akkor is, ha a likviditás hiány miatt jelentős tranzakciós költséggel szembesülnek, mert a vesztséget a piaci ár emelkedése/csökkenése révén „vissza fogják nyerni”. Az interjúalanyok véleménye az volt a fundamentális elemzés tekintetében, hogy minél rövidebb időszakon kereskedik valaki, annál inkább kulcsszerepet kap a matematika és a statisztika, míg a fundamentumok háttérbe szorulnak. Ezt azzal magyarázták, hogy aki például egy másodperces, vagy annál gyakoribb időközönként kereskedést csinál, ő azt a hatékonyságot használja ki, amit az követ el, aki például csak egy napos időközönként kereskedik, és nem módosítja a portfólióját egyfolytában az új hírek megjelenésekor. Azonban aki napi szinten kereskedik, ő azt a hibát használja ki, amit például a havonta csak egyszer kereskedő követ el, és így tovább. Minél hosszabb az idő, amin befektetünk, annál inkább a fundamentális elemzés kerül előtérbe, a matematika és a statisztika szerepe pedig visszaszorul. Vagyis az időskála nagyon fontos, amikor a likviditást figyelembe vesszük egy portfólió döntés során. Az előbbiekből következően, minél rövidebb időtávra fektet be egy piaci szereplő, annál inkább felértékelődik számára egy adott értékpapír likviditása.

Annak megállapítására, hogy az egyes részvények likvidnek, vagy illikvidnek számítanak-e, a piaci szereplők egyszerű hüvelykujj-szabályokat alkalmaznak. A

²¹ Az interjúsorozat Berlinger Edina, Gyarmati Ákos, Michaletzky Márton, Szűcs Balázs Árpád, Váradi Kata illetve Völgyes Gábor részvételével valósult meg, és témája a piaci likviditás volt.

leggyakrabban használt mutató a likviditás megállapítására a bid-ask spread és a forgalom (Szűcs és Váradi, 2012).

Az interjúkra alapozva, valamint az eddigi magyar kutatásokban a két leggyakrabban elemzett likviditási mutatóval – a bid-ask spreaddel, és a forgalommal – fogom összehasonlítani a BLM-et. Megvizsgálom, hogy mennyiben ad ez a három (vagyis a bid-ask spread, a forgalom és a BLM) likviditási mutató azonos eredményt likviditás tekintetében, valamint, hogy milyen piaci körülmények között lehet félrevezető a bid-ask spread, illetve a forgalom használata a likviditásra vonatkozóan.

Ezen felül vizsgálni fogom azt is, hogy a volatilitásnak és a likviditásnak milyen kapcsolata van, ugyanis a szakirodalom alapján (Michaletzky, 2010; Csávás és Erhart, 2005) azt állapíthatjuk meg, hogy erős pozitív kapcsolat van a két változó között. Azt fogom megvizsgálni, hogy a nyugodt időszak idejében milyen kapcsolat volt a volatilitás és a likviditás között, és ez alapján a volatilitás növekedése milyen csökkenést jelez előre a likviditás tekintetében. Ezt követően a válság időszaka során megnézem, hogy a volatilitás növekedése milyen likviditás csökkenést okozott a piacon, majd összevetem, hogy ez az érték nagyobb-e vagy kisebb, mint amit a nyugodt időszak alapján becsültünk volna. Amennyiben azt az eredményt kapom, hogy kisebb a likviditás, mint amit becsültünk, akkor azzal igazolni lehet Csávás és Erhart (2005) állítását, miszerint a bid-ask spread növekedésébe, ezáltal a likviditás csökkenésébe az új információk volatilitás növelő hatása épül be, ugyanis a várt volatilitás már eleve tükröződik a bid-ask spread értékében. Továbbá az eredmény alapján azt a következtetést is le tudom majd vonni, hogy ténylegesen likviditási válság is volt-e a 2007/2008-as válság,²² vagy a volatilitás növekedésével csak egy „természetes” likviditás csökkenés járt együtt.

A fő kérdések, melyeket a fejezet során vizsgállok, a következők lesznek:

- Milyen átlagos értéket vesz fel a BLM az öt kötési szinten különböző részvények esetében a vizsgált időszak során?
- Milyen a viszonya a BLM-nek két olyan likviditási mutatóval, melyeket a leggyakrabban alkalmaznak piaci szereplők, vagyis a bid-ask spreaddel, és a forgalommal?
- Milyen erős kapcsolat van egy adott eszköz likviditása és volatilitása között?

²² A válságról, illetve a válság során kialakult likviditáshiányról részletesebben lásd Király (2008), Berlinger, Horváth és Vidovics-Dancs (2012).

E kérdések vizsgálatát mindenekelőtt három okból tartom fontosnak. Egyrészt azért, mert ezen kérdések megválaszolásával meg tudjuk állapítani, hogy a három vizsgált likviditási mutató közül mely likviditási mutatót érdemes használni, melyik szolgáltatja a legbiztosabb eredményt a likviditásra vonatkozóan. Másrészt azért tartom fontosnak, mert ezzel alapot szeretnék nyújtani ahhoz, hogy a jövőben a likviditással, mint termékkel kereskedni lehessen a piacokon – akár egy olyan mutató segítségével, mint a BLM –, és derivatív termékek alaptermékéül szolgálhasson.²³ Ezáltal lehetővé téve azt, hogy a likviditásból származó kockázat fedezhetővé váljon. Ehhez azonban elengedhetetlen a volatilitás és a likviditás kapcsolatának ismerete. Harmadrészt pedig azért tartom fontosnak, mert amikor a piaci szereplők dinamikus portfólió optimalizálást hajtanak végre a piacon, akkor nem elégséges a hozam – volatilitás dimenzió mentén dönteni, a likviditást is bele kell venni a döntési mechanizmusba, hiszen a piaci kockázat nemcsak az árkockázatból, azaz a középár elmozdulásából, hanem a likviditási kockázatból is áll. Emiatt nem hagyható figyelmen kívül az optimalizálás során a likviditás, és szem előtt kell tartani, hogy milyen kapcsolata van a hozammal, illetve a volatilitással.

A kutatási kérdések alapján a következő hipotéziseket fogom megválaszolni a kutatásom ezen szakaszában:

H1: A BLM, valamint a gyakorlatban használt likviditási mutatók (bid-ask spread, forgalom) eltérő sorrendet adnak likviditás szempontjából az egyes részvények esetében:

H1/a: nyugodt időszak során, illetve

H1/b: válság idején.

H1/c: likvid, illetve

H1/d: illikvid részvény esetében.

H2: A volatilitás (szórás, tényleges ársáv) és a BLM között pozitív kapcsolat van.

²³ Annak mintájára, ahogy a volatilitással kezdtek el kereskedni, lásd Berlinger et al. (1998).

2.4. A kutatás módszertana

Az eddigi magyar kutatások alapján fogom megvizsgálni a BLM adatbázist, mely alapját az előzőekben már ismertetett 9. egyenlet fogja adni. Azonban három részre bontom a lineáris regressziót, és külön fogom vizsgálni a forgalom, és külön a volatilitás hatását. Továbbá a koncentráció helyett a bid-ask spread-et fogom vizsgálni, mint magyarázó változót. Mindhárom esetben a függő változó a BLM lesz. Összességében három jelentősebb részre bontható a BLM mutató empirikus elemzése:

1. Először bemutatom, hogy miként néz ki a BLM adatsor, mekkorák az átlagos értékek 2007. január 1. és 2010. július 16. között. A kutatásnak ebben a részében keresztmetszeti elemzést fogok végezni.
2. Másodszor meghatározom az átlagos BLM, bid-ask spread és forgalmi adatokat különböző időszakokra – teljes időszorra, illetve válság előttre, alatta és utánra. Ezek után megnézem, hogy az egyes időszakokban mennyiben ad más sorrendet a három mutató, melyet két rangkorrelációs módszerrel fogok tesztelni, Spearman-féle rangkorrelációs módszerrel,²⁴ illetve Kendall-féle rangmódszerrel.²⁵ Ezt követően meghatározom az egyes mutatóknak az egymással vett korrelációját, illetve lineáris regresszió segítségével megnézem, hogy milyen magyarázóereje van a bid-ask spread-nek és a forgalomnak a BLM-re vonatkozóan. Végezetül azt is megvizsgálom, hogy a bid-ask spread és a forgalom változása milyen kapcsolatban van a BLM változásával.

²⁴ Spearman-féle rangkorreláció: $\rho = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n^3 - n}$, ahol $d_i = x_i - y_i$ az i -dik egységénél az x és y ismérv rangszámainak a különbsége, n pedig a sokaság egységeinek a száma. A mutató értéke -1 és 1 között lehet. Ha -1 az értéke, akkor tökéletesen ellentétes a sorrend, míg ha 1 az értéke, akkor tökéletesen ugyanaz a sorrend (Kerékgyártó és Mundruczó, 1995).

²⁵ Kendall-féle módszer: $W = \frac{12 \cdot \sum_{j=1}^m (C_j - \bar{C})^2}{m^3 \cdot (n^3 - n)}$ ahol $(C_j - \bar{C})^2$ az egyes rangszám összegek átlaguktól vett eltérés négyzetösszegét mutatja, n a sokaság egységeinek száma, míg m azt mutatja, hogy hány rangsort hasonlítunk össze. A mutató értéke 0 és 1 között lehet. Ha 0 az értéke, akkor tökéletesen ellentétes a sorrend, míg ha 1 az értéke, akkor tökéletesen ugyanaz a sorrend (Kerékgyártó és Mundruczó, 1995).

3. Harmadszor pedig megállapítom, hogy a likviditásnak – amit a BLM fog számszerűsíteni – milyen kapcsolata van a volatilitással. A kapcsolatot lineáris regresszióval fogom vizsgálni. A volatilitás azonban többféleképpen is meghatározható, így kutatásom során több módon is meghatározom a volatilitás értékét. Az egyes volatilitás definíciók a következők:

a. Loghozam szórása: $\sigma = \sqrt{T} \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D (r_d - \bar{r})^2$, ahol r_d a loghozam ($r_d = \ln \frac{P_d}{P_{d-1}}$), \bar{r}

az átlagos loghozam az adott időszak alatt, valamint D az időszakok száma a $(0, T)$ időszak alatt. Amennyiben ennek megfelelően becsüljük a szórást, azzal a feltételezéssel élünk, hogy stacioner a becslés alapjául szolgáló idősor, vagyis a hozamok eloszlása megegyezik a hozamok hosszú távú „átlagos” eloszlásával, ami azt jelenti, hogy időben állandó a várható érték és a szórás.

b. GARCH modellből becsült szórás: Amennyiben azt feltételezzük, hogy a hozamok idősora nem stacioner, GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) modellel tudjuk becsülni a hozamok szórását. A GARCH modellek figyelembe veszik azt a gyakorlatban gyakran megfigyelhető ténytet, hogy a hozamok szórása perzisztens, vagyis ha egyszer megnő a szórás, akkor hosszú ideig magas marad az értéke. Ez a jelenség okozza a volatilitás klasztereződését (heteroszkedaszticitását), mely az alapja a GARCH modelleknek (Bollerslev, 1986).

c. Napi maximális és minimális árfolyam szintje közötti százalékos eltérés:

$\text{vol} = \frac{P_t^H - P_t^L}{P_t^L}$, ahol P_t^H a napi legmagasabb árfolyam, P_t^L pedig a napi

legalacsonyabb árfolyam.

d. Tényleges ársáv (true range – TR): $\text{TR} = \max(P_t^H; P_{t-1}^C) - \min(P_t^L; P_{t-1}^C)$, ahol P_t^H / P_t^L az időszak során tapasztalt legmagasabb/legalacsonyabb ár, míg P_{t-1}^C az előző időszak végi záróár (Wilder, 1978).

Mivel a BLM és a volatilitás közötti kapcsolatot lineáris regresszió segítségével nézem meg, elengedhetetlen, hogy minden egyes kereskedési napra rendelkezésemre álljanak a volatilitás adatok. Adatok hiányában a loghozam szórása nem vizsgálható: ehhez ismerni kellene a napon belüli árfolyam adatokat, amelyek azonban nem állnak a rendelkezésemre. Helyette GARCH modell segítségével becsülöm meg a szórásokat minden egyes napra. Ebben az esetben

azzal az implicit feltételezéssel élek, hogy az általam vizsgált hozamok abból az eloszlásból származnak, amit a GARCH modell a szórás becslése során feltételez, jelen esetben Student-féle t eloszlásból.

A szórás becslését a következő AR(1)-GARCH(1,1) modell segítségével teszem meg:

$$r_t = c + \phi r_{t-1} + \varepsilon_t \quad (10)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t \eta_t \quad (11)$$

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + b_1 \sigma_{t-1}^2, \quad (12)$$

ahol a 10-es egyenlet a várható érték egyenlete (feltételes várható érték), ahol az r_t az adott napi loghozamot jelöli, mely az előző napi loghozamtól, r_{t-1} -től függ. Ezt nevezzük AR(1), vagyis egy olyan autoregresszív folyamatot leíró egyenletnek, melyben az adott napi hozamérték az egy időszakkal korábbi hozamértéktől függ. Ezen AR(1) folyamat ε_t reziduum értékét azonban egy GARCH(1,1) folyamattal tudjuk becsülni, ahol az ε_t értékét a σ_t feltételes szórás és a η_t szorzataként kapjuk (11-es egyenlet), ahol a η_t egy FAE(0,1)²⁶ valószínűségi változó. Ehhez azonban szükség van arra, hogy a feltételes szórást meghatározzuk, melyhez a (12-es) variancia egyenletre (feltételes variancia) van szükség. A 12-es egyenlet a feltételes szórásnégyzetet, vagyis varianciát az előző időszak variancia (σ_{t-1}^2), illetve előző időszaki reziduum (ε_{t-1}^2) négyzetétől teszi függővé. Mivel mind a variancia (σ_{t-1}^2), mind a reziduum (ε_{t-1}^2) a mostani varianciát közvetlen megelőző időszakból származik, ezért nevezzük a folyamatot GARCH(1,1)-nek (Tulassay, 2009).

A GARCH modell által megállapított szórás értékeken felül azonban még elemezni fogok még egy volatilitás mutatót is, a „true range”-et (TR), vagyis a tényleges ársávot. Azért ezt a mutatót alkalmazom a napi maximális és minimális árfolyam szintje közötti százalékos eltérés helyett, mert a tényleges ársáv mutatja a legjobban a volatilitást a piacon, valamint ez az a mutató, melyet a

²⁶ A FAE(0,1) azt jelenti, hogy független azonos eloszlású, 0 várható értékű és 1 szórású a valószínűségi változó.

technikai elemzők a leggyakrabban alkalmaznak a volatilitás számszerősítésére (Makara, 2004).

A korábban (3/d alpontban) bemutatott tényleges ársáv (TR) képletet azonban módosítani fogom annak érdekében, hogy százalékos formában legyen kifejezve, vagyis a tényleges ársáv értéket elosztani az adott napi átlagos piaci árral. Így a TR kiszámítás a következő lesz, ahol a P_t^M az aznapi átlagos napi árfolyamot mutatja:

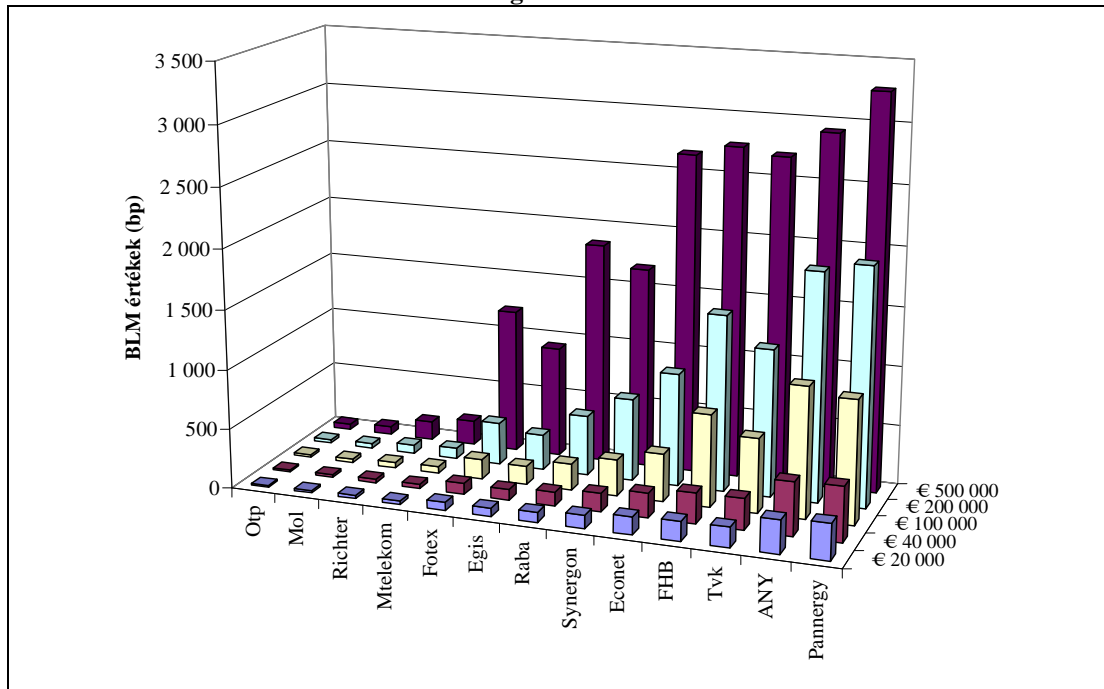
$$TR = \frac{\max(P_t^H; P_{t-1}^C) - \min(P_t^L; P_{t-1}^C)}{P_t^M} \quad (13)$$

2.5. Eredmények

2.5.1. A BUX részvények átlagos BLM értékei

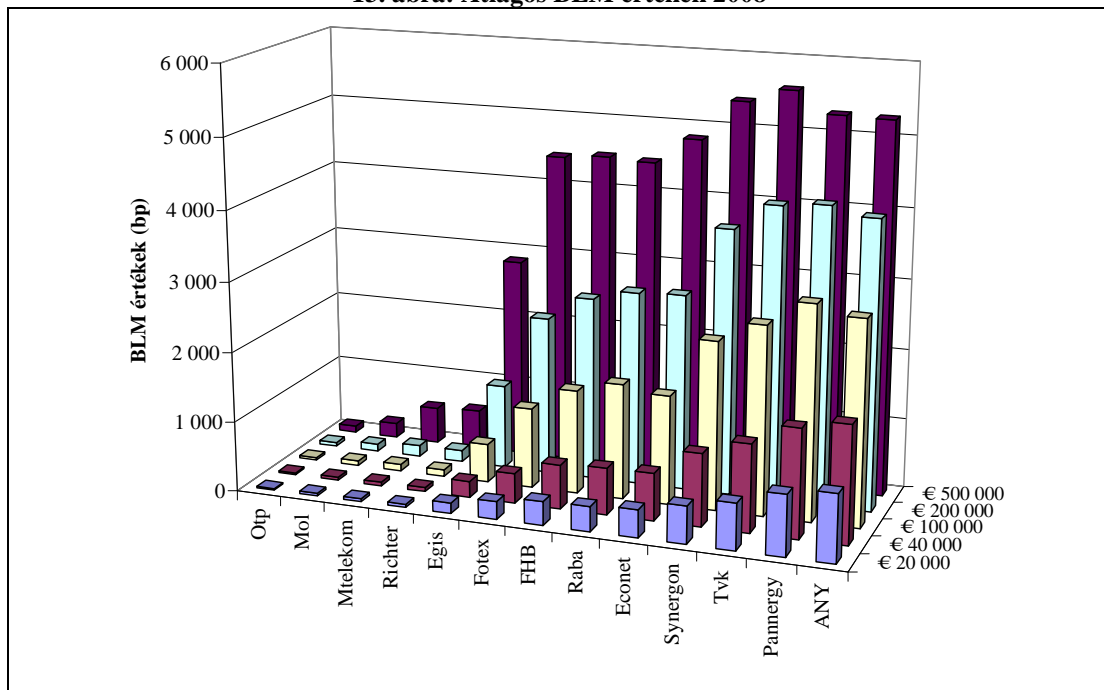
A befektetők szempontjából lényeges kérdés, hogy melyik részvény likvidebb, hiszen minél kisebb a BLM értéke, annál kisebb implicit költséget vállalnak az adott részvény vásárlásával/eladásával. A következő ábrák (12; 13; 14; 15) mutatják a BUX-ban szereplő részvények likviditási mértékeinek átlagos értékeit 2007-2010-es években. A 12. ábrán jól látszik, hogy a BLM értékek monoton növekvőek minden részvélynél, vagyis a BLM1 a legkisebb, míg a BLM5 mutatja a legnagyobb értéket. Továbbá az is szembetűnő, hogy a részvények között a BLM1 érték alapján kialakult sorrend nem azonos a BLM3 sorrendjével. Ez a jelenség annak tudható be, hogy az egyes részvények ajánlati könyve eltérő alakú lehet. Míg egyik részvélynél (például: FHB) az ajánlati könyv első néhány során van bent sok ajánlat, addig lehet, hogy egy másik részvény esetében (pl. TVK) az ajánlati könyv magasabb szintjein van bent sok. Így fordulhat az elő, hogy az FHB az első két kötési szinten likvidebb, mint a TVK. A többi évre vonatkozóan is hasonló eredményeket tapasztaltam.

12. ábra: Átlagos BLM értékek 2007



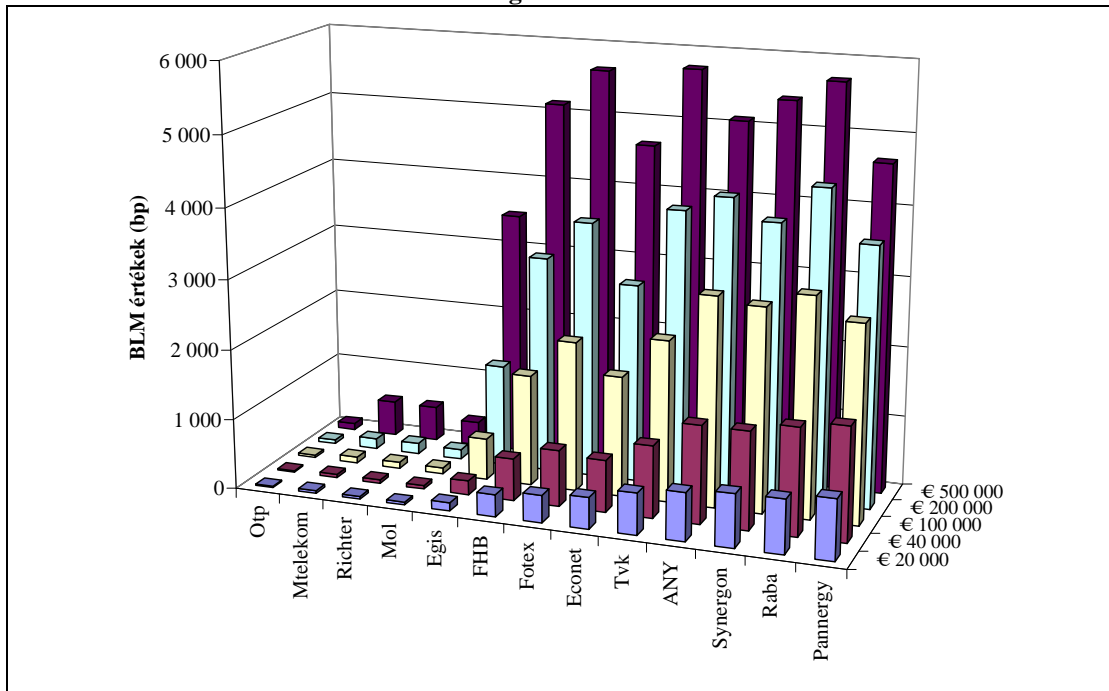
Forrás: saját szerkesztés

13. ábra: Átlagos BLM értékek 2008



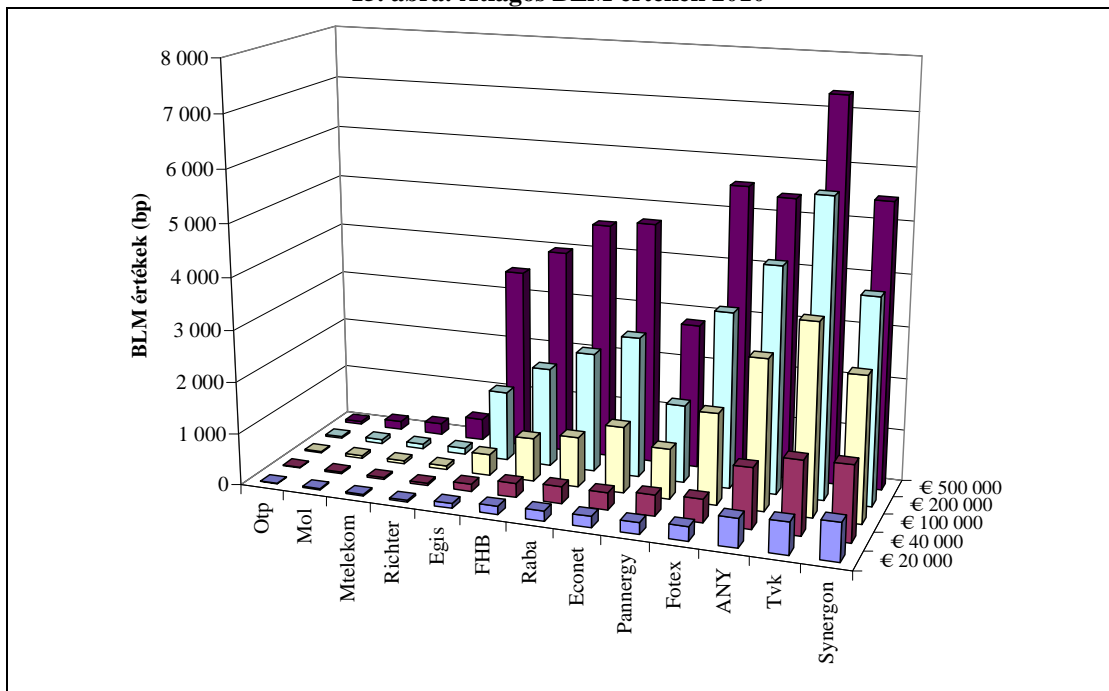
Forrás: saját szerkesztés

14. ábra: Átlagos BLM értékek 2009



Forrás: saját szerkesztés

15. ábra: Átlagos BLM értékek 2010



Forrás: Szerző, az ábra publikálásra került Gyarmati et al. (2010a), 505. old.

Befektetők számára a befektetési döntés elősegítése érdekében érdemes a vizsgált részvények BLM értékeit elhelyezni egy hőtésképen, mely egy táblázatba foglalva tartalmazza a különböző kötésszintekhez tartozó BLM értékeket. Minél nagyobb értéket vesz fel a BLM, annál sötétebb színezést kap az adott cella, ezzel elősegítve a könnyebb átláthatóságot, valamint a befektetők számára a gyors döntést a likviditást illetően.

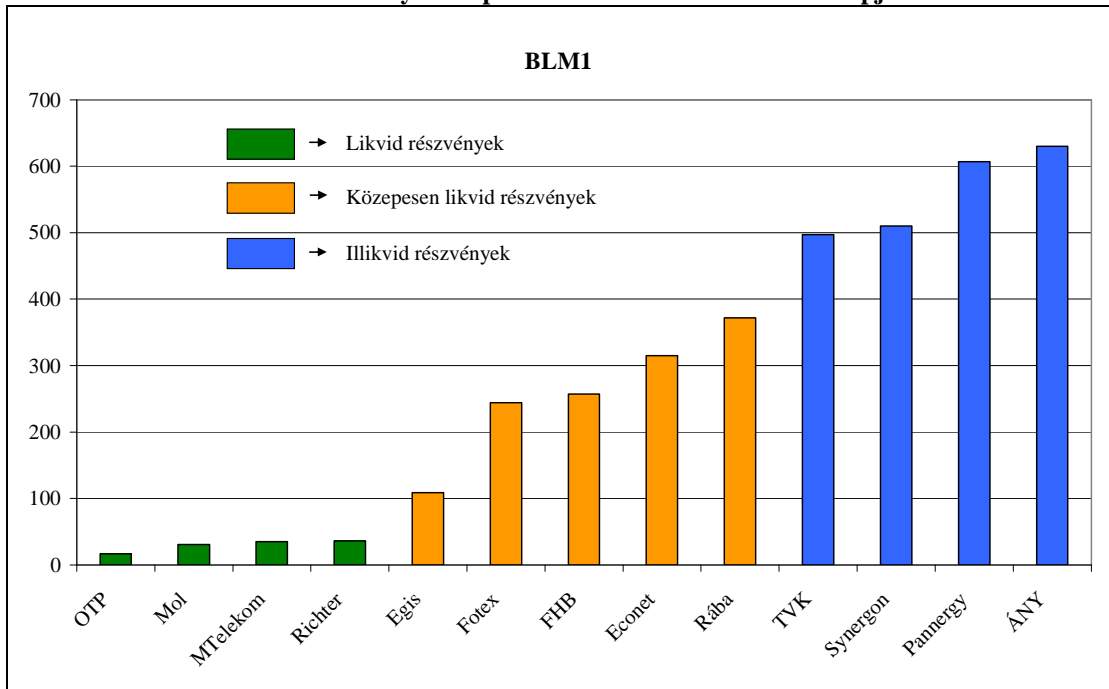
6. táblázat: Hőtésképe

<i>Hőtésképe</i>	BLM1	BLM2	BLM3	BLM4	BLM5
OTP	17	21	30	42	74
Mol	31	39	59	91	201
MTelekom	35	46	77	127	383
Richter	36	46	76	130	406
Egis	109	169	431	1046	2601
Fotex	244	444	1250	2302	4058
FHB	257	464	1214	2327	4116
Econet	315	512	1237	2279	4157
Rába	372	705	1563	2535	4109
TVK	497	937	2151	3521	5107
Synergion	510	954	2015	2975	4382
Pannergy	607	1088	2096	3030	4169
ÁNY	630	1172	2421	3547	4590

Forrás: Szerző, az ábra publikálásra került Gyarmati et al., (2010a), 507. old

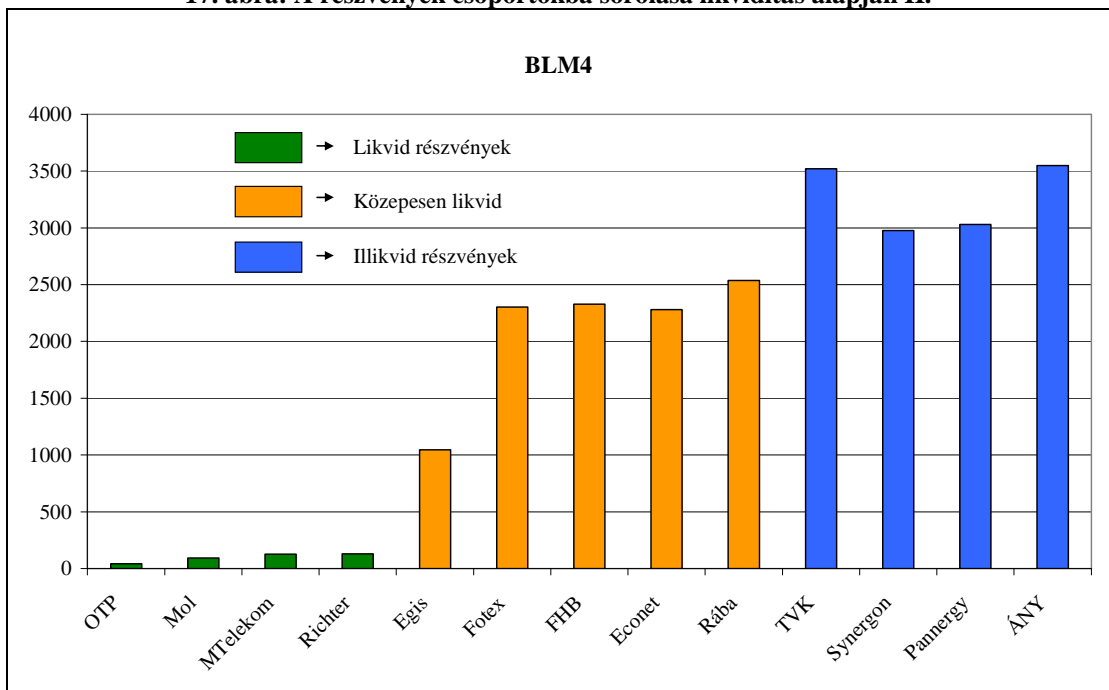
A hőtésképe alapján a részvényeket három csoportba sorolom likviditás szempontjából: likvid, közepesen likvid, illetve illikvid csoportba. Likvid részvénynek számít az a négy bluechip részvény, melyek a BLM1 szint alapján fehér színezést kaptak a hőtésképen, vagyis az OTP, MOL, MTelekom és a Richter. A közepesen likvid részvények meghatározásánál nem a BLM1 szintet vettem figyelembe, hiszen ott a hőtésképe nem mutatott jelentős színbeli eltérést. Ezért ebben az esetben a BLM4-es értékeket vettem alapul, és így alakult az ki, hogy a közepesen likvid részvények közé a következő részvények kerültek: Egis, Fotex, FHB, Econet, Rába. A többi részvényt pedig az illikvid kategóriába soroltam, vagyis illikvid a: TVK, Synergion, Pannergy és az ÁNy. A 16. és 17. ábra mutatja hőtésképeket azt a két oszlopát, melyek mentén a részvényeket csoportokra osztottam.

16. ábra: A részvények csoportokba sorolása a likviditás alapján I.



Forrás: saját szerkesztés

17. ábra: A részvények csoportokba sorolása likviditás alapján II.



Forrás: saját szerkesztés

2.5.2. A BLM értékekek öszefüggése más likviditási mutatókkal

A BLM előnye minden egyéb likviditási mutatóval szemben, hogy képes a likviditást az öszes statikus dimenzió (feszesség, mélység, szélesség) mentén mérni, és ezáltal pontosabb képet ad a piaci likviditási helyzetéről. Ebben az alponban azt vizsgálom meg, hogy mennyiben ad más eredményt a BLM, mint a gyakorlatban leggyakrabban használt likviditási mutatók, a bid-ask spread és a forgalom. A bid-ask spread a statikus dimenziók közül a feszesség dimenziójában tudja mérni a likviditást, míg a forgalom a statikus dimenziók közül a mélységet tudja mérni, valamint a dinamikus dimenziók közül az azonnaliság mérésére is alkalmazható.

A teljes időszakra (2007. január 1. – 2010. július 16.) vonatkozóan az egyes likviditási mutatók átlagos értékeit a 7. táblázat mutatja, melyben a részvények a BML1 alapján kialakult sorrend szerint láthatók. A teljes időszak átlagában látható, hogy az eltérő likviditási mutatók, eltérő sorrendet adnak a likviditásra vonatkozóan. Az eltérés a forgalmi adatok esetében tűnik jelentősnek, ugyanis abban az esetben mindhárom likviditási csoportban található eltérés a sorrendben, míg a bid-ask spread alapján csak a közepesen likvid és az illikvid csoportban található eltérés. Az eltérő sorrend véleményem szerint annak a következménye, hogy a mutatók eltérő dimenziókban mérik a likviditást.

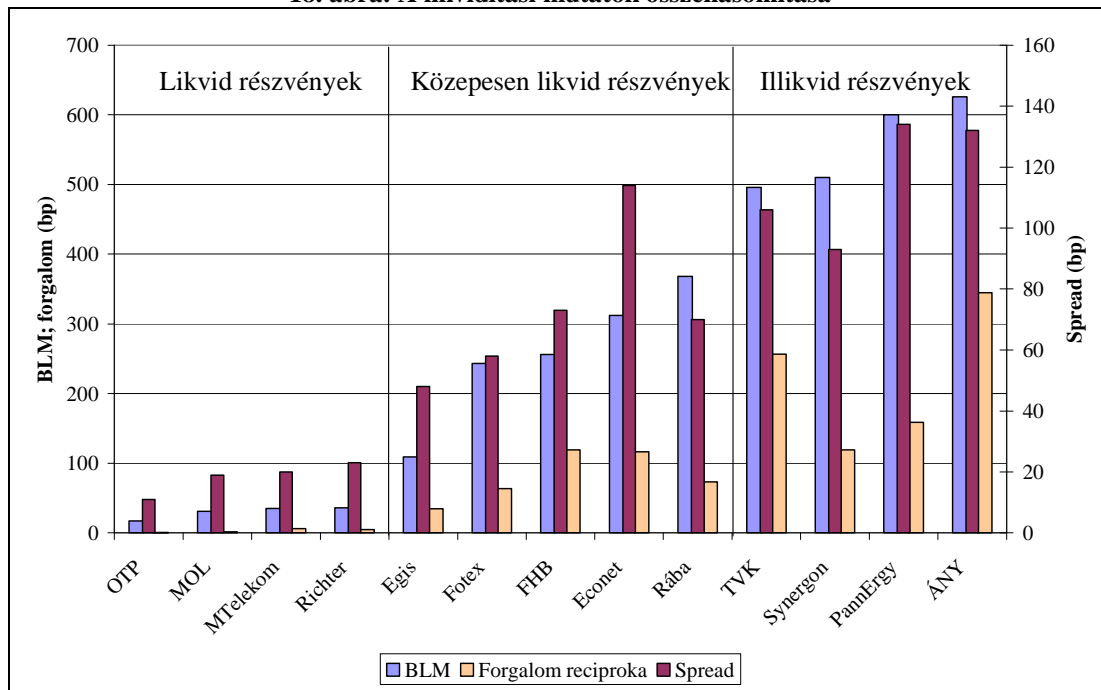
7. táblázat: A likviditási mutatók összehasonlítása
2007.01.01-2010.07.16 adatok átlagos értékei alapján

	Sorrend a BLM1 (bp) alapján		Sorrend a bid-ask spread (bp) alapján		Sorrend a forgalom (mHUF) alapján	
OTP	17	1.	11	1.	14 090	1.
MOL	31	2.	19	2.	6 450	2.
MTelekom	35	3.	20	3.	1 606	4.
Richter	36	4.	23	4.	2 140	3.
Egis	109	5.	48	5.	288	5.
Fotex	243	6.	58	6.	157	6.
FHB	256	7.	73	8.	84	9.
Econet	312	8.	114	11.	86	8.
Rába	368	9.	70	7.	137	7.
TVK	496	10.	106	10.	39	12.
Synergon	510	11.	93	9.	84	10.
PannErgy	600	12.	134	13.	63	11.
ÁNY	626	13.	132	12.	29	13.

Forrás: saját szerkesztés

A könnyebb érthetőség érdekében a 7. táblázat adatait a 18. ábra is szemlélteti, ahol a részvényeket ugyancsak a BLM1 szerint állítottam sorba. Az ábrán a forgalmi adatok helyett azok reciprokát ábrázoltam, mert így könnyebben szemléltethető a forgalmi adat egy ábrában a BLM1-gyel és a bid-ask spreaddel.

18. ábra: A likviditási mutatók összehasonlítása

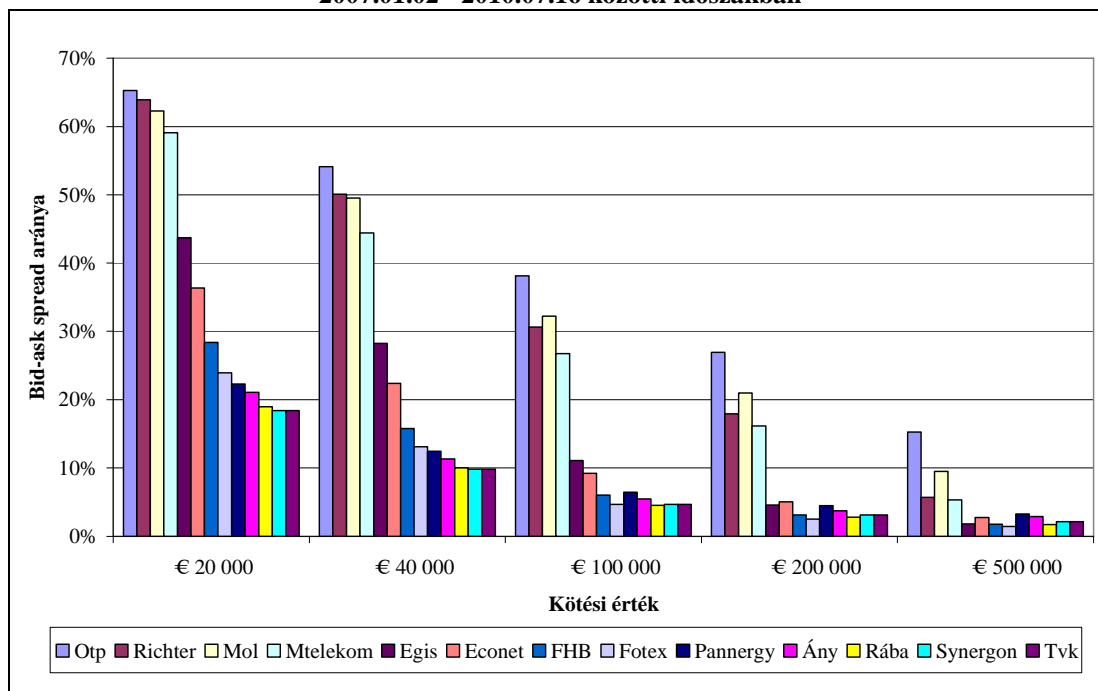


Forrás: saját szerkesztés

A 7. táblázat és a 18. ábra alapján az állapítható meg, hogy a likvid részvények csoportjában a bid-ask spread szerinti sorrend mintha kevésbé térne el a BLM által kialakult sorrendhez képest, mint a forgalom esetében. Ez annak a következménye, hogy a bid-ask spread a BLM egyik komponense, így természetesen hatással van a BLM értékére. A 7. táblázatban az is megfigyelhető, hogy minél kevésbé likvid egy részvény, annál kisebb részarányt képvisel a bid-ask spread arányaiban a BLM értékén belül, mivel annál jelentősebb nagyságú lesz a BLM értékén belül az árelmozdító hatás értéke.²⁷ Emiatt lesznek a sorrendek az illikvidebb kategóriákban eltérőek. A 19. ábra azt mutatja, hogy a BUX-ban szereplő részvények esetében mekkora részarányt képvisel a bid-ask spread az egyes BLM értékeken belül a különböző kötési szinteken, mely így megmutatja, hogy mely részvény esetében jelentős az áreltérítő hatás.

²⁷ $BLM = 2LP + APM_{ask} + APM_{bid} = \text{bid-ask spread} + \text{áreltérítő hatás az eladási oldalon} + \text{áreltérítő hatás a vételi oldalon}$.

19. ábra: A bid-ask spread átlagos aránya a BLM értékeken belül különböző kötési szinteken 2007.01.02 - 2010.07.16 közötti időszakban



Forrás: saját szerkesztés

Az ábrán az látszódik, hogy ha minél nagyobb kötési szinteket nézünk, akkor annál kisebb részarányt képvisel a spread a BLM értékén belül, és annál nagyobbat az áreltérítő hatás. Továbbá minél likvidebb részvényt nézünk, annál nagyobb a bid-ask spread aránya a BLM értékén belül. Emiatt a likvid részvények esetében a BLM és a bid-ask spread közel azonos sorrendet ad a részvények likviditására.

A közepesen likvid és illikvid részvények esetében érdekesség, hogy míg a BLM1 és a forgalom alapján a két nagy kategóriába való besorolás (közepesen likvid, illikvid) ugyanazt adja – bár a kategóriákon belül a sorrend eltér –, addig a spread alapján a kategóriába besorolás eltér. Például az Econet a közepesen likvid részvények csoportjába tartozik a BLM1 alapján, míg amennyiben a spread alapján döntenénk, és a befektetők által alkalmazott hüvelykujj-szabályokat alkalmaznánk, akkor illikvid kategóriába sorolnánk a részvényt.

Rangkorreláció segítségével megvizsgáltam, hogy a bid-ask spread vagy a forgalom esetében ad-e hasonló eredményt rangsor szempontjából a BLM1. Azt kaptam eredményül a Spearman-féle rangkorreláció kiszámítása során, hogy a BLM1 és a spread közötti rangkorreláció értéke 0,945, míg a BLM1 és a forgalom közötti rangkorreláció értéke 0,956. Vagyis annak ellenére, hogy az adatok alapján úgy látszik, mintha a BLM1 és a forgalom esetén kevésbé egyezne a rangsor – mivel több

helyen tér el – a számítások alapján azt kaptam, hogy a BLM1 és a spread alapján jobban eltér a rangsor. Ez annak a következménye, hogyha eltérés van a rangsorban a spread és a BLM1 esetében, ott jelentősebb az eltérés, mint a BLM1 és a forgalom esetében. Ez olyan esetekben jelenthet problémát, amikor a rangsor miatti eltérés azzal a következménnyel jár, hogy más likviditási csoportba sorolunk egy részvényt, mint például ahogy az Econet esetében történt.

Másik rangkorrelációs módszer segítségével is meghatároztam, hogy mennyiben ad azonos sorrendet a három mutató. Ez a módszer a Kendall-féle rangmódszer, mely segítségével a három mutatót egyszerre tudtam vizsgálni. Eredményül azt kaptam, hogy a mutató értéke 0,965, ami ugyanazt mutatja számunkra, mint a Spearman-féle rangkorreláció, vagyis hogy közel azonosnak mondható a sorrend a különböző mutatók alapján.

A teljes vizsgált időszak azonban tartalmazza a 2007/2008-ban kezdődő válság időszakát is. Emiatt érdemesnek tartottam felbontani az idősort válság előtti (2007.01.01-2008.10.16), válság alatti (2008.10.17-2009.04.03) és válság utáni (2009.04.04-2010.07.16) szakaszra,²⁸ és megvizsgálni, hogy a három különböző időszak során is ugyanaz mondható-e el a három mutató alapján alkotott sorrendről, mint a teljes időszak tekintetében. A 8. táblázat tartalmazza az egyes időszakokra a rangkorreláció értékeit.

8. táblázat: Rangkorreláció

Módszer	Mutatók	teljes időszak	válság előtt	válság alatt	válság után
Spearman-féle rangkorreláció	BLM-spread	0,945	0,956	0,907	0,896
	BLM-forgalom	0,956	0,967	0,775	0,934
Kendall-féle rangmódszer	BLM-spread-forgalom	0,965	0,982	0,896	0,918

Forrás: saját szerkesztés

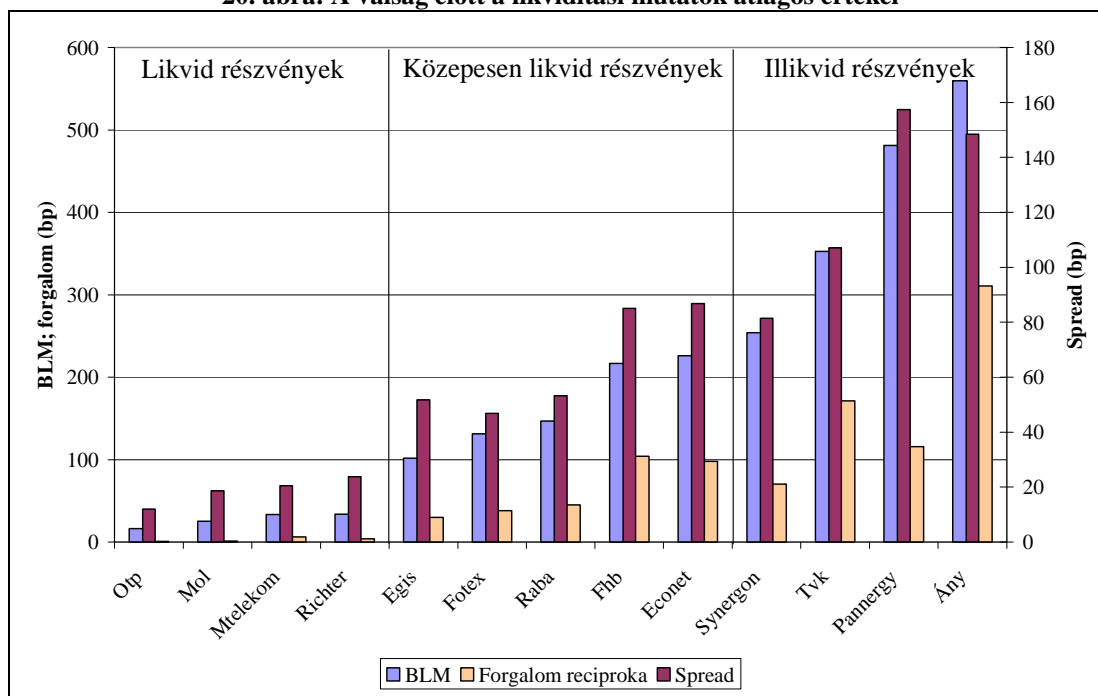
A Spearman-féle rangkorreláció alapján megállapítható, hogy a válság előtt, illetve után is szorosabb volt a kapcsolat a BLM1 és a forgalom között kialakult rangsorban, mint a BLM1 és a spread között – bár mindkettő szorosnak volt mondható. Azonban a válság során ez megfordult, és a kapcsolat szorossága jelentősen csökkent a BLM1 és a forgalom között, míg a spread és a BLM1 között

²⁸ Az időszakokra bontást boxplot ábra segítségével, illetve strukturális törés vizsgálatával hajtottam végre, melyet részletesen a IV/2.4.4 alfejezetben mutatok be.

nem csökkent olyan jelentősen. Ez azzal járt együtt, hogy a spread és a BLM1 által adott rangsor között szorosabb lett a kapcsolat, mint a forgalom és a BLM1-hez képesti rangsor között.

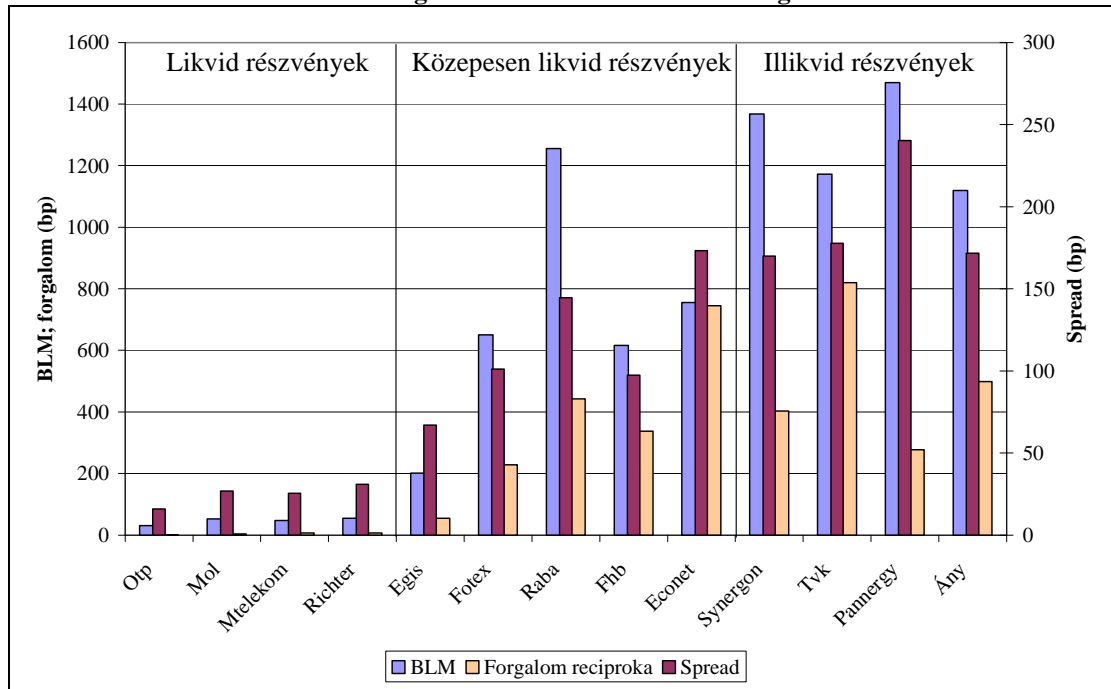
Kendall-féle rangmódszer által kiszámított korrelációs mutató esetében is az tapasztalható, hogy a válság során a kapcsolat szorossága csökken, mely a válságot követően ismét erősödött. Ezen jelenség megértéséhez érdemes megnézni a kialakult rangsort a három vizsgált időszakban, amit a következő három ábra (20-22. ábra) mutat. Az ábrákon a teljes idősor BLM1 sorrendje alapján állítottam sorba a részvényeket. Ezt annak érdekében tettem, hogy látható legyen, hogy az egyes időszakokban a részvények csoportokba sorolása megváltozhat, és emiatt fontos lehet gyakran felülvizsgálni, hogy melyik részvény melyik likviditási csoportba tartozik. Ilyen például a válság során a Rába, mely az illikvid részvények csoportjába tartozott volna, a közepesen likvid helyett. Továbbá az is látszódik az ábrákból (20-22. ábrák), hogy eltérő mutatók alapján eltérő likviditási csoportba sorolnánk részvényeket, ahogy azt a teljes vizsgált időszak esetében is tettük például az Econet során.

20. ábra: A válság előtt a likviditási mutatók átlagos értékei



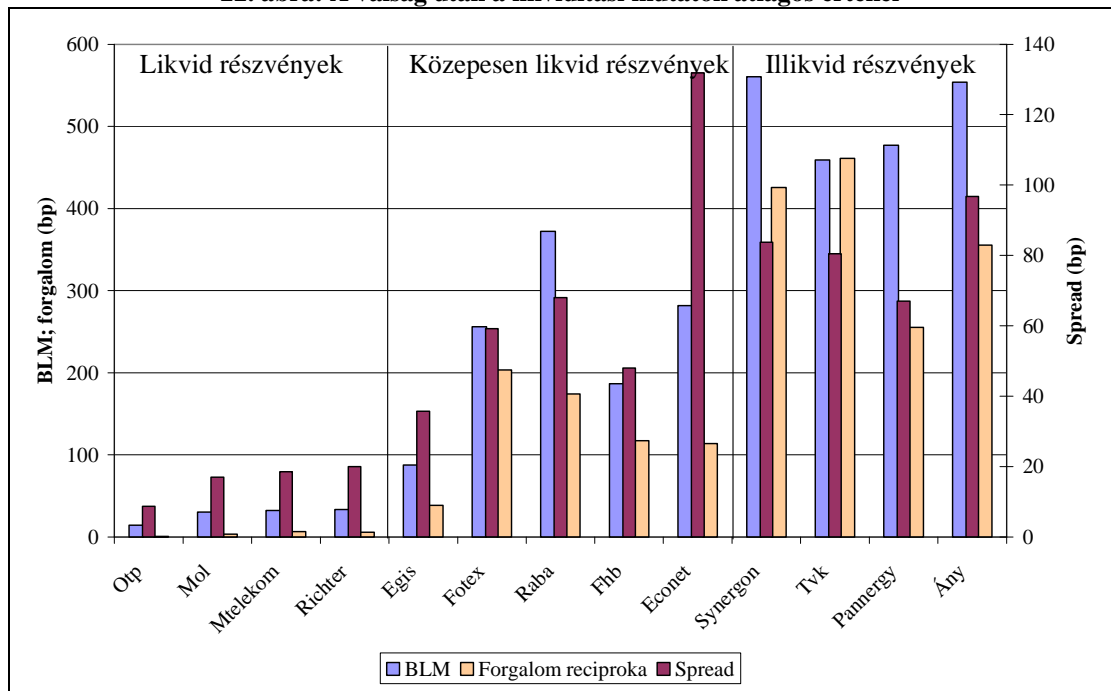
Forrás: saját szerkesztés

21. ábra: A válság alatt a likviditási mutatók átlagos értékei



Forrás: saját szerkesztés

22. ábra: A válság után a likviditási mutatók átlagos értékei



Forrás: saját szerkesztés

A fenti ábrák adatait a 9. táblázat foglalja össze. A táblázatban látszódik, hogy a 2007/2008-as jelzalogpiaci válságból kiinduló gazdasági válság hogyan hatott a likviditási mutatók értékeire. *Az látható, hogy a válság következményeként 2008-ban a BLM és a spread értéke is jelentősen megnőtt, mely néhány esetben nem csökkent vissza a válság előtti szintjére.* A forgalmi adatokon ugyanez látszódik, vagyis *a válság során visszaesett a forgalom minden részvény esetében.* Azonban míg a BLM1 és a bid-ask spread csak néhány esetben nem tért vissza a válság előtti szintre, addig a forgalom adatok esetében az figyelhető meg, hogy *az OTP és az MTelekom kivételével egyik részvény forgalma sem állt vissza a válságot megelőző szintre.* A táblázatban azon részvények adott mutatói kerültek kiemelésre, melyek likviditása a válságot követően nem állt vissza a válság előtti szintre.

9. táblázat: Likviditási mutatók átlagos értékei

	BLM1 (bp)			Spread (bp)			Forgalom (mHUF)		
	válság előtt	válság alatt	válság után	válság előtt	válság alatt	válság után	válság előtt	válság alatt	válság után
OTP	16	30	14	12	16	9	13 405	9 666	16 497
MOL	25	53	30	19	27	17	9 763	2 958	3 038
MTelekom	33	48	32	21	25	19	1 691	1 599	1 485
Richter	34	55	33	24	31	20	2 523	1 599	1 801
Egis	102	201	88	52	67	36	333	185	261
Fotex	131	651	256	47	101	59	263	44	49
Rába	147	1255	372	53	145	68	221	23	57
FHB	217	617	186	85	97	48	96	30	85
Econet	226	755	282	87	173	132	102	13	88
Synergon	254	1368	560	81	170	84	142	25	24
TVK	353	1172	459	107	178	80	58	12	22
Pannergy	481	1470	477	157	240	67	87	36	39
ÁNy	559	1119	554	148	172	97	32	20	28

Forrás: saját szerkesztés

Összességében tehát a 20-22. ábra és a 9. táblázat alapján azt állapíthatjuk meg, hogy rangkorreláció vizsgálata során a kapcsolat szorosnak mondható a likviditási mutatók által kialakult rangsor tekintetében. Azonban a sorrendben vannak olyan eltérések, melyek fontosak lehetnek egy befektetési döntés során. Ilyen például, amikor az eltérő sorrend miatt eltérő likviditási csoportba sorolunk egy-egy részvényt. Ez a jelenség csak a közepesen likvid és az illikvid kategóriákban jelentkezik. A likvid részvények, vagyis a négy bluechip részvény esetében, mindhárom likviditási mutató alapján likvidnek mondhatóak a részvények. Ebből az

következik, hogy amennyiben a négy bluechip részvényt nézzük, akkor a piaci szereplők által alkalmazott hüvelykujj-szabályok, nevezetesen az, hogy a bid-ask spread-et és a forgalmat nézik, mint likviditási mutatót, jellemzően jó eredményre vezetnek a tekintetben, hogy a likvid csoportba sorolják a részvényeket. Azonban a másik két kategóriába való sorolásnál ez már nem mondható el.

Másik fontos következtetés, hogy válság során a rangkorreláció csökken, vagyis még inkább növeli a besorolás pontatlanságát, ha nem a megfelelő mutató alapján soroljuk be likviditási csoportba a részvényt.

A 7. táblázat és a 9. táblázat alapján egy további érdekességet is meg lehet figyelni, vagyis azt, hogy az egyes részvények egymáshoz viszonyított likviditása nagyon eltér a különböző mutatók esetében. A négy bluechip részvényt vizsgálva a 10. táblázat mutatja ezt az eltérést. Látható például, hogy míg az OTP a BLM1 alapján 1,82-szer likvidebb, mint a MOL, addig a forgalmi adatok alapján ez már 2,18-szoros. Ami még jelentősebb, az OTP közel 2-szer likvidebb, mint a MTelekom BLM szempontból, míg ha a forgalmat vesszük, akkor az OTP közel 9-szer likvidebbnek tűnik.

10. táblázat: Részvények egymáshoz viszonyított likviditása

	BLM1	Spread	Forgalom
OTP-MOL	182%	173%	218%
OTP-MTelekom	206%	182%	877%
OTP-Richter	212%	209%	658%
MOL-MTelekom	113%	105%	402%
MOL-Richter	116%	121%	301%
MTelekom-Richter	103%	115%	75%

Forrás: saját szerkesztés

Ez azért lényeges, mert ha a likviditás alapján dönti el egy kereskedő, hogy mekkora pozíciót vegyen fel az egyes részvényekben, akkor nem mindegy, hogy melyik mutató szerint nézi az arányt. Vagyis a BLM alapján kétszer akkora pozíciót venne fel az OTP-ből, mint az MTelekomból, míg a forgalom alapján kilencszer akkora pozíciót alakítana ki.

Fontos megnézni tehát, hogy a három likviditási mutató között milyen szoros a kapcsolat, hiszen annak ellenére, hogy likviditás szempontjából közel azonosan sorolják be a részvényeket, az még nem feltétlenül jelenti azt, hogy az egyes likviditási mutatók között szoros kapcsolat van.

2.5.2.1. A likviditási mutatók együttmozgása

A három likviditási mutató összehasonlítása során érdekesnek tartottam megnézni a korrelációt a három mutató között, vagyis megnézni azt, hogy milyen szoros a kapcsolat közöttük.

**11. táblázat: Likviditási mutatók korrelációja
2007.01.02-2010.07.16 között**

Korreláció a likviditási mutatók között		
	BLM1-Spread	BLM1-forgalom
OTP	0,911	-0,092
Mol	0,884	-0,273
Richter	0,746	-0,241
MTelekom	0,919	-0,178
Egis	0,838	-0,328
Fotex	0,794	-0,313
Rába	0,736	-0,213
FHB	0,557	-0,099
Econet	0,738	-0,239
Synergon	0,648	-0,297
Pannergy	0,554	-0,095
TVK	0,694	-0,273
ÁNy	0,521	-0,105

Forrás: saját szerkesztés

A táblázat alapján megállapítható, hogy a BLM és a spread között erős pozitív kapcsolat van, azonban minél kevésbé likvid egy részvény annál gyengébb a kapcsolat.

A forgalom és a BLM között gyenge negatív kapcsolat van. Vagyis amikor alacsony/nagy a forgalom a piacon nem jelzi jól, hogy a BLM vagy a spread alapján is alacsony/nagy lenne a likviditás a piacon. Vagyis azt a következtetést lehet levonni a 11. táblázat alapján, hogy a BLM és a spread hasonló eredményt ad a likviditásra vonatkozóan napi adatok alapján, azonban a forgalom jelentősen eltérő eredményt szolgáltat a számunkra. Ebből kifolyólag a 2.5.2.2 alfejezetben majd részletesebben megvizsgálom, hogy napon belüli adatok esetében is milyen a kapcsolat a BLM és a forgalmi adatok között. Előtte azonban bemutatom, hogy a válság előtt, alatt és után miként változott a kapcsolat a BLM és a spread, illetve a BLM és a forgalom között. Lineáris regresszió segítségével azt nézem meg, hogy mekkora magyarázóerővel bír a

spread és a forgalom a BLM-re vonatkoztatva a három különböző időszakban. A vizsgálatot egy likvid (OTP), egy közepesen likvid (Egis) és egy illikvid (Pannergy) részvény esetében néztem meg. Eredményül azt kaptam, hogy a spread a forgalomhoz képest nagyobb magyarázó erővel bírt a BLM-re vonatkozóan, amit a 12. táblázat mutat. A táblázat az R-négyzet értékeket tartalmazza. A táblázatban az figyelhető meg, hogy a válság során mindhárom részvény esetében csökkent a magyarázó erő, ami a likvid és a közepesen likvid esetében nem tért vissza a válság előtti szintre. Ráadásul az OTP esetében a válságot követően a forgalom már egyáltalán nem bírt szignifikáns magyarázó erővel a BLM-re vonatkozóan. Továbbá az is látható az adatokban, amit a 11. táblázatban is meg tudtunk figyelni, hogy minél kevésbé likvid egy részvény, annál kisebb a bid-ask spread magyarázó ereje. Ez a jelenség a forgalom esetében nem mondható el, ott ugyanis a közepesen likvid részvény esetében nagyobb a magyarázó erő a válság előtt és után, míg válság ideje alatt a likvid részvénytől nagyobb – bár egyik esetben sem mondható jelentősnek ez a magyarázó erő.

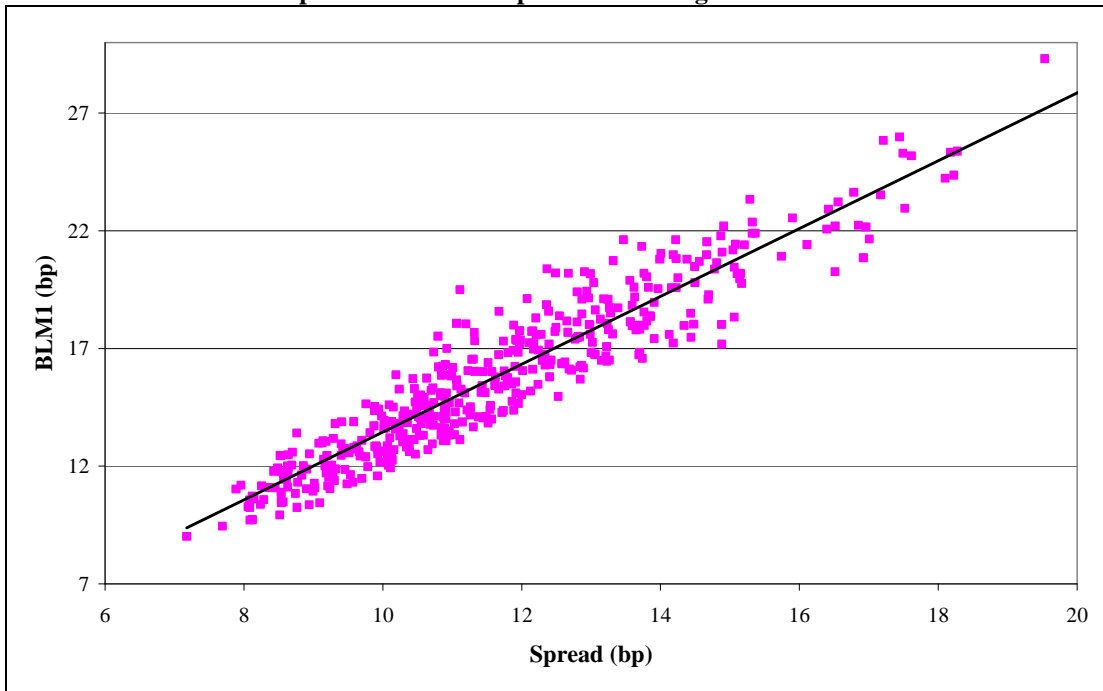
12. táblázat: A spread és a forgalom magyarázó ereje

R-négyzet	Spread-BLM			Forgalom-BLM		
	OTP	Egis	Pannergy	OTP	Egis	Pannergy
Válság előtt	0,924	0,766	0,421	0,019	0,126	0,007
Válság alatt	0,899	0,654	0,111	0,124	0,081	0,012
Válság után	0,875	0,674	0,641	0,002	0,159	0,020

Forrás: saját szerkesztés

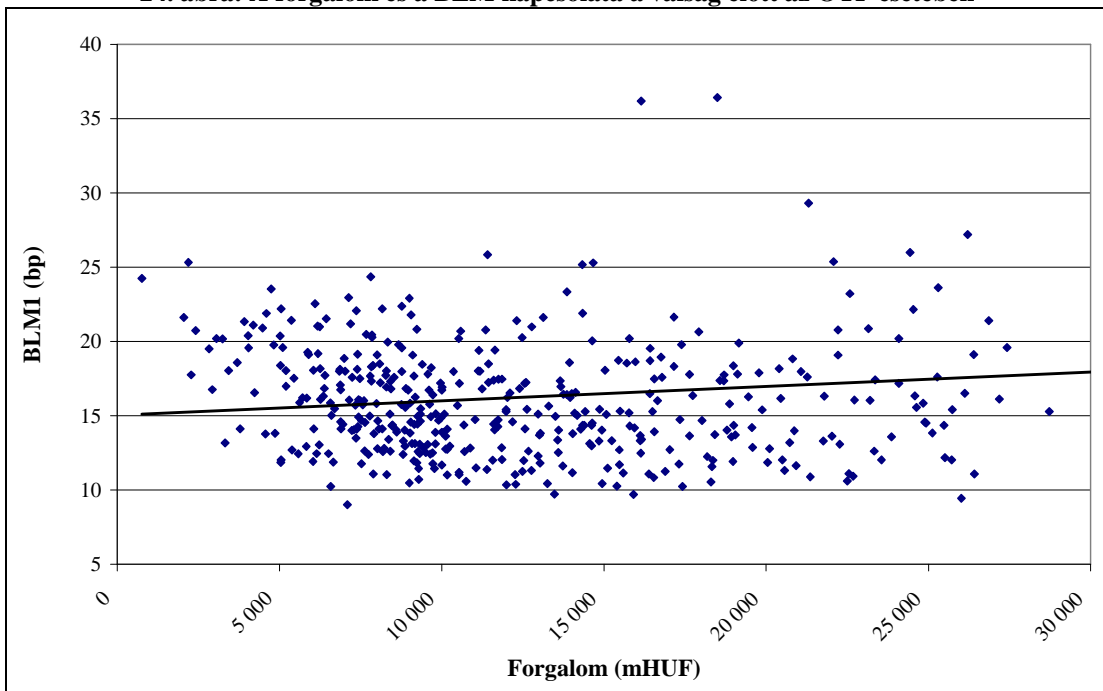
A 23-24. ábra mutatja az OTP esetében a lineáris regresszió eredményét a válságot megelőzően a bid-ask spread, és a forgalom esetében. A másik két részvény eredménye hasonlóképpen néz ki, ezért ezek ábrázolásától eltekintettem.

23. ábra: A spread és a BLM kapcsolata a válság előtt az OTP esetében



Forrás: saját szerkesztés

24. ábra: A forgalom és a BLM kapcsolata a válság előtt az OTP esetében



Forrás: saját szerkesztés

Az ábrákon is jól látszódik, hogy a spread és a BLM között szoros a kapcsolat, míg a forgalom és a BLM között nem. Attól függetlenül azonban, hogy a mutatók között a kapcsolat nem szoros érdemes megnézni, hogy a mutatók változására mi jellemző, vagyis amikor nagy emelkedés vagy csökkenés van a bid-ask spreadben, vagy a forgalomban, akkor a BLM értékére mi a jellemző. Így megvizsgáltam, hogy a spread változása, illetve a forgalom változása mennyiben magyarázza a BLM változását.

A vizsgálatot mindhárom időszakra elvégeztem. Az eredményeket a 13. táblázat tartalmazza, ahol most az illikvid részvények csoportjából egy másik részvényt, a Synergont választottam a Pannergy helyett. Az eredményeknél vastaggal kiemeltem azokat az értékeket, ahol nem szignifikáns a kapcsolat.

13. táblázat: A Δ spread és a Δ forgalom magyarázó ereje

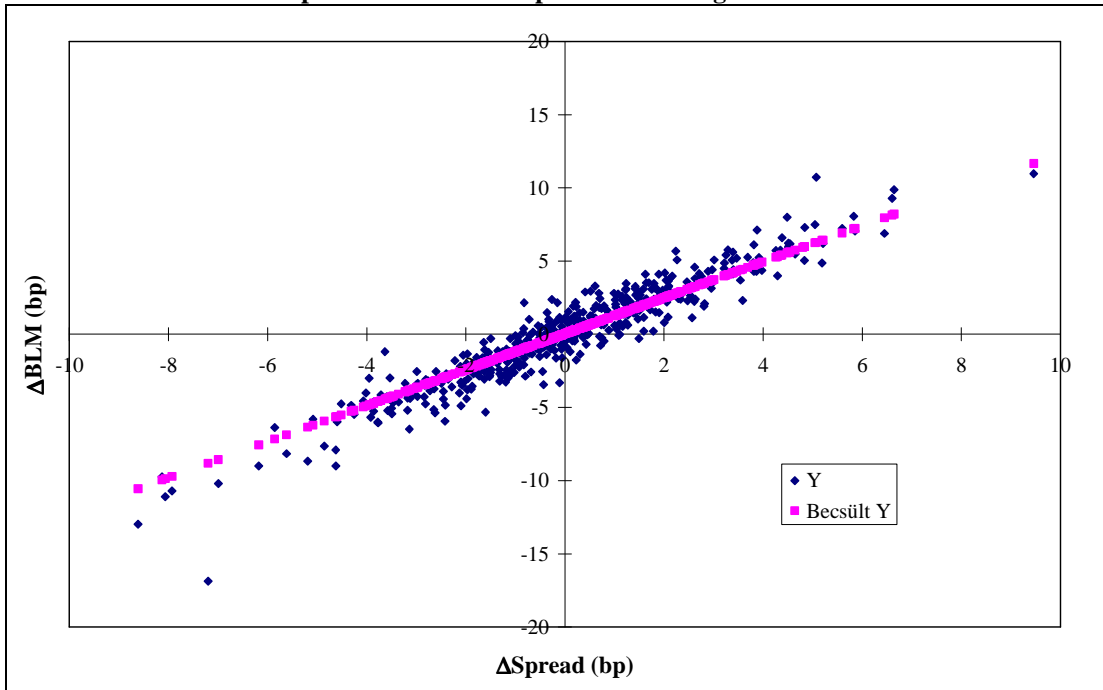
R négyzet	Δ spread- Δ BLM			Δ forgalom - Δ BLM		
	OTP	EGIS	Synergon	OTP	EGIS	Synergon
Válság előtt	0,925	0,401	0,000	0,000	0,024	0,004
Válság alatt	0,846	0,476	0,041	0,005	0,145	0,003
Teljes időszak	0,876	0,402	0,021	0,000	0,036	0,001

Forrás: saját szerkesztés

Az eredményekből az látszódik, hogy a likvid és az illikvid részvények esetében a forgalom változása egyik időszakban sem képes szignifikánsan magyarázni a BLM változását. A közepesen likvid részvény esetében igen, bár ott sem volt erős a kapcsolat.

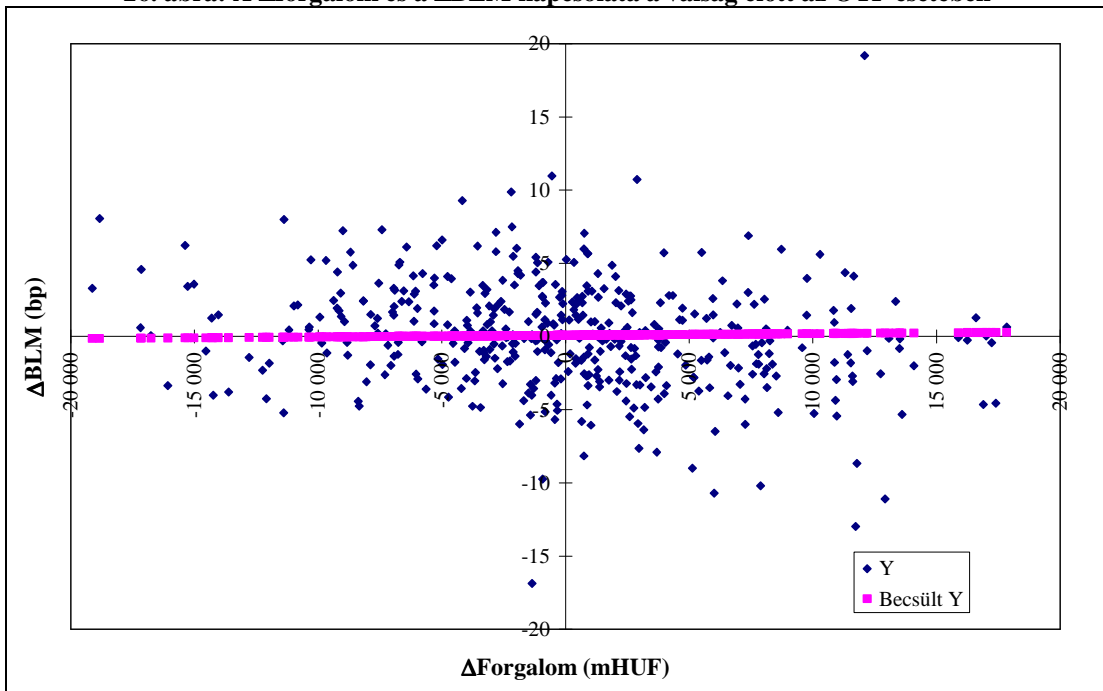
A spread változásának magyarázó ereje viszont a részvények likviditásával csökken, vagyis minél inkább illikvid egy részvény, a spread változása annál kevesebbet magyaráz a BLM változásából. Ez a már előzőekben bemutatott indoknak köszönhető, vagyis annak, hogy minél illikvidebb egy részvény, annál kisebb részarányt képvisel a bid-ask spread a BLM értékén belül. Az eredményeket ábrán is szemléltetem az OTP esetében a válság előtti időszakra, amit a 25. és 26. ábra mutat.

25. ábra: A Δ Spread és a Δ BLM kapcsolata a válság előtt az OTP esetében



Forrás: saját szerkesztés

26. ábra: A Δ forgalom és a Δ BLM kapcsolata a válság előtt az OTP esetében



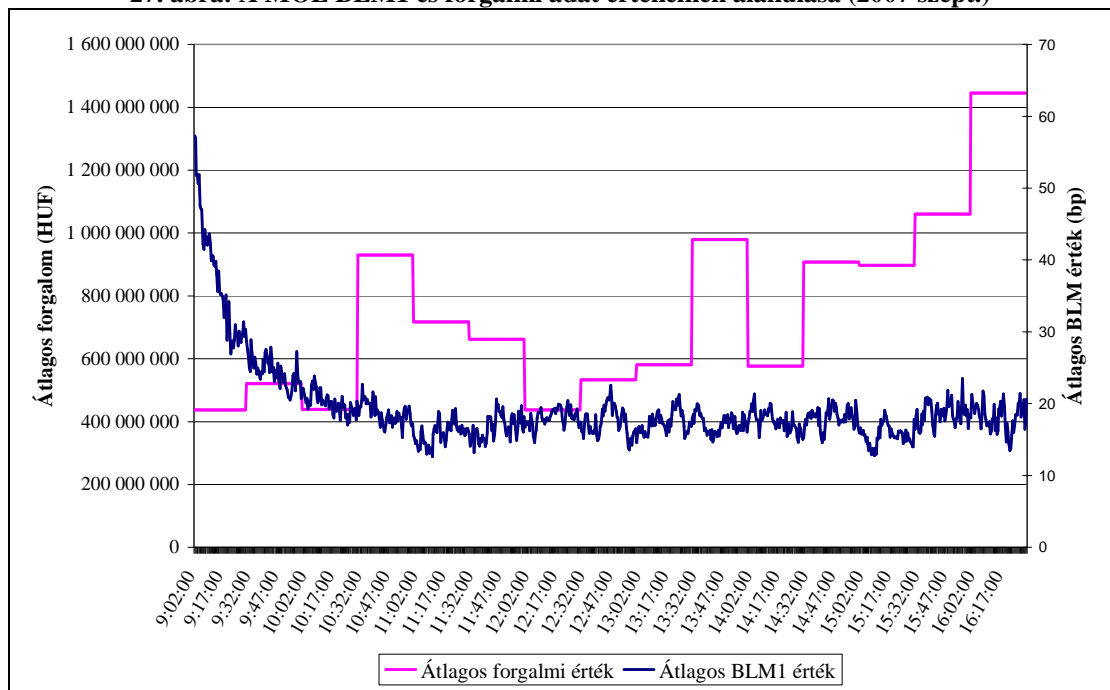
Forrás: saját szerkesztés

2.5.2.2. A likviditás és a forgalom kapcsolata napon belül

A forgalom és a BLM kapcsolatának tekintetében előzetesen azt várnánk, hogy minél nagyobb forgalmú egy részvény, annál kisebb BLM értékkel rendelkezik, vagyis annál jobb befektetésnek tűnik likviditás szempontjából. Napi adatok esetében láttuk, hogy a kapcsolat a két mutató között gyenge, azonban érdemes azt is megvizsgálni, hogy napon belül hogyan érvényesül ez a jelenség, vagyis ha egy részvény BLM értéke alacsony a nap során, akkor ezzel egy időben magas forgalommal rendelkezik-e.

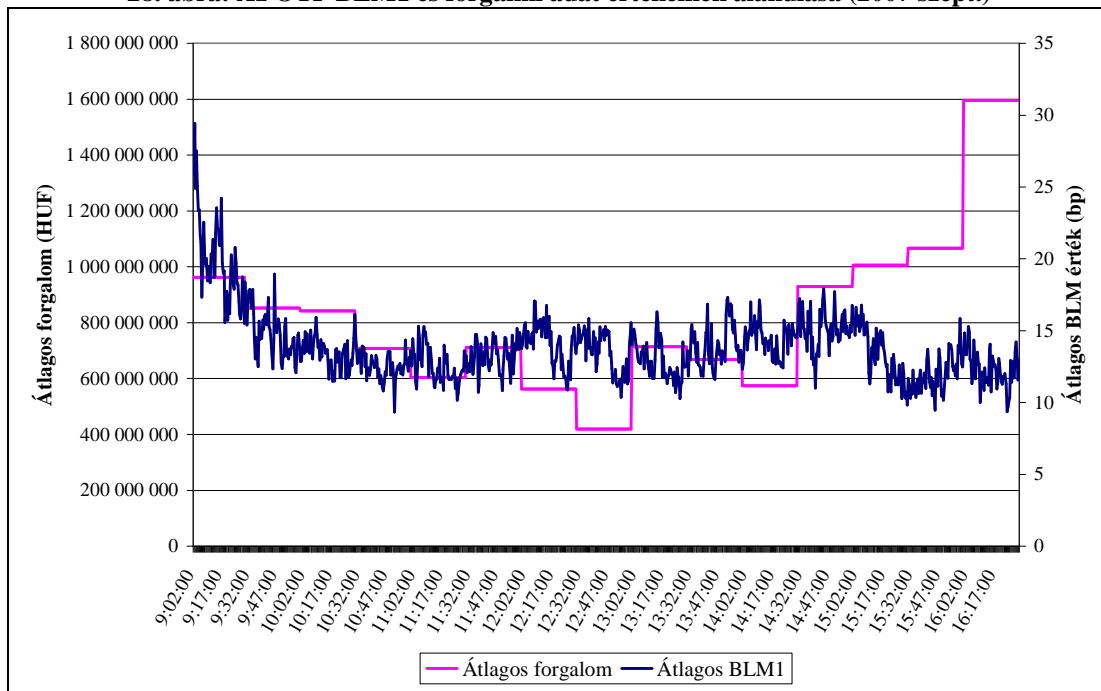
Ezt a vizsgálatot a négy bluechip részvényen végeztem el, 2007 szeptemberének átlagos napon belüli forgalmi és BLM adatai alapján, melyet a 27-30. ábrák mutatnak. Az átlagos értékek úgy kerültek kiszámolásra, hogy minden egyes nap ugyanazon másodpercéhez tartozó BLM és forgalmi adatok átlagát vettem 2007 szeptemberének minden olyan napján, amikor volt kereskedés a BÉT-en.

27. ábra: A MOL BLM1 és forgalmi adat értékeinek alakulása (2007 szept.)



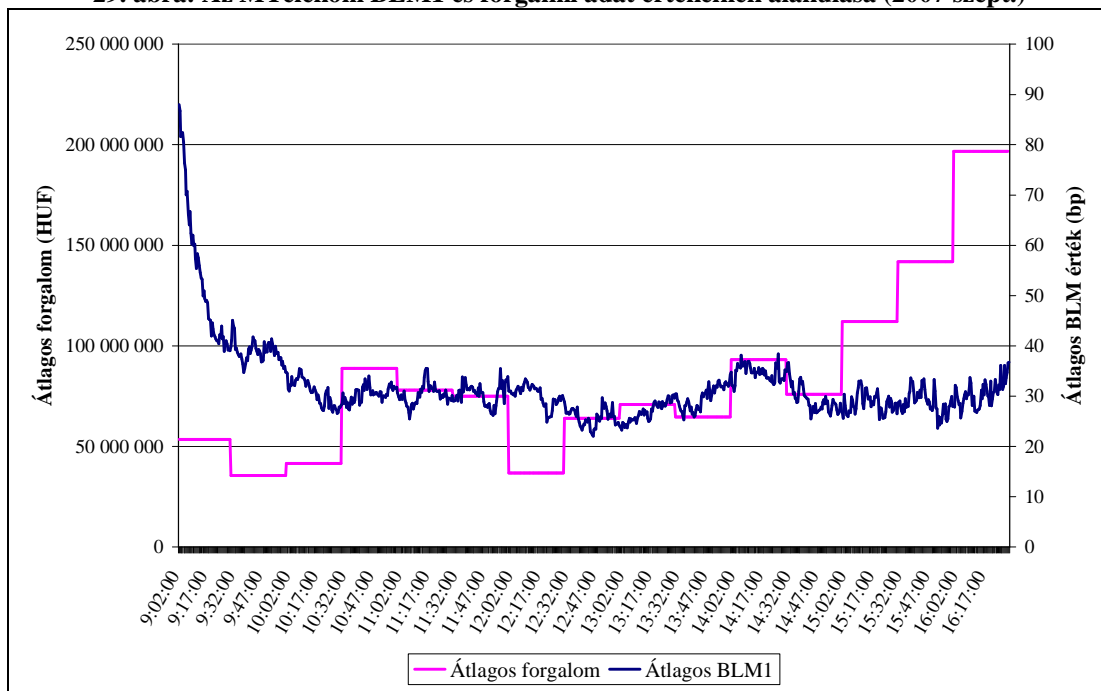
Forrás: saját szerkesztés

28. ábra: Az OTP BLM1 és forgalmi adat értékeinek alakulása (2007 szept.)



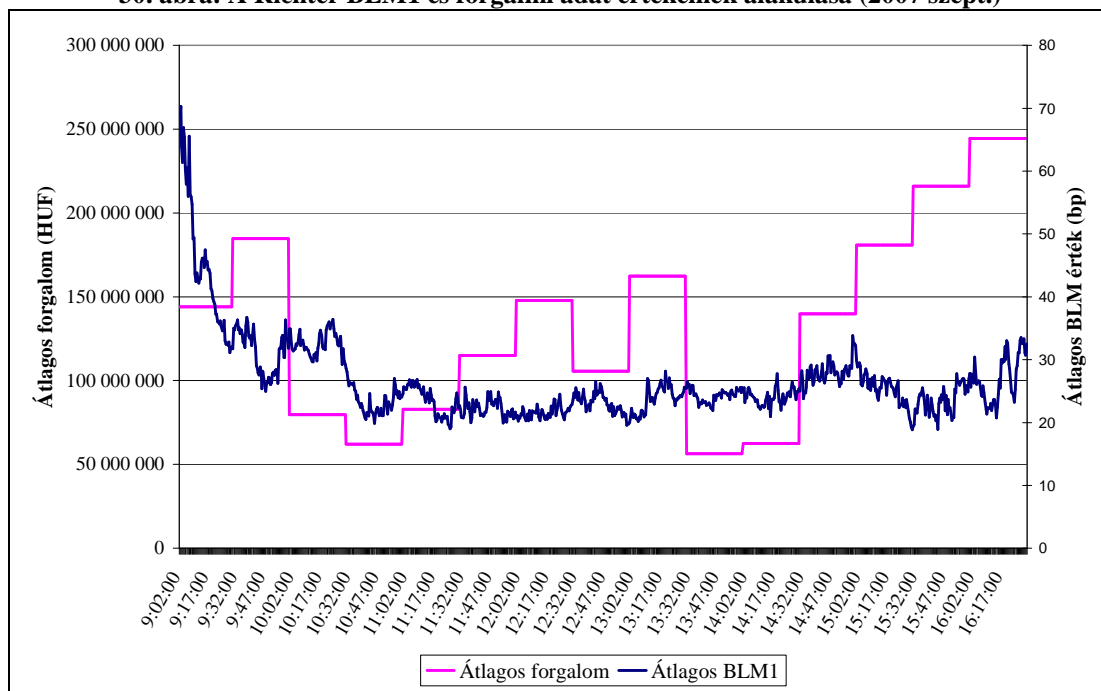
Forrás: saját szerkesztés

29. ábra: Az MTelekom BLM1 és forgalmi adat értékeinek alakulása (2007 szept.)



Forrás: saját szerkesztés

30. ábra: A Richter BLM1 és forgalmi adat értékeinek alakulása (2007 szept.)



Forrás: Saját szerkesztés

A 2007. szeptemberi adatokból számolt napon belüli átlagos értékek korántsem támasztják alá azt a hipotézist, hogy a BLM által mért likviditás együtt mozog a forgalommal. Nem teljesül a tendencia, hogy a magasabb forgalom együtt jár az alacsony BLM értékkel.

A piaci szereplőkkel készített interjúsorozatok során (Szűcs és Váradi, 2012) azt tapasztaltuk, hogy a piaci szereplők hüvelykujj-szabályként úgy tekintenek a napon belüli forgalom alakulásra, mintha az egy „U” alakzat szerint alakulna, vagyis a nap elején és a végén magasabb, mint a nap során. Ez az „U” alakzat azonban egyedül az OTP részvényénél figyelhető meg, a többi részvény esetében csak a nap végi növekvő forgalom látszik, mely mind a négy részvényénél az amerikai tőzsde nyitásához köthető. Magyar idő szerint 15:30-kor nyit ki az amerikai tőzsde, mely jelentős forgalmat generál a BÉT-en a kereskedés utolsó órájában. Míg a forgalmi adatokon érződik ez a hatás, a BLM értékére mindez nincs hatással. Míg a forgalom növekedésével a likviditásnak növekednie kellene, ez nem tükröződik a mutatóban.

Továbbá az ábrákon még az is látszik, hogy a nyitás után egy órával a kereskedés aktivitása alacsony, 10 óra körül indul be a kereskedés, így a nyitás utáni egy óra nem tekinthető a napi átlagos kereskedelemre jellemzőnek, így az ottani BLM1 adatok nem nyújtanak megbízható információt a likviditásra vonatkozóan. Továbbá

azért is lehetséges, hogy a BLM1 értékek azért magasabbak a napi kereskedés első egy órájában, mert a befektetők ekkor építik fel az ajánlataikkal az ajánlati könyvet. Ezek alapján elmondható, hogy a forgalom és a BLM adatok között nincs erős kapcsolat napon belül sem.

Ez az eredmény fontos a „day trader”-ek számára (vagyis azoknak, akik egy napon belül nyitott pozíciót legkésőbb még ugyanazon a kereskedési napon lezárják), mivel amennyiben a forgalom alapján szeretnék eldönteni a nap elején, hogy likvid-e a részvény vagy sem, nem biztos, hogy jó eredményre jutnak. Ugyanis a 27-30. ábrák alapján van olyanra is példa, hogy magas forgalom mellett alacsony a likviditás (OTP, Richter), illetve arra is van példa, hogy alacsony forgalom mellett alacsony a likviditás (MOL, MTelekom). Vagyis a nap eleji magas forgalom nem járt együtt azzal, hogy az ajánlati könyv gyorsabban felépült volna, és ezáltal likvidebb lett volna az adott részvény.

2.5.3. Volatilitás és likviditás kapcsolata

A klasszikus Markowitz-féle portfólió elméletben (Markowitz, 1952) a szórás-hozam térben optimalizál minden befektető, annak érdekében, hogy a maximális hasznosságot éri el. Markowitz szerint, amennyiben feltételezhetjük azt, hogy a hozamok eloszlása normális, akkor elég ismernünk a várható értéket, és a szórást, és ez alapján a befektetők végre tudják hajtani az optimalizálást (Bélyácz, 2009, 2011). Azonban egy lényeges tényezőt figyelmen kívül hagy a modell, nevezetesen azt, hogy nem tudunk a középárfolyamon kereskedni a termékkel. Vagyis a likviditás hiányából fakadó tranzakciós költséggel nem számol. Amennyiben figyelembe vesszük ezt a járulékos tranzakciós költséget, akkor már nemcsak egy hasznosság maximalizálási problémát kell megoldaniuk a befektetőknek a szórás-hozam térben, ahol minél nagyobb hozam elérésére a cél, adott kockázat mellett (Riecke et al., 1985), hanem ezzel egy időben a felmerülő költségeket is minimalizálni szeretnék. Egy ilyen komplex feladat megoldásához szükség van arra, hogy ismerjük a likviditás viszonyát a szóráshoz és a hozamhoz képest. Jelen fejezetben nem adok megoldást az optimalizálási feladat megoldására, csak bemutatom ezen három tényező (likviditás, hozam, szórás) kapcsolatát.

Azért tartom fontosnak a három tényező együttes vizsgálatát, mert az interjúsorozat során azt tapasztaltuk, hogy a piaci szereplők ezen három tényezőt igyekeznek előre jelezni. A hozam-szórás-likviditás előrejelzése alapján alakítják ki a stratégiájukat, mint például a nagy megbízások feldarabolását miképp hajtsák végre, vagy hova tegyék be pontosan a stop limiteket.

Az elemzés során megnézem, hogy milyen a korreláció a BLM és a GARCH modellből becsült szórás értékek, valamint a BLM és a tényleges ársáv (TR) értékek között három likvid, egy közepesen likvid és egy illikvid részvény esetében. Az eredményeket a 14. táblázat tartalmazza.

14. táblázat: Korreláció a volatilitás és a likviditás között

korreláció	BLM-TR			BLM-szórás		
	válság előtt	válság alatt	válság után	válság előtt	válság alatt	válság után
OTP	0,723	0,632	0,391	0,598	0,582	0,606
MOL	0,638	0,423	0,311	0,523	0,224	0,414
Richter	0,276	0,636	0,224	0,248	0,523	0,403
Egis	0,526	0,424	0,118	0,410	0,373	0,162
Pannergy	0,302	0,107	0,245	0,059	0,179	0,246

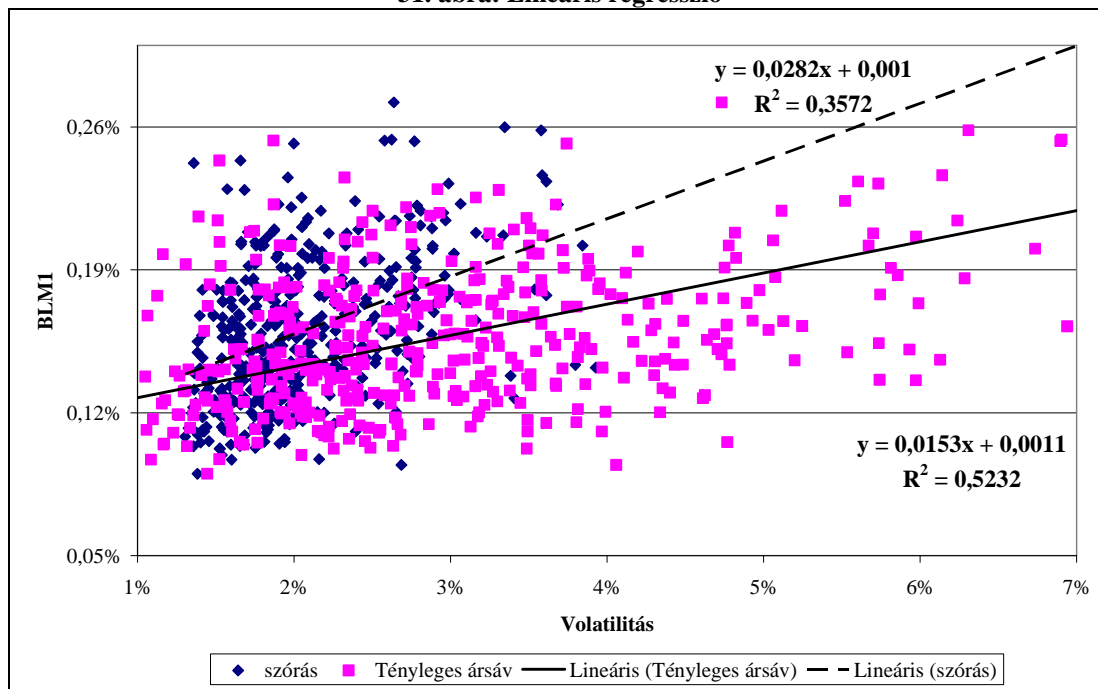
Forrás: saját szerkesztés

Az adatok alapján a korreláció a volatilitás és a likviditás között a válság előtt és alatt mindig nagyobb, ha a volatilitást a tényleges ársávval mérjük és nem a szórással. Egyedül a válság alatt az illikvid részvény esetében nagyobb a korreláció a GARCH modellből becsült szórás és a BLM között, mint a tényleges ársáv és a BLM között. Azonban a válság után a korreláció minden esetben a szórás és a BLM között nagyobb. Az is megfigyelhető az eredmények alapján, hogy minél likvidebb egy részvény, jellemzően annál nagyobb a korreláció a likviditás és a volatilitás között minden időszakban.

Az OTP esetében a korreláción felül megvizsgáltam azt is, hogy milyen magyarázó ereje van a volatilitásnak a likviditásra vonatkozóan, és megnézttem, hogy milyen becslést lehetett volna a válság előtti időszak alapján adni a likviditásra a volatilitás ismeretében. A vizsgálatot lineáris regresszióval végeztem el, egyrészt azért, mert a szakirodalomban ezt a modellt alkalmazzák, másrészt azért, mert a lineáris becslésnél jobb becslést csak nagyon magas fokú (hatod) polinom illesztése

adott, de abban az esetben is csak kis százalékkal javult az R-négyszet értéke. Így a lineáris regresszió alkalmazása mellett indokoltnak tűnt.

31. ábra: Lineáris regresszió

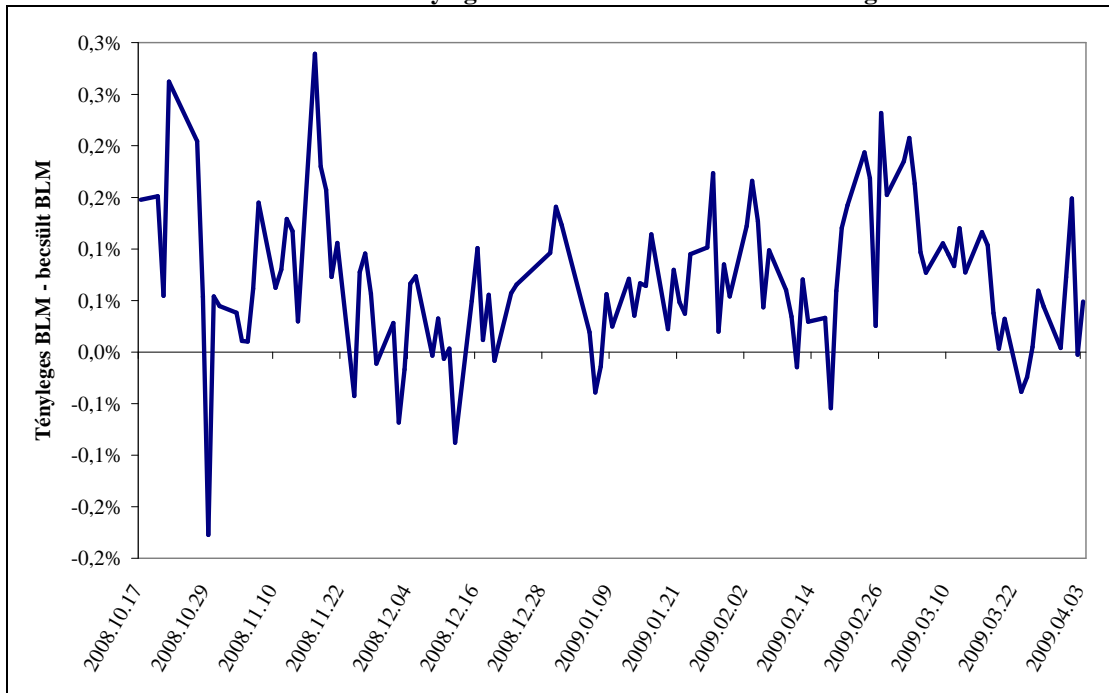


Forrás: saját szerkesztés

Megvizsgáltam külön a szórás magyarázó erejét és külön a tényleges ársáv magyarázó erejét a BLM-re vonatkoztatva. A 31. ábra alapján az állapítható meg, hogy a tényleges ársáv esetében nagyobb a magyarázó erő a likviditás alakulására vonatkozóan, hiszen ott az R-négyszet értéke 0,52, míg a másik esetben csak 0,36. Emiatt a tényleges ársáv alkalmazása során becsült lineáris regressziót fogom alkalmazni arra annak becsülésére, hogy milyen likviditás csökkenést okozott volna egy olyan volatilitás emelkedés, mint ami a válság során következett be.

A 32. ábra mutatja, hogy mekkora volt az eltérés a tényleges és a becsült likviditás között. Az ábra alapján az állapítható meg, hogy szinte minden egyes nap (114 napból 100-szor) a becsült BLM kisebb volt, mint a tényleges, vagyis nagyobb volt a likviditáshiány, mint amire számítani lehetett. Vagyis ez alapján azt a következtetést lehet levonni, hogy ténylegesen likviditási válság is volt 2008 során. Továbbá ez igazolja Csávás és Erhart (2005) azon állítását is, miszerint a likviditás csökkenésében tükröződik a nem várt volatilitás emelkedése.

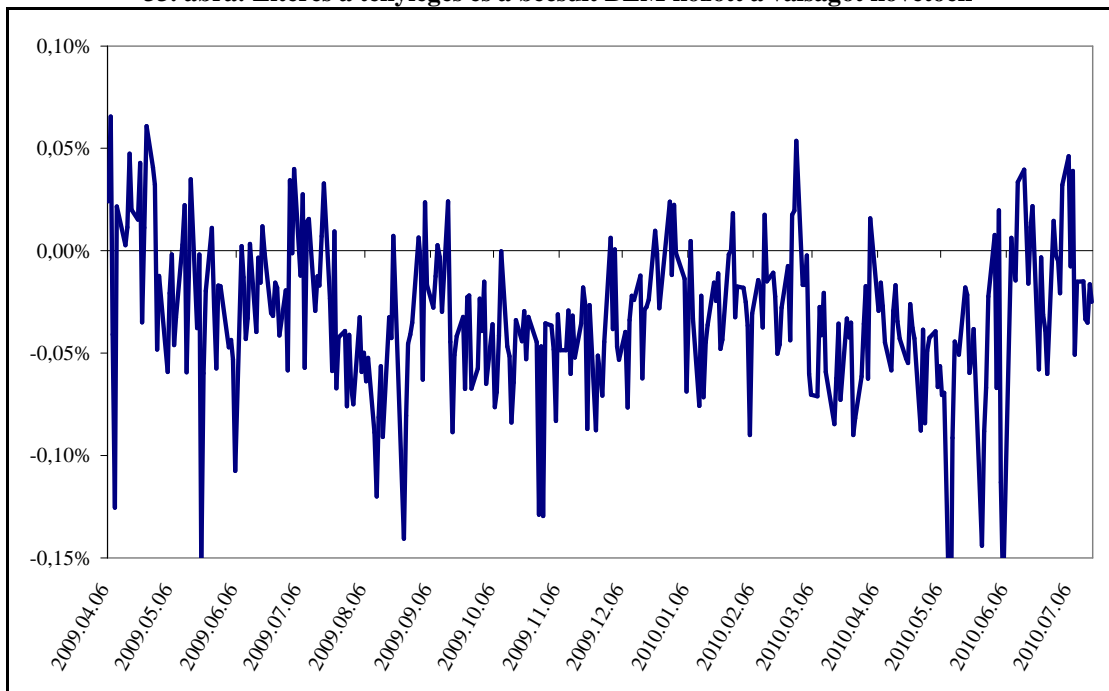
32. ábra: Eltérés a tényleges és a becült BLM között a válság alatt



Forrás: saját szerkesztés

A válságot követően is megvizsgáltam, hogy milyen becslést adnánk a likviditásra vonatkozóan. A becslés során pont az ellenkezőjét tapasztaltam, mint válság alatt, vagyis szinte minden nap felülbecsültük a likviditás hiányt a lineáris regresszió alapján.

33. ábra: Eltérés a tényleges és a becült BLM között a válságot követően

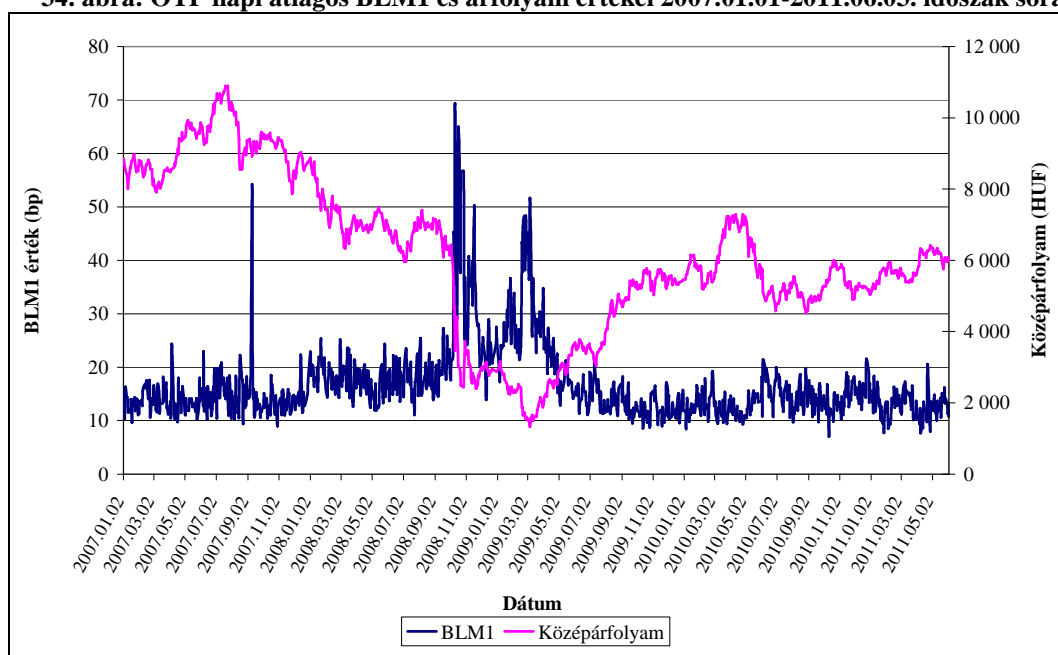


Forrás: saját szerkesztés

2.5.4. BLM1 értékének alakulása az idő függvényében

A BLM adatbázist dolgozatomban annak bemutatására használom, hogy ismertessem, hogy a kockázatkezelés során hogyan lehet hasznosítani azáltal, hogy VaR típusú modellt egészítek ki vele, valamint, hogy virtuális árhatás függvényt becsüljek belőle, és a becsült adatsoron azután statisztikai elemzéseket végezzek. Ezeket a következő kettő, III. és IV. fejezetben mutatom be. Ehhez azonban elengedhetetlennek tartom, hogy bemutassam, hogy a BLM adatsor hogyan is alakul az időben. Ugyanis erre alapozva végzem majd el a vizsgálatokat az árhatás függvény idősoros adatain. A következő ábra azt mutatja, hogy az OTP napi BLM1, és árfolyam adatai 2007. január 1. és 2011. június 3. közötti időszak során hogyan alakultak:

34. ábra: OTP napi átlagos BLM1 és árfolyam értékei 2007.01.01-2011.06.03. időszak során



Forrás: saját szerkesztés

Az ábrán megfigyelhető az átlaghoz való visszahúzás a BLM1 idősorában, továbbá az is látszik az ábrán, hogy összefüggés van az előző napi BLM1 és az aznapi BLM1 érték között, hiszen megfigyelhető, hogy jellemzően kis BLM1 értékű napokat kis BLM1 értékű napok követnek, valamint ugyanez mondható el akkor is, amikor nagy értékeket vesz fel a BLM1. Az is látható az ábrán, hogy a 2008-as pénzügyi válság során számottevően megnövekedett a mutató értéke, mely jól tükrözi a likviditáshiányt ezen időszak során a piacon.

Ennek megfelelően a IV.2. alfejezetben a BLM idősorból becsült virtuális árhatás függvény adatsort vizsgálni fogom olyan szemszögből, hogy található-e az idősorban átlaghoz való visszahúzás, van-e autokorreláció az idősoros adatokban, illetve, hogy van-e strukturális törés az adatsorban annak következtében, hogy milyen folyamatok játszódtak le a gazdaságban.

2.6. Következtetések

Összességében elmondható, hogy a BLM egy olyan likviditási mutató, mely több dimenzió mentén képes mérni a tőzsdén kereskedett termékek likviditását, így megbízható képet ad a piac aktuális likviditási helyzetéről. Az elemzések során az is kiderült, hogy mind a bid-ask spreaddel, mind a forgalommal közel azonosan rangsorolják az egyes részvényeket likviditás szempontjából. Azonban a kapcsolat a bid-ask spread és a BLM között lényegesen szorosabb, mint a forgalom és a BLM között. Vagyis a BLM egy olyan könnyen alkalmazható mutató, mely nagymértékben elő tudja segíteni a tőzsdei kereskedési döntéseket a likviditásra vonatkozóan, és valószínűsíthetően megbízhatóbb eredményt nyújt, mintha csak a forgalmi adatok, vagy csak a bid-ask spread alapján döntenénk. Ebből kifolyólag a megállapításaim, illetve az első hipotézisre adott válaszom a következők:

H1: A BLM, valamint a gyakorlatban használt likviditási mutatók (bid-ask spread, forgalom) eltérő sorrendet adnak likviditás szempontjából az egyes részvények esetében:

H1/a: nyugodt időszak során, illetve

H1/b: válság idején.

H1/c: likvid, illetve

H1/d: illikvid részvény esetében.

M1: Közepesen likvid és illikvid részvények esetében a bid-ask spread nem ad azonos sorrendet a BLM-mel, azonban szignifikáns eltérés nincs.

M2: Likvid, közepesen likvid és illikvid részvények esetében a forgalom nem ad azonos sorrendet a BLM-mel, azonban szignifikáns eltérés nincs.

M3: Nyugodt időszakban, vagyis válság előtt és után a rangsor a forgalom alapján kevésbé tér el a BLM által nyújtott rangsortól, mint a bid-ask spread alapján.

- M4: Válság során a rangsor a bid-ask spread alapján kevésbé tér el a BLM által nyújtott rangsortól, mint a forgalom alapján.
- M5: Válság során csökkent a rangkorreláció a BLM és a spread, valamint a BLM és a forgalom között.
- M6: Közepesen likvid, illetve illikvid részvények esetében érdemes lenne a BLM-et is figyelembe venni mint likviditási mutatót, mert az ő esetükben jelentősebb a rossz sorrend alkotása. Ezen részvényeknél rámutattam az elemzésem során arra is, hogy létezik olyan, amikor rossz likviditási kategóriába soroljuk a részvényt.
- M7: A likvid részvények esetében a BLM és a bid-ask spread értékei visszaálltak a válság előtti szintre, míg forgalom esetében csak az OTP és az MTelekom esetében volt ez megfigyelhető.
- M8: A közepesen likvid és az illikvid részvények esetében a likviditás a részvények egy részénél nem állt vissza a válság előtti szintre a BLM és a bid-ask spread alapján, míg a forgalom alapján ez egyik részvény esetében sem következett be.
- M9: A részvények egymáshoz viszonyított likviditása jelentősen eltérhet a különböző likviditási mutatók esetében.
- M10: A bid-ask spread és a BLM közötti korreláció erősen pozitívnak tekinthető, míg a BLM forgalommal vett korrelációja gyenge negatív kapcsolatot mutat.
- M11: Minél kevésbé likvid egy részvény, annál kisebb a korreláció a likviditási mutatók között.
- M12: A bid-ask spread változása erős magyarázó erővel bír a BLM változására vonatkozóan likvid részvény esetében, míg közepesen likvid részvények esetében már nem jelentős a magyarázó erő. Illikvid részvény esetében alig van magyarázó ereje a bid-ask spread változásának, ami válság előtt nem is tekinthető szignifikánsnak.
- M13: A forgalom megváltozása nem képes magyarázni a BLM változását likvid és illikvid részvény esetében, míg közepesen likvid részvény esetében is csak alacsony magyarázó ereje van.
- M14: Napon belül nem mozog együtt a forgalom és a likviditás, például a nap elején a forgalom akár nagy, akár kicsi, a likviditás minden esetben alacsony.
- M15: A BLM olyan piaci szereplők számára lehet nagyon fontos, akik illikvid részvényekbe fektetnek be, illetve akik napon belül kereskednek.

A megfigyelések alapján arra a következtetésre jutottam, hogy elutasítom azt a H1 hipotézist, hogy az egyes likviditási mutatók eltérő sorrendet adnak a likviditás tekintetében, bár van eltérés a sorrendek között, melyet érdemes figyelembe venni befektetési döntés során.

Azon felül, hogy kereskedési döntést lehetne a BLM-re alapozni likviditás szempontjából további, a piaci szereplők számára hasznos felhasználási lehetőség rejlik benne. Ilyen például, hogy a brókerek optimalizálni tudnák a nagyobb részvénycsomagok kezelését (*order splitting*), valamint a kereskedőket is segíthetné a stop limitek meghatározásában. Ezekben a felhasználási lehetőségeken kívül létre lehetne hozni egy, a BLM-en alapuló származtatott terméket is, mely a likviditási kockázat fedezését segíthetné. Ezen felhasználási lehetőségek kapcsán vizsgáltam a második hipotézist, mely során a következő megfigyeléseim voltak:

H2: A volatilitás (szórás, true range) és a BLM között erős pozitív kapcsolat van.

M1: A Budapesti Értéktőzsde vizsgált részvényeinek a piacán is beigazolódott, hogy a BLM és a volatilitásmutatók között pozitív a kapcsolat, vagyis a volatilisabb piacokon eleve nagyobb az árhatás miatt várható többletköltség.

M2: Minél kevésbé likvid egy részvény, jellemzően annál kisebb a korreláció a volatilitás és a likviditás között.

M3: Válság előtt és válság alatt a tényleges ársáv és a likviditás között szorosabb volt a kapcsolat, mint a szórás és a likviditás között. Válságot követően azonban ez megfordult.

M4: A 2008-as válság likviditási válságnak tekinthető a volatilitásból becsült likviditás alapján, ugyanis a becsült BLM érték alacsonyabb, mint a tényleges BLM érték.

M5: Válságot követően a becsült BLM érték jellemzően magasabb, mint a tényleges érték, vagyis a likviditás magasabb a válságot követően, mint amit vártunk volna.

A megfigyelések alapján arra a következtetésre jutottam, hogy nem tudom elutasítani azt a H2 hipotézist, hogy pozitív kapcsolat van a likviditás és a volatilitás között.

III. Likviditással kiegészített Value-at-Risk

A likviditási kockázat egyre jobban előtérbe kerül a kockázatkezelésben, ugyanis a piaci szereplőknek azzal kellett szembesülniük az elmúlt évtizedek válságai során, hogy a likviditás hiánya jelentős veszteségeket okozott számukra. Ez volt megfigyelhető két óriási hedge fund, a Long Term Capital Management (LTCM) 1998-as, vagy akár az Amaranth Advisor 2006-os bukása során is. A csődjükhöz az is hozzájárult, hogy akkora pozíciókat vettek fel, melyeket képtelenség volt jelentősebb árhatalás nélkül likvidálni rövid időn belül, ami által jelentős veszteségek keletkeztek (Jorion, 2007). Továbbá a 2007 és 2008 közötti ingatlanpiaci válság esetében is jelentős veszteségeket okozott az, hogy a pénzpiacok kiszáradtak, a likviditás teljesen eltűnt a piacokról (Stange és Kaserer, 2009a).

A piaci szereplőkön felül a szabályozó hatóságok is felismerték, hogy szükség van arra, hogy a likviditást is figyelembe vegyék a szabályozás során.²⁹ Így a Bázeli II szabályozás már nem bizonyult elégségesnek a pénzügyi intézmények szabályozására, hiszen nem tartalmazta a likviditás kezelésének kérdését. A 2007 és 2008-as válság során számos jelentés és irányelv született a likviditás kezelésére vonatkozóan. Ennek következtében a Bázeli Bizottság felszólította a bankokat, hogy eszközeik értékelése során konzervatív értékelést használjanak eszközeik piacképességére vonatkozóan. A Bizottság emellett azt is előírta a bankoknak, hogy a likviditás költségeit, előnyeit, kockázatát építsék bele az árazásba, a teljesítményértékelésbe valamint az új termékek elfogadásának folyamatába, minden jelentősebb üzleti tevékenység esetében (Bázeli Bizottság, 2008). A Bázeli Bizottság 2009 szeptemberében megalkotta a Bázeli III szabályozás fő vázát, melynek célja, hogy a bankok tőkekövetelményére és a likviditására vonatkozóan nyújtson egy szabályozási keretet, ezzel kibővítve a Bázeli II szabályozást.

A likviditásra vonatkozóan a Bázeli III szabályozás két mutatót dolgozott ki annak érdekében, hogy a bankok ellenállóbbak legyenek olyan időszakokban, amikor likviditáshiány jelentkezik a piacon. Az egyik mutató a bankok rövid távú likviditását öleli fel, míg a másik mutató célja, hogy szabályozza a kevésbé likvid eszközök megfelelő hosszabb távú forrással való finanszírozását (Kovács, 2011). Az első

²⁹ A válság és a szabályozás összefüggéseiről részletesebben lásd: Antalóczy et al., (2009).

mutató az úgynevezett LCR (*liquidity coverage ratio*),³⁰ a másik mutató pedig az úgynevezett NSFR (*net stable funding ratio*) mutató³¹ (BIS, 2010).

Dolgozatomban azonban nem a bankok likviditásával foglalkozom, így nem a Bázeli III-as szabályozás során alkalmazott mutatók elemzését végzem el, hanem a likviditással kiegészített kockázatosított érték, a LAVaR (*liquidity adjusted value at risk*) modellek lesznek elemzésem középpontjában, hiszen a piaci szereplők számára ez a mutató szolgáltat fontos információt a kockázat tekintetében.

Számos kutatás született az elmúlt években arra vonatkozóan, hogy miként lehetne a kockázatkezelésbe bevonni a likviditás fogalmát, hogyan lehetne a hagyományos VaR mutatókba integrálni a likviditást. Ehhez elengedhetetlen, hogy a likviditás számszerűsítésére egységes keretet határozzunk meg, ami azonban nehéz feladat, ugyanis a likviditás minden eszközosztály esetében egy olyan fogalom, melyet nagyon nehéz számszerűsíteni (Bázeli Bizottság, 2005). A III/1. fejezet azon kutatásokkal foglalkozik, melyek a hagyományos VaR mutatókat egészítik ki a likviditási kockázattal.

1. A LAVaR modellek irodalma

A kockázatkezelés során gyakran használt eszköz, a kockázatosított érték, vagyis a VaR (*value at risk*) számítás, annak egyszerűsége, és könnyű érthetősége következtében. A VaR azt adja meg, hogy egy adott szignifikancia szint (α) és egy adott időtáv (T) mellett mekkora egy adott pozíción elszenvedhető maximális veszteség akár forintban, akár százalékosan (Jorion, 2007). A szignifikancia szintet jellemzően 95-99% között szokták meghatározni, míg az időtáv lehet bármi, jellemzően egy nap, egy hét, egy hónap, egy év, stb. Az időtáv és a szignifikancia szint megválasztása között összefüggés van, ugyanis minél hosszabbnak választjuk az időtávot, annál kisebb szignifikancia szintet kell választanunk, hiszen annál kisebb biztonságot követelünk meg.

³⁰ $LCR = \frac{\text{Jó minőségű likvid eszközök állománya}}{\text{Készpénz kiáramlás az elkövetkező 30 napban}} \geq 100\%$

³¹ $NSFR = \frac{\text{Rendelkezésre álló stabil források}}{\text{Szükséges stabil források mennyisége}} \geq 100\%$

Ahhoz, hogy a VaR-t ki tudjuk számítani, fontos, hogy ismerjük a pozíció T -időpontbeli valószínűség-eloszlását. Ennek a valószínűség-eloszlásnak az $(1-\alpha)$ -ik percentilise adja majd meg azt, hogy melyik az az érték, amelynél $(1-\alpha)$ valószínűséggel fog kevesebbet érni a portfóliónk a T időpontban (Jorion, 2007).

$$P(V_T < K) = 1 - \alpha \quad (14)$$

ahol a pozíciók értéke V és ennek a percentilisnek (K) a különbsége adja meg a forintban kifejezett kockázatosított értéket. Például, ha a portfóliónk T -időpontbeli értéke normális eloszlást követ m várható érték és s szórás mellett, akkor K -t a következő összefüggésből határozhatjuk meg (Öcsi, 2007), ahol N a standard normális eloszlás eloszlásfüggvényét jelöli:

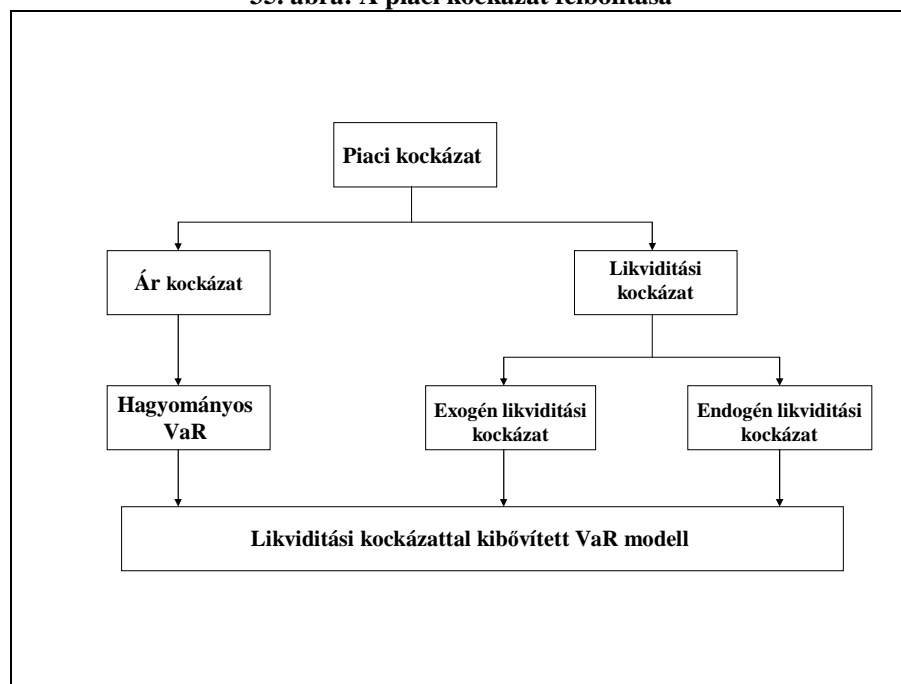
$$N\left(\frac{K - m}{s}\right) = 1 - \alpha \quad (15)$$

A hagyományos VaR számítás azonban nem öleli fel a teljes piaci kockázatot, ugyanis nem veszi figyelembe a likviditási kockázatot. Azzal a feltételezéssel él a hagyományos VaR számítás, hogy egy fix időintervallumon belül középáron lehet kereskedni az eszközökkel, ami tényleges piaci körülmények között nem feltétlenül igaz. Emiatt szükség van arra, hogy figyelembe vegyük a VaR számítás során azt, hogy nem a középáron tudunk kereskedni az eszközökkel, vagyis a likviditást is számszerűsíteni kellene. Az eddigi kutatások kimutatták, hogy a teljes piaci kockázaton belül a likviditási kockázat jelentős arányt képvisel, ezért érdemes számításba venni. Ilyen eredményt szolgáltat számunkra például Lawrence és Robinson (1997), ahol a szerzők azt állítják, hogy a likviditási kockázat figyelmen kívül hagyása a VaR 30%-os alulbecslését is magával vonhatja. Bangia et al. (1998) pedig arra mutattak rá, hogy a likviditási kockázat mellőzése során a piaci kockázatot akár 25-30%-kal is alulbecslik a modellek a fejlődő országok piacain. Stange és Kaserer (2009a) is hasonló eredményt kapott a Deutsche Börse AG adatait vizsgálva, ahol a kutatók arra a megállapításra jutottak, hogy a likvid részvények esetében is akár 25%-kal is alulbecsülhetik a hagyományos VaR számítási módszerek a kockázatot. A legmeghökkenőbb eredményt Dowd (2001) szolgáltatta, aki azt

állította, hogy a likviditás hiányából fakadó költség elérheti az ár ingadozásából származó veszteség értékét.

Összességében a piaci kockázat két jelentősebb tényezőre bontható fel, az árkockázatra, vagyis arra, hogy a piaci folyamatok következtében a középárfolyam jelentősen elmozdul, illetve likviditási kockázatra, vagyis arra, hogy nem tudunk a középárfolyamon kereskedni. A likviditási kockázat azonban további két tényezőre bontható, exogén illetve endogén likviditási kockázatra, ahogy ezt a 35. ábra is mutatja.

35. ábra: A piaci kockázat felbontása



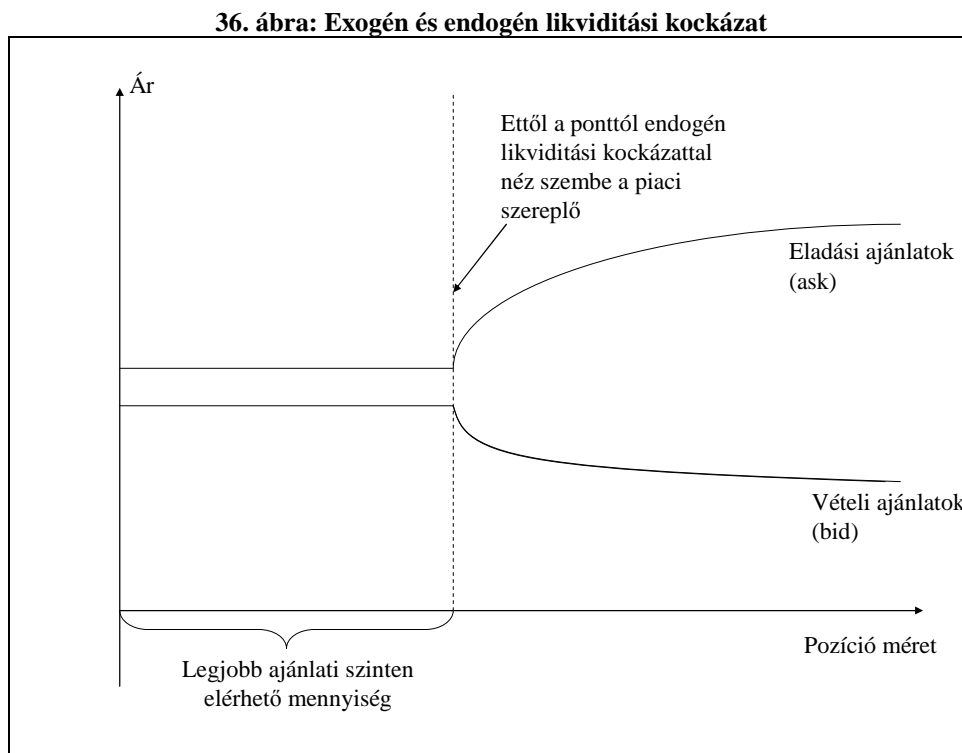
Forrás: Bangia et al. (1998), 3. old.

Az exogén likviditási kockázat a piaci folyamatokból következik, és egységes minden piaci szereplőre nézve. Az exogén likviditási kockázatra egyik piaci szereplő tevékenysége sincs hatással (bár a szereplők együttes tevékenysége már befolyással lehet rá). Az exogén likviditási kockázatot lehet mérni például a bid-ask spread nagyságával, a forgalommal, vagy például a legjobb ajánlati szinten elérhető ajánlatok mennyiségével. Likvid piacok esetében a bid-ask spread viszonylag stabil, és kicsi értéket vesz fel, míg a legjobb ajánlati szinten elérhető ajánlatok mennyisége viszonylag nagy, és ez is stabil értéket mutat. Emellett a likvid piacokon az is megfigyelhető, hogy jelentős a forgalom. Ezzel szemben a nem likvid piacokon, mint például a fejlődő országok piacain, a bid-ask spread értéke nagyon változó, és

nagyobb értéket vesz fel, mint a likvid piacok esetében, és a legjobb ajánlati szinten elérhető ajánlati mennyiség értéke is változékony. Továbbá gyakran kevés ajánlat van a piacon, és a forgalom is jelentősen elmarad a likvid piacokétól (Bangia et al., 1998, 4.old).

Az endogén likviditási kockázat ezzel szemben minden piaci szereplőre különböző lehet. Értéke attól függ, hogy milyen pozícióval rendelkezik az adott szereplő a piacon, mekkora a kitétsége. Jellemzően a pozíció mérete van hatással az endogén likviditási kockázatra (Bangia et al., 1998, 4. old).

A következő ábra a pozíció mérete, valamint az exogén illetve az endogén likviditási kockázat közötti kapcsolatot mutatja:



Forrás: Bangia et al. (1998), 5. old.

A likviditási kockázattal kiegészített VaR mutatók megjelenését megelőzően a piaci szereplők a nagy illikvid pozíciók esetében úgy építették be a likviditási kockázatot a becsléseikbe, hogy ad hoc módon egy hosszabb időperiódusra számították ki a VaR értékeket. Az időperiódus hosszát az határozta meg, hogy mit gondoltak arról, hogy mennyi idő alatt lehet likvidálni a teljes pozíciót. Ebben az esetben a számításhoz használt varianciákat és kovarianciákat nem a teljes időperiódusra határozták meg, hanem megszorozták a rövidebb időperiódusra

vonatkozó varianciákat és kovarianciákat az időperiódus hosszának gyökével (Bangia et al., 1998). Ez a megközelítés azonban nem vezetett helyes eredményre, és a variancia és kovariancia felülbecslését eredményezte (Diebold et al., 1998).

Az elmúlt években számos modellt alkottak a kutatók, amelyben a likviditási kockázatot próbálták számszerűsíteni, és a hagyományos VaR keretrendszerbe beleilleszteni. Ezen modellek csoportját LAVaR modelleknek nevezik, amelyek két nagy csoportra bonthatóak: 1) az ajánlati könyv adatain alapuló modellekre, valamint 2) az optimális végrehajtáson alapuló modellekre.

A likviditással kibővített VaR modellek a következők szerint további alcsoportokba bonthatók:

- Ajánlati könyv adatain alapuló modellek:
 - Exogén likviditási kockázatot figyelembe vevő modellek,
 - Endogén likviditási kockázatot is figyelembe vevő modellek,
 - Tranzakciókon vagy mennyiségen alapuló modellek.
- Optimális végrehajtáson alapuló modellek:
 - Sztochasztikus időhorizonton alapuló modellek,
 - Árhatás függvények modellezésén alapuló modellek.

A következőkben részletesebben csak az első csoport modelljeit mutatom be, ugyanis a dolgozatom empirikus részében a LAVaR számítások majd ezen modellek alapján készülnek. Az ajánlati könyv adatain alapuló LAVaR modellek legnagyobb előnye, hogy alkalmazásuk egyszerű, mivel nem szükséges olyan sok paraméter becslése, mint az optimális végrehajtáson alapuló modellek esetében (Stange és Kaserer, 2009b).

1.1. Exogén likviditási kockázatot figyelembe vevő modellek

Bangia et al. (1998) alkotta meg azt a likviditással kiegészített VaR modellt, amely később azon modellek alapját képezte, amelyek az ajánlati könyv adatain alapján becsülik meg a VaR-t. Ez a modell egyszerű és könnyen használható módszert nyújtott a piaci szereplők számára arra, hogy a likviditási kockázatot a VaR keretbe illesszék. Bangia et al. (1998) modelljét a szerzők neve (Anil *Bangia*, Francis X. *Diebold*, Til *Schuermann*, John D. *Stroughair*) alapján BDSS modellnek nevezte el a szakirodalom.

A BDSS modell az exogén likviditási kockázatot öleli csak fel, ami a bid-ask spread számításba vételét jelenti. Így a számításuk során a LAVaR nem más, mint a hagyományos VaR és a likviditási kockázat összege, amely utóbbit a szerzők a bid-ask spreadből számolnak ki a következő módon:

$$\text{LAVaR} = \text{Pmid}_t \left[\left(1 - e^{-\mu - \alpha \sigma} \right) + \frac{1}{2} \left(\bar{S} + \alpha' \tilde{\sigma} \right) \right], \quad (16)$$

ahol Pmid_t az eszköz t időpontbeli középárfolyama, μ a loghozam, α a loghozam eloszlásának előre megadott százaléka, σ a loghozam szórása, az $\bar{S} = \frac{\text{Pask} - \text{Pbid}}{\text{Pmid}}$, vagyis az átlagos relatív spread, a $\tilde{\sigma}$ a relatív spread szórása, míg az α' relatív spread eloszlásának előre megadott százaléka.

A BDSS modellt könnyű használni a gyakorlatban, mivel a bid-ask spread adatok minden piaci szereplő rendelkezésére állnak. A BDSS modellnek azonban van néhány olyan hátránya, ami további modellek megjelenését indokolta. Ezek a hátrányok a következők:

1. A modell a spreadek normális eloszlásán alapul. A gyakorlati tapasztalat azonban azt mutatja, hogy nem normális eloszlás szerint alakulnak a spreadek, ugyanis a trendek miatt vastagabb szélű az eloszlás, és ferdébb, mint normális eloszlás esetén. Számos esetben pedig azt tapasztalták az eloszlásra vonatkozóan, hogy több móduszú is lehet, ami egy-egy rezsimváltás következményéből fakadhat (Bangia et al. 1998).
2. A modell figyelmen kívül hagyja az endogén likviditási kockázatot, aminek következtében alulbecsüli a kockázatot.
3. A modellben tökéletes a korreláció az exogén likviditási kockázat és az árkockázat között, vagyis azzal a feltételezéssel él, hogy amikor a spread a legnagyobb, akkor a legalacsonyabb az árfolyam. Ez azonban oda vezet, hogy a LAVaR túlbecsüli a kockázatot. Ennek a feltételezésnek a helytelenségére nyújt empirikus bizonyítékot Stange és Kaserer (2009a), valamint elméletben kritizálja Francios-Heude és Wynandaeale (2001), Angelidis és Benos (2006) és Jorion (2007).

A BDSS modell első hátrányának kezelésére megoldást nyújthatna, ha a spreadek esetében nem normális eloszlást vennénk alapul, hanem az empirikus eloszlásokat. Ez azonban azzal a hátránnyal jár, hogy hosszú idősort kell alapul venni a becsléshez, aminek következtében viszont strukturális töréseket tartalmazhat az idősor, valamint több móduszú is lehet, amiket a VaR becslés során figyelembe kell venni.

A szakirodalomban közismert Ernst, Stange és Kaserer (2008) modellje, mely igyekszik a BDSS modellben szereplő normális eloszlás feltételezése miatti hibát kiküszöbölni. Ez a modell azonban szintén a spreaden alapszik, mint a BDSS modell. Ernst et al. (2008) a percentiliseket a historikus eloszlás helyett ezt Cornish-Fisher becsléssel³² becsülik meg. A becslés alapját a normális eloszlás képezi, azonban számol az eloszlás ferdeségével és csúcosságával. Ernst et al. (2008) megközelítése pontosabb eredményt szolgáltat, mint a BDSS modell, azonban a BDSS többi hátránya ugyanúgy igaz erre a modellre is.

Az endogén likviditási kockázat kezelésére az lehetne megoldás, ha a teljes ajánlati könyvön alapuló LAVaR modelleket használnánk, mint például a Francois-Heude és Wynendaele (2001) vagy akár Giot és Gramming (2005) által alkotott modellek, melyeket a 1.2. alfejezetben mutatok be.

A BDSS modell harmadik fenti kritikáját, az exogén likviditási kockázat és az árkockázat tökéletes korrelációját pedig úgy lehetne orvosolni, hogy tényleges piaci adatokból kellene becsülni a korreláció mértékét.

Bangia et al. (1998) által kidolgozott modellhez hasonló módszert magyar kutatásokban is lehet találni. Radnai és Vonnák (2009) ugyanis a Bazel III. szabályozás vizsgálata során megnézték azt is, hogy miképpen lehetne egy bank kereskedési könyvében szereplő eszközök esetén az illikviditásból eredő esetleges veszteségek után pótlólagos tőkekövetelményt kikötni. A szerzők azt javasolták, hogy a bid-ask spread segítségével lehetne meghatározni az illikviditás tőkekövetelményét, hiszen a bid-ask spread jó indikátora a likviditásnak. Véleményük szerint a tőkekövetelményt vagy a bid-ask spread lineáris függvényeként kellene meghatározni, vagy pedig a spread historikus eloszlásán alapuló belső modellezéssel lehetne meghatározni (Radnai és Vonnák, 2009, 252. old).

³² Cornish-Fisher féle becslésről részletesen lásd: Jorion, 2007, 273. old.

1.2. Endogén likviditási kockázatot is figyelembe vevő modellek

Az endogén likviditási kockázatot is figyelembe vevő modellek alkalmazásával jobb eredményt lehet elérni a likviditási kockázat kezelésében, mint az előző fejezetben tárgyalt modellekkel, hiszen nemcsak az exogén likviditási kockázatot tartalmazzák (Stange és Kaserer, 2009b). Kutatásom kiindulási alapját az endogén likviditási kockázatot is figyelembe vevő modellek képezik majd, ezért ezeket a modelleket részletesebben mutatom be.

A modellek lényege, hogy egy súlyozott spread mértéket vesznek alapul. Ez a mérték a likviditás árát adja meg egy adott tranzakció méretre vonatkozóan. Az adott ajánlati szintekhez tartozó mennyiségekkel kerülnek súlyozásra a spread értékek, így egy mennyiséggel súlyozott átlagos spread értéket kapunk. Ezen modellek esetében egy likviditási mértékkel, mint például a BLM, vagy az XLM segítségével is lehetséges a LAVaR kiszámítása. Így összességében ez egy általánosabb megközelítés, mint amit a BDSS modell nyújt, továbbá egy pontos árhatást ad a kereskedő számára arra az esetre, ha a teljes tranzakciót azonnal szeretné végrehajtani.

Az első modell, ami már foglalkozott az endogén likviditási kockázattal is, Francois-Heude és Wynendaele (2001) nevéhez köthető. A modelljük a BDSS modellen alapszik, azonban az ajánlati könyvnek nemcsak a legjobb ajánlati szinten lévő adatát veszik számításba, hanem az első öt ajánlati szinten lévő adatát is. Ezáltal különböző méretű tranzakciók árhatását tudják mérni, feltéve, hogy a tranzakció az első öt szint valamelyikén tud teljesülni.

Francois-Heude és Wynendaele (2001) modelljében a következő egyenlet adja meg a likviditással kiegészített VaR értéket:

$$LAVaR = P_{mid_t} \left[\left[1 - \left(1 - \frac{\overline{Sp}(Q)}{2} \right) * (e^{-\alpha\sigma}) \right] + \frac{1}{2} * (Sp_t(Q) - \overline{Sp}(Q)) \right], \quad (17)$$

ahol P_{mid_t} a középár t időpontban, $\overline{Sp}(Q)$ a Q mennyiség melletti átlagos spread, $Sp_t(Q)$ a Q mennyiség melletti spread nagysága t időpontban, α a középárfolyam hozameloszlásának adott százaléka, és σ a hozam szórása.

Ezen a területen a következő meghatározó tanulmányt Giot és Gramming (2005) készítette. Ők, akárcsak az előző modell, napon belüli adatokra építik a modelljüket, azonban kiterjesztik portfóliókra is. A szerzőpáros azt vizsgálja meg, hogyha vesznek és eladnak egy bizonyos mennyiséget, annak összességében milyen árhatása van. Ez az árhatás, vagyis az, hogy egy piaci megbízást adó piaci szereplő számára milyen áron fog teljesülni egy adott megbízás, az ajánlati könyv mindenkori aktuális állapotától függ. A szerzőpáros ezt a mértéket nevezte el CRT- nek (cost of round trip), amelyet Irvine et al. (2000) mutatott be elsőként.

Giot és Gramming (2005) a következőképpen határozza meg a LAVaR-t:

$$LAVaR = 1 - \exp(\mu_{r_{net}(q)} + \alpha \sigma_{r_{net}(q)}), \quad (18)$$

ahol $r_{net}(q)$ a nettó hozamot, a $\mu_{r_{net}(q)}$ a nettó hozam várható értékét, az α a nettó hozam eloszlásának adott percentilisét³³, míg a $\sigma_{r_{net}(q)}$ a nettó hozam szórását jelenti.

A nettó hozamot a következő képlet alapján határozták meg a szerzők:

$$r_{net(t,q)} = r_t * \left[1 - \left(\frac{\sum_i \frac{a_{i,t} n_{i,t}}{n} - \sum_i \frac{b_{i,t} n_{i,t}}{n}}{P_{mid_t}} \right) / 2 \right], \quad (19)$$

ahol az r_t a középárnak a hozama, az $a_{i,t}/b_{i,t}$ az adott i szinten az eladási/vételi ár, az $n_{i,t}$ egy adott i szinten az eladási/vételi mennyiség, a P_{mid_t} pedig a középár t időpontban.

A modell két alapvető hibája a szakirodalom szerint, hogy nem empirikus eloszlást vesz alapul a számítások során, hanem t -eloszlást, valamint a másik hibája, hogy nem tudja figyelembe venni, hogy a vételi és eladási oldalon eltérő lehet a likviditás. Az első probléma kezelésére nyújt megoldást Stange és Kaserer (2009a), akik empirikus eloszlással számolnak. Ezen szerzőpáros az XLM adatbázisra alapozva határozták meg a LAVaR-t. A kutatók rámutatnak arra is, hogy a hagyományos módon kiszámított VaR-hoz nem lehet egyszerűen hozzáadni a

³³ A hozam eloszlására student-t eloszlást feltételeztek a szerzők.

likviditási kockázatot, mert így felülbecsüljük a teljes kockázatot, hiszen nem vesszük figyelembe a likviditás- és az ár kockázat között a korrelációt. A második hibára pedig Qi és Ng (2009) tanulmánya nyújt megoldást, ahol a szerzők külön megbecsülik az ajánlati könyv alapján az eszközök likviditását. Vagyis kiszámolják külön a bid és ask oldalra a likviditási kockázatot, melyet LAIVaR-nak (*liquidity adjusted intraday VaR*) neveznek el, ugyanis napon belüli adatokkal dolgoznak. Összességében tehát a modellezés során figyelembe veszik, hogy a piac nem szimmetrikusan mozdul el felfele illetve lefele, ugyanis az figyelhető meg, hogy a lefelé való elmozdulás mindig sokkal számottevőbb és drasztikusabb, mint a felfelé való elmozdulás. A likviditási kockázatot a VWAP-pal (*volume weighted average price* – forgalommal súlyozott átlagár) mérik mind a bid, mind az ask oldalon a következők szerint: $B_t(v)$, illetve $A_t(v)$ jelöli a súlyozott átlagárát egy adott kereskedni kívánt mennyiségre egy adott rövid időszakon belül a bid illetve az ask oldalon (i az ajánlati könyv egyes szintjeit mutatja).

$$B_t(v) = \frac{\sum_j B_{i,t} v_{i,t}^{BID}}{\sum_j v_{i,t}^{BID}},$$

$$A_t(v) = \frac{\sum_j A_{i,t} v_{i,t}^{ASK}}{\sum_j v_{i,t}^{ASK}},$$
(20)

ahol a v egy előre meghatározott mennyiség, amit t időpontban adnak el/vesznek meg, és legalább az első j sorban álló ajánlatot felöleli a tranzakció úgy, hogy $v \leq \sum_{\min(n)} v_{i,t}$, vagyis a kereskedni kívánt mennyiség kisebb, mint az első i sorban található ajánlatok összmennyisége az ajánlati könyvben. A fentebb bemutatott mutatók vételi és eladási oldalon az azonnali kereskedés költségét mutatják (Qi és Ng, 2009).

Végezetül számottevő még Erwan (2001) modellje, ahol a szerző ugyancsak a kiterjeszti a BDSS modellt azzal, hogy súlyozott átlagos spreaddel számol. A cikk érdekessége, hogy a szerző azt is megmutatja a tanulmányában, hogy az endogén likviditási kockázat a piaci kockázat közel a felét teszi ki olyan részvények esetében, melyek illikvidek, ezért attól nem szabad eltekinteni.

1.3. Tranzakción vagy mennyiségen alapuló modellek

Azon modelleket, amelyek a múltbeli tranzakció alapján becslik a likviditást, tranzakció alapú modelleknek nevezzük, és két jelentősebb modell tartozik közéjük. Az egyik Berkowitz (2000a,b) nevéhez fűződik, míg a másik Jarrow és Potter (2001)-hez köthető.

Berkowitz (2000a,b) által alkotott LAVaR modell alapja, hogy a likviditást egy lineáris regresszió segítségével lehet becsülni, ahol a magyarázó változó a likviditás, míg a függő változó a tranzakció során kialakult ár. A regressziós egyenes egyenlete a következő:

$$P_{TA,t+1} = P_{mid,t} + C + \theta N_t + x_{t+q} + \varepsilon_t, \quad (21)$$

ahol $P_{TA,t+1}$ a tranzakció során kialakult ár, θ a regressziós együttható, mely a likviditást méri, N_t az eladott részvények darabszáma, C a konstans, ε_t a hibtag, és x_{t+1} a kockázati faktor változásának hatása a középárra.

Ez a modell feltételezi, hogy a kockázati faktor és a likviditás egymástól teljesen független, ezáltal a likviditás és a hozam közötti korreláció nulla. A modell előnye, hogy nem szükséges az ajánlati könyv ismerete, valamint olyan piacokon is használható, ahol nincsen ajánlati könyv. A hátránya viszont: ahhoz hogy megbízható eredményt szolgáltatasson a regressziós becslés, sok adatra van szükségünk, így napon belüli adatokra alapozva érdemes a számításokat elvégezni.

Jarrow és Potter (2001) modellje annyiban tér el Berkowitz (2000a,b) modelljétől, hogy a szerzők nem vesznek be egyéb kockázati faktorokat a modellbe, és csak válságos időszak során alkalmazzák a regressziós becslést. További eltérés, hogy a szerzők relatív változásokkal számolnak, és figyelembe veszik az előző időszaki adatokat is a becslés során. Az ő esetükben így a regressziós egyenes a következők szerint néz ki:

$$\log\left(\frac{P_{TA,t+1}}{P_{TA,t}}\right) = \left(\mu_{rt} - \frac{1}{2}\sigma_{rt}^2\right) + \theta(N_{t+1} - N_t) + \varepsilon_t, \quad (22)$$

ahol μ_{rt} a középár hozamának várható értéke, míg σ_{rt}^2 a középár hozamának varianciája.

A tranzakción alapuló modelleken kívül van még egy jelentős modellcsoportja az ajánlati könyv adatain nyugvó modelleknek, a mennyiséggel súlyozott árhatás modellek. Ezen modellek közül Cosandey (2001) munkáját emelném ki. A modell lényege, hogy a szerző árhatást becsül mennyiségi adatokból. Az ár a kereskedett részvények darabszámának (N) a függvénye, miközben a befektetők mindig csak egy meghatározott Q értékkel kereskednek. Vagyis az ár (P) a következőképpen kerül meghatározásra: $P=Q/N$. Amennyiben a kereskedett mennyiség, N állandó időben, akkor a középár a következő szerint alakul: $P_{midt}(\Delta N) = Q/(N+\Delta N) = P_{midt} \cdot (N/(N+\Delta N))$. Vagyis az árhatás a kereskedett mennyiség lineáris függvénye lesz. Modelljében a LAVaR-nak a kiszámítása pedig a következőképp történik:

$$LAVaR(\Delta N) = \text{perc} \left(r_{t+1} \frac{N}{N + \Delta N} \right), \quad (23)$$

ahol a „perc” egy szimulált eloszlás percentiliséét jelenti. Cosandey (2001) modelljében a középár változása és a mennyiség változása közösen kerül modellezésre.

1.4. Sztochasztikus időhorizonton alapuló modellek

Az ajánlati könyv adatain nyugvó modelleken felül a LAVaR modellek másik nagy családja az optimális végrehajtási stratégián alapuló modellek, melynek két nagy csoportja van: a sztochasztikus időhorizonton alapuló modellek, valamint az árhatás függvény modellezésén alapuló modellek. Ezen két modellcsalád lényege, hogy optimális végrehajtási stratégiát határozzon meg a piaci szereplők számára aszerint, hogy optimális egyensúlyt alakítson ki a kereskedés által okozott árhatás költségei és annak a költsége között, hogy esetleg nem egyből hajtja végre a tranzakciót a piaci szereplő. Amennyiben vár a tranzakció végrehajtásával, esélye van arra, hogy később javul a piac likviditása, és így kisebb árhatást okoz az adott tranzakció.

A sztochasztikus időhorizonton alapuló modellek két jelentős változatát Lawrence és Robinson (1997), illetve Haberle és Persson (2000) dolgozták ki. Lawrence és Robinson (1997) modellje a szerzők azon feltételezésén alapul, hogy minél rövidebb a VaR számítás során alkalmazott időtáv, annál inkább alulbecsli a VaR a lehetséges veszteségeket. Így a modelljük tartalmazza a likviditási költségeket, illetve a várakozás miatti költségeket, amely utóbbi pontos mérési módját azonban nem adják meg a szerzők. A kutatók modelljükben egy optimális időhorizontot adnak meg a tranzakció végrehajtására a kereskedni kívánt mennyiség és a piac likviditása alapján. A modellből azonban hiányzik a költségek pontos definiálásán felül, hogy számításba vegyék a likviditás időbeli változását (Francois-Heude és Wynendaale, 2001).

Haberle és Persson (2000) modellje azon feltételezésre épül, hogy a napi forgalom bizonyos hányadát jelentősebb árhatás nélkül lehet likvidálni, mely érték eszközönként eltérő lehet. Ezt a mennyiséget ár-semleges mennyiségnek nevezték el a szerzők. A szerzőpáros arra azonban nem ad semmilyen módszert, hogy miként lehet ezt a hányadot becsülni. Azt állítják, hogy tapasztalati úton érdemes ezt az értéket meghatározni.

1.5. Az árhatás függvények modellezésén alapuló modellek

Az optimális végrehajtáson alapuló modellek másik csoportja az árhatás függvények modellezésén alapul. Ezen modellek közé tartozik Jarrow és Subrahmanyam (1997, 2001), Berkowitz (2000), Hisata és Yamai (2000), Almgren és Chriss (2000), Almgren (2003), Dubil (2003), Glosten, Jagannathan és Runkle (1997), Bertismas és Lo (1998) és Engle és Ferstenberg (2007) modellje egyaránt.

Ezen modellek lényege, hogy fixnek tekintik azt az időhorizontot, ami alatt a piaci szereplők likvidálni tudják a pozícióikat. A szerzők ezen a fix időhorizonton nézik meg, hogy miként változott meg a piaci ár. A kutatók ezen időhorizonton vizsgálják azt is, hogy mi lenne az az optimális kereskedési stratégia, ami minimalizálja a likviditásból fakadó költségeket.

Az optimális végrehajtáson alapuló modellek legfőbb hátránya, hogy a gyakorlatba nehezen átültethetőek. Ennek számos oka van. Egyrészt az, hogy a gyakorlatban nem mindig van lehetőség arra, hogy egy tranzakciót ne azonnal, vagy

ne rövid időn belül hajtsanak végre. Válságok során különösen kockázatos lehet, hogy a piaci szereplők esetleg hosszán várjanak egy tranzakció végrehajtásával. Másrészt, az optimalizálás paramétereinek stabilnak kell lenniük ahhoz, hogy az optimalizálás során elvárt hasznot realizálni tudjuk a kereskedés késleltetéséből, ellenkező esetben elképzelhető, hogy rosszabb eredményt tudunk elérni, mintha egyből végrehajtottuk volna a tranzakciót. Harmadrészt, az optimalizálás számos paraméter becslésén alapszik, amiket a gyakorlatban nehéz becsülni, ami aláássa a modellek gyakorlati alkalmazhatóságát (Stange és Kaserer, 2009b).

1.6. Modellek gyakorlati alkalmazhatóságának tesztelése

Az eddig felsorolt számos modellnek egyaránt vannak előnyei és hátrányai. Különösen fontos kérdés azonban, hogy tényleges adatokat alkalmazva melyik modell működik a legjobban, melyik szolgáltatja a legjobb, legmegbízhatóbb eredményt a számunkra. Ernst et al. (2009) készített egy tanulmányt ennek tesztelésére. A szerzők azon modellek körét vizsgálták, melyek az ajánlati könyvön alapulnak. Ezen modellek közül én a következőket emelném ki:

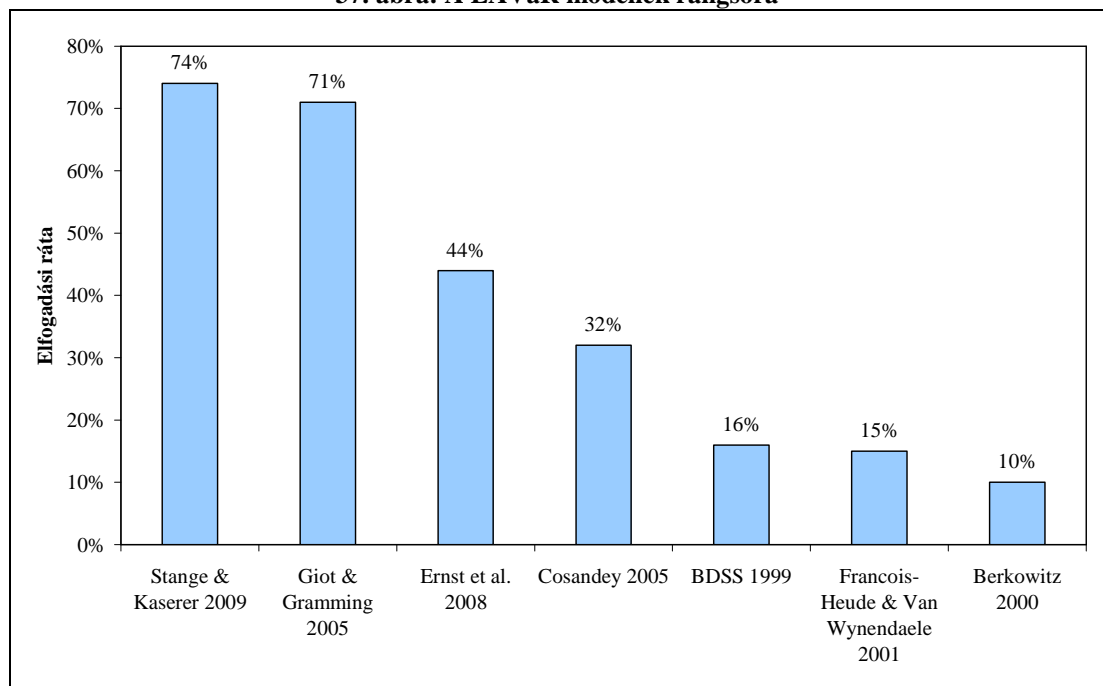
- Endogén likviditási kockázatot figyelembe vevő modellek:
 - Stange és Kaserer (2009)
 - Giot és Gramming (2005)
 - Francois-Heude és Van Wynendaele (2001)
- Exogén likviditási kockázatot figyelembe vevő modellek:
 - Ernst et al. (2008)
 - BDSS (1999)
- Tranzakción alapuló modell
 - Berkowitz (2000)
- Mennyiségen alapuló modell
 - Cosandey (2005)

Ernst et al. (2009) a fent kiemelt modelleket napi adatokon vizsgálták 2002. július és 2007. december közötti időperiódusban. A szerzőpáros azt nézte meg, hogyan alakultak a hozamok, és ehhez képest milyen kockázatot jeleztek előre az egyes modellek. A kutatók azzal a feltételezéssel éltek a vizsgálat során, hogy

amennyiben likvidálni kell egy pozíciót, azt egyből kellene megtenni az éppen aktuális ajánlati könyv mellett.

A LAVaR-t 99%-os konfidencia intervallumon becsülték, ami azt jelenti, hogy a modell által előre jelzett értéket csupán a tényleges hozamok 1%-a haladhatja meg (Ernst et al. 2009). Azt kapták eredményül, hogy azon modellek előrejelző képessége volt a legjobb a kockázat tekintetében, melyek az endogén likviditási kockázatot is figyelembe vették. Ezen modellek lényegesen felülmúlták a többi modell teljesítményét. A következő ábra az egyes modellek elfogadási rátáit mutatja, azaz annak az arányát, hogy az egyes modellek a részvények kockázatának hány százalékát tudták jól előre jelezni.

37. ábra: A LAVaR modellek rangsora



Forrás: Ernst et al. 2009, 13. old

A 37. ábra alapján az eredmények azt mutatják, hogy egy BLM-re épülő VaR számítás adhatná a legbiztosabb eredményt likviditási kockázat kezelése szempontjából, mert a likviditási mértékekre épülő LAVaR modellek adták a legjobb eredményt a gyakorlati alkalmazhatóság tesztelése során. A doktori értekezésem empirikus részében bemutatott vizsgálat alapja ezért a Giot és Gramming (2005), valamint Stange és Kaserer (2009a) által alkotott modellek lesznek, azzal a különbséggel, hogy magyar adatbázison alkalmazom napi adatokon egyedi részvényekre, illetve részvényportfóliókra.

2. Empirikus kutatás: saját LAVaR modell építése

A BLM statisztikai elemzésén felül egy elméleti modellt is építtek a dolgozatomban, mely segítségével a likviditási kockázatból származó lehetséges veszteség könnyen számszerűsíthető. A LAVaR modell építése során szeretném bemutatni a BLM egy gyakorlati alkalmazási lehetőségét, mely a BLM egyik legígéretesebb alkalmazása. Ennek megfelelően ebben a fejezetben egy likviditással kiegészített VaR modellt fogok bemutatni egyedi részvényekre, illetve részvényportfóliókra vonatkozóan, mely során a hipotéziseim a következők lesznek:

H3: A likvid kategóriába tartozó részvények esetében a likviditási költségek figyelmen kívül hagyása, a piaci kockázat minimum 5%-os alulbecslését okozhatja már a legkisebb, 20.000 EUR-s kötési szinten is.

H4: Részvényportfóliók esetében nemcsak az árkockázatból eredő kockázat, hanem az illikviditásból eredő kockázatok is diverzifikálhatók.

2.1. A kutatás módszertana

A modell építése során Giot és Gramming (2005), valamint Stange és Kaserer (2009a) munkái adják a kiindulási alapot, akik az XLM adatbázisra alapozva készítettek egy LAVaR modellt.

A modellezés technikai megvalósítása ugyanaz, mind az egyedi részvények, mind a portfólió esetében. A különbség annyi lesz, hogy portfóliók esetében nem elég ismerni a BLM értékét azon az öt kötési szinten (20ezer, 40ezer, 100ezer, 200 ezer, 500 ezer euró), mert ebben az esetben nem az érték az állandó, hanem a portfólióban az egyes részvények darabszáma. Ennek megfelelően a portfólió értéke időszakról időszakra változik, így meg kell tudni mondani a BLM értékét minden „q” érték esetére. Első megközelítésben ez a következő két egyszerű közelítés alkalmazásával oldható meg: 1) a rendelkezésre álló BLM adatokat lineáris interpolálással minden napra, vagy 2) a rendelkezésre álló BLM adatokra lineáris regresszió illesztése minden napra.

Dolgozatomban a 2) lehetőséget fogom követni, ugyanis ezen értékekre szükségem lesz majd a dolgozat IV. részében az árhatás függvények becslésénél. A lineáris regresszió illesztése nyilván jelentős egyszerűsítés, ugyanakkor a rendelkezésre álló adatok alapján, első megközelítésnek mindenképpen alkalmas. A lineáris regresszió egy praktikus, könnyen alkalmazható módszer, amellyel kvalitatív vizsgálódásokat mindenképpen tehetők. Továbbá ahogyan azt majd a IV. részben bővebben kifejtem, a BLM értékek napi szinten egyenessel viszonylag jól közelíthetők.

A következőkben bemutatott módszerrel a hagyományos, és a likviditással kiegészített VaR-t is meg fogom határozni, annak érdekében, hogy össze lehessen hasonlítani a LAVaR modell eredményeit a hagyományos VaR értékekkel.

Annak érdekében, hogy a hozamok és a nettó hozamok klasztereződő volatilitását is megfelelően figyelembe tudjam venni, az idősorokra a II/2.4 alfejezetben bemutatott AR(1)-GARCH(1,1) modellt illeszttem. A konkrét esetekben Giot és Gramming (2005), valamint Stange és Kaserer (2009a) nyomán normális, t és empirikus eloszlást lehet alkalmazni a becslés során. A VaR modellem építése során egységesen a t -eloszlásos modellt használtam (lásd Gyarmati et al., 2010b).

A modellt az első két és fél évből (2007.01.02-2009.07.15.) kiindulva becslöm, az utolsó egy évet (2009.07.16-2010.07.16) használom kontroll időszaknak. Az egy napos, 95% és 99%-os dinamikus VaR értékeket majd a III/2.2 fejezetben megadott módon, a GARCH modellből vett előrejelzésekkel számolom ki. A GARCH modellt a két és fél éves ablak csúsztatásával folyamatosan újrabecslölve, azaz az első két és félévnyi mintából becsült modellel jelzek előre egy napot, majd az egy megfigyeléssel elcsúsztatott mintából becsült új modellel a következő napot, és így tovább.

A kockázatok helyes előrejelzésének tesztelését a következőképp végzem el: a fenti GARCH modellekből előrejelzett VaR értékeket mind a hagyományos, mind a nettó hozamok esetében a rendelkezésre álló egy év kontroll időszaknyi hagyományos hozam (százalékos veszteség) mintával összevetem, és megállapítom, hogy empirikusan mekkora a hibázási arány. Majd az empirikus arány elméleti értéktől való eltérésének szignifikanciáját statisztikailag lehet tesztelni. A felhasznált teszt a Kupiec (1995) Likelihood Ratio Test, ami a következőképp néz ki: N_u azoknak a napoknak a számát jelöli, amikor a hagyományos hozam meghaladta az előre jelzett

VaR értéket, N pedig a mintabeli napok számát. Ekkor az empirikus hibázási arány N_u/N , az elméleti értéket pedig jelölje α . A tesztstatisztika ezekkel a jelölésekkel a következő:

$$LR = -2 \ln\left((1-\alpha)^{N-N_u} \cdot \alpha^{N_u}\right) + 2 \ln\left(\left(1 - \frac{N}{N_u}\right)^{N-N_u} \cdot \left(\frac{N}{N_u}\right)^{N_u}\right) \quad (24)$$

A null hipotézis, miszerint $\alpha = N_u/N$ fennállása esetén a tesztstatisztika khi-négyszet eloszlású 1 szabadságfokkal. A tesztet egységesen 95%-os konfidencia szinten végezem, ekkor a H_0 -t akkor fogadjuk el, ha $LR \leq 3,84$. A fenti teszt egyszerre tudja kimutatni, ha az adott modell alulbecsüli (több hibázás), vagy ha felülbecsüli (kevesebb hibázás) a kockázatot.

2.2. Kockázatotott érték számítás

Egy LAVaR modell alapja a hagyományos kockázatotott érték (VaR) számítás. A VaR számítás a következő képlet alapján végezhető el a hozamokra (25-ös képlet), illetve az árfolyamokra (26-os képlet):

$$\text{VaR}_{\text{return}}^{\alpha, \Delta t} = r_t^{\alpha, \Delta t} = \mu_{t+\Delta t} + \sigma_{t+\Delta t} q_{1-\alpha}, \quad (25)$$

ahol a hozamokat folytonos időhorizonton tekintjük, így $r_t^{\Delta t} = \ln\left(\frac{P_{\text{mid}}^{t+\Delta t}}{P_{\text{mid}}^t}\right)$, $\mu_{t+\Delta t}$ a Δt időre előre jelzett hozam várható értéke, $\sigma_{t+\Delta t}$ az előrejelzés szórása, a $q_{1-\alpha}$ pedig valamilyen választott eloszlásból származó $1 - \alpha$ -dik kvantilis.

$$\text{VaR}^{\alpha, \Delta t} = \frac{P_{\text{mid}}^t - P_{\text{mid}}^t \cdot \exp(r_t^{\alpha, \Delta t})}{P_{\text{mid}}^t} = 1 - \exp(r_t^{\alpha, \Delta t}), \quad (26)$$

ahol P_{mid}^t a középárfolyamot jelzi a t -dik időpontban, míg $P_{\text{mid}}^{t+\Delta t} = P_{\text{mid}}^t \cdot \exp(r_t^{\Delta t})$. Ha például a $\text{VaR}^{95\%, 1\text{nap}} = 5\%$, akkor az azt jelenti, hogy 95%-os valószínűséggel 1 nap

alatt nem lesz 5%-nál nagyobb a veszteség a középárfolyam megváltozása miatt (Jorion, 2007).

2.3. Likviditással módosított hozamok

Egy LAVaR modell alapötlete, hogy a hozamokba építsük bele a likviditási mutatót, és ezen kibővített hozam meghatározás után határozzuk meg a VaR értéket a következők szerint:

$$\text{LAVaR}^{\alpha, \Delta t}(q) = 1 - \exp\left(r_{\text{actual}, t}^{\alpha, \Delta t}(q)\right), \quad (27)$$

ahol az $r_{\text{actual}, t}^{\alpha, \Delta t}(q)$ az a nettó hozam, amely már figyelembe veszi a BLM értéket is, és ezen keresztül a kereskedés költségét is, egy adott „q” kötés nagyság mellett (Stange és Kaserer, 2009a). A 27. képletben szereplő nettó hozamok kiszámításának pontos menetét Stange és Kaserer (2009a) nem adják meg a LAVaR számításának bemutatása során, csak a végeredményt ismertetik. Ebből kifolyólag a 2.3.1 alfejezetben ismertetem a nettó hozam meghatározásának menetét egy részvény esetében, mely saját levezetésem eredménye. Stange és Kaserer (2009a) munkásságán túlmutatva, a 2.3.2 és 2.3.3 alfejezetben ismertetem a nettó hozamok levezetését két különböző módon súlyozott portfólió esetében is, mely ugyancsak a saját eredmény.

2.3.1. A hozam meghatározása egy részvényre

Egy részvény esetében a hozam csupán az árkockázatot figyelembe véve a következő lenne egy adott „v” mennyiségű részvény kereskedése során:

$$r_{\text{hypothetic}} = \ln\left(\frac{P_{\text{mid}, t} \cdot v}{P_{\text{mid}, t-1} \cdot v}\right) = \ln\left(\frac{q_t}{q_{t-1}}\right), \quad (28)$$

ahol $r_{\text{hypothetic}}$ jelöli azt a hozamot, amelyet akkor realizálnánk, ha lenne lehetőség középáron kereskedni az adott termékkel. Ennek megfelelően a $P_{\text{mid}, t} \cdot v$, illetve a q_t jelöli azt az értéket, amit „v” darab részvény eladása során kapunk abban az esetben,

ha a részvényt P_{mid} középáron el tudnánk adni. $P_{mid,t-1} \cdot v$ és q_{t-1} ugyanezt jelöli egy időszakkal korábban.

A nettó hozam, vagy más néven tényleges hozam (*actual return*) meghatározásához azonban szükség van arra, hogy a kereskedés implicit költségét is figyelembe vegyük. Ezt a költséget a súlyozott átlagár meghatározásával számszerűsíthető a 29-es képlet alapján.

$$b_t(v) = \frac{\sum b_{k,t} \cdot v_{k,t}}{v}, \quad (29)$$

ahol $b_t(v)$ a könyv vételi oldalán a súlyozott átlagár egy adott v mennyiség esetében, $b_{k,t}$ az ajánlati könyv k -dik szintjén lévő ára a t -dik időpontban, $v_{k,t}$ az ajánlati könyv k -dik szintjén található mennyisége a t -dik időpontban, míg „ v ” az összes kereskedni kívánt mennyiség.

Egy adott részvény eladásából származó teljes bevétel tehát, feltételezve hogy a t -dik időpontban eladjuk a részvényt, egyenlő lesz $b_t(v) \cdot v$ -vel. Ekkor a teljes bevétel, amit a tranzakció realizálását követően kapunk az alábbi módon fejezhető ki:

$$b_t(v) \cdot v = q_t^{net} = q_t \cdot \left(1 - \frac{BLM(q_t)}{2}\right), \quad (30)$$

ahol q_t^{net} azt az értéket jelöli, amit az eladás során kapunk a részvényekért, míg q_t azt az értéket jelöli, amelyet akkor kapnánk, ha középáron tudnánk kereskedni a részvéennyel. Ez utóbbit azonban korrigálnunk kell a likviditás hiányában fellépő tranzakciós költség nagyságával, amelyet a BLM reprezentál. A korrekciót azonban nem a teljes BLM értékkel teszem meg, csak a felével, mert a BLM azt mutatja, hogy mi az implicit költség egy pozíció nyitása és egyidejű zárása esetén. Ezzel implicite feltételezem, hogy az eladási és vételi oldal szimmetrikus. Ezt a feltételt fel lehet oldani, ugyanakkor napi szintű adatoknál a szimmetrikusság feltételezése nem jelent lényegi megkötést.

Ennek megfelelően a tényleges hozamot a következő képlet alapján lehet meghatározni:

$$\begin{aligned}
 r_{\text{actual}} &= \ln\left(\frac{b_t(v) \cdot v}{P_{\text{mid},t-1} \cdot v}\right) = \ln\left(\frac{q_t^{\text{net}}}{q_{t-1}}\right) = \ln\left(\frac{q_t^{\text{net}}}{q_t} \cdot \frac{q_t}{q_{t-1}}\right) = \\
 &= \ln\left(\frac{q_t \cdot \left(1 - \frac{\text{BLM}(q_t)}{2}\right)}{q_t} \cdot \frac{P_{\text{mid},t}}{P_{\text{mid},t-1}}\right) = \ln\left(1 - \frac{\text{BLM}(q_t)}{2}\right) + r_{\text{hypothethic}}
 \end{aligned} \tag{31}$$

A levezetés során a tényleges hozamot felbontottam két hozamkomponensre.

Az egyik, ami a likviditás hiánya miatt merül fel, amit az $\ln\left(1 - \frac{\text{BLM}(q_t)}{2}\right)$ tényező mutat, a másik pedig az a hozam, amit akkor realizálnánk, ha középáron tudnánk kereskedni. Ezt az értéket mutatja az $r_{\text{hypothethic}}$.

2.3.2. A hozam meghatározása mennyiséggel súlyozott portfólióra

Egy összesen „ n ” darab részvényt tartalmazó portfólió esetében az elvárt hozam hasonlóképpen számolható ki, mint egy részvény esetében, melyet a 32-es képlet mutat:

$$r_{\text{hypothethic}} = \ln\left(\frac{\sum P_{\text{mid},t}^i \cdot v_i}{\sum P_{\text{mid},t-1}^i \cdot v_i}\right) = \ln\left(\frac{\sum q_t^i}{\sum q_{t-1}^i}\right) \tag{32}$$

Az elemzés során egy úgynevezett EVS (*Equal Volume Stock*) portfólió hozamát számítjuk ki. Ez egy olyan portfólió, ami minden részvényből ugyanannyi darabot tartalmaz, vagyis $v_i = v$ minden részvény esetében.

A tényleges hozam kiszámításához szükség van a portfólió értékének különböző időpontbeli meghatározására:

- A portfólió értéke a t időpontban, abban az esetben, ha nincs likviditáshiány:

$$\sum_{i=1}^N q_t^i = q_t = \sum v_i \cdot P_{\text{mid},t}^i = v \cdot \sum P_{\text{mid},t}^i ;$$

- A portfólió eladásából származó bevétel, ha azt a t-dik időpontban eladjuk, figyelembe véve a likviditás hiányából fakadó tranzakciós költséget is:

$$q_t^{\text{net}} = \sum b_t(v_i) \cdot v_i = \sum q_t^i \cdot \left(1 - \frac{\text{BLM}(q_t^i)}{2}\right);$$

- A portfólió értéke az előző időszak közepén:

$$q_{t-1} = \sum P_{\text{mid},t-1}^i \cdot v_i = v \cdot \sum P_{\text{mid},t-1}^i \cdot$$

A fenti három érték meghatározására azért van szükség, mert a portfólió hozamának levezetése során ismét azt a gondolatmenetet követem, hogy az elvárt hozamot felbontom két különböző hozamkomponensre, az egyik, ami a likviditás hiánya miatt lép fel, a másik pedig, ami a középár megváltozásából fakad. Ahhoz, hogy a likviditáshiány miatti hozamot meg tudjam határozni, szükség van arra, hogy mennyi a portfólió értéke a tranzakciós költség figyelembevételével, illetve anélkül. A középár megváltozása miatti hozam meghatározásához viszont szükség van arra, hogy mennyi volt a portfólió értéke egy időszakkal korábban, illetve az adott időpillanatban akkor, ha nincs likviditáshiányból fakadó veszteség.

Ekkor a tényleges hozam a következő lesz:

$$\begin{aligned} r_{\text{actual}} &= \ln\left(\frac{\sum b_t(v_i) \cdot v_i}{\sum P_{\text{mid},t-1}^i \cdot v_i}\right) = \ln\left(\frac{q_t^{\text{net}}}{q_{t-1}}\right) = \ln\left(\frac{q_t^{\text{net}}}{q_t}\right) + \ln\left(\frac{q_t}{q_{t-1}}\right) = \\ &= \ln\left(\frac{\sum\left(q_t^i \cdot \left(1 - \frac{\text{BLM}(q_t^i)}{2}\right)\right)}{q_t}\right) + \ln\left(\frac{v \cdot \sum P_{\text{mid},t}^i}{v \cdot \sum P_{\text{mid},t-1}^i}\right) = \ln\left(\frac{v \cdot \sum\left(P_{\text{mid},t}^i \cdot \left(1 - \frac{\text{BLM}(q_t^i)}{2}\right)\right)}{v \cdot \sum P_{\text{mid},t}^i}\right) + r_{\text{hypothetic}} = \\ &= \ln\left(\frac{\sum\left(P_{\text{mid},t}^i \cdot \left(1 - \frac{\text{BLM}(q_t^i)}{2}\right)\right)}{\sum P_{\text{mid},t}^i}\right) + r_{\text{hypothetic}} \end{aligned} \quad (33)$$

A levezetés során fontos tényező volt, hogy egy EVS típusú portfólióra készítettem el a levezetést, mert így a „v” értékével egyszerűsíteni tudtam. Természetesen a fenti kiinduló képlet alkalmazható nem EVS portfólióra is, ekkor

azonban az egyes részvények „ v_i ” mennyiségével nem lehet egyszerűsíteni. A következő fejezetben azt mutatom meg, miként módosul a számítás menete abban az esetben, ha értéksúlyozású az a portfólió, amire a LAVaR értéket meg szeretnénk határozni.

2.3.3. A hozam meghatározása értékkel súlyozott portfólióra

Értéksúlyozású portfólió esetében feltételezem, hogy a portfólió teljes értékét az egész időszak alatt egy adott értékén, például 20.000 EUR-on szeretném tartani. Ezen az értéken belül fogok minden részvényből egy adott fix értékarányt tartani, amit w_i -vel jelölök. Ennek megfelelően a portfólió értékét ($q_{\text{portfólió}}$) a következőképpen definiálom:

$$q_{\text{portfólió}}^t = \sum_{i=1}^n w_i \cdot q_i^t = \sum_{i=1}^n w_i \cdot P_{\text{mid},i}^t \cdot v_i^t \quad (34)$$

Ebből az egyenletből minden időszakban meg tudom majd határozni, hogy hány darab kell egy-egy adott részvényből, hogy az értékarányt tartani tudjuk. A v_i meghatározása a következő lesz:

$$q_i = w_i \cdot q \quad \rightarrow \quad v_i^t = \frac{w_i \cdot q}{P_{\text{mid}}^t} \quad (35)$$

A tényleges hozam meghatározása azonos lesz, mint a mennyiséggel súlyozott portfólió esetében, azzal a különbséggel, hogy egyik időszakra a másikra, a középárfolyam megváltozásának következtében mindig módosulni fog az értékarány, ami miatt időszakra-időszakra módosítani kell a darabszámot, ezzel biztosítva azt, hogy az értékarány változatlan legyen. Emiatt van szükség arra, hogy azzal a feltételezéssel éljek, hogy egy fix értéken tartom a portfóliót. A hozam levezetése pedig a következő lesz:

$$\begin{aligned}
 r_{\text{actual}} &= \ln \left(\frac{\sum b_{+1t} (v_i) \cdot v_i}{\sum P_{\text{mid},i}^t \cdot v_i} \right) = \ln \left(\frac{q_{t+1}^{\text{net}}}{q_t} \right) = \ln \left(\frac{q_{t+1}^{\text{net}}}{q_{t+1}} \right) + \ln \left(\frac{q_{t+1}}{q_t} \right) = \\
 &= \ln \left(\frac{\sum \left(q_i^{t+1} \cdot \left(1 - \frac{\text{BLM}(q_i^{t+1})}{2} \right) \right)}{q^{t+1}} \right) + \ln \left(\frac{\sum v_i^t \cdot P_{\text{mid},i}^{t+1}}{\sum v_i^t \cdot P_{\text{mid},i}^t} \right) = \\
 &= \ln \left(\frac{\sum \left(v_i^t \cdot P_{\text{mid},i}^{t+1} \cdot \left(1 - \frac{\text{BLM}(q_i^{t+1})}{2} \right) \right)}{\sum v_i^t \cdot P_{\text{mid},i}^{t+1}} \right) + \ln \left(\frac{\sum v_i^t \cdot P_{\text{mid},i}^{t+1}}{\sum v_i^t \cdot P_{\text{mid},i}^t} \right) \tag{36}
 \end{aligned}$$

A hozam meghatározását követően a v_i adatokat frissíteni kell, hogy a $t+1$ -dik időszakban is megmaradjon a portfólióban a w_i súly. Ezt a 35-ös képlet alapján lehet megtenni.

A LAVaR értékek meghatározásán felül két további számítást is elvégzek, az egyik a relatív likviditási hatás számszerűsítése, melyet a 2.4 alfejezetben ismertetek, a másik a likviditási kockázat diverzifikáció hatásának bemutatása a 2.5 alfejezetben.

2.4. A relatív likviditási hatás

A LAVaR mutatóban a teljes piaci kockázat megjelenik, vagyis az mind az árkockázatot, mind a likviditási kockázatot tartalmazza. Amennyiben szeretnénk a likviditási kockázat arányát számszerűsíteni a LAVaR értéken belül, az könnyen megtehető a 37-as képlet segítségével.

$$\lambda(q) = \frac{\text{LAVaR}^{\alpha, \Delta t} \left(\sum q_i \right) - \text{VaR}^{\alpha, \Delta t} \left(\sum q_i \right)}{\text{VaR}^{\alpha, \Delta t} \left(\sum q_i \right)} \tag{37}$$

A szakirodalom $\lambda(q)$ mutatót nevezi relatív likviditási hatásnak vagy relatív likviditási mutatónak (Giot és Gramming, 2005). Ez a mutató azt adja meg, hogy mekkora a likviditáshiány miatti maximális veszteség adott konfidencia szinten és adott időtávon. Számításaim során ezt a mutatót is ki fogom számolni a BLM adatbázison mind egyedi részvényekre, mind részvényportfóliókra. Részvény portfólió esetében azon a relatív likviditási hatáson felül a likviditási kockázat diverzifikálhatóságának a mértékét is meg fogom határozni, melyet eddig még ilyen módszerrel nem tett senki, a szakirodalmi kutatásaim szerint. A számítás menetét a 2.5 alfejezetben mutatom be.

2.5. Diverzifikáció

Portfóliók esetében fontos kérdés, hogy van-e lehetőség arra, hogy a likviditásból eredő kockázatot diverzifikáció által csökkentsük. A 38-es képletet saját magam határoztam meg – a szakirodalomban még senki sem alkalmazta –, mely azt mutatja, hogy portfóliók esetében csökkenthető-e a likviditási kockázat.

$$\gamma(q) = \frac{\left(\sum LAVaR^{\alpha, \Delta t}(q_i) - LAVaR^{\alpha, \Delta t}\left(\sum q_i\right)\right) - \left(\sum VaR^{\alpha, \Delta t}(q_i) - VaR^{\alpha, \Delta t}\left(\sum q_i\right)\right)}{\left(\sum VaR^{\alpha, \Delta t}(q_i) - VaR^{\alpha, \Delta t}\left(\sum q_i\right)\right)} \quad (38)$$

A $\gamma(q)$ azt mutatja meg, hogy százalékosan mennyivel lesz nagyobb a diverzifikációs hatás, ha figyelembe vesszük a likviditást. Ugyanis a $\left(\sum LAVaR^{\alpha, \Delta t}(q_i) - LAVaR^{\alpha, \Delta t}\left(\sum q_i\right)\right)$ kifejezés azt adja meg, hogy mekkora a LAVaR értékében a különbség adott konfidencia szinten és adott időtávra vonatkozóan abban az esetben, ha a portfólióban szereplő részvényekre külön számolnánk ki a LAVaR értékeket és ezt adnánk össze, valamint a teljes portfólióra egyben kiszámolva. A $\left(\sum VaR^{\alpha, \Delta t}(q_i) - VaR^{\alpha, \Delta t}\left(\sum q_i\right)\right)$ kifejezés ugyanezt adja meg a hagyományos VaR esetre. Ennek következtében a 38-es képlet mutatja a teljes diverzifikációs hatás nagyságát az árkockázat diverzifikációs hatásához viszonyítva, százalékos formában.

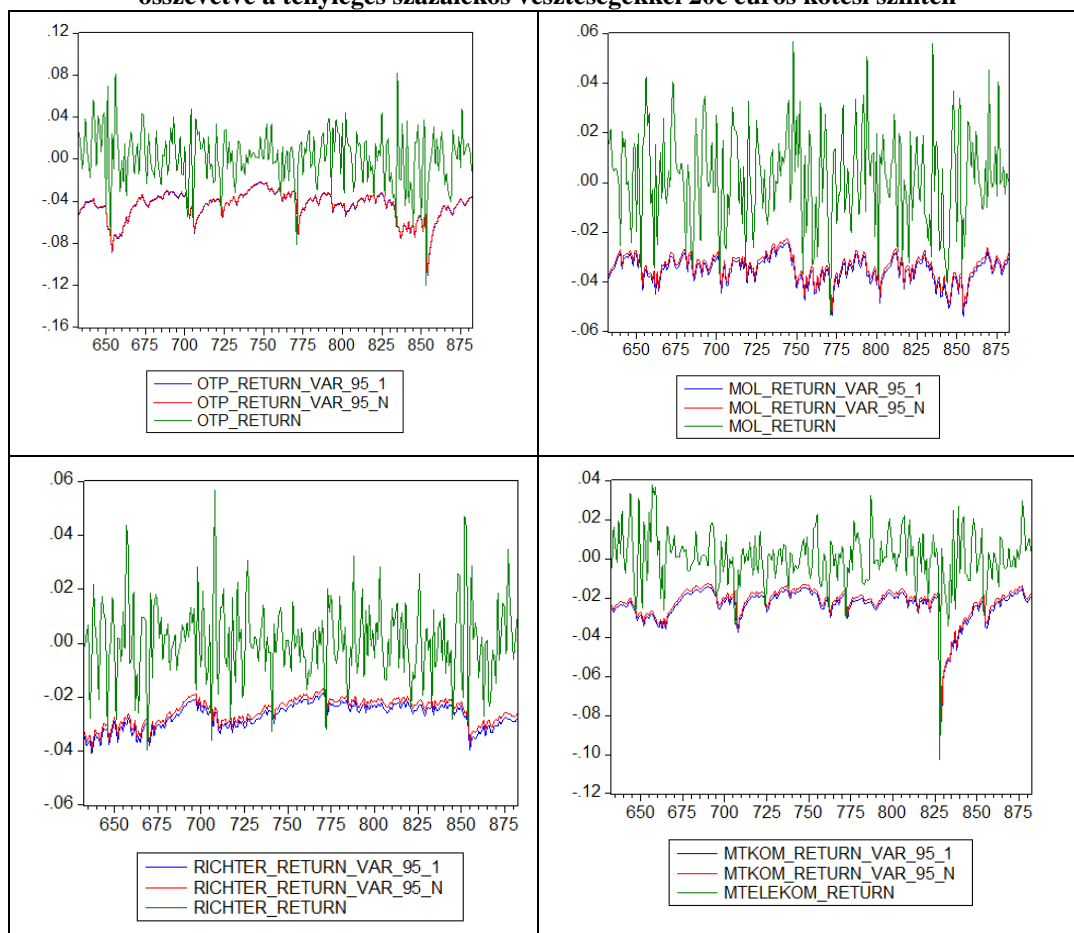
2.6. Eredmények

2.6.1. Egyedi részvények

A bemutatott LAVaR modell építését a négy legnagyobb magyar részvényre végzem el, vagyis a négy bluechip részvényre, az OTP-re, a Mol-ra, a Richter-re valamint az MTelekom-ra.

A 38. és 39. ábrákon a különböző részvények esetén kapott egy évnyi hozam előrejelzést és a tényleges értékeket összevetve láthatjuk a négy részvény esetében. Az összehasonlítás és a különbség érzékeltetése végett az előrejelzéseket a hagyományos VaR esetében is ábrázolom.

38. ábra: A hagyományos és a likviditással kiegészített VaR előrejelzések, összevetve a tényleges százalékos veszteségekkel 20e eurós kötési szinten



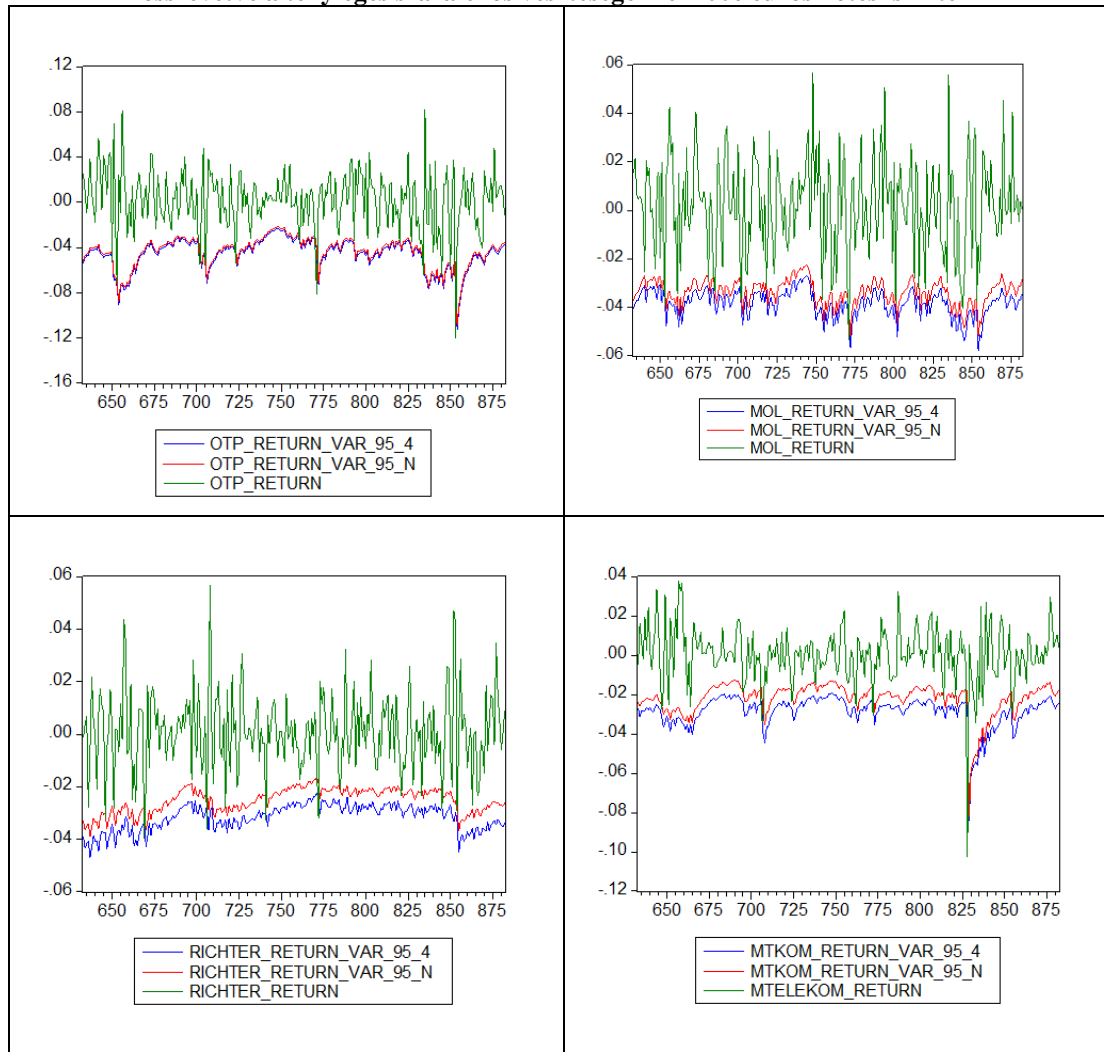
Forrás: saját szerkesztés

A 38. ábrán a 20e-es, míg a 39. ábrán a 200e-es kötőmért (1-es jelöli a 20e-es, 4-es a 200e-es), 95%-os és 1 napos VaR esetén kapott előrejelzéseket mutatom

be. Mindkét ábrán a vízszintes tengelyen lévő számok az előrejelzés idejét mutatják, pl. 650 a minta kezdetétől, 2007. 01. 02-től, számított 650-dik kereskedési napra számított előrejelzés, a függőleges tengelyen pedig a százalékos értékek láthatók, tizedes formában.

A 38. ábráról az látszik, hogy az OTP esetében nincs jelentős eltérés a kibővített és a hagyományos VaR között, ami pontosan azt jelzi, hogy az OTP a vizsgált időközben nagyon likvid részvény, kicsi a likviditási kockázata. A Mol és az MTelekom esetében is hasonló a helyzet, bár ott már van egy kicsi eltérés a két VaR között. A legnagyobb a különbség a Richter esetében, ahol már a 20e eurós kötési szinten is a LAVaR eltér a hagyományos VaR értéktől.

39. ábra: A hagyományos és a likviditással kiegészített VaR előrejelzések, összevetve a tényleges százalékos veszteségekkel 200e eurós kötési szinten



Forrás: saját szerkesztés

Látványosabb azonban a különbség a négy részvény között a negyedik, azaz a 200e eurós kötési szinten. Ebben az esetben már a különbség drasztikusan megnő az OTP és a másik három részvény között. Mindezek azt mutatják, hogy a Mol, a Richter és az MTelekom kevésbé likvid, mint az OTP, vagyis a likviditási kockázatuk jelentősebb.

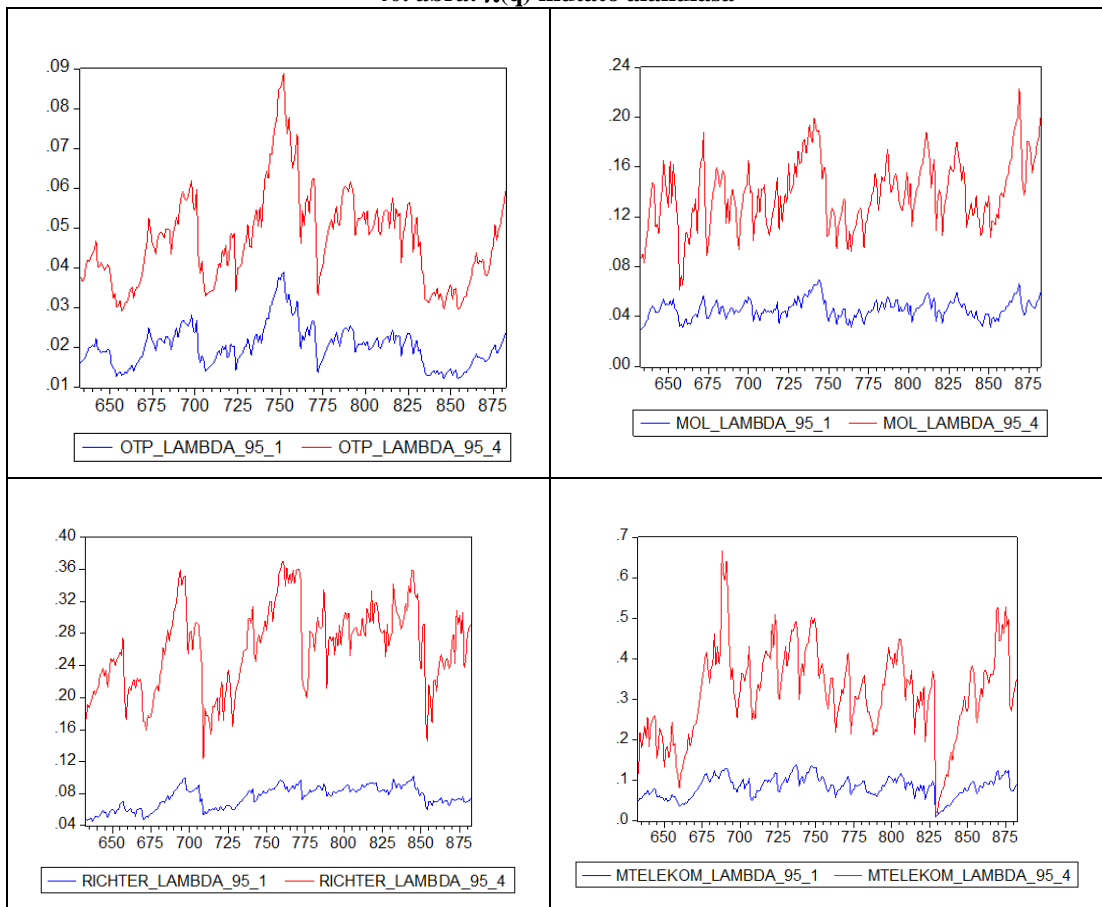
A hibázások tesztelése során az OTP és MTelekom esetében mindkét előrejelzés megfelelően működik, egyik modell által számolt érték sem tér el statisztikailag szignifikánsan az elméleti 5%-os értéktől, így az OTP és MTelekom részvényei esetében a likviditási kockázat figyelembe vétele nem módosítja az előrejelzések pontosságát. A Richter esetében hasonló a helyzet, itt csak a 99%-os, 100e-es és 200e-es kötésméretetek esetén pontatlanabb az előrejelzés, ez feltehetően a már említett számítási probléma következménye. A Mol esetében a 99%-os előrejelzések egységesen mindkét modell esetén pontatlanok, mindegyik esetben túl szigorú előrejelzést kapunk, a 99%-os VaR esetén várható 1%-nyi hibázás helyett egyetlen egyszer sem haladja meg a tényleges érték az előrejelzett VaR-t. Ez feltehetően a felhasznált mintának köszönhető, ugyanis az a teljes 2008-as válságos időszakot tartalmazza.

A kétféleképpen számolt VaR különbözőségének jobb szemléltetésére tekintünk a 2.4 alfejezetben bemutatott $\lambda(q)$ relatív likviditási mutató időbeli alakulását a különböző részvények esetén. A 40. ábrán egyszerre mutatjuk a 20e-es és 200e-es kötésmérethez tartozó $\lambda(q)$ mutatót.

Vagyis a 40. ábra az előző, 38. és 39. ábrákon látható előrejelzések közötti %-os különbséget mutatják a vizsgált két kötésméret esetén (a vízszintes tengely továbbra is az előrejelzés ideje, a függőleges pedig a mutató értéke tizedes formában).

A relatív likviditási mutatók alapján megállapítható, hogy a kötésméret növelésével jelentősen nő a likviditási kockázat, ezt intuitíven el is várjuk, hiszen nagyobb pozíció likvidálásának nyilvánvalóan nagyobb a költsége.

40. ábra: $\lambda(q)$ mutató alakulása



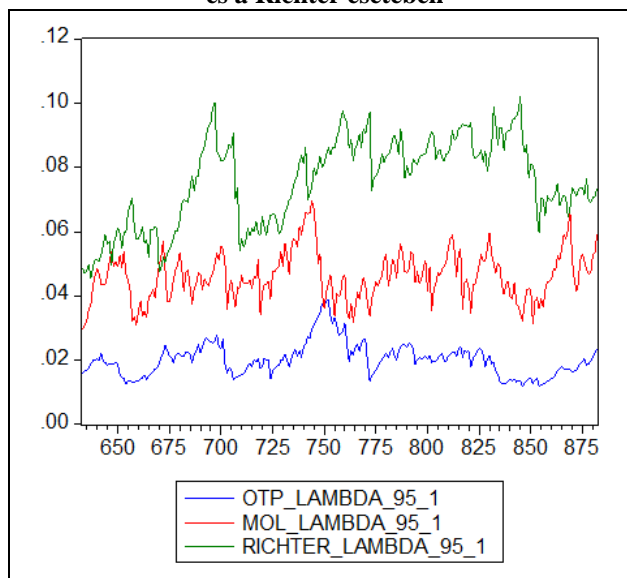
Forrás: saját szerkesztés

Az OTP részvénytőzsdénél a legkisebb, 20e eurós kötésméret esetén a likviditási kockázat a kontroll időszak minden napján meghaladja az 1%-ot, de helyenként van, hogy akár 4%-os is lehet, míg a 200e-es kötésméretnél a likviditási kockázat 3%-nál mindig nagyobb, de közel 9%-ra is megnőhet. Ekkora tehát ez az addicionális kockázat, amelyet nem veszünk figyelembe, ha csak az árfolyam változására koncentrálnunk. Bár ezek az értékek nem feltétlen nagyok, de figyelembe kell venni, hogy az OTP a leglikvidebb részvények egyike a Budapesti Értéktőzsdén.

A Richter esetében a likviditási kockázat jóval nagyobb, már a legkisebb szinten is mindig 4% fölötti, de gyakran 8% körüli, míg 200e-es kötésméret esetén már stabilan 20% fölé is emelkedik. Ez számszerűen is alátámasztja az előző (38. és 39.) ábrák alapján tett megállapításunkat, miszerint a Richter kevésbé likvid az OTP-hez képest, és jelentősebb a likviditási kockázata. A Mol és az MTelekom eredményei alapján is hasonló következtetésre jutottam.

A következő 41. ábrán a vezető magyar részvények egymáshoz viszonyított relatív likviditási mutatói láthatók a legkisebb kötésméret esetén.

41. ábra: $\lambda(q)$ alakulása az OTP, a MOL és a Richter esetében



Forrás: saját szerkesztés

Jól látható, a likviditási kockázat esetén felálló OTP, Mol, Richter sorrend,³⁴ ahogy azt az előzetes jelzések mutatták. A köztük lévő jelentős különbség viszont arra utal, hogy az OTP az egyetlen kiemelkedően likvid értékpapír a magyar tőzsdén.

Érdeemes egy pillantást vetni a fenti relatív likviditási mutatók átlagos értékeire a különböző részvények és kötésméretek esetén az előre jelzett egy év során. Ezeket az értékeket a következő táblázat foglalja össze.

15. táblázat: $\lambda(q)$ értékek különböző kötésméretek és részvények esetén

95%	OTP	MOL	Richter	MTelekom	99%	OTP	MOL	Richter	MTelekom
20	2,03%	4,61%	7,54%	8,46%	20	1,25%	3,07%	4,65%	4,78%
40	2,41%	5,76%	9,57%	11,29%	40	1,47%	3,90%	6,40%	6,38%
100	3,36%	8,91%	15,71%	18,78%	100	2,03%	6,25%	11,33%	10,71%
200	4,72%	13,86%	26,29%	31,98%	200	2,83%	10,03%	18,00%	18,49%
500	8,40%	29,75%	91,74%	133,52%	500	5,04%	22,24%	60,73%	97,43%

Forrás: saját szerkesztés

³⁴ Az MTelekom-t a jobb szemléltetés végett hagytam ki, likviditásának nagyságrendje nagyon hasonló a Richteréhez, ld. egyedi relatív likviditási mutatók ábrái.

Az átlagos értékek alapján ismét jól látszik az egyes részvények közötti likviditási sorrend, illetve az is, hogy az OTP kiemelkedően likvid (itt messze a legkisebb a likviditási kockázat) a többi részvényhez képest.

A fenti táblázat azonban a BLM már többször említett számítási hibájára is rámutat: a Richter és az MTelekom esetén az 500e-es kötésméretet tekintve irreálisan magas, akár 100% fölötti, értékeket kapunk. Ez feltehetően azért van, mert ezen részvények esetén átlagosan nincs 500e eurónyi ajánlat a könyvben, így ekkora méretű tranzakciókat nem lehetne azonnal végrehajtani (azaz a táblázatokban „végteleneknek” kellene szerepelnie).

Összességében megállapíthatjuk, hogy a fenti eredmények alapján *a likviditási kockázat nem elenyésző, mindenképpen érdemes figyelembe venni a VaR jellegű mutatók számításánál.*

2.6.2. Részvényportfóliók

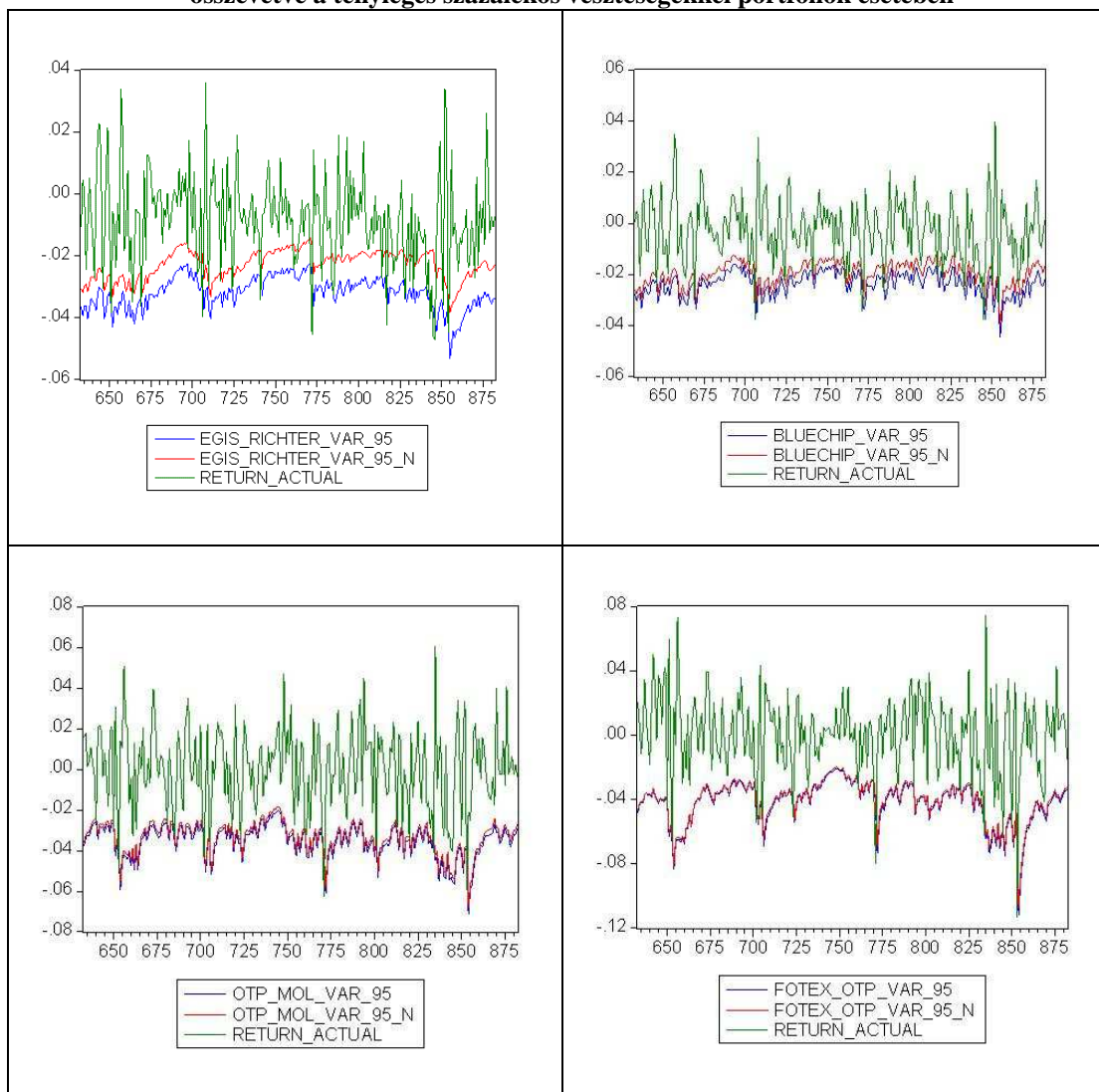
Négy különböző mennyiséggel súlyozott részvényportfólió esetében is meghatároztam a LAVaR, és a hagyományos VaR értékeket. A négy portfólió a következő volt:

1. 1.000 – 1.000 db: Egis és Richter. Cél a portfólió kialakításával, hogy megnézzem, hogy egy adott iparágban tevékenykedő vállalatok LAVaR-ja hogyan alakul. Valamint, hogy van-e diverzifikációs hatás iparágon belül likviditás szempontjából.
2. 1.000 – 1.000 db: OTP és MOL. A két leglikvidebb magyar részvény esetében is a fő célom annak megnézése, hogy van-e lehetőség a diverzifikációra. Vagyis azt vizsgálom meg, hogy a két részvény likviditása ugyanúgy alakul-e a piacon, vagyis csökkenthető-e a likviditási kockázat egy portfólió kialakításával.
3. 1.000 – 1.000 db a négy bluechip részvényből: OTP, MOL, Richter és MTelekom. Ebben az esetben ugyanaz a célom, mint az OTP-MOL portfólió esetében, csak itt kiterjesztem egy nagyobb portfólióra a számítást.
4. 1.000 – 1.000 db: OTP és Fotex. A cél annak kimutatása, hogy ha egy portfólióban egy illikvid részvény mellé egy likvidet teszünk, akkor jelentős mértékben csökken a teljes portfólió likviditási kockázata. Az OTP és a Fotex

esetében megnéztem egy nagyobb elemszámú portfólió likviditás diverzifikációs hatását is, így egy 100.000 – 100.000 db OTP-t és Fotex-t tartalmazó portfólióra is kiszámoltam a LAVaR értékeket.

A különböző VaR és LAVaR értékeket 95%-os konfidencia intervallum mellett egynapos időtávra számoltam ki. A kapott eredményeket a 42. ábra tartalmazza, ahol az x tengely ugyanazt mutatja, mint az egyedi részvények esetében, vagyis hogy hányadik kereskedési napnál járunk 2007. január 2-hoz képest. Az y tengely a VaR („*egis_richter_var_95_N*”, a LAVaR, „*egis_richter_var_95*”), illetve a tényleges hozam („*return_actual*”) értékeket mutatja az idő függvényében.

42. ábra: A hagyományos és a likviditással kiegészített VaR előrejelzések, összevetve a tényleges százalékos veszteségekkel portfóliók esetében



Forrás: saját szerkesztés

Mivel valamennyi esetben a portfólió 1.000-1.000 darabot tartalmaz a benne szereplő részvények mindegyikéből, így az egyes ábrák egymással nem hasonlíthatóak közvetlenül össze, hiszen más értékűek az egyes portfóliók. Azonban az megállapítható a 42. ábra értelmében valamennyi portfólió esetében a likviditással kiegészített VaR érték magasabb, mint a hagyományos VaR érték.

A likviditás miatti járulékos kockázat mértékét – a $\lambda(q)$ mutatót – portfóliók esetében is meghatároztam. Azonban az egyes portfóliók esetében akárcsak a VaR értékek, a $\lambda(q)$ sem hasonlítható közvetlenül össze, ugyancsak az eltérő portfólió értékek miatt. A 16. táblázat tartalmazza a $\lambda(q)$ értékeket.

16. táblázat: $\lambda(q)$ értékek

Portfólió	v_i (db)	$\lambda(q)$
Egis – Richter	1.000	40,6%
Bluechipek	1.000	21,3%
OTP – MOL	1.000	7,7%
OTP – Fotex	1.000	3,2%

Forrás: saját szerkesztés

A $\lambda(q)$ érték azt mutatja meg – akárcsak az egyedi részvények esetében –, hogy például egy olyan portfólió esetében, mely 1.000 darab Egis és 1.000 darab Richter részvényt tartalmaz, 40,6% az addicionális kockázat, amit nem veszünk figyelembe akkor, ha csak az árkockázattal számolunk.

A részvényportfóliók esetében azonban a relatív likviditási hatás számszerűsítésén túl fontos a diverzifikáció is. A diverzifikációs hatás számszerűsítése érdekében meghatároztam a $\gamma(q)$ értékeket, melyet a 17. táblázat tartalmaz.

17. táblázat: $\gamma(q)$ értékek

Portfólió	v_i	$\gamma(q)$
Egis – Richter	1.000	58,24%
Bluechipek	1.000	4,80%
OTP – MOL	1.000	2,52%
OTP – Fotex	100.000	336,07%

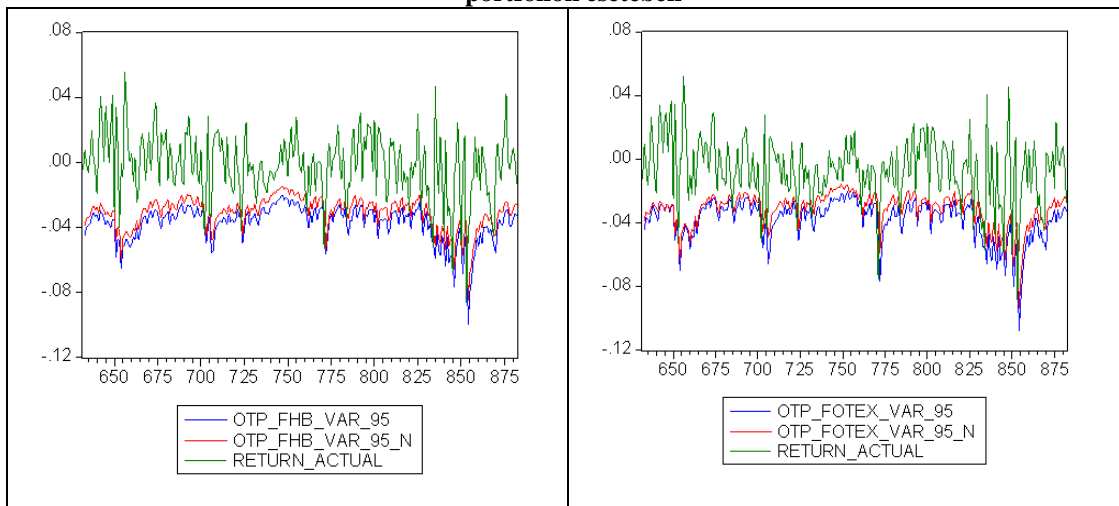
Forrás: saját szerkesztés

A 17. táblázat alapján megállapítható, hogy *jelentős diverzifikációs hatás érhető el a likviditási kockázat tekintetében portfóliók kialakítása során*. Azonos

iparágban tevékenykedő vállalatok esetében, mint például az Egis és a Richter, 1.000-1.000 darab részvényt tartalmazó portfóliója során jelentősen, 58,24%-kal nagyobb a diverzifikációs hatás, ha figyelembe vesszük a likviditást. A bluechipek, és az OTP-MOL portfólió esetében a likviditás figyelembe vétele miatti diverzifikációs hatásnövekedés alacsonynak mondható, ami annak tudható be, hogy hasonló likviditással rendelkeznek és relatíve ezek likviditása a legjobb. A kapott eredmények ez esetben sem hasonlíthatóak közvetlenül össze az értékbeli eltérés miatt. A táblázat utolsó sora egy jóval magasabb elemszámú portfóliót tartalmaz, megnéztem ugyanis a diverzifikációs hatás nagyságát egy olyan portfólióra, mely 100.000-100.000 darab OTP-t, illetve Fotextet tartalmaz. Ebben az esetben, a likviditás figyelembe vétele miatti diverzifikációs hatásnövekedés nagyon jelentős 336,07% volt.

Mennyiséggel súlyozott portfólión felül, értékkel súlyozott portfóliókra is meghatároztam a LAVaR értékeket. Két ilyen portfóliót választottam, melyek mindkettő esetében a részvények 50-50%-os arányban szerepeltek. Ezen felül a portfólió értékét a számítások során végig fix értéken tartottam. Az eredményeket a 43. ábra tartalmazza:

43. ábra: A hagyományos és a likviditással kiegészített VaR előrejelzések értékkel súlyozott portfóliók esetében



Forrás: saját szerkesztés

Az értékkel súlyozott portfólió előny a mennyiséggel súlyozott portfólióval szemben az, hogy a különböző portfóliók összehasonlíthatóak, hiszen az értékük megegyezik.

Az OTP-FHB portfólió esetében a $\lambda(q)$, vagyis az a kockázat, amit nem veszünk figyelembe, ha nem LAVaR-t számítunk csak hagyományos VaR-t, 21,14%, míg az OTP-FOTEX esetében a $\lambda(q) = 20,46\%$ -kal.

2.7. Következtetések

Ebben a fejezetben bemutattam, hogy miként lehet likviditással kiegészített VaR modellt készíteni, mely során azt is levezettem, hogy a VaR számítás során alkalmazott hozamot miképpen lehet kiszámítani. Rámutattam arra is, hogy a likviditás figyelembe vétele szignifikáns kockázat növekedést jelent még a legnagyobb és leglikvidebb részvények esetében is mind egyedi részvény, mind portfólió szinten. Nem szabad tehát figyelmen kívül hagyni.

A BLM és az annak segítségével bemutatott módszer egyszerű és gyors módját adja, hogy a likviditást megjelenítsük a tőkekövetelményben. A mutató hiányosságait és számítási problémáit szem előtt tartva, az eredményeket megfelelő óvatossággal kell kezelni, azonban a lényegi empirikus megfigyeléseket, (pl. az OTP a leglikvidebb részvény) a bemutatott modell jól vissza tudja adni, így mindenképpen javaslom a kockázatkezelési rendszerekbe való beépítést. Az eredmények alapján összességében a H3-as hipotézist nem tudom elutasítani.

H3: A likvid kategóriába tartozó részvények esetében a likviditási költségek figyelmen kívül hagyása, a piaci kockázat minimum 5%-os alulbecslését okozhatja már a legkisebb, 20.000 EUR-s kötési szinten is.

Portfóliók esetében a likviditási kockázat diverzifikáció által csökkenthető, így érdemes többféle részvényt tartani egy portfólióban, mert így nemcsak az árkockázat, hanem a likviditási kockázat is csökken. Ez alapján a H4 hipotézist sem tudom elutasítani.

H4: Részvényportfóliók esetében nemcsak az árkockázatból eredő kockázat, hanem az illikviditásból eredő kockázatok is diverzifikálhatók.

IV. A virtuális árhatás függvény

1. Az árhatás függvények irodalma

A piaci likviditás témakör egyik legfontosabb fogalma az árhatás (*price impact, market impact*), illetve az árhatás függvény (*price impact function, market impact function*). Annak ellenére, hogy az árhatás függvények elemzésének, és modellezésének az irodalma egyre szélesebb körű, a szakirodalomban csak néhány tanulmány taglalja, hogy a piacon ténylegesen milyen mértékű a tranzakciók árhatása, azaz a kereskedésnek mekkora az a járulékos költsége, amit a kereskedők nem explicit költségként – mint például a brókeri jutalékok vagy különféle tőzsdei díjak – fizetnek meg. Az 1.1 alfejezetben ezen empirikus eredményeket mutatom be.

1.1. Az árhatás mértéke empirikus adatok alapján

Mielőtt az árhatás függvények irodalmát bemutatom, érdemes megvizsgálni, hogy a piacon milyen mértékű a tranzakciók árhatása. Ilyen jellegű kutatást például Torre és Ferrari (1999) készített, akik az S&P 500 indexet alkotó részvények esetében becsülték meg a kereskedés teljes tranzakciós költségét. A szerzők 400 dolláros medián részvényárfolyamot és 10 000 részvény vételét vagy eladását feltételezve a kereskedés teljes tranzakciós költségét egy részvényre vonatkozóan 25 centben határozták meg. Torre és Ferrari (1999) becslése szerint a 25 centből a lebonyolítás költsége 5 centet tesz ki. A maradék 20 cent a teljes árhatás, amelyből 7 cent a spread fele, 13 cent pedig az addicionális árhatás. Figyelemre méltó, hogy az addicionális árhatás önmagában is már a teljes tranzakciós költség közel felét teszi ki.

Az ITG Global Trading Cost Review adatai szerint az elmúlt öt év során a nagy kapitalizációjú amerikai részvényekkel folytatott kereskedés átlagos tranzakciós költsége 23 bázispont (bp) volt, amiből 9 a jutalékoknak, míg 12 az árhatásnak tudható be (Ferraris, 2008).

A fenti két példa jól rávilágít arra, hogy a teljes tranzakciós költség legnagyobb részét az árhatás jelenti. Ezért fontos, hogy a piaci szereplők tisztában

legyenek ezen fogalommal, és valahogy számításba tudják venni a kereskedés során, hiszen jelentős költséget tudnak megtakarítani ezáltal.

1.2. Virtuális és tényleges árhatás függvények

Az árhatás mértékéről információt az árhatás függvények segítségével nyerhetünk, amelyek azt adják meg, hogy egy adott q értékű megbízás milyen mértékű relatív árelmozdulást okoz. Az árhatás függvény ismerete a piaci szereplők számára fontos a jövőben benyújtandó ajánlataihoz kapcsolódó árhatás előrejelzése, a kereskedés árelmozdulásból eredő többletköltségének becslése, illetve optimális kereskedési algoritmus kialakítása végett.

Az árhatás függvényeknek (*price impact function, market impact function*) két nagy csoportját lehet megkülönböztetni, a virtuális és a tényleges árhatás függvényt. A *virtuális árhatás függvény (virtual price impact function – vPIF)* azt mutatja meg, hogy ha most azonnal végrehajtanánk egy tranzakciót, akkor az ajánlati könyv alapján az utolsó árszint, amin teljesült a megbízás, mennyivel térne el attól a középárfolyamtól, amely a tranzakció benyújtásakor volt a piacon. Ekkor marginális árhatásról beszélünk, és a 39. egyenlet alapján tudjuk meghatározni az árhatást:

$$vPIF(q) = \frac{\text{Megbízás utolsó elemének árszinja}}{\text{Tranzakció benyújtásakor esedékes középár}} - 1 = \frac{P_{\text{utolsó}}^t}{P_{\text{középár}}^{t-1}} - 1 \quad (39)$$

A függvény tehát azt mutatja meg, hogy mekkora volt az azonnali végrehajtás marginális árhatása (Bouchaud et al., 2008; Bouchaud, 2010a; Gabaix et al., 2003).

Meghatározható ugyanakkor olyan virtuális árhatás függvény is, amely egy tranzakció átlagos árhatását adja meg. Ezt az ajánlati könyv alapján annak megállapításával határozhatjuk meg, hogy mi volt a tranzakció végrehajtásának az átlagos ára, és ez mennyiben tér el a tranzakciót megelőző középárfolyamtól.

$$vPIF(q) = \frac{\text{Megbízás átlagára}}{\text{Tranzakció benyújtásakor esedékes középár}} - 1 = \frac{P_{\text{átlagár}}^t}{P_{\text{középár}}^{t-1}} - 1 \quad (40)$$

Az átlagos árhatás nagyságának a kereskedésben résztvevők kitüntetett figyelmet szentelnek, hiszen ettől függ, hogy mennyi lesz az a plusz implicit költség, amit egy tranzakció végrehajtásakor a likviditás hiánya miatt fizetniük kell.

A marginális és az átlagos árhatáson felül lehet azonban egy harmadik-féleképpen is értelmezni az árhatást, mégpedig annak a számszerűsítésével, hogy egy adott nagyságú tranzakció egy adott pillanatban mennyivel mozdítja el a piaci középárát. Ehhez arra van szükség, hogy az ajánlati könyv adatokból kiszámítsuk, hogy mennyi volt a tranzakciót megelőző középár, illetve a tranzakciót követő középár. Ekkor az árhatás a következő lesz:

$$vPIF(q) = \frac{\text{Tranzakció utáni középár}}{\text{Tranzakció benyújtásakor esedékes középár}} - 1 = \frac{P_{\text{középár}}^t}{P_{\text{középár}}^{t-1}} - 1 \quad (41)$$

A virtuális árhatás függvény azonban egyik esetben sem a tényleges árhatást adja meg, hiszen annyit mutat pusztán, hogyha most rögtön szeretne egy kereskedő egy adott értékű tranzakciót végrehajtani, akkor mekkora lenne akár a marginális, akár az átlagos, akár a középár megváltozásából eredő árhatás. Innen ered a virtuális árhatás függvény elnevezés. Ha ugyanis a kereskedő a virtuális árhatás függvényből látja, hogy a tranzakció nagy árelmozdulást okozna, akkor várhatóan nem nyújtja be egyben a tranzakciót, hanem feldarabolja azt, és inkább akkor hajtja végre a tranzakciót, amikor látja, hogy az nem fog jelentős árhatás okozni a piacon. Vagyis az árhatás, amit a virtuális árhatás függvény mutat, ténylegesen nem következik be, mert ez csak akkor lenne az árhatás, ha a kereskedő be is adná a megbízást, és az azonnal teljesülne is.

A virtuális árhatás függvény a mindenkori ajánlati könyv alapján határozható meg, hiszen a piac adott mennyiség melletti likviditását az ajánlati könyv aktuális állapota tükrözi a legmegfelelőbben. A virtuális árhatás definíciójának könnyebb érthetősége végett egy egyszerű számpéldán keresztül bemutatom, mit értek az egyes árhatások alatt. Az árhatás meghatározása során mindhárom esetben szükség van az ajánlati könyv ismeretére, melyet jelen esetben egy fiktív részvény ajánlati könyve reprezentál (18. táblázat).

18. táblázat: Egy fiktív részvény ajánlati könyve

Ajánlati könyv			
Vételi mennyiség	Vételi ár	Eladási ár	Eladási mennyiség
300	9 980	9 990	200
622	9 970	10 000	300
400	9 960	10 010	220
721	9 950	10 020	200
1 200	9 940	10 030	100

Forrás: saját táblázat

Tételezzük fel, hogy egy adott befektető 7.000.000 forint értékben szeretne venni a fiktív részvényből. A befektető megbízása az ajánlati könyv első három sorát érinti. Az első szinten a befektetőnek 200 részvényhez sikerül hozzájutnia darabonként 9.990 forintért. A második szinten újabb 300 részvény megvásárlására kerül sor, darabonként 10.000 forintért. Ezt követően a befektetőnek 2.002.000 forint részvényvásárlásra fordítandó pénze marad, amelyből a harmadik legjobb árszinten (10.010 Ft) még további 200 darab részvényt tud megvenni. A vételi ajánlat teljesülésének elemeit a 19. táblázatban külön összefoglaltam.

19. táblázat: A vételi ajánlat teljesülése

Vételi ajánlat	Darab	Ár	Érték (HUF)
Első szinten teljesül	200	9 900	1 998 000
Második szinten teljesül	300	10 000	3 000 000
Harmadik szinten teljesül	200	10 010	2 002 000
Összesen	700		7 000 000

Forrás: saját táblázat

A tranzakció benyújtásának pillanatában a középárfolyam 9.985 forint volt, mert ez a számtani átlaga a legjobb vételi és a legjobb eladási megbízásnak. A számpéldában a marginális árhatást a 39. egyenlet felhasználásával a 42. egyenletben feltüntetett módon lehet meghatározni. A marginális árhatás számszerűsítéséhez tehát az ajánlati könyvből meg kell határozni azt az ajánlati szintet, amelyen a megbízás utolsó eleme teljesült. A marginális árhatás pedig tulajdonképpen nem más, mint ennek az árnak a megbízás benyújtásakor esedékes középárhoz képesti relatív változása.

$$vPIF(q) = \frac{P_{\text{utolsó}}^t}{P_{\text{középár}}^{t-1}} - 1 = \frac{10010}{9985} - 1 = 0,25\% \quad (42)$$

Ha tehát a 18. táblázatban feltüntetett ajánlati könyv mellett a fiktív részvényből 7.000.000 forint értékben vásárol egy befektető, akkor ajánlata 0,25%-os relatív árelmozdulást okoz a tranzakció benyújtásának pillanatában esedékes középárra vetítve.

Az ajánlati könyv alapján az átlagos árhatás is egyértelműen meghatározható, hiszen a könyvben látszódik, melyik ajánlati szinten mennyi ajánlat található. Az átlagos árhatást a 40. egyenlet felhasználásával a 43. egyenletben feltüntetett módon lehet meghatározni. A számlálóban a teljesült ajánlat mennyiségekkel súlyozott átlagára szerepel, míg a nevezőben a tranzakció benyújtásának pillanatában esedékes középára.

$$vPIF(q) = \frac{P_{\text{átlagár}}^t}{P_{\text{középár}}^{t-1}} - 1 = \frac{200 \cdot 9990 + 300 \cdot 10000 + 200 \cdot 10010}{700} - 1 = 0,15\% \quad (43)$$

Ha tehát a 18. táblázatban feltüntetett ajánlati könyv mellett a fiktív részvényből 7.000.000 forint értékben vásárol egy befektető, akkor ajánlata 0,15%-os relatív árelmozdulást okoz a tranzakció benyújtásának pillanatában esedékes középárra vetítve.

A középár megváltozásából eredő árhatás számszerűsítéséhez szükség van arra, hogy a tranzakciót követő középárat meghatározzuk. Az ajánlatot követően 9.995 forintos középár alakul ki a piacon, ugyanis ez az érték van félúton a 9.980 forintos legjobb vételi és a 10.010 forintos legjobb eladási ajánlat között, feltételezve, hogy menet közben semmilyen más megbízás nem érkezett. A tranzakció benyújtásakor esedékes 9.985 forintos középár mellett mindez azt jelenti, hogy a tényleges árhatás a 44. egyenletben meghatározott értéket veszi fel.

$$vPIF(q) = \frac{P_{\text{középár}}^t}{P_{\text{középár}}^{t-1}} - 1 = \frac{9995}{9985} - 1 = 0,1\% \quad (44)$$

A befektető 7.000.000 forintos vételi ajánlata tehát 0,1%-kal megnövelte a középárat, azaz ekkora volt a tranzakció áreltérítő hatása.

A *tényleges árhatás függvény (empirical price impact function – ePIF)* a virtuális árhatás függvénnyel szemben azt az árhatás függvényt adja meg, amely ténylegesen megfigyelhető a piacon, vagyis ami a tényleges kereskedés eredménye. Vagyis az előző három számpélda azt mutatja, hogy mennyi lenne az árhatás, ha most rögtön beadnánk a megbízást. Ez azonban nem feltétlenül teljesül is a piacon, mert a befektető egyéni döntése, hogy ténylegesen be is adja a megbízást, vagy inkább vár, és később nyújtja be azt. A tényleges árhatás függvény ebből kifolyólag nem határozható meg az ajánlati könyvből, csak ténylegesen teljesült kereskedési adatokból. Azokból azonban csak a középár megváltozása olvasható ki, vagyis a következő árhatást tudjuk számszerűsíteni:

$$ePIF(q) = \frac{\text{Tranzakció utáni középár}}{\text{Tranzakció benyújtásakor esedékes középár}} - 1 = \frac{P_{\text{középár}}^t}{P_{\text{középár}}^{t-1}} - 1 \quad (45)$$

Kereskedési adatokból átlagos árhatást számszerűsíteni nem lehet, hiszen az az árra vonatkozóan csak a középárfolyam megváltozását tartalmazza. Így nem tudjuk kiszámolni, hogy mekkora volt a tranzakció során az az átlagos ár, amin teljesült a megbízás, hiszen nem tudjuk, hogy a megbízás egyes részei az ajánlati könyvnek melyik szintjén és milyen áron teljesültek. Csak annyit látunk a kereskedési adatokból, hogy a tranzakciót megelőzően, illetve követően mennyi volt a középár.

A tényleges árhatás függvény tehát múltbeli kereskedési adatok alapján, a már teljesült tranzakciók számba vétele révén becsülhető. Ez azt jelenti, hogy a tényleges árhatás függvény nem az ajánlati könyvből becsülhető, hanem például a TAQ (trades and quotes) adatbázisból. A TAQ adatbázis a tranzakció következtében kialakuló új középárfolyamra vonatkozó információkat tartalmazza. Az előző számpéldákban a 41. egyenlet mutatná a tényleges árhatás mértékét abban az esetben, ha ténylegesen benyújtásra került volna a megbízás. A tényleges árhatás becslésére további lehetőség az egyedi tranzakciók, vagy az aggregált tranzakciók alapján történő becslés. Az egyedi tranzakciók alapján történő becslés során a szakértők azt nézik meg, hogy egy adott értékű tranzakció egy adott időszak (például egy év) alatt átlagosan mennyivel mozdította el a középárfolyamot. Az aggregált tranzakciókon alapuló becslés során

pedig az elemzők egymás után következő tranzakciókat adnak össze, vagy időben (például öt perces időközönként), vagy tranzakciószám alapján (például az egymást követő 20 tranzakció összegzésével). Ezt követően az így kapott egyes tranzakció méretekhez tartozó árelmozdulás átlagát határozzák meg ugyancsak egy adott időszak (például egy év) alatt, amely átlagok a tényleges árhatás függvény elemét alkotják.

Az elemzők mind a tényleges, mind a virtuális árhatás függvény esetében egyaránt szokták az árhatást az ajánlat mennyisége (darabszám), illetve az összértéke (euró, forint, stb.) függvényében meghatározni.

Összességében tehát a virtuális és a tényleges árhatás függvények között a fő különbség, hogy a virtuális árhatás függvényt ajánlati könyv adatból tudunk becsülni és azt adja meg, hogy ha most rögtön beadnánk egy megbízást, akkor mi lenne az ár a hatása, akár marginálisan, akár átlagosan, akár a középárra vonatkoztatva. Ebből kifolyólag minden pillanatra meg lehet határozni a virtuális árhatást. Ezzel szemben a tényleges árhatás megvalósult tranzakciók alapján határozható meg, és csakis a középárra vonatkoztatva, ugyanis a TAQ adatbázisban, mely a kereskedési adatokat tartalmazza, csak a középár megváltozása szerepel. Továbbá a tényleges árhatás nem határozható meg minden időpillanatra, ugyanis egy hosszabb időszak átlagos árhatásait tartalmazza, így idősoros elemzése a tényleges árhatás függvény nem alkalmazható.

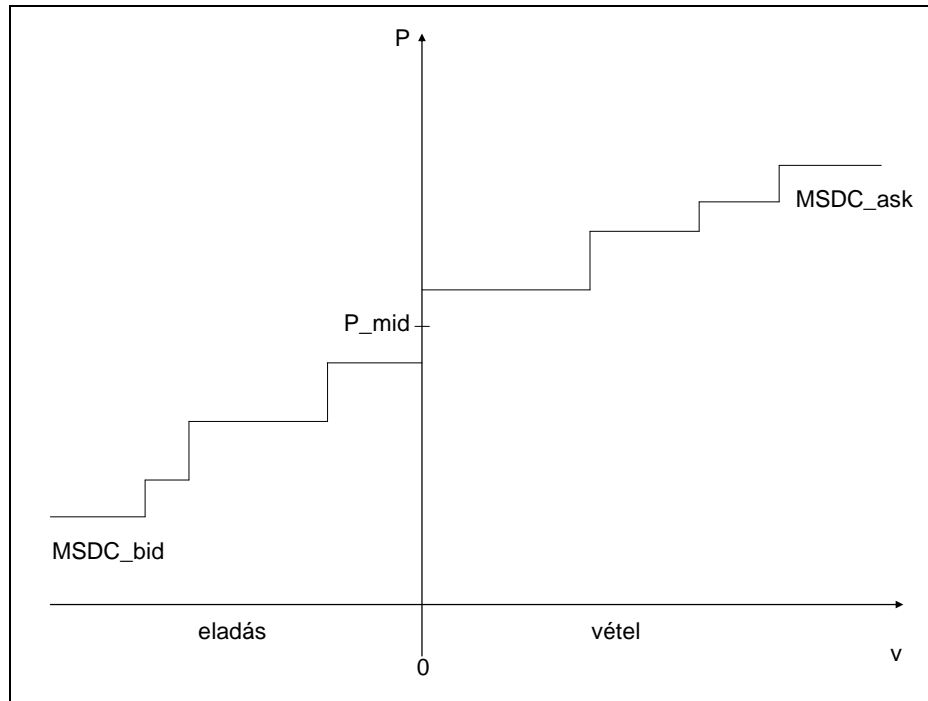
Dolgozatom empirikus részében virtuális árhatás függvényt fogok becsülni, így fontosnak tartom, hogy a függvény becslését egy fejezet erejéig mélyrehatóbban bemutassam, és ehhez kapcsolódóan egy új fogalmat ismertessek, a marginális keresleti – kínálati görbét, mely az ajánlati könyv aktuális állapotát mutatja.

1.3. Marginális keresleti – kínálati görbe

A virtuális árhatás függvény becslése során egy fontos fogalom a marginális kereslet-kínálati görbe, azaz az MSDC (*Marginal Supply Demand Curve*). Az MSDC fogja ugyanis a becslések során az ajánlati könyvet reprezentálni. Az MSDC az ajánlati könyv éppen aktuális állapotát mutatja, vagyis azt, hogy milyen ajánlati szintek vannak a könyvben, és ezeken a szinteken mennyi ajánlat található. Ennek megfelelően az MSDC azt adja meg, hogy adott v méretű (darabszám), vagy q értékű

(euró, forint, stb.) tranzakció során az utolsó értékpapír eladása/vétele milyen áron teljesülne (Acerbi, 2010). Az MSDC(v) függvényt a 44. ábra szemlélteti.

44. ábra: Az MSDC függvény



Forrás: saját ábra

Az MSDC függvény ismeretében egy tranzakció teljes költsége vételi megbízás esetén (fizetendő középár plusz az implicit költség) könnyen meghatározható, amelyet a 46. egyenlet szemléltet:³⁵

$$\text{Teljes Költség}(v) = \int_0^v \text{MSDC}(x) dx \quad (46)$$

Egy tranzakció teljes költsége csak olyan MSDC(v) függvények esetében határozható meg a 46. képlet segítségével, mely az ajánlati könyvet egy adott pillanatban mutatja. Elképzelhető ugyanis olyan MSDC(v) függvény is, ahol a függvény pontjait egy adott T időszak átlagos ajánlati könyv adatok alapján határozzák meg. Dolgozatomban én majd az MSDC meghatározását az ajánlati könyv

³⁵ Ezt azért írhatjuk így fel a kutatásom során, mert a teljes költségből becsüljük majd meg az MSDC(v) függvényt, és nem fordítva. (Ugyanez igaz majd a 2.3 alfejezetben található levezetésre.)

egy adott pillanata alapján végezem majd el, és nem egy adott T időszak átlagos ajánlati könyv alapján.

Az MSDC-hez szorosan kapcsolódó fogalom, az SDC, vagyis a kereslet-kínálati görbe (*Supply Demand Curve*). Az SDC abban különbözik az MSDC-től, hogy az előbbi egy átlagárát ad meg, vagyis egy adott tranzakció teljesülése során nem azt mondja meg, hogy mi lett az új középárfolyam a tranzakciót követően, hanem azt, hogy mi volt a kereskedő számára az az átlagár, amin teljesült a teljes tranzakció. Vagyis az SDC és az MSDC között az összefüggés a következőképpen határozható meg:

$$SDC(v) = \frac{1}{v} \int_0^v MSDC(x) dx$$

$$MSDC(v) = v * \frac{dSDC(v)}{dv} \quad (47)$$

A két függvény között fontos különbség, hogy míg az MSDC nem folytonos, addig az SDC mindig az.

A két függvény segítségével a marginális (48. egyenlet), illetve az átlagos (49. egyenlet) árhatást mutató virtuális árhatás függvény a következőképpen határozható meg:

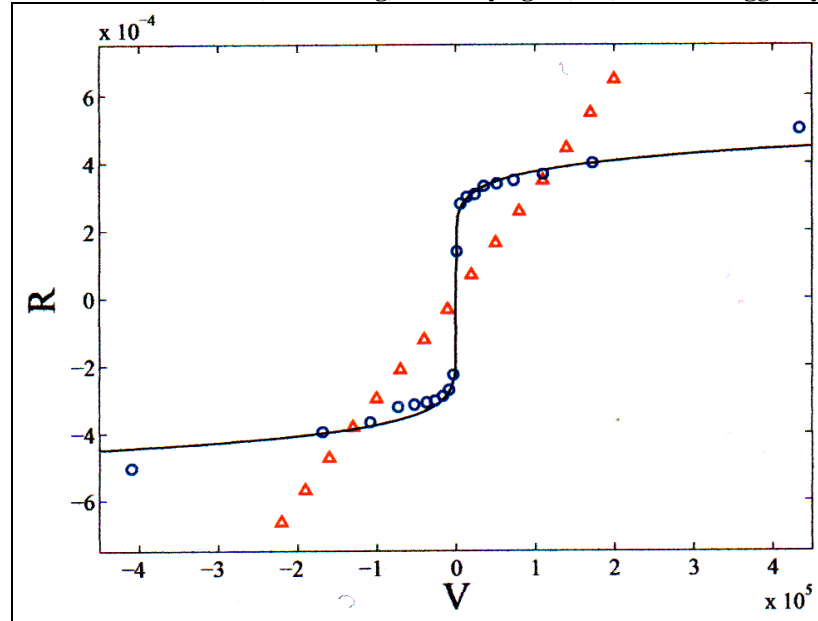
$$vPIF(v) = \frac{MSDC(v)}{P_{mid}} - 1 \quad (48)$$

$$vPIF(v) = \frac{SDC(v)}{P_{mid}} - 1 \quad (49)$$

1.4. Az árhatás függvények alakja: empirikus tapasztalatok

A virtuális és a tényleges árhatás függvény eltérő becsléséből adódóan nagyon eltérő függvény alakzatokat kaphatunk a becslés során. A 45. ábra mutatja, hogy a valós adatokból becsült virtuális és tényleges árhatás függvény hogyan viszonyul egymáshoz. Az ábrán az x tengelyen a tranzakció mérete látható, míg az y tengelyen a középárfolyam relatív változása van.

45. ábra: A virtuális (háromszög) és a tényleges (kör) árhatás függvény



Forrás: Bouchaud et al., 2008, 38. old.

Az ábra alapján megállapítható, hogy a virtuális árhatás függvény lineáris egyenessel jól közelíthető, míg a tényleges árhatás függvény konkáv alakú az eladási oldal tekintetében. Empirikus tapasztalatok alapján a kutatók az árhatás függvények számos formáját azonosították, és jellemzően mind az eladási oldal tekintetében adják meg az árhatás függvényre a becsléseiket. Az eltérő függvényformák különböző tényezők következménye. Egy tranzakció árhatása egyrészt függ a tranzakció méretétől, másrészt pedig a vizsgálat időhorizontjától. A 20-23. táblázatokban azon ajánlatvezérelt piacokra vonatkozó tanulmányok legfőbb eredményeit foglaltam össze, amelyek az árhatást a benyújtott tranzakciók méretének függvényében vizsgálják. Az első három táblázatban a tényleges árhatás függvény alakjára vonatkozó kutatásokat gyűjtöttem össze, míg a negyedik táblázat a virtuális árhatás függvény alakját vizsgáló kutatásokat tartalmazza.

A 20. táblázat alapján megállapítható, hogy a *kezdeti tanulmányokban* a kutatók a tényleges árhatás függvényt csak grafikonon ábrázolták, annak formális meghatározására nem került sor. Valamennyi kutató pozitív meredekségű, konkáv függvényt azonosított, azonban a függvény meredekségének változását illetően eltérő eredményre jutottak.

20. táblázat: Kezdeti tanulmányok az árhatás függvény alakjára vonatkozóan

Szerzők	Termékek	Időszak	Árhatás függvény alakja	Megjegyzés
Hasbrouck (1991)	NYSE, AMEX és a regionális tőzsdék részvényei	62 nap 1989 elejéről	Pozitív meredekségű, konkáv függvény.	Az árhatás késleltetett. Az árhatás függvény alakja formálisan nem került meghatározásra.
Hausman, Lo & MacKinlay (1992)	10 amerikai részvény	1988	Pozitív meredekségű, csökkenő növekményű konkáv függvény.	Az árhatás függvény alakja formálisan nem került meghatározásra.
Biais, Hillion & Spatt (1994)	Paris Bourse CAC 40 indexének részvényei	1991. okt. 29 és nov. 26 között	Lineárishoz közeli, gyengén konkáv függvény, amely a legjobb ajánlatoknál a legmeredekebb.	Az árhatás függvény alakja formálisan nem került meghatározásra.
Niemeyer & Sandas (1995)	Stockholm Stock Exchange OMX index 30 részvénye	1991. dec. 3 és 1992. márc. 2 között	Nemlineáris függvény, amely a legjobb ajánlatoknál laposabb, mint a közép-árfolyamtól távolabb eső ajánlatoknál.	Az árhatás függvény alakja formálisan nem került meghatározásra.
Kempf & Korn (1999)	DAX futures, Aggregálás 5 percre	1993. szept. 17 és 1994. szept. 15 között	Pozitív meredekségű konkáv függvény, mely a két szélén ellaposodik: a nagy ajánlatok relatíve kisebb, míg a kis ajánlatok relatíve nagyobb árváltozással járnak együtt.	A szerzők a nettósított ajánlatok kontraktus száma és a középárfolyam változásának kapcsolatát csak a legjobb vételi és eladási ajánlatra nézik.
Evans & Lyons (2002)	DM/USD és Yen/USD valuta-árfolyam, napi aggregálás	1996. máj. 1 és aug. 31 között	Erős pozitív kapcsolat: a nettó ajánlatfolyam a nominális valutaárfolyam volatilitásának jelentős részét képes megmagyarázni.	A szerzők a mennyiséget az eladók és vevők által kezdeményezett ajánlatok előjeles különbségeként határozták meg.

Forrás: saját táblázat

A 21. táblázat azon tanulmányok legfőbb eredményeit tartalmazza, amelyek a tényleges árhatást *egyedi tranzakciók szintjén* vizsgálják, és a tényleges árhatás függvényt formálisan is meghatározzák. Valamennyi kutató erősen konkáv függvényt azonosított, melyek a függvény paramétereiben térnek el.³⁶

³⁶ A hatványfüggvény konkáv függvényt ad eredményül, amennyiben a kitevő értéke egynél kisebb. A hatványfüggvény konvex függvényt eredményez, ha a kitevő értéke egynél nagyobb. Ha a kitevő értéke eggyel egyelő, akkor a hatványfüggvény egy lineáris egyenes.

21. táblázat: Egyedi tranzakciók árhatása

Szerzők	Termékek	Időszak	Árhatás függvény alakja	Megjegyzés
Lillo, Farmer & Mantegna (2003)	New York Stock Exchange 1000 legnagyobb kapitalizációjú részvénye	1995-1998	Konkáv, hatványfüggvénnyel nem jellemezhető függvény. A függvény meredeksége a tranzakció méretének függvényében változik.	Megfelelő átlagolás és a tengelyek átskálázása után az 1000 részvény árhatásfüggvénye egy görbére összehozható. A magasabb kapitalizációjú vállalatok esetében ugyanazon tranzakció méret kisebb árelmozdulással jár együtt.
Bouchaud & Potters (2002)	Párizs Tőzsde és az LSE részvényei	2002. június 1 és július 15 között	Logaritmikus kapcsolat. A kis tranzakciók árhatása relatíve sokkal nagyobb, mint a nagy tranzakcióké.	A kereskedés árhatása quasi-permanens, azaz a piaci szereplők magát a kereskedést tekintik új információnak.
Farmer & Lillo (2004)	London Stock Exchange 3 részvénye	2000. máj. – 2002. dec.	Hatványfüggvénnyel jellemezhető kapcsolat, ahol a kitevő értéke 0,26.	A szerzők rávilágítanak a NYSE és az LSE árhatás függvényének különbségére.
Lim & Coggins (2005)	Australian Stock Exchange	2001-2004	Hatványfüggvénnyel jellemezhető kapcsolat.	Azonos mennyiség kereskedése során a nagyobb kapitalizációjú részvények esetében kisebb az árhatás mértéke, mint egy kisebb kapitalizációjú részvény esetében.
Hopman (2007)	Paris Bourse CAC40 index részvényei, 30 perces intervallumokra vonatkozó árhatás	1995 jan. 4 és 1999. okt. 22 között	Konkáv, hatványfüggvénnyel felírható függvény, ahol a kitevő értéke az ajánlat sürgősségétől függően 0,37 és 0,47 közötti.	A kitevő értéke piaci ajánlat esetén 0,37, a legjobb vételi és eladási ár közötti spread ajánlat esetén 0,38, míg az ajánlati könyvbe kerülő ajánlatok esetén 0,47.
Zhou (2011)	Shenzen Stock Exchange 23 részvénye	2003	A teljesült ajánlatok árhatása hatványfüggvénnyel írható le, ahol a kitevő 0,65 (vételi oldal), illetve 0,69 (eladási oldal). A részben teljesült ajánlatok árhatása kis mennyiség esetén konstans.	A hozam és a mennyiség normalizálásával, a részvények kapitalizációjától függetlenül, a különböző részvények árhatása egy görbére összehozható.
Cont, Kukanov & Stoikov (2011)	NYSE, AMEX és NASDAQ 50 részvény	2010. április	Az árhatás a legjobb vételi és eladási ajánlat melletti egyensúlytalanság függvényében lineáris.	A lineáris árhatás függvény meredeksége fordítottan arányos a piac mélységével.

Forrás: saját táblázat

A 22. táblázatban azon tanulmányok legfőbb eredményei szerepelnek, amelyek a *tranzakciók aggregálásán* alapulnak. A táblázat 2. oszlopában az aggregáltság szintjét is feltüntettem. Látható, hogy a kutatók egymástól eltérő eredményekre jutottak, a tényleges árhatás függvényt formálisan más és más módon írták fel. Bouchaud et al. (2008) szerint a különbségek az eltérő piacok, eszközök és időszakok vizsgálata mellett az aggregáltság eltérő szintjével magyarázhatók leginkább. Rövid időhorizonton az árhatás függvény egyértelműen nemlineáris, hosszabb időtávon (magas aggregáltsági szint mellett) viszont az árhatás függvény lineárisává válik, és a függvény meredeksége az aggregáltság szintjének növekedésével csökken.

22. táblázat: Aggregált tranzakciók árhatása

Szerzők	Termékek, Aggregálás	Időszak	Árhatás függvény alakja	Megjegyzés
Gabaix et al. (2003, 2006)	TAQ adatbázis 1000 legnagyobb részvénye, 15 perces aggregáltsági szint.	1994-1995 között	Növekvő és konkáv árhatás, ami gyökfüggvénnyel jellemezhető a legjobban.	A szerzők a nagy ármozgásokat a nagy ügyleteknek tulajdonítják. Farmer és Lillo (2004) szerint azonban a nagy ármozgásokat a likviditás hiánya okozza. A két kutatócsoport közötti heves vitáról lásd Farmer és Lillo (2004) írását.
Plerou et al. (2002)	NYSE 116 leggyakrabban kereskedett részvénye, aggregálás 5 és 195 perc közötti intervallumokra	1994-1995 között	Két különböző ePIF definiálása, ahol az árváltozást a szerzők: - a számszaki egyensúlytalanság (φ); - a mennyiségi egyensúlytalanság (Ω) függvényében írják fel. Az árhatás függvény mindkét esetben konkáv, tangens függvénnyel felírható, és az egyensúlytalanság növekedésével ellaposodik.	φ : a vevők és az eladók által benyújtott ajánlatok száma közti különbség; Ω : a vevők és az eladók által indított tranzakciók száma közti különbség. Ha Ω 0-hoz közeli, az árhatás $\langle G \rangle_{\Omega} \sim \Omega^{1/\sigma}$ hatványfüggvénnyel írható fel, ahol a kitevő a Δt , azaz az aggregálásra szolgáló időintervallum növekedésével σ csökkenésén keresztül nő.
Almgren et al. (2005)	Citigroup US közel 30 ezer tranzakciója, 30 perces aggregáltsági szint	2001. dec. és 2003. június között	A <i>permanens árhatás</i> függvény lineáris. Az <i>ideiglenes árhatás</i> (temporary impact) függvénye egy konkáv hatványfüggvény, ahol a kitevő 0,6.	Kizárólag lineáris permanens árhatás biztosítja az arbitrázsmentességet és az árhatás ezen típusának végrehajtási időtől való függetlenségét.

Margitai István (2009)	Budapesti Értéktőzsde, MOL részvény, 5 illetve 20 tranzakció aggregálása.	2007. március 8-tól 251 kereskedési nap	Közelítés gyökfüggvénnyel. Az aggregáltsági szint növekedésével növekszik a gyökfüggvény kitevője, az árhatás függvény ellaposodik.	A MOL részvény esetében kapott eredmények összhangban vannak a korábbi empirikus szakirodalommal.
Hopman (2007)	Paris Bourse CAC40 index részvényei, 7 aggregáltsági szint mellett.	1995. jan. 4 és 1999. okt. 22 között	Lineáris regresszió illesztése. A számítások során a legjobb illesztés napi aggregáltsági adatok mellett adódott, $R^2=43,5\%$ mellett. A regresszió meredeksége az aggregáltsági szint növekedésével csökken.	A szerző a különböző időintervallumokon az ajánlatfolyam nagyságát gyökfüggvény révén határozza meg: $SQRT = \sum_{i \in \text{vétel}} v_i^{0,5} - \sum_{i \in \text{eladás}} v_i^{0,5}$
Bouchaud, Farmer, Lillo (2008)	NYSE és LSE részvényei, $N=1, 8, 64, 512$ tranzakció aggregálása	2000-2002 között	<i>Növekvő linearitás:</i> N növekedésével a mennyiségi egyensúly körül az árhatás függvény lineárisává válik. <i>Csökkenő meredekség:</i> A lineáris regresszió meredeksége N növekedésével csökken.	A megfigyelt összefüggés a tranzakciók aggregálása (N) és az előjeles mennyiségi egyensúlytalanságra (Q) egyaránt érvényes.

Forrás: saját táblázat

A 22. táblázatban bemutatott empirikus kutatásokon felül érdemes megemlíteni Bouchaud (2010a) enciklopédia-cikkét, ahol összefoglalja az árhatás függvény legfőbb jellemzőit. A korábbi empirikus kutatások alapján a szerző arra a következtetésre jut, hogy az árhatás függvény nemlineáris, konkáv és egy egynél kisebb kitevőjű hatványfüggvénnyel közelíthető. Az árhatás függvény kitevője az aggregáltsági szint növekedésével nő: egyedi tranzakciók szintjén a kitevő 0,1 és 0,3 közötti, ha pedig az aggregáltsági szint néhány ezer kereskedésre kiterjed, akkor a kitevő értéke 1-hez közeli.

A szakirodalomban elfogadott nézet az is, hogy az árhatásban a tranzakciók száma fontosabb szerepet játszik, mint a kereskedett mennyiség (Bouchaud, 2010a, b). Emellett egyre inkább elfogadott az is, hogy az árhatás arányos a bid-ask spread nagyságával, illetve az egységnyi kereskedésre jutó volatilitással (*volatility per trade*) (Bouchaud, 2010b).

Végezetül a 23. táblázatban a *virtuális árhatással* kapcsolatos szakirodalmat összegzem. A kezdeti tanulmányok értelmében a virtuális árhatás függvény hatványfüggvény eloszlást követ, melynek kitevője a tényleges árhatás függvényeknél látottaknál lényegesen magasabb. Weber és Rosenow (2005) ugyan gyökfüggvényt azonosít, azonban a szerzőpáros szintén megállapítja, hogy a virtuális árhatás jóval nagyobb, mint a tényleges. A szerzők a virtuális árhatás magasabb voltát a hozamok és a limitáras ajánlatok közti negatív korrelációra vezetik vissza.

23. táblázat: Virtuális árhatás függvények alakjai³⁷

Szerzők	Termékek	Árhatás függvény alakja	Megjegyzés
Challet & Stinchcombe (2001)	Island ECN (NASDAQ), 4 részvény 15 legjobb vételi és eladási ajánlata	A virtuális árhatás függvény hatványfüggvénnyel közelíthető. A kitevő 1 és 3 között változik, naptól és részvénytől függően.	A szerzők az árhatás függvény témakörét csak érintik, az ajánlati könyv statikus és dinamikus tulajdonságait azonban részletesen bemutatják.
Maslov & Mills (2001)	NASDAQ Level II	A virtuális árhatás függvény hatványfüggvény eloszlást követ, ahol a kitevő 1,7 és 2,2 közötti értéket vesz fel.	A szerzők a hatványfüggvény magas kitevőjét a valóságtól némiképp előző virtuális árhatásnak tulajdonítják.
Smith, Farmer, Gillemot & Krishnamurthy (2008)	London Stock Exchange	A virtuális árhatás függvény alakja lehet lineáris vagy konkáv, a modell paramétereinek meghatározásától függ.	Elméleti modellt építettek a szerzők, amit teszteltek a Londoni Értéktőzsdéről szerzett ajánlati könyv adatbázison. Azt találták, hogy a modell visszaadja a valódi adatokból következtethető statisztikai tulajdonságokat.
Weber & Rosenow (2005)	Island ECN (NASDAQ), 10 leggyakrabban kereskedett részvénye 2002-ben, 5 perces aggregáltsági adatok	A <i>limitáras ajánlatok</i> vonatkozásában a virtuális árhatás gyökfüggvénnyel jellemezhető konvex függvény. A <i>piaci ajánlatok</i> esetében az árhatás gyökfüggvénnyel jellemezhető konkáv függvény.	A virtuális árhatás négyszer nagyobb, mint a valós. A valós és a virtuális árhatás közti különbséget a szerzők a hozamok és a limitáras ajánlatok közti negatív korrelációval magyarázzák.

Forrás: Saját táblázat

³⁷ Az időszakot azért nem tüntettem fel, mert azok az adatok nem ismertek.

Megjegyzésre érdemes, hogy a 23. táblázatban szereplő tanulmányokon kívül más, a virtuális árhatás függvény alakját meghatározó, szakirodalmi forrást nem találtam. Szerintem ez arra vezethető vissza, hogy a kutatók többsége az árelmozdulás okát kereste, nevezetesen azt, hogy a nagy árelmozdulásokat vajon a nagy megbízások okozzák-e, avagy az a likviditáshiányból következnek. A kutatók mindezt kizárólag valós tranzakciós adatokon tudták megnézni, hiszen ténylegesen végbement árelmozdulásokat kellett, hogy vizsgáljanak.

A 20-23. táblázatok azt mutatják, hogy a korábbi empirikus kutatások értelmében az árhatás függvények jellemzően hatvány- vagy gyökfüggvénnyel felírható konkáv függvények, vagy pedig lineárisak. A konkáv forma azért érdekes, mert ez arra ösztönözné a piaci szereplőket, hogy minél nagyobb tranzakciót adjanak be, hiszen az árhatás annál kevésbé lesz jelentős.

A tényleges árhatás függvény konkáv alakjának okára két magyarázatot is felhoz az irodalom (Bouchaud et al. 2008). Az első Barclay és Warner (1993) nevéhez fűződik, akik azt állítják, hogy a konkáv alak annak tudható be, hogy amennyiben a kis tranzakciók ugyanolyan információ-tartalommal bírnak a piac számára, mint a nagyméretű tranzakciók, akkor a nagy tranzakciók árhatása nem lesz nagyobb, mint a kis tranzakcióké. A második magyarázatot Farmer et al. (2004) adta, akik a szelektív likviditás fogalmával magyarázták a tényleges árhatás függvény konkáv alakját. A szelektív likviditás azt jelenti, hogy a piaci szereplők a likviditástól teszik függővé, hogy beadnak-e egy tranzakciót vagy sem. Amennyiben nagy a likviditás a piacon, akkor beadnak egy nagy tranzakciót, különben pedig csak kicsi tranzakciókat hajtanak végre. A piaci szereplők ugyanis igyekeznek olyan tranzakciókat beadni, ami a legjobb ajánlati szintet érinti, és igyekeznek elkerülni azt, hogy nagyon sok ajánlati szintet kitöröljön az ajánlati könyvből az általuk beadott megbízás.

Az eddigiekből következik, hogy a tényleges árhatás függvény alakját a legjobb ajánlati szinten lévő mennyiségek alakja fogja meghatározni. Árhatás ugyanis abban az esetben következik be, amennyiben a legjobb ajánlati szintről a megbízásunk az összes ajánlatot törli. Ekkor abban az esetben lehet az árhatás függvénynek konkáv alakja, amennyiben az $P(+|v)E(r)$ kifejezés konkáv, ahol $E(r)$ jelöli az árhatás mértékét – a középárfolyam relatív megváltozásának várható értékét –, míg $P(+|v)$ az árhatás bekövetkezésének valószínűségét „ v ” ajánlati méret mellett.

Ez azonban csak akkor lehetséges, ha $P(+|v)$ is konkáv az $E(r)$ nem-negativitása miatt. Amennyiben ϕ_b a könyv ellentétes oldalán szereplő legjobb vételi ajánlati mennyiséget jelöli, mely $P_b(\phi_b)$ eloszlásból származik, és amelytől a tranzakció során eladni kívánt v mennyiség független, akkor árhatás akkor következik be, ha $v \geq \phi_b$. Összességében tehát az árhatás bekövetkezésének a valószínűsége a következő lesz (Bouchaud et al., 2008):

$$P(+|v) = \int_0^v P_b(\phi_b) d\phi_b \quad (50)$$

Az előző levezetésből azonban egy összefüggés következik a virtuális és tényleges árhatás függvényre vonatkozóan, amit az 51-es egyenlet szemléltet. Az egyenlet bal oldala szimbolizálja a tényleges árhatást ($E(r|v)$), míg a jobb oldalon a virtuális árhatás függvény ($E(r)$) található, szorozva az árhatás bekövetkezésének valószínűségével ($P(+|v)$).

$$E(r|v) = P(+|v)E(r) \quad (51)$$

1.5. Az árhatás időbeli lefutása

Az árhatás időbeli lefutását illetően Bouchaud (2010a, b) hangsúlyozza az árhatás átmeneti jellegét, ami az ajánlatfolyam hosszú távú memóriájának egyenes következménye. Számos tanulmány vizsgálta az árhatás tartós illetve átmeneti jellegét, melyből Bouchaud et al. (2008) összefoglaló művét és Almgren et al. (2005) munkáját emelem ki.

Bouchaud et al. (2008) összességében arra az eredményre jutott, hogyha egyedi tranzakciókat vizsgálnak, akkor az árhatás függvény konkáv, de minél inkább aggregált adatokra alapozza egy kutató a függvény becslését, annál jobban közelít a lineárishoz a függvény. A szerzők ezen megfigyelés alapján vizsgálták a függvény időbeli alakulását, és arra a következtetésre jutottak, hogy érdemes szétválasztani az

árhatást tartós és átmeneti árhatásra, mert nagyon eltérő módon viselkedik a függvény.

A kutatók egyedi tranzakciók alapján megnézték, hogy egy tranzakció árhatása mennyiben tartós, illetve átmeneti, továbbá, hogy mennyiben fix vagy változó értékű, valamint, hogy mennyiben befolyásolja azt a tranzakciót megelőző múltbeli ajánlatfolyam.

Bouchaud et al. (2008) azt találta, hogy az árhatás idővel lecseng, illetve azt, hogy a tartós árhatás aszimmetrikus és függ a múltbeli ajánlatfolyamtól. Az aszimmetria azt jelenti, hogy minden tranzakciónak van tartós árhatása, azonban ez az árhatás függ attól, hogy milyen a múltbeli ajánlatfolyam, mennyire lehet előre jelezni az egyes tranzakciókat. Minél inkább előrejelezhető, annál kisebb lesz az árhatás.

Véleményük szerint az áralakulás dinamikája és ezáltal az árhatás függ az ajánlatfolyam dinamikájától, a likviditás kínálatát adó piaci szereplő informáltságától, valamint attól, hogy milyen módszer alapján jelzik előre a piaci szereplők a jövőbeli ajánlatfolyamot (Bouchaud et al., 2008).

Almgren et al. (2005) is felbontotta az árhatást tartós és átmeneti részre. Véleménye szerint a tartós árhatás a piac rendelkezésére álló információt tükrözi, amely a kereslet és kínálat egyensúlytalanságából nyerhető. Ez a hatás független a kereskedés időpontjától. Ezzel szemben az átmeneti árhatás a felek áralakulásról alkotott rövid távú elképzeléséből fakad, amire nagy hatással van az időzítés, vagyis az idő befolyással van az átmeneti árhatás értékére. Összességében tehát a realizált árhatás ezen két hatás eredménye lesz, vagyis az árhatás:

$$\text{Realizált árhatás} = \text{Tartós árhatás} + \text{Átmeneti árhatás} + \text{Zaj} \quad (52)$$

1.6. Az árhatás elméleti modellezése

Az 1.4 alfejezetben az árhatás függvény valós tőzsdei adatok alapján meghatározott alakját és a függvény formális leírását taglaltam. Az empirikus kutatásokkal párhuzamosan, olykor egyazon cikk keretében, számos kutató vállalkozik arra, hogy az árhatás alakulását modellezze. A modellek döntő többsége az árhatást racionális ügynökök viselkedésén, illetve az ajánlatfolyamra tett feltételezések révén írja fel.

Kyle (1985) klasszikusnak számító modellje lineáris árhatást valószínűsít. Seppi (1990), Barclay és Warner (1993), valamint Keim és Madhavan (1996) modellje konkáv árhatást vetít előre. Zhang (1999) és Gabaix et al. (2003, 2006) az alapkezelők optimális döntésén alapuló modellje gyökfüggvényt ad eredményül. Iori et al. (2003) népszerű modelljében a piaci és a limitáras ajánlatok véletlenszerűen érkeznek, az ajánlatfolyam Poisson eloszlást követ. A szerzők szerint, ha az ajánlati könyv mélysége monoton nő, akkor az árhatás függvény konkáv, alakja az empirikus kutatásokkal összhangban pedig: $\Delta p \sim w^\beta$, ahol $\beta \leq 1$. A szerzők a függvény konkáv jellegét a kereskedési mechanizmusnak és a piaci struktúrának tulajdonítják, és nem a racionalitáson alapuló optimális kereskedési stratégiáknak. Iori et al. (2003) a valóssággal egyező alakú árhatás függvényt kapott, holott a modellben az ajánlatok véletlenszerűen érkeztek.

Bouchaud et al. (2004) írása az árhatás időbeli lefutását modellezi, oly módon, hogy az ár minden időpillanatban a múltbeli kereskedés eredményeként adódik. Az árhatás modellezésével kapcsolatosan érdekes kísérletnek tekinthető Kempf és Korn (1999) neurális hálójá, Challet és Stinchcombe (2002) modellje, amelyben a szerzők az ajánlatokat a részecskéknak feleltetik meg, illetve Rosenow (2008) munkája, amelyben a szerző a fizikusok körében elterjedt spin modellre épít.

Az elméleti modellek közül néhány arra világít rá, hogy a függvény mögöttes alakját vajon mely tényezők határozzák meg. Ezen modelleket az esetek döntő többségében kutatórészzel rendelkező jelentős piaci szereplők alkották meg; Almgren et al. (2005) modellje például a Citigroup berkein belül született. A modellek legfőbb célja az intézmény jövőben benyújtandó ajánlataihoz kapcsolódó árhatás előrejelzése, a kereskedés árelmozdulásból eredő többletköltségének megbecsülése, optimális kereskedési algoritmus kialakítása. Torre és Ferrari (1999) szerint például az árhatás nagyságát (κ) hat tényező befolyásolja:

$$\kappa = F(V, \varepsilon, \sigma, \xi, \tau, \chi) \quad (53)$$

A 24. táblázatban összefoglalom az előző egyenletben szereplő paraméterek jelentését, és azok árhatásra gyakorolt szerepét.

24. táblázat: Az árhatást befolyásoló tényezők

Paraméter jelölése	Paraméter jelentése	Paraméter növekedésének hatása az árhatásra	
		V nő	κ nő
V	Kereskedett részvények mennyisége értékben kifejezve	V nő	κ nő
ε	Elasticitás: az ajánlatfolyam átváltozásra adott reakcióját méri	ε nő	κ csökken
σ	Részvényárfolyam volatilitása	σ nő	κ nő
φ	Intenzitás mérőszáma, a kereskedés gyakoriságát írja le	φ nő	κ csökken
ξ	Az alak mutatója, amely a kereskedett mennyiségek eloszlását méri	ξ nő	κ csökken (ha a várható érték nőtt) κ nő (ha a szórás nőtt)
τ	A piaci hangulat mérőszáma, amely a likviditás árát ragadja meg	τ nő	κ nő
χ	A befektetők szakértelmének mutatószáma	χ nő	κ csökken

Forrás: Torre és Ferrari (1999) alapján

Torre és Ferrari (1999) tanulmányukban részletesen magyarázatot adnak arra, hogy az egyes paraméterek milyen módon befolyásolják az árhatás nagyságát. Tanulmányuk legnagyobb hátránya, hogy az F függvény formáját nem ismerheti meg az olvasó, az továbbra is piaci titok marad.

Az elméleti modellek további részletes bemutatásától azonban eltekintek, mert dolgozatomban nem célom elméleti modell alkotása az árhatás függvényekre vonatkozóan. Dolgozatom IV/2. fejezetében mutatom majd be, hogy a BLM adatbázis felhasználásával hogyan lehet egyszerűen árhatás függvényt becsülni.

2. Empirikus kutatás: az árhatás függvény becslése és elemzése

Dolgozatom egyik kimondott célja, hogy a piaci szereplők rendelkezésére bocsájtssak egy olyan egyszerű módszert, amely révén árhatás függvényt tudnak becsülni a teljes ajánlati könyv ismerete nélkül. Az árhatás függvény ismerete a piaci szereplők számára fontos a jövőben benyújtandó ajánlataihoz kapcsolódó árhatás előrejelzése, a kereskedés árelmozdulásból eredő többletköltségének becslése, illetve optimális kereskedési algoritmus kialakítása végett. A kereskedők ugyanis a virtuális árhatás függvény időbeli alakulásának függvényében fogják végrehajtani a tranzakciókat a piacon. Ebben a fejezetben azt mutatom be, hogy a Budapesti Likviditási Mérték adatsorából miképpen lehetne árhatás függvényt becsülni. Vagyis bemutatom azt, hogy mi a kapcsolat az árhatás függvények és a likviditási mérték között. Az árhatás becslés során virtuális árhatás függvényt fogok meghatározni, amely idősorát a piaci szereplők kereskedési stratégia kialakítása céljából akár elemezhetik is. Ugyanis a virtuális árhatás függvény előnye a tényleges árhatás függvénnyel szemben, hogy idősoros elemzést lehet rajta végrehajtani. A tényleges árhatás függvény idősoros elemzésre nem lenne alkalmas, hiszen az egy adott időintervallum adataira (például egy év) épül. A virtuális árhatás függvény ugyanakkor elvileg akár minden másodpercre becsülhető. Dolgozatomnak ebben a fejezetében a virtuális árhatás függvény becslésén felül a függvény idősoros elemzését is elvégzem.

2.1. A kutatási kérdések

Az árhatás függvény időbeli alakulásának és alapvető statisztikai tulajdonságainak vizsgálatát végezem el, mely révén képet kaphatunk a likviditás hiányában fellépő tranzakciós költség múltbeli viselkedéséről. Az elemzés során a következő kérdésekre keresem a választ:

1. Milyen alapvető statisztikai tulajdonságokkal rendelkezik a virtuális árhatás függvény (átlag, szórás, minimum, maximum, ferdeség, csúcsosság, eloszlás)?
2. Van-e trend az adatsorban?

3. Hogyan alakul az adatok időbeni volatilitása?
4. Vannak-e kiugró értékek az adatsorban, illetve van-e strukturális törés?
5. Átlaghoz visszahúzó folyamatként lehet-e jellemezni az idősort?

A kutatási kérdéseimre alapozva a hipotézisem pedig a következő lesz:

H5: Az árhatás függvény időbeli viselkedésében az alábbi jellegzetességek tapasztalhatók:

H5/a: szimmetria,

H5/b: trend,

H5/c: ciklikusság,

H5/d: átlaghoz való visszahúzás,

H5/e: sokkok perzisztenciája.

2.2. A kutatás módszertana

A virtuális árhatás függvény elemzését az OTP részvény BLM idősorából becsült árhatás értékeken szemléltetem a 2.4 alfejezetben. Az idősor 2007. január 1-je és 2011. június 3-a közötti időszakra tartalmazza az adatokat. Az OTP árhatás függvényének elemzéséhez első lépésben szükség lesz arra, hogy az árhatás függvényt minden napra meghatározzam a $BLM(q)$ függvényből. Ehhez arra lesz szükség, hogy a $BLM(q)$ függvényt is megbecsüljem. Ezt lineáris regresszió segítségével fogom megtenni minden egyes kereskedési napra. A becslés pontos menetét a 2.3 alfejezetben ismertetem.

Az árhatás függvény becslését követően a függvény időbeli alakulásának és alapvető statisztikai tulajdonságainak vizsgálatát végzem el, mely révén képet kaphatunk a likviditás hiányában fellépő tranzakciós költség múltbeli viselkedéséről. Az egyes kérdésekhez tartozó főbb módszertani eszközöket a következő felsorolás tartalmazza, részletes kifejtésük az adott kérdések tárgyalásánál található majd a 2.4 alfejezetben:

- Leíró statisztikai elemzések: átlag, szórás, medián, minimum, maximum, ferdeség, csúcsosság.

- Trendelemzés polinomiális trend illesztésének segítségével, illetve mozgóátlag számításának módszerével.
- Az árhatás vételi és eladási oldalának szimmetrikusságát a két oldal egymással vett korrelációjával elemeztem.
- A sokkok perzisztenciájának vizsgálata során azt néztem meg, hogy van-e autokorreláció az adatsorban. Ennek elemzésére a Breusch-Godfrey LM teszt (Breusch, 1979; Godfrey, 1978) alkalmas.
- A kiugró értékeket boxplot ábrával vizsgáltam, míg a strukturális törések vizsgálatát Chow teszttel (Chow, 1960), illetve Quandt-Andrews teszttel (Andrews, 1993) végeztem el.
- Az átlaghoz való visszahúzást pedig a kibővített Dickey-Fuller teszt (Dickey és Fuller, 1979) segítségével végeztem el.

2.3. Virtuális árhatás függvény becslése

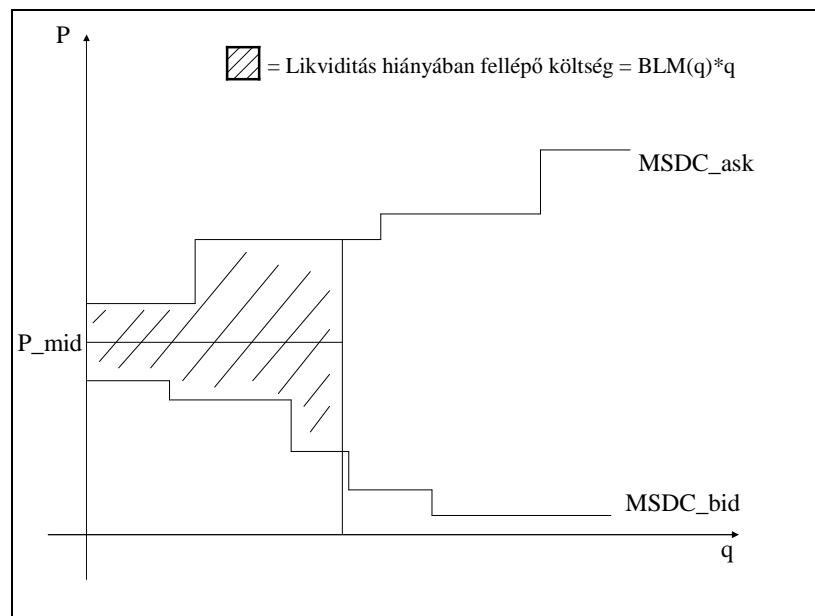
A piaci szereplők az árhatás nagyságát a teljes ajánlati könyv ismeretében tudnák a legszakszerűbben meghatározni. A szereplők döntő többsége számára azonban nem áll rendelkezésre a teljes ajánlati könyv, és így nem rendelkeznek információval a piac likviditásáról, illetve nem tudják az MSDC függvényt sem meghatározni, vagy az átlagárát, ami alapján már árhatás függvényt tudnának becsülni. Annyi információ van csak a birtokukban, amit az ajánlati könyv első néhány sora szolgáltat számukra, mint például a bid-ask spread vagy a legjobb szinteken lévő ajánlati mennyiség. Egy árhatás függvényt azonban nem csak az ajánlati könyv adatai alapján lehet megbecsülni, hanem a likviditási mértékek alapján is, hiszen a likviditási mértékeket a tőzsde az ajánlati könyv adataiból számolja ki.

A likviditási mértékek, mint például a BLM önmagában azonban még nem egy árhatás függvény, hiszen a BLM értéke nem azt mutatja, hogy egy adott tranzakció után mekkora lesz az új középárfolyam a piacon, vagy, hogy mi volt az átlagár, amin teljesült a tranzakció. A BLM a tranzakció azon implicit költségét méri, amely a likviditás hiányának következtében lép fel. Mivel azonban a BLM az ajánlati könyv adatai alapján került kiszámításra, így alkalmas arra, hogy segítségével először marginális keresleti-kínálati görbét, majd virtuális árhatás függvényt becsüljek. Vagyis dolgozatomban jelen fejezetemben egy olyan módszert mutatok be, amely révén a

piaci szereplők a teljes ajánlati könyv ismerete nélkül egyszerűen és gyorsan tudnának virtuális árhatás függvényt becsülni.

Ahhoz, hogy MSDC(q) függvényt tudjunk becsülni a BLM adatbázisból, kapcsolatot kell találni a két fogalom között. Ezen kapcsolatot a 46. ábra mutatja. Az ábrán egy tranzakció implicit költsége látható, ugyanis ha az MSDC(q) függvény vételi (bid) oldalát áttükrözzük a MSDC(q) függvény eladási (ask) oldala alá, akkor az általuk közrefogott terület éppen azt az implicit tranzakciós költséget mutatja, ami a likviditás hiányában lép fel. Ezen terület nagysága azonban megegyezik az adott tranzakció mérethez tartozó BLM értékkel, amennyiben azt az értéket megszorozzuk a megbízás összértékével, q -val.

46. ábra: Az MSDC és a likviditási mérték kapcsolata



Forrás: saját ábra

Összességében tehát a kereskedés azon költségét, amely abból fakad, hogy középárfolyamon nem teljesülhet a tranzakció, a bevonalkázott rész mutatja a 46. ábrán. A teljes bevonalkázott terület azt mutatja, hogy ha most azonnal vennék és eladnék, mennyi lenne a tranzakciós költség. A terület nagyságának meghatározása az 54. képlet segítségével történik, ahol q a megbízás összértékét mutatja euróban, míg a C_{total} pedig a tranzakció teljes implicit költségét jelenti:

$$C_{\text{total}}(q) = \int_0^q \text{MSDC}_{\text{ask}}(x) dx - \int_0^q \text{MSDC}_{\text{bid}}(x) dx \quad (54)$$

Amennyiben csak a vétel, vagy csak az eladás járulékos tranzakciós költségét szeretnénk meghatározni, akkor azt az 55. és az 56. képlet segítségével tudjuk megtenni, ahol C_{ask} mutatja vétel során az implicit költséget, míg a C_{bid} az eladás során fizetendő implicit költséget:

$$C_{\text{ask}}(q) = \int_0^q \text{MSDC}(x) dx - P_{\text{mid}} * q \quad (55)$$

$$C_{\text{bid}}(q) = P_{\text{mid}} * q - \int_0^q \text{MSDC}(x) dx \quad (56)$$

A 46. ábra, és a 54. képlet értelmében a $\text{BLM}(q)$ értékét – ugyancsak a q függvényében – az 57. képlet adja meg:

$$\text{BLM}(q) = \frac{\int_0^q \text{MSDC}_{\text{ask}}(x) dx - \int_0^q \text{MSDC}_{\text{bid}}(x) dx}{q} \quad (57)$$

Ahhoz, hogy a virtuális árhatás függvényre – melyet az MSDC segítségével határozunk meg –, egy becslést tudjunk adni, meg kell határozni az MSDC értékét, melyhez a BLM idősorát használom fel.

A becslés során az első lépés a $\text{BLM}(q)$ függvény alakjának meghatározása. Matlab-ban készített videó segítségével megnéztem a $\text{BLM}(q)$ időbeli lefutását, és azt tapasztaltam, hogy napi adatok esetében a függvény egyenessel nagyon jól közelíthető. Napon belüli értékek esetében a függvény nagyon eltérő formát vett fel, az hol lineáris, hol konkáv, hol pedig konvex volt. Mivel dolgozatom során napi adatokkal dolgozom, az árhatás függvény becslésénél azzal a feltételezéssel éltem, hogy a $\text{BLM}(q)$ lineáris, és így az lineáris regresszióval becsülhető. Ekkor az 58. egyenlet adja meg a $\text{BLM}(q)$ -t leíró függvényt:

$$BLM(q) = a * q + b \quad (58)$$

Ha felbontjuk a BLM-et komponenseire, és a vételi és az eladási oldalt külön modellezzük, akkor a következőt kapjuk a BLM-re a vételi (BLM^b) és az eladási oldalra (BLM^a):

$$BLM = 2 * LP + APM_{bid} + APM_{ask}, \quad (59)$$

$$BLM^a = LP + APM_{ask}, \quad (60)$$

$$BLM^b = LP + APM_{bid} \quad (61)$$

A képletekben az LP jelöli a likviditási prémiumot, ami a spread-nek a fele, míg az APM_{ask} jelöli az eladási oldalon az árelmozdító hatást, míg az APM_{bid} a vételi oldalon. Így kapjuk eredményül a 60. és a 61. képletet, ugyanis a BLM^a , illetve a BLM^b fogja mutatni az implicit tranzakciós költséget az eladási, illetve a vételi oldalon, ami tartalmazza a fél spreadet, valamint az árelmozdító hatást az egyes oldalakon.

A vételi és eladási oldalra a becsült lineáris regressziók a 62. és a 63. képlet határozhatóak meg, ami azt jelenti, hogy amikor a virtuális árhatás függvényt becsülünk minden napra, akkor az egyes napokra külön-külön meg kell becsülni az a_{ask}/a_{bid} és a b_{ask}/b_{bid} paramétereket.

$$BLM^a(q) = a_{ask} * q + b_{ask}, \quad (62)$$

$$BLM^b(q) = a_{bid} * q + b_{bid} \quad (63)$$

Az MSDC becsülésének a menete a BLM függvény segítségével az ask oldalon pedig a következő:

1. lépés: A teljes implicit költség meghatározása a BLM alapján az ask oldalon:

$$BLM^a(q) = \frac{\int_0^q MSDC_{ask}(x) dx - q * P_{mid}}{q} \quad (64)$$

2. lépés: Az egyenlet átrendezése MSDC(q)-ra:

$$\begin{aligned} \text{BLM}^a(q) * q &= \int_0^q \text{MSDC_ask}(x) dx - q * P_{\text{mid}} \rightarrow \\ d\text{BLM}^a(q) * q + \text{BLM}^a(q) &= \text{MSDC_ask}(q) - P_{\text{mid}} \rightarrow \quad (65) \\ d\text{BLM}^a(q) * q + \text{BLM}^a(q) + P_{\text{mid}} &= \text{MSDC_ask}(q) \end{aligned}$$

3. lépés: A 60. képlet behelyettesítése az egyenletbe, és az egyenlet rendezése:

$$\begin{aligned} a_{\text{ask}} * q + a_{\text{ask}} * q + b_{\text{ask}} + P_{\text{mid}} &= \text{MSDC_ask}(q) \rightarrow \\ 2 * a_{\text{ask}} * q + b_{\text{ask}} + P_{\text{mid}} &= \text{MSDC_ask}(q) \quad (66) \end{aligned}$$

Az MSDC becslésének a menete a BLM függvény segítségével a bid oldalon hasonló, mint az ask oldalon, melyet a 67. egyenlet mutat:

$$\begin{aligned} \text{BLM}^b(q) &= \frac{q * P_{\text{mid}} - \int_0^q \text{MSDC_bid}(x) dx}{q} \rightarrow \\ \text{BLM}^b(q) * q &= q * P_{\text{mid}} - \int_0^q \text{MSDC_bid}(x) dx \rightarrow \\ d\text{BLM}^b(q) * q + \text{BLM}^b(q) &= P_{\text{mid}} - \text{MSDC_bid}(q) \rightarrow \\ P_{\text{mid}} - (a_{\text{bid}} * q + a_{\text{bid}} * q + b_{\text{bid}}) &= \text{MSDC_bid}(q) \rightarrow \\ P_{\text{mid}} - (2 * a_{\text{bid}} * q + b_{\text{bid}}) &= \text{MSDC_bid}(q) \quad (67) \end{aligned}$$

Az MSDC(q) segítségével a virtuális árhatás függvény meghatározása végül pedig a következő, a IV/1.3 alfejezet 48. képlete alapján:

$$v\text{PIF}(q) = \frac{\text{MSDC}(q)}{P_{\text{mid}}} - 1 \quad (68)$$

A levezetés során a BLM(q) függvényről feltételeztem, hogy lineáris, aminek következtében a virtuális árhatás függvény is lineáris lett.³⁸ Azonban a BLM(q) függvényt becsülhettem volna bármilyen más függvényformával. A választásom három okból is a lineáris függvényalakra esett. Egyrészt azért, mert a IV/1.4. alfejezetben feldolgozott szakirodalom alapján az árhatás függvény alakja jó néhány esetben lineáris (Almgren et al. 2005; Biais, Hillion és Spatt, 1994; Bouchaud et al., 2008; Cont, Kukanov és Stoikov, 2011; Hopman, 2007; Smith et al., 2008). Másrészt azért választottam a lineáris függvényformát, mert a BLM(q) függvény alakját statisztikailag elemeztem, és azt kaptam eredményül, hogy a lineáris közelítés esetében az R^2 értéke 0,95 körül van, vagyis a lineáris nagyon jó közelítésnek számít. Végezetül azért választottam ezt a formát, mert meggyőződésem, hogy a BLM és az árhatás függvény közötti összefüggés ezen legegyszerűbb függvényalak esetében érthető és használható a legkönnyebben. Azonban a következő bekezdésben röviden bemutatom azt, hogy miként változna a levezetés, ha nem lineáris lenne a BLM(q) függvény alakja.

Annak következtében, hogy a BLM(q) függvényt egyenessel becsültük, az MSDC(q), és az árhatás függvény is egyenes lett. Amennyiben konvex vagy konkáv függvényt szeretnénk becsülni, arra van szükség, hogy a BLM(q) függvényt ne lineárisan becsüljük, hanem valamilyen egyéb függvényformával. A levezetésben csak annyiban lesz különbség, hogy a 3. lépésben, amikor a BLM(q) függvény helyébe behelyettesítünk, akkor ott változik az egyenlet. Például, ha a BLM(q) függvényt egy hatványfüggvénnyel közelítenénk, akkor például az eladási oldalon így nézne ki a BLM^a-t becsülő függvény:

$$BLM^a(q) = a_{ask} * q^\alpha + b_{ask} \quad (69)$$

Ez azt eredményezi, hogy a becslés során plusz egy paramétert meg kell becsülni, az α -t. További változás, hogy a 3. lépésben a levezetés a következők szerint módosul:

$$a_{ask} * q + a_{ask} * q^\alpha + b_{ask} + P_{mid} = MSDC_{ask}(q) \rightarrow$$

$$a_{ask} * (q - q^\alpha) + b_{ask} + P_{mid} = MSDC_{ask}(q) \quad (70)$$

³⁸ Ezt majd a 2.4.1 fejezet 47. ábráján mutatom be.

Azonban a napi adatok vonatkozásában az egyenessel való közelítés elég pontos becslésnek bizonyult. További kutatások során érdemes lenne megvizsgálni más függvény alakzattal becslve a BLM(q) függvényt, mert kérdés, hogy pontosabb eredményeket kapnánk-e, mint amiket a jelen dolgozatban kaptam.

Az itt bemutatott módszer alapján, a BLM adatbázisból becslt virtuális árhatás függvényből tényleges árhatás függvényt azonban nem lehet meghatározni, mert annak becslése nem az ajánlati könyvön, hanem múltbeli, realizált tranzakciókon kell alapulnia. Tényleges árhatás függvény becslésére például a TAQ (*trades and quotes*) adatbázis nyújthat megoldást (lásd például: Margitai, 2009). A TAQ adatbázisból az árhatás függvény becslése idő- és számításigényes feladat. Dolgozatom során azonban a célom az volt, hogy a piaci szereplők számára egy olyan módszert szolgáltatssak, amely révén könnyen virtuális árhatás függvényt tudnak becslni, amire azután kereskedési stratégiát tudnak építeni. A BLM alapján becslt virtuális árhatás függvény egy gyorsan és egyszerűen elvégezhető számolás eredménye.

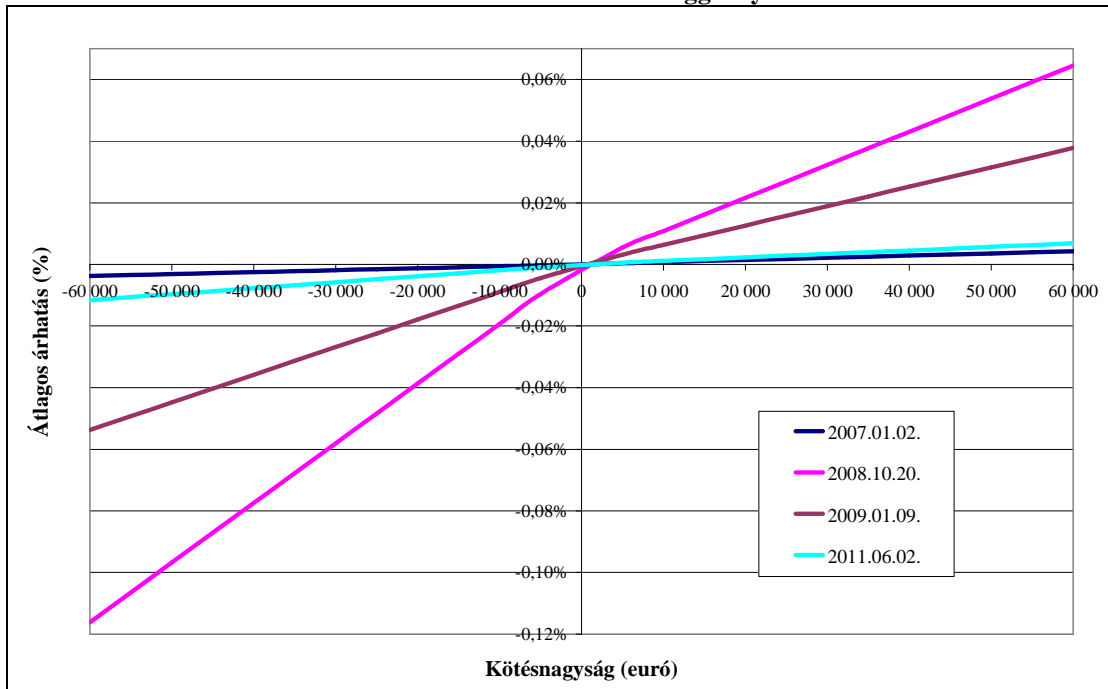
2.4. A virtuális árhatás függvény idősorának elemzése

2.4.1. Leíró statisztika

Az adatok, amelyeket vizsgálni fogok, az OTP napi, 2007. január 1. és 2011. június 3. közötti időszakának BLM idősorán alapulnak. Az adott időszak alatt a virtuális árhatás függvényt az előző fejezetben bemutatott módszer alapján becslöm meg minden egyes kereskedési napra.

A 47. ábra mutatja néhány kereskedési nap esetében a virtuális árhatás függvényt, mind a vételi, mind az eladási oldalra vonatkozóan. A négy nap annak megfelelően került kiválasztásra, hogy megmutassam, mennyiben tér el az árhatás nyugodt időszak (2007.01.02 és 2011.06.02), illetve válságos időszak (2008.10.20 és 2009.01.09) során. Az ábrán látható, hogy válság során az árhatás függvény sokkal meredekebb, amely azt tükrözi, hogy ekkor a piacon lényegesen nagyobb a likviditás hiánya miatt keletkező tranzakciós költség.

47. ábra: Virtuális árhatás függvény



Forrás: saját szerkesztés

A IV/1.4 alfejezetben található 45. ábra esetében a virtuális árhatás függvényt ajánlati könyv adataiból becsülték a szerzők, és így kaptak egy közel lineáris formát a függvény alakjára. Dolgozatomban azonban azért kaptam lineáris árhatás függvényt, mert egyenessel közelítettem a BLM(q) függvényt, ahogyan azt az előző fejezetben már említettem.

A virtuális árhatás függvény (vPIF) idősoros elemzése előtt érdemes megnézni a leíró statisztikák néhány kötésnagyságra vonatkoztatott értékét, amely révén teljesebb képet kaphatunk az árhatás függvényről. A leíró statisztikákat az 25. táblázat tartalmazza.

25. táblázat: Leíró statisztikák

Leíró statisztikák a virtuális árhatás értékére különböző kötésnagyságok mellett (bp)								
	BID				ASK			
	vPIF (-5e)	vPIF (-20e)	vPIF (-40e)	vPIF (-50e)	vPIF (5e)	vPIF (20e)	vPIF (40e)	vPIF (50e)
Átlag	-0,150	-0,606	-1,213	-1,517	0,143	0,568	1,134	1,417
Medián	-0,082	-0,332	-0,665	-0,831	0,082	0,325	0,649	0,811
Szórás	0,222	0,894	1,789	2,236	0,198	0,788	1,574	1,967
Minimum	-2,048	-8,237	-16,489	-20,620	0,014	0,055	0,110	0,137
Maximum	-0,015	-0,061	-0,123	-0,153	2,043	8,123	16,230	20,284
Ferdeség	-3,955	-3,952	-3,952	-3,952	3,895	3,898	3,898	3,899
Csúcsosság	19,244	19,220	19,215	19,215	19,709	19,757	19,765	19,767

Forrás: saját táblázat

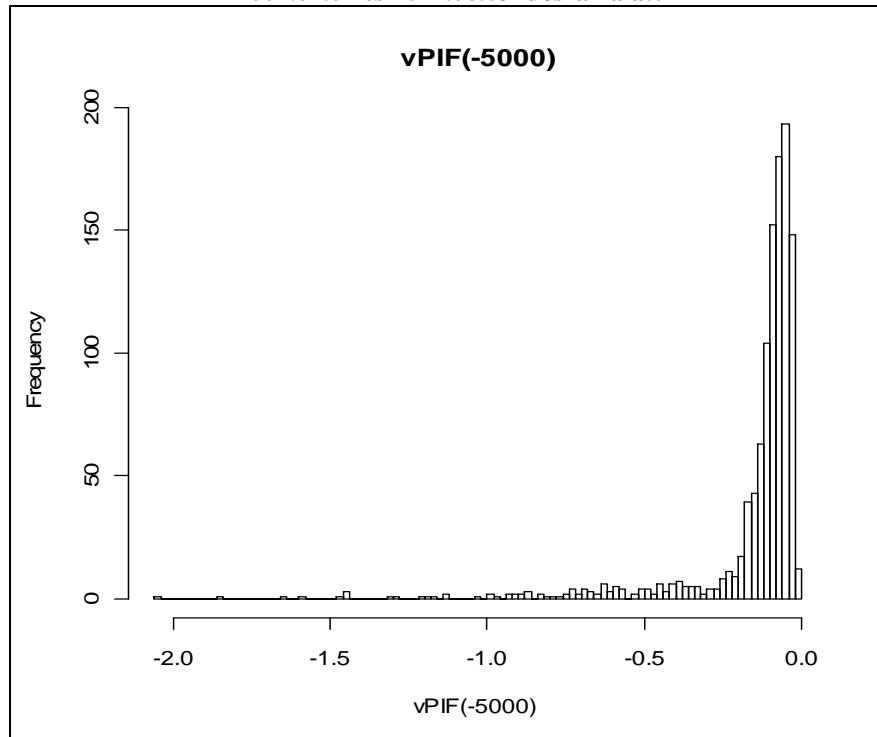
Amikor egy kereskedő eladni akar a piacon, akkor a bid (vételi) ár fog érvényesülni, míg amennyiben venni akar, akkor a kereskedő az ask (eladási) oldali árat üti meg a könyvben. A 25. táblázat alapján a könyv vételi és eladási oldala eltérő sajátosságokat mutat. A középértékek esetében az figyelhető meg, hogy adott kötési szinten a számtani átlag és a medián az árhatás függvény vételi oldalán abszolút értékben rendre nagyobb. Véleményem szerint ez annak tudható be, hogy amikor a befektetők részvényt vesznek, akkor azt nem egyszerre teszik, míg eladás esetén például egy pánik hangulat következtében piaci megbízások révén mindenki egyszerre szeretne eladni. Stresszhelyzetben a befektetők a pozícióikat akár nagyobb tranzakciós költség esetén is hajlandók azonnal zárni, és ezáltal jelentős árhatást gyakorolnak a piacra. Vagyis *a „csordahatás” következtében fordulhat az elő, hogy az árhatás függvény vételi oldalán abszolút értékben átlagosan nagyobb számok találhatóak: eladni egyszerre akarnak a piaci szereplők, míg a vételt elszórva hajtják végre, ami tükröződik az ajánlati könyvre épülő árhatás függvény értékeiben.* A rendelkezésemre álló adatsor magában foglalja a 2007/2008-as pénzügyi válságot, ami tükröződik a két oldal különbözőségében, ugyanis a válság során tapasztalható volt néhányszor olyan pánikhangulat a piacon, amely likviditási hiánnyal párosult.

A többi leíró statisztikai érték esetében is ugyanaz figyelhető meg, mint amit a középértékek adatainak vizsgálata során megállapítottunk. A vételi oldalon abszolút értékben nagyobb értékek találhatóak mind a szórás, mind a maximális és minimális értékek vonatkozásában.³⁹ Ezekből az értékekből ugyanazt a következtetést tudom levonni, mint a középértékek esetében: az ajánlati könyv felépítésében tükröződik az, hogy a vételi megbízások nem annyira koncentráltan érkeznek a piacra, mint az eladási megbízások.

A ferdeséget és a csúcsosságot, vagyis azt, hogy mennyire tér el az árhatások eloszlása a normális eloszlástól, érdemes hisztogramok révén is megragadni. A 48. és a 49. ábra alapján megállapítható, hogy a vételi oldalon az árhatások sűrűségfüggvénye jobbra ferde, míg az eladási oldalon az árhatások sűrűségfüggvénye balra ferde. A vételi oldali sűrűségfüggvény azonban ferdebb, mint az eladási oldali, ami szintén az előbb említett oknak tudható be.

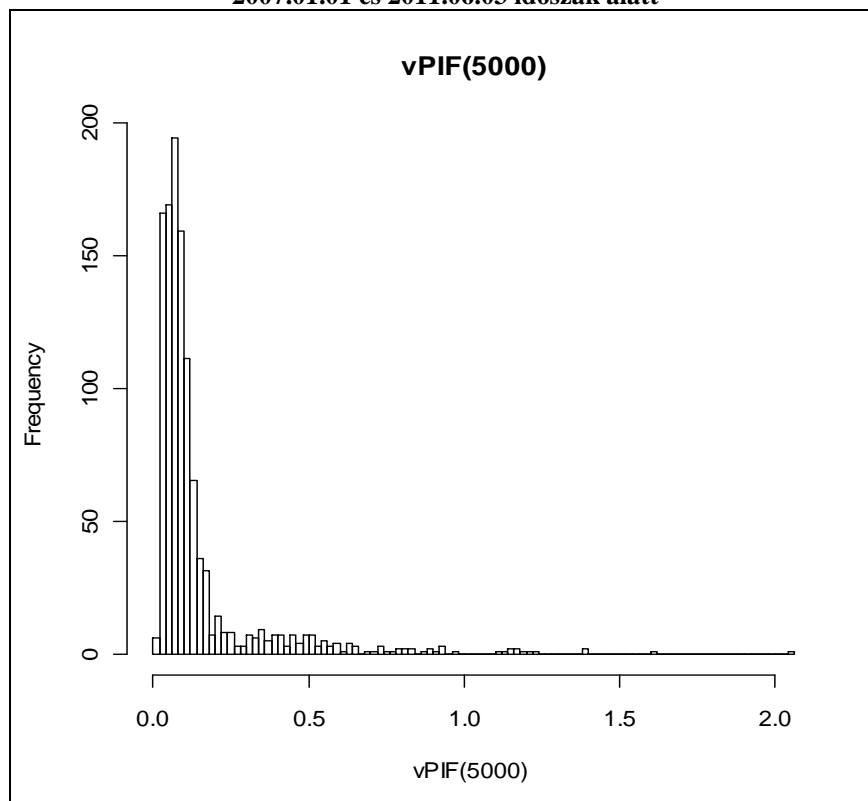
³⁹ A vételi oldali maximális/minimális értéket az eladási oldali minimális/maximális értékkel kell összehasonlítani.

48. ábra: Az árhatás sűrűségfüggvénye 5.000 euró OTP vétele esetén
2007.01.01 és 2011.06.03 időszak alatt



Forrás: saját szerkesztés

49. ábra: Az árhatás sűrűségfüggvénye 5.000 euró OTP eladása esetén
2007.01.01 és 2011.06.03 időszak alatt

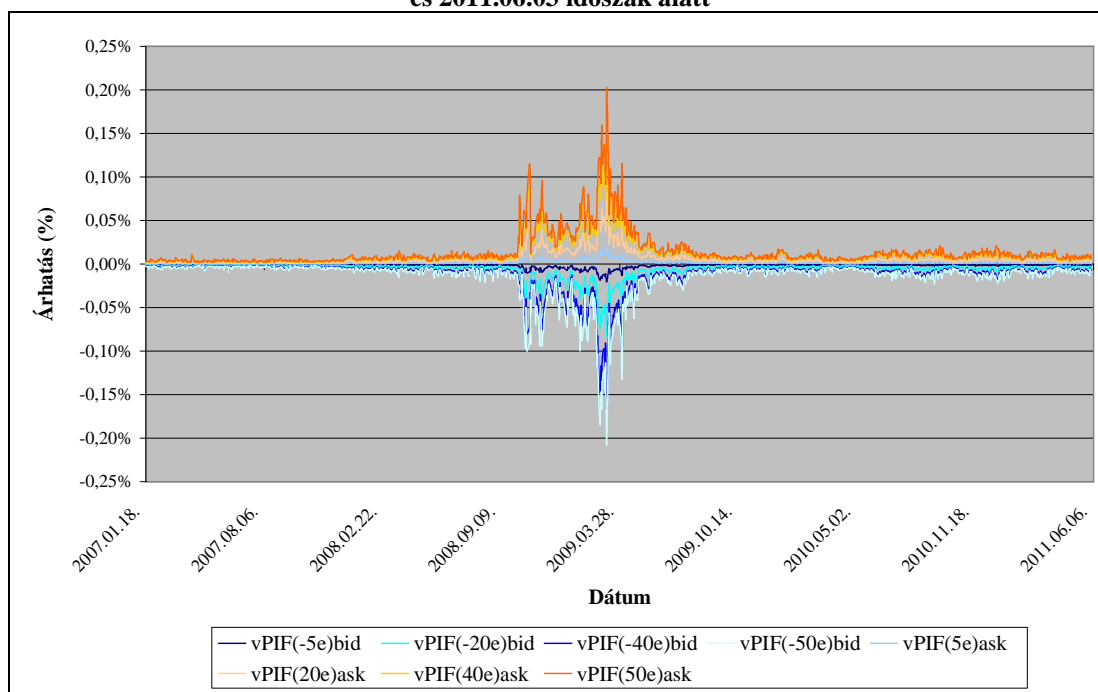


Forrás: saját szerkesztés

2.4.2. Trend

Az árhatás függvény idősoros elemzését az idősorban lévő trend vizsgálatával kezdem. A trend ismerete azért fontos a piaci szereplők számára, mert ez segítheti őket annak becslésében, hogy mikor érdemes a pozícióikat nyitni vagy zárni. A trend ismeretében a piaci szereplők ugyanis adott esetben előre tudják jelezni, hogy mikor fog várhatóan nőni vagy csökkenni a likviditás. Ennek megfelelően első lépésben érdemes néhány kötés nagyság esetében ábrázolni a virtuális árhatás függvény pontjait, melyet az 50. ábra mutat.

50. ábra: A virtuális árhatás függvény időbeli alakulása eltérő kötés nagyságok mellett 2007.01.01 és 2011.06.03 időszak alatt

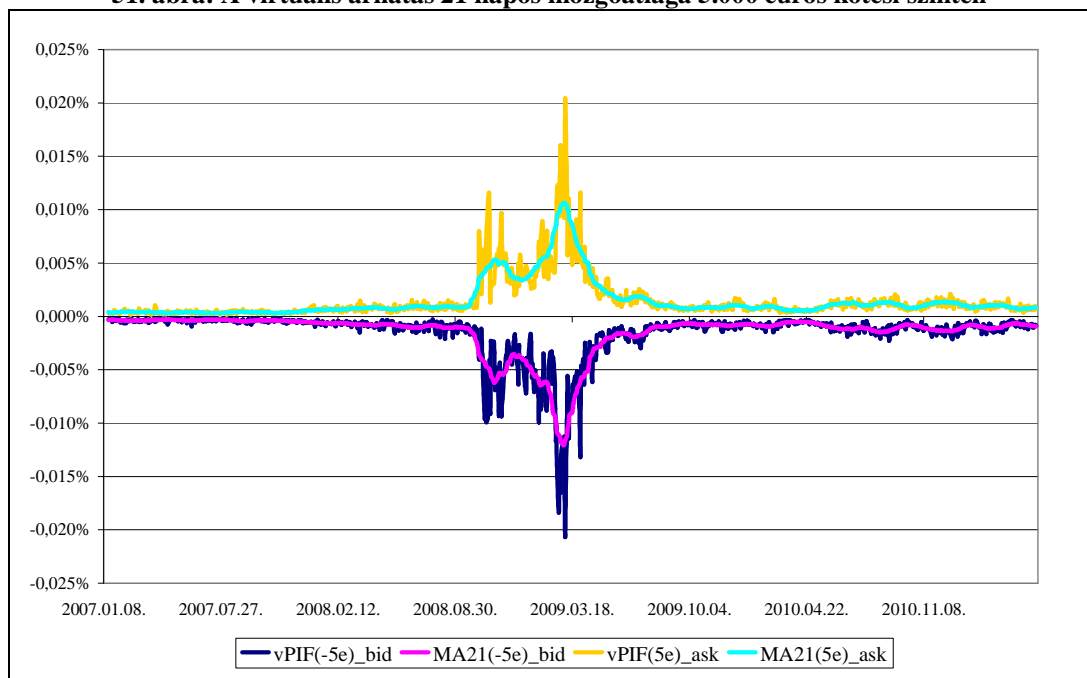


Forrás: saját szerkesztés

Az ábra alapján látható, hogy egyetlen vizsgált kötési szint mellett sincs lineáris trend az adatsorban. Ez azonban logikus is, hiszen a trend jelenléte arra utalna, hogy a likviditás szisztematikusan nő vagy éppen csökken az adott trend szerint az idő függvényében. Több év távlatában azonban nehezen képzelhető el, hogy a likviditás folyamatosan nő, avagy csökken egy adott piacon. Annak érdekében, hogy egyértelműen kizárhassam a trend jelenlétét, további vizsgálatokat is végeztem. Így megvizsgáltam azt, hogy vajon polinomiális trend van-e az adatsorban. A vizsgálatot az 5.000 eurós, illetve 60.000 eurós kötési szinten végeztem el. Az R^2 még hatodfokú polinomok esetében is alacsony értéket vett fel: $R^2(5e) = 0,419$,

illetve $R^2(60e) = 0,413$. Ennél alacsonyabb fokú polinomok esetében az R^2 értéke még kisebb volt. Vagyis ez azt jelenti, hogy ezek a polinomok nem illeszkednek jól az adatsorra, alacsony a magyarázó erejük. Emiatt egy másik trendelemzési módszert is alkalmaztunk, a mozgóátlagok módszerét. Az 51. ábra mutatja a 21 napos mozgóátlag alakulását 5.000 eurós kötési szinten mind a vételi, mind az eladási oldalon.

51. ábra: A virtuális árhatás 21 napos mozgóátlaga 5.000 eurós kötési szinten

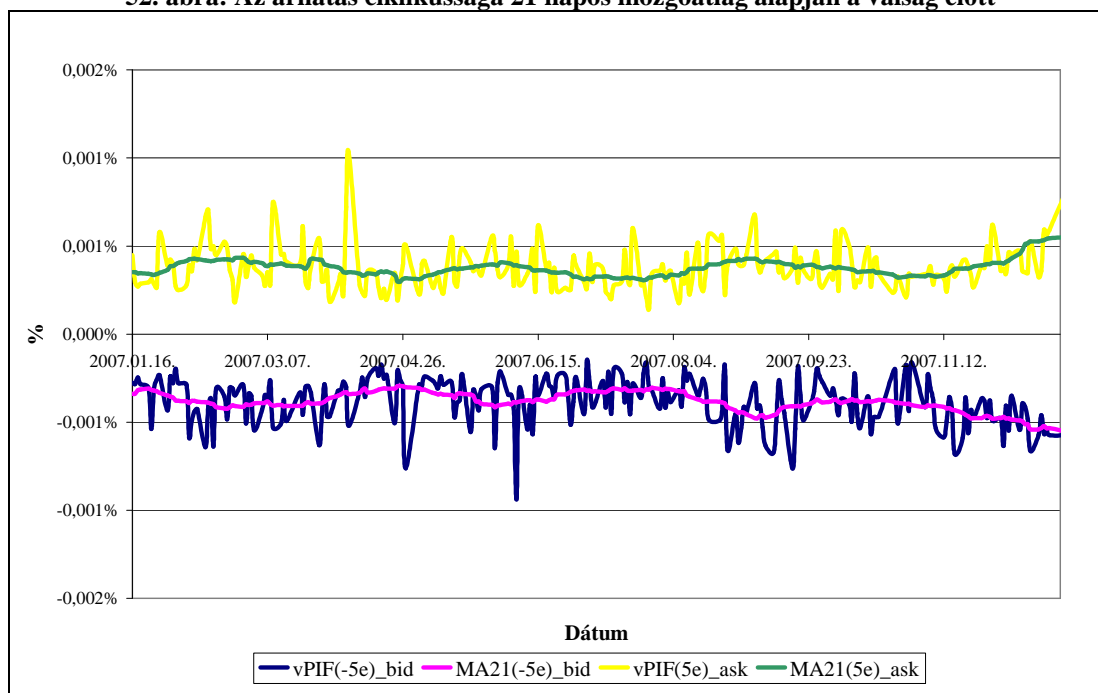


Forrás: saját szerkesztés

Az ábrán jól látható, hogy az árhatás különös trendet követett, azaz nincs egy, az egész időszorra jellemző trend sem a vételi, sem az eladási oldalon. Az ábra tükrözi azt is, hogy a 2008-as pénzügyi válságot megelőző időszakban viszonylag állandó érték körül mozgott az árhatás, majd a válság során lényegesen megnőtt, ami a válság vége felé visszacsökkent a válságot megelőző érték köré, bár nem lett olyan alacsony, mint 2007-ben. *Nincs tehát egy statisztikai értelemben jól megragadható trend az adatsorban, viszont úgy tűnik, a gazdasági ciklusokat követi az árhatás alakulása.* Ezen ciklikusság miatt érdemesnek tartottam felbontani az adatsort válság előtti, válság alatti és válságot követő időszakra. A válság előtti és utáni egy éves időszak úgy került kiválasztásra, hogy azok az adatokban megfigyelhető strukturális törések előtt illetve után legyenek (lásd 2.4.4 alfejezet).

Mind a válságot megelőző, mind a válságot követő időszakra hasonló eredményeket, jellegzetességeket kaptam. Az egyik ilyen jellegzetesség, hogy a vételi és az eladási oldalon hasonlóan alakult az árhatás, amely azt mutatja, hogy a két oldal likviditása közel azonosan alakul. A másik ilyen jellegzetesség az, hogy annak ellenére, hogy nincsen statisztikai értelemben jól megfogható trend az idősorban, egy negyedévenkénti ciklikusság felfedezhető. Az eredményeket az 52. és az 53. ábra mutatja.

52. ábra: Az árhatás ciklikussága 21 napos mozgóátlag alapján a válság előtt

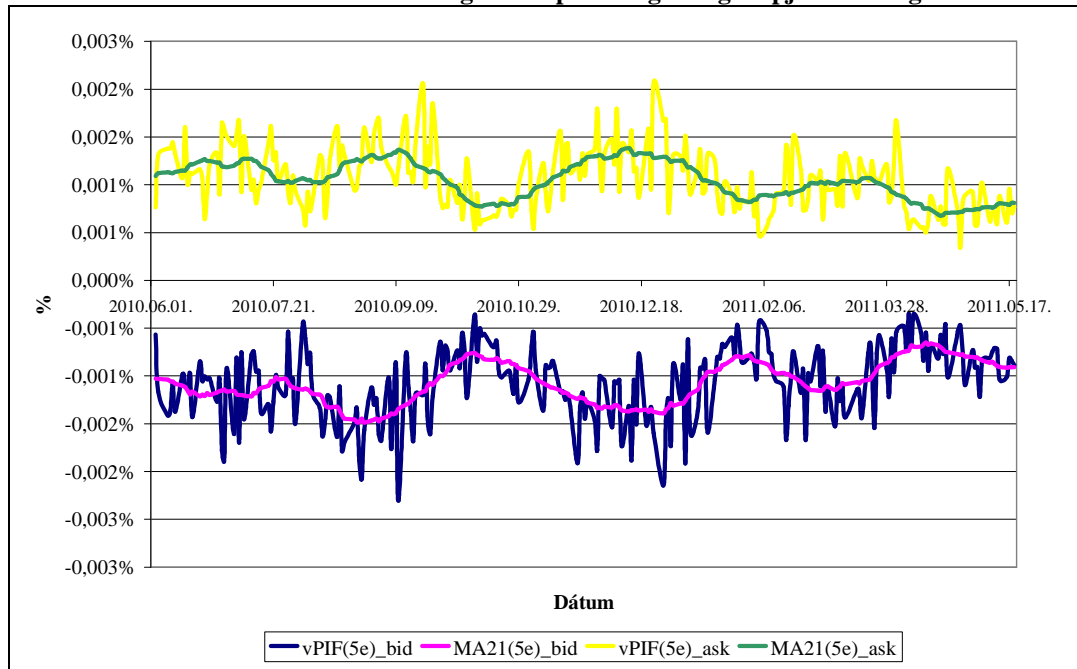


Forrás: saját szerkesztés

Ez a ciklikusság véleményem szerint a negyedéves jelentések közzétételével hozható összefüggésbe. A jelentések közzétételének napján a befektetők információs aszimmetriája⁴⁰ az OTP működésére vonatkozóan vélhetően csökken, így szívesebben kereskednek az értékpapírral, ami egy likvidebb részvényt eredményez. Vagyis az ábrákon az látszódik, hogy a negyedéves jelentések közzétételekor (január 15, április 15, július 15, valamint október 15-e környékén) a legkisebb az árhatás, míg amikor a negyedéves jelentések közzétételének időpontja távoli, akkor az árhatás magas.

⁴⁰ Az információs aszimmetriának a részletesebb bemutatásától eltekintek, mert az túlmutat a dolgozatom keretein. Információs aszimmetriáról részletesebben mind a nemzetközi (pl: Akerlof, 1970; Spence, 1973; Stiglitz, 1977) mind a hazai szakirodalomban (pl: Balla, 2006; Krenusz, 2007; Havran et al., 2010) számos tudományos kutatás található.

53. ábra: Az árhatás ciklikussága 21 napos mozgóátlag alapján a válság után

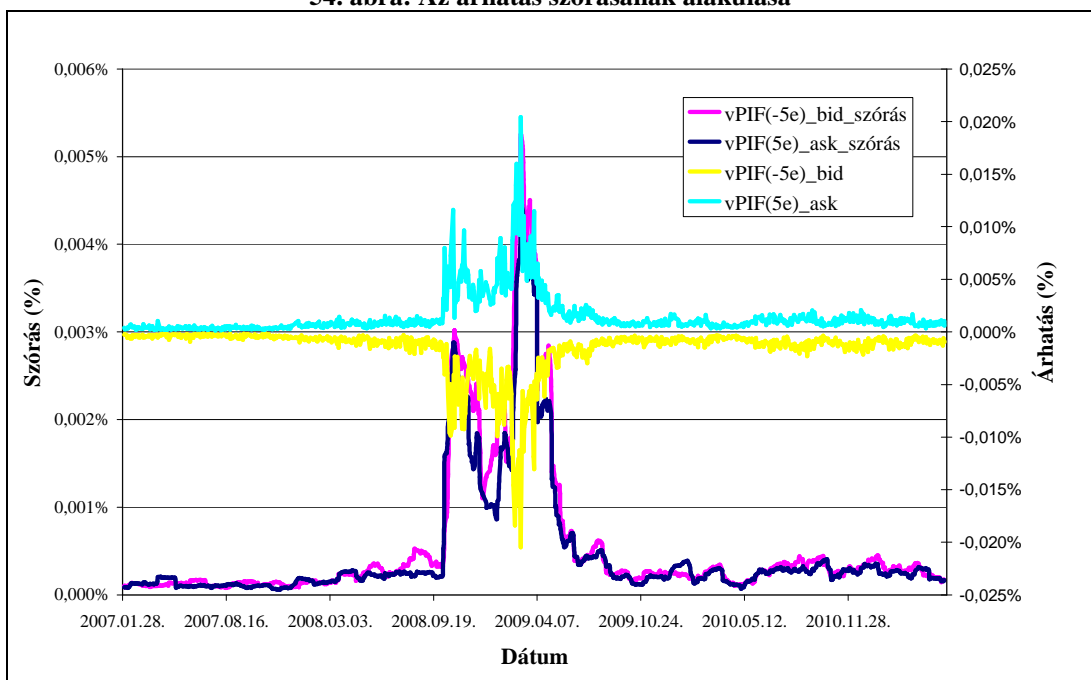


Forrás: saját szerkesztés

2.4.3. Az idősor volatilitásának és korrelációjának alakulása

A virtuális árhatás függvény volatilitásának változását valamennyi kötési szinten megvizsgáltam. Az 5.000 eurós kötési szinten az eredményeket az 54. ábra mutatja, ahol egy adott dátumhoz tartozó volatilitást az adott napot megelőző egy havi adatok alapján számoltam ki.

54. ábra: Az árhatás szórásának alakulása



Azt találtam, hogy a volatilitás együtt mozog a gazdasági ciklusokkal. Amikor az árhatás értéke a likviditás hiányának következtében megnőtt, akkor az értékek volatilitása is megemelkedett mind a vételi, mind az eladási oldalon.

Az 54. ábra alapján látható az is, hogy az 5.000 eurós kötési szinten a vételi és eladási oldal értékei közötti korreláció magas. A kutatás során megnéztem, hogy vajon az idősor különböző kötésméretre vonatkoztatott értékei között is van-e korreláció. Előzetesen arra számítottam, hogy amennyiben a piacon például az ajánlati könyv vételi oldala alacsony likviditást mutat, attól még az eladási oldal lehet likvid, hiszen amennyiben mindenki eladni akar a piacon, venni könnyen lehet, így a likviditásnak is nagyra kellene lennie azon az oldalon. Az adatok az előzetes várakozásaimat nem támasztották alá. A 26. táblázat az egyes kötési szintek árhatás értékeinek vételi és eladási oldala közötti korrelációját foglalja össze. A korrelációk valamennyi esetben tökéleteshez közeliek, ami arra utal, hogy a vételi és az eladási oldal likviditása illetve likviditáshiánya valamennyi kötési szint esetén szorosan együtt mozog.

26. Táblázat: Korrelációk

<i>korreláció</i>	vPIF(-5e) _bid	vPIF(-20e) _bid	vPIF(-40e) _bid	vPIF(-50e) _bid	vPIF(-60e) _bid
vPIF(5e)_ask	-0,95164	-0,95204	-0,95210	-0,95211	-0,95212
vPIF(20e)_ask	-0,95133	-0,95173	-0,95180	-0,95181	-0,95182
vPIF(40e)_ask	-0,95128	-0,95168	-0,95174	-0,95176	-0,95177
vPIF(50e)_ask	-0,95127	-0,95167	-0,95173	-0,95175	-0,95176
vPIF(60e)_ask	-0,95126	-0,95166	-0,95173	-0,95174	-0,95175

Forrás: saját táblázat

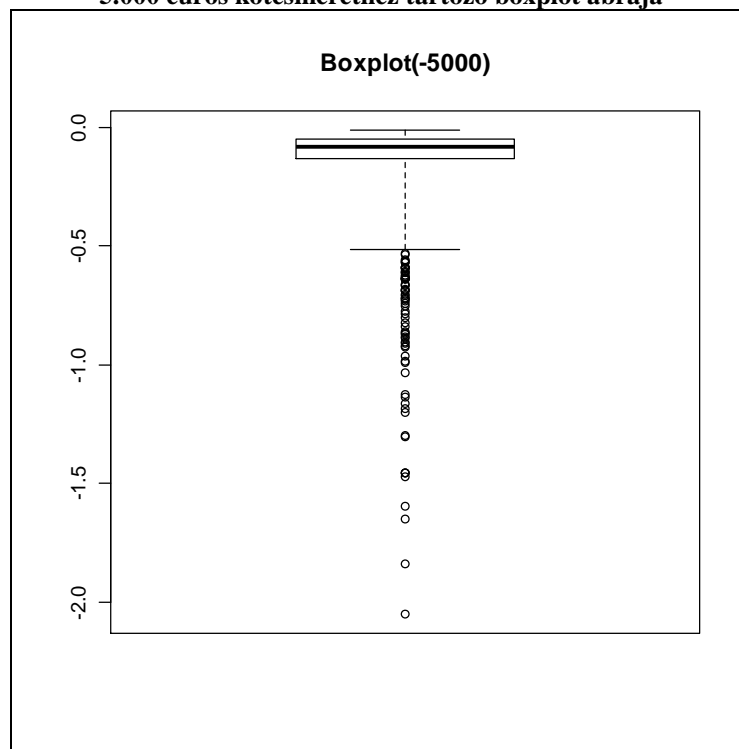
Az 54. ábra alapján látható az is, hogy az egyes napok árhatás adatai között van kapcsolat, hiszen amikor egyik nap alacsony az árhatás mértéke, akkor valószínűsíthetően a következő nap is alacsony lesz az értéke. Ugyanez igaz olyan esetekben is, amikor likviditás hiányában magas az értéke. Statisztikai módszerekkel megvizsgáltam azt, hogy az egymás utáni napok között van-e kapcsolat, vagyis első- és magasabb rendű autokorrelációt számoltam. Mivel a virtuális árhatás függvény egyes kötésméretéhez tartozó idősorai esetében a hibatagok eloszlása nem normális, illetve vélhetően magasabb rendű autokorreláció is jelen van, így az elsőrendű autokorreláció tesztelésére általánosan használt Durbin-Watson próba nem alkalmazható (Darvas, 2004). Helyette a lényegesen kevesebb korlátozó feltétellel

operáló Breusch-Godfrey LM tesztet végeztem el. A Breusch-Godfrey LM teszt alapján egyértelműen megállapítható, hogy az idősorban valamennyi kötésméret esetén pozitív autokorreláció van jelen. A hibtagok autokorrelálatlanságát a teszt elutasította, az idősorban igen magas fokú autokorreláció mutatható ki. Az idősor tizedrendű, de még akár huszadrendű késleltetett értékeivel vett korrelációja valamennyi kötésméret esetén egyaránt szignifikáns.

2.4.4. Kiugró értékek és strukturális törések

Az 50. ábra alapján látható, hogy 2008 októberében és novemberében, valamint 2009 januárjában és februárjában a virtuális árhatás függvény értékei mind az eladási, mind a vételi oldalon jelentősen megugranak. A kvartilisekre épülő boxplot ábrák amellet, hogy képesek a virtuális árhatás függvény adott kötésméretéhez tartozó értékeinek eloszlását tömören bemutatni, alkalmasak az adatsor kiugró értékeinek meghatározására is (McGill et al., 1978). A turbulens időszak azonosítása céljából így boxplot ábrákat készítettem. Az 55. ábrán a virtuális árhatás függvény eladási oldalának 5.000 eurós kötésméretéhez tartozó boxplot-ja látható.

55. ábra: A virtuális árhatás függvény eladási oldalának 5.000 eurós kötésméretéhez tartozó boxplot ábrája

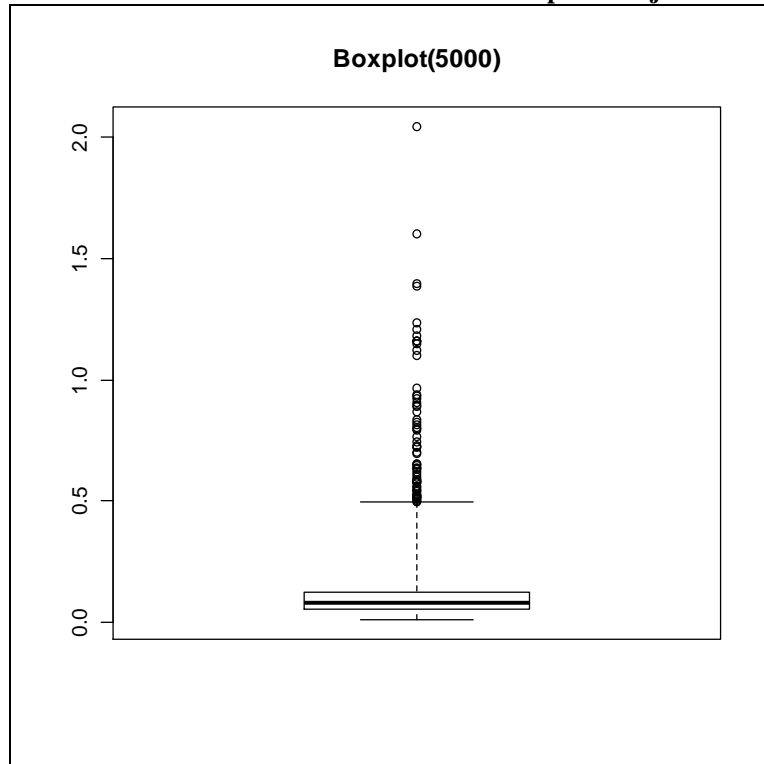


Forrás: saját szerkesztés

Az 55. ábrán a belső doboz teteje a harmadik kvartilis (Q3) értékét adja meg, ami jelen esetben -0,0522; míg a doboz alja az első kvartilis értékét (Q1) mutatja, ami esetünkben -0,1312. A Q1 és a Q3 értékek közti távolságot a szakirodalom interkvartilis távolságnak (IQR) nevezi. A virtuális árhatás függvény értékeinek középső 50%-a a dobozban található. A dobozban lévő vonal az értékek mediánját (-0,0821) jelzi. Megfigyelhető, hogy a medián-vonal nem pont a doboz közepén helyezkedik el, ami az adatok 2.4.1. alfejezetben már ismertetett aszimmetrikusságára utal. Az 55. ábrán szerepel a virtuális árhatás függvény eladási oldalának 5.000 eurós kötésmérethez tartozó maximuma (-0,0149, doboz feletti rövid vízszintes vonal) és minimuma (-2,0480, legalsó kör) is. Az ábrán körökkel jelzett értékek azon extrém pontokat mutatják, amely értékek kívül esnek a $Q1 - 5 \cdot IQR$ kifejezéssel meghatározott küszöbszámon. Mivel a $Q3 + 5 \cdot IQR$ kifejezés eredményeképp adó küszöbszám magasabb, mint az adatsor értékeinek maximuma, így az nem szerepel az ábrán, hanem helyette a maximum került rövid vízszintes vonal formájában feltüntetésre.

Az eladási oldal 5.000 eurós kötésmérethez tartozó boxplot ábra az 55. ábrához képest nagyon hasonló eredményt mutat, eltérés az y tengely skálájában és egy-egy extrém értékhez tartozó dátum esetében mutatkozik. Az 56. ábrán látható a virtuális árhatás függvény eladási oldalhoz tartozó boxplot ábrája. Az ábrán a belső doboz alja az első kvartilis (Q1) értékét mutatja, ami jelen esetben 0,0532. A belső doboz teteje a harmadik kvartilis értékét adja meg, ami esetünkben 0,1269. A virtuális árhatás függvény értékeinek középső 50%-a a dobozban található, azok az interkvartilis távolság két szélének megfelelő, azaz 0,0532 és 0,1269 közötti értéket vesznek fel. A dobozban lévő vonal az értékek mediánját (0,0819) jelzi. Ugyancsak feltüntetésre került a virtuális árhatás függvény minimum (0,0142, doboz alatti rövid vízszintes vonal) és maximum (2,043, legfelső kör) értéke is. Az 56. ábrán a körökkel jelzett értékek azon kiugró értékeket mutatják, amely értékek vagy alacsonyabbak, mint a $Q1 - 5 \cdot IQR$ kifejezés által meghatározott küszöbszám vagy magasabbak, mint az $Q3 + 5 \cdot IQR$ összefüggés által meghatározott küszöbszámok. Mivel a $Q1 - 5 \cdot IQR$ kifejezés által meghatározott küszöbszám alacsonyabb, mind az adatsor értékeinek minimuma, így az az ábrán nem szerepel.

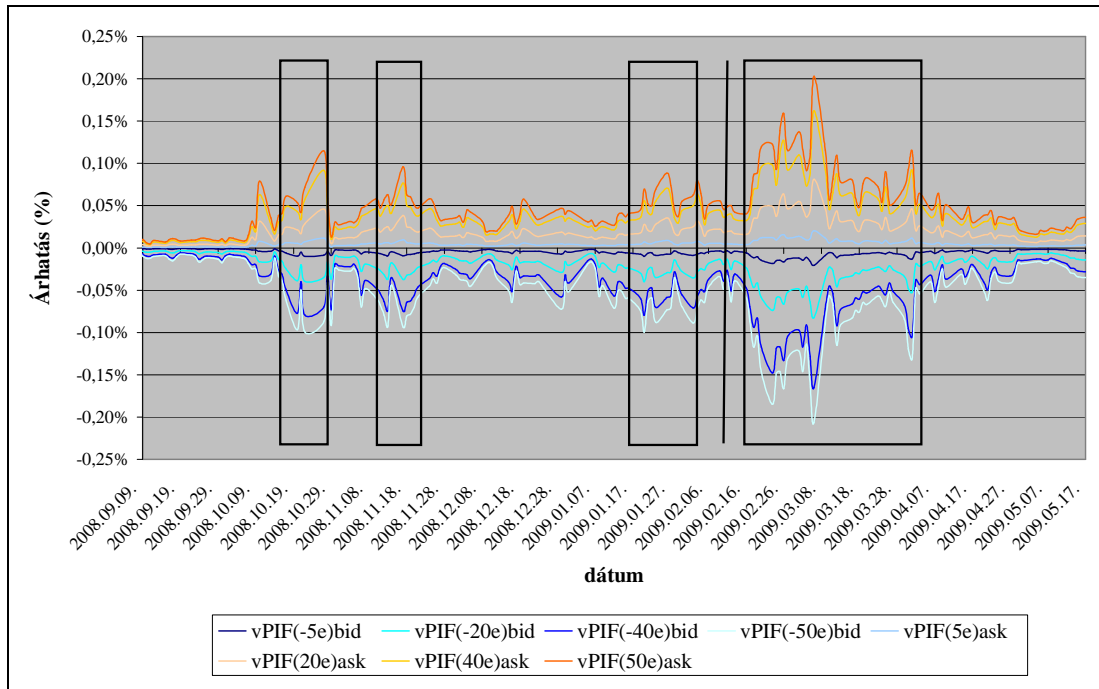
56. ábra: A virtuális árhatás függvény vételi oldalának 5.000 eurós kötősmérethez tartozó boxplot ábrája



Forrás: saját szerkesztés

A boxplot ábrák segítségével a kiugró értékeket valamennyi kötősméret esetén meghatároztam, majd azonosítottam a hozzájuk tartozó időpontokat. Azokat a napokat, amelyeken az árhatás függvény értéke valamennyi kötősméret esetén extrém értéket vett fel, turbulens napnak tekintettem. Mindezek alapján a vizsgált időszakban 52 turbulens napot azonosítottam, amely az öt alábbi időszak egyikébe esnek: 2008. október 17. és október 27. közötti időszak, 2008. november 10. és 20. közötti időszak, 2009. január 20. és február 4. közötti időszak, 2009. február 12., illetve 2009. február 18-tól 2009. április 3-ig terjedő időszak. Mindegyik időszak a 2007-ben induló jelzálogpiaci válságból kibontakozó, majd 2008-ban a teljes világ gazdaságot elérő globális válság idejére tehető, amelynek legnehezebb időszaka ezen időperiódusokat öleli fel. Ezen időszakok árhatás értékeit az 57. ábrán külön bejelöltem.

57. ábra: Az árhatás értéke a turbulens időszakokban



Forrás: saját szerkesztés

Az 50. ábra alapján megállapítható, hogy a virtuális árhatás idősorában, *mind az eladási, mind a vételi oldalon strukturális törés van*. Ennek kimutatására formális statisztikai tesztek is elvégeztem. A Chow-teszt (Chow, 1960) az egyik legismertebb statisztikai teszt strukturális törés kimutatására, segítségével két vagy több részmintára becsült modellek együtthatóinak stabilitása vizsgálható. Jelen esetben három részmintára választottam a teljes idősort, 2008. október és 2009. április közötti periódust kiemelve. A kiemelt periódus kezdetének 2008. október 17-dikét tekintetem, időrendben az első olyan napot, amikor valamennyi vizsgált kötésméret esetében a boxplot módszerrel outlier-t azonosítottam. A turbulens periódus végének 2009. április 3-at vettem, ami az utolsó olyan nap volt, amikor az alkalmazott boxplot módszer valamennyi vizsgált kötésméret esetében outliert jelzett. A teszt alapján minden szokásos (5%, 1%) szignifikancia szinten azt találtam, hogy az idősorban strukturális törés van. Strukturális törést jelzett a Quandt-Andrews teszt (Andrews, 1993) is, amely előre nem ismert helyen található strukturális törés meglétét képes kimutatni. Mindezek alapján joggal állíthatjuk, hogy a 2008 ősze és 2009 tavasza közötti válságos időszak strukturális törést jelent az idősorban.

A függvény abszolút értéke a 2008. október-novemberi és a 2009. tavaszi turbulenciát követően magasabb szintre került, a töréseknél egy egyszeri eltolódás

történt a folyamatban. Az eladási oldalon a turbulens időszakot követően a virtuális árhatás függvény értékei átlagosan 76%-kal alacsonyabb értéket vettek fel, míg a vételi oldalon a függvény értékei átlagosan közel 86%-kal voltak magasabbak. Mindez azt jelenti, hogy a pénzügyi válságot követően a piaci szereplőknek a tőzsdei likviditás tartós és jelentős csökkenése miatt lényegesen magasabb, közel kétszeres árhatással és ebből eredő implicit tranzakciós költséggel kellett szembenéznük, mint a válságot megelőző időszakban.

2.4.5. Átlaghoz való visszahúzás

Az 50. ábra alapján úgy tűnik, hogy a virtuális árhatás függvény értékei nem véletlenül bolyonganak, hanem átlaghoz való visszahúzással (*mean reversion*) jellemezhetők. Az átlaghoz való visszahúzás jelenlétéről kibővített Dickey-Fuller (*Augmented Dickey-Fuller test, ADF*) teszt segítségével győződhetünk meg. Míg az egyszerű Dickey-Fuller-teszt autokorrelált reziduumok esetén nem alkalmazható, a kibővített Dickey-Fuller teszt ilyen esetekben is célravezető (Darvas, 2004). Ekkor ugyanis a függő változó késleltetett értékei szerepelnek a regresszióban. A kibővített Dickey-Fuller teszt mögötti intuíció az, hogy ha az idősor integrált folyamatot követ, akkor a függő változó késleltetett értékei alapján nem lehet előre jelezni az idősor soron következő értékét. Ebben az esetben azt az alternatív hipotézist, mely szerint nincs egységgyök, nem tudjuk elvetni. A folyamatban vélhetően egységgyök van, azaz az idősor értékei véletlenül bolyonganak.

Ha a folyamat egységgyököt tartalmaz, akkor a becsült paraméter aszimptotikus tulajdonságai különbözőek, és attól függenek, hogy a becsült egyenlet tartalmaz konstanst és/vagy időtrendet, illetve hogy a tényleges folyamat eltolásos vagy eltolás nélküli véletlen bolyongás. Az általam alkalmazott ADF teszt során a függő változó Schwert (1989) kritérium alapján meghatározott késleltetett értékeit szerepeltettem. A virtuális árhatás függvény idősorának korábbi alfejezetekben feltárt tulajdonságai alapján emellett azt is feltételeztem, hogy időtrend nincs, azonban konstans van a regresszióban.

A virtuális árhatás függvény eladási oldalán valamennyi kötőméret esetén az ADF tesztstatisztika értéke két tizedesjegy pontossággal -2,65-re kerekíthető, míg a vételi oldalon valamennyi kötőméret esetén -2,6 körüli. Mivel a kapott ADF értékek

legalább 90%-os szignifikancia szint esetében rendre kisebbek, mint ami a vonatkozó ADF táblázatban szerepel, így elvethetjük azt a null-hipotézist, hogy van egységgyök az idősorban. A virtuális árhatás függvény idősorában nem azonosítható tehát egységgyök, ami jelen esetben arra utal, hogy *a függvény adott kötőmérethez tartozó értékei nem bolyonganak véletlenül, hanem átlaghoz való visszahúzás folyamatával jellemezhetők.*

2.5. Következtetések

Illikvid piacokon a piaci szereplőknek dinamikus portfólió optimalizálást kell végrehajtaniuk méret, költség és idő vonatkozásában. Ehhez feltételezéssel kell élniük a sztochasztikus alapfolyamatról, azaz a likviditás hiányában fellépő tranzakciós költség alakulásáról. Ebben a fejezetben bemutattam, hogy a Budapesti Értéktőzsde által közzétett Budapesti Likviditási Mérték idősora mindegyre lehetőséget nyújt, hiszen abból a teljes ajánlati könyv ismerete nélkül virtuális árhatás függvény becsülhető. Kutatásom során egy olyan módszert dolgoztam ki, amely révén a piaci szereplők egy meglévő adatsorból könnyen és gyorsan tudnak árhatás függvényt becsülni. A virtuális árhatás függvény becsülését követően statisztikailag elemeztem a függvény múltbeli alakulását. Az elemzés a kereskedőknek a jövőben benyújtandó ajánlatok árhatásának előrejelzése, a kereskedés árelmozdulásból eredő többletköltségének becsülése, illetve az optimális kereskedési algoritmus kidolgozása során nyújthat támpontot, mely alapján fogalmaztam meg az ötödik hipotézisemet:

H5: Árhatás függvény időbeli viselkedésében az alábbi jellegzetességek tapasztalhatók:

H5/a: szimmetria,

H5/b: trend,

H5/c: ciklikusság,

H5/d: átlaghoz való visszahúzás,

H5/e: sokkok perzisztenciája.

- M1: A vételi oldali árhatás alapvető statisztikai értékei, mint például az átlag, a medián vagy a szórás, minden esetben magasabb értéket mutattak, mint az eladási oldali értékek. A jelenséget azzal magyaráztam, hogy az árhatásban tükröződik az, hogy az egyes piaci szereplők részvényvásárlásai elszórta történnek a piacon, míg eladás során, egy esetleges pánikhangulat következtében sokkal koncentráltabbak a tranzakciók. A jelenséget tehát végeredményben a „csordahatással” magyaráztam.
- M2: A virtuális árhatás függvény idősoros adatai nem tartalmaznak trendet, viszont egy negyedévenkénti ciklikusság felfedezhető az adatokban.
- M3: A ciklusok során az árhatás érték a negyedéves jelentések idejében érik el a minimális értéküket, míg a maximális értéküket két negyedéves jelentés között félúton.
- M4: A kiugró értékek vizsgálata révén 52 turbulens napot azonosítottam. A turbulens napok mind a 2008-as válság idejére esnek, hiszen 2008. október 17 és 2009. április 3-a közötti időszakban találhatók.
- M5: Az idősorban formalizált statisztikai tesztek segítségével strukturális törést is azonosítottam.
- M6: Jelentős autokorreláció van az adatsorban, amiből arra következtetek, hogy egy esetleges sokk hatása hosszabb távon érződik a piaci adatokban.
- M7: Amikor az ajánlati könyv egyik oldalán a likviditás megszűnik, akkor a könyv másik oldalán is kisebb lesz a likviditás, vagyis nagyon magas a vételi és eladási oldal árhatása közötti korreláció.
- M8: Az átlaghoz való visszahúzás vizsgálata során azt tapasztaltam, hogy az árhatás átlaghoz való visszahúzó folyamatként jellemezhető.

A megállapítások alapján a H5 egyes állításainak az elfogadása a következő:

H5/a: nem tudom elutasítani azt a hipotézist, hogy szimmetrikus az árhatás a vételi és eladási oldalon

H5/b: elutasítom azt a hipotézist, hogy van trend az adatsorban.

H5/c: nem tudom elutasítani azt a hipotézist, hogy van ciklikusság az adatokban.

H5/d: nem tudom elutasítani azt a hipotézist, hogy van átlaghoz való visszahúzás.

H5/e: nem tudom elutasítani azt a hipotézist, hogy a sokkok hosszabb távon hatással vannak az árhatásra.

Összefoglalás

Kutatásom fő célkitűzése az volt, hogy hozzájáruljak ahhoz, hogy a likviditás mint koncepció, beépüljön a portfóliókezelés és a kockázatkezelés napi gyakorlatába. Ezen belül három fő kérdéskörre koncentráltam: (1) megvizsgáltam a Budapesti Likviditási Mérték (BLM) idősor kereszt- és hosszmetzeti statisztikai jellemzőit; (2) megmutattam, hogy a mutatót hogyan lehet integrálni egy VaR-alapú kockázatkezelési rendszerbe; (3) levezettem a kapcsolatot a BLM és az árhatás függvény között és megvizsgáltam az árhatás függvény időbeli viselkedését annak érdekében, hogy képet kapjunk e fontos kockázati faktor jellegzetességeiről. Saját eredményeimet a II-IV fejezetek tartalmazzák.

(1) Dolgozatom II. fejezetében különböző szempontok szerint bemutattam és elemeztem a piaci likviditás fogalmát és azon mutatók körét, amelyekkel a piaci likviditást mérik a piaci szereplők. Megnéztem, hogy miként alakul az átlagos BLM érték a vizsgált időszak során; milyen a viszonya két olyan likviditási mutatóval, amelyeket gyakran egyszerűsítésképpen alkalmaznak a piaci szereplők (bid-ask spread, forgalom); továbbá hogy milyen a kapcsolat a volatilitás és a likviditás között. A legfőbb eredményeim a következők:

Likviditási mutatók által adott sorrend vizsgálata:

- Közepesen likvid és illikvid részvények esetében a bid-ask spread nem ad azonos sorrendet a BLM-mel, azonban szignifikáns eltérés nincs.
- Likvid, közepesen likvid és illikvid részvények esetében a forgalom nem ad azonos sorrendet a BLM-mel, azonban szignifikáns eltérés nincs.
- Nyugodt időszakban, vagyis válság előtt és után a rangsor a forgalom alapján kevésbé tér el a BLM által nyújtott rangsortól, mint a bid-ask spread alapján.
- Válság során a rangsor a bid-ask spread alapján kevésbé tér el a BLM által nyújtott rangsortól, mint a forgalom alapján.
- Válság során csökkent a rangkorreláció a BLM és a spread, valamint a BLM és a forgalom között.
- Közepesen likvid, illetve illikvid részvények esetében érdemes lenne a BLM-et is figyelembe venni mint likviditási mutatót, mert az ő esetükben jelentősebb a rossz sorrend alkotása. Ezen részvényeknél rámutattam az

elemzésem során arra is, hogy előfordul, hogy rossz likviditási kategóriába soroljuk a részvényt.

Likviditási mutatók változása a válság következtében:

- A likvid részvények esetében a BLM és a bid-ask spread értékei válság után visszaálltak a válság előtti szintre, míg a forgalmi adatok alacsonyabb szinten állandósultak, mint ami a válság előtt tapasztalható volt.
- A közepesen likvid és az illikvid részvények esetében a likviditás a válság után a részvények egy részénél nem állt vissza a válság előtti szintre a BLM és a bid-ask spread alapján, míg a forgalom alapján egyik részvény esetében sem következett ez be.

Likviditási mutatók közötti kapcsolat:

- A bid-ask spread és a BLM közötti korreláció erősen pozitívnek tekinthető, míg a BLM forgalommal vett korrelációja gyenge negatív kapcsolatot mutat.
- Minél kevésbé likvid egy részvény, annál kisebb a korreláció a likviditási mutatók között.
- A bid-ask spread változása erős magyarázó erővel bír a BLM változására vonatkozóan likvid részvény esetében, míg közepesen likvid részvények esetében már nem jelentős a magyarázó erő. Illikvid részvény esetében alig van magyarázó ereje a bid-ask spread változásának, ami válság előtt nem is tekinthető szignifikánsnak.
- A forgalom megváltozása nem képes magyarázni a BLM változását likvid és illikvid részvény esetében, míg közepesen likvid részvény esetében is csak alacsony magyarázó ereje van.
- Napon belül nem mozog együtt a forgalom és a likviditás, előfordulhat például nap elején a forgalom akár nagy, akár kicsi, a likviditás minden esetben alacsony.
- A BLM olyan piaci szereplők számára lehet nagyon fontos, akik illikvid részvényekbe fektetnek, illetve akik napon belül kereskednek.
- A részvények egymáshoz viszonyított likviditása jelentősen eltérhet a különböző likviditási mutatók esetében.

Likviditás és volatilitás kapcsolata:

- A Budapesti Értéktőzsde vizsgált részvényeinek a piacán is beigazolódott, hogy a BLM és a volatilitásmutatók között pozitív a kapcsolat, vagyis a volatilisabb piacokon eleve nagyobb az árhatás miatt várható többletköltség.
- Minél kevésbé likvid egy részvény, jellemzően annál kisebb a korreláció a volatilitás és a likviditás között.
- Válság előtt és válság alatt a tényleges ársáv és a likviditás között szorosabb volt a kapcsolat, mint a szórás és a likviditás között. Válságot követően azonban ez megfordult.
- A 2008-as válságban a BLM növekedése nem magyarázható kizárólag a volatilitás növekedésével. A tényleges BLM érték ugyanis szignifikánsan magasabb, mint amit a volatilitásnövekedés alapján becsültünk volna a válság előtti időszak adatainak ismeretében.
- A válságot követően ez a viszonyrendszer megfordult, azaz a volatilitás alapján becsült BLM érték jellemzően magasabb, mint a tényleges érték, ami azt mutatja, hogy a korábbinál is magasabb a likviditás.

Összességében tehát rámutattam arra, hogy a piaci szereplők által alkalmazott hüvelykujj-szabályok nem minden esetben vezetnek megfelelő befektetési döntéshez likviditás tekintetében. A BLM egy olyan likviditási mutató, mely több dimenzió mentén képes mérni a tőzsdén kereskedett termékek likviditását, így megbízhatóbb képet ad a piac aktuális likviditási helyzetéről, mintha csak a forgalmi adatok, vagy csak a bid-ask spread alapján döntenénk. Közepesen likvid, illetve illikvid részvények esetében lényeges lenne a BLM-et is figyelembe venni mint likviditási mutatót, mert az esetükben jelentősebb az, hogy a bid-ask spread, illetve a forgalom alapján eltérően sorolnánk be a részvényt likviditási kategóriákba. Továbbá ezen részvények esetében a korreláció az egyes likviditási mutatók között nem mondható szorosnak, ami válság idején még tovább csökken. Vagyis a BLM olyan befektetők számára lehet fontos, akik nem likvid részvényekkel kereskednek. Azonban válság idején a likvid részvények esetében is érdemes figyelni a mutató értékének alakulását.

Az eredmények alapján az is megállapítható a volatilitás és a likviditás kapcsolatának vizsgálata alapján, hogy a 2007/2008-as válság likviditási válságnak is tekinthető, azaz a megnövekedett implicit kereskedési költségek nem kizárólagosan a

volatilitás növekedésének tudhatók be. Az eredmények igazolják Csávás és Erhart (2005) azon állítását is, miszerint a likviditás csökkenésében tükröződik a nem várt volatilitás emelkedése.

(2) Disszertációm III. fejezetében egy elméleti modellt mutattam be arra, hogy miként lehet a likviditási kockázattal kiegészíteni a kockázatos érték (LAVaR) számítást. Ennek a résznek az első felében összefoglaltam a likviditással kiegészített VaR modellek irodalmát, míg a második felében ismertettem az általam készített modellt, melynek alapját Giot és Gramming (2005), illetve Stange és Kaserer (2009b) munkája adta. Az én hozzáadott értékem az ő munkájukhoz az, hogy magyar adatbázison építettem fel a modellt, mert azon még senki sem tesztelte, valamint likvid és illikvid részvényekre is kiszámítottam a VaR értéket egyedi részvények, illetve részvényportfóliók esetében. A legfontosabb eredményeim a következők:

- Levezettem, hogy miként módosul a hozamszámítás a likviditáshiány miatti tranzakciós költség figyelembevételével mind egyedi részvényekre, mind mennyiség- és értéksúlyozású portfóliókra.
- A likviditás figyelembe vétele szignifikáns kockázattöbbletet jelent még a leglikvidebb részvények esetében is egyedi részvény és portfólió szinten egyaránt. Nem szabad tehát figyelmen kívül hagyni.
- Portfóliók esetében a likviditási kockázat diverzifikáció által csökkenthető, így érdemes többféle részvényt tartani egy portfólióban, mert így nemcsak az árkockázat, hanem a likviditási kockázat is csökken.

A BLM és az annak segítségével bemutatott módszer egyszerű és gyors módját adja, hogy a likviditást megjelenítsük a tőkekövetelmény számítása során. A mutató hiányosságait és számítási problémáit szem előtt tartva, az eredményeket megfelelő óvatossággal kell kezelni, azonban a lényegi empirikus megfigyeléseket, (pl. az OTP a leglikvidebb részvény) a bemutatott modell jól vissza tudja adni, így mindenképpen javaslom a kockázatkezelési rendszerekbe való beépítését.

(3) Dolgozatom IV. fejezetében bemutatam, hogy miképpen lehet virtuális árhatás függvényt becsülni a BLM mutató segítségével, melyet még senki sem tett meg előttem, ugyanis a szakirodalom jellemzően a tényleges árhatás függvény becslésével, és modellezésével foglalkozik. Mivel a tényleges árhatás függvény csak egy meghatározott hosszabb időszak kereskedési adatainak az átlagán alapszik, így idősoros elemzést nem lehet rajta elvégezni. Ezért én egy másik megközelítésben tekintetem az árhatás függvényekre, mert véleményem szerint a kereskedés során fontos annak ismerete, hogy ez az árhatás függvény miképpen alakul időben, ugyanis egy kereskedő a kereskedési stratégiáját erre fogja építeni. Az árhatás függvény időbeli viselkedésének ismerete segíti a piaci szereplőket abban, hogy időzíteni tudják a megbízásaikat. Amikor a piaci szereplők arról döntenek, hogy egy tranzakciót későbbre halasszanak, annak érdekében, hogy kisebb árelmozdító hatást érjenek el a piacon, akkor rendelkezniük kell egy elképzeléssel arra vonatkozóan, hogy miképp alakul az árhatás függvény időben. Az időbeli alakulás vizsgálata azonban csak a virtuális árhatás függvényen végezhető el, mert ebben az esetben áll elegendő adat a rendelkezésükre. Ebből kifolyólag az árhatás függvény becslését követően, idősorosán elemeztem a függvényt, melyet még senki nem tett meg előttem a szakirodalomban. A legfontosabb eredményeim pedig a következők:

- Virtuális árhatás függvényt becsültem a BLM adatbázis segítségével.
- A vételi oldali árhatás alapvető statisztikai értékei, mint például az átlag, a medián vagy a szórás, minden esetben magasabb értéket mutattak, mint az eladási oldali értékek. A jelenséget azzal magyaráztam, hogy az árhatásban tükröződik az, hogy az egyes piaci szereplők részvényvásárlásai elszórtan történnek a piacon, míg eladás során, egy esetleges pánik hangulat következtében sokkal koncentráltabbak a tranzakciók. A jelenséget tehát végeredményben a „csordahatással” magyaráztam.
- A virtuális árhatás függvény idősoros adatai nem tartalmaznak trendet, viszont egy negyedévenkénti ciklikusság felfedezhető az adatokban.
- A ciklusok során az árhatás érték a negyedéves jelentések idejében éri el a minimális értéküket, míg a maximális értéküket két negyedéves jelentés között féléven.

- A kiugró értékek vizsgálata révén 52 turbulens napot azonosítottam. A turbulens napok mind a 2008-as válság idejére esnek, hiszen 2008. október 17. és 2009. április 3-a közötti időszakban találhatók.
- Az idősorban formalizált statisztikai tesztek segítségével strukturális törést is azonosítottam.
- Jelentős autokorreláció van az adatsorban, amiből arra következtetek, hogy egy esteleges sokk hatása hosszabb távon érződik a piaci adatokban.
- Amikor az ajánlati könyv egyik oldalán a likviditás megszűnik, akkor a könyv másik oldalán is kisebb lesz a likviditás, vagyis nagyon magas a vételi és eladási oldal árhatása közötti korreláció.
- Az átlaghoz való visszahúzás vizsgálata során azt tapasztaltam, hogy az árhatás átlaghoz való visszahúzó folyamatként jellemezhető.

Az előzetes vizsgálatok és az interjúsorozat elemzésével megfogalmazott témajavaslat disszertációvá rendezése és kidolgozása tehát bizonyítja, hogy a piaci szereplők sikeres munkájuk érdekében szükségszerűen használnak viszonylag egyszerűen előállítható, de nem eléggé komplex likviditási mutatókat. Ezek a mutatók ugyanis nem képesek a piac likviditási helyzetét teljeskörűen megragadni. Dolgozatomban a Budapesti Értéktőzsde által rendelkezésemre bocsátott Budapesti Likviditási Mérték adatbázis felhasználásával kidolgoztam és bemutattam, hogy miképpen egészítheti ki a Budapesti Likviditási Mérték az eddig alkalmazott likviditási mutatók által szolgáltatott információkat, valamint olyan módszereket mutattam be, amelyek alkalmasak a tőzsdei szereplők által vállalt likviditási kockázat csökkentésére, illetve a döntéshozatal megkönnyítésében segítenek. Dolgozatomban tett eddigi megállapításaimon túl külön érdememnek tartom, hogy azon túlmenően, hogy összefoglalón taglalom a tőzsdei szereplők munkájában a likviditás ismeretének fontosságát, a jelenleg használatos, illetve egy újonnan kidolgozott komplexebb likviditási kockázat kezelési módokat, rámutatok a továbblépés lehetőségeire is, irányt mutatva további kutatások elvégzésére.

További lehetséges kutatási irányokra számos javaslatom felmerült, melyek közül a legfontosabbakat szeretném kiemelni:

- A LAVaR modell építése kapcsán fontos feltevés volt, hogy a $BLM(q)$ függvényt lehet egyenessel becsülni. Míg napi adatok esetében elmondhatjuk,

hogy a $BLM(q)$ függvény egyenessel jól közelíthető, addig napon belüli adatokra ez már nem érvényes. Vagyis napon belüli modellezéshez arra van szükség, hogy a $BLM(q)$ függvény alakját minden időpillanatra megbecsüljük, ami egy rendkívül összetett feladat. A napon belüli $BLM(q)$ függvény bármilyen alakot felvehet, lehet konvex, konkáv és akár egyenes is. Mivel a napi BLM érték a napon belüli értékek átlagaként került kiszámításra, az átlagolás következtében az esetlegesen kiugró értékek az átlagba simulnak, ami alátámasztja, hogy a napi $BLM(q)$ függvényt egyenessel jól lehet közelíteni. A napon belüli $BLM(q)$ függvények alakjának becslésére a hozamgörbe becslésére alkalmazott eljárások nyújthatnak esetlegesen megoldást további kutatások során.

- A portfólióra vonatkoztatott LAVaR értékek napon belüli adatokon alapuló meghatározása is egy lehetséges továbblépési irány, ami lényeges kérdés lehet például a portfóliókezelők számára. Ennek modellezése azonban komplex feladat, hiszen minden másodpercben meg kell becsülni a $BLM(q)$ függvényt, melynek nagyon eltérő alakzatai lehetnek a nap során.
- További feltételezés volt a LAVaR modellezése kapcsán, hogy az ajánlati könyv szimmetrikus a vételi és az eladási oldalon. A BLM értéket fel lehetne bontani a jövőben közvetlenül az összetevőire – a bid-ask spreadre, és a vételi és az eladási oldali árelmozdító hatására – és ezek után meg lehet becsülni a külön vételi és eladási LAVaR értékeket.
- Az árhatás függvényekkel kapcsolatban is érdekes lehet annak a vizsgálata, hogy miképpen alakul napon belül.
- Érdekes lenne megvizsgálni azt is, hogy miként viszonyul egymáshoz a tényleges és a virtuális árhatás függvény. A két függvény összehasonlítása révén megállapítható lenne, hogy szükség van-e a tényleges árhatás függvény becslésére, vagy elegendő a befektetési döntések során a virtuális árhatás függvény ismerete. Az összehasonlítást azonban nehezzé teszi, hogy míg a virtuális árhatás függvényt a BLM adatbázis vagy az ajánlati könyv alapján akár minden másodpercre meg lehet becsülni, addig tényleges árhatás függvényt csak viszonylag hosszabb időszak, például egy hónap adatai alapján lehet meghatározni a tényleges kereskedési adatok alapján.

- Végezetül megjegyzésre érdemes, hogy nagyon fontos lenne a likviditásnak a tranzakciós költség természetét – melyet a BLM számszerűsít a tőzsdén – felhasználni piaconkénti összehasonlításra. Az eredményeim más piacokon tapasztalt eredményekkel való összevetése, megfelelő adatok hiányában, egyelőre nem lehetséges. A kereskedés tranzakciós költségének becslése ugyanis nehezen vagy egyáltalán nem hozzáférhető adatbázisok ismeretét feltételezi. Így igazából csak remélni tudom, hogy a jövőben egyre több olyan adatbázis illetve tanulmány áll majd a kutatók és a piaci szereplők rendelkezésére, ami az összehasonlító elemzést lehetővé teszi.

Irodalomjegyzék

- Acerbi, C. [2010]: The value of liquidity – Can it be measured? RBC Dexia Investor Services
- Akerlof, G.A. [1970]: The market for „lemons”: Quality uncertainty and the Market Mechanism. *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 83, No.3, pp. 488-500.
- Almgren, R. & Chriss, N. [2000]: Optimal execution of portfolio transactions. *Journal of Risk*, Vol. 3, No. 2, pp. 5-39.
- Almgren, R. [2003]: Optimal execution with nonlinear impact functions and trading-enhanced risk. *Applied Mathematical Finance*, Vol. 10, No. 1, pp. 1-18.
- Almgren, R., Thum, C., Hauptmann, E. & Li, H. [2005]: Equity market impact. *Risk*, July, pp. 21-28.
- Amihud, Y. & H. Mandelson, H. [1986]: Asset pricing and the bid-ask spread. *Journal of Financial Economics*, Vol. 17, pp. 223–249.
- Amihud, Y. & Mandelson, H. [1991]: Liquidity, Maturity, and the Yields on U.S. Treasury Securities. *Journal of Finance*, Vol. 46, No. 4, pp. 1411–1425.
- Amihud, Y. [2002]: Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects. *Journal of Financial Markets*, Vol. 5, pp. 31–56.
- Andrews, D.W.K. [1993]: Tests for Parameter Instability and Structural Change with Unknown Change Point. *Econometrica*, Vol. 61, No. 4, pp. 821-56.
- Angelidis, T. & Benos, A. [2006]: Liquidity adjusted value-at-risk based on the components of the bid-ask spread. *Applied Financial Economics*, Vol. 16, No. 11, pp. 835-851.
- Antalóczy, K., Bod, P.Á., Csáki, Gy., Király, J., Kovács, Á., Mérő, K., Mohai, Gy., Sass, M., Száz, J. & Várhegyi, É. [2009]: Körkérdés a pénz- és tőkepiaci válság és a szabályozás összefüggéseiről. *Külgazdaság*, LIII. évfolyam, 1-2. szám, pp. 4-42.
- Badics, T. [2011]: Arbitrázs, kockázattal szembeni attitűd és az eszközárzás alaptétele. *Hitelintézeti Szemle*, X. évfolyam, 4. szám, pp. 325-335.
- Bak, P., Paczuski, M. & Shubik, M. [1997]: Price variations in a stock market with various agents. *Physica A*, Vol. 246, pp. 430-453.
- Balogh, Cs. & Kóczán, G. [2008]: Állampapírok másodpiaci kereskedési infrastruktúrája. MNB tanulmányok 74.

- Balla, A. [2006]: Tőkeszerkezeti döntések – empirikus elemzés a magyar feldolgozóipari vállalatokról 1992-2001 között. *Közgazdasági Szemle*, LIII. évfolyam, 4. szám, pp. 681-700.
- Bangia, A., Diebold, F.X., Schuermann, T. & Stroughair, J.D. [1998]: Modeling Liquidity Risk With Implications for Traditional Market Risk Measurement and Management. Working paper, Financial Institutions Center at The Wharton School
- Bank for International Settlements [1999]: Market Liquidity: Research Findings and Selected Policy Implications. Committee on the Global Financial System, Publications, No. 11.
- Bank for International Settlements [2010]: Basel III: International framework for liquidity risk measurement, standards and monitoring 2010. december 16. <http://www.bis.org/publ/bcbs188.htm>
- Barclay, M. & Warner, J. [1993]: Stealth Trading and Volatility: Which Trades Move Prices? *Journal of Financial Economics*, Vol. 34, pp. 281–305.
- Barra, I. [2008]: Analysis of market liquidity based on transaction durations. Szakdolgozat, Budapesti Corvinus Egyetem
- Basel Committee [2005]: Trading Book Survey: A Summary of Responses, Tech. Rep., Bank for International Settlement
- Basel Committee [2008]: Principles for Sound Liquidity Risk Management and Supervision, Tech. Rep., Bank for International Settlement
- Bélyácz, I. [2009]: *Befektetési döntések megalapozása*. Aula Kiadó Kft., Budapest
- Bélyácz, I. [2011]: *Stratégiai beruházások és reálopciók*. Aula Kiadó Kft., Budapest
- Bélyácz, I. [2011]: Kockázat, bizonytalanság, valószínűség. *Hitelintézet Szemle*, X. évfolyam, 4. szám, pp. 289-313.
- Berkowitz, J. [2000a]: Breaking the silence. *Risk*, Vol. 13, No. 10, pp. 105-108.
- Berkowitz, J. [2000b]: Incorporating liquidity risk into value at risk models. Working paper, University of California, Irvine
- Berlinger, E., Király, J., Szász, J., Walter, Gy. & Zsembery, L. [1998]: Volatilitás kereskedés. *Bankról, Pénzről, Tőzsdéről*. Bankárképző, Budapest. pp. 349-360.
- Berlinger, E., Michaletzky, M. & Szenes, M. [2011]: A fedezetlen bankközi forintpiac hálózati dinamikájának vizsgálata a likviditási válság előtt és után. *Közgazdasági Szemle*, LVIII. évfolyam, pp. 229-252.

- Berlinger, E., Horváth, F. & Vidovics-Dancs, Á. [2012]: Tőkeáttétel-ciklusok. *Hitelintézési Szemle*, XI. évfolyam, 1. szám, pp. 1-23.
- Bertsimas, D. & Lo, A.W. [1998]: Optimal control of execution costs. *Journal of Financial Markets*, Vol. 1, pp. 1–50.
- Biais, B., Hillion, P. & Spatt, C. [1995]: An Empirical Analysis of the Limit Order Book and the Order Flow in the Paris Bourse. *Journal of Finance*, Vol. 50, No. 5, pp. 1655-1689.
- Bodie, Z., Kane, A. & Marcus, A.J [2005]: *Befektetések*. Aula kiadó, Budapest
- Boehmer, E., Huszár Zs. & Jordan, B.D. [2010]: The good news in short interest. *Journal of Financial Economics*, Vol. 96, No. 1, pp. 80-97.
- Bollerslev, T. [1986]: Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, Vol. 31, No. 3, pp. 307-327.
- Bookstaber, R. [1999]: A Framework for understanding market crisis. In: Risk management: Principles and Practices, http://media.wiley.com/product_data/excerpt/92/04709033/0470903392.pdf
- Borio, C. [2000]: Market Liquidity and Stress: Selected Issues and Policy Implications. BIS Quarterly Review.
- Bouchaud, J-P., Gefen, Y., Potters, M. & Wyart, M. [2004]: Fluctuations and response in financial markets: The subtle nature of „random” price changes. *Quantitative Finance*, Vol. 4, No. 2, pp. 176-190.
- Bouchaud, J-P. & Potters, M. [2002]: More statistical properties of order books and price impact. *Physica A*, 324, pp. 133-140.
- Bouchaud, J-P. [2010a]: *Price impact*, In: Encyclopedia of Quantitative Finance, Wiley Online Library.
- Bouchaud, J-P. [2010b]: The endogenous dynamics of markets: price impact and feedback loops. http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/1009/1009.2928v1.pdf
Letöltve: 2011. július 14.
- Bouchaud, J-P., Farmer, J.D. & Lillo, F. [2008]: How Markets Slowly Digest Changes in Supply and Demand, In: T. Hens & K. Schenk-Hoppe, eds, 'Handbook of Financial Markets: Dynamics and Evolution', Elsevier: Academic Press.

- Bouchaud, J-P., Mezard, M. & Potters, M. [2002]: Statistical properties of stock order books: empirical results and models. *Quantitative Finance*, Vol. 2, No. 4, pp. 251-256.
- Breusch, T.S. [1979]: Testing for Autocorrelation in Dynamic Linear Models. *Australian Economic Papers*, 17, pp. 334–355.
- Challet, D. & Stinchcombe, R. [2002]: Exclusion particle models of limit order financial markets, preprint cond-mat/0208025
- Challet, D. & Stinchcombe, R. [2001]: Analyzing and modeling 1+1d markets. *Physica A*, Vol. 300, pp. 285-299.
- Chan, K., Ahn, H. & Bae, K. [2001]: Limit orders, depth, and volatility: Evidence from the stock exchange of Hong Kong. *Journal of Finance*, Vol. 56, No. 2, pp. 767-788.
- Chordia, T. & Subrahmanyam, A. [2002]: Order imbalance and individual stock returns: theory and evidence. *Journal of Financial Economics*, Vol. 72, pp. 485-518.
- Chordia, T., Roll, R. & Subrahmanyam, A. [2001]: Market Liquidity and Trading Activity, *Journal of Finance*, Vol. 56, No. 2, pp. 501-530.
- Chow, G.C. [1960]: Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions. *Econometrica*, Vol. 28, No. 3, pp. 591-605.
- Clauset, A., Shalizi, C.R. & Newman, M.E.J. [2009]: Power-law distributions in empirical data. *SIAM Review*, [arXiv:0706.1062]
- Cont, R. [2001]: Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, Vol.1, pp. 223-236.
- Cont, R., Kukanov, A. & Stoikov, S. [2011]: The price impact of order book events. <http://ssrn.com/abstract=1712822> Letöltve: 2011. július 10.
- Cosandey, D. [2001]: Adjusting value at risk for market liquidity. *Risk*, pp. 115-118.
- Csávás, Cs. & Erhart, Sz. [2005]: Likvideke-a magyar pénzügyi piacok? – A deviza- és állampapír-piaci likviditás elméletben és gyakorlatban. MNB tanulmányok 44.
- Daniels, M.G., Farmer, J.D., Iori, G. & Smith, E. [2002]: How storing supply and demand affects price diffusion, preprint cond-mat/0112422.
- Darvas, Zs. [2004]: Bevezetés az idősorelemzés fogalmaiba. Jegyzet. Budapesti Corvinus Egyetem.

- Dickey, D.A. & W.A. Fuller [1979]: Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74. pp. 427-431.
- Diebold, F.X., Hickman, A., Inoue, A. & Schuermann, T. [1998]: Scale Models. *Risk*, Vol. 11, pp. 104-107.
- Dowd, K. [2001]: *Beyond Value at Risk - The new science of risk management*. Wiley & Sons
- Dömötör, B. [2011]: A kockázat megjelenése a származtatott pénzügyi termékekben. *Hitelintézeti Szemle*, X. évfolyam, 4. szám, pp. 360–369.
- Dömötör, B. & Marossy Z. [2010]: A likviditási mutatószámok struktúrája. *Hitelintézeti szemle*, IX. évfolyam, 6. szám, pp. 581-603.
- Dubil, R. [2003]: How to include liquidity in a market VaR statistic. *Journal of Applied Finance*, Vol. 13, No. 1, pp. 19-28.
- Dunbar, N. [1998]: Meriwether's Meltdown. *Risk*, pp. 32-36.
- Engle, R.F. & Russell, J.R. [1998]: Autoregressive conditional duration: A new model for irregularly spaced transaction data. *Econometrica*, Vol. 66, No. 5, pp. 1127-1162.
- Engle, R.F. & Ferstenberg, R. [2007]: Execution risk. *Journal of Portfolio Management*, 33, pp. 34-44.
- Ernst, C., Stange, S. & Kaserer, C. [2008]: Accounting for non-normality in liquidity risk. CEFS working paper 2008 No. 14, available at: <http://ssrn.com/abstract=1316769>
- Ernst, C., Stange, S. & Kaserer, C. [2009]: Measuring market liquidity risk – Which model works best? CEFS working paper 2009 No. 01, available at: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1328480
- Erwan, L.S. [2001]: Incorporating liquidity risk in var models. Working paper, University of Rene
- Evans, M.D.D. & Lyons, R.K. [2002]: Order flow and exchange rate dynamics. *Journal of Political Economy*, Vol. 110, No. 1, pp. 170-180.
- Fama, E.F. [1965]: The behavior of Stock Market Prices. *Journal of Business*, Vol. 38, No. 1, pp. 34-105.
- Fama, E.F. [1970]: Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2, pp. 383-417.

- Farmer, J., Gillemot, L., Lillo, F., Mike, S. & Sen, A. [2004]: What really causes large price changes? *Quantitative Finance*, Vol. 4, No. 4, pp. 383-397.
- Farmer, J.D. & Lillo, F. [2004]: On the origin of power-law tails in financial markets. *Quantitative Finance*, Vol. 4, No. 1, pp. 7-11.
- Farmer, J.D., Gerig, A., Lillo, F. & Mike, S. [2006]: Market efficiency and the long-memory of supply and demand: Is price impact variable and permanent or fixed and temporary? http://arxiv.org/PS_cache/physics/pdf/0602/0602015v1.pdf
- Farmer, J.D., Gillemot, L., Krishnamurthy, S. & Smith, E. [2002]: Statistical theory of the continuous double auction, preprint cond-mat/0210475
- Ferraris, A. [2008]: Equity Market Impact Models. Mathematics at the interface between business and research, Stifterverband für die Deutsche Wissenschaft. 4 December 2008, Berlin.
<http://www.dbquant.com/Presentations/Berlin200812.pdf> Letöltve: 2011. június 28.
- Fazakas, G. & Juhász, P. [2009]: Alacsonyabb kockázat - nagyobb osztalék? A béta és az osztalékfizetési hányad kapcsolatának vizsgálata a Budapesti Értéktőzsdén (1997-2007). *Közgazdasági Szemle*, LVI. évfolyam, 2.szám, pp. 322 - 343.
- Fleming, M.J. [2003]: Measuring Treasury Market Liquidity. *FRBNY Economic Policy Review*.
- Francios-Heude, A. & Van Wynandaeale, P. [2001]: Integrating liquidity risk in a parametric intraday VaR framework. Working paper.
- Gabaix, X., Gopikrishnan, P., Plerou, V. & Stanley, H.E. [2003]: A theory of power-law distributions in financial market fluctuations. *Nature*, Vol. 423, pp. 267-270.
- Gabaix, X., Gopikrishnan, P., Plerou, V. & Stanley, H.E. [2006]: Institutional investors and stock market volatility. *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 121, pp. 461-504.
- Galati, G. [2000]: Trading Volumes, Volatility and Spreads in FX Markets: Evidence from Emerging Market Countries. BIS Working Papers No. 93, 2000. október
- Gellén, K. [2009]: *Értékpapírjog*. In: Pólay Elemér Alapítvány, SZTE ÁJTK, Szeged, 2009.
- Giot, P. & Gramming, J. [2005]: How large is liquidity risk in an automated auction market? *Empirical Economics*, Vol. 30, No. 4, pp. 867-887.

- Glosten, L., Jagannathan, R. & Runkle, D. [1997]: On the relationship between the expected value and the volatility of the normal excess returns on stocks. *Journal of Finance*, Vol. 48, No. 5, pp. 1779-1801.
- Godfrey, L.G. [1978]: Testing Against General Autoregressive and Moving Average Error Models when the Regressors Include Lagged Dependent Variables. *Econometrica*, 46, pp. 1293–1302.
- Gomber, P. & Shcweikert, U. [2002]: The Market Impact – Liquidity Measure in Electronic Securities Trading. *Die Bank*, 7/2002.
- Gopikrishnan, P., Plerou, V., Gabaix, X. & Stanley, H. [2000]: Statistical properties of share volume traded in financial markets. *Physical Review E*, Vol. 62, No. 4, pp. 4493-4496.
- Grossman, S. J. & Miller, M. H. [1988]: Liquidity and Market Structure. NBER Working Paper No. 2641, 1988. július
- Gyarmati, Á., Michaletzky, M. & Váradi, K. [2010a]: A likviditás alakulása a Budapesti Értéktőzsdén 2007-2010 között. *Hitelintézeti Szemle*, IX. évfolyam, 6. szám, pp. 497-520.
- Gyarmati, Á., Michaletzky, M. & Váradi, K. [2010b]: A Budapesti Likviditási Mérték és felhasználása – Likviditáskockázat VaR-mutatókban. *Hitelintézeti Szemle*, IX. évfolyam 6. szám, pp. 521-538.
- Haberle, R. & Persson, P. [2000]: Incorporating market liquidity constraints in var. *Banque & Marchés*, Vol. 44, pp. 14–19.
- Harris, L. [1990]: Statistical properties of the Roll serial covariance bid/ask spread estimator. *Journal of Finance*, Vol. 45, pp. 568-579.
- Hausbrouck, J. [1999]: Measuring the information content of stock prices. *Journal of Finance*, Vol. 46, No. 1, pp. 179-207.
- Hausman, J.A., Lo, A.W. & MacKinlay, A.C. [1992]: An ordered probit analysis of transaction stock prices. *Journal of Financial Economics*, Vol. 31, No. 3, pp. 319-379.
- Havran, D., Szűcs, N. & Csóka, P. [2010]: Információs paradoxon a vállalkozások finanszírozásában – nem fizető vevő esetén. *Közgazdasági Szemle*, LVII. évfolyam, pp. 318-336.

- Hisata, Y. & Yamai, Y. [2000]: Research toward the practical application of liquidity risk evaluation methods. *Discussion Paper, Institute for Monetary and Economic Studies - Bank of Japan*.
- Homolya, D. & Benedek, G. [2007]: Banki működési kockázat elemzése – katasztrófamodellelés. *Hitelintézési Szemle*, VI. évfolyam, 4. szám, pp. 358-385.
- Hopman, C. [2007]: Do supply and demand drive stock prices? *Quantitative Finance*, Vol. 7, No. 1, pp. 37-53.
- Huang, R.D. & Masulis, R.W. [1999]: FX Spreads and Dealer Competition across the 24-hour Trading Day. *Review of Financial Studies*, Vol. 12, No. 1, pp. 61-93.
- Hunyadi, L. & Vita, L [2003]: *Statisztika közgazdászoknak*. Központi Statisztikai Hivatal, Budapest.
- Iori, G., Daniels, M.G., Farmer, J.D., Gillemot, L., Krishnamurthy, S. & E. Smith [2003]: An analysis of price impact function in order-driven markets. *Physica A*, Vol. 324, pp. 146-151.
- Irvine, P., Benston, G.J. & Kandel, E. [2000]: Liquidity beyond the inside spread: measuring and using information in the limit order book. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=229959>
- Jarrow, R. & Subrahmanyam, A. [1997]: Mopping up liquidity. *Risk*, Vol. 10, No. 12, pp. 170–173.
- Jarrow, R. & Subrahmanyam, A. [2001]: The liquidity discount. *Mathematical Finance*, Vol. 11, No. 4, pp. 447-474.
- Jarrow, R.A. & Potter, P. [2001]: Liquidity risk and option pricing theory. Working paper.
- Jorion, P. [2007]: *Value at Risk: The Benchmark of Controlling Market Risk*, 3.ed., McGraw-Hill Publishing Co.
- Joulin, A., Lefevre, A., Grunberg, D. & Bouchaud, J-P. [2008]: Stock price jumps: news and volume play a minor role. <http://arxiv.org/abs/0803.1769>
- Keim, D. & Madhavan, A. [1996]: The upstairs market for large-block transactions: Analysis and measurement of price effects. *Review of Economic Studies*, Vol. 9, No. 1, pp. 1-36.
- Kempf, A. & Korn, O. [1999]: Market Depth and Order Size. *Journal of Financial Markets*, Vol. 2, pp. 29-48.

- Kerékgyártó, Gy. & Mundruczó, Gy. [1995]: *Statisztikai módszerek a gazdasági elemzésben*. Aula kiadó, Budapest
- Király, J. [2008]: Likviditás válságban (Lehman előtt – Lehman után). *Hitelintézési Szemle*. VII. évfolyam, 6. szám, pp. 598-611.
- Kovács, E. [2011] A kockázat, mint látens fogalom. *Hitelintézési Szemle*, X. évfolyam, 4. szám, pp. 349–359.
- Kovács, P. [2011]: Basel III és a várható hatásai a bankszektorra. Szakdolgozat, Budapesti Corvinus Egyetem
- Krekó, B. [2011]: Kockázat, bizonytalanság és modellkockázat kockázatkezelési szemmel. *Hitelintézési Szemle*, X. évfolyam, 4. szám, pp. 370-378.
- Krénuusz, Á. [2007]: A vállalati tőkeszekezet meghatározó tényezőinek új modellje és annak vizsgálata Magyarország példáján. Ph.D. értekezés, Budapesti Corvinus Egyetem
- Kupiec, P. [1995]: Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *Journal of Derivatives*, Vol. 3, pp. 73-84.
- Kutas, G. & Végh, R. [2005]: A Budapesti Likviditási Mérték bevezetéséről. *Közgazdasági Szemle*, LII. Évfolyam, pp. 686-711.
- Kyle, A. [1985]: Continuous auctions and insider trading. *Econometrica*, Vol. 53. No. 6. pp. 1315-1335.
- Lawrence, C. & Robinson, G. [1997]: Liquidity Measures. *Risk*, pp. 52-55.
- Lee, C.M.C. & Ready, M.J. [1991]: Inferring trade direction from intraday data. *Journal of Finance*, Vol. 46, No. 2, pp. 733-746.
- Lillo, F. & Farmer, J.D. [2004]: The long memory of the efficient market. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, Vol. 8, No. 3, pp. 1.
- Lillo, F., Farmer, J.D. & Mantegna, R. [2003]: Master curve for price impact function. *Nature*, Vol. 421, pp. 129-130.
- Lillo, F., Mike, S. & Farmer, J. [2005]: Theory for long memory in supply and demand. *Physical Review E*, Vol. 71, No. 6, 66122.
- Lim, M. & Coggins, R. [2005]: The immediate price impact of trades on the Australian Stock Exchange. *Quantitative Finance*, Vol. 5, pp. 365–377.
- Luckock, H. [2001]: *A statistical model of a limit order market*, Sidney University preprint

- Madhavan, A. [2002]: Market Microstructure: A Practitioner's Guide. *Financial Analysts Journal*, Vol. 58, No.5, pp. 28-42.
- Major, I. [2008]: A magyar állampapírpiac likviditásának vizsgálata – Mekkora a forint államkötvények likviditási prémiuma? Szakdolgozat, Budapesti Corvinus Egyetem
- Makara, T. [2004]: Maximum és minimum árfolyamok időbeli eloszlása. *Hitelintézeti Szemle*, III. évfolyam, 2. szám, pp. 82-91.
- Mandelbrot, B. [1963]: The variation of certain speculative prices. *Journal of Business*, Vol. 36, No. 4, pp. 394-419.
- Margitai, I. [2009]: Piaci likviditás és mikrostruktúra. Szakdolgozat, Budapesti Corvinus Egyetem
- Markowitz, H.M. [1952]: Portfolio selection. *Journal of Finance*, Vol. 7, pp. 77-91.
- Maslov, S. & Mills, M. [2001]: Price fluctuation from the order book perspective – empirical facts and a simple model. *Physica A*, Vol. 299, pp. 234- 246.
- Maslov, S. [2000]: Simple model of a limit order-driven market. *Physica A*, Vol. 278, pp. 571-578.
- McGill, R., Tukey, J. W. & Larsen, W. A. [1978]: Variations of Box Plots" *The American Statistician*, Vol. 32, No. 1, pp. 12-16.
- Medvegyev, P. [2011]: Néhány megjegyzés a kockázat, bizonytalanság, valószínűség kérdéséhez. *Hitelintézeti Szemle*, X. évfolyam, 4. szám, pp. 314–324.
- Medvegyev, P. & Száz, J. [2010]: *Meglepetések jellege a pénzügyi piacokon*. GT-Print Kft, Budapest
- Michaletzky, M. [2010]: A pénzügyi piacok likviditása. Ph.D. értekezés, Budapesti Corvinus Egyetem
- Mike, S. & Farmer, J.D. [2008]: An empirical behavioral model of liquidity and volatility. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 32, No.1, pp. 200-234.
- Móricz, D. [2005]: Vállalati szolgáltatási nyugdíjprogramok hatása a részvények értékére és kockázatára az USA-ban. Ph.D. értekezés, Budapesti Corvinus Egyetem
- Muranaga, J. & Shimizu, T. [2009]: Expectations and market microstructure when liquidity is lost. In: BIS [1999]: Market Liquidity: Research Findings and

- Selected Policy Implications, Committee on the Global Financial System, Publications No. 11.
- Niemeyer, J. & Sandas, P. [1995]: An empirical analysis of the trading structure at the Stockholm Stock Exchange, Stockholm School of Economics, Working Paper No. 44.
- O'Hara, M. [1995]: *Market Microstructure Theory*. Basil Blackwell, Cambridge, MA.
- Öcsi, B. [2007]: Kockázatok mérése, kezelése, szabályozása. Kockázatok mérése és kezelése előadás, 2007. szeptember 13. kézirat, Budapesti Corvinus Egyetem
- Parlour, C.A. & Seppi, D.J. [2008]: Limit order markets: A survey. In: *Handbook of Financial Intermediation & Banking*, A.W.A. Boot és A.V. Thakor
- Pastor, L. & Stambaugh, R. [2003]: Liquidity risk and expected stock returns. *Journal of Political Economy* 111, pp. 642–685.
- Plerou, V., Gopikrishnan, P., Gabaix, X. & Stanley, H.E. [2002]: Quantifying Stock Price Response to Demand Fluctuations. *Physical Review E*, 66, pp.1-4.
- Qi, J. & Ng, W.L. [2009]: Liquidity adjusted intraday value at risk. Proceedings of the World Congress on Engineering Vol 2., July 1-3, London, U.K.
- Radnai, M. & Vonnák, Dzs. [2009]: Likviditási kockázat az Európai Tőkeemfelelési Direktíva tervezett módosításában. *Hitelintézeteti Szemle*, VIII. évfolyam, 3. szám, pp. 248-256.
- Rinaldo, A. [2001]: Intraday market liquidity on the swiss stock exchange. *Swiss Society for Financial Market Research*, pp. 309-327.
- Réz, É. [2011]: Átalakuló piaci struktúra – Az új kereskedési technikák és helyszínek hatásai. *Hitelintézeteti Szemle*, X. évfolyam, 5. szám, pp. 430-454.
- Riecke, W., Szalkai, I. & Száz, J. [1985]: *Árfolyamelméletek és pénzügypolitika*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest
- Rosenow, B. [2008]: Fluctuations and market frictions in financial trading. http://arxiv.org/PS_cache/cond-mat/pdf/0107/0107018v2.pdf Letöltve: 2011. július 12.
- Sarr, A. & Lybec, T. [2002]: Measuring Liquidity in Financial Markets. IMF Working Paper WP/02/232.
- Schwert, G. W. [1989]: Tests for unit roots: A Monte-Carlo investigation. *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 7, No. 2, pp. 147-159.

- Seppi, D. [1990]: Equilibrium Block Trading and Asymmetric Information. *Journal of Finance*, Vol. 45, pp. 73–94.
- Slanina, F. [2001]: Mean-field approximation for a limit order driven market model, preprint <http://xxx.lanl.gov/cond-mat/0104547>
- Smith, E., Farmer, D., Gillemot, L. & Krisnamurthy, S. [2008]: Statistical theory of the continuous double auction. <http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0210475.pdf>
Letöltve: 2011. november 11.
- Speigel, M.R., Schiller, J.J. & Srinivasan, R.A. [2000]: *Schaum's outline of probability and statistics*. McGraw-Hill kiadó.
- Spence, A.M. [1973]: Job market signaling. *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 90, pp. 629-650.
- Stange, S. & Kaserer, C. [2009a]: Why and how to integrate liquidity risk into VaR-framework. CEFS working paper: <http://ssrn.com/abstract=1292289>
- Stange, S. & Kaserer, C. [2009b]: Market liquidity risk – An overview. Working Paper Series, Center for Entrepreneurial and Financial Studies
- Stiglitz, J. [1977]: Monopoly, nonlinear pricing and imperfect information: the insurance market. *Review of Economic Studies*, Vol. 44, pp. 407-430.
- Szalmári, A. [1996]: Aukciók, avagy a képbe kerül, ha a Louvre a képbe kerül. *Közgazdasági Szemle*, XLIII. évfolyam, 3. szám, pp. 303-314.
- Száz, J. [2009]: *Pénzügyi termékek áralakulása*. Jet Set Tipográfiai Műhely Kft., Budapest
- Száz, J. [2011]: Valószínűség, esély, relatív súlyok – Opciók és reálopciók. *Hitelintézeteki Szemle*, X. évfolyam, 4. szám, pp. 336-348.
- Szűcs, B.Á. & Váradi, K. [2012]: Measuring and managing liquidity risk in practice. *Pénzügyi Szemle*, elfogadott pályázati anyag.
- Torre, N.G. & Ferrari, M.J. [1999]: The Market Impact Model™. BARRA Research Insights. 1999 BARRA, Inc.
- Tulassay, Zs. [2009]: A pénzügyi piacok stilizált tényei. Empirikus pénzügyek előadás, 2009. szeptember 15. kézirat, Budapesti Corvinus Egyetem
- Váradi, Kata, Gyarmati, Ákos & Lublóy, Ágnes [2012]: Virtuális árhatás a Budapesti Értéktőzsdén. *Közgazdasági Szemle*, LIX. évfolyam, pp. 508-539.
- Von Wyss, R. [2004]: Measuring and predicting liquidity in the stock market. Universität St. Gallen, Ph.D. értekezés.

- Weber, P. & Rosenow, B. [2005]: Order book approach to price impact. *Quantitative Finance*, Vol. 5, No. 4, pp. 357-364.
- Wei, S.-J. [1994]: Anticipation of Foreign Exchange Volatility and Bid-ask Spreads. NBER Working Paper No. 4737.
- Wilder, J.W. [1978]: *New Concepts in Technical Trading Systems*. Trend Research (Greensboro, N.C.)
- Willmann R.D., Schuetz, G.M. & Challet, D. [2003]: Exact Hurst exponent and crossover behavior in a limit order market model. *Physica A*, Vol. 316, pp. 430-440.
- Zhang, Y.-C. [1999]: Toward a theory of marginally efficient markets. *Physica A*, Vol. 269, pp. 30-44.
- Zhou, W.-X. [2011]: Universal price impact functions of individual trades in an order-driven market. *Quantitative Finance*, in press.
- Zovko, I. & Farmer, J.D. [2002]: The power of patience: A behavioral regularity in limit order placement. *Quantitative Finance*, Vol. 2, No. 5, pp. 387-392.

Internetes források:

Budapesti Értéktőzsde honlapja:

http://bet.hu/topmenu/befektetok/tozsde_lepesrol_lepesre/azonnali_piacismeretek/hogyan_kereskedjunk_a_tozsden/tozsdei_megbizasok

Ljubljana-i tőzsde honlapja:

<http://www.ljse.si/cgi-bin/jve.cgi?doc=2498&sid=aI37XEHLc1cSD30>

New York-i tőzsde honlapja:

http://www.nyse.com/pdfs/fact_sheet_nyse_orders.pdf

Publikációk jegyzéke

Magyar nyelvű publikációk az értekezés témájában:

Referált folyóirat:

Várad, Kata [2012]: Az ajánlati könyv statisztikai tulajdonságai. *Hitelintézeti Szemle*, közlésre elfogadva.

Várad, Kata, Gyarmati, Ákos & Lubl, Ágnes [2012]: Virtuális árhatás a Budapesti Értéktőzsdén. *Közgazdasági Szemle*, LIX. évfolyam, pp. 508-539.

Gyarmati, Ákos, Michaletzky, Márton & Várad, Kata [2010]: A likviditás alakulása a Budapesti Értéktőzsdén 2007-2010 között. *Hitelintézeti szemle*, IX. évfolyam 6. szám, pp. 497-520.

Gyarmati, Ákos, Michaletzky, Márton & Várad, Kata [2010]: A Budapesti Likviditási Mérték és felhasználása – Likviditáskockázat VaR-mutatókban. *Hitelintézeti szemle*, IX. évfolyam 6. szám, pp. 521-538.

Angol nyelvű publikációk az értekezés témájában:

Referált folyóirat:

Szűcs, Balázs Árpád & Várad, Kata [2012]: Measuring and managing liquidity risk in practice. *Pénzügyi Szemle*, elfogadott pályázati anyag.

Műhelytanulmány:

Gyarmati, Ákos, Michaletzky, Márton & Várad, Kata [2010]: Liquidity on the Budapest Stock Exchange 2007-2010. Budapesti Értéktőzsde, working paper. Elérhető: <http://ssrn.com/abstract=1784324>

Gyarmati, Ákos, Michaletzky, Márton & Várad, Kata [2010]: The Budapest Liquidity Measure and its application – Liquidity risk in VaR measure. Budapesti Értéktőzsde, working paper. Elérhető: <http://ssrn.com/abstract=1784348>

Konferenciakötetben megjelenő teljes cikk:

Várad, Kata, Gyarmati, Ákos & Lubl, Ágnes [2012]: The Budapest Liquidity Measure and the price impact function. Crisis Aftermath Conference, 2012. március 8-9., Szeged, pp. 128-140.

Konferenciakötetben megjelenő absztrakt:

Várad, Kata [2011]: Estimation and time series analysis of price impact functions, Financial Market Liquidity Conference 2011, 2011. november 10-11. Budapest, pp. 13.

Várad, Kata [2010]: Introduction and analysis of the Budapest Liquidity Measure, Financial Market Liquidity Conference 2010, 2010. október 21-22. Budapest, pp. 12.

Egyéb témában megjelent publikációk angol nyelven:

Referált folyóirat:

Várad, Kata [2011]: Relationship between industry and capital structure from an asymmetric information perspective, *International Journal of Management Cases*, Vol. 13. Issue 3. pp. 304-314.

Konferenciakötetben megjelenő teljes cikk:

Várad, Kata [2011]: The determinants of capital structure of Hungarian firms based on the work of Hungarian researchers, Tavasz, Szél DOSZ konferencia, 2011. április 15-17., Piliscsaba, pp. 439-444.

Várad, Kata [2010]: Iparág és tőkeszerkezet kapcsolatának vizsgálata, Hitel, Világ, Stádium konferencia, 2010. november 3., Sopron

Várad, Kata [2010]: Relationship between industry and capital structure, Tavasz, Szél DOSZ konferencia, 2010. március 25-27., Pécs, pp. 598-602.

Konferenciakötetben megjelenő absztrakt:

Várad, Kata [2011]: Relationship between industry and capital structure from an asymmetric information perspective, 8th Circle Conference, 2011. április 27-29., Dubrovnik, Horvátország, pp. 132.