



**Gazdálkodástani  
Doktori Iskola**

## **TÉZISGYŰJTEMÉNY**

**Kopányi Szabolcs András**

**A hozamgörbe dinamikus becslése**

című Ph.D. értekezéséhez

**Témavezető:**

**Kőrösi Gábor CSc**  
tudományos főmunkatárs (MTA KTI)

Budapest, 2009

**Befektetések és Vállalati Pénzügyek Tanszék**

**TÉZISGYŰJTEMÉNY**

**Kopányi Szabolcs András**

**A hozamgörbe dinamikus becslése**

című Ph.D. értekezéséhez

**Témavezető:**

**Kőrösi Gábor CSc**  
tudományos főmunkatárs (MTA KTI)

© Kopányi Szabolcs András

## Tartalomjegyzék

<b>1. Kutatási előzmények és a téma indoklása .....</b>	<b>4</b>
<b>2. A felhasznált módszerek .....</b>	<b>10</b>
<b>3. Az értekezés eredményei.....</b>	<b>12</b>
<b>4. Főbb hivatkozások.....</b>	<b>16</b>
<b>5. A témakörrel kapcsolatos saját publikációk jegyzéke.....</b>	<b>18</b>

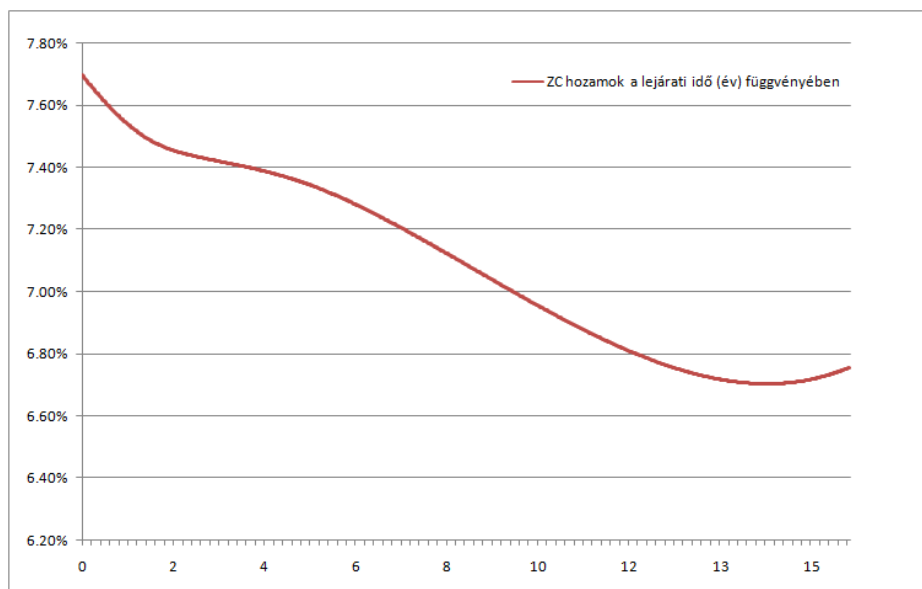
## 1. Kutatási előzmények és a téma indoklása

A kötvények jövőbeli pénzáramlásra vonatkozó követelések megtestesítői, a pénz időértékét mutatják. A különböző időpontbeli pénzáramlások között a hozamgörbe biztosítja az átjárhatóságot. Hiába kiemelt fontossága<sup>1</sup>, a hozamgörbe közvetlenül nem megfigyelhető.

A hozamgörbe becslése a pénzügytan két különböző, ám egymáshoz mégis kapcsolódó problémájává fejlődött. Az első megpróbál egy, a lejárat idő függvényében folyamatos hozamgörbét előállítani valamely piacon megfigyelt, kereskedhető áruk felhasználásával: ez az ún. *statikus becslés*. A görbe egyfajta pillanatképnek tekinthető egy adott piacról, mint ahogy azt a következő ábra mutatja a magyar kötvénypiacra vonatkozóan.

1. ábra

**ÁKK zérókupon hozamgörbe 2008. január 2-án**



Forrás: Államadósság Kezelő Központ (ÁKK)

Tegyük fel, hogy zérókupon hozamgörbe számítását tűztem ki célul. Egy folytonos görbét szeretnék kapni a lejárat függvényében, de akadályokba ütközöm. Egyrészt a piacon

<sup>1</sup> A hozamgörbe vizsgálata fokozott igényként merül fel az alábbi területeken:

1. a jövőbeli hozamok előrejelzése, döntéstámogatás a gazdasági szereplők részére (cégek beruházási döntései, magánszemélyek megtakarítási döntései),
2. monetáris politika, valamint annak hatásmechanizmusa,
3. államkincstári adósságmenedzsment (pl. lejárat szerkezet kérdése),
4. kamatlábderivatívok árazása és hedgelése (pl. a legbonyolultabb kamatlábderivatívok és a vanília kötvények (lásd: Arrow-Debreu áruk) értéke egyaránt a hozamoktól függ).

kamatfizető kötvényekkel kereskednek YTM<sup>2</sup> vagy árfolyam jegyzéssel, másrészt a lejáratok száma még a leglikvidebb piacok esetén is ritkák, azaz folytonosságról szó sincs. A piac egészét tekintve a cash-flow-dátumok száma meghaladja a kötvények (árfolyamok) számát, ráadásul az egyes árfolyamok illetve hozamok megfigyelési hibát tartalmazhatnak a piaci szokványok következményeként (pl. bid-ask spread, kerekítés, on-the-run<sup>3</sup> és off-the-run<sup>4</sup> sorozatok közötti különbségek, adózási szabályok eltérítő hatása, stb.). A görbe számítása történhet bootstrap módszerrel, egyszerű<sup>5</sup> és általánosított<sup>6</sup> legkisebb négyzetek módszerével történő lineáris regresszióval, illetve a hozamgörbe alakját modellezni próbáló eljárással<sup>7</sup> (pl. harmadfokú spline függvény).

A második probléma, aminek bemutatása jelen értekezés célja, a hozamok, illetve a *hozamgörbe dinamikáját* kívánja leírni. A kérdés: hogyan írhatjuk le a hozamok időbeli alakulását? Hasonló koncepció ez, mint amikor egy részvény vagy éppen deviza árfolyamának időbeli alakulását akarjuk megérteni. Azért csak hasonló, mert a hozamgörbe – a részvény- és devizaárfolyammal ellentétben – természetét tekintve nem skalár mennyiség. A hozamgörbe egyes pontjai között nem állhat fent akármilyen kapcsolat, ügyelni kell arra, hogy az arbitrázsmentesség elve érvényesüljön. Ez utóbbi nézőpontot<sup>8</sup> szemléltető, az 1. ábra hozamgörbéje az alábbi módon alakult 2008. január 2-a és március 3-a között.

---

<sup>2</sup> lejáratig számított hozam

<sup>3</sup> A jövőbeli kibocsátási tervben szereplő, éppen aukcionált kötvény.

<sup>4</sup> Korábban aukcionált kötvény, aminek esetében rábocsátás már nem lesz.

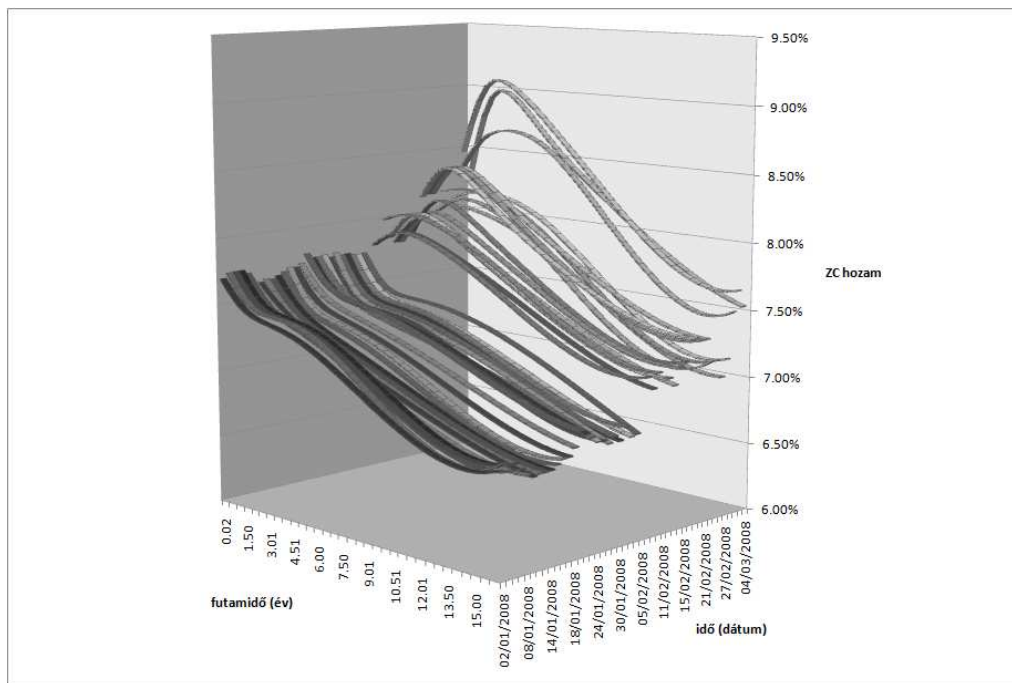
<sup>5</sup> Ordinary Least Squares (OLS)

<sup>6</sup> Generalized Least Squares (GLS)

<sup>7</sup> Ezek a különféle yield curve fitting, azaz hozamgörbe illesztési módszerek.

<sup>8</sup> panelvizsgálat

### ÁKK zérókupon hozamgörbe alakulása 2008. január 2-a és március 3-a között



*Forrás: Államadósság Kezelő Központ (ÁKK)*

A panelvizsgálat mellett a dinamikus hozamgörbebecslés témakörébe tartozik az egyszerű idősoelemzés is, amikor nem a teljes hozamgörbe lefutását, hanem annak csupán egy kiválasztott pontját kísérjük figyelemmel az idő függvényében. Az idősorok felhasználása mellett a második kulcskérdés a kamatláb modell kiválasztása. A megfelelő kamatláb modell megtalálása önmagában felettebb bonyolult feladat, hiszen csupán a jegyzett pénzügyi irodalomban több tucatnyival találkozhatunk. Tökéletes kamatlábmodell nem létezik, ezért előfordul, hogy a kutatók, illetve piaci szereplők a becslés részeként határozzák meg magát a modellt is (nemparaméteres vizsgálat). A strukturált modellalapú becslés célja a kamatláb modellben szereplő sztochasztikus változó(k) eloszlásának meghatározása, amennyiben ez nem megvalósítható (a legtöbb esetben az árazó differenciálegyenlet megoldhatatlan), az eloszlás egyes momentumait szokás megbecsülni. A sztochasztikus változó maga gyakran nem figyelhető meg (pl. volatilitás a töbtényezős modellekben), ekkor először azt is becslni kell valamilyen módszerrel. A vizsgálati modellek felállításának csak a szűk fantázia vagy a csillagos ég szab határt.

A becslési eljárás lefolytatását követően még nem pukkan a pezsgő, hiszen a becslő modellt statisztikai és közgazdasági szempontból egyaránt értékelni kell. Statisztikailag meg kell vizsgálni, hogy a becslési hibák tulajdonságai megegyeznek-e az előre feltételezettel (pl. várható érték zérus). Közgazdaságilag azt kell ellenőrizni, hogy a modell jól magyarázza-e a kötvény hozamokat illetve árfolyamokat a vizsgált piacon. Ha eltérés mutatkozik, annak oka kettős lehet. Egyrészt kiderülhet, hogy rossz modellel számoltunk, másrészt kétely merülhet fel a piac hatékonyságát illetően.

Az értekezésben alkalmazott strukturált modellalapú<sup>9</sup> becslés egy zárt hozamgörbe modellt vesz alapul, majd ennek paramétereit számítja ki, illetve becsli. A strukturált hozamgörbe modellek megszorításokat vezetnek be a hozamgörbe egyes pontjainak relatív változásai vonatkozásában, így biztosítva az arbitrázs mentességet, továbbá normálistól eltérő eloszlásokat is megengednek a hozamok vonatkozásában. Az említett megszorítások a magyarázó változók állapot dinamikájából és a kockázat piaci árának modellben szereplő alakjából vezethetők le. Szerepük rendkívül fontos: egyrészt biztosítják a konzisztenciát a hozamok dinamikájában, másrészt lehetővé teszik a kockázati prémiumok leválasztását a jövőbeli kamatlábak várható értékétől. Sargent (1979) korai cikke a várakozási hipotézis következtetését vonja le, ahol a befektető hosszú kötvények tartásával várhatóan nem realizálhat extraprofitot. Az újabb vizsgálatok (pl. Bekaert és Hodrick (2001)) ezzel szemben úgy látják, hogy a befektetők hosszú futamidejű kötvények tartásával szisztematikusan nagyobb extraprofitot érhetnek el, mint rövid futamidejű kötvényekkel, azonban ez a szisztematikus különbség időben nem állandó. A hozamgörbe konzisztenciájából fakadó megszorítások ezt a kockázati prémiumot is modellezik.

A hozamgörbe modellek számos trade-off szempont szerint csoportosíthatók, ezek:

1. A modell időbeli felfogása alapján: folytonos idejű, illetve diszkrét idejű modellek,
2. A modellezés elsődleges célja szerint: egyensúlyi, illetve no-arbitrage modellek,
3. A modellben szereplő változók száma szerint:  $1, 2, \dots, N$  változós modellek,

---

<sup>9</sup> A témában az első lépéseket Sargent (1979) tette meg, amikor vektor autoregressziós (VAR) modellel becsülte a várakozási elmélet teljesülését. Pearson és Sun (1994) a pillanati kamatláb (SR) mellett az inflációt azonosította mint látens tényezőt; Litterman és Scheinkman (1991) széles körben ismertté vált cikkében három látens faktort, nevezetesen hozamszinttel, meredekséggel és púpossággal magyarázta a mintabeli hozamváltozások 97 százalékát; Dai és Singleton (2000) hozamszintet, meredekséget és egy ún. pillangó tényezőt különböztet meg, ami gyakorlatilag egyenértékű a hozamgörbe púposságával.

4. A modellváltozók közötti függvénykapcsolat szerint<sup>10</sup>: affin, kvadratikus, rezsinváltó és ugró-diffúziós modellek.

*Folytonos idejű modell* választása mellett szól, hogy: 1) Nincs ideális időintervalluma a vizsgálódásnak, a folytonos idejű modellben egyszerűen megkerüljük a választás problematikáját. 2) A folytonos idejű modellek módszertana rendkívül bőven dokumentált az irodalomban. Kevés, de fontos esetben zárt képlettel számítható a kötvények, illetve kamatláb derivatívok ára. 3) Ha mégsem számolható az árak zárt képlettel, számos becslési eljárás és numerikus módszer közül választhat a modellező. Ezzel szemben a *diszkrét idejű modellek* előnye, hogy: 1) A valóság nem folytonos időben zajlik, az árak egyik időpontról a másikra változnak (az időbeli tranzakciós költségeknek van elméleti alsó határa). 2) A diszkrét modelleket sokszor könnyebb megérteni (pl. binomiális modellek). 3) Mire megyünk a folytonos modellekkel, ha azokat úgyis diszkrét modellekkel kell becsülnünk (numerikus eljárások)?

Az *egyensúlyi modellek*<sup>11</sup> elsődleges célja a hozamgörbe előrejelzése, illetve kötvénykereskedési stratégiák kidolgozása<sup>12</sup>. Az úttörő hozamgörbemodellek ebbe a csoportba tartoznak, ezért az egyensúlyi modelleket gyakran klasszikus modellek néven illetik. Főbb alkotóelemei a pillanati kamatláb (short rate, továbbiakban SR) sztochasztikus dinamikájára, valamint a befektetők preferenciáira (pl. kockázati prémiumok kérdése, kockázat piaci ára) vonatkozó feltevések. A modell endogén módon határozza meg a hozamgörbét, az így kapott eredmény és a piaci mintaadatok között gyakran eltérés van. Mindemellert az egyensúlyi modellek kétségtelen előnye a belső konzisztencia, azaz a modellparaméterek viszonylag állandók az időben.

A *no-arbitrage modellek*<sup>13</sup> definíció szerint tökéletesen illeszkednek a piaci mintaadatokra. Az arbitrázsmentes érvelés legfőbb előnye, hogy a kamatláb derivatívok árára nem hatnak a befektetői preferenciák. A pontos illeszkedés hátránya viszont, hogy a modellekre nem jellemző a belső konzisztencia: a modell paramétereit minden egyes becslésnél újra kell becsülni, azok hevesen ingadozhatnak az idő múlásával.

---

<sup>10</sup> a teljesség igénye nélkül

<sup>11</sup> Pl. Vasicek (1977), Cox et al. (1985), Brennan és Schwartz (1979)

<sup>12</sup> Tuckman (1995)

<sup>13</sup> Heath et al. (1992), Ho és Lee (1986)



*Kevés modellváltozó és viszonylag egyszerű függvénykapcsolat* mellett szól, hogy így a modellezés egyszerűbb, valamint nagyobb az esélye annak, hogy az árfolyamok zárt képlettel számíthatók. *Több modellváltozó és bonyolultabb függvénykapcsolat* bevezetése akkor szokott előtérbe kerülni, ha máshogy nem lenne biztosítható a modell megfelelő komplexitása és rugalmassága, azaz csak némi bonyolítás árán növelhető a modell valóságot leíró képessége.

Az affín modellekben<sup>14</sup> (lásd: Duffie és Kan (1996), Dai és Singleton (2000)) lineáris kapcsolat van a modellváltozók között, a kvadratikus modellek<sup>15</sup> (lásd: Ahn et al. (2002), Ahn et al. (2003), valamint Leippold és Wu (2002)) ezzel szemben túllépnek a linearitás határain és – legalábbis utóbbi szerzők szerint – jobb a valóságot leíró képességük. A rezsimváltó modellek (lásd: Bansal és Zhou (2002) és Bansal et al. (2004)) és az ugró-diffúziós modellek (lásd: Duffie et al. (2000)) a hagyományos diffúziós dinamikát kiegészítik sokkhatásokkal, ezzel is növelve a modellek valószerűségét.

---

<sup>14</sup> Affine Term Structure Model (ATSM)

<sup>15</sup> Quadratic Term Structure Model (QTSM)

## 2. A felhasznált módszerek

A dolgozat felépítése, kitérve az alkalmazott módszerekre, röviden a következő. Elsőként egy ismertető következik a hozamgörbe statikus becslésére szolgáló eljárásokból. Ezután a dinamikus strukturált modellalapú becslés kiindulópontjait és feltételezéseit ismertetem (feltételezések a sztochasztikus folyamatokra vonatkozóan, a kötvényárazás menete, a kockázat piaci ára, stb.).

A gondolatmenet folytatásaként a megfelelő hozamgörbe modell kiválasztása körüli dilemmát mutatom be. A több tucat irodalomban használatos modell közül vizsgálatom a folytonos idejű modellekre koncentrálódik. A dolgozat ezen részében bemutatom a figyelmem középpontjában szereplő modellcsaládot, az affin modelleket. Választásomat az affin modellek viszonylagosan kezelhetőbb (azaz alacsonyabb számításigényű) becslési problematikája motiválta. Az ismertetés logikája Dai és Singleton (2000) cikkét követi, elsősorban azért, mert példaértékű pontossággal mutatja be az affin modellcsaládon belüli lehetőségeket és korlátokat. Ezek után röviden ismertetem, milyen további modellezési lehetőségek állnak a kutatók rendelkezésére.

A modellválasztási kérdéskör tárgyalását egy rövid betekintés követi a becslési eljárások világába, illetve kérdéseibe. A dolgozat ezen része kevésbé hangsúlyos, mint a modelleket taglaló, hiszen a dolgozat pénzügyi szempontból íródott. Ennek megfelelően az ökonometriai módszerek kizárólag alkalmazásilag, illetve alkalmazhatóságilag szerepelnek a górcső alatt.

A modellekre vonatkozó irodalomáttekintés és módszertani betekintő után saját empirikus vizsgálatom motivációját, módszertanát, hipotéziseit és az azok tesztelésére kidolgozott módszereket ismertetem. Empirikus vizsgálataim során, zérókupon mintám leíró jellemzését és faktorelemzését követően, először egy féLPARAMÉTERES (Semi Non-Parametric, SNP) tesztnek vetem alá a hozamgörbe dinamikáját, majd affin, azon belül is Vasicek<sup>16</sup> típusú modelleket kalibrálok Kálmán-filter segítségével, végül értékelem a kalibrált modellek előrejelző képességét.

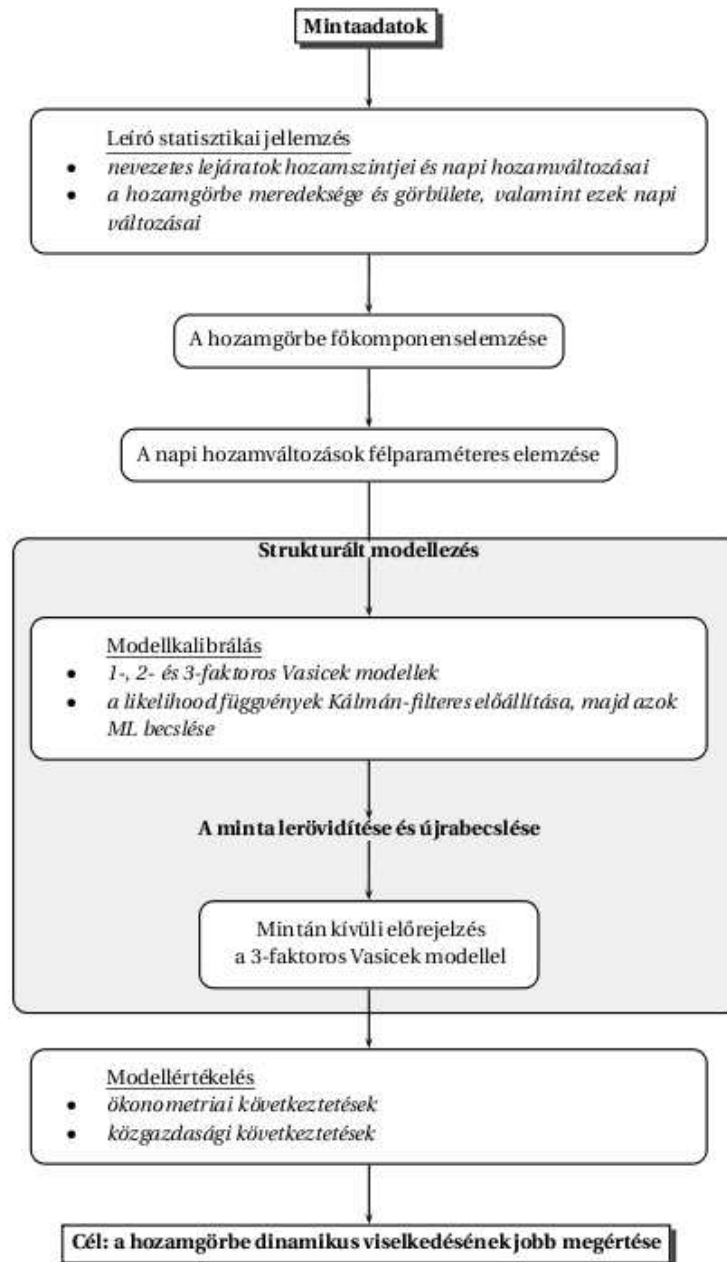
---

<sup>16</sup> lásd: Vasicek (1977), egyfaktoros esetben:  $dr_t = \kappa(\theta - r_t)dt + \sigma dW_t$

Az empirikus kutatás folyamatábráját mutatja be a 3. ábra.

3. ábra

### Az empirikus kutatás folyamatábrája



Forrás: saját gyűjtés

### 3. Az értekezés eredményei

**Elsősorban deduktív jellegű kutatásom eredménye, hogy ökonometriai módszerekkel becsli illetve előrejelzi a magyarországi kamattermékből származtatott hozamgörbét.**

Mint ahogy az az értekezésből kiderül, az Egyesült Államok piacaira tengernyi vizsgálatot végeztek el, és sokszor hasonló, ám néhány esetben egymásnak ellentmondó következtetéseket vontak le a témában aktív szerzők. A magyar hozamgörbére vonatkozóan a legmélyrehatóbb vizsgálatokat a Magyar Nemzeti Bank (MNB) szakemberei végezték el<sup>17</sup>, azonban ezen vizsgálatok a statikus (egy adott nap adataiból számított) hozamgörbére vonatkoztak, a görbe dinamikájáról kevés szó esett. Éppen ezért kiemelt fontosságú a korábban ismertetett modellek magyarországi adatokra történő alkalmazása. A létrehozott, a hazai piacra adaptált modellel kvantitatív módon lehet vizsgálni a hozamgörbét, illetve annak dinamikáját. Az MNB számára, valamint adósságkezelési szempontból is hasznos egy ökonometriai modell, amivel a hozamgörbe jövőbeli alakulását tudják modellezni. Végül, de nem utolsósorban a szimuláción alapuló ökonometriai modell kockázatkezelési, illetve felügyeleti célokhoz is kínálhat felhasználási lehetőséget. A modellbeli jövő többszörös egymás utáni lefuttatásának segítségével a VaR-hoz hasonló mutatót is kreálhatnánk.

A következőkben hipotéziseimet és azok értékelését mutatom be.

- H1: A magyar mintában idősor szemléletben nemlineárisak az innovációk: a nullhipotézis fennáll, hiszen az SNP vizsgálat eredményei szerint az innovációért egy 6-od rendű polinom felel.
- H2: A magyar mintában idősor szemléletben heteroszkedasztikus a volatilitás: a nullhipotézis fennáll, hiszen az SNP segédmodell egy GARCH folyamat.
- H3: A magyar mintában idősor szemléletben aszimmetrikus a volatilitás: a nullhipotézist elvetem, mert az aszimmetrikus volatilitás bevezetésével romlott a segédmodell illeszkedése.
- H4: A magyar mintára végzett panelvizsgálat eredményei nem mondanak ellent az idősor szemléletben kapott eredményekkel: a nullhipotézist elfogadom, hiszen az idősorszemléletben végzett egydimenziós számítások és az együtthatásokkal futtatott panelvizsgálat eredményei egymást alátámasztották.

---

<sup>17</sup> lásd: Csajbók (1999), Gyomai és Varsányi (2002) és Reppa (2008)

- H5: A strukturált modellek magyarázó ereje a magyarázó változók számának (1-ről 2-re, illetve 2-ről 3-ra történő) növelésével nő: a hipotézist elfogadom, hiszen a modellek újabb faktorral való bővítése látványosan javította azok illeszkedését a mintára, azaz azok magyarázó erejét.
- H6: A 3-faktoros Vasicek modell megfelelő kalibrálásával biztosítható, hogy a modellek relatív (azaz átlagos hozamszinttel korrigált) illeszkedése az amerikai példában tapasztalttól ne térjen el jelentősen (25 százaléknál nagyobb mértékben) a magyar minta rovására. Másként fogalmazva a modell relatív becslési pontatlansága legfeljebb 25 százalékkal nagyobb a magyar mintában, mint az amerikai adatokra vonatkozóan: a hipotézis igaz, hiszen a magyar mintában átlagosan 8, az amerikaiban pedig átlagosan 5 bázispontos átlagos napi eltérést becsült a 3-faktoros Vasicek modell. Ez, az átlagos hozamszintekkel történő korrekció után (a magyar mintában 8,17%, az amerikaiban 4,64% az átlagos hozamszint, így a 100 bázispontnyi hozamszintre jutó becslési pontatlanság a magyar esetben 0,98 bázispont, az amerikaiban pedig 1,08 bp) azt jelenti, hogy a magyar hozamgörbére vonatkozóan mintegy 9 százalékkal kisebb az illeszkedési pontatlanság: ez bőven belül van a hipotézis megfogalmazásakor választott 25 százalékos referenciaszinten, sőt ellentétes irányú relációt jelöl.
- H7: A 3-faktoros Vasicek modell mintán kívüli előrejelző képessége fél éves időtávon elfogadható. Mindezt úgy értelmezem, hogy az előrejelzések átlagos pontatlansága nem több mint ötszöröse a mintabeli illeszkedési pontatlanságnak: a hipotézist elvetem, hiszen a backtesting eredményei szerint a mintán kívüli előrejelzések átlagos pontatlansága közel 25-szöröse a mintán belüli előrejelzési pontatlanságnak.

*A hipotézisek elbírálása kapcsán fontos következtetésem, hogy a 3-faktoros Vasicek modell előnyös választás a magyar hozamgörbe dinamikus vizsgálatához. Ezen állítást a modell mintán belüli előrejelző képességének vizsgálati eredménye támasztja alá. A teljes mintában számított 8 bázispontos átlagos becslési hiba ugyanis egyrészt elenyésző a magyar piac viszonylatában (gyakorlatilag egységnyi bid-ask spreadnek feleltethető meg), másrészt relatív értelemben (átlagos hozamszinttel történő korrekció után) kedvezőbb illeszkedést jelöl az amerikai mintában tapasztaltnál.*

A modellbecsléssel kapcsolatos további tapasztalataim felsorolva a következők.

- Olyan kamatlábmodellt célszerű választanunk, amit meg is tudunk becsülni. Mit érünk egy túlzottan bonyolult modellel, ha azt úgyis egy nemlineáris becslési eljárással kell becsülnünk, amely adott esetben egyszerű függvénykapcsolatokat is képtelen pontosan visszaadni. Az én választásom ennek megfelelően az affin modelleszaládra, azon belül is a Vasicek modellre esett.
- A CIR<sup>18</sup> modellel is aktív kutatómunkát folytattam, azonban Brigo és Mercurio (2006) állításaival azonos eredményt kaptam: a CIR modell nem alkalmas az inverz magyar hozamgörbe dinamikájának leírására.
- A kiválasztott kamatlábmodell dimenziószámát főkomponenselemzéssel támasszuk alá. A magyar hozamgörbével kapcsolatos vizsgálatokhoz 3-faktoros modellek ajánlhatók.
- *A becslési eljárások közül pozitív tapasztalataim születtek a Kálmán-filterrel kapcsolatban, ellenben az EMM-et nem ajánlom a magyar hozamgörbével kapcsolatos számításokhoz.*

A 3-faktoros Vasicek modell mintán kívüli előrejelzési képességének kvantitatív mérése kapcsán kijelenthetem, hogy

- *A modell csupán korlátozottan alkalmas tényleges előrejelzésre. Ez nem jelenti azt, hogy nem érdemes alkalmazni, csupán a modell által kapott eredményeket egészséges fenntartásokkal kell kezelni. A modell nem a „lottó ötöst” mondja meg, hanem megjelöli a jövőbeli várható hozamok tartományát.*
- *Előrejelzési célzattal a hozamgörbe kisebb volatilitású pontjai ajánlhatók. Én a legjobb eredményeket a 10 éves lejáráttal kaptam.*
- *Az előrejelzési időtáv csökkentésével természetes módon javítható a modellek becslési pontossága. Egy hetes előrejelzési horizonton például a 10 éves lejárat átlagos mintán kívüli becslési hibája csupán 13 bázispont volt 10 ezer szimulált trajektória vonatkozásában. Ez nagyságrendileg másfél bid-ask spreadnek feleltethető meg, azaz viszonylag elfogadható eredmény. Ehhez képest a becslési és a szimulációs eljárás kétórás összesített futásideje is kedvezőnek mondható.*

---

<sup>18</sup> lásd: Cox et al. (1985)

**Fentiek tükrében a bemutatott módszertan célközönsége leginkább a Magyar Nemzeti Bank, az Államadósság Kezelő Központ és a Pénzügyi Szervezetek Állami Felügyelete. A megnevezett szereplők számára ugyanis kiemelt prioritás a hozamgörbe dinamikájának ismerete. Természetesen a kereskedelmi bankok is hasznosnak találhatják a módszertant, bár a modellek alkalmazásának előnye inkább jelentkezhet kockázatkezelési területen hatékonyabb működés, mintsem a saját számlás kereskedőknél mérhető profit formájában.**

#### 4. Főbb hivatkozások

- AHN, D. H. (1995): A generalized squared autoregressive intertemporal term structure model, *University of North Carolina working paper*, 1995
- AHN, D. H., DITTMAR, R. F., GALLANT, A. R. (2002): Quadratic term structure models: Theory and evidence, *The Review of Financial Studies*, 2002.1., 243-288. o.
- AHN, D.H., DITTMAR, R. F., GALLANT, A. R., GAO, B. (2003): Purebred or hybrid?: Reproducing the volatility in term structure dynamics, *Journal of Econometrics*, 2003.3., 147–180. o.
- AÏT-SAHALIA, Y. (1996a): Nonparametric pricing of interest rate derivative securities, *Econometrica*, 1996.5.; 527–560. o.
- AÏT-SAHALIA, Y. (1996b): Testing continuous-time models of the spot interest rate, *Review of Financial Studies*, 1996.2., 385–426. o.
- AÏT-SAHALIA, Y., HANSEN, L. P. (szerk.) (2004): Handbook of Financial Econometrics, North-Holland, 2004
- BALDUZZI, P., DAS, S. R., FORESI, S., SUNDARAM, R. (1996): A simple approach to three factor affine models of the term structure, *Journal of Fixed Income*, 1996.12., 43–53. o.
- BANSAL, R., TAUCHEN, G., ZHOU, H. (2004): Regime shifts, risk premiums in the term structure, and the business cycle, *Journal of Business & Economic Statistics*, 2004.10.; 396–409. o.
- BANSAL, R., ZHOU, H. (2002): Term structure of interest rates with regime shifts, *Journal of Finance*, 2002.10.; 1997–2043. o.
- BEAGLEHOLE, D. R., TENNEY, M. S. (1991): General solutions of some interest rate-contingent claim pricing equations, *Journal of Fixed Income*, 1991.9.,69–83. o.
- BEAGLEHOLE, D. R., TENNEY, M. S. (1992): A nonlinear equilibrium model of the term structure of interest rates: Corrections and additions, *Journal of Financial Economics*, 1992.12.; 345–353. o.
- BEKAERT, G., HODRICK, R. (2001): Expectations hypothesis tests, *Journal of Finance*, 2001.8., 1357-1394. o.
- BRENNAN, M. J., SCHWARTZ, E. S. (1979): A continuous time approach to the pricing of bonds, *Journal of Banking and Finance*, ;1979.7., 133–155. o.



- BRIGO, D., MERCURIO, F. (2006): Interest Rate Models – Theory and Practice, Springer Finance, ;2006
- CHEN, L. (1996): Stochastic mean and stochastic volatility – a three-factor model of the term structure of interest rates and its application to the pricing of interest rate derivatives, Blackwell Publishers, 1996
- CHEN, R. R., SCOTT, L. (1993): Maximum likelihood estimation for a multifactor equilibrium model of the term structure of interest rates, *Journal of Fixed Income*, 1993.12.; 14–31. o.
- CHENG, P., SCAILLET, O. (2007): Linear-quadratic jump diffusion modeling, *Mathematical Finance*, 2007.10, 575-598. o.
- CONSTANTINIDES, G. (1992): A theory of the nominal structure of interest rates, *Review of Financial Studies*, 1992.4.; 531–552. o.
- COX, J. C., INGERSOLL, J. E., ROSS, S. A. (1985): A theory of the term structure of interest rates, *Econometrica*, 1985.3., 385-408. o.
- DAI, Q., SINGLETON, K. J. (2000): Specification analysis of affine term structure models, *Journal of Finance*, 2000.10., 1943-1978. o.
- DUFFEE, G. R. (2002): Term premia and interest rate forecasts in affine models, *Journal of Finance*, 2002.2.; 405–443. o.
- DUFFIE, D., KAN, R. (1996): A yield-factor model of interest rates, *Mathematical Finance*, 1996.10.; 379–406. o.
- DUFFIE, D., PAN, J., SINGLETON, K. (2000): Transform analysis and asset pricing for affine jump-diffusions, *Econometrica*, 2000.11.; 1343–1376. o.
- DUFFIE, D., SINGLETON, K. (1997): An econometric model of the term structure of interest rate swap yields, *Journal of Finance*, 1997.12.; 1287–1323. o.
- HEATH, D., JARROW, R. A., MORTON, A. (1992): Bond pricing and the term structure of interest rates: a new methodology for contingent claims valuation, *Econometrica*, 1992.1.; 77–105. o.
- HO, T. S. Y., LEE, S. B. (1986): Term structure movements and pricing interest rate contingent claims, *Journal of Finance*, 1986.12.; 1011–29. o.
- JAMSHIDIAN, F. (1996): Bond, futures and option valuation in the quadratic interest rate model, *Applied Mathematical Finance*, 1996.6.; 93–115. o.
- KAROUI, N. E., MYNENI, R., VISWANATHAN, R. (1992): Arbitrage pricing and hedging of interest rate claims with state variables, *Université de Paris VI and Stanford University working paper*, 1992

- LEIPPOLD, M., WU, L. (1999): The potential approach to bond and currency pricing, *University of St. Gallen and Fordham University working paper*, 1999.3.
- LEIPPOLD, M., WU, L. (2002): Asset pricing under the quadratic class, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2002.6., 271-295. o.
- LITTERMAN, R., SCHEINKMAN, J. A. (1991): Common factors affecting bond returns, *Journal of Fixed Income*, 1991.6., 54-61. o.
- LONGSTAFF, F. A. (1989): A nonlinear general equilibrium model of the term structure of interest rates, *Journal of Financial Economics*, 1989.2.; 195-224. o.
- PEARSON, N. D., SUN, T. S. (1994): Exploiting the conditional density in estimating the term structure: An application to the Cox, Ingersoll, and Ross model, *Journal of Finance*, 1994.9.; 1279–1304. o.
- ROGERS, L. C. G. (1997): The potential approach to the term structure of interest rates and foreign exchange rates, *Mathematical Finance*, 1997.7.; 157–176. o.
- SARGENT, T. J. (1979): A note on maximum likelihood estimation of the rational expectations model of the term structure, *Journal of Monetary Economics*, 1979.1., 133-143. o.
- TUCKMAN, B. (1995): *Fixed Income Securities: Tools for Today's Markets*, Wiley, 1995
- VASICEK, O. (1977): An equilibrium characterization of the term structure, *Journal of Financial Economics*, 1977.11.; 177–188. o.

## 5. A témakörrel kapcsolatos saját publikációk jegyzéke

- KOPÁNYI, SZ. (2009): A dinamikus hozamgörbe-modellezés alapjai, *Hitelintézeti Szemle*, 2009.4.; 349–361. o.
- KOPÁNYI, SZ. (2009): Dynamic Estimation of the Hungarian Zero-Coupon Term Structure, presentation held at the *Challenges for Analysis of the Economy, the Businesses, and Social Progress International Scientific Conference*, 2009.11.