Közgazdaságtani Doktori Iskola

TÉZISGYŰJTEMÉNY

Lolbert Tamás

Statisztikai eljárások alkalmazása az ellenőrzésben, különös tekintettel a pénzügyi ellenőrzésre

című Ph.D. értekezéséhez

Témavezető:

Dr. Hunyadi László

egyetemi tanár

Budapest, 2008

Budapesti Corvinus Egyetem, Matematika Tanszék
és
Állami Számvevőszék

TÉZISGYŰJTEMÉNY

Lolbert Tamás

Statisztikai eljárások alkalmazása az ellenőrzésben, különös tekintettel a pénzügyi ellenőrzésre

című Ph.D. értekezéséhez

Témavezető:

Dr. Hunyadi László
egyetemi tanár

Tartalomjegyzék

I. Kutatási előzmények és a téma indoklása

Szemben az egyszerűbb közgazdasági modellekkel, a valós életben nincs sem teljes, sem tökéletes információ, a lefolytatott tranzakcióknak csak elhanyagolható része mentes az információs aszimmetriától és majdnem mindegyik feladat-delegálásnál megfigyelhető a megbízó-ügynök probléma.

Az ilyen problémák elég nagy hányada kapcsolatba hozható olyan, harmadik féltől származó állítással, amely a későbbi döntések alapjául szolgál. Ha az állításban szereplő tények tévesek, hibásak, akkor az állításon alapuló döntés sem lesz feltétlenül optimális. A legtöbb döntési módszer robosztus egy bizonyos mértékű tévedéssel, hibával szemben, ami azt jelenti, hogy az ennél a mértéknél kisebb tévedések, hibák nem gyakorolnak hatást a döntéshozóra: ezt a mértéket nevezzük *lényegességnek*. Nyilvánvaló tehát, hogy a döntéshozók elemi érdeke elkerülni a lényegesen hibás állításokat.

Az állítások többsége valamilyen szervezethez kapcsolható. Az emberek a történelem kezdete óta együttműködnek, és különféle szervezeteket hoznak létre annak érdekében, hogy nagyobb hasznosságot érjenek el. Az együttműködés során azonban kockázatokkal szembesülnek, tehát olyan tényezőkkel, amelyek veszélyeztetik a szervezetet céljainak elérését. Ezeket a tényezőket hívjuk *eredendő kockázat*nak.

Az eredendő kockázatok csökkentése többféle módon lehetséges. Az első módszer az erőszak alkalmazása, ez egy hatékony, de nem kimondottan civilizált eszköz. Egy másik lehetőség az, ha alaposan megválogatjuk a szervezet tagjait, azonban ennek a módszernek az alkalmazását komolyan korlátozza a megfelelő emberekből rendelkezésre álló kapacitás végessége. A harmadik módszer tömeges méretekben a kapitalizmus hajnalán terjedt el, és nem áll másból, mint szabályok szerinti működésre kényszeríteni a szervezetet. Az előre meghatározott eljárások szerinti működés az emberi tényezőt, mint hibalehetőséget igyekszik kikapcsolni, mintegy elembertelenítve a munkát, és ennek megfelelően magát az emberi munkát is mind több helyen váltják ki a gépek. Amennyiben a szabályok megalkotásánál a megfelelő gondossággal jártak el, akkor azok hatékony eszközt jelentenek az eredendő kockázatok csökkentésében, legalábbis abban az esetben, ha betartják őket. Az, hogy nem tartják be a szabályokat, és ezáltal továbbra is érvényesülni tudnak az eredendő kockázatok, újabb kockázatot jelent, amit *kontroll kockázat*nak hívunk.

A kontrollok optimális megtervezése nagyon fontos része a szervezetek kockázatkezelésének. Az ehhez kötődő standardok, keretrendszerek élenjáró nemzetközi képviselője a COSO nevű szervezet.

Az eredendő- és a kontrollkockázatok együttes bekövetkezése azzal járhat, hogy a szervezet lényegesen hibás állítást ad ki. Az állítást felhasználó döntéshozók bizonyosságot szeretnének arról, hogy bízhatnak-e az állításban, de saját maguk ezt általában nem képesek megítélni. Szükség van valakire, aki ezt megteszi helyettük, és bizonyosságot nyújt az állítások érvényességéről: ők az *auditor*ok, vagy köznyelven az ellenőrök.

Az auditálás, vagy más néven ellenőrzés mindig valamilyen (esetleg implicit) állításhoz kapcsolódik, és bizonyosságot nyújt arról, hogy az állítás mentes-e a lényeges hibától. Az ellenőrzendő állítás típusától függően négy főbb ellenőrzési célt különböztethetünk meg:

- becslés
- hitelesítés
- megfelelőség, szabályszerűség
- teljesítményellenőrzés

A legtöbb állítás ellenőrzésekor ezek közül egyszerre több cél is felmerülhet.

Az ellenőrzés célja ésszerű bizonyosság szerzése az állítás érvényességéről. Ennek során az ellenőrök is követhetnek el hibákat, tehát elfogadhatnak lényegesen hibás állításokat, és elutasíthatnak lényeges hibát nem tartalmazó állításokat. A két hiba közül az elsőt *ellenőrzési kockázat*nak hívjuk.

Az ellenőrzési kockázat legelterjedtebb, úgynevezett „matematikai" modellje szerint az ellenőrzési kockázat három tényezőből tevődik össze, melyek az eredendő kockázat, a kontrollkockázat és a *feltárási kockázat*. A feltárási kockázat annak a feltételes valószínűségét jelenti, hogy az egyébként meglévő lényeges hibát nem tárja fel az auditor.

Az ellenőrzés során használt sokféle eljárás között ott találjuk a statisztikai eljárásokat is. A statisztikai mintavétel nagyon hasznos módszer, mivel a feltárási kockázat ebben az esetben szorosan összefügg a mintavételi hibával, így annak mértéke könnyen számszerűsíthető, befolyásolható.

Ha a megfelelő statisztikai technikákat alkalmazzuk, sokat javíthatunk az ellenőrzés hatékonyságán, vagy a kisebb minta miatti költségcsökkenés, vagy ugyanakkora mintaméret mellett a bizonyossági szint a növekedése miatt. Mivel az ellenőrzés egy drága erőforrást, a magasan képzett emberi munkaerőt használja, az idő- és költségtakarékos eljárások kifejlesztése mindenképpen prioritásnak tekintendő.

A kutatásom célja feltérképezni, egységes szerkezetbe foglalni, és végül a lehetőségekhez mérten statisztikailag-matematikailag is alátámasztani mindazon elemző, mintavételi és minta-kiértékelési eljárásokat, amelyek az egyes vizsgálati célokkal összefüggésben szóba jöhetnek, és korunk ellenőrzési gyakorlatában elterjedtek. Ennek érdekében először „lefordítom" a statisztika és a valószínűségszámítás nyelvére a gyakorlatban előforduló lényegesebb eljárásokat, majd ezt követően a rendelkezésre álló matematikai-statisztikai eszköztár segítségével megvizsgálom, mennyire megalapozottak. E fő cél mellett a dolgozatnak célja még a túlmisztifikált, vagy „szokásjogon” alapuló gyakorlati eljárások „objektív” értékelése, továbbá – lehetőség szerint – új ellenőrzési módszerek kidolgozása, más tudományterületekről származó módszerek adaptálása az ellenőrzésre, valamint a meglévő módszerek továbbfejlesztése.

Az értekezésben tárgyalt ellenőrzési eljárások három nagy csoportra oszthatók: elemző eljárások, sokasági arány becslésre visszavezethető eljárások és értékösszeg becslésre visszavezethető eljárások. Az első csoport itt egyértelműen a kockázatelemzésre szűkül, ugyanis a fennmaradó elemző eljárások statisztikai szempontból vagy triviálisak, vagy érdektelenek.

Elemző eljárások

A bizonyosság szerzésének egyik módja az állítás belső struktúrájának elemzése, az egyes részletek egymással, vagy egy külső értékkel történő összevetése. Az ilyen, úgynevezett elemző eljárások nem csak statisztikai módszereket használhatnak, sőt, a használt módszerek többsége nem statisztikai módszer. Az elemző eljárások legfontosabb gyakorlati alkalmazását a kockázatelemzés jelenti.

A kockázatelemzés célja az ellenőrzési erőforrások optimális allokálása. Az ellenőrzésnek a magas kockázatú területekre való fókuszálása növeli annak esélyét, hogy az ellenőr lényeges hibát fedez fel. Néhány esetben a kockázatelemzés szükségessé teszi a kontrollok tesztelését, így aránybecslési módszerek alkalmazását is az elemző eljárásokon kívül.

Fontos odafigyelni a kockázatelemzés során az egyes kockázati tényezők közötti összefüggésekre, hiszen a tényezők függetlenségének feltételezése a valós kockázatok súlyos alulbecslését okozhatja. Különösen fontos ennek figyelembevétele akkor, ha az auditor a csalásokkal, gazdasági bűncselekményekkel kapcsolatos kockázatokat elemzi.

Számos módszer létezik ugyan a kivitelezésre, de a kockázatelemzés standard menete az ellenőrzésben általában a következő: 1. kockázati tényezők meghatározása, 2. értékelés, 3. súlyozás, összegzés. Ezzel a módszerrel a legfőbb probléma a súlyozási és az összegzési módszer szubjektivitása.

A számjegyelemzés egy nem-standard kockázatelemzési módszer, amely a számjegyek eloszlásából indul ki. Elméleti alapját a Benford-törvény nevű jelenség adja, aminek létjogosultságát sok empirikus megfigyelés alátámasztja. E szerint a törvény szerint a kezdő pozícióban lévő számjegyek eloszlása nem egyenletes, hanem torzítást tartalmaz a kisebb értékű jegyek javára (hasonló törvényszerűségek adhatók meg más számjegypozíciókra, számjegycsoportokra is). A számjegyelemzés során legtöbbször azt vizsgálják meg, hogy az ellenőrzés alá vont sokaság mennyire illeszkedik jól a Benford-törvényhez, a következő – alapvetően illeszkedés-vizsgálati – tesztekkel:

- grafikonok szemrevételezése,
- Kolmogorov–Szmirnov próba,
- átlagos abszolút eltérés próba,
- khi-négyzet próba,
- z-próba,
- az elméleti és az empirikus értékek regresszióján alapuló próba,
- összegző teszt.

Néhány esetben a viszonyítási alap nem a Benford-törvény, hanem más, cégspecifikus eloszlás. A számjegyelemzést az esetek többségében bűnügyi szakértők használják gazdasági bűncselekmények felderítésére.

A legnagyobb probléma a számjegyelemzéssel maga a Benford-törvény, ugyanis az továbbra is csak egy empirikus jelenség, és nélkülözi a formális bizonyítást. Mivel maga a számjegyelemzési technika is újdonságnak számít a hazai ellenőrök többsége számára, ezért a módszer főbb technikáinak összefoglalása önmagában is hasznosnak tekinthető.

Sokasági arány becslésre visszavezethető eljárások

A kontrollok tesztelése egy bevett ellenőrzési eljárás, mind a kockázatelemzés részeként, mind önálló alapvető eljárásként egy szabályszerűségi ellenőrzésben. Az USA-ban nemrég kiadott Sarbanes-Oxley Act szerint a nem zártkörűen működő cégeknek rendszeresen tesztelniük kell a belső kontrollrendszerük megfelelőségét és jelentést kell tenniük a tesztelés eredményéről. Mivel a kontrollok funkciója az eredendő kockázatok csökkentése, ezért a kontrolltevékenységeket előíró szabályok be nem tartása csökkenti a kontroll jótékony hatását. Mindig van egy tolerálható mértéke a szabályok megszegésének, az ellenőr feladata annak eldöntése a minta alapján, hogy a valós szabályszegési gyakoriság hogyan aránylik a tolerálhatóhoz.

A két standard statisztikai megközelítés ezen a téren a klasszikus Neyman-Pearsoni, illetve a bayesi. Ami a mintavételi módszert illeti, megkülönböztethetünk egylépcsős, többlépcsős és szekvenciális eljárásokat, amiből az utolsó kettőt gyakorlatilag nem használják az ellenőrzésben.

Az aránybecsléshez kapcsolódó legfontosabb problémák:

- az alapvető eljárások („tesztelés”) nagyon sok költséget és időt emésztenek fel, ezért fontos minél takarékosabb eljárásokat használni
- mind a tolerálható, mind a valós hibaarányok nagyon alacsonyak (5% alattiak), ami különösen megnehezíti a takarékos eljárások megtalálását

- a statisztikai irodalomban elterjedt, közismert becslések kis minták és alacsony valós/tolerálható hibaarányok melletti megbízhatósági szintje nem ismert

Értékösszeg-becslésre visszavezethető eljárások

A szűkebb értelemben vett auditálás maga a könyvvizsgálat, azaz a beszámoló hitelesítés. Ez leegyszerűsítve, statisztikai szempontból nem jelent mást, mint egy listát számokkal, illetve egy főösszeggel. Az ellenőrzött állítás itt maga a főösszeg értéke, a lényeges hiba mértéke ennek arányában adott. Az ellenőr célja minta alapján eldönteni, hogy a valós és a kimutatott érték eltérése hogyan viszonyul a lényegességhez.

Számos megközelítés lehetséges erre a feladatra:

- egyszerű véletlen mintavétel konstans kiválasztási valószínűséggel, klasszikus becslőfüggvényekkel, úgy mint hányados- vagy különbségbecslés
- Horvitz-Thompson becslőfüggvény, vagy más becslőfüggvény nem egyenlő kiválasztási valószínűség mellett
    - klasszikus mintavételi tervek, pl. rétegzett, csoportos stb.
    - pénzegység alapú mintavétel (MUS).
- speciálisan a könyvvizsgálathoz kifejlesztett módszerek
    - általános CAV módszerek
    - Stringer féle felső határ, mint speciális CAV módszer
    - cella módszer
    - multinomiális módszer a step down S halmaz használatával.

Az értékösszeg-becsléssel kapcsolatos főbb problémák:

- a lényegesség ritkán haladja meg a főösszeg 2%-át, az egyes tételek többsége nem tartalmaz hibát, a hibák eloszlása nem-standard és ismeretlen
- a klasszikus becslések alkalmatlanok az ilyen helyzetek kezelésére
- a legtöbb speciális módszer heurisztikus, megbízhatóságuk formálisan nem bizonyított
- a szimulációk azt mutatják ennek ellenére, hogy valójában túlzottan is megbízhatóak, ami egy részről rengeteg többletbizonyosságot jelent, de egyben növeli annak is a kockázatát, hogy egy lényeges hibát nem tartalmazó beszámolót is elutasítsanak
- a szimulációkon kívül más módon is össze szeretnénk hasonlítani a becslőfüggvények valódi teljesítményét

II. Felhasznált módszerek

A korábban jelzetteknek megfelelően a kutatás célja feltérképezni, egységes szerkezetbe foglalni, és végül a lehetőségekhez mérten statisztikailag-matematikailag is alátámasztani mindazon elemző, mintavételi és minta-kiértékelési eljárásokat, amelyek az egyes vizsgálati célokkal összefüggésben szóba jöhetnek. A cél elérésére számos standard és nem standard eszközt használtam.

Elemző eljárások

A gyakorlatban a kockázatelemzés – legalábbis egy statisztikus nézőpontjából – teljesen ad-hoc. A szokásos elemzési módszerek kockázatainak bemutatásához egyszerű halmazelméleti fogalmakat használok.

Az általános Benford-törvény nem-létezéséről szóló tétel bizonyítása és az azt követő megjegyzés, mi szerint a legtöbb valós eloszlásnak közel kell lennie a Benford-törvényhez, felsőbb matematikai eszközöket használ (pl. komplex számok, mantissza, szigma algebrák, transzformált valószínűségi változók, karakterisztikus függvény, gamma függvény).

Sokasági arány becslésre visszavezethető eljárások

Az ismert becslőfüggvények megbízhatóságának összehasonlítása és az új szekvenciális mintavételi módszer kidolgozása alapvető valószínűségelméleti eszközökre támaszkodik, úgy mint a hipergeometriai, binomiális, normális és Poisson eloszlások, átlag, szórás, binomiális együtthatók.

Az összehasonlításokat egy egzakt módszerrel hajtottam végre Microsoft Excelben. Véges sokaságból való mintavétel esetén a bizonyos tulajdonsággal rendelkező elemek mintabeli eloszlása hipergeometriai, így az állítás elfogadásának valószínűsége pontosan meghatározható pár egyszerű képlettel.

A szekvenciális mintavételi módszer kifejlesztésekor az egylépcsős, többlépcsős és szekvenciális mintavétel elméletét vettem alapul, ennek segítségével készítettem egy szoftvert, ami kiszámolja a szükséges valószínűségeket.

Értékösszeg-becslésre visszavezethető eljárások

A könyvvizsgálati értékösszeg-becslésre kidolgozott eljárások elemzése nagyon összetett feladat. Noha az ellenőrzési szakirodalomban az uralkodó módszer a becslések megbízhatóságának „bizonyítására” a szimuláció, én a definíciókból kiinduló közvetlen, axiomatikus megközelítést választottam. Az elemzést a step down S halmazt használó multinomiális becslésen és a Stringer-féle felső határ becslésen végeztem el azzal a céllal, hogy összehasonlítsam a kapcsolódó tesztek elutasítási tartományait más, ismert megbízhatóságú tesztek elutasítási tartományával. Ezen kívül az alábbi matematikai területekről származó ismeretek használata volt szükséges:

- halmazelmélet: metszet, tartalmazás, partíció, monoton osztály
- analízis: folytonosság, halmaz határa, szinthalmaz, integrálás, nem teljes béta függvény
- algebra: vektorok, hipersíkok
- valószínűségszámítás: multinomiális eloszlás, multinomiális együtthatók

III. Az értekezés eredményei

Új magyarázat a Benford-törvényre

Az értekezésben bizonyítom, hogy ugyan nem létezik olyan valószínűségi változó, amelyik minden számrendszerben kielégítené a Benford-törvényt, de ha felső határt adunk a lehetséges számrendszerek alapjának (pl. 10, vagy 16), akkor valószínűségi változó tetszőlegesen közel vihető a Benford törvényhez azáltal, hogy megfelelően magas hatványra emeljük. Ennek az az oka, hogy a Benford-törvény szorosan összefügg a valószínűségi változó logaritmusának karakterisztikus függvényével, pontosabban annak bizonyos kijelölt helyeken felvett értékével: pontosan akkor elégíti ki ξ a Benford törvényt b alapú számrendszerben, ha minden k esetén $\varphi_{\ln\xi}\left(2\pi k/\ln b\right)=0$ (ennek bizonyítása megtalálható Lolbert [2007]).

Ezt az eredményt felhasználva új magyarázatot adhatunk arra, hogy a legtöbb természetben előforduló számhalmaz miért elégíti ki nagyjából a Benford-törvényt.

1. az „természetben megtalálható" abszolút folytonos eloszlások karakterisztikus függvénye relatív gyorsan konvergál a nullához.
2. A Lévy-féle folytonossági tétel miatt a karakterisztikus függvények pontonkénti konvergenciája az eloszlások gyenge konvergenciájával jár együtt, ami ez esetben tehát a Benford törvényhez való konvergenciát jelenti.

A fenti két megfigyelés együtt azt jelenti, hogy azon eloszlások, amelyekre $\varphi_{\ln\xi}\left(2\pi k/\ln b\right)\approx 0$, közelítőleg a Benford törvénynek engedelmeskednek.

Az aránybecslési módszerek megbízhatóságának összehasonlítása kis minták és alacsony sokasági hibaarány esetén

Az értekezésben összesen hat becslőfüggvényt hasonlítottam össze annak érdekében, hogy meghatározzam a valós megbízhatósági szintjüket.

A becslőfüggvények első csoportja (M1, M2, M3) a Neyman-Pearson elven alapuló klasszikus becslés. Mivel számítógép nélkül nagyon nehéz egzakt becsléseket végezni, ezért a gyakorlatban sokszor még mindig a közelítésen alapuló M1 és M2 becsléseket használják.

Az **M1** becslés a standard, alapozó statisztikában oktatott, binomiális/normális közelítésen alapuló becslés:

$$p \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{p\times(1-p)}{n}}$$

Véges sokaságok eseten ezt néha ki szogták egészíteni korrekciós tényezőkkel.

Az **M2** becslés is közelítés, de jóval pontosabb:

$$\left[\lambda x+(1-\lambda)\cdot 0{,}5\right] \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\sqrt{\lambda}\sqrt{\left[\lambda\frac{x(1-x)}{n}+(1-\lambda)\frac{0{,}5\cdot(1-0{,}5)}{n}\right]}$$

ahol $\lambda = \dfrac{n}{n+c^2}$ és $c = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}}$.

Vegyük észre, hogy $n\to\infty$ és $\dfrac{n}{N}\to 0$ esetén az M2 becslés konvergál M1-hez.

Az **M3**-nak nevezett becslés az egzakt, hipergeometriai eloszláson alapuló becslés. Jelenleg egy megfelelő számítógépes szoftver segítségével már könnyen meghatározható.

A becslőfüggvények következő csoportját a bayesi becslések jelentik. Az értekezésben alapvetően két fő típussal dolgoztam: Bin(N, P) eloszlású informatív priorral, illetve egyenletes eloszlású, nem informatív priorral.

Végül egy vegyes módszert is elemeztem, amely az M1 becslésen alapul azzal az eltéréssel, hogy a mintabeli hibaarány helyett a hibaarány priort használtam a becsléshez. Ezt a becslést **MxB1**-el jelöltem:

$$p \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{P_0 \cdot (1-P_0)}{n}}$$

A becslőfüggvények viselkedésének alacsony hibaarány és kis minták melletti összehasonlítását egy Microsoft Excelben implementált egzakt módszerrel végeztem. A főbb következtetések a következők:

- Az M1 becslés valóban nem megbízható, ha nem teljesül a szokásos $\min\{m, n-m\} \geq 10$ feltétel.
- Az M1 becslésen alapuló $n = \frac{z^2 p(1-p)}{d^2}$ képlet alkalmatlan a mintaméret meghatározására a legtöbb ellenőrzési szituációban.
- Az M2 becslés minden tekintetben jobb az M1 becslésnél.
- Az M3 egzakt becslést célszerű mindig használni, ha van rá lehetőség.
- A nem informatív prior melletti bayesi becslés az M2-höz nagyon hasonló eredményeket ad.
- A bayesi módszerek használata nagyon hasznos lehet akkor, ha biztosak vagyunk abban, hogy a priorjaink megfelelőek.

Új kontrolltesztelési módszer az Állami Számvevőszéknél

Részt vettem abban a szakértői csapatban, amelyik az önkormányzati gazdálkodás ellenőrzésének új programját dolgozta ki. Ennek keretében kidolgoztam egy szekvenciális jellegű, de a Wald féle optimális teszttől eltérő mintavételi tervet. A Wald féle optimális szekvenciális teszt több okból sem alkalmas a közvetlen ellenőrzési alkalmazásra, ennek következtében a bevezetésére irányuló korábbi kísérletek mind sikertelenek maradtak. Ezen kívül további hátránya volt a konkrét esetben, hogy nem használja fel azt a prior információt, ami a „jók" és a „rosszak" eloszlásáról rendelkezésre áll.

A fő feladat a maximális mintaméret és a megállási feltételrendszer meghatározása volt pozitív és negatív irányban. Az alapelv: ha az ellenőr egy ún. pozitív megállási ponthoz ér, és bizonyos feltételek fennállnak, a tesztelést be kell fejezni a pozitív következtetés levonása mellett. Az ún. negatív megállás akkor következik be, ha a hibák száma bármikor meghaladja a maximális mintaméret, mint egylépcsős minta esetén tolerálható hibák számát. A pozitív megállási pontokat úgy kell meghatározni, hogy abban az esetben, ha a kontroll valóban nem megbízható, a negatív vélemény valószínűsége legalább a tesztektől elvárt megbízhatósági szinttel legyen egyenlő, továbbá az elsőfajú hiba egyenlően kerüljön felosztásra a megállási pontok között.

Az első félév gyakorlati tapasztalatai alapján kijelenthető, hogy ez a módszer a szükséges mintaméret tekintetében jóval hatékonyabb a korábban használt egylépcsős módszernél, emellett nagyságrendekkel könnyebb elmagyarázni mind az ellenőrzötteknek, mind az ellenőrzést végzőknek, mint a Wald féle optimális tesztet.

Noha elméletileg lehetséges volna a módszert tovább optimalizálni, álláspontom szerint a lehetséges nyereség nem áll arányban az optimalizálási algoritmus komplexitásának növekedésével.

A MUS alapú becslések elemzése

Az elemzés során az alábbi eredményekre jutottam:

- Nem garantálható, hogy a step down S halmazon alapuló multinomiális felső határ valóban rendelkezzen a szükséges megbízhatósági szinttel. Lehetséges azonban az extrémebb alternatívák halmazát úgy definiálni, hogy az így kapott halmazok monoton osztályt alkossanak, ami aztán biztosítja, hogy valóban megfelelő legyen a megbízhatósági szint. A multinomiális becslések azonban – bármilyen halmazt is használunk – a gyakorlat szempontjából még nem bírhatnak komoly jelentőséggel, ugyanis a számítástechnika fejlettsége még mindig nem érte el a szükséges szintet a számszerűsítéshez.
- Sikerült egy új módszerrel meghatározni a Stringer féle felső határ elutasítási tartományát, 100 dimenziós vektortéren ábrázolt szennyezettségek és a becslés folytonos integrál-közelítése felhasználásával. Emellett levezetésre került az elutasítási tartomány határának implicit egyenlete is.
- Valójában nem létezik „optimális", „maximálisan" takarékos becslőfüggvény az értékösszeg intervallumbecsléséhez, mivel a becsülendő paraméterhez (az értékösszeghez) nagyon sok, egymástól eltérő hipotézis is kapcsolható. Nem lehetséges úgy definiálni az elutasítási tartományokat, hogy azok valószínűsége közelítőleg konstans maradjon az összes releváns hipotézis mentén.

IV. Főbb hivatkozások

ÁSZ MÓDSZERTANI KIADVÁNYOK – LÉVAI J. (szerk.) [2004]: A számvevőszéki ellenőrzés szakmai szabályai. Állami Számvevőszék. Budapest

BENFORD, F. [1938]: The law of anomalous numbers. Proceedings of the American Philosophical Society. 78. évf. 4. sz. 551–572. old.

BICKEL, P. J. [1992]: Inference and auditing: The Stringer bound. International Statistical Review. 60. évf. 2. sz. 197–209. old.

CASEWARE IDEA RESEARCH DEPARTMENT [2003]: Monetary unit sampling technical specification. http://www.caseware-idea.com.

CASEWARE IDEA RESEARCH DEPARTMENT [2003]: White papers on attribute sampling technical specification. http://www.caseware-idea.com.

COCHRAN, W. G. [1977]: Sampling Techniques. 3. kiadás. Wiley. New York.

DAVID, H. A. [1981]: Order statistics. Wiley. New York.

DENKINGER G. [1990]: Valószínűségszámítás. Tankönyvkiadó. Budapest.

DRAKE, P. D. – NIGRINI, M. J. [2000]: Computer assisted analytical procedures using Benford's law. Journal of Accounting Education. 18. évf. 2. sz. 127-146. old.

FELLER, W. [1971]: An introduction to probability theory and its applications. Wiley. New York.

FIENBERG, S. E. – NETER, J. – LEITCH, R. A. [1977]: Estimating the total overstatement error in accounting populations. Journal of the American Statistical Association. 72. évf. 295–302. old.

GOODFELLOW, J. L. – LOEBECKE, J. K. – NETER, J. [1974]: Some perspectives on CAV sampling plans I-II. CA Magazine. October, 23–30. old., November, 46–53.old.

HALDENE, J. B. S. [1945]: On a method of estimating frequencies. Biometrika. 33. évf. 222–225. old.

HILL, T. P. [1995]: Base-invariance implies Benford's law. Proceedings of the American Mathematical Society. 123. évf. 3. sz. 887–895. old.

HILL, T. P. [1996]: A statistical derivation of the significant-digit law. Statistical Science. 10. évf. 4. sz. 354–363. old.

HILL, T. P.– SCHÜRGER, K. [2005]: Regularity of digits and significant digits of random variables. Journal of Stochastic Processes and their Applications. 115. évf. 10. sz. 1723–1743. old.

HORVITZ, D. G. – THOMPSON, D. J. [1952]: A generalization of sampling without replacement from a finite universe. Journal of the American Statistical Association. 47. évf. 12. sz. 663–685. old.

HUNYADI L. [2001]: Statisztikai következtetéselmélet közgazdászoknak. Központi Statisztikai Hivatal. Budapest.

INTERNATIONAL FEDERATION OF ACCOUNTANTS (IFAC) [2006]: Handbook of international auditing, assurance, and ethics pronouncements. http://www.ifac.org

LESLIE, D. A. – TEITLEBAUM, A. D. – ANDERSON, R. J. [1980]: Dollar-Unit Sampling-A practical guide for auditors. Pitman. London.

MEDVEGYEV P. [2002]: Valószínűségszámítás. Aula. Budapest

NETER, J. – KIM, H. S. – GRAHAM, L. E. [1984]: On combining Stringer bounds for independent monetary unit samples from several populations. Auditing. 4. évf. 1. sz. 74–88. old.

NEWCOMB, S. [1881]: Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers. American Journal of Mathematics. 4. évf. 1. sz. 39–40. old.

NEYMAN, J. [1934]: On the two different aspects of the representative method: the method of stratified sampling and the method of purposive selection. Journal of the Royal Statistician Society. 97. évf. 558–606. old.

NIGRINI, M. J. – MITTERMAIER, L. [1997]: The use of Benford's law as an aid in analytical procedures. Auditing: A Journal of Practice and Theory. 16. évf. 2. sz. 52–67. old.

NYIKOS L., BODONYI M., MALATINSZKYNÉ L. I., MÁRKUS G. [2002]: Közpénzek ellenőrzése I-II. Perfekt. Budapest

Panel on Nonstandard Mixtures of Distributions – TAMURA, H. ET AL. [1989]: Statistical models and analysis in auditing. Statistical Science. 4 évf. 1. sz. 2–33. old.

PAP GY. – VAN ZUIJLEN, M. C. A. [1996]: On the asymptotic behaviour of the Stringer bound. Statistica Neerlandica. 50. évf. 3 sz. 367–389. old.

RAIMI, R. A. [1976]: The first digit problem. American Mathematical Monthly. 83. évf. 7. sz. 521–538. old.

STRINGER, K. W. [1979]: Statistical sampling in auditing. The state of art. Annual Accounting Review. 1. sz. 113–127. old.

WRIGHT, T. [1991]: Exact confidence bounds when sampling from small finite universes. Springer. New York.

WRIGHT, T. [1997]: A simple algorithm for tighter exact upper confidence bounds with rare attributes in finite universes. Statistics & Probability Letters. 36. évf. 59–67. old

WALD Á. [1947]: Sequential Analysis. Wiley. New York.

V. Saját publikációk jegyzéke

LOLBERT T. [2003]: Az "objektív" kockázatelemzési módszer. Ellenőrzési Figyelő. 2003/4. sz. 42-45. old.

LOLBERT T. [2004]: A sokasági arány meghatározására irányuló statisztikai eljárások véges sokaság és kis minták esetén. Statisztikai Szemle. 82. évf. 12. sz. 1053–1076. old.

LOLBERT T. [2006a]: A sokasági értékösszeg becslése a könyvvizsgálatban. Statisztikai Szemle. 84. évf. 3. sz. 225–248. old.

LOLBERT T. [2006b]: Digital analysis: Theory and applications in auditing. Statisztikai Szemle. 10. különszám 148–170. old.

LOLBERT T. [2007]: On the non-existence of a general Benford's law. Mathematical Social Sciences. Elfogadva (2007. szeptember 10.)

LOLBERT T. [2008]: Control testing with stopping points: an efficient way to comply with SOx 404. Előkészületben