



**Közgazdasági és
Gazdaságinformatikai
Doktori Iskola**

TÉZISGYŰJTEMÉNY

Szepesváry László

Informatikai kihívások a modern aktuáriusi modellezésben:

**Kvantitatív módszerek és gépi algoritmusok alkalmazása a pénzáram
modellezésben és az árazásban**

című Ph.D. értekezéséhez

Témavezető:

Dr. Kovács Erzsébet CSc

egyetemi tanár

Budapest, 2022

Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék

TÉZISGYŰJTEMÉNY

Szepesváry László

Informatikai kihívások a modern aktuáriusi modellezésben:

**Kvantitatív módszerek és gépi algoritmusok alkalmazása a pénzáram
modellezésben és az árazásban**

című Ph.D. értekezéséhez

Témavezető:

Dr. Kovács Erzsébet CSc

egyetemi tanár

Budapest, 2022

© Szepesváry László

Tartalomjegyzék

Tartalomjegyzék.....	1
1. Kutatási előzmények és a téma indoklása	2
2. A felhasznált módszerek.....	4
2.1. Alkalmazási területek és felhasznált módszerek az életbiztosítási modellezésben	4
2.2. Alkalmazási területek és felhasznált módszerek a nem-életbiztosítási modellezésben.....	9
3. Az értekezés eredményei.....	13
3.1. Hozammodellezési megközelítések a pénzáram előrejelzésben és a hozamgarancia értékelése	13
3.2. Az IFRS 17-beli veszteségességi vizsgálat és a költségek modellezési lehetőségei a pénzáram előrejelzésben.....	16
3.3. Törlések és ügyfélviselkedési opciók modellezése, összefüggéseik vizsgálata más gazdasági és nem gazdasági változókkal.....	20
3.4. Nem-életbiztosítások károkozási valószínűségének modellezése különböző gépi algoritmusok segítségével.....	25
4. Főbb hivatkozások.....	31
5. A témakörrel kapcsolatos saját (ill. társszerzős) publikációk jegyzéke	32

1. Kutatási előzmények és a téma indoklása

Mindennapi életünkben jól ismerjük a kockázat és a biztosítás fogalmait. Banyár megfogalmazásában (különböző értelmező szótárak és tankönyvek alapján) „a kockázat valamely cselekvéssel, vállalkozással járó veszély, az anyagi veszteség, kár lehetősége”, avagy „a kockázat az a tendencia, hogy egy vizsgált folyamat tényleges kimenetelei különbözhetnek az előre várt kimenetelektől” (Banyár, 2016, pp. 60). A kockázatoknak többféle kezelési lehetősége adódik, ilyenek például a kockázat kerülése, a kár megelőzése, a pénzügyi tartalék képzése vagy a kockázatra vonatkozó biztosítási szerződés kötése (Banyár, 2016). A nagy számok törvénye miatt a biztosító által vállalt kockázat (sok viszonylag kis kockázat összege) sokkal jobban előrejelezhető, mint az egyéni kockázat, a biztosító kockázata nagy valószínűséggel közel esik annak várható értékéhez (Ohlsson & Johansson, 2010). Ez alapján a biztosítás definiálható, mint „a kockázatkezelés kooperatív stratégiája, melyet az érintettek veszélyközösség szervezése útján valósítanak meg” (Banyár, 2016, pp. 66). A biztosítási szerződés által a gazdasági kockázatot a biztosítás szerződőjétől a biztosító társaság vállalja át (Ohlsson & Johansson, 2010).

A biztosítások számos szempont szerint csoportosíthatók (lásd például (Banyár, 2016)). Az értekezés szempontjából az élet- és a nem-életbiztosításokat különítjük el egymástól. Életbiztosításról akkor beszélünk, ha az tartalmaz a biztosított életben lététől függő biztosítási eseményt (tehát a halál bekövetkezését vagy be nem következését). Az életbiztosítások sok esetben hosszú távú, sokéves szerződések. A nem-életbiztosítások nem tartalmazzak életben lététől függő biztosítási eseményt. Ide tartoznak többek közt a vagyon- és felelősségbiztosítások, de a személybiztosítások közül a baleset- és betegségbiztosítások is. A nem-életbiztosítások jellemzően rövid, általában egy éves időtávra szólnak (ami nem jelenti azt, hogy annak leteltével automatikusan nem hosszabbodhat meg a biztosítási kockázatvállalás).

A biztosítás egy nagyon komplex pénzügyi termék, aminek árazása és az értékesítés utáni pénzügyi kezelése (pl. a tartalékok számítása) speciális technikákat kíván. Az ezzel foglalkozó tudományág az aktuáriustudomány, más szóval biztosításmatematika.

Az utóbbi évtizedekben az átvállalt kockázathoz kapcsolt pénzügyi termékek, a biztosítási konstrukciók mind az élet-, mind a nem-életbiztosítások esetén gyökeres átalakuláson mentek keresztül. A kockázatok felmérése egyre összetettebb modellek segítségével kezdett

megvalósulni, aminek révén létrejöttek az újszerű biztosítási termékek. A kockázati szemléletmód átalakulásához a módszertani és informatikai háttér fejlődése is elengedhetetlen volt, ami a modern aktuáriustudományok megszületését hozta magával. A hagyományosnak tekinthető biztosításmatematikai módszerek napjainkra számos olyan újszerű feladatkörrel egészültek ki, melyeknek egyrészt fontos alappillére a sokrétű statisztikai és modellezési módszertan, másrészt a gyakorlati megvalósításhoz a nagyméretű adathalmazok és számításgépes algoritmusok miatt hasonlóan fontos építőköve a megfelelő informatikai háttér is. Ezek az eljárások magukba foglalják az összetett kockázatok árazását, de ezen túlmenően a biztosítási fedezetvállalással összefüggő bizonytalan jövőbeli pénzmozgások (cash flow-k) modellezését is, ami a modern tartalékszámítás alapja. Több szabályozói rezsim is kialakításra került az utóbbi bő egy évtizedben, amik szorosan összekapcsolódnak az újszerű szemléletmóddal, ilyen például a Szolvencia II, a kockázatok valós természetén alapuló tőkekövetelmény keretrendszere, avagy az IFRS 17 a biztosítási szerződések komplex szabványa.

Az értekezés célja mindkét biztosítási ág esetén a vázolt folyamatok bemutatása, amik elvezettek az új szemlélethez, továbbá a modern aktuáriustudomány néhány területén új eredményeket alkotni. A dolgozat logikai fonalát végigkíséri a módszertan ismertetése és annak gépi megvalósítása, e két terület biztosításmatematikában összeérő szimbiózisának egyes szeleteit dolgozza fel az értekezés.

Az értekezés az élet- és a nem-életbiztosítások vonatkozó kapcsolódási területei közül vonja vizsgálat alá az alábbi kutatási témákat. Az életbiztosítások esetén az elsődlegesen vizsgált téma a modern cash flow modellezés, annak alkalmazásai, továbbá bizonyos módszertani vonatkozásai (pl. a befektetési hozamok, a költségek, a halandóság, az ügyfélviselkedés modellezési technikái), mindezeknél szem előtt tartva az informatikai megvalósítást is. Monte Carlo szimulációk, idősorelemzési és más speciális statisztikai eljárások és részletes érzékenységvizsgálati elemzések is alkalmazásra kerülnek. A nem-életbiztosítások esetén a modern díjszámítás releváns kihívásai kerülnek górcső alá, különböző statisztikai és gépi tanulási algoritmusok (általánosított lineáris modell, döntési fák és véletlen erdők, neurális hálók) biztosítási károk modellezésére kerülnek alkalmazásra.

2. A felhasznált módszerek

A számítógépek és a speciális szoftverek térnyerésével, valamint a statisztikai módszertani tárház ezzel összefüggő bővülésével új kapuk nyíltak ki az utóbbi évtizedekben az aktuáriusi modellezésben. A teljesség igénye nélkül akár a sztochasztikus szimulációk használata (lásd például (Bølviken, 2014)), akár a gépi tanulási technikák alkalmazása (lásd például (Frees, Meyers, & Derrig, 2016)) és számos más speciális statisztikai módszer használata részévé vált a biztosításmatematikai módszereknek. Fontos megjegyezni, hogy adott esetben akár külön szakterületek is kifejlődtek a statisztikán belül az aktuáriustudományok részeként. Ilyen például az életbiztosítások esetén a halandóság előrejelzése (lásd például (Vékás, 2019)). Az aktuáriustudományok fejlődését nem csak a kutatók tudásvágya motiválta, hanem jellemzően inkább a szakma új kihívásai, a változó környezet és a növekvő versenyhelyzet generálta azt.

Az értekezésnek nem célja az összes napjainkban ismert életbiztosítási aktuáriusi módszer áttekintése, ez jószerivel összefoghatatlan mértékű tudásanyagot ölelne fel. Általánosságban a dolgozat releváns aktuáriusi feladatok megoldásán keresztül veti fel a kutatási hipotéziseket és azok módszertani vonatkozásait és kidolgozásait.

2.1. Alkalmazási területek és felhasznált módszerek az életbiztosítási modellezésben

Az életbiztosítások kapcsán a cash flow modellezés területe az értekezés központi témája. Ez a szakterület minden olyan alkalmazást magába foglal, ami egy életbiztosítási szerződéshez vagy szerződéscsoporthoz közvetlenül vagy közvetve kapcsolódó jövőbeli pénzáramoknak az előrejelzésén alapszik.

Az értekezés a cash flow modellezés alábbi alkalmazási területeit mutatja be részletesebben:

- **Profitteszt.** A profitteszt a pénzügyekből ismert vállalat-, illetve üzletértékelési módszeren, a nettó jelenérték technikán alapul (Banyár, 2016). Kicsit konkrétan a profitteszt célja egy új szerződéshez kapcsolódó becsült jövőbeli pénzáramok alapján a megfelelő díj-, illetve profitabilitási szint kalibrálása, ezáltal a modern díjszámítás fontos eszköze.
- **Szolvencia II.** A 2016.01.01-vel hatályba lépett EU-szintű szabályozás a kockázatok valós természetén alapuló tőkekövetelmény keretrendszerét szolgáltatja a biztosítók számára. A kapcsolódó szavatolótőke-szükségletet úgy kell meghatározni, hogy egy

éves időtávon legalább 99,5%-os valószínűséggel pénzügyi kötelezettségeit teljesíteni tudja a biztosító (2009/138/EK). Ez a definíció a *kockázatosított érték* (angolul *Value at Risk*, röviden *VaR*) fogalmához vezet (lásd például (Csóka, 2003)). A szavatolótőke-szükséglet számítása történhet az úgynevezett Sztenderd formula segítségével (egy olyan szabályrendszer, ami a különböző kockázati modulok szavatolótőke igényére és azok összegzési módjára ad számítási szabályt), vagy történhet belső modell segítségével (a kockázatok eloszlása és azok összefüggései alapján kalibrálva a tőkekövetelményt a 99,5%-os biztonsági szinthez). A szavatolótőke-szükségletnek a szavatoló tőke figyelembe vehető részének kell fedezetül szolgálnia. A szavatoló tőke az alapvető szavatoló tőke és a kiegészítő szavatoló tőke összege (2009/138/EK, 87. cikk), a tőkeelemek figyelembe vehetőségét az irányelv definiálja (2009/138/EK, 98. cikk). Az alapvető szavatoló tőke az eszközök forrásokat meghaladó többlete, kiegészítve az alárendelt kölcsöntőkével (2009/138/EK, 88. cikk). Az eszközöket piaci értéken kell értékelni, a források közé tartozó biztosítástechnikai tartalékokat pedig az alábbiak szerint. A biztosítástechnikai tartalék az úgynevezett legjobb becslés és a kockázati ráhagyás összege. (2009/138/EK, 87. cikk) szerint a legjobb becslés a biztosítási szerződésekhez kapcsolódó jövőbeni pénzáramok valószínűséggel súlyozott átlagának felel meg, figyelembe véve a pénz időértékét. A legjobb becslést időszerű és hiteles információkra, valamint realiztikus feltevésekre támaszkodva, megfelelő, alkalmas és releváns aktuáriusi és statisztikai módszerekkel kell kiszámítani. A legjobb becslés elkészítéséhez aktuáriusi cash flow modell felírására van szükség.

- **IFRS 17.** 2022. január 1-től hatályos az IFRS 17, a biztosítási szerződések új számviteli szabványa. Az újszerű számviteli alapok erős aktuáriusi bázisra építkeznek, melynek egyik központi pillére a jövőbeli cash flow-k modellezése. A szabvány definiálja a *szerződés-teljesítési pénzáram* (angolul: *fulfilled cash flow*) fogalmát, ami nem más, mint egyrészt az előrejelzett jövőbeli cash flow-k, másrészt azok kiigazítása a diszkont rátán keresztül a pénz időértéke és a pénzáramokban rejlő pénzügyi kockázatok miatt, továbbá a *nem pénzügyi kockázatokhoz kapcsolódó kockázati kiigazítás* (angolul: *Risk adjustment for non-financial risk*, röviden *Risk adjustment* vagy *RA*), valamint a *szerződéses szolgáltatási marzs* (angolul: *contractual service margin*, röviden *CSM*). A CSM marzs a jövőbeli biztosítási szolgáltatás nyújtásából adódó, még nem realizált, várható profitot reprezentálja (IFRS 17, 38. cikk). Az IFRS 17 kalkulációk magukban foglalnak egy implicit profittesztet, az úgynevezett *veszteségeségi vizsgálatot* (angolul *onerous test*), ami a szerződések csoportosításához szükséges. Fontos különbség rajzolódik ki a veszteséges és nem veszteséges szerződések vonatkozásában. Az (IFRS

17, 47. cikk) alapján, amennyiben a kezdeti megjelenítéskor a szerződés-teljesítési pénzáramok alapján számolt mennyiség összességében ráfordítást jelent a biztosítónak, azaz a veszteséges szerződések csoportjai esetén, a várható veszteség egyből megjelenítendő az eredménykimutatásban, a CSM marzs pedig 0 lesz. Előbbi veszteséget *veszteségkomponensnek* (angolul: *loss component*, röviden *LC*) nevezi a szabvány (IFRS 17, 49. cikk). Aszimmetrikus helyzetet okoz, hogy a kezdeti megjelenítéskor a veszteséges szerződés csoportok esetén a várható veszteség egyből megjelenik az eredménykimutatásban, míg a nyereséges szerződés csoportok esetén a profit csak hosszabb távon, a fedezet lefutásával arányosan realizálódik.

Az értekezés sorra veszi a cash flow modell változóit, melyik közül a legfontosabbak:

- Ügyfelek által befizetett díjak,
- Szolgáltatási kifizetések az ügyfelek részére,
- A biztosítási kötelezettségek teljesítésével összefüggő összes költség,
- A biztosító és a közvetítők közötti pénzáramlások,
- Számviteli biztosítástechnikai tartalékok és elhatárolt szerzési költségek változásai,
- Befektetésekből adódó bevételek és ráfordítások,
- Viszontbiztosítással kapcsolatos pénzmozgások,
- Adófizetési kötelezettségek,
- Nem biztosítástechnikai és egyéb tételek.

Az értekezés továbbá sorra veszi a későbbi hipotézisek szempontjából legfontosabb gazdasági és nem gazdasági tényezőket, melyek a pénzáramok időbeliségét, nagyságát, és valószínűségét befolyásolhatják:

- Halandóság,
- Szerződés megszüntetése (törlése), valamint más opciós jogok lehívása,
- Jövőbeli befektetési hozamok (milyen hozamot termelnek a biztosító befektetése, és milyen mértékben részesedek ebből az ügyfelek, ami a szolgáltatásukat növeli),
- Jövőbeli költségek és infláció,
- Illetve a változók kapcsolatrendszer, összefüggőségeik.

A bemutatott modellelemek és alkalmazási területekhez kapcsolódóan állít fel kutatási hipotéziseket az értekezés életbiztosításokról szóló szakasza, melyek bizonyítása sok esetben empirikus adatok elemzése alapján történik.

Az elemzések, hipotézisek vizsgálatához bemutatott esettanulmányok során felhasznált legfontosabb módszertani technikák az alábbiak.

- **Monte Carlo szimulációk használata.** Sokváltozós összefüggő rendszerből adódó pénzáramok jelenértékének eloszlásának, vagy akár a várható értékének a meghatározása explicit matematikai formulákkal nagyon nehéz feladat lehet. Ilyen esetekben szokás Monte Carlo szimulációk segítségével közelíteni a kívánt eloszlást vagy annak valamilyen kapcsolódó mutatóját. A statisztikából ismert Glivenko tétel alapján, ha a minta elemszáma tart a végtelenbe, akkor a tapasztalati eloszlásfüggvény 1-valószínűséggel egyenletesen konvergál a valódi eloszlásfüggvényhez (Tucker, 1959). A Monte Carlo szimulációk lényege éppen az előbbi, véletlen szám generálás alkalmazásával kellően nagy számú realizációt állítanak elő a vizsgált eloszlásból, majd a szimulált minta alapján lesz becsülhető akár az eloszlás, akár azzal kapcsolatos bizonyos mutatók, mint például a várható érték (lásd például (Bølviken, 2014)). A befektetési hozamok modellezése és a kamatláb garancia értékelése kapcsán kerül alkalmazásra az értekezésben a Monte Carlo szimulációs technika.
- **Idősorelemzési módszerek használata, Granger-okság vizsgálata.** Többváltozós idősorok esetén vektorautoregresszív (VAR) modellek illesztését és az ok-okozati összefüggés vizsgálatára a Granger-okság fogalmát használja az értekezés (lásd például (Kirchgässner, Wolters, & Hassler, 2013)).

Két endogén változó, X_t és Y_t idősorok esetén k maximális késleltetésszám esetén az (1) egyenlet írja le a VAR modellt (α, β együtthatók konstansok, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ a hibatag változók, feltételezés szerint fehér zajok, t pedig az idő paraméter).

$$\begin{aligned} X_t &= \alpha_0 + \alpha_{1,1}X_{t-1} + \dots + \alpha_{1,k}X_{t-k} + \alpha_{2,1}Y_{t-1} + \dots + \alpha_{2,k}Y_{t-k} + \varepsilon_{1,t} \\ Y_t &= \beta_0 + \beta_{1,1}X_{t-1} + \dots + \beta_{1,k}X_{t-k} + \beta_{2,1}Y_{t-1} + \dots + \beta_{2,k}Y_{t-k} + \varepsilon_{2,t} \end{aligned} \quad (1)$$

A Granger okság definíciója szerint Y_t Granger oka az X_t -nek, ha az X_t -re felírt egyenletben Y_t idősor késleltetett értékei szignifikáns hatással vannak X_t értékére (nem nullák az együtthatói), tehát Y_t múltja tartalmaz magyarázó erőt X_t jelenjére. A definíció nem zárja ki azt sem, hogy egy változó saját magára vett Granger okságát vizsgáljuk.

A Granger okság vizsgálatához szükséges, hogy X_t és Y_t idősorok stacionáriusak legyenek (várható értékük és varianciájuk konstans legyen, autokovariancia függvényük pedig csak a megfigyelések távolságától függjön, időben legyen állandó). A stacionaritás a kibővített Dickey-Fuller teszt segítségével kerülhet vizsgálatra, a teszt nullhipotézise, hogy az idősor nem stacionárius. A VAR modell illesztéséhez a legkisebb négyzetek módszerével megbecsülhetők az együtthatók. Végül a Granger-okság vizsgálata F-próba alapján végezhető, amivel tesztelhető a nullhipotézis, hogy

például az (1) egyenletben az Y_t összes késleltetett értékének nulla-e az együtthatója X_t becslésében. Ha a teszt nullhipotézise elfogadható, az pont azt jelenti, hogy Y_t nem Granger oka X_t -nek. Biztosítások törlési rátái kapcsán felállított hipotézisek esetén kerül alkalmazásra a Granger-okság fogalma az értekezésben.

- **Többsváltozós statisztikai módszerek használata** (k -közép klaszterezés, túlélési modellek).

A k -közép klaszterezés lényege, hogy a kiválasztott változók által alkotott térben alakítson ki a módszer k darab klaszterközéppontot, majd az egyes megfigyeléseket egy definiált távolság alapján a legközelebb eső klaszterközépponthoz besorolva, k osztályba lehessen besorolni a megfigyeléseket. A klaszterközéppontok koordinátái alapján lehet következtetéseket levonni az adott csoport tulajdonságairól. Részletesebben lásd például (Kovács, 2011) könyvében. A klaszterezés a biztosítások törlésének vizsgálata kapcsán, a szerződéscsoportok klasszifikációja kapcsán kerül előtérbe az értekezésben.

Szintén a törlések modellezése kapcsán kerülnek bemutatásra az úgynevezett túlélési (survival) modellek. Jelölje T azt a valószínűségi változót, ami azt méri, hogy hány hónap telik el a szerződés megkötésétől az esetleges törléséig. A $G(t) = P(T \geq t)$ képlettel definiált függvényt nevezik túlélési függvénynek, ami az egyes t időpontokhoz azt a valószínűséget adja meg, hogy legalább t hónapig életben volt a szerződés. A két legismertebb túlélési modell a Kaplan-Meier becslés és a Cox-regresszió. Előbbi magyarázó változók nélkül, utóbbi magyarázó változók bevonásával becsli a túlélésfüggvényt. (Részletesebben lásd például (Vékás, 2011)).

- **Érzékenységvizsgálati technikák és dinamikus aktuáriusi modellezés.** A modern aktuáriusi modellezésnek, a profitteszteknek gyakori része az érzékenységvizsgálati technikák alkalmazása. Az elemzésekben továbbá több esetben dinamikus modellezési technikák kerülnek alkalmazásra (részletesebben lásd a következő szakaszban a hipotézisek kapcsán).

Az említett felhasznált technikákon túl az értekezés a módszertani tárház lehetséges további elemeit is rendszerezi, releváns szakirodalmi feldolgozással mint az elmélet, mind az alkalmazás szempontjából.

2.2. Alkalmazási területek és felhasznált módszerek a nem-életbiztosítási modellezésben

Az értekezés a nem-életbiztosítások kapcsán az adatelemzésen alapuló modern díjszámítás (árazás) kérdéskörével foglalkozik, ezen belül is fő célként annak vizsgálatát tűzi ki, hogy egyes mesterséges intelligencián alapuló gépi tanulási algoritmusok segítségével lehetséges-e a kockázatok valós természetéhez jobban illeszkedő modellt készíteni, mint a már széles körben elterjedt többváltozós statisztikai módszerek, mint például az általánosított lineáris modell segítségével.

Az értekezés bemutatja azt a folyamatot a nem-életbiztosítások esetén, ami termékkonstrukciók összetettségének fejlődéséhez és a kockázati struktúra szerinti differenciált díjtarifa kialakulásához vezetett.

A modern díjszámítás lényege, hogy az Y korrigált függő változót (ami lehet például a kárgyakoriság vagy az átlagkár) az $X = (X_1, X_2, \dots, X_p)$ árazási faktorok (megfigyelési egységek különböző tulajdonságait tartalmazó magyarázó változók) segítségével modellezzük. Azaz a statisztikai elemzés célja olyan f függvénykapcsolat megtalálása, amivel az $Y = f(X)$ káralakulás jól magyarázható. Az árazási faktorok lehetnek a szerződő különböző tulajdonságai (például kora, lakhelye, bonus-malus besorolása), a biztosított objektum különböző tulajdonságai (például gépjármű teljesítménye, gyártmánya stb.).

A modern nem-életbiztosítási díjszámítás esetén nagyon gyakran a következő formulával határozzák meg a nettó díjat (lásd például (Ohlsson & Johansson, 2010), (Frees, Meyers & Derrig, 2016)):

$$\text{Nettó díj} = \text{Kárgyakoriság} \cdot \text{Átlagkár}. \quad (2)$$

A formulát úgy kell érteni, hogy két statisztikai modell kerül felépítésre, az egyik a kárgyakoriságra, a másik az átlagkára, mint két korrigált függő változóra, majd a modellekből megfigyelési egységenként adódó várható kárgyakoriság és várható átlagkár értékek szorzata adja a nettó díj értékét.

Az $Y = f(X)$ függvénykapcsolat modellezésére az alábbi technikák kerülnek alkalmazásra az értekezésben. A statisztikai modellépítéshez adott n darab megfigyelés esetén X és Y változók értékeit jelöljék y_i ($i = 1, \dots, n$) és $x_{i,j}$ ($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, p$).

- **Általánosított lineáris modell (GLM).** Alapegyenlete az alábbi:

$$y_i = \mu_i + \varepsilon_i, \quad E(y_i) = \mu_i, \quad g(\mu_i) = \sum_{j=1}^p b_j x_{i,j}, \quad (i = 1, \dots, n). \quad (3)$$

A g függvényt link függvénynek szokás nevezni, g feltételezés szerint differenciálható és monoton függvény, y_i eloszlása pedig feltételezés szerint az exponenciális eloszláscsaládhoz tartozik, és a megfigyelt y_i ($i = 1, \dots, n$) mennyiségek továbbá függetlenek. Részletesebben lásd (Gray & Kovács, 2001).

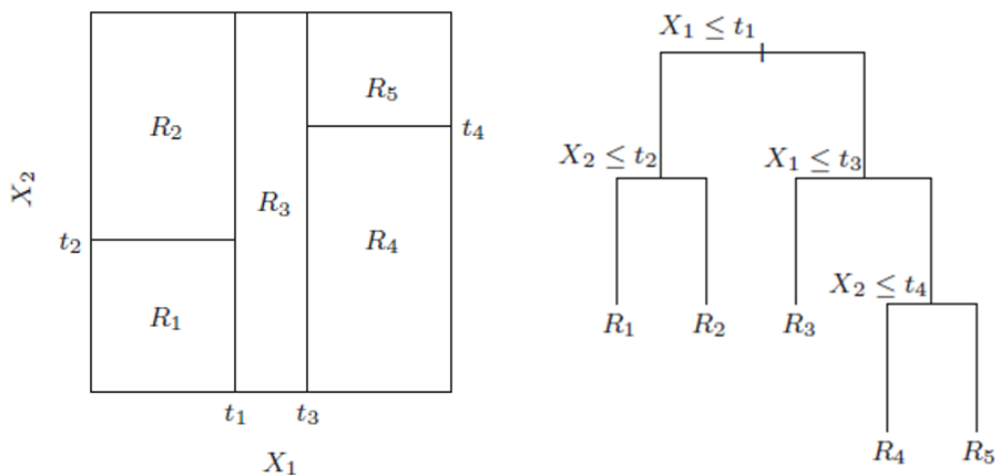
Nagyon fontos a GLM modellek esetében a link függvényre vonatkozó feltételezés. Ohlsson és Johansson kiemelik, hogy multiplikatív modell feltevés esetén a logaritmusos link függvényt (log-link, $g(\mu_i) = \log(\mu_i)$), lineáris modellek esetén az identitás link függvényt $g(\mu_i) = \mu_i$, arányok vagy valószínűségek esetében a logit-link függvény $g(\mu_i) = \log\left(\frac{\mu_i}{1-\mu_i}\right)$ használják gyakran (Ohlsson & Johansson, 2010).

A GLM modellek esetén a b_j ($j = 1, \dots, p$) paraméterek becslése maximum likelihood elven történik, a feltételezett exponenciális eloszláscsaládba tartozó eloszlás sűrűségfüggvénye alapján. A log-likelihood maximalizálása jellemzően numerikus módszerekkel végezhető el, például a Newton-Raphson módszerrel (lásd például (Ohlsson & Johansson, 2010)). A maximum likelihood becslés elkészülte után az egyes magyarázó változók b_j együtthatói kapcsán tesztelhető azok szignifikanciája: a Wald-tesztstatisztika segítségével vizsgálható a $b_j = 0$ nullhipotézis. Manapság a modellillesztést és a kapcsolódó számításokat szinte kizárólag számítógépes programcsomagok (pl. R, SPSS) felhasználásával készítik a valós adatokon történő alkalmazás során. A különböző modellek összehasonlítására gyakran használt mutató a deviancia.

- **Döntési fák és véletlen erdők.** A döntési fák népszerű és egyszerűen megvalósítható gépi tanulási algoritmusként szolgálnak, mely alkalmas lehet nem-lineáris struktúrák feltérképezésére. A *klasszifikációs és regressziós fák* (angolul: *classification and regression trees*, röviden CART) matematikai modelljét tekinti át az értekezés (Hastie, Tibshirani & Friedman, 2009) módszertani könyve alapján.

A regressziós fák esetén az Y eredményváltozó folytonos változó, a klasszifikációs fák esetén pedig kategorikus változó. Mindkét esetben a cél az $X = (X_1, X_2, \dots, X_p)$ magyarázó változók terét particionálni $X_i \leq s_{i,j}$ és $X_i > s_{i,j}$ szerinti vágások sorozatával ($s_{i,j}$ jelöli az i -edik magyarázó változóra vonatkozó j -edik vágást), és a kialakuló partíciókon belül a függő változó értékeit konstansként megbecsülni úgy, hogy egy választott célfüggvény alapján minél kisebb legyen a függő változó n megfigyelt értékére a valós (y_i ($i = 1, \dots, n$)) és a becslt (\hat{y}_i ($i = 1, \dots, n$)) értékek eltérése. A magyarázó változók megfigyelt értékeit jelölje a $x_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,p})$, $i =$

1, ..., n . Az 1. ábra mutatja be egy kétdimenziós magyarázó tér esetén a döntési fa sematikus struktúráját és az általa partíciónált teret.



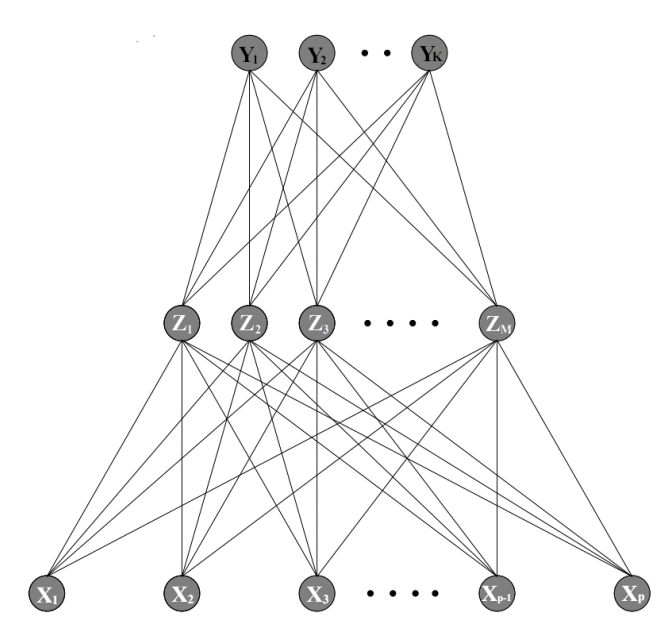
1. ábra: A döntési fa sematikus struktúrája és a partíciónált tér.

Forrás: (Hastie, Tibshirani & Friedman, 2009)

A véletlen erdők úgynevezett *bootstrap aggregálási* (angolul: *bootstrap aggregation*, röviden *bagging*) eljárás a klasszifikációs és regressziós fák módszerére építve. Ennek lényege, hogy az eredeti tanító mintából véletlen alminták készülnek nagyobb számban, ezeken tanul egymás után az algoritmus, majd a betanított modellek átlagolásával adódik a végső modell, amivel a becslés varianciája nagy mértékben csökkenthető (Hastie, Tibshirani & Friedman, 2009).

- **Neurális háló.** Az úgynevezett *mesterséges neurális háló*, vagy röviden *neurális háló*, kialakulásának alapgondolata abból a megfontolásból származik, hogy az emberi agy teljesen másképp tanul és cselekszik, mint egy hagyományos számítógép. Ahogy az emberi agyban lévő neuronok komplex hálózatot képeznek, ehhez hasonló struktúrát épít fel a mesterséges neurális háló modellje is. A neurális háló is egy tanulási folyamattal fejlődnek, és további hasonlóság, hogy a neuronok közti kapcsolatok tárolják a rendszer tudását (Hajek, 2005).

Manapság a leggyakrabban alkalmazott neurális háló modell a *többrétegű perceptron hálózatok* (angolul *multi-layer perceptrons*, röviden *MLP*). Népszerű tanítási eljárásuk a *visszaterjesztési algoritmus* (angolul: *back-propagation*), ami a gradiens-ereszkedésen alapszik.



2. ábra: Egy rejtett rétegű neurális hálózat sematikus ábrája.
 Forrás: (Hastie, Tibshirani & Friedman, 2009)

A 2. ábrán látható az egy rejtett rétegű neurális hálózat sematikus gráfja. Az alsó réteg a bemeneti réteg, $X = (X_1, X_2, \dots, X_p)$ input (magyarázó) változók, aminek a megfigyelt n számú megfigyelés esetén a konkrét értékei $x_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,p}), i = 1, \dots, n$. A középső réteg a rejtett réteg, melyet M számú látens, származtatott változó alkot. A bemeneti és a rejtett réteg változói közti kapcsolat az alábbi képlettel írható le:

$$Z_m = \sigma(\alpha_{0m} + \alpha'_m X), \quad m = 1, \dots, M, \quad (4)$$

ahol az α értékek súly-paraméterek, $\sigma(v)$ pedig az úgynevezett aktivációs függvény. A felső réteg a kimeneti réteg $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_K)$. Regressziós modellezés (folytonos output változó) esetén jellemzően $K = 1$ használatos, klasszifikációs modellezés esetén pedig jellemzően a csoportok számával megegyező kimeneti változó, ahol Y_k ($k = 1, \dots, K$) a 0 – 1 értékű indikátora a k -adik csoportnak (Hastie, Tibshirani és Friedman, 2009).

A kimeneti réteg és a rejtett réteg közti kapcsolat az alábbi képletekkel írható le:

$$\begin{aligned} T_k &= \beta_{0k} + \beta'_k Z, \quad k = 1, \dots, K, \\ Y_k &= f_k(X) = g_k(T), \quad k = 1, \dots, K, \end{aligned} \quad (5)$$

ahol $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_M)$, $T = (T_1, T_2, \dots, T_K)$, a β értékek súly-paraméterek, $g_k(T)$ pedig transzformációs függvény a T outputra.

Regressziós modellek esetén gyakori a négyzetes eltérés hibafüggvény használata, klasszifikációs modellek esetén pedig gyakran a négyzetes eltérés vagy a kereszt-entropia hibafüggvény használatos.

3. Az értekezés eredményei

Röviden ismertetem a kutatási hipotéziseket és eredményeket. A vizsgált hipotézisek kivétel nélkül valamely saját vagy társszerzős publikációmon alapulnak, az értekezésben a tanulmányokat idézve kerülnek bemutatásra a kutatások.

3.1. Hozammodellezési megközelítések a pénzáram előrejelzésben és a hozamgarancia értékelése

Ezen alfejezet témája az életbiztosítási cash flow előrejelzéshez kapcsolódó jövőbeli hozamok egyes modellezési lehetőségeinek vizsgálata, valamint a hagyományos életbiztosítási termékekben alkalmazott hozamgarancia értékének elemzése. A téma általános ismertetése (kapcsolódó számviteli szabályok, jövőbeli kamatlábakra vonatkozó feltételezések, kamatlábmodellek, hozamgarancia értékelési módjai) mellett az alábbi hipotézis kerül felállításra:

- 1. Hipotézis:** sztochasztikus módszerek révén számszerűsíthetővé válik a technikai kamatláb által nyújtott garancia értéke, amely különösen az alacsony hozamkörnyezetben jelentős hatással lehet a kötelezettségek értékére.

A hipotézis igazolása egy saját kutatáson – publikáción alapuló esettanulmány segítségével történik (Szepesváry, 2015). A hipotézis a hagyományos életbiztosítások esetén vizsgálja a szerződésben foglalt kamatgarancia értékét, a számszerű vizsgálatok a Szolvencia 2 keretrendszerben történtek. A hagyományos életbiztosítások jellegzetes vonása a rögzített technikai kamatláb (i), amely egyfajta garantált hozamot jelent a díjtartalék befektetésére vonatkozóan. Ha az elért hozam meghaladja a technikai kamatot (többlethozam keletkezik), annak meghatározott részét a biztosító visszatéríti a szerződés alapján. A tanulmány kiemeli, hogy a technikai kamatláb által nyújtott garancia aszimmetrikus helyzetet hoz létre a biztosító és az ügyfél közt: ha a díjtartalékon elért hozam nem éri el a technikai kamatot, akkor a biztosítót terheli a veszteség, ellenben ha meghaladja azt, akkor a két fél megosztja a többleten (Szepesváry, 2015). A magyar számviteli szabályok szerint a hagyományos életbiztosítások díjtartaléka mögötti eszközök esetén könyv szerinti értékelést kell alkalmazni (192/2000. (XI. 24.) kormányrendelet, 2000). Értékpapíronként lehetséges a könyv szerinti értékek és hozamok nyilvántartása, és ezt kell a jövőbeli piaci várakozásokat is figyelembe véve előrejelezni. Továbbá mivel szükséges a kötelezettségek (tartalékok) eszközökkel való

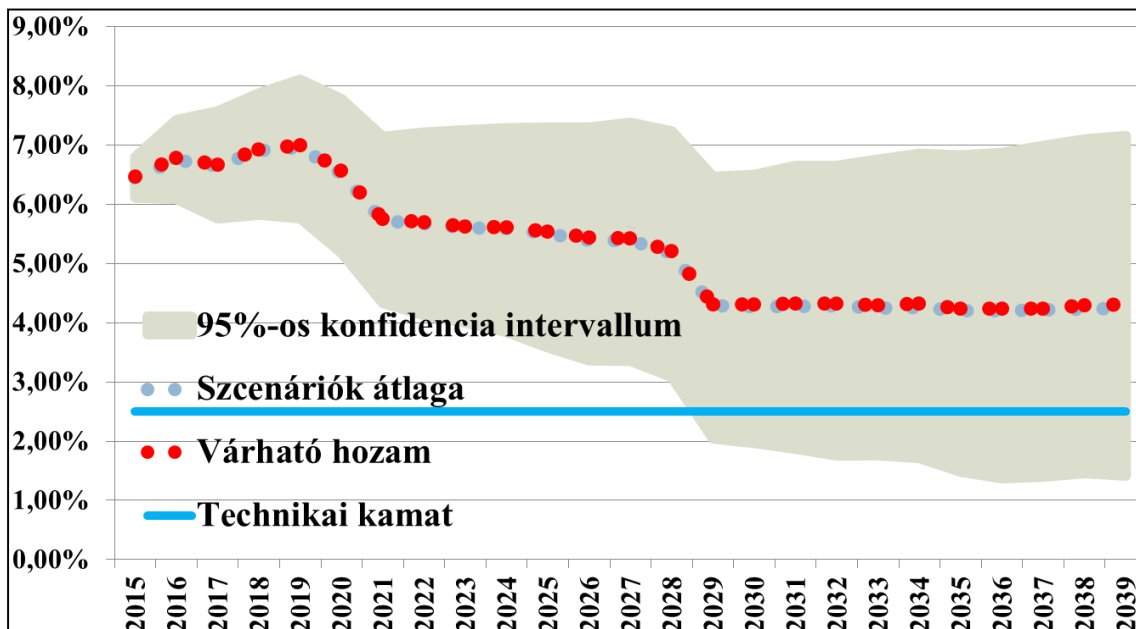
megfelelő fedezése a jövőre nézve is, ez az eszközök és források összevetésének előrejelzését is megköveteli (angol kifejezés szerint *Asset-liability matching*, ALM-ként szokás hivatkozni rá).

A tanulmányban három eltérő feltételezéseken alapuló szerződés- és díjtartalékukhoz tartozó eszközportfólió került vizsgálatra, és ezeken történt a modellezés (Szepesváry, 2015). A minták közti fő különbségek az eszközök és kötelezettségek lejárat szerkezetei, a technikai kamatláb mértéke és a pénznem. Egy 4 lépcsős folyamat alapján történt a vizsgálat:

- 1. Dinamikus ALM modell (determinisztikus hozammodell).** Az eljárás célja a jövőbeli várható számviteli hozamok meghatározása. A módszer először az értékeléskori eszközállomány és a kapcsolódó szerződésekhez tartozó díjtartalékok várható kifutását veti össze, figyelembe véve az eszköz és kötelezettség oldali várható pénzáramokat is. Ezek alapján a jövőre vonatkozóan dinamikus kiigazítást végez: a feltételezett jövőbeli hozamgörbe szerint kötvényt ad el vagy vesz az állomány tartalékváltozásai és pénzáramai alapján úgy, hogy egyfelől az eszközök teljes mértékben fedezzék a jövőbeli időpontokban is a várható tartalékokat, másfelől a likviditás is legyen biztosított a várt jövőbeli eszköz és kötelezettség oldali pénzáramoknak megfelelően. A modell outputját az előbbieket szerint képzett dinamikus eszközportfólió várható jövőbeli számviteli hozamai adják.
- 2. Eltérésváltozó az empirikus adatok alapján, Monte Carlo szimuláció a jövőbeli hozamokra (sztochasztikus hozammodell).** Itt válik szét a determinisztikus és sztochasztikus modell és jelenik meg a jövőbeli hozamok véletlenszerű változékonyságának jellege. Empirikus biztosítói eszköz- és hozam adatok alapján az került elemzésre, hogy egy hónap alatt az eszközportfólió hó eleji adatai alapján előrejelezhető számviteli hozamhoz képest a véletlenszerű változások miatt, a hónap végén kimutatott tényleges hozam milyen eloszlás szerint módosult. A becsült eloszlásból, mint egyfajta i . hónapra vonatkozó havi véletlenszerű eltérésből Monte Carlo módszerrel független havi hibtagok kerültek szimulálásra (e_i), ami alapján pedig definiálható az értékelés időpontjától az i . hónap végéig tartó időszakra vonatkozó kumulált eltérés:

$$E_i = \sum_{j=1}^i e_j. \quad (6)$$

E_i -re vonatkozóan minta szimulálható, és ezen értékeket a dinamikus ALM modelltől adódó determinisztikus várható hozamokhoz adva előállnak a sztochasztikus hozamszenáriók (lásd például a 3. ábrán).



3. ábra Szimulált éves hozamok az 1. mintaportfólió esetén.

Forrás: (Szepesváry, 2015)

3. **A cash flow modell kiértékelése (determinisztikus és sztochasztikus hozammodell).** A determinisztikus hozammodellből adódó legjobb becslés (modellezett pénzáramok várható jelenértéke) az egy darab determinisztikus scenárión adódó várható jelenérték, a sztochasztikus hozammodell esetén pedig a szimulált scenáriókon külön-külön kiszámolt várható jelenértékek átlaga.
4. **A hozamgarancia vizsgálata.** Az alábbi két mutató kerül bevezetésre a hozamgarancia értékének számszerűsítésére

- a. „Szimulációs hatás (S). A sztochasztikus és determinisztikus hozammodell szerinti legjobb becslés különbsége. Azt számszerűsíti, hogy a hozamok véletlen ingadozását is modellezve mennyivel változik meg a kötelezettségek várható jelenértéke” (Szepesváry, 2015). Képlettel:

$$S = BE_S - BE_D = \frac{\sum_{s=1}^N \sum_{t=1}^n CF_t^s \cdot d_t}{N} - \sum_{t=1}^n CF_t \cdot d_t, \quad (7)$$

- b. „Hozamgarancia miatti veszteség (H). A díjtartalékon a technikai kamatot el nem érő hozamoknak a kiígért szintre történő kipótlásának várható jelenértéke a sztochasztikus hozamszenáriók alapján. Várhatóan ennyi olyan hozamot kell majd jóváírni a szerződésen a garancia aktívává válása miatt, amit nem termelt ki a befektetés” (Szepesváry, 2015). Képlettel:

$$H_S = \sum_{t=1}^n (V_{t-1} + N_t) \cdot \max(i - r_t^S, 0) \cdot d_t \quad (8)$$

$$H = \frac{\sum_{s=1}^N H_s}{N}$$

A képletekben a CF változók a különböző scenáriók pénzáramait jelentik, d_t a diszkontgörbe, n az időszakok száma, N a sztochasztikus scenáriók száma, r_t a jövőbeli számviteli hozamok vektora, $(V_{t-1} + N_t)$ pedig az adott hónap során befektetett összeg (díjtartalék).

Szerződés	Tartam (év)	Hátralévő év	Kezdeti biztosítási összeg	Díjtartalék (V)	Best estimate (BE)	H	H / BE	S / BE
1	10	3	1 000 000	840 512	889 844	0	0,00%	0,00%
2	10	5	1 000 000	503 327	533 030	0	0,00%	0,01%
3	15	10	1 500 000	457 020	438 935	0	0,00%	0,13%
4	25	20	2 500 000	404 088	239 699	1 821	0,76%	2,43%
5	30	25	3 000 000	391 658	193 557	4 223	2,18%	5,73%

1. táblázat: Az 1. mintaportfólió különböző szerződéseinek eredményei.

Forrás: (Szepesváry, 2015)

Különböző mintákon került kiértékelésre a hozamgarancia értéke (lásd például 1. táblázat), az értekezés kitér arra is, hogy milyen szempontok alapján lehet jelentősnek (materiálisnak) értékelni a hozamgarancia értékét. Bemutatásra kerülnek a hozamkörnyezet megváltozásának aspektusai. Az értekezésben részletesen bemutatott vizsgálatok igazolják az 1. hipotézist.

3.2. Az IFRS 17-beli veszteségességi vizsgálat és a költségek modellezési lehetőségei a pénzáram előrejelzésben

Ezen alfejezet témája az életbiztosítási cash flow előrejelzéshez kapcsolódó jövőbeli költségek egyes modellezési lehetőségeinek vizsgálata, valamint ennek kapcsolódása az IFRS 17 szabvány szerinti veszteségességi vizsgálatához. A téma általános ismertetése (életbiztosítások költségtípusai, klasszikus költség feltételezések, költségmodellezés a modern pénzáram előrejelzésekben, költségallokációs módszerek, infláció szerepe) mellett az alábbi hipotézis kerül felállításra:

- Hipotézis:** a veszteséges szerződéseknek jelentős kihatása van az IFRS 17-beli kezdeti megjelenítéskor a pénzügyi eredménnyel kapcsolatos mutatókra, ami optimalizálható a modell költségekre vonatkozó feltételezéseinek kalibrálásával vagy a díjkalkulációs és valóságbeli költségstruktúra hosszú távú konzisztenssé tételével.

A hipotézis igazolása egy saját kutatáson – publikáción alapuló esettanulmány segítségével történik (Szepesváry, 2019). A tanulmány empirikus biztosítói adatok elemzésével készült.

A következő költségallokációs módszerek kerülnek definiálásra (Szepesváry, 2019).

- **Darabarányos költségfelosztás:** a termékre eső összes előrejelzett költség szétosztásra kerül a jövőbeli projektált szerződésalmazra darabarányos módszerrel (azaz minden szerződés egyforma nagyságú költséget kap).
- **Díjarányos költségfelosztás:** az előbbi költségek az állománydíjjal arányosan kerülnek allokálásra az egyes szerződésekre.
- **Vegyes költségfelosztás:** a darabarányos- és díjarányos módszer egyvelege, aminél a darabarányos költségek arányának nevezett mutató adja meg, hogy az összes költségből mekkora részt tekintünk darabarányosnak, illetve ennek a komplementerét pedig díjarányosnak.

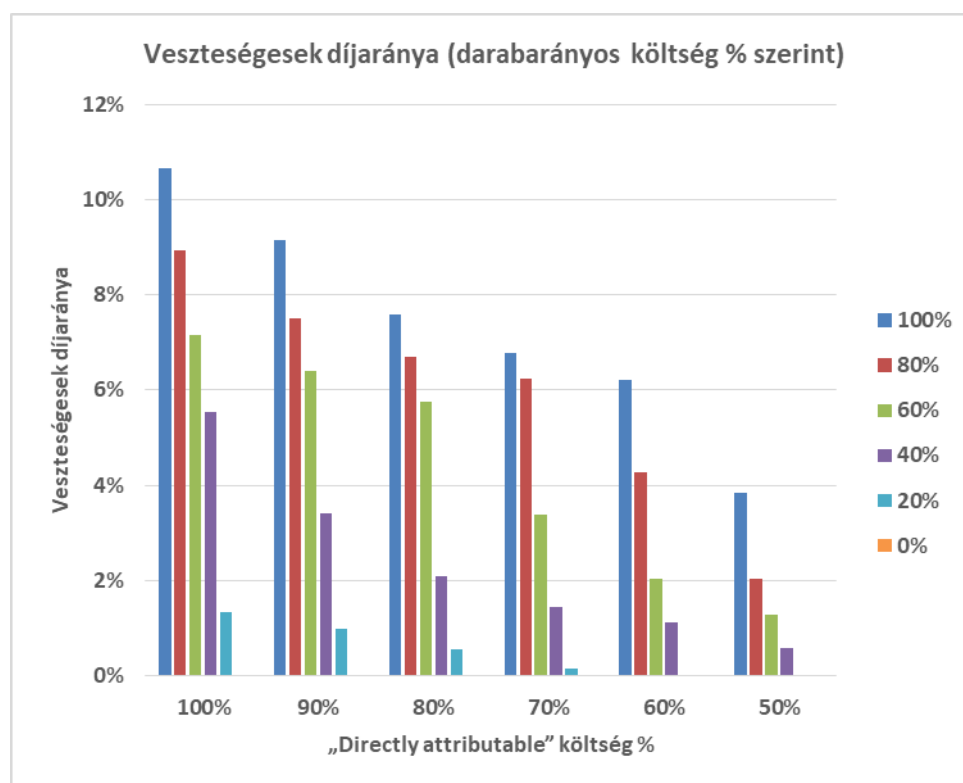
Az IFRS 17 keretrendszerbeli alkalmazáshoz fontos fogalmak még a *közvetlenül hozzákapcsolható* (angolul: *directly attributable*) és *nem-közvetlenül hozzákapcsolható* (angolul *non-directly attributable*) költségek. Az (IFRS17, B65 és B66 cikkek) alapján utóbbi kategóriába sorolható költségek nem részei a szerződés-teljesítési pénzáramoknak, így a veszteségességi vizsgálat kapcsán sem kell azokat figyelembe venni. A közvetlenül hozzákapcsolható költségek egy százalékos mutató segítségével vannak meghatározva a teljes költségvolumen arányában az idézett tanulmányban (Szepesváry, 2019).

Egy adott egyszeri díjas biztosítási termék, adott új szerzés mintájára mutatja be az értekezés a szerződésenkénti veszteségességi vizsgálat eredményét, és annak bizonyos következményeit az IFRS 17-beli kezdeti megjelenítéskor számolható mutatókra vonatkozóan. A *kezdeti megjelenítéskori* (angolul: *initial recognition*) profíteszt és a kezdeti szerződéses szolgáltatási marzs (CSM) számolás kerül részletes vizsgálatra. A kezdetben veszteséges és a kezdetben nem veszteséges halmazok szétválasztására fókuszál az értekezés, nem vizsgálja a későbbiekben szignifikáns valószínűséggel veszteségesé válás esetét. A megfelelő cash flow modellben meghatározásra kerültek szerződésenként a várt jövőbeli pénzáramok, amik diszkontálás és a kockázati kiigazítással való kiegészítés után válnak a kezdeti veszteségesség mérőszámává. Előbbi mennyiség előjele alapján végezhető el a veszteségességi csoportba sorolás.

A veszteségességi profil kapcsán a következő mutatók használtak a tanulmányban:

- **„CSM / LC¹ a díj arányában.** Egyszerűen fogalmazva a várható jövőbeli díjarányos profit / veszteség, tehát a profitabilitás mérőszáma egy adott szegmensre.
- **Veszteségek darabaránya.** Az adott szegmensnek darabarányosan mekkora része kerül veszteséges szerződés csoportba?
- **Veszteségek díjaránya.** Az adott szegmensnek díjarányosan mekkora része kerül veszteséges szerződés csoportba?
- **Kezdetben megjelenítendő veszteség a díj arányában.** A veszteséges szerződések miatt mekkora veszteséget kell az eredménykimutatásban megjeleníteni kezdetben, a díj arányában?
- **Kezdetben megjelenítendő veszteség a teljes CSM / LC arányában.** A veszteséges szerződések miatt mekkora veszteséget kell az eredménykimutatásban megjeleníteni kezdetben a teljes jövőbeli várható profit / veszteség arányában?” (Szepesváry, 2019)

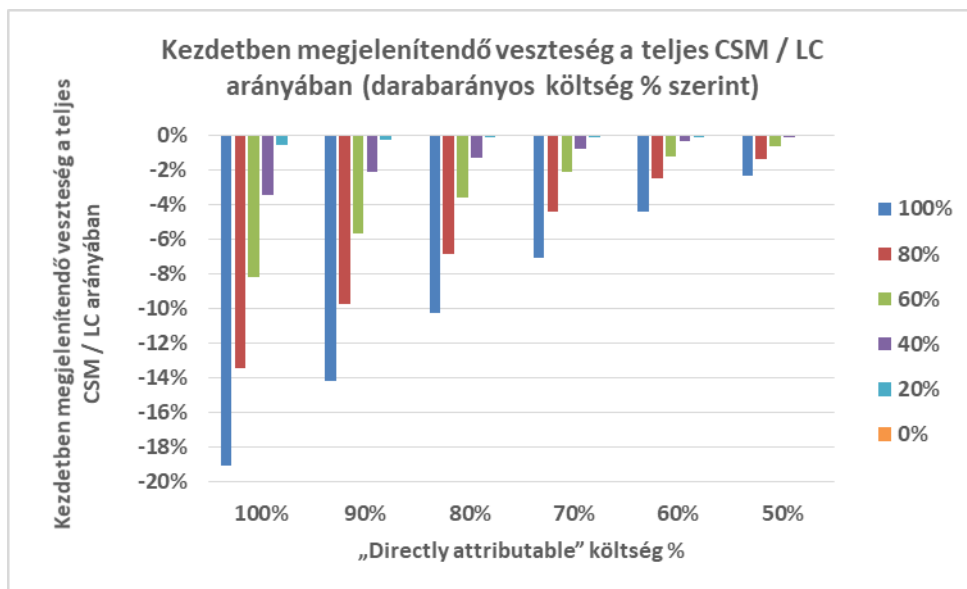
Ezen mutatók alkalmas mérőszámai az IFRS 17-beli veszteségességnek, az eredmények szemléltetésében és a kutatási hipotézis igazolásában is fontos szerepük van. A 4. és 5. ábrán láthatók a vizsgált mintán egyes mutatók értékei, a költségallokációs eljárás paramétereinek érzékenységvizsgálata szerint.



4. ábra: A veszteséges szerződések díjaránya különböző költségallokációs paraméterek esetén.

Forrás: (Szepesváry, 2019)

¹ Loss component, magyarul veszteségkomponens.



5. ábra: Kezdetben megjelenítendő veszteség különböző költségallokációs paraméterek esetén.

Forrás: (Szepesváry, 2019)

A 4. és 5. ábrák, valamint értekezésben részletesebben is bemutatott eredmények jól igazolják a felvetett hipotézis első részét, miszerint a veszteséges szerződéseknek jelentős kihatása lehet az IFRS 17-beli kezdeti megjelenítéskor a pénzügyi eredménnyel kapcsolatos mutatókra.

A költségekre vonatkozó érzékenységvizsgálatok alapozzák meg a vizsgált hipotézis második felét, miszerint az IFRS 17-beli veszteségességi profil és a kezdeti megjelenítéskori pénzügyi eredménnyel kapcsolatos mutatók optimalizálhatók a modell költségekre vonatkozó feltételezéseinek kalibrálásával. Az értekezés érvelése alapján a veszteségességi profil optimális állapotának elérése akkor lehetséges, ha a költségek valós szerkezete jól igazodik a díjkalkulációs költségszerkezethez. Mindez pedig egy nagyon komplex összefonódást követel meg hosszú távon a biztosító különböző területei és folyamatai közt: a költségek valós felmerülése és annak elméleti modellje összhangban kell legyen a díjkalkulációs elvekkel az optimális állapot eléréséhez.

A megfelelő költségallokációs modell módszertanának használata nem csupán a paraméterek kiválasztását jelenti, hanem azok alátámasztását is. „Ennek meghatározása értelemszerűen vállalat-specifikus feladat, és adatokkal, elemzéssel való alátámasztás lehet szükséges a cash flow modellben való alkalmazáshoz. A közvetlenül hozzárendelhető költségek aránya sok esetben inkább adottságnak tekinthető egy vállalat és költséghelyzet esetében, míg a

darabarányos és díjarányos költségfelosztásnál általában jelentős mérlegelési lehetősége van a vállalatnak a felosztási elvek tekintetében” (Szepesváry, 2019).

Kiemelésre kerül, hogy „a jelenlegi piaci gyakorlatban előfordulhat, hogy üzleti szempontok miatt egyes értékesített termékek bizonyos szerződesei veszteségesek lehetnek, amik erőteljesen befolyásolhatják az új számviteli standard pénzügyi mutatóit. Ennek felismerése és a szükséges vezetőségi lépések meghozatala központi jelentőségű lehet az IFRS 17 felkészülés kapcsán.” (Szepesváry, 2019).

A szakasz befejező részében további érzékenységvizsgálatok kerülnek bemutatásra, illetve a veszteségességi vizsgálat informatikai nehézségeinek lehetséges megoldási módszerei.

3.3. Törlések és ügyfélviselkedési opciók modellezése, összefüggéseik vizsgálata más gazdasági és nem gazdasági változókkal

Ezen alfejezet témája az életbiztosítási cash flow előrejelzéshez kapcsolódó jövőbeli ügyfélviselkedés egyes modellezési lehetőségeinek vizsgálata, valamint ennek összefüggéseinek elemzése különböző gazdasági és nem gazdasági változókkal. A téma általános ismertetése (ügyfélviselkedési opciók, törlések matematikai modellje és túlélési modellek, a törléseket befolyásoló legfontosabb külső és belső tényezők, dinamikus ügyfélviselkedés modellezési lehetőségei) mellett az alábbi hipotézisek kerülnek felállításra:

- 3. Hipotézis:** Hagyományos folyamatos díjas életbiztosítások esetén releváns biztosítói adatokból nem kimutatható, hogy ha a referencia hozamok meghaladják a technikai kamatláb értékét, akkor megnő a törlési ráta.
- 4. Hipotézis:** Befektetési fókuszú egyszeri díjas életbiztosítási konstrukciók esetén viszont kimutatható releváns biztosítói adatokból a külső vagy belső kamatkörnyezettől való függés. Ha más befektetési formák magasabb hozamot kínálnak, vagy az adott szerződésen belül csökken az elérhető kamat szintje, akkor az adott szerződés csoport tulajdonságaitól is függően megnőhetnek a törlési arányok.

A hipotézis igazolása egy saját kutatáson – publikáción alapuló esettanulmány segítségével történik (Szepesváry, 2022). Az értekezés szövegezésének lezárásakor a cikk benyújtott, elbírálásra váró státuszban volt, sikeres befogadás esetén a Hitelintézeti szemle folyóiratban jelenik meg 2022 júniusában. A tanulmány empirikus biztosítói adatok elemzésével készült.

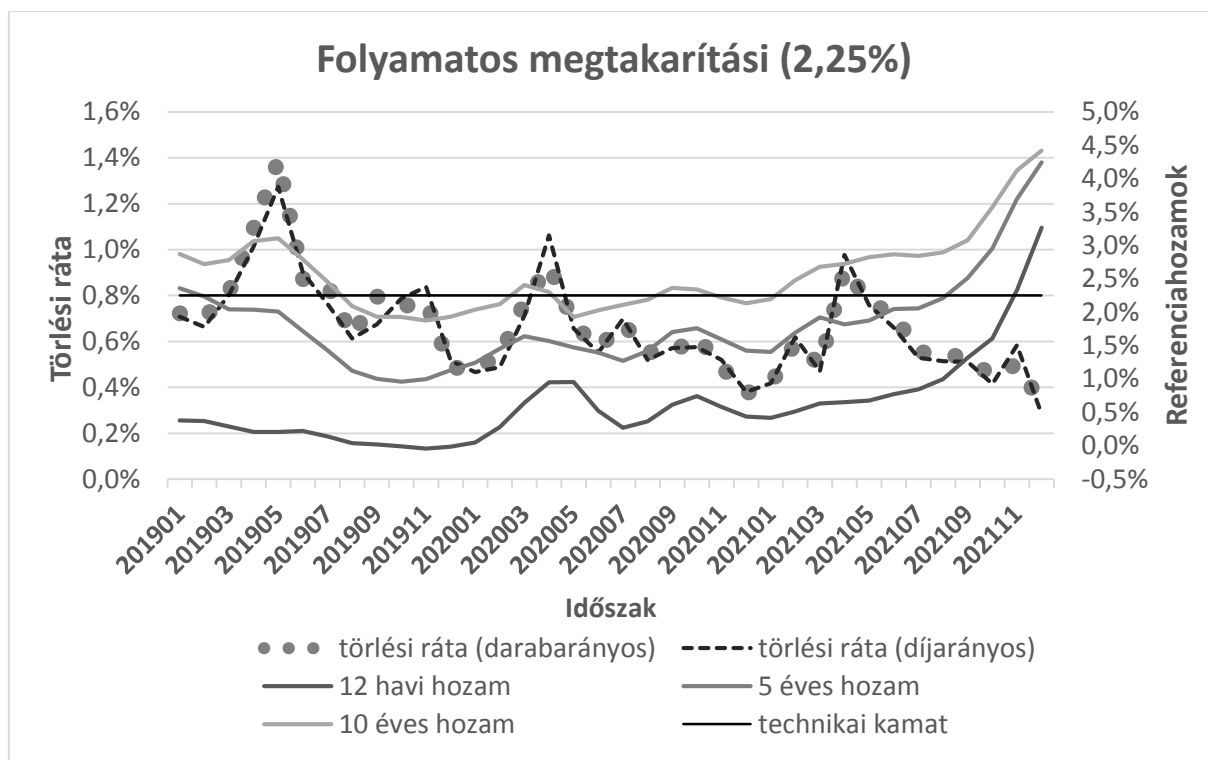
A tanulmány megtakarítási elemet is tartalmazó klasszikus egyszeri és folyamatos díjas életbiztosításokat vizsgál. A különböző termékek törlési rátáinak idősora kerül elemzésre külső, gazdasági és nem-gazdasági idősorokkal, eseményekkel összefüggésben: a hozam- és inflációs környezet változásai, illetve a COVID-19-hez kapcsolódó lezárások törlésekre vonatkozó hatásai a vizsgálatok főbb pontjai. A külső kamatkörnyezet az Államadósság Kezelő Központ (ÁKK) 1, 5 és 10 éves referenciahozamainak² idősorával, az infláció az MNB által publikált szezonálisan igazított maginflációs mutatóval³, a COVID-19-hez kapcsolódó lezárásokból adódó hatás pedig az úgynevezett szigorúsági index mutatóval (Magyarországra vonatkozó adatok) kerül mérésre⁴. A törlési ráta az adott hónapban törölt (visszavásárolt vagy megszüntetett díjfizetésű) szerződés volumen adott hónapban átlagosan életben lévő állomány arányában vett hányadosaként került definiálásra (darab- és díjarányos verziók is kiszámításra, megjelenítésre kerültek). Fontos feltett kérdése a tanulmánynak, hogy a 2021 második felében növekedésnek indult hozam- és inflációs környezet kimutatható hatást gyakorolt-e a törlési rátákra.

Az egyik elemzett folyamatos díjas termék esetén a 6. ábrán láthatók grafikusán megjelenítve az eredmények. Egy grafikonon kerültek ábrázolásra a 2019 – 2021 időszakra havi bontásban a darab- és díjarányos törlési ráták (bal oldali függőleges tengelyen látható a skálája), illetve az ÁKK referencia hozamok és a termékre jellemző technikai kamat szintje (jobb oldali függőleges tengelyen látható a skálája). Az ábra fejlécében a konstrukció neve mellett megjelenő százalékos érték a szerződés csoport technikai kamatlábát mutatja. A (6. ábra) alapján kijelenthető, hogy a referenciahozamok 2021 második felében bekövetkező növekedése nem növelte meg a vizsgált termékek törlési rátáit, még akkor sem volt tapasztalható növekedés, amikor az elérhető kamat szintje átlépte a technikai kamat mértékét. Mindez idősorelemzési módszerekkel is elemzésre került. A vizsgált folyamatos díjas biztosítástípusok darab- és díjarányos törlési rátáira, valamint a referencia hozamok idősoraira páronként elvégzésre került a Granger oksági teszt (Granger oka-e a törlésnek a referencia hozam). Az F-próba értékei alapján statisztikai módszerekkel is bizonyosságot nyert, hogy a vizsgált időszakban az elemzett folyamatos díjas konstrukciók esetén a referencia hozamnak nem volt szignifikáns hatása a törlési rátákra, ami a 3. hipotézist bizonyítja.

² Lásd: <https://www.akk.hu/statisztika/hozamok-indexek-forgalmi-adatok/referenciahozamok>

³ Lásd <https://www.mnb.hu/statisztika/statisztikai-adatok-informaciok/adatok-idosorok/vi-arak>

⁴ Lásd: <https://ourworldindata.org/grapher/covid-stringency-index?tab=chart®ion=Europe&country=~HUN>

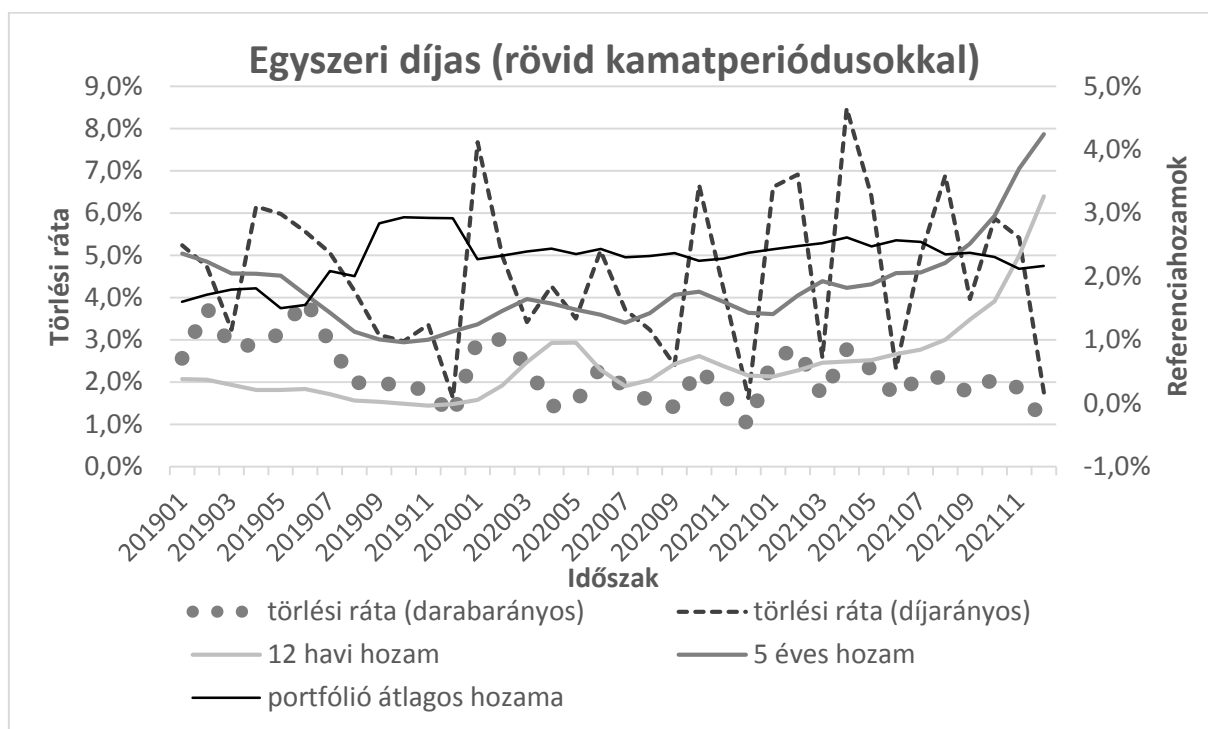


6. ábra: Folyamatos díjas megtakarítási biztosítás törlése a hozamok függvényében

Forrás: (Szepesváry, 2022)

Az egyszeri díjas biztosításoknál egy speciális konstrukció került vizsgálatra, ahol időben előre rögzített rövid távú kamatperiódusok szerint részesednek az ügyfelek a hozamokból. Az előre rögzítésből adódóan az adott hónap végéig minden ügyfél tájékozódhat, hogy a következő hónapra milyen hozamot kínál számára a biztosító, és ennek függvényében dönthet megtakarítása megtartásáról vagy esetleges visszavásárlásáról. Definiálásra kerül egy hozamcsökkenési mutató, ami azt méri mennyivel változna az adott ügyfél számára a jóváírt hozamszint a következő hónapban. Ez a mutató a törlési valószínűség fontos indikátorának bizonyul.

A folyamatos díjasokéhoz hasonló grafikon segítségével került elemzésre az egyszeri díjas konstrukció törlési rátáit (7. ábra). Itt a technikai kamatláb helyett a rövid távú kamatperiódusok szerinti átlagos kamatszint jelenik meg az ábrán. Az ábra alapján nem rajzolódik ki kapcsolat a referencia hozamok és törlési ráták közt (ez később a Granger-okság definíciója szerint is igazolásra került).



7. ábra: Egyszeri díjas biztosítás törlése a hozamok függvényében

Forrás: (Szepesváry, 2022)

Szembetűnő az ábrán, hogy a díjarányos törlés lényegesen magasabb és sokkal volatilisabb, mint a darabarányos. Ebből arra lehet következtetni, hogy az ügyfélportfólió nem homogén, a befektetett díj nagysága kihat a törlési rátára, a magasabb megtakarítási összeggel rendelkező ügyfelek nagyobb valószínűséggel hívják le a törlési opciót. Hogy a volatilis viselkedés okait jobban meg lehessen érteni, részletesebb, az egyes ügyfelek szintjére lebontott adatokkal készült további vizsgálat a hozamszint törlésre mért hatására.” (Szepesváry, 2022)

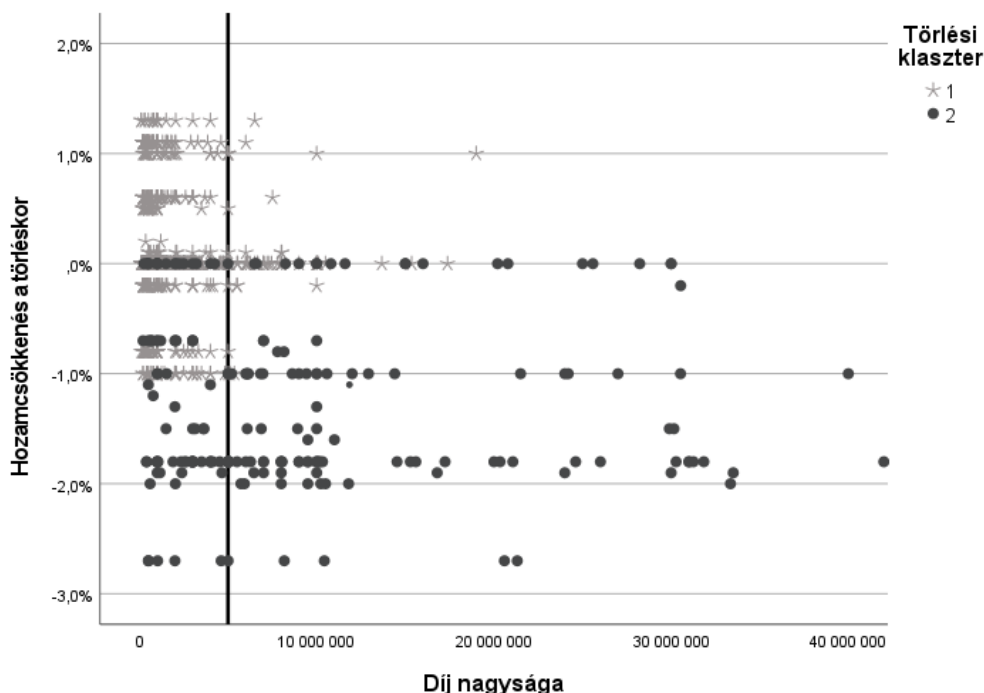
k-közép klaszterezés segítségével kerültek klasszifikálásra a törlési események, és ez alapján következtetések vonhatók le a portfólióra, hogy végül a szerződésparaméterek segítségével csoportosíthatjuk az ügyfeleket. Két csoport rajzolódik ki (törlés szerinti klaszterek):

- Alacsonyabb díjú, törlés szempontjából kevésbé hozamérzékeny ügyfelek,
- Magasabb díjú, törlés szempontjából hozamérzékenyebb ügyfelek.

Végül definiálásra kerül egy egyszerűbb csoportosítás (díj szerinti klaszterezés, felhasználva a törlés szerinti klaszterközepek díj koordinátáit), ami már nem csak a törölt szerződésekre alkalmazható, de jó találati arányt lehet elérni a törlési klaszterezés csoportjaira.

A (8. ábra) mutatja a díj nagysága és a hozamcsökkenési mutató keresztmetszetében, hogy a törlés szerinti klaszterek, hogy helyezkednek el a díj szerinti klaszterezéshez képest (utóbbi a

függőleges vonal bal és jobb oldala, ahol a jobb oldalon helyezkednek el a magasabb díjú, jellemzően magasabb törlési valószínűségű ügyfelek).

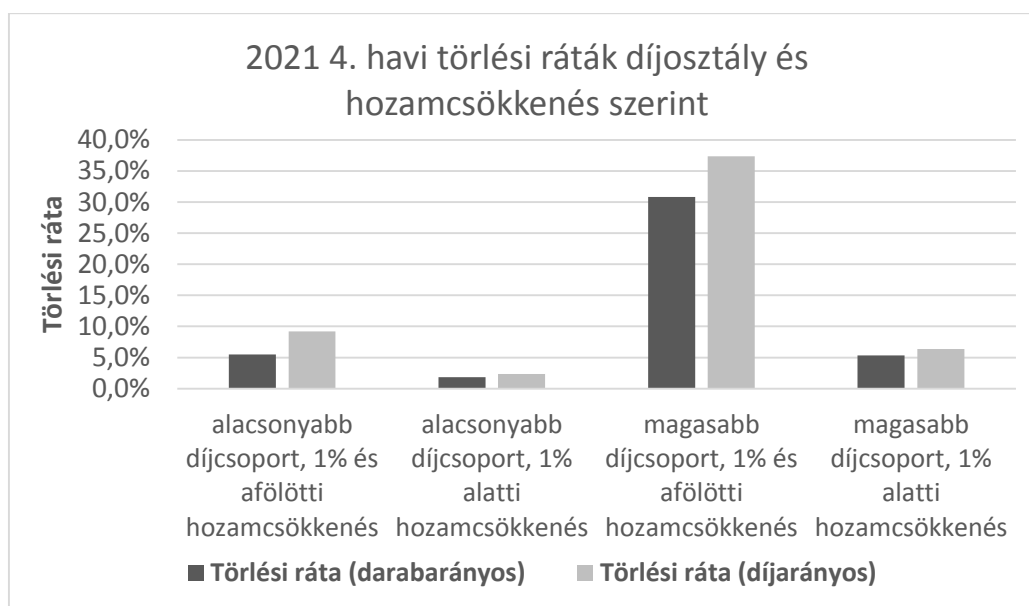


8. ábra: Törlés és díj szerinti klaszterek a díj nagysága (Ft) és a hozamcsökkenési mutató dimenziói szerint Forrás: (Szepesváry, 2022)

A díj szerinti klaszterezésből adódó vágás szerint bontjuk kétfelé a portfóliót a törlési valószínűség további vizsgálatához. Több kiválasztott időszakban került elemzésre, hogy alakult a két csoport szerződése esetén a hozamcsökkenési mutató, mind a teljes mintára, mind az adott hónapban törölt szerződésekre (például a 9. ábra mutatja a 2021 4. havi adatokat).

2021 áprilisában egyértelműen a hozamcsökkenési mutató befolyásolta a törlési rátát (9. ábra). Az alacsonyabb díjosztályú csoportban 3 – 3,87-szeres (darab és díj szerint) volt a törlési rátája azoknak a szerződéseknek, ahol (abszolútértékben) 1%-ot elérő hozamcsökkenés következett volna be a következő hónaptól, azokhoz a szerződésekhez viszonyítva, ahol nem volt ekkora hozamcsökkenés (vagy hozamnövekedés volt). Ugyanez a mutató 5,8 – 5,9-szeres törlési ráta növekedést jelentett a magasabb díjú csoportban. Mindebből arra következtethetünk, hogy az adott termék belső hozamszintje nagyon erős indikátora a törlésnek. 1%-os hozamcsökkenés már jelentős rétegeket ösztönöz a visszavásárlásra. A magasabb díjosztály esetén ez még inkább teljesül, (ott arányaiban még több a hozamérzékeny ügyfél), de még az alacsony díjosztály esetén is jelentős többlettörlés alakult ki a hozamcsökkenés bekövetkezése előtt.

2019 júniusában pedig a nagyon attraktív tulajdonságokkal rendelkező MÁP+ államkötvény bevezetésére sikerül visszavezetni a törlésekben tapasztalható megugrást az idézett tanulmányban (Szepesváry, 2022).



9. ábra: Törlési ráták díjosztály és hozamcsökkenés szerint (2021 április)
 Forrás: (Szepesváry, 2022)

Az értekezésben részletesebben is bemutatott vizsgálatok igazolják a 4. kutatási hipotézist. A hozamoktól való függőségi vizsgálat mellett az inflációs mutatóval és a COVID-19 lezárásokkal összefüggő szigorúsági index mutatóval való kapcsolata is elemzésre kerül a törlési rátáknak.

3.4. Nem-életbiztosítások károkozási valószínűségének modellezése különböző gépi algoritmusok segítségével

Ebben a szakaszban saját társszerzős kutatáson alapuló tanulmány eredményeit mutatom be (Burka, Kovács & Szepesváry 2021) az értekezésben, ami az alábbi hipotézist igazolja:

5. Hipotézis: empirikus adatokon bizonyítható, hogy a gépi tanulási módszerek, illetve azok kombinálásai alkalmasak lehetnek rá, hogy felhasználásukkal az általános lineáris modellnél jobb előrejelző eszköz jöjjön létre a nem-életbiztosítási kármodellezésben, és bizonyos közelítésekkel formalizálhatók is ezek a modellek, a magyarázó erő egy részének elvesztése árán.

A cikk eredményei közös szellemi alkotásunknak tekinthető a társszerzőkkel, de a társszerzők hozzájárultak az eredmények értekezésben való szerepeltetéséhez. A kapcsolódó kutatás kapcsán jómagam főként az adatelőkészítésben, illetve az eredmények statisztikai kiértékelésében és az aktuáriusi alkalmazásában vettem részt, a gépi algoritmusok

programozását, modellillesztést és változószelekciót a társszerzők végeztek. Ennek megfelelően az értekezésben is az aktuáriusi alkalmazást és statisztikai kiértékelést helyeztem előtérbe.

A tanulmány egy magyar nem-életbiztosító kötelező gépjármű felelősségbiztosítási (KGFB) adatain vizsgálja a kár bekövetkezésének eseményét különböző gépi algoritmusok segítségével. Az elemzés függő változója egy bináris változó, ami azt mutatja meg, hogy adott szerződés adott biztosítási évében okozott-e káreseményt. Tíz feletti számú magyarázó változó segítségével készül statisztikai modell a károkozás valószínűségének becslésére. A modellépítéshez tanító, validáló és tesztelő halmazokra került felosztásra a minta. A tanulmányban kiemelésre került, hogy a nem-életbiztosítási árazásnál használt modellillesztések esetén a legtöbb szerző a deviancia mutató segítségével értékeli ki a modellek teljesítményét, lásd például (Yeo, 2011), (Kafková & Krivánková, 2014). Ennek a megközelítésnek az a hátránya, hogy a deviancia csak azonos modellkeretben készült becslések esetén alkalmas az összehasonlításra.

Mivel a tanulmány több különféle statisztikai eljárással készített becselő modellt használ, ezért az összehasonlításhoz más típusú kiértékelési módszertan szükséges. A kiértékelés egyik eszköze az osztályozó eljárások módszertanából ismert vágási értékre és igazságmátrixra épülő eljárás, amely segítségével a ROC görbe kirajzolható, és a görbe alatti területtel (AUC) is összehasonlíthatók különböző eljárások (lásd például (Kovács, 2011)).

Valós \ Modell	0	1
0	<i>a</i>	<i>b</i>
1	<i>c</i>	<i>d</i>

2. táblázat: Az igazságmátrix sematikus példája.

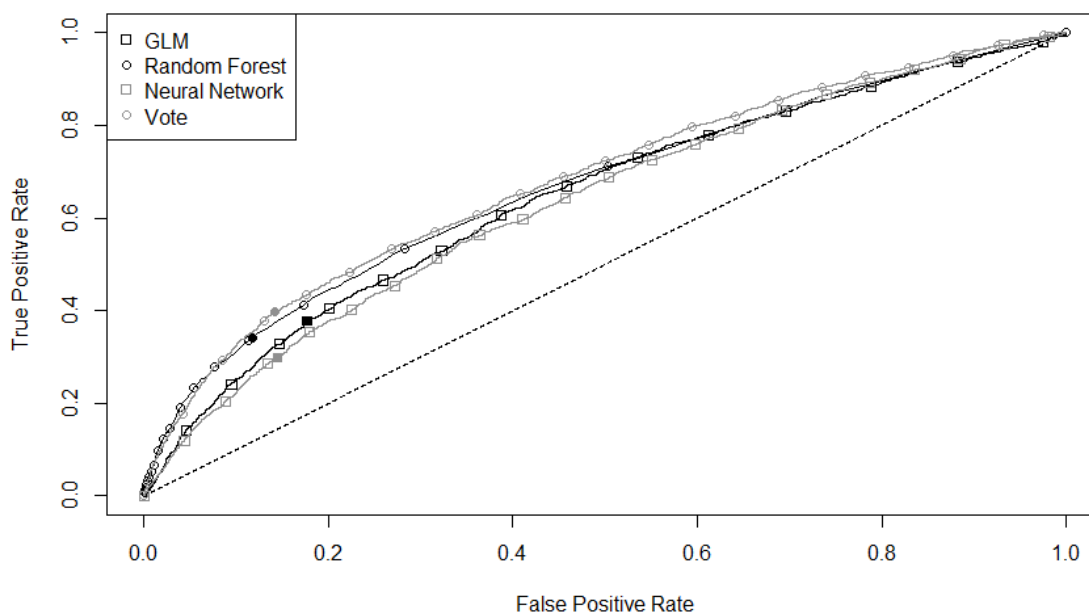
Forrás: saját szerkesztés.

A bemutatott tanulmányban a kiértékelésnél használt másik eszköz szintén az igazságmátrix logikája alapján adódik, az alábbi megfontolások alapján (Burka, Kovács & Szepesváry, 2021):

- A hibás besorolás a károkozó és a kármentes szerződések körében nem szimmetrikus pénzügyi szempontból, hiszen a kármentes ügyfeleken megszerezhető profit jellemzően sokkal alacsonyabb, mint a károkozó ügyfeleken elszenvedett veszteség a vizsgált KGFB ágazatban,
- A vállalat alapvetően a profit maximalizálásában érdekelt, a ROC görbe viszont nem hatékony eszköze az ezzel kapcsolatos elemzésnek.

A tanulmányban ezért egy hasznossági függvényt vezettünk be, amely mögött a következő megfontolások állnak. Feltételezzük, hogy a vállalat az előrejelző modellt mint egyfajta kockázat-elbírálási eszközt használja, és azokat az ügyfeleket tartja meg, akiknél az alkalmazott vágási érték mellett kármentességet jelez a modell. Ezzel a 2. táblázat jelölése szerint $a + c$ számú szerződést tart meg a biztosító. Tegyük fel, hogy minden kármentes szerződésen 1 egységnyi profitja van a biztosítónak, és minden károkozó szerződésen L egységnyi vesztesége. Ez alapján a definiált hasznossági függvény: $U(\alpha) = a + L \cdot c$, ami az alkalmazott egyszerűsítő feltételezések mellett a vállalat profitjának mértéke az α vágási érték mellett. A cél azon α érték meghatározása, amely mellett $U(\alpha)$ felveszi a maximumát, valamint számszerűsítésre kerülhet ez alapján a megtartott portfólió $(a + c) / (a + b + c + d)$ aránya is. Az igazságmátrixok különböző kiértékelő függvényekkel való elemzése nem egyedi a szakirodalomban, egy általános modellkeretet mutat be (Figini & Uberti, 2010) tanulmánya.

Általánosított lineáris modell (GLM), véletlen erdő (RF) és neurális háló (NN) eljárások kerültek illesztésre a károkozást leíró változó magyarázatára. Továbbá a három illesztett modell felhasználásával egy negyedik kevert modell került definiálásra, ami ötvözni képes az egyes eljárások előnyeit. Ezt nevezi a tanulmány Szavazó modellnek (Vote model), melynek lényege, hogy az egyes alapmodellek becsült valószínűségeit különböző súlyokkal kiátlagolva adódnak a Szavazó modellhez tartozó valószínűség-becslések. Az optimális súlyok a következők szerint adódtak: 1 GLM + 2 Véletlen erdő + 1 Neurális háló.



10. ábra: Különböző eljárások ROC görbéi.
Forrás: (Burka, Kovács & Szepesváry, 2021)

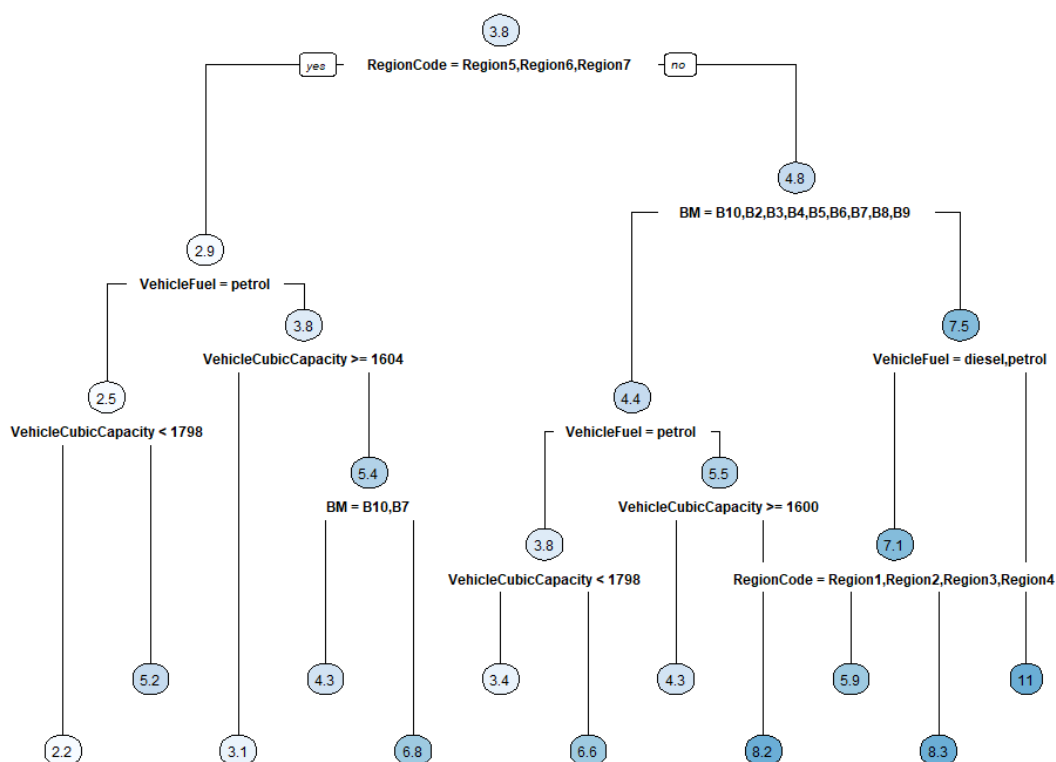
A ROC görbék (10. ábra) és AUC értékei alapján egyértelműen a Szavazó modell teljesítménye volt a legjobb a teszt halmazon. Mind a négy modellhez elvégzésre került továbbá az $U(\alpha)$ hasznossági függvényhez kapcsolódó elemzés is. Az outputok alapján az $L = -10$ esetet leszámítva mindig a szavazó modell teljesítménye volt a legjobb a módszer alapján. A tanulmány kiemeli, hogy a publikus magyar adatok alapján (az átlagos díjak és károk nagyságát figyelembe véve a hazai KGFB piacra) $-20 \leq L \leq -10$ nagyságú L paraméter lehet reális (Burka, Kovács & Szepesváry, 2021).

Az előállított Szavazó modell díjszámításra történő alkalmazására kétféle lehetőséget mutat be a tanulmány. Az első lehetőség a Szavazó modell eredményeinek változatlan formában történő felhasználása: a felhasznált magyarázó változók értékeinek bármely kombinációjára lehetséges a modell szerinti egyedi valószínűség meghatározása, ami a díjszámítás első pillére lehet. A módszer előnye, hogy megőrzi a modell teljes varianciáját, hátránya azonban a komplex struktúra és az, hogy szinte lehetetlen leírni vagy publikálni az eredményeket (Burka, Kovács & Szepesváry, 2021). Magyarországon kötelező írásos formában is meghirdetni a KGFB biztosítások tarifáit, így egy le nem írható gépi algoritmus nem teljesíti a törvényi követelményeket.

Ezen problémák orvoslására készült a következő eljárás a tanulmányban. Egy vizualizálható magyarázó modell készült a Szavazó modell becsült valószínűségeire. Mindez egy regressziós fa segítségével jött létre, a becsült valószínűségek, mint függő változók kerültek modellezésre az eredeti magyarázó változók felhasználásával. A képződő fa egyes levelei klasztereket képeznek, melyekhez így könnyen döntési szabály definiálható, és amely csoportok a díjszámítás során egyszerűsítő feltételezéssel azonos kárvalószínűségűnek tekinthetők. A módszer előnye a leírható struktúra, hátránya azonban a variancia-vesztés az eredeti Szavazó modellhez képest (Burka, Kovács & Szepesváry, 2021). Az optimális klaszterszám meghatározása a rangkorrelációs mutató és egy belső eltérés-négyzetösszeg képletéhez hasonló mutatóval történt.

A tanulmány két lehetséges klaszterszámot javasol a konkrét adatokra: a 12 klaszter, avagy 21 klaszter lehet optimális választás, de a jobban vizualizálható eredmények miatt a 12-es csoportszámra szerepelnek részletesebb eredmények (Burka, Kovács & Szepesváry, 2021). A 11. ábrán látható a $k = 12$ klaszterhez tartozó döntési fa. Az egyes vágásoknál a balra irány az „igen”, a jobbra irány a „nem” szétválasztást jelenti, a bekarikázott számok pedig a vonatkozó csoport átlagos becsült kárvalószínűségeit mutatják. A döntési fából adódó 12 klaszter az eredeti

Szavazó modell varianciájának 64%-át őrzi meg. Már ez az egyszerűsített modell is számos interakcióra világít rá a magyarázó változók közt a kárvalószínűség becslésekor.



11. ábra: Döntési fa által javasolt klaszter-besorolás 4-es famélység (12-es klaszterszám) esetén.

Forrás: (Burka, Kovács & Szepesváry 2021)

A döntési fával adódó klaszterekkel már megvalósítható az eredmények publikálhatóságának kritériuma, fontos kérdés azonban, hogy a Szavazó modellből adódó eredmények varianciájának részleges elvesztésével mennyivel rosszabb előrejelző modell jött létre az eredeti modelleknél, más szavakkal megéri-e a Szavazó modellt egyszerűsített klaszterekké visszasorolni? A korábbi kiértékelési technikák alapján került vizsgálatra a módszer teljesítménye, az alpmódszerek mellé sorba állítva a döntési fával egyszerűsített Szavazó modell eredményeit is, különböző klaszterszámok esetén.

Modell	AUC, (Sorrend)
GLM	0,6446, (4.)
Véletlen erdő	0,6657, (2.)
Neurális háló	0,6347, (6.)
Szavazó modell	0,6791, (1.)
Szavazó modell (klaszterezett, k=12)	0,6361, (5.)
Szavazó modell (klaszterezett, k=21)	0,6523, (3.)

3. táblázat: AUC értékek kiegészítve a döntési fával egyszerűsített Szavazó modell eredményeivel.
Forrás: (Burka, Kovács & Szepesváry, 2021)

$L = -20$	GLM	Véletlen erdő	Neurális háló	Szavazó modell	Szavazó modell (klaszterezett, k=12)	Szavazó modell (klaszterezett, k=21)
Maximális hasznosság	16 927	18 495	16 257	19 043	17 280	17 877
Megtartott portfólió	81,6%	88,0%	82,0%	85,0%	82,1%	80,0%
Optimális vágási érték	5,0%	8,6%	4,7%	5,9%	4,4%	4,2%
Sorrend	5	2	6	1	4	3

4. táblázat: Az $U(\alpha)$ hasznossági függvény elemzése $L = -20$ paraméter mellett, kiegészítve a döntési fával egyszerűsített Szavazó modell eredményeivel.
Forrás: (Burka, Kovács & Szepesváry, 2021)

A 3. táblázat a különböző módszerek AUC értékeit mutatja, a 4. táblázat pedig az $U(\alpha)$ hasznossági függvény elemzése $L = -20$ paraméter mellett, kiegészítve a döntési fával egyszerűsített Szavazó modell eredményeivel. Mindkét táblázat azt mutatja, hogy sorban a Szavazó modell és a véletlen erdő eljárások bizonyulnak a legjobbnak. Viszont a klaszterszám növelésével $k = 21$ -nél már az egyszerűsített Szavazó modell lesz a 3. legjobb eljárás, tehát mind a GLM, mind a neurális háló módszereket túl tudja teljesíteni az új technika.

Ezen gondolatmenet részletesebb kifejtésével adja az idézett tanulmány az 5. hipotézis igazolását.

4. Főbb hivatkozások

1. 192/2000. (XI. 24.) kormányrendelet. *192/2000. (XI. 24.) kormányrendeletet a biztosítók éves beszámoló készítési és könyvvezetési kötelezettségének sajátosságairól.*
2. 2009/138/EK. *Európai Parlament és Tanács 2009/138/EK irányelve.*
3. Banyár, J. (2016). *Életbiztosítás (2. javított, bővített kiadás).* Budapesti Corvinus Egyetem, Budapest.
4. Bølviken, E. (2014). *Computation and Modelling in Insurance and Finance.* Cambridge University Press, Cambridge.
5. Csóka, P. (2003). Koherens kockázatmérés és tőkeallokáció. *Közgazdasági Szemle*, 50(10), 855–880. Letöltve: <http://epa.oszk.hu/00000/00017/00097/pdf/2csoka.pdf> (utolsó letöltés dátuma 2022.03.01)
6. Figini, S., & Uberti, P. (2010). Model assessment for predictive classification models. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 39(18), 3238–3244. <https://doi.org/10.1080/03610920903243751>
7. Frees, E. W., Meyers, G., & Derrig, R. A. (2016). *Predictive modeling applications in actuarial science: Volume 2, case studies in insurance* (E. Frees, G. Meyers, & R. Derrig, Ed.). Cambridge University Press, Cambridge.
8. Gray, R., & Kovács, E. (2001). Az általánosított lineáris modell és biztosítási alkalmazásai. *Statisztikai Szemle*, 79(8), 689–702.
9. Hajek, M. (2005). *NEURAL NETWORKS.* University of KwaZulu - Natal, KwaZulu - Natal.
10. Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2009). *The Elements of Statistical Learning.* Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-84858-7>
11. IASB. (2017). *IFRS Standards – IFRS 17 Insurance contracts.*
12. Kafková, S., & Krivánková, L. (2014). Generalized linear models in vehicle insurance. *Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis*, 62(2), 383–388. <https://doi.org/10.11118/actaun201462020383>
13. Kirchgässner, G., Wolters, J., & Hassler, U. (2013). Introduction to modern time series analysis. In *Springer Verlag.* Springer.
14. Kovács, E. (2011). *Pénzügyi adatok statisztikai elemzése.* Tanszék Kft., Budapest.
15. Ohlsson, E., & Johansson, B. (2010). *Non-Life Insurance Pricing with Generalized Linear Models.* Springer, Berlin, Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-10791-7>
16. Tucker, H. G. (1959). A Generalization of the Glivenko-Cantelli Theorem. *The Annals of Mathematical Statistics*, 30(3). <https://doi.org/10.1214/aoms/1177706212>
17. Vékás, P. (2011). Túlélési modellek. In E. Kovács (Ed.), *Pénzügyi adatok statisztikai elemzése* (IV. bővített kiadás, 173–194). Tanszék Kft., Budapest.
18. Vékás, P. (2019). *Az élettartam-kockázat modellezése.* Budapesti Corvinus Egyetem, Budapest.
19. Yeo, A. C. (2011). Neural Networks for Automobile Insurance Pricing. In *Encyclopedia of Information Science and Technology, Second Edition*, 2794–2799. <https://doi.org/10.4018/978-1-60566-026-4.ch446>

5. A témakörrel kapcsolatos saját (ill. társszerzős) publikációk jegyzéke

Idegen nyelvű – referált szakmai folyóirat

1. Burka, D., Kovács, L., & Szepesváry, L. (2021). Modelling MTPL insurance claim events: Can machine learning methods overperform the traditional GLM approach? *Hungarian Statistical Review*, 4(2), 34–69. <https://doi.org/10.35618/hsr2021.02.en034>
2. Burka, D., Puppe, C., Szepesváry, L., & Tasnádi, A. (2022). Voting: A machine learning approach. *European Journal of Operational Research*, 299(3), 1003–1017. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.10.005>

Magyar nyelvű – referált szakmai folyóirat

3. Szepesváry, L. (2019). Onerous test, avagy az IFRS 17 szerinti veszteségességi vizsgálat : Aktuáriusi és informatikai kihívások egy életbiztosítási portfólió példáján. *Biztosítás és Kockázat*, 6(2), 18–37. <https://doi.org/10.18530/bk.2019.2.18>
4. Szepesváry, L. (2022). Életbiztosítások törlési rátáinak elemzése – Hogyan hatottak a hozam- és inflációs környezet változásai valamint a COVID 19-cel kapcsolatos lezárások az ügyfélviselkedésre? *(Az értekezés szövegezésének lezárásakor a cikk benyújtott, elbírálásra váró státuszban volt, sikeres befogadás esetén a Hitelintézeti szemle folyóiratban jelenik meg 2022 júniusában.)*

Magyar nyelvű – konferencia kiadvány

5. Szepesváry, L. (2015). Dinamikus modellek alkalmazása életbiztosítások cash flow előrejelzésére. In *Tavaszi szél 2015 Konferenciakötet II. kötet* (pp. 581-599.). Líceum Kiadó, Eger, Doktoranduszok Országos Szövetsége.

Magyar nyelvű – könyvfejezet

6. Szepesváry, L. (2016). Túlélési modellek. In B. Szüle (Ed.), *Többváltozós adatelemzési számítások* (pp. 92–110). Letölthető: <http://unipub.lib.uni-corvinus.hu/2438/> (utolsó letöltés dátuma 2022.03.06)