Közgazdasági és Gazdaságinformatikai
Doktori Iskola

TÉZISGYŰJTEMÉNY

Petróczy Dóra Gréta

Igazságosság és rangsorolás: Alkalmazások a közgazdaságtan és sport területéről

című Ph.D. értekezéséhez

Témavezető:

Csató László Ph.D.
egyetemi docens

Budapest, 2022

TÉZISGYŰJTEMÉNY

Petróczy Dóra Gréta

Igazságosság és rangsorolás:
Alkalmazások a közgazdaságtan és sport területéről

című Ph.D. értekezéséhez

Témavezető:

Csató László Ph.D.
egyetemi docens

Tartalomjegyzék

Táblázatok jegyzéke

I. Kutatási előzmények és a téma indoklása

A doktori értekezés igazságossággal és rangsorolással kapcsolatos problémákat tárgyal a közgazdaságtan és a sport területéről. Mindennapjaink egyik legfontosabb kérdése, hogy mit nevezünk igazságosnak, az értekezés ebből négy témakört jár körül.

Az 1. fejezetben az Európai Unió Tanácsának erőviszonyait vizsgáljuk. Az Egyesült Királyság Európai Unióból való kilépése (a Brexit) váratlan fordulat az európai integrációs folyamatban. A lépés meglepő, korábban egyetlen önálló ország sem kezdeményezett hasonlót.[1] Azóta viszont szóba került a görög (Grexit), a francia (Frexit), és a cseh (Czexit) kilépés lehetősége is (Lyons és Darroch, 2016).

Bár egy lehetséges kilépésnek számos politikai és gazdasági következménye lehet, a fejezetben csupán egyetlen szempontot vizsgálunk, nevezetesen azt, további kilépések eredményeként hogyan változnának az erőviszonyok az Európai Unió Tanácsában. A Brexit hatását az Európai Unió Tanácsára (Göllner, 2017; Grech, 2021; Johansson, 2021; Mercik és Ramsey, 2017; Szczypińska, 2018), illetve az Európai Parlament képviselői helyeire (Bertini et al., 2019) számos tanulmány vizsgálta. Ugyanakkor a további lehetséges EU elhagyásokkal ismereteink szerint még nem foglalkoztak. Az igazságosság szempontjából viszont fontos lenne annak biztosítása, hogy a maradók között ne legyenek nyertesek és vesztesek.

Az Európai Unió Tanácsa, ismertebb nevén a Miniszterek Tanácsa az Európai Parlamenttel együtt az Unió egyik fő döntéshozó szervezete, amely többek között az uniós költségvetés elfogadásáért felel. A Tanácsban az uniós országok miniszterei üléseznek. Minden tagállamnak egyetlen képviselője van, az országok közötti méretkülönbség a lakossággal súlyozott minősített többségi szavazási eljárásban jelenik meg.

A Lisszaboni Egyezmény a döntéshozatalt a támogató országok számához, illetve lakosságához köti (Európai Unió Tanácsa, 2022a). Egy javaslat akkor lép érvénybe, ha:

1. a tagállamok legalább 55%-a támogatja (*tagállam kvóta*);
2. amelyek az EU állampolgárainak legalább 65%-át képviselik (*lakosság kvóta*).

A minősített többségi szavazás jelentőségét mutatja, hogy az interneten elérhető és mobilapplikációként letölthető egy hivatalos, az EU által kiadott szavazatszámláló program (Európai Unió Tanácsa, 2022b). A népességadatokat minden évben frissítik (Európai Unió Tanácsa, 2021). A súlyok ilyen módon történő kialakítása révén előre meg tudjuk mondani, hogyan alakulnának a szavazási erőviszonyok, ha egy ország kilépne az Európai Unióból. Több tanulmány bizonyította az *a priori*

[1] Bár 1985-ben Grönland, Dánia autonóm tartománya, kilépett az Európai Közösségből.

hatalmi befolyás szerepét a végleges döntéshozatalra (Felsenthal és Machover, 1997, 2001). Ugyanakkor, a várakozásokkal ellentétben, egyes kutatások nem vagy negatív kapcsolatot találtak az egyes szereplők szavazati ereje és valós érdekérvényesítő képessége között (Arregui, 2016; Cross, 2013). Warntjen (2017) viszont empirikusan is belátta, hogy erős pozitív kapcsolat figyelhető meg az uniós jogalkotásban a változtatási javaslatot benyújtó ország szavazati ereje és a szavazás sikeressége között. Ezért fontos megvizsgálni, mekkora befolyással rendelkeznek az egyes országok az Európai Unió Tanácsában.

Az országok rangsorolása különböző szempontok szerint igen elterjedt, a 2. fejezetben egy új módszert javaslunk erre a célra. A rangsorok gyakran közvetlen gazdasági és politikai útmutatóként szolgálnak, például 2018 és 2019 között 115 ország 294 gazdasági reformot valósított meg a Doing Business rangsor tíz tématerületén belül.[2]

Ugyanakkor a mérőszámok többsége kompozit index, csak néhány kiragadott szempontot vesz figyelembe, melyekhez önkényesen megválasztott súlyokat rendel (Ravallion, 2012). Høyland et al. (2012) a Doing Business, a Freedom in the World és a Human Development Index rangsorokról belátták, hogy a tényezőkben fennálló bizonytalanság ezeket a mutatókat is bizonytalanná teszi. Seth és McGillivray (2018) alapján a kompozit indexekben a súlyok kismértékű megváltoztatása is komoly eltéréseket eredményezhet. Bár az érzékenységvizsgálat egyfajta megoldást nyújthat (Foster et al., 2013), mindegyik mutató kizárólag az életminőség egy aspektusát képes megragadni.

Az ilyen módon történő rangsorolás ráadásul elősegíti a visszaéléseket, például a Maláj Iparfejlesztési Hatóság 2007-ben kijelentette, célja, hogy az ország a 24. helyről az első tízbe kerüljön a Doing Business rangsorban. A kirgiz gazdasági fejlesztési miniszter 2008-ban abbéli reményét fejezte ki, országa három éven belül az első 20 közé kerül. Ezek az intézkedések azonban nem valós gazdasági javulást jelentenek, csupán a megfelelő indikátorban történő fejlesztéseket (Høyland et al., 2012).

Másrészről, az Ease of Doing Business Index (EDBI) ösztönözte a strukturális gazdasági reformokat Oroszországban (Broome et al., 2018). Ezt az indexet a multinacionális vállalatok széles körben használják befektetési célpontjaik kiválasztására (Pinheiro-Alves és Zambujal-Oliveira, 2012). Végezetül az Európai Fejlesztési Alap kifejezetten figyelembe vette az országok HDI értékeit a támogatás kiosztása során (Davis et al., 2012).

A fejezetben egy új rangsorolási megközelítést javaslunk. Alapfelvetésünk, hogy az emberek az anyaországukból általuk jobbnak gondolt országokba vándorolnak. Ugyanakkor a migrációs adatok sokszor hiányosak, mivel a legtöbb ország nem gyűjt adatot távozó állampolgárairól. A munkaerő-exportáló országok gazdaságában azon-

[2] https://www.doingbusiness.org/en/reforms

ban jelentős szerepet játszanak a beérkező magánutalások, ezért ez a migráció egyik legkönnyebben megfigyelhető vetülete (Adams, 2003). A hazautalásokat pedig tekinthetjük egyfajta kinyilvánított preferenciának, a kivándorlók a fogadó országot jobbnak ítélik saját hazájuknál. Felhasználásuk országrangsorolásra nem egyedülálló (lásd például IndexMundi).

A 3. fejezetben a Formula–1 csapatokat az évadban nyújtott teljesítményük alapján, a páros összehasonlítások módszerével rangsoroljuk. A közvetítési és reklámdíjak kiosztását a páros összehasonlításokat legjobban közelítő súlyvektor alapján végezzük el. Két ilyen módszert mutatunk be, a Thomas L. Saaty által javasolt jobboldali sajátvektort (Saaty, 1977, 1980), illetve a páros összehasonlításokon alapuló döntési eljárásokban szintén elterjedt logaritmikus legkisebb négyzetek módszerét (Crawford és Williams, 1985; De Graan, 1980; de Jong, 1984; Rabinowitz, 1976; Williams és Crawford, 1980).

A Forma–1 (magyarul rendszerint a Forma–1 név használatos, de hivatalosan Formula–1, rövidítve F1) az egyik legrangosabb nemzetközi autóverseny. Évente több milliárd amerikai dolláros bevételt eredményező iparág, amelyet csak a labdarúgóvilágbajnokság és a nyári olimpia előz meg a televízió-közvetítések nézettsége terén. Az F1 magyar nagydíj a hazai turizmus jelentős szeletét adja (Dávid et al., 2018).

A világbajnokságon csapatok vesznek részt, amelyeknek két-két versenyzőjük van. Minden szezon nagyjából húsz futamból, nagydíjból áll, az ezeken elért helyezéseik alapján a pilóták pontokat kapnak, a csapatverseny eredményét az azonos csapathoz tartozó versenyzők pontjainak összege határozza meg.

A sporteseményeknél elterjedt, hogy a közvetítési és reklámbevételek egy részét a jogtulajdonos kiosztja a csapatok között (Bergantiños és Moreno-Ternero, 2020a,b, 2021). Budzinski és Müller-Kock (2018) belátta, a Forma–1-ben alkalmazott elosztási módszer eltér a más sportágakban megszokottaktól, és néhány csapatot indokolatlan előnyhöz juttathat.

A versenyző csapatok többek között teljesítményük alapján részesednek a közvetítési jogokból és a reklámdíjakból (*Formula One Prize Money*), azonban közel sem egyenletes mértékben. A 2019-ben legnagyobb díjban részesülő (az előző évben 2. helyezett) Ferrari négyszer annyit kapott, mint az utolsó Toro Rosso (Rencken és Collantine, 2019).

Judde et al. (2013), illetve Schreyer és Torgler (2018) különböző időszakokra megmutatták, a verseny kiegyensúlyozottsága növeli a nézettséget, ezáltal a bevételeket.

Az olyan népszerű csapatok, mint a Ferrari és a Mercedes, önmagukban is komoly szponzori támogatásra számíthatnak. Ugyanakkor több csapat költségvetésének jelentős részét a közvetítési jogokból származó bevétel adja, így nem meglepő, hogy a ranglista vége felé az utóbbi időben jellemző volt a csapatok csődje. Viszont a sportágnak szüksége van a megfelelő autószámra, különben a verseny alatti izgalmas pillanatok száma jelentősen csökkenhet.

A sportban az igazságosság egyik lehetséges értelmezése szerint az egyenlő képességű csapatoknak és játékosoknak azonos valószínűséggel kell(ene) nyerniük. Ez a látszólag egyszerű követelmény a gyakorlatban számos esetben nem teljesül. Például Krumer et al. (2017) elméletileg, Krumer és Lechner (2017) pedig empirikusan igazolják, hogy a körmérkőzéses bajnokságok eredménye nem független a mérkőzések sorrendjétől; míg a svájci rendszerű sakkversenyek rangsorolási szabálya előnyben részesíti a javuló teljesítményű csapatokat (Csató, 2013b, 2017). A 4. fejezetben a labdarúgásban alkalmazott büntetőpárbajok fenti értelemben vett igazságosságának kérdését vizsgáljuk. Az 1968-as labdarúgó-Európa-bajnokság mérkőzései arra indították a Nemzetközi Labdarúgó-szövetséget (FIFA, *Fédération International de Football Associacion*), hogy az 1970-es labdarúgó-világbajnokságtól kezdve az egyenes kieséses szakasz mérkőzésein, ha a rendes játékidőben, majd a hosszabbítás után egyaránt döntetlen az eredmény, akkor a korábban használt pénzfeldobás helyett büntetőpárbaj döntsön a továbbjutásról (Anbarcı et al., 2021).

A büntetőpárbaj jelenleg érvényes szabályai értelmében először a játékvezető pénzfeldobással dönt arról, melyik kapura rúgják a tizenegyeseket, majd az egyik, újabb pénzfeldobással kiválasztott csapat eldönti, elsőként vagy másodikként végzi-e el azokat (IFAB, 2020, 10. fejezet, 95–96. o.). Ezután az A és B csapat öt-öt büntetőt rúg az $AB|AB|AB|AB|AB$ sorozatnak megfelelően. Ha az egyik csapat behozhatatlan előnyre tesz szert, a hátralevő büntetőrúgásokat már nem végzik el. Amennyiben az öt kör alatt sem születik döntés, a büntetőpárbaj hirtelen halál (*sudden death*) szakasza kezdődik, változatlanul az AB sorrendben, mely egészen addig folytatódik, amíg az egyik csapat be nem rúgja, a másik csapat pedig ki nem hagyja a tizenegyesét. Ez az ún. $ABAB$ szabály. Apesteguia és Palacios-Huerta (2010) 129 büntetőpárbaj adatait vizsgálva azt találták, hogy a büntetőket kezdő csapat az esetek 60,5 százalékában megnyeri a mérkőzést. Probit regresszióval kontrollálva a hazai pályára, a csapatok közötti erőviszonyokra, illetve a megfelelő bajnokságra még erősebb hatást mértek. Azaz tanulmányuk alapján a második rúgóra pszichológiai nyomás nehezedik, amely rontja a teljesítményét.

Kocher et al. (2012) ugyanakkor nem találtak szignifikáns előnyt, bár 540 megfigyelésből álló adatbázisuk Apesteguia és Palacios-Huerta (2010) mintájának kibővítése volt. A szerzők szerint a különbséget az adatgyűjtési módszerek okozták: Kocher et al. (2012) az összes vizsgált labdarúgótorna minden büntetőpárbaját figyelembe vette 1970 és 2003 között, míg Apesteguia és Palacios-Huerta (2010) szelektív és részben hibás adatokkal dolgoztak. Palacios-Huerta (2014) a minta újabb kibővítésével 1001 megfigyelésen megismételve a vizsgálatot, a korábbival egyező, szignifikáns eredményt talált.

Miután a labdarúgásban a büntetők többsége sikeres, az adott körben a második tizenegyest rúgó játékos többnyire nagyobb mentális terhet visel, különösen a harmadik, negyedik tizenegyestől, amikor egy hiba a mérkőzés azonnali elvesztését jelentheti. Ahogy a FIFA Szabályalkotó Testülete (IFAB) 2017–2022-es stratégiája fogalmaz: „*Több tanulmány szerint az elsőként büntetőket rúgó csapat automatikusan előnyből indul, elsősorban azért, mert a második rúgóra nagyobb mentális nyomás nehezedik, miután tizenegyesének elhibázása gyakran azonnali kieséshez vezet (különösen akkor, ha már mindkét csapat elvégezte az első négy büntetőjét)*” (IFAB, 2017, 3. fejezet). Az utóbbi időben számos tudományos munka foglalkozott a büntetőpárbajok lebonyolításának mechanizmusával (Anbarcı et al., 2021; Brams és Ismail, 2018; Palacios-Huerta, 2012; Lambers és Spieksma, 2021), és a téma szélesebb körben is érdeklődésre tarthat számot (Euronews, 2018; MTA SZTAKI, 2018; Szurovecz, 2019; Pál, 2020).

II. A felhasznált módszerek

A következőkben fejezetenként mutatjuk be a főbb fogalmakat és módszereket.

Az 1. fejezetben az a priori szavazási erő mérésére két, a szakirodalomban elfogadott hatalmi indexet használtunk. A Shapley–Shubik index (Shapley és Shubik, 1954) tulajdonképpen a Shapley-érték (Shapley, 1953) alkalmazása szavazási játékokra. A Shapley-érték (magyar nyelven lásd Csóka (2003); Kóczy (2011, 2019); Kóczy és Pintér (2011); Pintér (2007, 2009); Solymosi (2009)), a kooperatív játékelmélet egyik legelterjedtebb megoldásfogalma.

Jelölje N a játékosok halmazát, $S \subseteq N$ egy tetszőleges koalíciót. A kisbetűs jelölések a halmazok számosságát adják meg, tehát $s = |S|$ az S koalíció tagjainak száma, $n = |N|$ a játékosok száma. A $v : 2^N \to R$ karakterisztikus függvény határozza meg az egyes koalíciók értékét.

II.1. Definíció. *Egyszerű (szavazási) játék:* Egy (N, v) játék egyszerű játék, ha

$$v(S) \in \{0, 1\} \text{ minden } S \subseteq N\text{-re.}$$

Azok a koalíciók, amelyekre $v(S) = 1$, a győztes koalíciók, míg azok, amelyekre $v(S) = 0$, a vesztesek.

II.2. Definíció. *Súlyozott szavazási játék:* Egy $(N, v, \mathbf{w}, q)$ játékot, ahol tetszőleges S koalícióra

$$v(S) = \begin{cases} 1 & \text{ha } \sum_{j \in S} w_j \geq q \\ 0 & \text{különben,} \end{cases}$$

súlyozott szavazási játéknak nevezünk.

II.3. Definíció. *Shapley–Shubik index*: Legyen v egy szavazási játék. Ekkor az i játékos *Shapley–Shubik indexe*:

$$\varphi_i(N, v) = \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} \frac{s!\,(n-s-1)!}{n!} \left(v\left(S \cup \{i\}\right) - v(S) \right).$$

Egy másik megközelítést képvisel a Banzhaf index, a játékosok normalizált Banzhaf-értéke (Banzhaf, 1964-1965; Penrose, 1946). Ez azt vizsgálja, milyen valószínűséggel befolyásolja egy játékos a szavazás kimenetelét (Coleman, 1971). A szavazó *kritikus*, ha kiválásával egy korábban nyertes koalíció már veszít.

II.4. Definíció. Az i játékos *Banzhaf-értéke*:

$$\sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} \frac{1}{2^{n-1}} \left(v\left(S \cup \{i\}\right) - v(S) \right) = \frac{\eta_i(N, v)}{2^{n-1}},$$

ahol $\eta_i(N, v)$ az i játékos Banzhaf-féle pontszáma, azaz azon koalíciók száma, ahol i kritikus szavazó.

A szavazási erő mérésére a normalizált értékét szokták használni.

II.5. Definíció. A Banzhaf-féle pontszám normalizált értéke a *Banzhaf index*:

$$\beta_i(N, v) = \frac{\eta_i(N, v)}{\sum_{j \in N} \eta_j(N, v)}$$

Költségvetésre lefordítva, a Shapley–Shubik és Banzhaf hatalmi indexek megmutatják egy ország befolyását a rendelkezésre álló pénzösszeg elköltésére. Azonban célszerű figyelembe venni, hogy a kilépő ország befizetése elveszik, így a szavazással felosztható díj, a költségvetés csökken. Ezért a hatalmi mértékeket kiigazítottuk az alábbi hányadossal:

$$\frac{\text{eredeti költségvetés} - \text{kilépő hozzájárulása}}{\text{eredeti költségvetés}}.$$

A 2. fejezetben a páros összehasonlítások segítségével rangsorolunk országokat. Az átutalásokra tekinthetünk úgy, mint országok között kifejezett preferenciákra: egységnyi átutalás i országból j országba azt jelenti, hogy egy „döntéshozó” előbbit jobbnak gondolja az utóbbinál. Ekkor a bilaterális átutalások egy A *páros összehasonlítási mátrix*ot határoznak meg (Jiang et al., 2011; Csató, 2013a; González-Díaz et al., 2014; Csató, 2015).

Az országok rangsorolására a legkisebb négyzetek módszerét használjuk. Jelöljük a bilaterális átutalások mátrixát az A szimbólummal. Ebből megkapható az $R = A - A^T$ ferdén szimmetrikus *eredménymátrix* és az $M = A + A^T$ szimmetrikus *mérkőzésmátrix* (Csató, 2015). Az eredménymátrix elemei a két ország közötti nettó, a mérkőzésmátrix elemei pedig az összes átutalások. Az R eredménymátrix sorösszegei adják az országok $\mathbf{s}(R, M)$ pontszámvektorát az összes ki- és beutalás különbségeként.

A legkisebb négyzetek módszere a következő optimalizálási feladat $\mathbf{q}(R, M)$ megoldásvektorát adja eredményül:

$$\min_{q \in \mathbb{R}^n} \sum_{1 \leq i,j \leq n} m_{ij} \left(\frac{r_{ij}}{m_{ij}} - q_i + q_j \right)^2.$$

Az optimalitás elsőrendű feltételei egy lineáris egyenletet adnak minden i országra:

$$\left(\sum_{j=1}^{n} m_{ij} \right) q_i - \sum_{j=1}^{n} m_{ij} q_j = s_i = \sum_{j=1}^{n} r_{ij},$$

A célfüggvény konvexitása miatt ezek teljesülése elegendő is a minimalitáshoz.

A fenti optimalizálási feladatnak végtelen sok megoldása van, mert a célfüggvény értéke minden $\mathbf{q} + \varepsilon \mathbf{1}$ esetén azonos, ahol $\mathbf{1}$ a csupa 1-esből álló egységvektor, míg ε egy tetszőleges valós szám. Ez az országok rangsorát értelemszerűen nem befolyásolja. A $\sum_{i=1}^{n} q_i = 0$ normalizálással a feladat megoldása már egyértelmű, amennyiben a bilaterális átutalások által meghatározott súlyozott irányított gráf gyengén összefüggő (Kaiser és Serlin, 1978; Bozóki et al., 2010; Čaklović és Kurdija, 2017).

A módszer motivációjához induljunk ki a következőből. Ha egy i ország esetén minden olyan q_j nulla, amire $m_{ij} > 0$, tehát az összes, átutalásokkal hozzá kapcsolódó ország átlagos értékelésű (az értékelések összege nulla), akkor $q_i = s_i / \sum_{j=1, j \neq i}^{n} m_{ij} = p_i$, ami éppen a nettó és az összes átutalás hányadosa, egy normalizált, -1 és $+1$ közötti érték. Ha a vele „összehasonlított” országok az átlagosnál jobbak (gyengébbek), akkor ennél nagyobb (kisebb) értéket kapunk. Az optimalizálási feladat megoldása mátrixinvertálást igényel, könnyen és hatékonyan elvégezhető. A számításnak egy végtelen mértani soros gráf interpretációja is létezik (Csató, 2015).

A legkisebb négyzetek módszerét Horst (1932) és Mosteller (1951) javasolta körmérkőzéses problémákra (amikor $m_{ij} = 1$ minden $i \neq j$ esetén), Morrissey (1955) és Gulliksen (1956) terjesztette ki az általános esetre, Kaiser és Serlin (1978), valamint Bozóki et al. (2010) pedig az egyértelmű megoldhatóság kérdésével foglalkozott. A körmérkőzéses esetben az eredménymátrix azonos a multiplikatív páros összehasonlítás mátrixszal (Saaty, 1980), amennyiben az utóbbi elemenkénti logaritmusait vesszük, vagyis a legkisebb négyzetek módszere ekvivalens az *LLSM* (logarithmic least squares method) eljárással (Williams és Crawford, 1980; Crawford és Williams, 1985; De Graan, 1980; de Jong, 1984; Rabinowitz, 1976). Nem teljesen kitöltött páros összehasonlítás mátrixok (Harker, 1987) esetén ugyanez érvényes az *LLSM* módszer Kwiesielewicz (1996), illetve Bozóki et al. (2010) által javasolt kiterjesztésével. A nemzetközi vásárlóerő-paritás számításánál az eljárás – kidolgozói nevéből – EKS-módszer néven ismert (Éltető és Köves, 1964; Szulc, 1964).

A 3. fejezetben szintén a páros összehasonlítások módszerét használtuk a közvetítési díjak kiosztására a Formula–1-ben, azonban a súlyvektor előállítására két eltérő módszert használtunk.

Az egyes futamokon egymás ellen elért eredményeket egy évad során összeadtuk, így elkészítettük a csapatok közötti G *aggregált páros összehasonlítási mátrix*ot a 2014 és 2018 közötti öt évadra. A G mátrix elemeire igaz, hogy $g_{ij} + g_{ji}$ legfeljebb a futamszám négyszerese, de a legtöbb esetben ennél kevesebb.

A G mátrixból az $a_{ij} = g_{ij}/g_{ji}$ definícióval kapható az A *(multiplikatív) páros összehasonlítás mátrix.*

II.6. Definíció. *Sajátvektor módszer (EM):* Jelölje az $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ páros összehasonlítás mátrix legnagyobb abszolútértékű (domináns) sajátértékét λ_{max}. A sajátvektor módszer az ehhez tartozó $\mathbf{w}^{EM}$ jobboldali sajátvektort adja súlyvektorként, azaz:

$$\mathbf{A}\mathbf{w}^{EM} = \lambda_{max}\mathbf{w}^{EM}.$$

II.7. Definíció. *Logaritmikus legkisebb négyzetek módszere (LLSM):* A logaritmikus legkisebb négyzetek módszere az $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ páros összehasonlítás mátrixhoz azt a $\mathbf{w}^{LLSM} = [w_i]$ súlyvektort rendeli, mely az alábbi optimalizálási feladat egyértelmű megoldása:

$$\min_{\mathbf{w}\in\mathcal{R}^n} \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left[\log a_{ij} - \log\left(\frac{w_i}{w_j}\right)\right]^2.$$

Az utóbbi módszer ekvivalens azzal, ha a páros összehasonlítás mátrix sorainak mértani közepeit vesszük (Crawford és Williams, 1985). Mivel a súlyok összege tetszőleges, a súlyvektort mindkét esetben 1-re normalizáltuk. Ezáltal a súlyok meghatározzák, hogy a teljes pénzdíj hány százalékát kapja az adott csapat.

Azonban ezek az elosztások szélsőséges egyensúlytalansághoz vezethetnek, ha nagy a csapatok közötti teljesítménybeli eltérés. Ezért bevezettük az α paramétert, a páros összehasonlítás mátrix elemenkénti hatványkitevőjét:

$$a_{ij} = \left(\frac{g_{ij}}{g_{ji}}\right)^{\alpha} \qquad \text{és} \qquad a_{ji} = \left(\frac{g_{ji}}{g_{ij}}\right)^{\alpha} \qquad \text{minden } i, j\text{-re.}$$

A csapatok közötti pénzelosztás egyenlőtlenségét a Herfindahl–Hirschman-indexszel (Herfindahl, 1950; Hirschman, 1945, 1964), illetve normalizált formájával, a piaci koncentráció egy elterjedt mérőszámával számszerűsítettük. Ez a mutató alkalmazható egy allokáció kiegyenlítettségének mérésére is (Budzinski és Müller-Kock, 2018).

II.8. Definíció. *Herfindahl–Hirschman-index (HHI):* Jelölje $\mathbf{w} = [w_i]$ az elosztásvektort és n a csapatok számát. A *Herfindahl–Hirschman-index*:

$$HHI(\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^{n} w_i^2.$$

A HHI maximális értéke 1, amit akkor ér el, ha egyetlen csapat kapja a teljes bevételt. Minimumát akkor veszi fel, amikor minden csapat ugyanakkora bevételt kap, ekkor HHI$= 1/n$. Tehát legkisebb értéke függ az induló csapatok számától, ami megnehezítené a különböző évadok összehasonlítását. Ezért a normalizált formáját használjuk, amely 0 és 1 közötti értéket vesz fel.

II.9. Definíció. *Normalizált Herfindahl–Hirschman-index (HHI*):* Jelölje $\mathbf{w} = [w_i]$ az elosztásvektort és n a csapatok számát. A *normalizált Herfindahl–Hirschman-index*:

$$HHI^*(\mathbf{w}) = \frac{HHI(\mathbf{w}) - 1/n}{1 - 1/n}.$$

Ez a sport szakirodalomban *Herfindahl Ratio of Competitive Balance (HRCB)* néven a verseny kiegyensúlyozottság mérésére elterjedt mutató (Michie és Oughton, 2004; Fűrész és Rappai, 2018).

A 4. fejezetben a büntetőrúgások igazságosságát vizsgáljuk egy matematikai-statisztikai modellel. A továbbiakban A-nak hívjuk azt a csapatot, amelyik az első körben kezdi a büntetőpárbajt, és B csapatnak a másodikként rúgót. A jelenleg használt mechanizmus az ún. $ABAB$ szabály, amely szerint az első körben kezdő csapat minden egyes körben elsőként rúg.

Kutatók több lehetséges rendszert javasoltak a büntetőpárbajok lebonyolítására. Az egyik legkézenfekvőbb módszer a jogosulatlan előny csökkentésére az $ABBA$ szabály, amikor az első két tizenegyes (AB) tükörképe a következő kettő (BA). Ezt már több alkalommal tesztelték: elsőként a 2017 májusában megrendezett férfi és női U17-es labdarúgó-Európa-bajnokságokon (UEFA, 2017b), majd a 2017. júniusi férfi és női U19-es labdarúgó-Európa-bajnokságokon (UEFA, 2017a).

Az $ABBA$ szabály továbbfejlesztett változata az $ABBA|BAAB$ rendszer, amely alapján a harmadik kört B, a negyediket A, míg az ötödiket ismét A kezdi, majd ez a mintázat ismétlődik. Ez a Palacios-Huerta (2012) által javasolt *Prouhet–Thue–Morse-sorozat* egyszerűsített változata. Az eredeti javaslat szerint az $ABBA|BAAB$ sorozat fordítva, $BAAB|ABBA$-val folytatódna, és így tovább. Úgy véljük, a Prouhet–Thue–Morse-sorozat használata bonyolult lenne a mérkőzések során, és nem járna jelentősen kiegyenlítettebb esélyekkel, mint az $ABBA|BAAB$ szabály.

Az eddig említett mechanizmusok mindegyike determinisztikus, azaz a következő rúgó kiléte nem függ a korábbi büntetőrúgások kimenetelétől; azonban léteznek dinamikus eljárások is. A *Kiegyenlítő* szabály (Brams és Ismail, 2018) alapesetben az $ABBA$ szabályhoz hasonlóan minden körben megcseréli a csapatokat, kivéve, ha az előző kör első rúgója kihagyta, a második viszont értékesítette büntetőjét, azaz az elsőnek rúgó csapat nem volt képes kihasználni előnyös helyzetét. A *Felzárkóztató* szabály értelmében mindig a hátrányban levő csapat kezdi a következő kört, döntetlen állás esetén pedig az, amelyik az előző körben másodiknak rúgott (Anbarcı et al., 2021).

Mind a Kiegyenlítő, mind a Felzárkóztató szabály módosítható úgy, hogy a hirtelen halál szakaszt minden esetben az első büntetőt másodikként rúgó, tehát a B csapat kezdje (amennyiben a büntetőpárbaj egyáltalán eljut idáig). A kezdő csapat előnyének ezen kompenzálása célszerű lépésnek bizonyulhat az igazságosság felé vezető úton: az így kapott Változó Kiegyenlítő (*Adjusted Catch-Up*) szabály a Kiegyenlítőnél igazságosabb mechanizmus (Csató, 2021).

Három matematikai modellel próbáljuk magyarázni az első rúgó előnyét. Az *M1 modell* azt feltételezi, hogy az első rúgó p, míg a második $q \leq p$ valószínűséggel talál be. Ezt a hipotézist használja Brams és Ismail (2018) és Csató (2021). Ugyanakkor az adott kört kezdő csapat ki is hagyhatja büntetőjét. Ezért a második, *M2 modell*ben mindenki p valószínűséggel szerez gólt, kivéve a második csapatot akkor, amikor az adott kör első büntetője sikeres. Ekkor a gólszerzés esélye $q \leq p$-re csökken. Végül a pszichológiai nyomás abból is származhat, hogy a másodikként rúgó játékos csapata nagyobb valószínűséggel kerül hátrányba, emellett érvel Apesteguia és Palacios-Huerta (2010), Vandebroek et al. (2018) és Lambers és Spieksma (2021). Vagyis a harmadik, *M3 modell*ben mindkét csapat p valószínűséggel értékesíti büntetőjét, kivéve a hátrányban levő csapatot, amely számára ez az esély csak $q \leq p$.

Egy mechanizmust egy másiknál igazságosabbnak nevezünk, ha két azonos képességű játékosokból álló csapat esetén a győzelem valószínűsége közelebb van 0,5-höz.

III. Az értekezés fontosabb eredményei

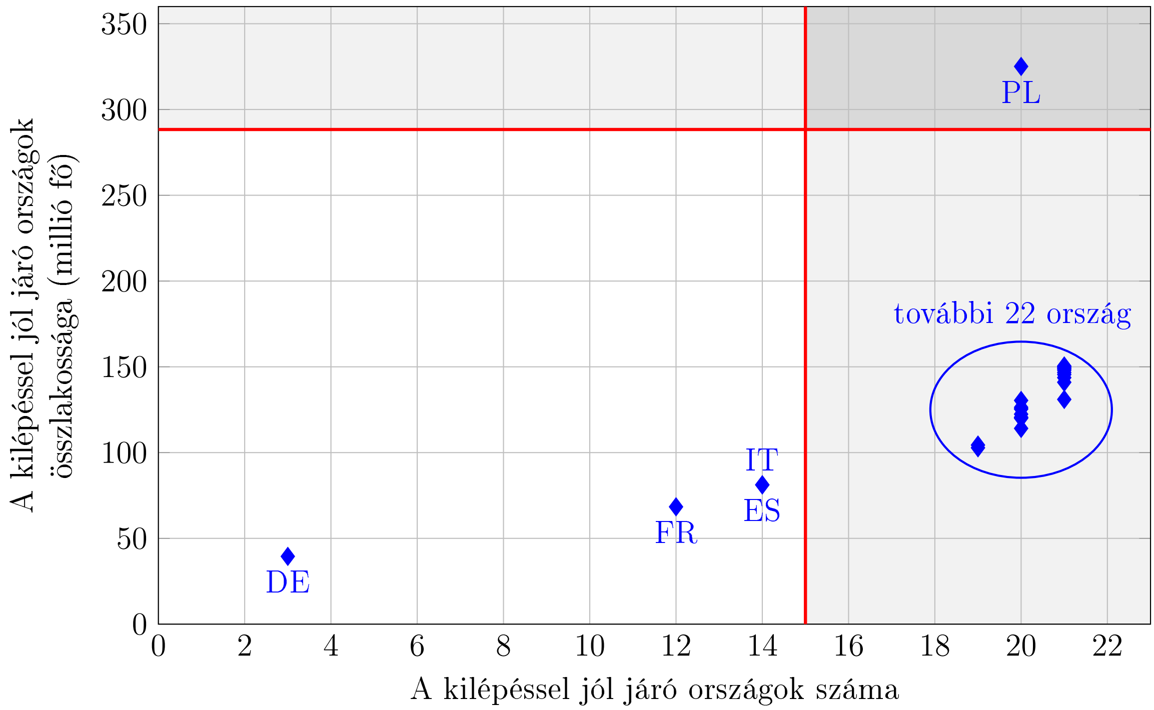
Az alábbiakban fejezetenként ismertetjük az értekezés eredményeit.

1. Tagkilépések hatása az Európai Unió Tanácsában

A fejezet eredményei Petróczy et al. (2019) és a Petróczy et al. (2022) cikkekben jelentek meg.

Kóczy (2019) és Kóczy (2021) szerint a Brexit után növekedett a nagy országok befolyása. Az 1. fejezetben viszont belátjuk, egy következő kilépés már a kis tagállamok számára lenne előnyös.

1. ábra. EU-tagállamok kilépésének hatása, kiigazított Shapley–Shubik index



Különösen érdekes a Lengyelország távozására vonatkozó eredmény. Az 1. ábrán látható, hogy az egyes országok kilépésével hány bennmaradó tagállam befolyása növekedne, és ezeknek mekkora az összlakossága. Például a magyar kilépéssel 21 ország járna jól, lakosságuk azonban csak 141 millió fő. Az Egyesült Királyság nélküli Európai Unió Tanácsában a döntéshozáshoz 15 tagállam egyetértésére van szükség, melyek legalább 288 millió lakost képviselnek. A piros vonalak ezt a két határt jelölik. 23 olyan ország van, amely a függőleges piros vonaltól jobbra helyezkedik el, azaz amelynek a kilépésével több, mint 15 állam befolyása növekszik. Viszont Lengyelország az egyetlen, amire a lakosságkorlát is teljesül. Ha kilépne, az Európai Unió népessége 82%-ának növekedne a befolyása a költségvetésre. Ez azért áll elő, mert Lengyelország nagy méretéhez képest alacsony költségvetési befizetéssel rendelkezik.

Amikor kilép, minden ország (kiigazítás nélküli) Shapley–Shubik indexe emelkedik, és a kiigazított érték is csak hat ország esetén kisebb, mint a kilépés előtti.

Ha a brit kilépés után nem egy, hanem két ország távozik, a második kilépés hatása hasonlít a Brexittel kapcsolatban talált mintázatra.

Az eltérő eredmények magyarázata, hogy a Brexittel szemben a következő kilépés nem változtatja meg a szavazás tagállam korlátjának értékét. A brit kilépés után 27 tagállam maradt az EU-ban. Ebben az esetben legalább 15 tagállam egyetértése szükséges egy kérdés elfogadásához. Egy újabb kilépés után már csak 26 tagállam lenne, az 55%-os kvóta alapján 14,3 országra lenne szükség, viszont tört szavazat nincs az országszámban, ezért továbbra is 15 tagállamnak kell megszavaznia a kérdést.

Azaz a lakosság korlát értéke csökken, a tagállam korláté nem változik. Ez pedig a kis országoknak kedvez, melyek lakossággal alig rendelkeznek, így ebből a szempontból nem tudnak érdemben hozzájárulni egy koalícióhoz, viszont a tagállam korlát elérésében teljes értékűnek számítanak. Több olyan koalíció lesz, melyek elérik a lecsökkent lakossági korlátot, viszont éppen egy ország hiányzik a tagállam korláthoz. Ha egy ilyen koalícióhoz csatlakozik egy kis tagállam, akkor együtt már döntésképesek. Mivel csökkent lakossági korláttal több ilyen lehetőség van, a kis országok Shapley-értéke, azaz befolyása nő. A Brexit esetén viszont változott a tagállam korlát is, ezért az a forgatókönyv inkább a nagy országoknak kedvezett. Ez az eredmény független a kilépő ország költségvetési hozzájárulásától. Felfedezhető egy, az adott súlyok és kvóták mellett jellemző mintázat: egy olyan kilépés, ami nem változtatja a tagállam kvótát, a kis országok befolyását fogja növelni, míg egy tagállam kvótát csökkentő kilépés a nagy országoknak kedvez.

2. Egy életminőség-rangsor a hazautalások alapján

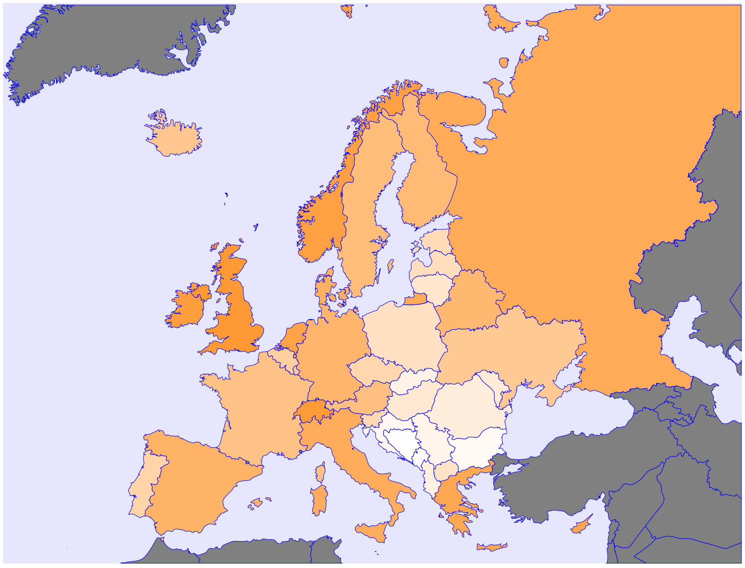
A fejezet eredményeit a Petróczy (2020) és a Petróczy (2021a) cikkekben publikáltuk.

Ebben a fejezetben bilaterális átutalási adatok alapján a legkisebb négyzetek módszerével rangsoroltuk az európai országokat. Eredményeink szerint a mutató robusztus, azonban a rangsort nagymértékben befolyásolhatják a migrációs politikák. Gyakorlati példát mutattunk az aggregálás veszélyeire is. De ez nem a javaslatunk eredendő hibája: Csató (2019) egy lehetetlenségi tételen keresztül megmutatja, hogy minden észszerű rangsor függ az aggregálás szintjétől. Mivel az Európán kívüli országokat egyetlen entitásként kezeltük, így módszerünk leginkább azon országokra működik helyesen, amelyek főleg más európai országokkal állnak kapcsolatban.

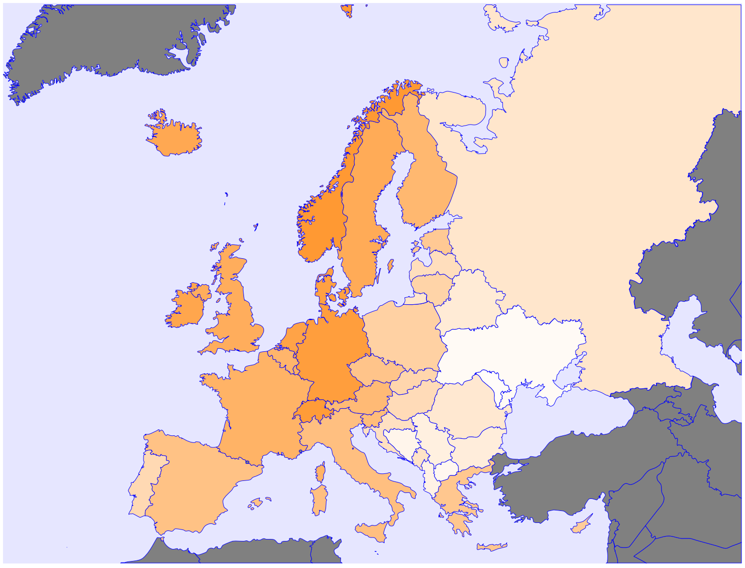
A 2. ábrán látható a Human Development Index (HDI) által adott ország sorrend a legkisebb négyzetek módszerével kapott rangsorral összehasonlítva. A sötétebb na-

2. ábra. A legkisebb négyzetek módszerével és a HDI-vel kapott országrangsorok összehasonlítása, 2015

(a) Legkisebb négyzetek módszere



(b) HDI



rancssárga szín a kedvezőbb helyezést jelöli. Igazán látványos különbség Oroszország esetén figyelhető meg: a legkisebb négyzetek módszere lényegesen előrébb, a 8. helyre, míg a HDI (Európára szűkítve) csupán a 31. helyre rangsorolja. Oroszország helyezése már a p_i normalizált nettó átutalással nézve is kedvező, amit megőriz a legkisebb négyzetek módszere. Ennek egyik magyarázata, hogy Oroszország főleg volt szovjet tagállamokkal áll kapcsolatban, amelyek egy része az eddigi elemzésben az átlagosnál jobb értékelésű egyéb kategóriában található. Hasonló jelenség tapasztalható Fehéroroszország és Ukrajna esetében.

A választott módszertan komoly előnyökkel rendelkezik, amelyeket az önkényes paraméter-választástól való függetlenség és a kedvező axiomatikus tulajdonságok mutatnak. A Human Development Indexhez való hasonlósága azt jelzi, képesek vagyunk megragadni az „életminőség" legalább néhány aspektusát. Segíthet értékelni egy ország teljesítményét, követendő példát találni a feltörekvő régióknak. Például a posztjugoszláv államok közül kiemelkedik Észak-Macedónia, míg a volt Szovjetunió balti régiójában Észtország valamivel jobban teljesít, mint Lettország és Litvánia. Végül a javasolt rangsorolás alapként szolgálhat más összetett indexek számára.

Bár megközelítésünk nem helyettesítheti a többi rangsorolást, a javasolt rangsor egyszerű számítása miatt alternatívává válhat a különféle összetett indexek számára.

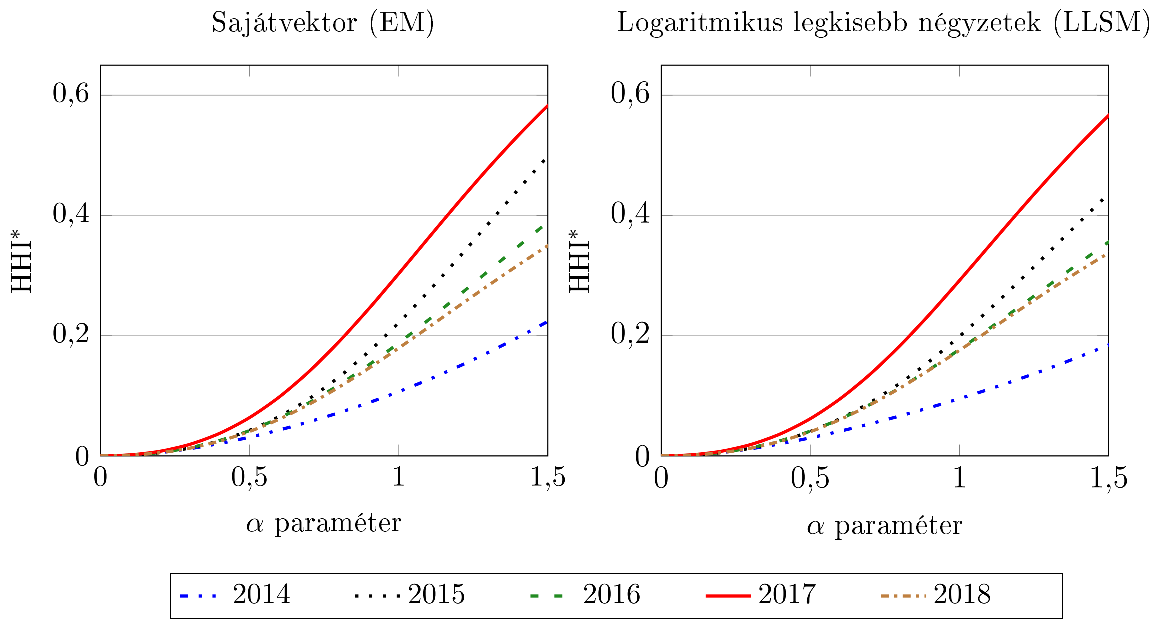
3. Teljesítményalapú pénzfelosztás páros összehasonlításokkal

A fejezetben Petróczy (2021b) és Petróczy és Csató (2021) cikkek eredményei kerülnek bemutatásra.

A fejezetben a bevételek elosztását modelleztük egy sportverseny résztvevői között. A páros összehasonlításokon alapuló megközelítés lehetővé teszi az allokációt egyetlen paraméter alapján. Javaslatunkat egy példa segítségével ismertettük, a Forma–1 konstruktőrök közötti díjfelosztására tettünk javaslatot. A megközelítés előnye a hivatalos pontozási rendszerrel szemben, hogy független az önkényesen választott – a múltban többször módosított – pontértékektől. Az alkalmazott módszerek nem autóverseny specifikusak, minden olyan szituációban alkalmazhatók, ahol a szereplők teljesítménye összehasonlítható. A javasolt módszerek paraméterével szabályozható az elosztás egyenlőtlensége. Emellett gyakorlati példát mutattunk arra, hogy a sajátvektor módszer nem teljesíti a skála invarianciát.

A 3. ábra az elosztás egyenlőtlenségét mutatja a 2014–2018 közötti öt szezonban az α paraméter függvényében. A paraméter megváltoztatásával a HHI* értéke tetszőlegesen módosítható, összhangban a döntéshozó esetleges szándékaival. A vizsgált időszakban a 2014-es évben volt a legkiegyenlítettebb a verseny, míg 2017-ben a nyertes Mercedes sokkal jobban teljesített a többieknél. A Liberty Media 2021-es tervnek megfelelő HHI* = 0,007-es kiegyenlítettség a vizsgált években 0,2 és 0,3 közötti paraméterértékkel érhető el.

3. ábra. A normalizált Herfindahl–Hirschman-index (HHI*), 2014–2018



A 4. ábrán a 2014-es szezon eredményei alapján javasolt pénzfelosztás látszik. Mercedes az első helyezett mindkét módszer alapján, α értékeire növekvő részesedéssel. Az öt középső csapat (Red Bull, Williams, Ferrari, McLaren, Force India) díjazása alacsony α értékekre meghaladja az egyenlő elosztást jelentő 0,1-et, azonban magasabb értékekre ez már csökken. Sorrendjük az LLSM módszerrel számolva megegyezik a hivatalos pontszámítással, de a 216 pontot elérő Ferrari és a 181 pontos McLaren közötti különbség ebben az esetben csupán marginális. Az utolsó öt csapat díjazása az α növelésével csökken. A sajátvektor módszert alkalmazva azonban az látható, hogy a középső öt csapat esetén sorrendfordulás van, kellően magas α esetén a McLaren megelőzi a Williamst, azaz a sajátvektor módszer nem skála invariáns.

4. Hogyan tehető igazságosabbá a labdarúgó-mérkőzéseket követő büntetőpárbaj?

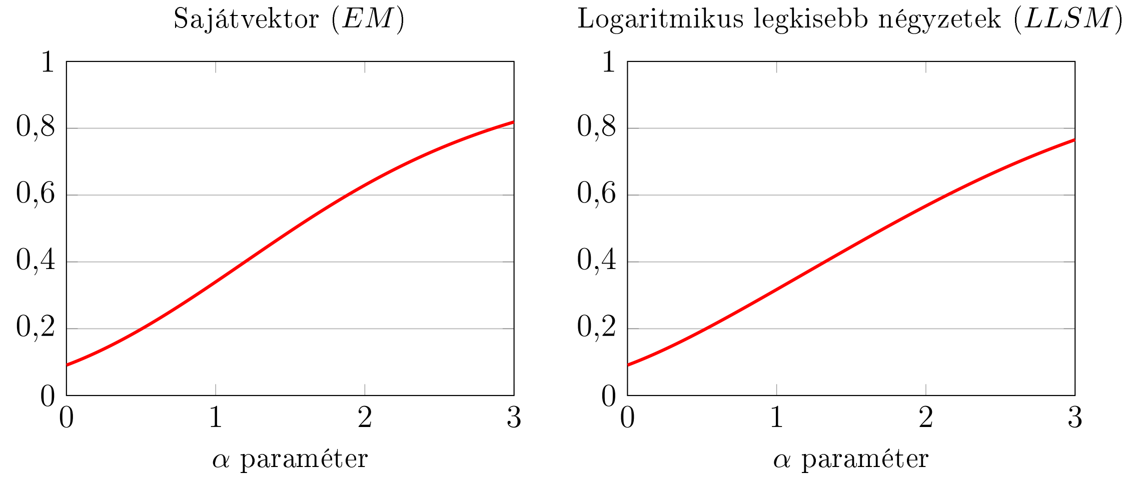
A fejezet eredményei Csató és Petróczy (2019) cikkben és a Csató és Petróczy (2022) műhelytanulmányban kerültek publikálásra.

Hét alternatív büntetőrúgási mechanizmust hasonlítottunk össze matematikai modellek segítségével. Ebben a fejezetben az igazságosság azon értelmezéséből indultunk ki, miszerint azonos képességű csapatoknak ugyanolyan valószínűséggel kell győzniük.

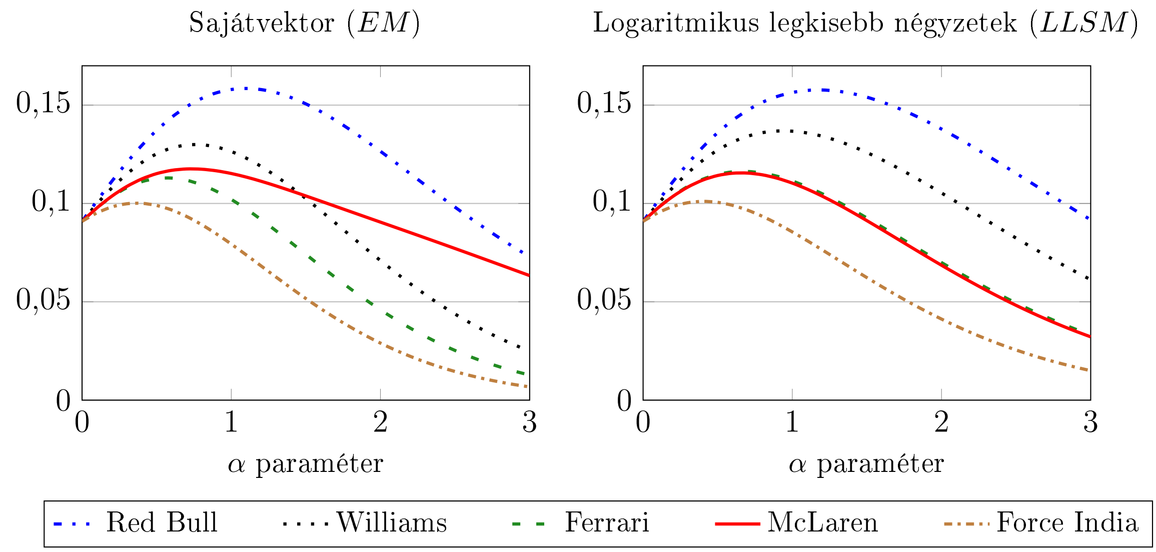
Az 1. táblázatokban láthatók az első tizenegyest rúgó A csapat nyerési valószínűségei a különböző szabályokkal, legfeljebb nyolc körös, hirtelen halál szakasszal

4. ábra. Alternatív pénzfelosztás, 2014

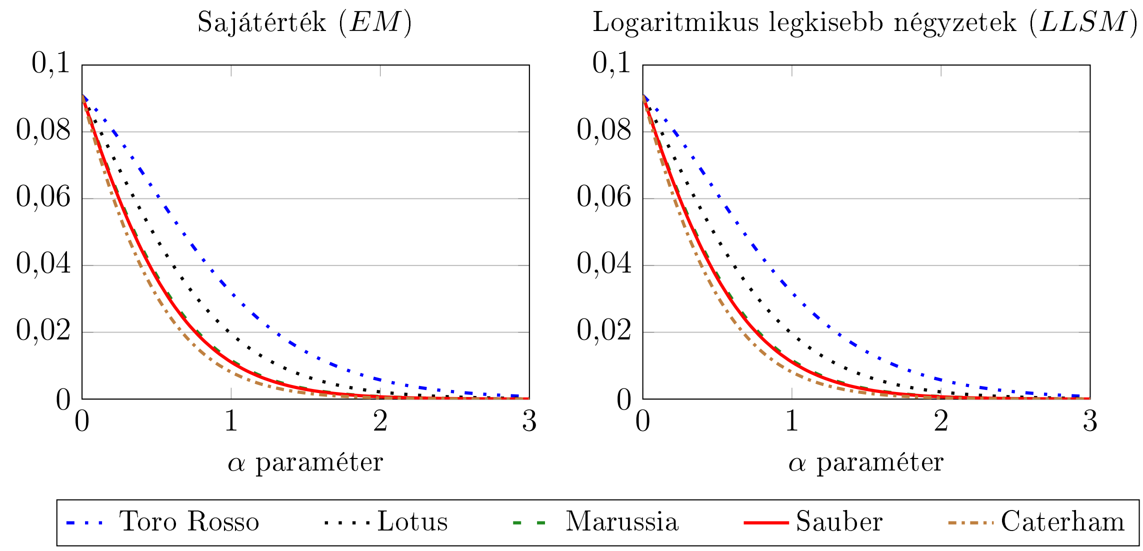
(a) Legjobb csapat: Mercedes



(b) Másodiktól hatodik helyezettig



(c) Az utolsó öt helyezett



1. táblázat. Az első tizenegyest rúgó A csapat győzelmének valószínűsége hirtelen halállal folytatódó büntetőpárbajban ($p = 3/4$ és $q = 2/3$)

(a) M1 modell: a második büntetőt rúgó csapat gólszerzési valószínűsége q

M1 modell	A rögzített hosszúságú szakasz köreinek száma							
Szabály	1	2	3	4	**5**	6	7	8
ABAB	0,600	0,608	0,618	0,628	**0,637**	0,645	0,653	0,661
ABBA	0,526	0,511	0,519	0,508	**0,515**	0,507	0,513	0,506
ABBA|*BAAB*	0,513	0,494	0,489	0,504	**0,509**	0,497	0,492	0,503
Kiegyenlítő	0,526	0,516	0,518	0,513	**0,514**	0,512	0,512	0,511
Vált. Kiegy.	0,526	0,495	0,515	0,501	**0,509**	0,504	0,507	0,504
Felzárkóztató	0,526	0,516	0,516	0,512	**0,512**	0,510	0,510	0,508
Vált. Felz.	0,526	0,495	0,512	0,500	**0,506**	0,501	0,503	0,501

(b) M2 modell: a második csapat gólszerzési valószínűsége q, ha az első csapat sikeres

M2 modell	A rögzített hosszúságú szakasz köreinek száma							
Szabály	1	2	3	4	**5**	6	7	8
ABAB	0,571	0,578	0,586	0,593	**0,600**	0,606	0,612	0,618
ABBA	0,520	0,508	0,514	0,506	**0,511**	0,505	0,509	0,504
ABBA|*BAAB*	0,510	0,496	0,492	0,503	**0,506**	0,497	0,494	0,502
Kiegyenlítő	0,520	0,513	0,514	0,510	**0,511**	0,509	0,509	0,508
Vált. Kiegy.	0,520	0,497	0,510	0,502	**0,506**	0,503	0,505	0,503
Felzárkóztató	0,520	0,513	0,513	0,510	**0,509**	0,508	0,507	0,507
Vált. Felz.	0,520	0,497	0,509	0,501	**0,505**	0,502	0,503	0,501

(c) M3 modell: a hátrányban lévő csapat gólszerzési valószínűsége q

M3 modell	A rögzített hosszúságú szakasz köreinek száma							
Szabály	1	2	3	4	**5**	6	7	8
ABAB	0,571	0,571	0,571	0,571	**0,571**	0,571	0,571	0,571
ABBA	0,520	0,516	0,514	0,514	**0,512**	0,512	0,511	0,511
ABBA|*BAAB*	0,510	0,504	0,507	0,510	**0,507**	0,504	0,507	0,508
Kiegyenlítő	0,520	0,515	0,515	0,513	**0,513**	0,512	0,511	0,511
Vált. Kiegy.	0,520	0,501	0,513	0,506	**0,510**	0,507	0,508	0,508
Felzárkóztató	0,520	0,515	0,515	0,513	**0,513**	0,512	0,511	0,511
Vált. Felz.	0,520	0,501	0,513	0,506	**0,510**	0,507	0,508	0,508

záruló büntetőpárbaj esetén, ha $p = 3/4$ és $q = 2/3$. Ezeket a valószínűségeket használva a jelenleg alkalmazott $ABAB$ szabály esetén nagyjából visszakapnánk a kezdő csapatnak azt az előnyét, amelyet az empirikus kutatások találtak (Brams és Ismail, 2018).

Az 1. táblázatban látható értékek alapján az $ABBA$, valamint a (Változó) Kiegyenlítő és (Változó) Felzárkóztató szabályok esetén megfigyelhető egy párospáratlan hatás. Ha a büntetőpárbaj páros számú előre meghatározott körből áll, akkor a két csapat esélyei általában bármely módszer esetén kiegyenlítettebbek. Érdekes eredmény, hogy a viszonylag egyszerű $ABBA$ szabály páros számú kör mellett jobbnak bizonyul a Kiegyenlítő és a Felzárkóztató szabálynál az M1 és M2 modellben. Amennyiben csak egyetlen körös a büntetőpárbaj, akkor az $ABBA|BAAB$ módszer bizonyult a legigazságosabbnak, ez azonban a kiegyenlített hirtelen halál szakasznak köszönhető.

A négy dinamikus szabály a rögzített hosszúságú szakaszban nem különbözik, amennyiben az csupán egyetlen körből áll. Ha több előre meghatározott kör van, akkor a legjobb módszernek a Változó Felzárkóztató szabály tűnik. A Kiegyenlítő mechanizmus nem teljesít jobban a már a pályán is kipróbált $ABBA$ szabálynál és a Felzárkóztató rendszer sem egyértelműen igazságosabb ezeknél. Ezzel szemben a Csató (2021) által javasolt módosítás, a hirtelen halált kezdő csapat rögzítése minden esetben közelebb visz az igazságossághoz.

Az empirikus eredmények alapján ugyan nem lehetünk teljesen biztosak abban, hogy a büntetőpárbajt kezdő csapat valóban szignifikáns előnyt élvez, az általunk tárgyalt szabályok használata azonban biztosan nem káros, hiszen részben képes kompenzálni az esetleges problémát, és talán a büntetőpárbajok jelentette izgalmakat is tovább növelné.

Hivatkozások

Adams, Jr., R. H. (2003). International migration, remittances, and the brain drain: A study of 24 labor-exporting countries. World Bank Policy Research Műhelytanulmány 3069.

Anbarcı, N., Sun, C.-J., és Ünver, M. U. (2021). Designing practical and fair sequential team contests: The case of penalty shootouts. *Games and Economic Behavior*, 130:25–43. DOI: 10.1016/j.geb.2021.07.004.

Apesteguia, J. és Palacios-Huerta, I. (2010). Psychological pressure in competitive environments: Evidence from a randomized natural experiment. *American Economic Review*, 100(5):2548–2564. DOI: 10.1257/aer.100.5.2548.

Arregui, J. (2016). Determinants of bargaining satisfaction across policy domains in the European Union Council of Ministers. *JCMS: Journal of Common Market Studies*, 54(5):1105–1122. DOI: 10.1111/jcms.12355.

Banzhaf, J. F. (1964-1965). Weighted voting doesn't work: A mathematical analysis. *Rutgers Law Review*, 19(2):317–343.

Bergantiños, G. és Moreno-Ternero, J. D. (2020a). Allocating extra revenues from broadcasting sports leagues. *Journal of Mathematical Economics*, 90:65–73. DOI: 10.1016/j.jmateco.2020.06.002.

Bergantiños, G. és Moreno-Ternero, J. D. (2020b). Sharing the revenues from broadcasting sport events. *Management Science*, 66(6):2417–2431. DOI: 10.1287/mnsc.2019.3313.

Bergantiños, G. és Moreno-Ternero, J. D. (2021). Compromising to share the revenues from broadcasting sports leagues. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 183:57–74. DOI: 10.1016/j.jebo.2020.12.011.

Bertini, C., Gambarelli, G., Stach, I., és Zibetti, G. (2019). Seat apportionment by population and contribution in European Parliament after Brexit. Megjelent: Nguyen, N. T., Kowalczyk, R., Mercik, J., és Motylska-Kuźma, A. (szerk.): *Transactions on Computational Collective Intelligence XXXIV*, 109–126. o., Springer, Berlin, Heidelberg. DOI: 10.1007/978-3-662-60555-4.

Bozóki, S., Fülöp, J., és Rónyai, L. (2010). On optimal completion of incomplete pairwise comparison matrices. *Mathematical and Computer Modelling*, 52(1-2):318–333. DOI: 10.1016/j.mcm.2010.02.047.

Brams, S. J. és Ismail, M. S. (2018). Making the rules of sports fairer. *SIAM Review*, 60(1):181–202. DOI: 10.1137/16M1074540.

Broome, A., Homolar, A., és Kranke, M. (2018). Bad science: International organizations and the indirect power of global benchmarking. *European Journal of International Relations*, 24(3):514–539. DOI: 10.1177/1354066117719320.

Budzinski, O. és Müller-Kock, A. (2018). Is the revenue allocation scheme of Formula One motor racing a case for European competition policy? *Contemporary Economic Policy*, 36(1):215–233. DOI: 10.1111/coep.12247.

Čaklović, L. és Kurdija, A. S. (2017). A universal voting system based on the Potential Method. *European Journal of Operational Research*, 259(2):677–688. DOI: 10.1016/j.ejor.2016.10.032.

Coleman, J. S. (1971). Control of collectivities and the power of a collectivity to act. Megjelent: Lieberman, B. (szerk.): *Social Choice*, 192–225. o., Gordon and Breach, New York.

Crawford, G. és Williams, C. (1985). A note on the analysis of subjective judgment matrices. *Journal of Mathematical Psychology*, 29(4):387–405. DOI: 10.1016/0022-2496(85)90002-1.

Cross, J. P. (2013). Everyone's a winner (almost): Bargaining success in the Council of Ministers of the European Union. *European Union Politics*, 14(1):70–94. DOI: 10.1177/1465116512462643.

Csató, L. (2013a). Páros összehasonlításokon alapuló rangsorolási módszerek. *Szigma*, XLIV(3-4):155–198.

Csató, L. (2013b). Ranking by pairwise comparisons for Swiss-system tournaments. *Central European Journal of Operations Research*, 21(4):783–803. DOI: 10.1007/s10100-012-0261-8.

Csató, L. (2015). A graph interpretation of the least squares ranking method. *Social Choice and Welfare*, 44(1):51–69. DOI: 10.1007/s00355-014-0820-0.

Csató, L. (2017). On the ranking of a Swiss system chess team tournament. *Annals of Operations Research*, 254(1-2):17–36. DOI: 10.1007/s10479-017-2440-4.

Csató, L. (2019). Journal ranking should depend on the level of aggregation. *Journal of Informetrics*, 13(4):100975. DOI: 10.1016/j.joi.2019.100975.

Csató, L. (2021). A comparison of penalty shootout designs in soccer. *4OR*, 19:183–198. DOI: 10.1007/s10288-020-00439-w.

Csató, L. és Petróczy, D. G. (2019). Hogyan tehető igazságosabbá a labdarúgó mérkőzéseket követő büntetőpárbaj? *Statisztikai Szemle*, 97(8):779–798. DOI: 10.20311/stat2019.8.hu0779.

Csató, L. és Petróczy, D. G. (2022). Fairness in penalty shootouts: Is it worth using dynamic sequences? Műhelytanulmány. arXiv: 2004.09225.

Csóka, P. (2003). Koherens kockázatmérés és tőkeallokáció. *Közgazdasági Szemle*, 50(10):855–880.

Dávid, L. D., Remenyik, B., Molnár, C., Baiburiev, R., és Csobán, K. (2018). The impact of the Hungaroring Grand Prix on the Hungarian tourism industry. *Event Management*, 22(4):671–674. DOI: 10.3727/152599518X15300559276985.

Davis, K. E., Kingsbury, B., és Merry, S. E. (2012). Indicators as a technology of global governance. *Law & Society Review*, 46(1):71–104. DOI: 10.1111/j.1540-5893.2012.00473.x.

De Graan, J. G. (1980). Extensions of the multiple criteria analysis method of T. L. Saaty. Jelentés, National Institute for Water Supply, Voorburg.

de Jong, P. (1984). A statistical approach to Saaty's scaling method for priorities. *Journal of Mathematical Psychology*, 28(4):467–478. DOI: 10.1016/0022-2496(84)90013-0.

Éltető, Ö. és Köves, P. (1964). Egy nemzetközi összehasonlításoknál fellépő indexszámítási problémáról. *Statisztikai Szemle*, 42(5):507–518.

Euronews (2018). Penalty shootouts are unfair. Here's how they could be fairer. By László Csató. Július 2. `http://www.euronews.com/2018/07/02/penalty-shootouts-are-unfair-here-s-how-they-could-be-fairer-view`.

Európai Unió Tanácsa (2021). A Tanács 2021/2320 határozata. `https://eur-lex.europa.eu/legal-content/hu/TXT/?uri=CELEX:32021D2320`.

Európai Unió Tanácsa (2022a). Minősített többség. `https://www.consilium.europa.eu/hu/council-eu/voting-system/qualified-majority/`.

Európai Unió Tanácsa (2022b). Szavazatszámláló. `https://www.consilium.europa.eu/hu/council-eu/voting-system/voting-calculator/`.

Felsenthal, D. S. és Machover, M. (1997). The weighted voting rule in the EU's Council of Ministers, 1958–1995: Intentions and outcomes. *Electoral Studies*, 16(1):33–47. DOI: 10.1016/S0261-3794(96)00055-8.

Felsenthal, D. S. és Machover, M. (2001). The Treaty of Nice and qualified majority voting. *Social Choice and Welfare*, 18(3):431–464. DOI: 10.1007/s003550100137.

Fűrész, D. és Rappai, G. (2018). Koncentrációs mérőszámok „sportos” szerepkörben. *Statisztikai Szemle*, 96(10):949–972. DOI: 10.20311/stat2018.10.hu0949.

Foster, J. E., McGillivray, M., és Seth, S. (2013). Composite indices: Rank robustness, statistical association, and redundancy. *Econometric Reviews*, 32(1):35–56. DOI: 10.1080/07474938.2012.690647.

Göllner, R. (2017). The Visegrád Group – A rising star post-Brexit? Changing distribution of power in the European Council. *Open Political Science*, 1(1):1–6. DOI: 10.1515/openps-2017-0001.

González-Díaz, J., Hendrickx, R., és Lohmann, E. (2014). Paired comparisons analysis: an axiomatic approach to ranking methods. *Social Choice and Welfare*, 42(1):139–169. DOI: 10.1007/s00355-013-0726-2.

Grech, P. D. (2021). Power in the Council of the EU: organizing theory, a new index, and Brexit. *Social Choice and Welfare*, 56(2):223–258. DOI: 10.1007/s00355-020-01273-z.

Gulliksen, H. (1956). A least squares solution for paired comparisons with incomplete data. *Psychometrika*, 21(2):125–134. DOI: 10.1007/BF02289093.

Harker, P. T. (1987). Incomplete pairwise comparisons in the analytic hierarchy process. *Mathematical Modelling*, 9(11):837–848. DOI: 10.1016/0270-0255(87)90503-3.

Herfindahl, O. C. (1950). *Concentration in the steel industry*. PhD értekezés, Columbia University, New York.

Hirschman, A. O. (1945). *National Power and the Structure of Foreign Trade*. University of California Press, Berkeley és Los Angeles.

Hirschman, A. O. (1964). The paternity of an index. *American Economic Review*, 54(5):761–762.

Horst, P. (1932). A method for determining the absolute affective value of a series of stimulus situations. *Journal of Educational Psychology*, 23(6):418–440. DOI: 10.1037/h0070134.

Høyland, B., Moene, K., és Willumsen, F. (2012). The tyranny of international index rankings. *Journal of Development Economics*, 97(1):1–14. DOI: 10.1016/j.jdeveco.2011.01.007.

IFAB (2017). *Play fair!* The IFAB strategy to develop the Laws of the Game to improve football 2017–2022. http://web.archive.org/web/20210711135739/https://www.play-fair.com/data/Strategy_Paper_EN_150dpi_Doppelseiten.pdf.

IFAB (2020). *Laws of the Game 2020/21.* The International Football Association Board. Hatályos 2020. június 1-jétől. https://resources.fifa.com/image/upload/ifablaws-of-the-game-2020-21.pdf?cloudid=d6g1medsi8jrrd3e4imp.

Jiang, X., Lim, L.-H., Yao, Y., és Ye, Y. (2011). Statistical ranking and combinatorial Hodge theory. *Mathematical Programming*, 127(1):203–244. DOI: 10.1007/s10107-010-0419-x.

Johansson, M. (2021). Explaining cooperation in the Council of the EU before and after the Brexit referendum. *Politics and Governance*, 9(1):5–15. DOI: 10.17645/pag.v9i1.3709.

Judde, C., Booth, R., és Brooks, R. (2013). Second place is first of the losers: An analysis of competitive balance in Formula One. *Journal of Sports Economics*, 14(4):411–439. DOI: 10.1177/1527002513496009.

Kaiser, H. F. és Serlin, R. C. (1978). Contributions to the method of paired comparisons. *Applied Psychological Measurement*, 2(3):423–432. DOI: 10.1177/014662167800200317.

Kocher, M. G., Lenz, M. V., és Sutter, M. (2012). Psychological pressure in competitive environments: New evidence from randomized natural experiments. *Management Science*, 58(8):1585–1591. DOI: 10.1287/mnsc.1120.1516.

Kóczy, L. Á. (2011). Lisszaboni kilátások. *Közgazdasági Szemle*, LVIII(12):1045–1058.

Kóczy, L. Á. (2019). Döntési befolyás az Európai Unió Tanácsában: Mit hozhat a Brexit? *Alkalmazott Matematikai Lapok*, 36(2):287–293. DOI: 10.37070/AML.2019.36.2.13.

Kóczy, L. Á. (2021). Brexit and power in the Council of the European Union. *Games*, 12(2):51. DOI: 10.3390/g12020051.

Kóczy, L. Á. és Pintér, M. (2011). Az ellenzék ereje – általánosított súlyozott szavazási játékok. *Közgazdasági Szemle*, LVIII(6):543–551.

Krumer, A. és Lechner, M. (2017). First in first win: Evidence on schedule effects in round-robin tournaments in mega-events. *European Economic Review*, 100:412–427. DOI: 10.1016/j.euroecorev.2017.09.006.

Krumer, A., Megidish, R., és Sela, A. (2017). First-mover advantage in round-robin tournaments. *Social Choice and Welfare*, 48(3):633–658. DOI: 10.1007/s00355-017-1027-y.

Kwiesielewicz, M. (1996). The logarithmic least squares and the generalized pseudoinverse in estimating ratios. *European Journal of Operational Research*, 93(3):611–619. DOI: 10.1016/0377-2217(95)00079-8.

Lambers, R. és Spieksma, F. C. R. (2021). A mathematical analysis of fairness in shootouts. *IMA Journal of Management Mathematics*, 32(4):411–424. DOI: 10.1093/imaman/dpaa023.

Lyons, K. és Darroch, G. (2016). Frexit, Nexit or Oexit? Who will be next to leave the EU. *The Guardian*. 2016. július 24. `https://www.theguardian.com/politics/2016/jun/27/frexit-nexit-or-oexit-who-will-be-next-to-leave-the-eu`.

Mercik, J. és Ramsey, D. M. (2017). The effect of Brexit on the balance of power in the European Union Council: an approach based on pre-coalitions. Megjelent: Nguyen, N., Kowalczyk, R., és Mercik, J., szerkesztők, *Transactions on Computational Collective Intelligence XXVII*, 87–107. o. Springer, Berlin, Heidelberg. DOI: 10.1007/978-3-319-70647-4.

Michie, J. és Oughton, C. (2004). *Competitive Balance in Football: Trends and Effects*. Football Governance Research Centre.

Morrissey, J. H. (1955). New method for the assignment of psychometric scale values from incomplete paired comparisons. *Journal of the Optical Society of America*, 45(5):373–378.

Mosteller, F. (1951). Remarks on the method of paired comparisons: I. The least squares solution assuming equal standard deviations and equal correlations. *Psychometrika*, 16(1):3–9. DOI: 10.1007/BF02313422.

MTA SZTAKI (2018). Hogyan tehető igazságosabbá a labdarúgó mérkőzéseket követő büntetőpárbaj? Június 18. `https://www.sztaki.hu/tarsadalom/hirek/hogyan-teheto-igazsagosabba-labdarugo-merkozeseket-koveto-buntetoparbaj`.

Pál, T. (2020). 50 éve gyilkolja a futballszurkolók idegeit, mégis imádják. Május 30. https://index.hu/sport/futball/2020/05/30/otven_eves_a_buntetoparbaj_karl_wald_antonin_panenka/.

Palacios-Huerta, I. (2012). Tournaments, fairness and the Prouhet-Thue-Morse sequence. *Economic Inquiry*, 50(3):848–849. DOI: 10.1111/j.1465-7295.2011.00435.x.

Palacios-Huerta, I. (2014). *Beautiful Game Theory: How Soccer Can Help Economics*. Princeton University Press, Princeton, New York.

Petróczy, D. G. (2020). Egy életminőség-rangsor a hazautalások alapján. *Szigma*, 51(2):169–184.

Petróczy, D. G. (2021a). An alternative quality of life ranking on the basis of remittances. *Socio-Economic Planning Sciences*, 78:101042. DOI: 10.1016/j.seps.2021.101042.

Petróczy, D. G. (2021b). Teljesítményalapú pénzfelosztás a Forma–1-ben páros összehasonlításokkal. *Szigma*, LII(1):61–74.

Petróczy, D. G. és Csató, L. (2021). Revenue allocation in Formula One: a pairwise comparison approach. *International Journal of General Systems*, 50(3):243–261. DOI: 10.1080/03081079.2020.1870224.

Petróczy, D. G., Rogers, M. F., és Kóczy, L. Á. (2019). Tagkilépések és a magyar befolyás változása az Európai Unió Tanácsában. *Alkalmazott Matematikai Lapok*, 36(1):65–81.

Petróczy, D. G., Rogers, M. F., és Kóczy, L. Á. (2022). Exits from the European Union and their effect on power distribution in the Council. *Games*, 13(1):18. DOI: 10.3390/g13010018.

Penrose, L. S. (1946). The elementary statistics of majority voting. *Journal of the Royal Statistical Society*, 109(1):53–57. DOI: 10.1111/j.2397-2335.1946.tb04638.x.

Pinheiro-Alves, R. és Zambujal-Oliveira, J. (2012). The Ease of Doing Business Index as a tool for investment location decisions. *Economics Letters*, 117(1):66–70. DOI: 10.1016/j.econlet.2012.04.026.

Pintér, M. (2007). Regressziós játékok. *Szigma*, XXXVIII(3-4):131–148.

Pintér, M. (2009). A Shapley-érték axiomatizálásai. *Alkalmazott Matematikai Lapok*, 26(3):289–315.

Rabinowitz, G. (1976). Some comments on measuring world influence. *Conflict Management and Peace Science*, 2(1):49–55. DOI: 10.1177/073889427600200104.

Ravallion, M. (2012). Mashup indices of development. *The World Bank Research Observer*, 27(1):1–32. DOI: 10.1093/wbro/lkr009.

Rencken, D. és Collantine, K. (2019). Formula 1 teams' prize money payments for 2019 revealed. https://www.racefans.net/2019/03/03/formula-1-teams-prize-money-payments-for-2019-revealed/.

Saaty, T. L. (1977). A scaling method for priorities in hierarchical structures. *Journal of Mathematical Psychology*, 15(3):234–281. DOI: 10.1016/0022-2496(77)90033-5.

Saaty, T. L. (1980). *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. McGraw-Hill, New York.

Schreyer, D. és Torgler, B. (2018). On the role of race outcome uncertainty in the TV demand for Formula 1 Grands Prix. *Journal of Sports Economics*, 19(2):211–229. DOI: 10.1177/1527002515626223.

Seth, S. és McGillivray, M. (2018). Composite indices, alternative weights, and comparison robustness. *Social Choice and Welfare*, 51(4):657–679. DOI: 10.1007/s00355-018-1132-6.

Shapley, L. S. (1953). A value for n-person games. Megjelent Kuhn, H. W. és Tucker, A. W. (szerk.): *Contributions to the Theory of Games Volume II*, volume 28 of *Annals of Mathematical Studies*, 307–317. o., Princeton University Press, Princeton, New Jersey. DOI: 10.1515/9781400881970-018.

Shapley, L. S. és Shubik, M. (1954). A method for evaluating the distribution of power in a committee system. *American Political Science Review*, 48(3):787–792. DOI: 10.2307/1951053.

Solymosi, T. (2009). Kooperatív játékok. *Magyar Tudomány*, 170(5):547–558.

Szczypińska, A. (2018). Who gains more power in the EU after Brexit? *Finance a Uver*, 68(1):18–33.

Szulc, B. (1964). Indeksy dla porównań wieloregionalnych. *Przeglad Statystyczny*, 3:239–254.

Szurovecz, I. (2019). Igazságosabban is lehetne rúgni a fociban a tizenegyeseket. Szeptember 1. https://444.hu/2019/09/01/igazsagosabban-is-lehetne-rugni-a-fociban-a-tizenegyeseket.

UEFA (2017a). Comprehensive bidding regulations approved for all finals and final tournaments. Június 1. https://web.archive.org/web/20170603223013/http://www.uefa.org/mediaservices/newsid=2474545.html.

UEFA (2017b). Penalty shoot-out trial at UEFA final tournaments. Május 1. http://www.uefa.com/insideuefa/protecting-the-game/refereeing/news/newsid=2463576.html.

Vandebroek, T. P., McCann, B. T., és Vroom, G. (2018). Modeling the effects of psychological pressure on first-mover advantage in competitive interactions: The case of penalty shoot-outs. *Journal of Sports Economics*, 19(5):725–754. DOI: 10.1177/1527002516672060.

Warntjen, A. (2017). Do votes matter? Voting weights and the success probability of member state requests in the Council of the European Union. *Journal of European Integration*, 39(6):673–687. DOI: 10.1080/07036337.2017.1332057.

Williams, C. és Crawford, G. (1980). Analysis of subjective judgment matrices. Időközi jelentés R-2572-AF, Rand Corporation, Santa Monica.

IV. Saját publikációk

Idegen nyelvű

Referált szakmai folyóirat cikk

1) Csató, L. és Petróczy, D. G. (2021a). On the monotonicity of the eigenvector method. *European Journal of Operational Research*, 292(1):230–237. DOI: 10.1016/j.ejor.2020.10.020.

2) Petróczy, D. G. (2021a). An alternative quality of life ranking on the basis of remittances. *Socio-Economic Planning Sciences*, 78:101042. DOI: 10.1016/j.seps.2021.101042.

3) Petróczy, D. G. és Csató, L. (2021). Revenue allocation in Formula One: a pairwise comparison approach. *International Journal of General Systems*, 50(3):243–261. DOI: 10.1080/03081079.2020.18702.

4) Petróczy, D. G., Rogers, M. F., és Kóczy, L. Á. (2022). Exits from the European Union and their effect on power distribution in the Council. *Games*, 13(1):18. DOI: 10.3390/g13010018.

Műhelytanulmány

5) Csató, L. és Petróczy, D. G. (2022). Fairness in penalty shootouts: Is it worth using dynamic sequences? Műhelytanulmány. arXiv: 2004.09225.

Egyéb

6) Petróczy, D. G. és Németh-Durkó, E. (2019). Using real options for real estates Megjelent: Dömötör, B. és Váradi, K. (szerk.): *Selected Chapters of Corporate Finance and Risk Management* , 66–75. o. Budapesti Corvinus Egyetem, Budapest.

Magyar nyelvű

Referált szakmai folyóirat cikk

7) Petróczy, D. G. (2012). Az adócsalás egy ágensalapú modellje *Köz-gazdaság*, 7(4):199–210.

8) Petróczy, D. G. (2015). Stabil párosítások a gyakorlatban: Alvin E. Roth: Who Gets What - and Why. The New Economics of Matchmaking and Market Design. Houghton Mifflin Harcourt, New York, 2015, 260 oldal *Competitio*, 14(2):83–87. DOI: 10.21845/comp/2015/2/5.

9) Petróczy, D. G. (2017). Korrupciós kapcsolatok - Egy ágensalapú megközelítés *Köz-gazdaság*, 12(3):111–128.

10) Petróczy, D. G. és Németh, Bálint (2017). Korrupciós kapcsolatok *Köz-gazdaság*, 12(4):241–255.

11) Csató, L. és Petróczy, D. G. (2018). Néhány gondolat a labdarúgás rangsorolási szabályairól a 2018. évi labdarúgó-világbajnokság európai selejtezője kapcsán. *Közgazdasági Szemle*, LXV(6):632–649. DOI: 10.18414/KSZ.2018.6.632.

12) Csató, L. és Petróczy, D. G. (2019). Hogyan tehető igazságosabbá a labdarúgó mérkőzéseket követő büntetőpárbaj? *Statisztikai Szemle*, 97(8):779–798. DOI: 10.20311/stat2019.8.hu0779.

13) Petróczy, D. G., Rogers, M. F., és Kóczy, L. Á. (2019). Tagkilépések és a magyar befolyás változása az Európai Unió Tanácsában. *Alkalmazott Matematikai Lapok*, 36(1):65–81.

14) Petróczy, D. G. (2020). Egy életminőség-rangsor a hazautalások alapján. *Szigma*, LI(2):169–184.

15) Csató, L. és Petróczy, D. G. (2020). Miért igazságtalan a 2020-as labdarúgó-Európa-bajnokság kvalifikációja? *Közgazdasági Szemle*, LXVII(7–8):734–747. DOI: 10.18414/KSZ.2020.7-8.734.

16) Petróczy, D. G. (2021b). Teljesítményalapú pénzfelosztás a Forma–1-ben páros összehasonlításokkal. *Szigma*, LII(1):61–74.

Konferencia tanulmány

17) Petróczy, D. G. (2018). Egy életminőség-rangsor a hazautalások alapján. Megjelent: Temesi, J. (szerk.): *XV. Gazdaságmodellezési Szakértői Konferencia: Előadások*
Budapest, Magyarország: Gazdaságmodellezési Társaság 97–106. o.

Egyéb

18) Németh-Durkó, E. és Petróczy, D. G. (2019). Reálopció–Napelem telepítés. Megjelent: Walter, Gy. (szerk.): *Pénzügyi, Vállalati Esetek és Döntések*, 40–47. o. Budapesti Corvinus Egyetem, Budapest.