Petróczy Dóra Gréta

Igazságosság és rangsorolás: Alkalmazások a közgazdaságtan és sport területéről

Témavezető:

Csató László Ph.D.

Budapesti Corvinus Egyetem

Közgazdasági és Gazdaságinformatikai Doktori Iskola

Igazságosság és rangsorolás: Alkalmazások a közgazdaságtan és sport területéről

Doktori értekezés

Petróczy Dóra Gréta

Budapest, 2022

Tartalomjegyzék

Ábrák jegyzéke

Táblázatok jegyzéke

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek, Csató Lászlónak, aki széleskörű szakmai támogatása és végtelen türelme mellett a legtöbbet tette a dolgozat és az ahhoz vezető publikációim megszületéséért és színvonalának növeléséért.

Hálával tartozom Csató Lászlónak, témavezetőm édesapjának, a programozásban nyújtott segítségért.

Sokat köszönhetek Vincze Jánosnak, aki bátorította a doktori iskolába jelentkezésem, és évekig témavezetőm volt.

Társszerzőim, Rogers Mark Francis és Kóczy Á. László nagyban hozzájárultak a kutatómunkám sikerességéhez.

A munkámhoz értékes ötleteket és hozzászólásokat kaptam Biró Pétertől, Bozóki Sándortól, Csóka Endrétől, Csóka Pétertől, Halm Tamástól, Kóczy Á. Lászlótól, Kónya Istvántól, Molnár Györgytől, Sziklai Balázstól és számos konferencia és doktori műhely résztvevőitől.

Köszönettel tartozom tanszékvezetőmnek Berlinger Edinának, és a Budapesti Corvinus Egyetem Befektetések és Vállalati Pénzügy Tanszékén dolgozó kollégáimnak. Külön hálás vagyok Lovas Anitának az állandó bátorításért.

Köszönöm az értekezéstervezet bírálóinak, Kehl Dánielnek és Mágó Mánuel Lászlónak értékes meglátásaikat.

Végezetül köszönöm családomnak a türelmet és a megértést.

Előszó

Jelen doktori disszertáció igazságossággal és rangsorolással kapcsolatos problémákat tárgyal a közgazdaságtan és a sport területéről. Mindennapjaink egyik legfontosabb kérdése, hogy mit nevezünk igazságosnak, az értekezés ebből négy témakört jár körül.

Az értekezés felépítése

A 2. fejezetben a Brexit utáni lehetséges kilépések következményét vizsgáljuk az Európai Unió Tanácsában két ismert hatalmi mértékkel, a Shapley–Shubik és a Banzhaf indexszel. Bár a Brexit hatásait számos korábbi szakirodalom számszerűsítette, a további kilépésekkel eddig nem foglalkoztak. Minden ország kilépésére ugyanazt a mintázatot találjuk: a népességszám és a döntési befolyás változása szorosan összefügg, a kis országok hatalmi indexe növekszik a legnagyobb mértékben. A fejezet alapjául szolgáló Petróczy et al. (2019) és a Petróczy et al. (2022) cikkekben a saját hozzájárulás:

- a számítások elvégzése (Rogers Mark Francisszel közösen);
- részvétel a tanulmányok szerkesztésében, az ábrák elkészítése.

A 3. fejezetben egy olyan országrangsorolási módszert javasolunk, amely nem igényli szempontsúlyok önkényes megválasztását. A megközelítésünk kinyilvánított preferenciákból indul ki, alapfelvetésünk, hogy az emberek az anyaországukból általuk jobbnak gondolt országokba vándorolnak. Eljárásunk egyszerű számítása miatt a különféle összetett indexek alternatíváját jelentheti, bár teljes mértékben nem helyettesítheti azokat. A fejezet eredményeit a Petróczy (2020) és a Petróczy (2021a) cikkekben publikáltuk. Az ötletért és a kivitelezésben nyújtott segítségért hála illeti a témavezetőmet, *Csató László*t.

A 4. fejezetben egy alternatív díjfelosztási módszert ismertetünk a Forma–1 csapatai számára. A páros összehasonlításokon alapuló megközelítés lehetővé teszi az allokációt egyetlen paraméter alapján. A fejezetben bemutatott Petróczy (2021b) és Petróczy és Csató (2021) cikkekben a saját hozzájárulás:

- az adatok összegyűjtése, a számítások elvégzése;
- részvétel a tanulmányok szerkesztésében.

Az 5. fejezetben a labdarúgásban a hosszabbítást követő esetleges büntetőpárbaj rúgási sorrendjét tárgyaljuk. Az azonos képességű csapatoknak ugyanolyan valószínűséggel kell(ene) győzniük, a tizenegyes rúgást meghatározó szabály azonban valószínűleg megsérti ezt a követelményt. Ezért hét alternatív mechanizmust hasonlítunk össze egy matematikai modell segítségével, illetve empirikus alapokon. A fejezet eredményeit tartalmazó Csató és Petróczy (2019) cikkben és a Csató és Petróczy (2022) műhelytanulmányban a saját hozzájárulás:

- az M1 modellben az ABBA|BAAB, az M2 és az M3 modellben az összes szabály programozása;
- az 5.1. táblázat példája;
- részvétel a tanulmányok szerkesztésében.

A programozásban nyújtott segítségért köszönettel tartozunk *Csató László*nak, témavezetőm édesapjának.

1. fejezet

Bevezetés

Az alábbiakban néhány ismert igazságossági problémát tekintünk át. Ahogy látni fogjuk, a téma rendkívül szerteágazó, minden részletre kiterjedő tárgyalása messze meghaladja egy doktori disszertáció kereteit.

Az igazságosság különböző formában a közgazdaságtan számos területén megjelenik. Fehr és Schmidt (2006) és van Winden (2007) két megközelítést különít el, az egyenlőtlenséget kerülő (*inequity aversion*) altruista és a reciprocitás alapú irányokat. Mindkettő alapvetően egyenlő kifizetésekre törekszik, de más-más motivációból. Az egyenlőtlenséget kerülő modellek (Fehr és Schmidt, 1999; Bolton és Ockenfels, 2000) úgy terjesztik ki a klasszikus közgazdaságtan hasznosságfüggvényét, hogy a szereplőket nem csupán a saját kifizetésük, hanem a másik kifizetése is érdekli. Ezzel szemben a másik irányzat (Rabin, 1993; Falk és Fischbacher, 2006) inkább pszichológiai alapokon nyugszik. Rabin (1993) megfogalmazásában, az emberek segítik azt, aki segít nekik, és ártanak annak, aki árt nekik.

1.1. Igazságosság a szavazásban

A társadalmi konfliktusok egy része elosztási kérdésekre vezethető vissza. Megkülönböztethetünk folytonos és diszkrét elosztási problémákat attól függően, az elosztandó dolog folytonosan osztható-e vagy sem. Tasnádi (2007) három alapvető folytonos elosztási eljárást emel ki. Az *arányos* elosztási eljárás a rendelkezésre álló mennyiséget az igényekkel arányosan osztja el. Az *egyenletes nyereség* mindenkinek azonos mennyiséget igyekszik juttatni, de az egyenlőnél alacsonyabb igénnyel rendelkező szereplőknek csak az igényüknek megfelelőt. A *egyenletes veszteség* elosztási eljárás abban különbözik az egyenletes nyereség eljárástól, hogy a kiosztandó mennyiségekkel szemben az igényekből elvonandó mennyiségeket igyekszik kiegyenlíteni.

A diszkrét elosztási problémák egy csoportját jelentik a különböző képviseleti problémák. Balinski és Young (1982) egy egész könyvet szentel a témának. A elosztási problémák egy csoportja azt vizsgálja, hogyan lehet egy országot vagy államot választókörzetekre osztani. Ideális esetben minden választókörzetre ugyanannyi szavazó jut, a valóságban azonban földrajzi, adminisztratív, vagy kulturális okokból egyes régiókat nem lehet szétválasztani vagy összevonni. Ezért az arányos, egzakt kvóta szerinti kiosztás helyett a Hare-kvóta szerinti elosztást szokás elvárni, azaz minden körzetnek az arányos kiosztás szerint járó le- vagy felkerekített értékével egyenlő számú képviselőhelyhez kell jutnia. Alabama-paradoxonról beszélünk akkor, ha a parlament nagyságának növelésével változatlan népesség mellett valamelyik körzet kevesebb képviselőt kap. A népességi paradoxon akkor lép fel, ha egy, a többinél nagyobb ütemben növekvő lakosságú körzet képviselői helyet veszít (a többi feltétel változatlansága mellett).

Balinski és Young (1975) bizonyítja, hogy nincs tökéletes körzetkiosztó módszer: nem létezik olyan eljárás, amely egyszerre mentes az Alabama- és a népességi paradoxontól és teljesíti a Hare-kvótát. Hazai szerzők is foglalkoztak ezzel a problémával, Tasnádi (2008) eredménye szerint az 1990 és 2010 közötti magyar országgyűlési választásokon egy pártkoalíció számára hátrányossá válhatott a tagjaira leadott több szavazat. Biró et al. (2012) és Biró et al. (2015) a Velencei Bizottság választási kódexével összhangban a *lexmin* módszer használatát javasolja a körzetkiosztási probléma megoldására.

Az Európai Unió Tanácsának szavazati rendszere a kezdetektől számos kutatás tárgya. Ez az EU (és elődjei) egyik fő döntéshozó szerve, ahol minden tagállamot egy fő képvisel, a döntéseket pedig súlyozott minősített többségi szavazással hozzák meg, kifejezendő az országok közötti lakosságkülönbséget. Mivel a szervezetnek kiemelt szerepe van az Unió életében, a súlyozást minden bővítés esetén újratárgyalták.

1958 és 1972 között az Európai Unió elődjének az Európai Gazdasági Közösségnek (EGK) hat tagja volt. A nagy tagállamok – Franciaország, Németország és Olaszország – 4, Belgium és Hollandia 2, és végezetül Luxemburg 1 súllyal rendelkezett. A döntési küszöb 12 volt. Ilyen arányok mellett, ahogy a 2. fejezetben részletesen bemutatjuk, Luxemburgnak egyáltalán nem volt szavazati ereje. Amikor 1973-ban Dánia, az Egyesült Királyság és Írország csatlakozott ez EGK-hoz, átrendezték a súlyokat. A már bent lévő nagy országoké és a csatlakozó Egyesült Királyságé 10 lett, Belgiumé és Hollandiáé 5-re nőtt, Dánia és Írország 3-t kapott, míg Luxemburg súlya megduplázódott. A döntési küszöb 41-re emelkedett és kilencből hat tagnak kellett támogatnia a javaslatot. Bár arányaiban Luxembourg súlya csökkent (1/17-ről 1/29-re), az *a priori* szavazati ereje nőtt. Brams és Affuso (1976) ezt *új tag paradoxon*nak nevezi.

Brams és Affuso (1985) további érdekes paradoxonokra világít rá. Görögország 1981-es csatlakozásakor 5-ös szavazati súlyt kapott, míg a többi tagállamé változatlan maradt. Bár Luxemburg súlya arányaiban tovább csökkent, a szavazati ereje mégis nőtt. Ráadásul így Dánia, Írország és Luxemburg szavazati ereje megegyezett. Spanyolország és Portugália 1986-os csatlakozása után Dánia és Írország befolyása nőtt a szavazati súlyuk változatlansága mellett.

Laruelle és Widgrén (1998) a szavazási rendszer igazságosságát vizsgálja. A szerzők különböző értelmezést különítenek el attól függően, mi lehet a mögöttes szándék. Ha az EU független államok laza szövetsége, akkor az „egy állam, egy szavazat” elvnek kellene teljesülnie. Viszont, ha egyetlen nagy országként kezeljük, akkor – hasonlóan a körzetkiosztási módszereknél alkalmazotthoz – az „egy ember, egy szavazat” elvnek kellene teljesülnie, azaz minden tagállamnak a lakosságával arányos érdekérvényesítő képességgel kellene rendelkeznie. Végül, ha az EU államok közötti szövetség, akkor az igazságos megoldásnak valahol a két extrém eset között kell elhelyezkednie. Belátják, hogy az 1995–2004 között használt súlyozott minősített többségi szavazás nem igazságos, és javaslatot tesznek egy méltányosabb súlykiosztási algoritmusra.

A 2001-es nizzai szerződés már egyértelműen szerepeltette a tagállamok lakosságát a szavazási folyamatban. Egy javaslatot akkor lehetett elfogadni, ha a tagállamok többsége, akik a súlyok 74%-val, és a lakosság 62%-val rendelkeztek, támogatta azt. Felsenthal és Machover (2001) rámutat, hogy ezek a kvóták túl magasak, ezért megbénítják a döntéshozatalt. A 2008-as lisszaboni szerződés a többé-kevésbé önkényes súlyokat már teljes mértékben a lakosságarányra cseréli. Kóczy (2011) alapján, bár a reform a döntéshozást könnyítette, szavazási erőben a nagy országoknak kedvezett, míg a közepes országok, mint Magyarország rosszul jártak.

1.2. Igazságosság a sportban

A sport kiváló lehetőséget kínál az igazságosság vizsgálatára. A különböző sportágakban eltérnek a pontozási rendszerek, a bajnokságok lebonyolítása, ezért különböző formátumokat lehet elemezni. Az adatok könnyen és nagy mennyiségben állnak rendelkezésre. E rövid áttekintésben két kapcsolódó területet foglalunk össze, áttekintjük a rangsorolási módszerekkel szemben megfogalmazható tulajdonságokat, illetve ismertetünk néhány csalásbiztosságot sértő sportszabályt.

A sportesemények szervezésének egyik legfontosabb eleme olyan szabályozási környezet kialakítása, amely a résztvevőket a lehető legnagyobb teljesítmény elérésére ösztönzi (Szymanski, 2003). Ennek ellenére számos olyan helyzet képzelhető el, amikor egy csapat nem érdekelt ebben. Ezeket az eseteket négy kategóriába sorolhatjuk: korrupció, a játékosok vagy bírók pénzt kapnak a mérkőzés eredményének befolyásolásáért (Preston és Szymanski, 2003); a gyengén szereplő csapat a következő szezonban előnyösebb helyzetből indulhat (Taylor és Trogdon, 2002); a továbbjutó csapat által elért helyezéstől függ a következő ellenfele, a rosszabb szereplés pedig kedvezőbb párosítást eredményezhet (Pauly, 2014; Vong, 2017); átgondolatlan rangsorolási szabályok alkalmazása (Csató és Petróczy, 2018; Dagaev és Sonin, 2018).

Vaziri et al. (2018) három elvárható tulajdonságot fogalmaz meg a sportban alkalmazott rangsorolási eljárásokkal szemben. A játékosok rangsora tükrözze az ellenfelek erejét, a csapatok mindig a győzelemben legyenek érdekeltek, valamint a mérkőzések sorrendje ne befolyásolja a végeredményt. A klasszikus győzelem-vereség számláló módszer és az egyes egyetemi amerikai futball kupákban használt Massey és Colley módszerek csupán a két utóbbi tulajdonságot teljesítik.

Sportversenyek pontozási eljárásait régóta alkalmazzák a társadalmi választások problémáinak illusztrálására. Népszerű könyvében Arrow (1951) is megjegyzi, az *irreleváns alternatíváktól való függetlenség* tulajdonságát Huntington (1938) már korábban megfogalmazta relevancia posztulátum néven tudományos vetélkedők pontozási rendszerét vizsgálva. Kondratev et al. (2022) ezt tulajdonságot konzisztenciának nevezi. Egy pontozási rendszer *konzisztens*, ha egy versenyző kiesése nem befolyásolja a többiek sorrendjét. Bár a feltételt egyetlen pontozási rendszer sem teljesíti, az általuk javasolt mértani pontozási szabály *gyengén konzisztens*. Azaz, ha az egyhangú győztes vagy vesztes esik ki, akkor a többiek sorrendje változatlan marad.

Kaiser (2019) gyakorlati példát mutat a irreleváns alternatíváktól való függetlenség/konzisztencia sérülésére a Forma–1-ből. Az 1976-os szezon a versenysorozat egyik legizgalmasabb periódusa volt. James Hunt és Niki Lauda küzdött az első helyért, a szoros eredményhez Lauda balesete és két kihagyott versenye is hozzájárult. Az évad végén 69 ponttal végül Hunt lett a világbajnok. 1962–1990 között az első hat hely volt pontszerző, sorban 9–6–4–3–2–1 ponttal, viszont a világbajnok meghatározásához nem minden eredményt vettek figyelembe. 1976-ban a legjobb hét–hét eredmény számított az első és a második nyolc versenyből. Az első három helyezett eredményei az 1.1. táblázatban láthatók, szürkével jelölve a figyelembe vett pontokat. Hunt 69, míg Lauda 68 ponttal zárta a szezont.

A harmadik helyezett Jody Sheckter 49 pontjával jóval lemaradt az első kettőtől, nem volt esélyes a világbajnoki címre. Az 1.2. táblázatban látható, mi lett volna az eredmény, ha Sheckter nem versenyzett volna. Így Lauda 72 ponttal megelőzte volna a 70 pontot elérő Huntot. Bár olyan versenyzőt vettünk ki, aki irreleváns volt a bajnoki cím tekintetében, ebben az esetben mégis Lauda nyerte volna meg a világbajnokságot.

Egyes esetekben nem a pontszámok, hanem a verseny formátuma vezet igazságtalansághoz. Ennek egyik leghíresebb esete a „a gijóni szégyen” néven ismertté

1.1. táblázat. Az 1976-os Forma–1-es nagydíj első három helyezettjének versenyeredményei és pontjai

Nagydíj		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Hunt	Hely	—	2	—	1	—	—	5	1	—	1	4	1	—	1	1	3
	Pont	0	6	0	9	0	0	2	9	0	9	3	9	0	9	9	4
Lauda	Hely	1	1	2	2	1	1	3	—	1	—	—	—	4	8	3	—
	Pont	9	9	6	6	9	9	4	0	9	0	0	0	3	0	4	0
Sheckter	Hely	5	4	—	—	4	2	1	6	2	2	—	5	5	4	2	—
	Pont	2	3	0	0	3	6	9	1	6	6	0	2	2	3	6	0

Forrás: Kaiser (2019, 127. o.)

1.2. táblázat. Az 1976-os Forma–1-es nagydíj első két helyezettje, ha a harmadik nem versenyzett volna

Nagydíj		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Hunt	Hely	—	2	—	1	—	—	4	1	—	1	4	1	—	1	1	3
	Pont	0	6	0	9	0	0	3	9	0	9	3	9	0	9	9	4
Lauda	Hely	1	1	2	2	1	1	2	—	1	—	—	—	4	7	2	—
	Pont	9	9	6	6	9	9	6	0	9	0	0	0	3	0	6	0

Forrás: Kaiser (2019, 127. o.)

1.3. táblázat. Az 1982-es labdarúgó-világbajnokság selejtezője 2. csoportjának eredménye az utolsó mérkőzés nélkül

Csapat	M	Gy	D	V	$G+$	$G-$	Gk	Pont
Ausztria	2	2	0	0	3	0	+3	4
Algéria	3	2	0	1	5	5	0	4
NSZK	2	1	0	1	5	3	+2	2
Chile	3	0	0	3	3	8	−5	0

[1] M: lejátszott meccsek száma, Gy: győzelmek, D: döntetlenek, V: vereségek; $G+$: szerzett gólok, $G-$: kapott gólok, Gk: gólkülönbség.

vált, 1982. június 25-én játszott Nyugat-Németország (NSZK) és Ausztria közötti labdarúgó-világbajnoki mérkőzés. A győzelem két pontot ért, a csoportból az első két csapat jutott tovább, a holtversenyek eldöntésére a gólkülönbséget alkalmazták.

A mérkőzés előtt Ausztriának és Algériának is 4-4 pontja volt, míg az NSZK-nak 2, a csoport állása az 1.3. táblázatban látható. Ha az NSZK egy (két) góllal nyer, akkor gólkülönbsége +3 (+4)-re nő, míg Ausztriáé +2 (+1)-re csökken, így mindkét csapat továbbjut, Algéria viszont kiesik. A nyugatnémetek a mérkőzés tizedik percében gólt szereztek, és nem volt további ösztönzőjük győzelmük kockáztatására, ahogy Ausztria sem volt különösebben érdekelt a gólszerzésben. További 80 percnyi gólmentes játék következett. E mérkőzés hatására vezették be az 1984-es labdarúgó-Európa-bajnokságtól és az 1986-os labdarúgó-világbajnokságtól kezdődően, hogy a csoportok utolsó mérkőzéseit azonos időpontban kezdik.

Olyan helyzet is előfordult, amikor nem csupán rosszabb játékkal, hanem

1.4. táblázat. Az 1994. évi karibi kupa selejtezője
1. csoportjának eredménye az utolsó mérkőzés nélkül

Csapat	M	Gy	D	V	$G+$	$G-$	Gk	Pont
Grenada	1	1	0	0	2	0	2	3
Puerto Rico	2	1	0	1	1	2	−1	3
Barbados	1	0	0	1	0	1	−1	0

[1] M: lejátszott meccsek száma, Gy: győzelmek, D: döntetlenek, V: vereségek; $G+$: szerzett gólok, $G-$: kapott gólok, Gk: gólkülönbség.

öngóllal járt jobban egy csapat (Preston és Szymanski, 2003). Az 1994-es karibi kupa selejtezőjének 1. csoportjában három csapat szerepelt, és csak a csoportelső jutott tovább. A mérkőzés eredménye nem lehetett döntetlen, a hosszabbításban szerzett aranygól duplán számított. Az 1.4. táblázat mutatja a csoport állását a Barbadoson játszott utolsó mérkőzés előtt. Egyenlőség esetén a gólkülönbség döntött, ezért Barbadosnak a továbbjutáshoz legalább két góllal kellett legyőznie Grenadát.

A mérkőzés során a 2:0-ra vezető Barbados megszerezte a továbbjutáshoz szükséges előnyt, azonban a 83. percben Grenadának sikerült gólt lőnie. Barbados megpróbált visszatámadni, de hamar belátták, az idő rövidsége miatt célszerűbb öngólt rúgniuk, amit meg is tettek. Így a hosszabbításban további 30 perc állt rendelkezésükre, és egyetlen találattal megszerezhették a szükséges kétgólos előnyt. A grenadai játékosok rövidesen szintén felismerték, hogy az aktuális 2:2-es állás esetén bármelyik kapuba lőnek gólt, ők jutnak tovább, mivel Barbados győzelme esetén is csak egy gól lesz a különbség. A barbadosi játékosok egy része ezért a saját kapuját, míg a többiek a grenadai kaput védték, így sikerült elérniük, hogy a mérkőzés a hosszabbítással folytatódjon, ahol végül megnyerték a játékot, és továbbjutottak. A probléma gyökerét jelentő, a hosszabbításban szerzett gól(oka)t kétszeresen díjazó szabályt soha többé nem alkalmazták. A hasonló eseteket Kendall és Lenten (2017), magyar nyelven pedig Csató és Petróczy (2018) tekinti át.

Bizonyos helyzetekben egy csapat szigorúan jobban is járhat a pályán nyújtott rosszabb teljesítménnyel, erre mutat példát Dagaev és Sonin (2018). Ezt a kérdéskört Csató (2019a) és Csató (2021) kimerítően tárgyalja.

2. fejezet

Tagkilépések hatása az Európai Unió Tanácsában

Az Egyesült Királyság Európai Unióból való kilépése (a Brexit) váratlan fordulat az európai integrációs folyamatban. A lépés meglepő, korábban egyetlen önálló ország sem kezdeményezett hasonlót.[1] Azóta viszont szóba került a görög (Grexit), a francia (Frexit), és a cseh (Czexit) kilépés lehetősége is (Lyons és Darroch, 2016).

Bár egy lehetséges kilépésnek számos politikai és gazdasági következménye lehet, a fejezetben csupán egyetlen szempontot vizsgálunk, nevezetesen azt, további kilépések eredményeként hogyan változnának az erőviszonyok az Európai Unió Tanácsában. A Brexit hatását az Európai Unió Tanácsára (Göllner, 2017; Grech, 2021; Johansson, 2021; Kirsch, 2016; Kirsch et al., 2018; Mercik és Ramsey, 2017; Szczypińska, 2018), illetve az Európai Parlament képviselői helyeire (Bertini et al., 2019) számos tanulmány vizsgálta. Ugyanakkor a további lehetséges EU elhagyásokkal ismereteink szerint még nem foglalkoztak. Az igazságosság szempontjából viszont fontos lenne annak biztosítása, hogy a maradók között ne legyenek nyertesek és vesztesek.

Az Európai Unió Tanácsa, ismertebb nevén a Miniszterek Tanácsa az Európai Parlamenttel együtt az Unió egyik fő döntéshozó szervezete, amely többek között az uniós költségvetés elfogadásáért felel. A Tanácsban az uniós országok miniszterei üléseznek. Minden tagállamnak egyetlen képviselője van, az országok közötti méretkülönbség a lakossággal súlyozott minősített többségi szavazási eljárásban jelenik meg.

A Lisszaboni Egyezmény a döntéshozatalt a támogató országok számához, illetve lakosságához köti (Európai Unió Tanácsa, 2022a). Egy javaslat akkor lép érvénybe, ha:

[1] Bár 1985-ben Grönland, Dánia autonóm tartománya, kilépett az Európai Közösségből.

1. a tagállamok legalább 55%-a támogatja (*tagállam kvóta*);
2. amelyek az EU állampolgárainak legalább 65%-át képviselik (*lakosság kvóta*).

A minősített többségi szavazás jelentőségét mutatja, hogy az interneten elérhető és mobilapplikációként letölthető egy hivatalos, az EU által kiadott szavazatszámláló program (Európai Unió Tanácsa, 2022b). A népességadatokat minden évben frissítik (Európai Unió Tanácsa, 2021). A súlyok ilyen módon történő kialakítása révén előre meg tudjuk mondani, hogyan alakulnának a szavazási erőviszonyok, ha egy ország kilépne az Európai Unióból. Több tanulmány bizonyította az *a priori* hatalmi befolyás szerepét a végleges döntéshozatalra (Felsenthal és Machover, 1997, 2001). Ugyanakkor, a várakozásokkal ellentétben, egyes kutatások nem vagy negatív kapcsolatot találtak az egyes szereplők szavazati ereje és valós érdekérvényesítő képessége között (Arregui, 2016; Cross, 2013). Warntjen (2017) viszont empirikusan is belátta, hogy erős pozitív kapcsolat figyelhető meg az uniós jogalkotásban a változtatási javaslatot benyújtó ország szavazati ereje és a szavazás sikeressége között. Ezért fontos megvizsgálni, mekkora befolyással rendelkeznek az egyes országok az Európai Unió Tanácsában.

A fejezetben két széles körben használt (Felsenthal és Machover, 2001; Fertő et al., 2020; Herne és Nurmi, 1993; Kóczy, 2012, 2021, 2019; Widgrén, 1994) hatalmi mérték, a Shapley–Shubik index (Shapley és Shubik, 1954) és a Banzhaf index (Banzhaf, 1964-1965; Coleman, 1971; Penrose, 1946) segítségével számszerűsítjük a tagállamok befolyását a lehetséges kilépővel együtt, illetve nélküle. Figyelembe vesszük, hogy egy ország távozásával a befizetése is elveszik, a számított hatalmi indexeket az összes befizetés csökkenésével arányosan korrigáljuk. Minden ország kilépésére ugyanazt a mintázatot találjuk: a népességszám és a döntési befolyás változása szorosan összefügg, a kis országok hatalmi indexe növekszik a legnagyobb mértékben. Ezek az eredmények ellentétesek azzal, amit Kóczy (2019) és Kóczy (2021) talált a brit kilépéssel kapcsolatban. Megállapítjuk, hogy egy kilépés a nagy országok számára kedvező, ha a tagállam kvóta teljesítéséhez szükséges országok száma csökken, míg a kis országok hatalmi indexét akkor növeli, amikor nem változik ez a korlát.

A fejezet a Petróczy et al. (2019) és Petróczy et al. (2022) cikkek alapján készült.

2.1. Módszertan

A szavazási helyzeteket kezelhetjük egyszerű átruházható hasznosságú kooperatív játékként, ahol a játékosok a szavazók, egy koalíció értéke egy, ha tagjai elegendően vannak egy kérdés megszavazásához, minden más esetben pedig nulla. Az egyes játékosok befolyását hatalmi mértékkel vagy *hatalmi index*szel mérjük.

Felsenthal és Machover (1998), illetve Felsenthal és Machover (2004) kétféle megközelítést különített el a szavazási erő *a priori* mérésében, az I-hatalmat és a P-hatalmat. Az első a befolyásra koncentrál, azt mérjük, mekkora a szavazó lehetséges hatása a meghozott döntésre. Ez a nézőpont ajánlott akkor, amikor azt vizsgáljuk, hogy különböző helyzetekben milyen eséllyel tudunk egy döntést elérni, például, miként szigorítsuk a tagországok gazdálkodásáról szóló szabályokat. A második értelmezés szerint a játékosok a szavazással egyfajta díjhoz jutnak hozzá, a hatalmi index azt méri, mekkora a játékos várható részesedése a jutalomból. Itt a döntési képességet teljesen figyelmen kívül hagyjuk: amennyiben a szavazás eredménytelen, a díj nem kerül kiosztásra. Ez a célszerűbb megközelítés, ha azt szeretnénk mérni, mekkora szeletet kaphatunk egy költségvetésből.

Az elkülönítésnek történelmi okai vannak. Az *a priori* szavazási erőt tudományos szempontból elsőként Penrose (1946) vizsgálta, jóllehet munkája közel két évtizedig szinte észrevétlen maradt. Eredeti definíciója szerint a szavazási erő „annak a valószínűségnek a fele, hogy egy-egy szavazat döntő lehet – vagyis olyan helyzetek, amelyben a fennmaradó szavazatok egyenlően oszlanak meg a szóban forgó kérdésben” (Penrose, 1946, 53. o.). Későbbi munkájában Penrose (1952) már kétszeresére növelte ezt az értéket. Penrose eredményétől függetlenül Banzhaf (1964-1965) is így mérte az *a priori* szavazási erőt.

Egy másik, Shapley és Shubik (1954) által javasolt megközelítés az átruházható hasznosságú kooperatív játékok elméletéből származik. Egy ilyen játékban minden játékos valamilyen (átruházható) kifizetésben részesül. Az, hogy egy adott játékos mekkora összeget kap, az összes játékos által választott stratégiától függ. A Shapley–Shubik-index tehát úgy értelmezhető, mint a választó várható kifizetésének előzetes valószínűségi becslése.

A Banzhaf index alapvetően az I-hatalom; a Shapley–Shubik index a P-hatalom mérőszáma (Felsenthal és Machover, 2004; Varela és Prado-Dominquez, 2012). A fejezetben azt vizsgáljuk, az egyes országok mekkora befolyással bírnak az Európai Unió költségvetésének elosztására, azaz a második, P-hatalom megközelítést követjük, ezért elsősorban a Shapley–Shubik indexet használjuk. Ugyanakkor, ahogy látni fogjuk, a Banzhaf-érték normalizált változata, a Banzhaf index is hasonló eredményekre vezet.

A Shapley–Shubik index (Shapley és Shubik, 1954) tulajdonképpen a Shapley-érték (Shapley, 1953) alkalmazása szavazási játékokra. A Shapley-érték (magyar nyelven lásd Csóka (2003); Kóczy (2011, 2019); Kóczy és Pintér (2011); Pintér (2007, 2009); Solymosi (2009)), a kooperatív játékelmélet egyik legelterjedtebb megoldásfogalma.

Jelölje N a játékosok halmazát, $S \subseteq N$ egy tetszőleges koalíciót. A kisbetűs jelölések a halmazok számosságát adják meg, tehát $s = |S|$ az S koalíció tagjainak száma, $n = |N|$ a játékosok száma. A $v : 2^N \to R$ karakterisztikus függvény határozza meg az egyes koalíciók értékét.

2.1. Definíció. *Egyszerű (szavazási) játék:* Egy (N, v) játék egyszerű játék, ha

$$v(S) \in \{0, 1\} \text{ minden } S \subseteq N\text{-re.}$$

Azok a koalíciók, amelyekre $v(S) = 1$, a győztes koalíciók, míg azok, amelyekre $v(S) = 0$, a vesztesek.

2.2. Definíció. *Súlyozott szavazási játék:* Egy $(N, v, \mathbf{w}, q)$ játékot, ahol tetszőleges S koalícióra

$$v(S) = \begin{cases} 1 & \text{ha } \sum_{j \in S} w_j \geq q \\ 0 & \text{különben,} \end{cases}$$

súlyozott szavazási játéknak nevezünk.

2.3. Definíció. *Shapley–Shubik index*: Legyen v egy szavazási játék. Ekkor az i játékos *Shapley–Shubik indexe*:

$$\varphi_i(N, v) = \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} \frac{s!\,(n - s - 1)!}{n!} \Big(v\big(S \cup \{i\}\big) - v\big(S\big) \Big).$$

Egy másik megközelítést képvisel a Banzhaf index, a játékosok normalizált Banzhaf-értéke (Banzhaf, 1964-1965; Penrose, 1946). Ez azt vizsgálja, milyen valószínűséggel befolyásolja egy játékos a szavazás kimenetelét (Coleman, 1971). A szavazó *kritikus*, ha kiválásával egy korábban nyertes koalíció már veszít.

2.4. Definíció. Az i játékos *Banzhaf-értéke*:

$$\sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} \frac{1}{2^{n-1}} \Big(v\big(S \cup \{i\}\big) - v\big(S\big) \Big) = \frac{\eta_i(N, v)}{2^{n-1}},$$

ahol $\eta_i(N, v)$ az i játékos Banzhaf-féle pontszáma, azaz azon koalíciók száma, ahol i kritikus szavazó.

A szavazási erő mérésére a normalizált értékét szokták használni.

2.5. Definíció. A Banzhaf-féle pontszám normalizált értéke a *Banzhaf index*:

$$\beta_i(N, v) = \frac{\eta_i(N, v)}{\sum_{j \in N} \eta_j(N, v)}$$

.

A hatalmi indexek számítását két példával illusztráljuk.

2.1. Példa. Legyen adott három játékos, A, B és C, akiknek rendre 8, 6 és 4 súlyuk van egy szavazási helyzetben. Egy javaslatot akkor fogadnak el, ha az azzal egyetértők összsúlya legalább 12. Szavazni csak igennel vagy nemmel lehet, a tartózkodás és a távolmaradás nem megengedett.

A Shapley-érték kiszámításához azt kell megnézni, mennyivel járul hozzá egy adott játékos az egyes koalíciók értékéhez. Képzeljük el, hogy a három játékos véletlenszerű sorrendben lép be egy szobába. Egy játékost akkor nevezünk *pivot*nak, ha a szobában tartózkodók belépése előtt nem, belépésével viszont már elérik a szavazási küszöböt. A pivot játékos határ-hozzájárulása 1, a többieké 0.

2.1. táblázat. Határ-hozzájárulások a 2.1. példában

	Lehetséges csatlakozási sorrendek					
Játékos	A-B-C	A-C-B	B-A-C	B-C-A	C-A-B	C-B-A
A	0	0	1	1	1	1
B	1	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0

Három játékos esetén a csatlakozási sorrendek száma $3! = 6$. A 2.1. táblázat mutatja, hogy az egyes sorrendek esetén ki lesz a pivot játékos. Például az A-B-C sorrend esetén a 12-es küszöböt akkor érik el, amikor A után B is belép a szobába. Négy esetben A a pivot játékos, míg egy-egy esetben B és C. Tehát az A játékos Shapley-értéke $2/3$, a B és C játékosoké $1/6$. A Shapley-érték szerint B és C játékosnak, bár különböző a súlya, valós befolyása azonos. Ha az A játékos megszavazza kérdést, akkor mindegy, B vagy C csatlakozik-e hozzá. Amennyiben A nem szavazza meg, akkor a másik két játékos együttesen sem képes erre.

A Banzhaf index kiszámításához a *kritikus* játékost kell meghatároznunk. Ehhez először a nyertes koalíciókat kell megvizsgálni, ezek azok a koalíciók, amelyek elérik a szavazási küszöböt. A kritikus játékos az, aki kilépésével egy győztes koalíciót vesztessé változtat.

2.2. táblázat. Kritikus játékosok a 2.1. példában

	Nyertes koalíciók		
Játékos	ABC	AB	AC
A	1	1	1
B	0	1	0
C	0	0	1

A 2.2. táblázat tartalmazza a győztes koalíciókat és a kritikus játékosokat. A nagykoalíció esetén csak A játékos kritikus, B-nek és C-nek együtt sincs meg a kellő súlya. A kéttagú győztes koalíciókból azonban bárki lép ki, veszítenek. Tehát összesen öt esetben kritikus valamelyik játékos, A háromszor, B és C pedig egyszer-egyszer. Így A Banzhaf indexe 3/5, B és C indexe 1/5. A Banzhaf index segítségével is megkaptuk, hogy B és C játékosok szerepe azonos. Azonban a Shapley–Shubik és a Banzhaf indexek értéke nem egyezik meg.

2.3. táblázat. Shapley–Shubik indexek a 2.1. példában

	Nyertes koalíciók		
Játékos	ABC	AB	AC
A	1/3	1/6	1/6
B	0	1/6	0
C	0	0	1/6

2.4. táblázat. Banzhaf-értékek a 2.1. példában

	Nyertes koalíciók		
Játékos	ABC	AB	AC
A	1/4	1/4	1/4
B	0	1/4	0
C	0	0	1/4

Shapley–Shubik és a Banzhaf-érték közötti hasonlóságot szemlélteti a 2.3. és 2.4. táblázat. Összesen háromféle koalíció van, amely megnyerheti a szavazást. A táblázatokban szerepeltettük az egyes koalíciókhoz tartozó pivot, illetve kritikus játékosokat a megfelelő súlyokkal. Például az ABC koalícióban A játékos két esetben pivot, ha a sorrend B-C-A, illetve C-B-A, ezért súlya 1/3. A Banzhaf-féle megközelítésben azonban nem számít a sorrend, és négy lehetséges koalíció van, AB, AC, BC, ABC, ezért a súlya $1/2^{3-1} = 1/4$. Vagyis a pivot és kritikus játékosok megegyeznek, azonban a Shapley-féle megközelítés a nagyobb koalíciókhoz nagyobb súlyt rendel, hiszen ezek többféle sorrendben állhatnak elő. Az egyes játékosok megfelelő értékei a sorösszegek, így az A játékos Banzhaf-értéke 3/4, a B és C játékosé 1/4. Ezeket normalizálva kapjuk meg a Banzhaf indexüket.

Annak illusztrálására, hogy a szavazók halmazának változása hogyan módosítja az indexeket, az Európai Gazdasági Közösség (EGK) 1958-as helyzetét elemezzük. Ez a példa jól ismert a szavazási irodalomban. Első tudományos tárgyalása valószínűleg Brams és Affuso (1976), de számos más tanulmányban is megjelent, többnyire hivatkozás nélkül (Brams és Affuso, 1985; Felsenthal és Machover, 1997; Kóczy, 2009; Le Breton et al., 2012).

2.2. Példa. Az Európai Unió elődjében, az Európai Gazdasági Közösségben a hat alapító ország már alkalmazta a súlyozott minősített többségi szavazást. A nagyok (Franciaország, Németország, Olaszország) súlya 4, a közepeseké (Belgium, Hollandia) 2, a legkisebb tagállamé (Luxemburg) 1 volt. A döntési küszöb 12.

2.5. táblázat. Döntéshozás az 1958-as Miniszterek Tanácsában

Tagállam	Súly	S–S index (%)	Banzhaf index (%)
Franciaország	4	23,33	23,80
Németország	4	23,33	23,80
Olaszország	4	23,33	23,80
Belgium	2	15,00	14,29
Hollandia	2	15,00	14,29
Luxemburg	1	0	0

A 2.5. táblázat tartalmazza a tagállamok súlyát, Shapley–Shubik (itt és a továbbiakban S–S) és Banzhaf indexeit. Látható, hogy Luxemburg befolyása mindkét hatalmi mérték szerint nulla, hiszen nincs olyan helyzet, amikor egy döntés ezen az országon múlna.

Költségvetésre lefordítva, a Shapley–Shubik és Banzhaf hatalmi indexek megmutatják egy ország befolyását a rendelkezésre álló pénzösszeg elköltésére. Azonban célszerű figyelembe venni, hogy a kilépő ország befizetése elveszik, így a szavazással felosztható díj, a költségvetés csökken. Ezért a hatalmi mértékeket kiigazítottuk az alábbi hányadossal:

$$\frac{\text{eredeti költségvetés} - \text{kilépő hozzájárulása}}{\text{eredeti költségvetés}}.$$

2.6. táblázat. Luxemburg kilépésének hatása az 1958-as Miniszterek Tanácsából (2.2. példa), Shapley–Shubik index

Tagállam	S–S index kilépés előtt (%)	S–S index kilépés után (%)	Kiigazított S–S index (%)
Franciaország	23,33	23,33	23,28
Németország	23,33	23,33	23,28
Olaszország	23,33	23,33	23,28
Belgium	15,00	15,00	14,97
Hollandia	15,00	15,00	14,97

Természetesen a kiigazított hatalmi indexek összege már nem 1, hanem a kiigazítási hányados, de így is kifejez egyfajta méltányos pénzügyi részesedést.

A kiigazított indexek használatát a 2.2. példán keresztül ismertetjük a 2.6. táblázatban. Az EGK költségvetéséhez Franciaország, Németország és Olaszország 28%-kal, Belgium és Hollandia 7,9%-kal, Luxemburg pedig 0,2%-kal járult hozzá (European Commission, 2008). Luxemburg kilépésével a bennmaradó országok Shapley–Shubik indexe nem változik, amennyiben a szavazási küszöb továbbra is 12 marad. Viszont Luxemburg befizetésével csökken a költségvetés, ezért a kiigazított Shapley–Shubik indexek kisebbek lesznek, a kiigazítási arányszám 0,998. A kilépés okozta befolyásváltozás megegyezik ezzel az értékkel. Mivel a kilépő Luxemburgnak nem volt hatása a szavazásra, a Banzhaf indexszel pontosan ugyanezt az eredményt kapnánk, a résztvevők ereje 0,2%-kal csökken.

2.7. táblázat. Franciaország kilépésének hatása az 1958-as Miniszterek Tanácsából (2.2. példa), Shapley–Shubik index

Tagállam	S–S index kilépés előtt (%)	S–S index kilépés után (%)	Kiigazított S–S index (%)
Németország	23,33	30,00	21,60
Olaszország	23,33	30,00	21,60
Belgium	15,00	13,33	9,60
Hollandia	15,00	13,33	9,60
Luxemburg	0	13,33	9,60

2.8. táblázat. Franciaország kilépésének hatása az 1958-as Miniszterek Tanácsából (2.2. példa), Banzhaf index

Tagállam	Banzhaf index kilépés előtt (%)	Banzhaf index kilépés után (%)	Kiigazított Banzhaf index (%)
Németország	23,80	30,43	21,91
Olaszország	23,80	30,43	21,91
Belgium	14,29	13,04	9,39
Hollandia	14,29	13,04	9,39
Luxemburg	0	13,04	9,39

Látványosabb a változás, ha egy nagy ország, például Franciaország lép ki. Mivel ebben az esetben a bennmaradók összsúlya 13-ra csökken, a küszöb valószínűleg nem maradna 12. Az eredeti kvóta körülbelül 70%-os volt, ezen logika mentén haladva az új küszöb észszerű értéke 9. Franciaország kilépésével a költségvetés 28%-kal csökken, ezért a kiigazítási arányszám 0,72. A 2.7. táblázatban a Shapley–Shubik index, a 2.8. táblázatban a Banzhaf index használatával kapott eredményeink láthatók. A kilépés egyetlen nyertese Luxemburg, a többi ország rosszul jár. A páratlan nagyságú kvóta miatt ráadásul a befolyása megegyezik Belgiuméval és Hollandiáéval.

2.2. Eredmények

Az Európai Unióról szóló szerződés 16. cikkének 4. bekezdése szerint „*2014. november 1-jétől a minősített többséghez a Tanács tagjai legalább 55%-ának – legalább tizenöt tag által leadott, egyben az Unió népességének legalább 65%-át kitevő tagállamokat képviselő – szavazata szükséges. A blokkoló kisebbségnek a Tanács legalább négy tagjából kell állnia, ennek hiányában a minősített többséget elértnek kell tekinteni*” (Európai Unió, 2017).

A blokkoló kisebbségre vonatkozó szabályt számításaink során nem vettük figyelembe, mert az eredményeinket csak jelentéktelen mértékben módosítaná. Az erre vonatkozó számítások az I. Függelékben találhatók.

A hatalmi változásokat a kiigazított indexeknek a kilépés előtti indexekhez viszonyított százalékos arányával mérjük. A számításokhoz szükséges, 2015-re vonatkozó és 2030-ra várható lakosságadatokat az Eurostat adatbázisából vettük (Eurostat, 2017). A költségvetési adatokat az Európai Parlament honlapjáról töltöttük le (Európai Parlament, 2014). A számítások elvégzéséhez az Indices of Power IOP 2.0 programot használtuk (Bräuninger és König, 2005). Az IOP program nem képes nagy számokat kezelni, ezért a lakosságadatokat százezerre kerekítve adtuk meg. A felhasznált adatok és a jelenlegi (Brexit utáni) helyzet Shapley–Shubik indexei a 2.9. táblázatban láthatók.

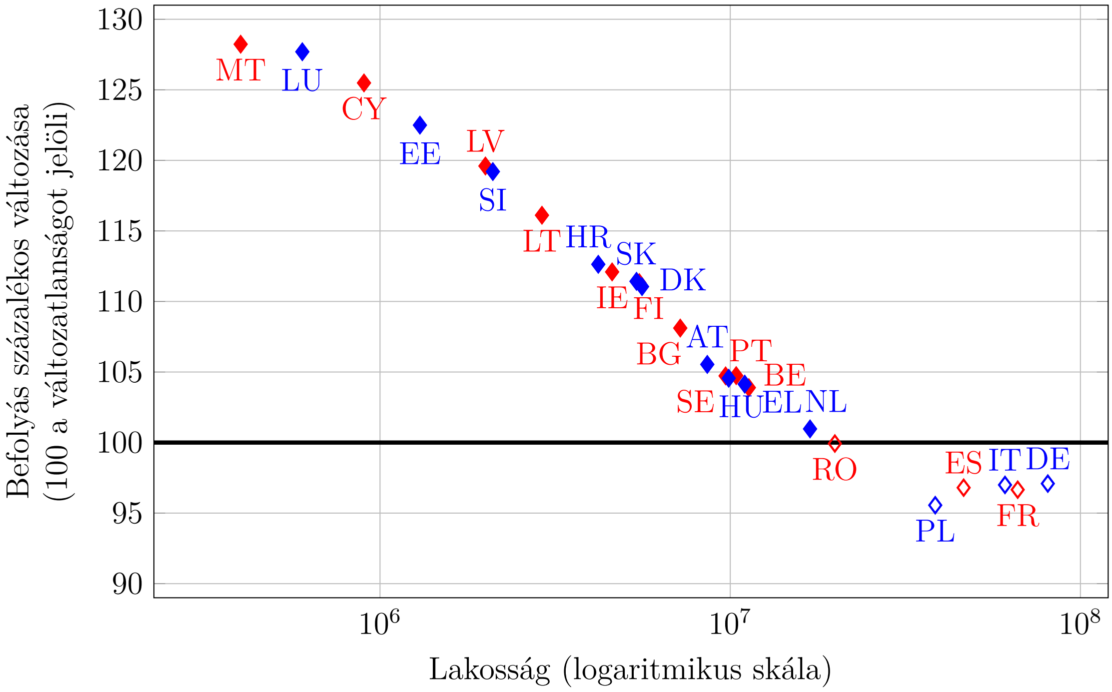
Az egyes országok hatalmi befolyásának változását Csehország példáján keresztül mutatjuk be: az 1.a. ábrán a kiigazított Shapley–Shubik indexszel, az 1.b. ábrán pedig kiigazított Banzhaf indexszel számolva (az országok nevének kétbetűs rövidítései megtalálhatók a 2.9. táblázatban). Az ábrák vízszintes tengelyén a logaritmikus skálán mért lakosság, míg függőleges tengelyén a befolyás változása látható. A kék és piros színek csupán az országok könnyebb elkülönítésére szolgálnak. A kitöltött jelölő a növekvő, az üres a csökkenő hatalmú országokhoz tartozik.

A kiigazítás a költségvetés csökkenésének mértékével arányosan csökkenti a befolyást, ez az ábrán egy függőleges irányú lefele tolásnak felel meg. Ennek hiányában bármely kilépéssel minden bennmaradó ország jól járna, viszont a mintázat ugyanez maradna. Erre vonatkozó numerikus eredményeink az V. Függelékben találhatók.

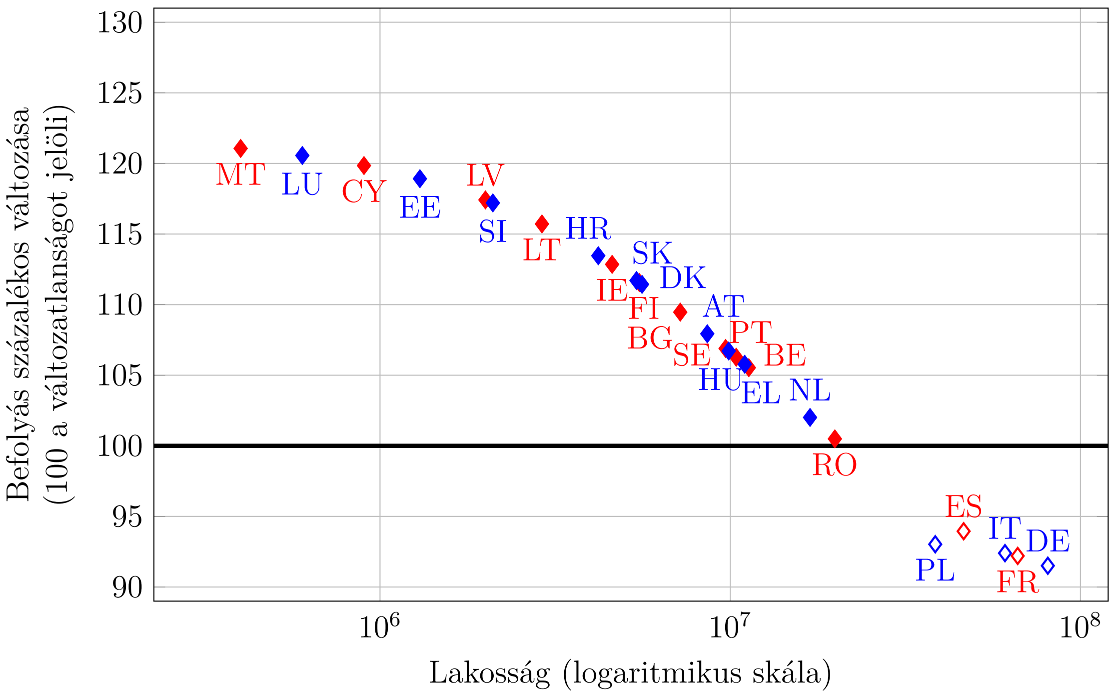
Ahogy a két ábra mutatja, a Czexittel az alacsony népességű országok járnak jól. Ez nem csak a cseh, hanem bármely más kilépésre is igaznak bizonyult; a különböző indexekkel mérve azonban más-más mértékű befolyásváltozást kapunk.

2.1. ábra. Csehország kilépésének (Czexit) hatása

(a) Kiigazított Shapley–Shubik index



(b) Kiigazított Banzhaf index



2.9. táblázat. Az EU tagállamok főbb mutatói

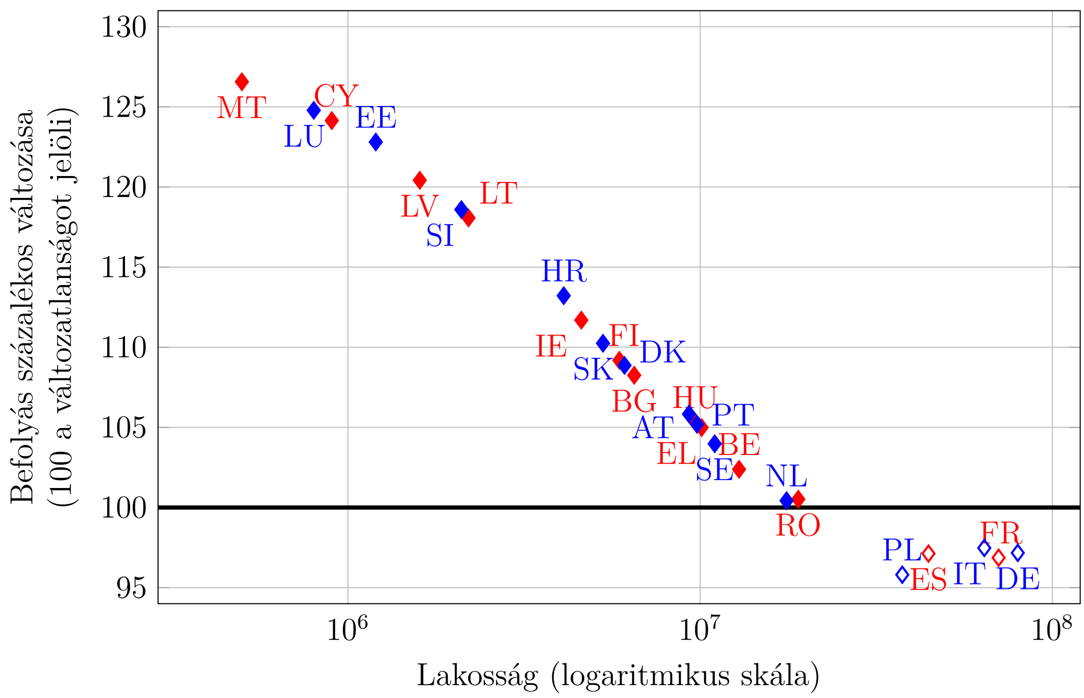
Tagállam	Rövidítés	Lakosság (százezer fő)	Lakosság-arány	Befizetési arány	S–S index
Ausztria	AT	86	1,93%	1,51%	2,02%
Belgium	BE	113	2,56%	3,52%	2,41%
Bulgária	BG	72	1,62%	0,39%	1,81%
Ciprus	CY	9	0,20%	0,14%	0,92%
Csehország	CZ	105	2,38%	1,26%	2,30%
Dánia	DK	56	1,27%	2,13%	1,59%
Észtország	EE	13	0,30%	0,17%	0,98%
Finnország	FI	55	1,24%	1,71%	1,57%
Franciaország	FR	662	14,92%	18,81%	11,27%
Görögország	EL	110	2,47%	1,76%	2,37%
Hollandia	NL	169	3,80%	6,14%	3,27%
Horvátország	HR	42	0,96%	0,37%	1,39%
Írország	IE	46	1,04%	1,37%	1,44%
Lengyelország	PL	385	8,68%	3,39%	6,42%
Lettország	LV	20	0,45%	0,23%	1,07%
Litvánia	LT	29	0,65%	0,31%	1,20%
Luxemburg	LU	6	0,13%	0,22%	0,88%
Magyarország	HU	99	2,22%	0,86%	2,21%
Málta	MT	4	0,10%	0,06%	0,85%
Németország	DE	807	18,19%	24,81%	14,44%
Olaszország	IT	609	13,74%	13,81%	10,25%
Portugália	PT	104	2,34%	1,57%	2,28%
Románia	RO	199	4,49%	1,30%	3,74%
Spanyolország	ES	464	10,46%	9,59%	7,56%
Svédország	SE	97	2,19%	3,68%	2,18%
Szlovákia	SK	54	1,22%	0,60%	1,56%
Szlovénia	SI	21	0,47%	0,31%	1,09%

A sorrend mindössze néhány ország esetén tér el. A kiigazított Shapley–Shubik indexszel számolva Lengyelország hatalma csökken a legnagyobb mértékben, míg a kiigazított Banzhaf indexszel nézve azt kapjuk, Németországnak ártana leginkább a cseh kilépés.

A 2030-ra várható lakosságadatokkal számítva az eredmények alig módosulnak. Az egyetlen lényeges különbség Románia esetén tapasztalható, a 2015-ös népesség alapján enyhén csökkenne a hatalma, míg a 2.2. ábrán már kis mértékű hatalomnövekedés látható.

A legnagyobb különbséget a Shapley–Shubik és a Banzhaf index között Németország esetleges kilépése esetén tapasztaljuk. Ahogy a 2.3. ábrán szerepel, a Banzhaf indexszel számolva mindegyik ország veszít a hatalmából, míg ugyanezt a Shapley–Shubik indexszel vizsgálva azt kapjuk, hogy Lengyelország, Luxemburg

2.2. ábra. Csehország kilépésének (Czexit) hatása 2030-as várható lakosságadatokkal számolva, kiigazított Shapley–Shubik index



és Málta némileg jobban jár.

Mivel a két módszer alig különbözik, vizsgálatainkat a továbbiakban a P-hatalom megközelítésnek jobban megfelelő Shapley–Shubik indexre korlátozzuk.

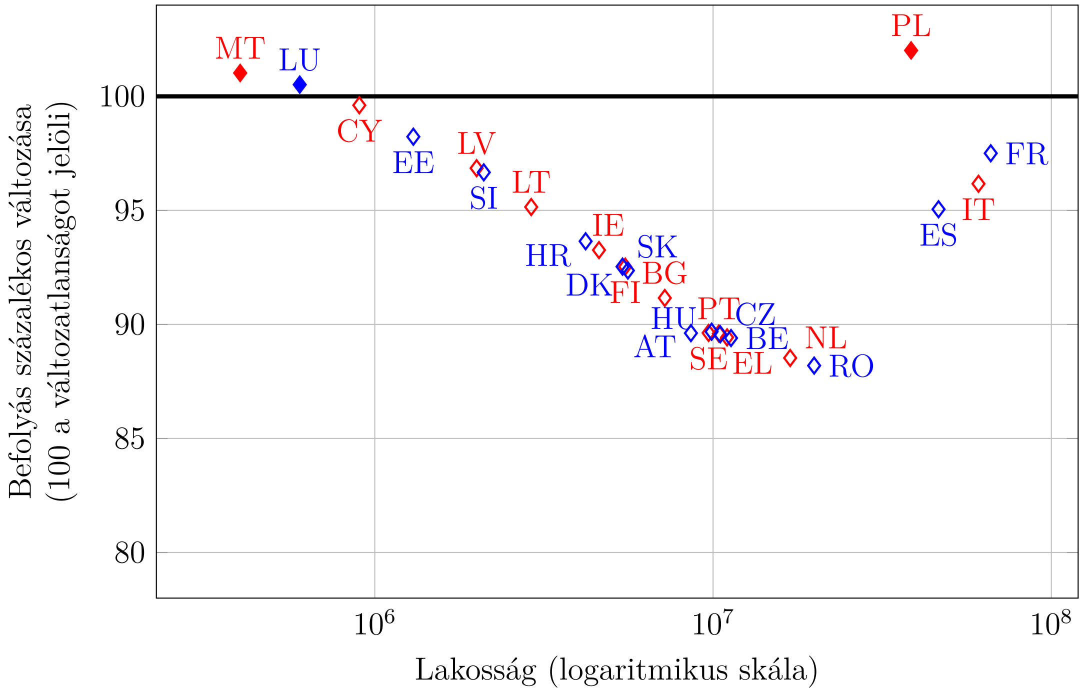
Málta és Luxemburg, a két legkisebb ország befolyása bármelyik tagállam kilépése esetén emelkedik. A következő hét kisebb ország: Ciprus, Észtország, Horvátország, Írország, Litvánia, Lettország és Szlovénia befolyása csak Németország kilépése esetén csökken. Magyarország ebből a szempontból a közepes méretű tagállamok közé tartozik, melyek befolyása nagy országok kilépése esetén csökken, bármely más esetben nő, de csak csekély mértékben. Ilyen közepes méretű ország még: Ausztria, Belgium, Bulgária, Dánia, Finnország, Görögország, Hollandia, Portugália, Románia, Svédország és Szlovákia.

A négy igazán nagy ország, Franciaország, Németország, Olaszország és Spanyolország befolyása csak akkor nem csökken, ha valamelyikőjük, vagy Lengyelország lép ki. Lengyelország helyzete sajátos, ahogy azt hamarosan látni fogjuk. Közepes méretű országnak túl nagy, de az említett nagy államoknál kisebb. A részletes eredmények megtalálhatóak a III. Függelékben.

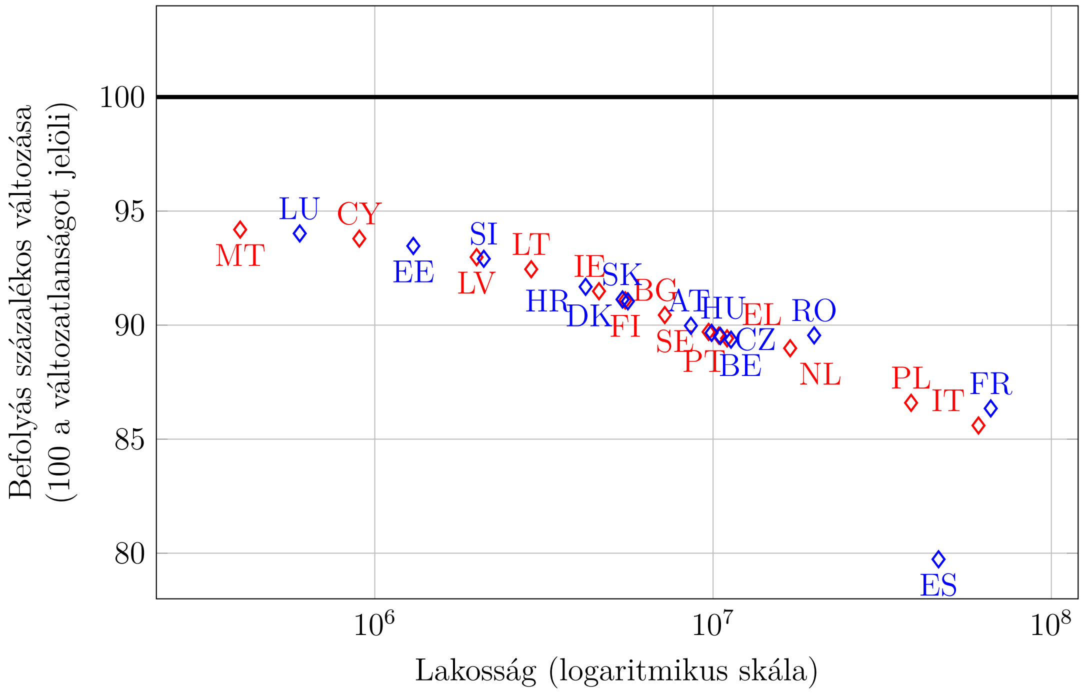
A 2.4. ábrán látható, hogy az egyes országok kilépésével hány bennmaradó tagállam befolyása növekedne, és ezeknek mekkora az összlakossága. Például a magyar kilépéssel 21 ország járna jól, lakosságuk azonban csak 141 millió fő. Az Egyesült Királyság nélküli Európai Unió Tanácsában a döntéshozáshoz 15 tagállam egyetértésére van szükség, melyek legalább 288 millió lakost képviselnek. A piros

2.3. ábra. Németország kilépésének hatása

(a) Kiigazított Shapley–Shubik index

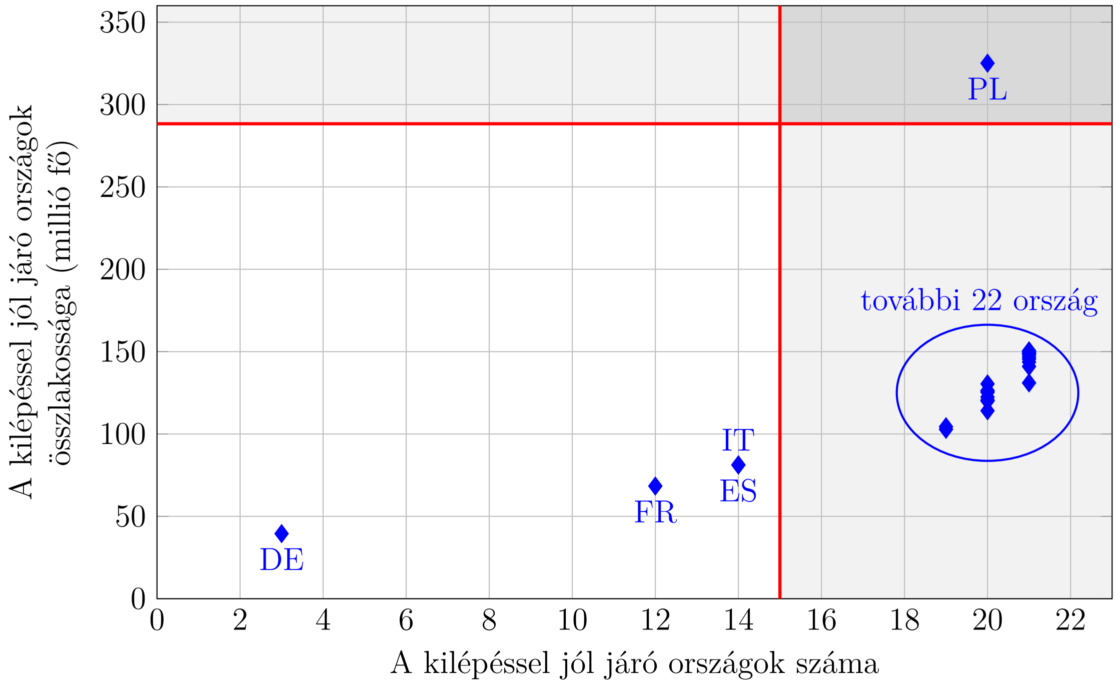


(b) Kiigazított Banzhaf index

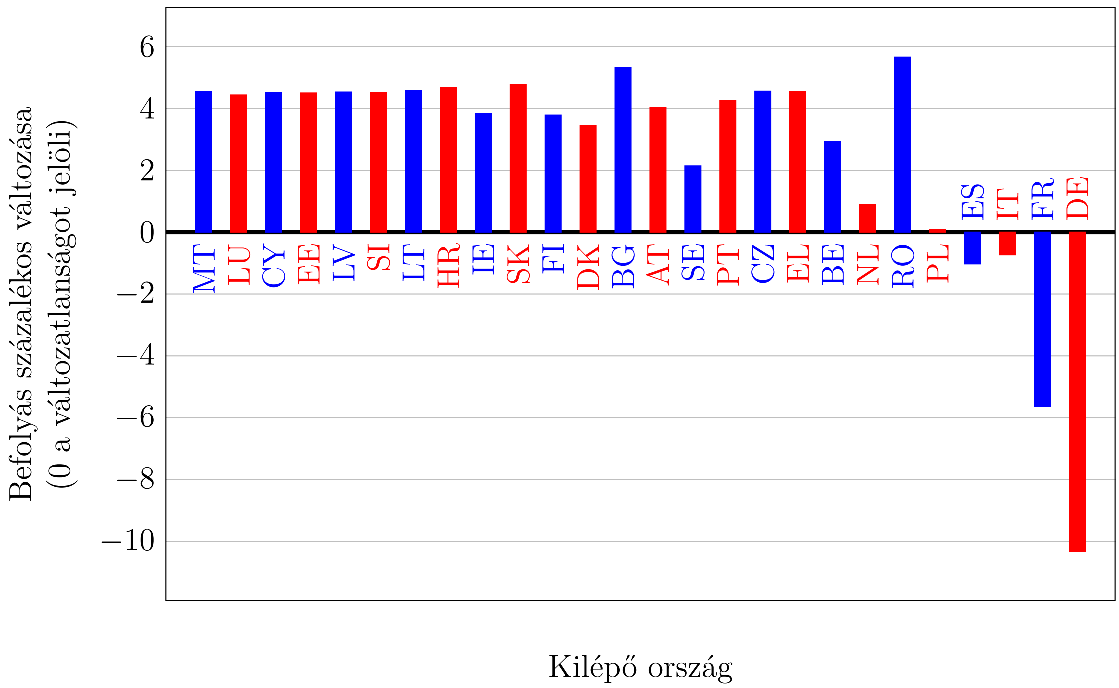


vonalak ezt a két határt jelölik. 23 olyan ország van, amely a függőleges piros vonaltól jobbra helyezkedik el, azaz amelynek a kilépésével több, mint 15 állam befolyása növekszik. Azonban Lengyelország az egyetlen, amire a lakosságkorlát is teljesül. Ha kilépne, az Európai Unió népessége 82%-ának növekedne a befolyása a költségvetésre. Ez azért áll elő, mert Lengyelország nagy méretéhez képest alacsony

2.4. ábra. EU-tagállamok kilépésének hatása, kiigazított Shapley–Shubik index



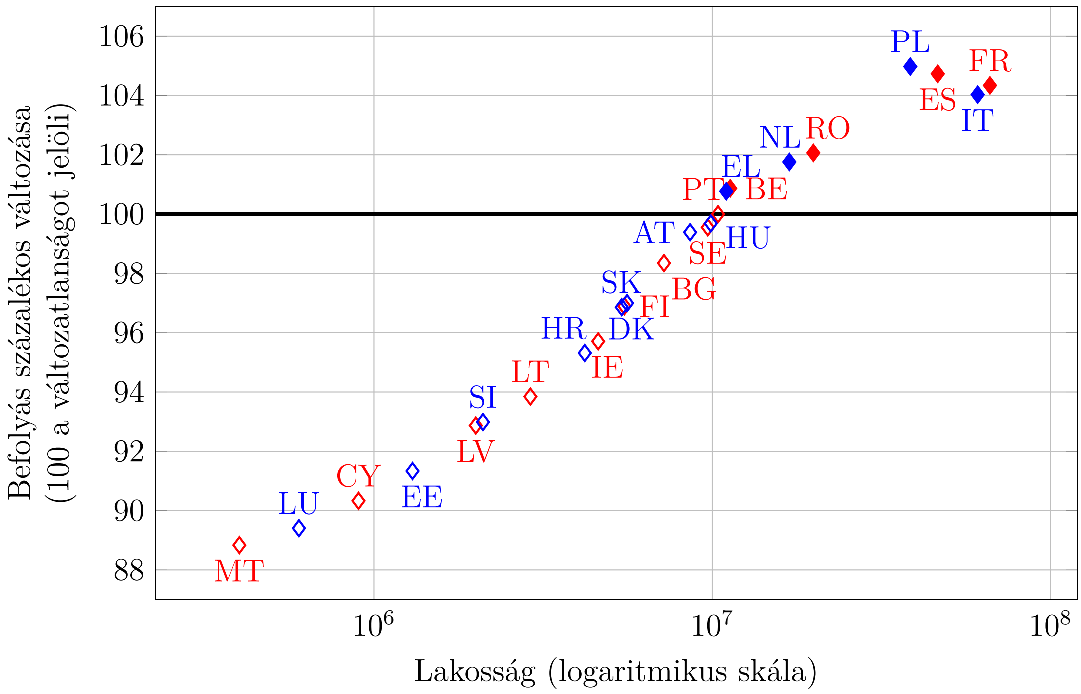
2.5. ábra. Magyarország befolyásának változása, kiigazított Shapley–Shubik index



költségvetési befizetéssel rendelkezik. Amikor kilép, minden ország (kiigazítás nélküli) Shapley–Shubik indexe emelkedik, és a kiigazított érték is csak hat ország esetén kisebb, mint a kilépés előtti.

A 2.5. ábrán az szerepel, hány százalékkal változna a magyar befolyás az egyes kilépések hatására. Leginkább Németország kilépése érintené rosszul hazánkat, mivel még lakosság méretéhez képest is nagy a befizetése. Magyarország a közepes

2.6. ábra. Csehország kilépésének hatása 26 tagállam közül (Brexit és Németország kilépése után), kiigazított Shapley–Shubik index



méretű tagállamok közé tartozik, így az esetek többségében kis mértékben, de jobban járna egy kilépéssel. Csupán négy olyan forgatókönyv van, amely csökkentené a befolyását, amikor valamelyik nagy ország (Franciaország, Németország, Olaszország, vagy Spanyolország) lép ki.

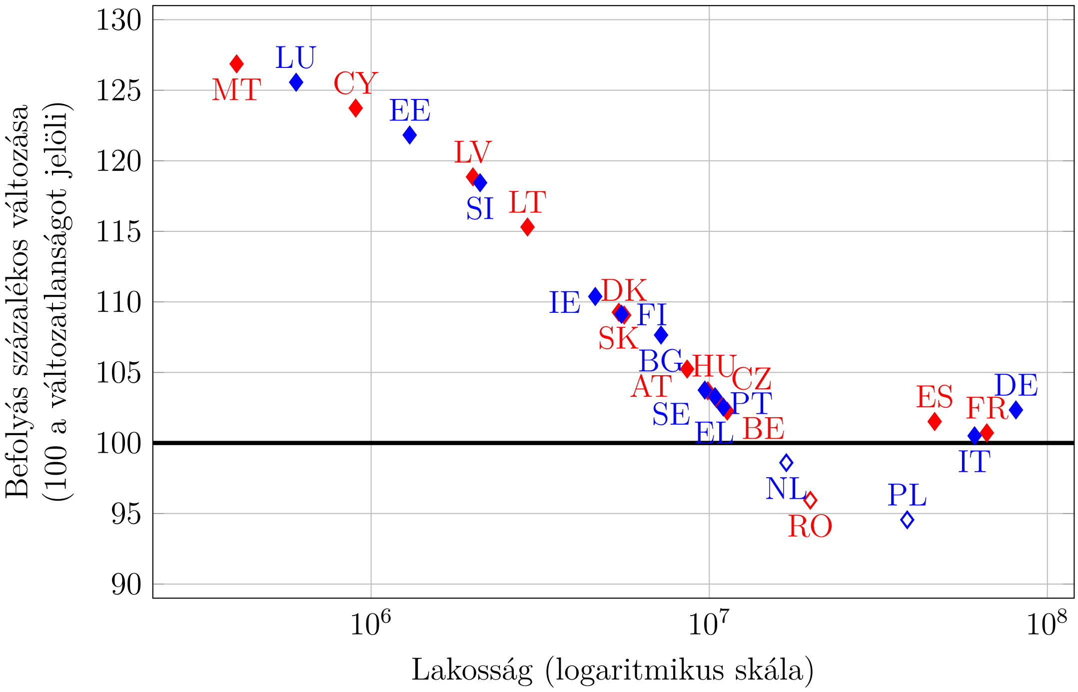
2.3. Összefoglalás

A fejezetben Kóczy (Kóczy, 2011, 2012, 2021, 2019) módszertanát követtük, aki a Shapley–Shubik indexet használta a szavazási erő mérésére. Kóczy (2019) és Kóczy (2021) szerint a Brexit után növekedett a nagy országok befolyása (Kóczy (2019) számításait a II. Függelékben megismételjük). Az előzőekben viszont beláttuk, egy következő kilépés már a kis tagállamok számára lenne előnyös. Ezeknek az országoknak kedvez, hogy 27, illetve 26 tagállam esetén is legalább 15 ország támogatása szükséges a szavazás eredményességéhez, viszont a kilépéssel a népességkorlát csökken.

Ha a brit kilépés után nem egy, hanem két ország távozik, a második kilépés hatása hasonlít a Brexittel kapcsolatban talált mintázatra. A 2.6. ábrán Csehország kilépését ábrázoltuk a Brexit és Németország kilépése után. Az eredmény hasonló a Brexithez, leginkább a nagy országok befolyása nőtt.

Az eltérő eredmények magyarázata, hogy a Brexittel szemben a következő kilépés nem változtatja meg a szavazás tagállam korlátjának értékét. A brit kilépés

2.7. ábra. A Brexit hatása Horvátország EU csatlakozása előtt, kiigazított Shapley–Shubik index



után 27 tagállam maradt az EU-ban. Ebben az esetben legalább 15 tagállam egyetértésére van szükség egy kérdés elfogadásához. Egy újabb kilépés után már csak 26 tagállam lenne, az 55%-os kvóta alapján 14,3 országra lenne szükség, viszont tört szavazat nincs az országszámban, ezért továbbra is 15 tagállamnak kell megszavaznia a kérdést.

Azaz a lakosság korlát értéke csökken, a tagállam korláté nem változik. Ez pedig a kis országoknak kedvez, melyek lakossággal alig rendelkeznek, így ebből a szempontból nem tudnak érdemben hozzájárulni egy koalícióhoz, viszont a tagállam korlát elérésében teljes értékűnek számítanak. Több olyan koalíció lesz, melyek elérik a lecsökkent lakossági korlátot, viszont éppen egy ország hiányzik a tagállam korláthoz. Ha egy ilyen koalícióhoz csatlakozik egy kis tagállam, akkor együtt már döntésképesek, így határ-hozzájárulása 1 lesz. Mivel csökkent lakossági korláttal több ilyen lehetőség van, a kis országok Shapley-értéke, azaz befolyása nő. A Brexit esetén viszont változott a tagállam korlát is, így az a forgatókönyv inkább a nagy országoknak kedvezett. Ez az eredmény független a kilépő ország költségvetési hozzájárulásától. Felfedezhető egy, az adott súlyok és kvóták mellett jellemző mintázat: egy olyan kilépés, ami nem változtatja a tagállam kvótát, a kis országok befolyását fogja növelni, míg egy tagállam kvótát csökkentő kilépés a nagy országoknak kedvez.

Érdekes példája a tagállam kvóta változatlanságának annak vizsgálata, hogy mi lett volna a Brexit hatása, ha Horvátország 2013-as csatlakozása előtt történik.

Ebben az esetben a 27 tagállamból lép ki egy, tehát a tagállam kvóta nem változik, a kis országok járnak igazán jól. Eredményeink a 2.7. ábrán láthatók. Mivel ebben az esetben éppen a nagy lakosságú országok hatalma növekedett kisebb mértékben, mint Horvátország belépése után, a Brexit komolyabb fenyegetést jelentett volna számukra. Nem csak a brit, hanem bármely kilépésre hasonló következtetés adódik, ahogy a IV. Függelékben szerepel.

Összességében három hatás figyelhető meg:

1. Ha a kilépés során a tagállam kvóta eléréséhez szükséges országok száma nem csökken, akkor az országok szerepe „egyformább” lesz, csökkennek a különbségek; ha pedig csökken, akkor növekednek.

2. A kettős kvóta miatt komplementaritási/helyettesítési hatás áll fenn, így a kilépés a hasonló szereplők számára előnyös.

3. Ezzel párhuzamosan létezik egy harmadik, többé-kevésbé véletlenszerű hatás is; a kilépés bizonyos, a méretskála különböző részén elhelyezkedő országokra rosszul hat. Leginkább ez járulhatott hozzá a Lengyelország távozása kapcsán talált különös eredményekhez.

3. fejezet

Egy életminőség-rangsor a hazautalások alapján

Az életminőség mérése csaknem egy évszázados múltra visszatekintő kutatási terület. A kezdetek az 1930-as évekre vezethetők vissza, amikor Herbert Hoover, az Amerikai Egyesült Államok elnöke által létrehozott Társadalmi Trendek Bizottsága (Committee on Social Trends) publikálta *„Recent Social Trends in the US"* tanulmányát (Wish, 1986). Számos megközelítés létezik, azonban nincs egyértelmű megegyezés arról, hogyan lehetne a legjobban megragadni az életminőséget.

Ebben a fejezetben egy új rangsorolási megközelítést javaslunk. Alapfelvetésünk, hogy az emberek az anyaországukból általuk jobbnak gondolt országokba vándorolnak. Ugyanakkor a migrációs adatok sokszor hiányosak, mivel a legtöbb ország nem gyűjt adatot távozó állampolgárairól. A munkaerő-exportáló országok gazdaságában azonban jelentős szerepet játszanak a beérkező magánutalások, ezért ez a migráció egyik legkönnyebben megfigyelhető vetülete (Adams, 2003). Így a hazautalásokat tekinthetjük egyfajta kinyilvánított preferenciának, a kivándorlók a fogadó országot jobbnak ítélik saját hazájuknál. Felhasználásuk országrangsorolásra nem egyedülálló (lásd például IndexMundi).

Kutatásunkban egy olyan életminőség-rangsort kapunk, ami nem tetszőlegesen kiválasztott mutatószámok önkényes súlyozásán alapul. Az általunk javasolt legkisebb négyzetek módszere kedvező axiomatikus tulajdonságokkal bír. A fejezet eredményeit a Petróczy (2020) és a Petróczy (2021a) cikkekben publikáltuk.

3.1. Irodalomösszefoglalás

A képesség alapú megközelítés alapján elterjedőben van az a szemlélet, hogy maguk az emberek és a lehetőségeik legyenek egy ország fejlettségének mérőszámai (Sen, 1985, 1992). Egy lehetséges megközelítés, hogy az egyének olyan egész életükre kiható fontos döntéseit figyeljük meg, mint amilyen a külföldi munkavállalás. A migráció az életszínvonal növelésének vágyából fakad, azonban a legszegényebbeknek nincs lehetőségük a költözésre (De Haas, 2005). A gazdasági indíttatás mellett a szakirodalomban megjelent az életmód miatti kitelepülés is (Benson és O'Reilly, 2009, 2016; Saar és Saar, 2020), ugyanakkor úgy tűnik, a két motiváció nem különíthető el élesen (Bobek, 2020; Croucher, 2015; Maile és Griffiths, 2012).

Az elmúlt évtizedekben a kutatók számos alternatív módszert javasoltak az életminőség fogalmának megragadására. Brock (1993) három különböző elméletet különített el: a hedonizmust, a preferencia-megelégedettséget, és a jó élet ideálját. Diener és Suh (1997) értelmezésében az első az egyén tapasztalatain alapul, ez fejezi ki leginkább a szubjektív jólétet. A preferencia-megelégedettség szerint az emberek azokat a dolgokat választják, amelyek leginkább javítják életminőségüket a rendelkezésükre álló erőforrások korlátai között. A harmadik megközelítés a jó élet azon jellemzői, amit a vallási, filozófiai vagy más szempontok előírnak.

3.1.1. Az életminőség mérése

Az életminőség számtalan módon definiálható, ami megnehezíti mérhetővé tételét. Liu (1976) számára az életminőség öt komponensből áll: gazdaság, politika, környezet, társadalom, és az egészség és oktatás egybe véve. Ezzel szemben Boyer és Savageau (1981) kilenc összetevőben ragadja meg: klíma, lakhatás, egészség, bűnözés, közlekedés, rekreáció, művészet, gazdaság és oktatás. Johnston (1988) életminőség indexe a normatív értékek helyett a változásokra összpontosít. Huszonegy változót használ kilenc elkülöníthető területen: egészség, közbiztonság, oktatás, foglalkoztatottság, jövedelem, szegénység, lakhatás, családi stabilitás és egyenlőség.

Úttörő munkájában Morris (1979) a *Physical Quality of Life Index* (PQLI) segítségével rangsorolta az országokat. A PQLI három indikátorból áll: várható élettartam egyéves korban, csecsemőhalandóság, és a felnőtt írni-olvasni tudók aránya, amelyek számtani átlagát veszi. Ram (1982) továbbfejlesztette az indexet, a változók közé felvette az egy főre jutó GNP-t, és a súlyokat főkomponens elemzéssel határozta meg. Diener (1995) két különböző indexet vezetett be, a *Basic QOL* a fejlődő országok, az *Advanced QOL* index pedig a fejlett országok életminőségét hivatott mérni. Előbbi hét változóból áll: vásárlóerő-paritás, gyilkossági ráta, alapvető fizikai szükségletek teljesülése, öngyilkossági ráta, írni-olvasni tudók aránya, emberi jogok megsértése és az évenként elvesztett erdőterületek aránya. Utóbbi alkotóelemei az egy főre jutó orvosok száma, megtakarítási ráta, egy főre eső jövedelem, szubjektív jólét, a felsőoktatásban tanulók százaléka, jövedelmi egyenlőtlenség és környezetvédelmi szerződések. A két index kombinációja alkotja a *Combined QOL* indexet.

Az Egyesült Nemzetek Szervezete (ENSZ) *Human Development Index*e (HDI) valószínűleg a legismertebb és leginkább kutatott fejlettségi mutató. Három komponensből álló kompozit index: egészség (a születéskor várható élettartammal mérve), oktatás (a 25 éves és annál idősebb felnőttek iskolában töltött éveinek átlaga, valamint az oktatásba belépő korú gyermekek várható iskolai évei), életszínvonal (egy főre jutó bruttó nemzeti jövedelem, korábban viszont GDP). A három változó pontszámait normalizálva, jelenleg mértani átlaggal összesítik (United Nations, 2020).

A számítási módszertant számos alkalommal módosították, erről Klugman et al. (2011) nyújt összegzést. Átfogó használata ellenére a HDI komoly kritikákat is kapott (Ravallion, 2012b). Az egyik legfontosabb kérdés a kompozit indexek számítása során a súlyok megválasztása. A többváltozós eljárások egy viszonylag objektív lehetőséget nyújtanak erre. Booysen (2002) szerint a két leggyakrabban használt technika a főkomponens elemzés (például Greyling és Tregenna (2017)) és faktoranalízis. A *Data Envelopment Analysis* (DEA) szintén számos alkalommal előfordul a szakirodalomban (Despotis, 2005; Cherchye et al., 2008; Van Puyenbroeck és Rogge, 2020). Somarriba és Pena (2009) három döntéselméleti módszerrel rangsorolta az európai országokat életminőség szerint: főkomponens elemzés, DEA, illetve egy távolságmérték. Bérenger és Verdier-Chouchane (2007) a total fuzzy analízist és a főkomponens elemzést javasolja az életszínvonal és életminőség rangsorok súlyainak meghatározására. Omrani et al. (2020) két különböző, több kritériumot alkalmazó döntéshozatali technikát, a BWM-et és a MULTIMOORA-t alkalmazza az iráni tartományok alternatív HDI értékének kiszámítására. Karagiannis és Karagiannis (2020) a Shannon-entrópia használatában látja a megoldást.

Összegzésként elmondható, nyilvánvalóan nem létezik tökéletes mérőszám egy olyan összetett koncepcióhoz, mint az életminőség. A következőkben bemutatott megközelítés remélhetőleg képes megragadni ennek a fogalomnak egy fontos elemét.

3.1.2. Az országrangsorolás jelentősége

Az országok rangsorolása különböző szempontok szerint igen elterjedt. A rangsorok gyakran közvetlen gazdasági és politikai útmutatóként szolgálnak, például 2018 és 2019 között 115 ország 294 gazdasági reformot valósított meg a *Doing Business* rangsor tíz tématerületén belül.[1]

Ugyanakkor a mérőszámok többsége kompozit index, csak néhány kiragadott szempontot vesz figyelembe, melyekhez önkényesen megválasztott súlyokat rendel (Ravallion, 2012a). Høyland et al. (2012) a Doing Business, a *Freedom in the World*

[1] https://www.doingbusiness.org/en/reforms

és a Human Development Index rangsorokról belátták, a tényezőkben fennálló bizonytalanság ezeket a mutatókat is bizonytalanná teszi. Seth és McGillivray (2018) alapján a kompozit indexekben a súlyok kismértékű megváltoztatása is komoly eltéréseket eredményezhet. Bár az érzékenységvizsgálat egyfajta megoldást nyújthat (Foster et al., 2013), mindegyik mutató kizárólag az életminőség egy aspektusát képes megragadni. Az ilyen módon történő rangsorolás ráadásul elősegíti a visszaéléseket, például a Maláj Iparfejlesztési Hatóság 2007-ben kijelentette, célja, hogy az ország a 24. helyről az első tízbe kerüljön a Doing Business rangsorban. A kirgiz gazdasági fejlesztési miniszter 2008-ban abbéli reményét fejezte ki, országa három éven belül az első 20 közé kerül. Ezek az intézkedések azonban nem valós gazdasági javulást jelentenek, csupán a megfelelő indikátorban történő fejlesztéseket (Høyland et al., 2012).

Másrészről, az *Ease of Doing Business Index* (EDBI) ösztönözte a strukturális gazdasági reformokat Oroszországban (Broome et al., 2018). Ezt az indexet a multinacionális vállalatok szintén széles körben használják befektetési célpontjaik kiválasztására (Pinheiro-Alves és Zambujal-Oliveira, 2012). Végezetül az Európai Fejlesztési Alap kifejezetten figyelembe vette az országok HDI értékeit a támogatás kiosztása során (Davis et al., 2012).

3.1.3. A hazautalások gazdasági hatásai

Számos fejlődő országban gyors ütemben növekednek a kivándorló munkavállalók hazautalásai. Több tanulmány arra a következtetésre jutott, az átutalások hozzájárulnak a szegénység csökkentéséhez. Cazachevici et al. (2020) 95 tanulmányt és ezáltal 538 becslést elemezve megállapította, a vizsgálatok 40 százaléka pozitív, 40 százaléka semleges, 20 százaléka pedig negatív hatást talált az anyaországra nézve.

Egyfelől, a pénzátutalások csökkentik az egyenlőtlenséget és helyettesíthetik a pénzügyi fejlesztéseket (Adams és Page, 2005; Inoue, 2018). Giuliano és Ruiz-Arranz (2009) szerint a pénzátutalások a kevésbé fejlett pénzügyi rendszerrel rendelkező országokban elősegítik a növekedést, mert alternatív módot kínálnak a beruházások finanszírozására és segítenek leküzdeni a likviditási korlátokat.

Egy másik megközelítés szerint a pénzátutalás kompenzációs transzfer, és negatívan korrelál a GDP növekedésével (Chami et al., 2005). Ebben az esetben biztosítási szolgáltatásként is szolgál (Yang és Choi, 2007).

Ennek ellenére a pénzátutalások kedvezőtlen hatásokkal járhatnak, „holland betegséghez” vezetnek, azaz csak egy adott ágazat fejlődik, míg a többi lemarad. Acosta et al. (2009) szerint a hazautalás növekedése a munkaerő-kínálat csökkenését és a fogyasztási kereslet növekedését eredményezi, amely növelte az előállítási költségeket a külkereskedelmi forgalomba nem kerülő (non-tradable) termékek között Salvadorban. Roy és Dixon (2016) kutatásában az átutalások elősegítik a reálárfolyam felértékelődését, ezáltal károsítják külkereskedelmi forgalomba kerülő (tradable) szektor versenyképességét a dél-ázsiai országokban. Abdih et al. (2012) megmutatja, hogyan korrelál a pénzátutalás beáramlásának növekedése a korrupció és a kormány hatékonyságának romlásával. Berdiev et al. (2013) szerint a pénzátutalások fokozzák a korrupciót, különösen az OECD-n kívüli országokban. Tyburski (2012) azonban azt állítja, az átutalások enyhítik a korrupciót, mivel növelik a kormány elszámoltathatóságát és ösztönzőket kínálnak a reformokhoz.

3.2. Felhasznált adatok

Elemzésünkhöz a Világbank migrációs szakirodalomban is elfogadott (magyarul lásd Kajdi (2015); Kapitány és Rohr (2014)) bilaterális átutalási adatbázisát használtuk. A közzétett adatok az IMF Balance of Payment Statistics adatbázisát, a nemzeti bankok és a statisztikai hivatalok adatszolgáltatását felhasználva készített becslések. A hazautalás fogalmánál a Világbank az IMF szabályozását követi (BPM6), így a külországból érkező munkabér utalásokat és a magánszemélyek közötti pénzáramlásokat tartalmazza (International Monetary Fund, 2009). Érdekes, hogy több fejlődő ország (például Kuba, Türkmenisztán, Üzbegisztán és Zimbabwe) nem jelenti a beáramló hazautalás adatokat az IMF-nek, annak ellenére, hogy ezekből az országokból nagy számban vándoroltak ki. Néhány magas jövedelmű ország (nevezetesen Szingapúr és az Egyesült Arab Emírségek) nem jelentenek adatokat a hazautalások kiáramlásáról, noha ezek a tagállamok a migráció fontos célpontjai (World Bank, 2016). Végül az adatokat Ratha és Shaw (2007) módszertana alapján korrigálják, ez a beérkező utalásokból indul ki, és bontja szét azok között az országok között, ahová az adott államból vándoroltak, a következők szerint.

Jelölje T_i az i országba érkező összes átutalást. Az átlagos hazautalást i országból j országba (h_{ij}) Ratha és Shaw (2007) azok egy főre jutó jövedelmének függvényeként határozza meg:

$$h_{ij} = \begin{cases} \bar{Y}_i & ,\text{ha} \quad Y_j < \bar{Y}_i \\ \bar{Y}_i + (Y_j - \bar{Y}_i)^{\beta} & ,\text{ha} \quad Y_j \geq \bar{Y}_i, \end{cases}$$

ahol Y_j a fogadó, $\bar{Y}_i$ pedig a küldő ország egy főre eső bruttó nemzeti jövedelme. β egy 0 és 1 közötti paraméter, melynek értékét úgy állítják be, hogy teljesüljön az alábbi összefüggés:

$$T_i = \sum_J h_{ij} W_{ij},$$

ahol W_{ij} az i-ből j országba vándorlók száma.

Ez a módszer részben kompenzálja, hogy egyes helyeken gyakran nem jelentik be hivatalosan a vendégmunkásokat, illetve az utalások egy része nagy pénzintézeteken keresztül, a szegényebb országokból közvetlenül a bankközpontokba történik, miközben nem azok a célországok.

Az elemzéshez a 2010 és 2015 közötti évenkénti bilaterális átutalás mátrixokat használtuk (World Bank, 2017). Ezek 2010 és 2012 között a 2010-es év migrációs adataival kerültek korrigálásra, a 2013–2015-ös években pedig a 2013-as adatokkal. Részben ez okozhatja, hogy 2012-ről 2013-ra (látszólag) nagyságrendekkel növekedett a beutalás Izland és Svédország esetén.

Az adatbázisban a világ 214 országa és autonóm területe szerepelt, azonban nem minden adat tűnt megbízhatónak, így vizsgálatunkat az európai államokra szűkítettük, a kontinensen kívüli országokat pedig kezdetben egyetlen entitásként kezeltük. Európához tartozónak azokat az országokat tekintettük, amelyeket az ENSZ idesorol, adathiány miatt kimaradt Andorra, Liechtenstein, Monaco, San Marino és Vatikán, Európai Uniós tagsága miatt viszont ide soroltuk Ciprust. A 2015-ös ki- és beutalás adatok a 3.1. táblázatban találhatók.

3.3. Módszertan

Az átutalásokra tekinthetünk úgy, mint országok között kifejezett preferenciákra: egységnyi átutalás i országból j országba azt jelenti, hogy egy „döntéshozó” előbbit jobbnak gondolja az utóbbinál. Ekkor a bilaterális átutalások egy A *páros összehasonlítási mátrix*ot határoznak meg (Jiang et al., 2011; Csató, 2013a; González-Díaz et al., 2014; Csató, 2015). Az A mátrix a_{ij} eleme esetünkben a 3.2. fejezetben bemutatott átlagos hazautalás i országból j országba (h_{ij}).

3.3.1. Matematikai háttér

Az országok rangsorolására a legkisebb négyzetek módszerét használjuk. Jelöljük a bilaterális átutalások mátrixát az A szimbólummal. Ebből megkapható az $R = A - A^T$ ferdén szimmetrikus *eredménymátrix* és az $M = A + A^T$ szimmetrikus *mérkőzésmátrix* (Csató, 2015). Az eredménymátrix elemei a két ország közötti nettó, a mérkőzésmátrix elemei pedig az összes átutalások. Az R eredménymátrix sorösszegei adják az országok $\mathbf{s}(R, M)$ pontszámvektorát az összes ki- és beutalás különbségeként.

A legkisebb négyzetek módszere a következő optimalizálási feladat $\mathbf{q}(R, M)$

3.1. táblázat. Hazautalások országonként, 2015 (millió amerikai dollár)

Ország	Kimenő	Bejövő	Nettó utalás	Nettó utalás/GDP (%)
Albánia	195	1047	–852	–7,48
Ausztria	3738	2814	924	0,24
Belgium	5654	9934	–4280	–0,93
Bosznia és Hercegovina	52	1772	–1720	–10,61
Bulgária	132	1443	–1311	–2,59
Ciprus	409	249	161	0,81
Csehország	2013	2693	–680	–0,36
Dánia	1773	1247	526	0,17
Egyesült Királyság	25337	5003	20334	0,69
Észak-Macedónia	122	307	–185	–1,84
Észtország	176	446	–269	–1,17
Fehéroroszország	835	696	139	0,25
Finnország	921	806	115	0,05
Franciaország	20864	23347	–2483	–0,10
Görögország	1318	429	889	0,45
Hollandia	5361	1365	3996	0,52
Horvátország	1145	2104	–958	–1,94
Írország	2026	601	1425	0,49
Izland	127	191	–64	–0,37
Lengyelország	1489	6785	–5296	–1,11
Lettország	278	1416	–1138	–4,18
Litvánia	209	1374	–1165	–2,81
Luxemburg	1233	1613	–380	–0,66
Magyarország	917	4021	–3104	–2,48
Málta	81	168	–87	–0,78
Moldova	296	1533	–1237	–15,97
Montenegró	66	381	–315	–7,77
Németország	22967	15362	7605	0,23
Norvégia	2235	610	1626	0,42
Olaszország	15487	9517	5970	0,33
Oroszország	14647	6870	7778	0,57
Portugália	2304	4368	–2064	–1,04
Románia	548	2933	–2384	–1,34
Spanyolország	15851	10274	5577	0,47
Svájc	8627	2235	6392	0,94
Svédország	3401	3269	133	0,03
Szerbia	1265	3371	–2106	–5,31
Szlovákia	684	2138	–1454	–1,64
Szlovénia	751	729	23	0,05
Ukrajna	3796	5845	–2049	–2,25
Átlag	4233	3533	701	–1,70
Összesen	169333	141302	28031	—

megoldásvektorát adja eredményül:

$$\min_{q \in \mathbb{R}^n} \sum_{1 \leq i,j \leq n} m_{ij} \left(\frac{r_{ij}}{m_{ij}} - q_i + q_j \right)^2. \tag{3.1}$$

Az optimalitás elsőrendű feltételei egy lineáris egyenletet adnak minden i országra:

$$\left(\sum_{j=1}^{n} m_{ij} \right) q_i - \sum_{j=1}^{n} m_{ij} q_j = s_i = \sum_{j=1}^{n} r_{ij}, \tag{3.2}$$

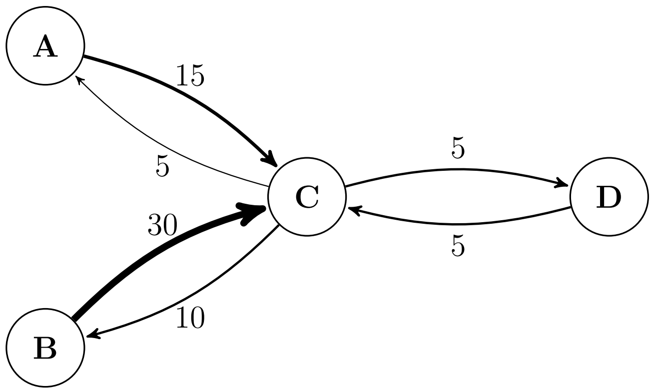
A célfüggvény konvexitása miatt ezek teljesülése elegendő is a minimalitáshoz.

A fenti optimalizálási feladatnak végtelen sok megoldása van, mert a célfüggvény értéke minden $\mathbf{q} + \varepsilon \mathbf{1}$ esetén azonos, ahol $\mathbf{1}$ a csupa 1-esből álló egységvektor, míg ε egy tetszőleges valós szám. Ez az országok rangsorát értelemszerűen nem befolyásolja. A $\sum_{i=1}^{n} q_i = 0$ normalizálással a feladat megoldása már egyértelmű, amennyiben a bilaterális átutalások által meghatározott súlyozott irányított gráf gyengén összefüggő (Kaiser és Serlin, 1978; Bozóki et al., 2010; Čaklović és Kurdija, 2017). Ez a követelmény minden évben teljesült.

A módszer motivációjához induljunk ki a következőből. Ha egy i ország esetén minden olyan q_j nulla, amire $m_{ij} > 0$, tehát az összes, átutalásokkal hozzá kapcsolódó ország átlagos értékelésű (az értékelések összege nulla), akkor $q_i = s_i / \sum_{j=1, j \neq i}^{n} m_{ij} = p_i$, ami éppen a nettó és az összes átutalás hányadosa, egy normalizált, -1 és $+1$ közötti érték. Ha a vele „összehasonlított” országok az átlagosnál jobbak (gyengébbek), akkor ennél nagyobb (kisebb) értéket kapunk. Az optimalizálási feladat megoldása mátrixinvertálást igényel, könnyen és hatékonyan elvégezhető. A számításnak egy végtelen mértani soros gráf interpretációja is létezik (Csató, 2015).

A legkisebb négyzetek módszerét Horst (1932) és Mosteller (1951) javasolta körmérkőzéses problémákra (amikor $m_{ij} = 1$ minden $i \neq j$ esetén), Morrissey (1955) és Gulliksen (1956) terjesztette ki az általános esetre, Kaiser és Serlin (1978), valamint Bozóki et al. (2010) pedig az egyértelmű megoldhatóság kérdésével foglalkozott. A körmérkőzéses esetben az eredménymátrix azonos a multiplikatív páros összehasonlítás mátrixszal (Saaty, 1980), amennyiben az utóbbi elemenkénti logaritmusait vesszük, vagyis a legkisebb négyzetek módszere ekvivalens az *LLSM* (logarithmic least squares method) eljárással (Williams és Crawford, 1980; Crawford és Williams, 1985; De Graan, 1980; de Jong, 1984; Rabinowitz, 1976).

Nem teljesen kitöltött páros összehasonlítás mátrixok (Harker, 1987) esetén ugyanez érvényes az *LLSM* módszer Kwiesielewicz (1996), illetve Bozóki et al. (2010) által javasolt kiterjesztésével. A nemzetközi vásárlóerő-paritás számításánál az eljárás – kidolgozói nevéből – EKS-módszer néven ismert (Éltető és Köves, 3.1. ábra. Átutalások a 3.1. példában



1964; Szulc, 1964).

3.3.2. Az alkalmazott módszer tulajdonságai

Számunkra két tulajdonság bizonyult lényegesnek: a rangsor ne az átutalások abszolút, hanem relatív nagyságától függjön (*mérethatás*), illetve azok az országok, amelyek az átlagosnál jobb értékelésű országokkal állnak kapcsolatban, *ceteris paribus* előnyösebb helyet foglaljanak el a rangsorban, mint a kevésbé vonzóakkal kapcsolatban állók. Ennek illusztrálására a következőkben két, természetesen felmerülő alternatív rangsorolási módszert mutatunk be.

Az s_i pontszám az összes ki- és beutalás különbsége. Ennél a megközelítésnél a rangsort befolyásolja az átutalások abszolút nagysága, így azok az országok, amelyekbe összességében nagy összegű utalás érkezik, a rangsorban jobb helyezést érnek el. Ez azonban inkább az ország méretéről ad információt, mint arról, mennyire választanák a saját otthonuk helyett az emberek.

A $p_i = s_i / \sum_{j=1, j \neq i}^{n} m_{ij}$ *normalizált nettó átutalás* már kiküszöböli ezt a hiányosságot, azonban továbbra sem veszi figyelembe a hálózat struktúráját, azt, hogy az egyes országok melyekkel állnak kapcsolatban. A következőkben egy példán keresztül szemléltetjük a három lehetséges számítási módot.

3.1. Példa. Tekintsünk négy országot a 3.1. ábrán látható átutalásokkal: a nyilak az átutalások irányát, a súlyok azok összegét mutatják. **A** és **B** országnak is csak **C**-vel van kapcsolata, a **B** országba érkező és induló utalások éppen kétszer akkorák, mint **A** országéi, **D** ország csak **C**-n keresztül kapcsolódik a többihez.

Az A átutalási, az R eredmény- és az M mérkőzésmátrix a következő:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 30 & 0 \\ 5 & 10 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \end{bmatrix}, \; R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \\ -10 & -20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ és}$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 40 & 0 \\ 20 & 40 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \end{bmatrix},$$

3.2. táblázat. Értékelővektorok a 3.1. példában

	$\mathbf{s}(R, M)$	$\mathbf{p}(R, M)$	$\mathbf{q}(R, M)$
A	10	1/2	1/4
B	20	1/2	1/4
C	−30	−3/7	−1/4
D	0	0	−1/4

A három értékelővektor a 3.2. táblázatban található, a nagyobb érték kedvezőbb rangsorbeli helyet jelent. Ha csak az átutalások relatív (egymáshoz viszonyított) nagysága számít, az **A** és **B** országnak ugyanolyan értékelésűnek kell lennie. Az s_i pontszám nem teljesíti ezt a feltételt, a p_i normalizált nettó átutalás és a q_i legkisebb négyzetes értékelés azonban igen. A mérethatástól való függetlenség formális definícióját az olvasó a Csató és Tóth (2020) cikkben találhatja meg.

3.3. táblázat. Új értékelővektorok a 3.1. példában

	$\mathbf{s}(R, M)$	$\mathbf{p}(R, M)$	$\mathbf{q}(R, M)$
A	10	−1/2	−1/2
B	20	1/2	1/2
C	−10	−1/7	0
D	0	0	0

Tegyük fel, hogy az **A**-ból **C**-be menő és a **C**-ből **A**-ba menő átutalások felcserélődnek, azaz **C** ország sokkal vonzóbb célponttá válik. Az új értékelővektorok a 3.3. táblázatban láthatók. Az s_i pontszám, a p_i normalizált nettó átutalás és a legkisebb négyzetes értékelés alapján is javul a **C** ország értékelése. Természetesnek tűnő elvárás, hogy ezen változás hatására az egyedül a **C** országgal kapcsolatban álló **D** ország értékelése is kedvezőbb irányba változzon, ami egyedül a legkisebb négyzetek módszerére teljesül.

3.4. Eredmények

A következőkben az európai államokra kapott rangsorokat ismertetjük. Az országokat az ISO szabvány szerinti alpha-2 rövidítéssel jelöljük, melyek megtalálhatók a 3.4. táblázatban. Az Európán kívüli országokat eredetileg egyben kezeltük, a rájuk vonatkozó eredmények az Egyéb sorban találhatók.

3.4. táblázat. Az országnevek rövidítései

Ország	Rövidítés	Ország	Rövidítés
Albánia	AL	Lettország	LV
Ausztria	AT	Litvánia	LT
Belgium	BE	Luxemburg	LU
Bosznia-Hercegovina	BA	Magyarország	HU
Bulgária	BG	Málta	MT
Ciprus	CY	Moldova	MD
Csehország	CZ	Montenegró	ME
Dánia	DK	Németország	DE
Egyesült Királyság	GB	Norvégia	NO
Észak-Macedónia	MK	Olaszország	IT
Észtország	EE	Oroszország	RU
Fehéroroszország	BY	Portugália	PT
Finnország	FI	Románia	RO
Franciaország	FR	Spanyolország	ES
Görögország	GR	Svájc	CH
Hollandia	NL	Svédország	SE
Horvátország	HR	Szerbia	RS
Írország	IE	Szlovákia	SK
Izland	IS	Szlovénia	SI
Lengyelország	PL	Ukrajna	UA

3.4.1. A 2015-ös életminőségi rangsorok

A három értékelővektorral kapott sorrend a 2015-ös év alapján a 3.5. táblázatban látható. A sötét szín jelöli a legmagasabbra értékelt országokat, az árnyalat a rangsorban hátrébb haladva világosodik. A legnagyobb különbség az s_i pontszám és a legkisebb négyzetek módszere között Franciaország esetén látható: az összes ki- és beutalás különbsége alapján csak 37., míg a legkisebb négyzetek módszere a 17. helyre rangsorolja. Az eltérést a mérethatás okozza, Franciaország nagy lakosságú, népszerű migrációs célpont, mind a beutalás (23 milliárd amerikai dollár), mind a kiutalás (21 milliárd amerikai dollár) elég jelentős, tehát nem meglepő módon azok különbsége is az. Az s_i pontszám alapján így hátrébb sorolódik például Albániánál, ahol a ki- és beutalás különbsége ugyan csak 852 millió amerikai dollár, de a kiutalások kevesebb, mint ötödét teszik ki a beutalásoknak. A mérethatást kiszűrő p_i normalizált nettó átutalás már a 18. helyre rangsorolja Franciaországot, de a 37.-re Albániát.

Az (3.2) egyenlet alapján a q_i érték közel van p_i-hez, ha az i ország átlagos értékelésű országokkal áll kapcsolatban. Ugyanakkor q_i nagyobb (kisebb), mint a normalizált nettó átutalás, amennyiben az i országgal „összehasonlított” országok az átlagosnál jobbak (gyengébbek). A normalizált nettó átutalások által adott és

3.5. táblázat. A három értékelővektorral kapott sorrendek, 2015

Ország	$\mathbf{s}(A)$	$\mathbf{p}(A)$	$\mathbf{q}(A)$
Egyesült Királyság	1	1	1
Svájc	4	3	2
Írország	9	5	3
Norvégia	8	4	4
Hollandia	7	2	5
Ciprus	13	8	6
Görögország	11	6	7
Oroszország	2	7	8
Olaszország	5	9	9
Dánia	12	12	10
Spanyolország	6	10	11
Németország	3	11	12
Fehéroroszország	14	14	13
Finnország	16	15	14
Svédország	15	16	15
Ausztria	10	13	16
Franciaország	37	18	17
Izland	18	21	19
Ukrajna	33	22	20
Luxemburg	23	19	21
Belgium	39	24	22
Málta	19	27	23
Portugália	34	26	24
Csehország	24	20	25
Szlovénia	17	17	26
Észtország	21	29	27
Lettország	27	34	28
Lengyelország	40	33	29
Észak-Macedónia	20	28	30
Litvánia	28	39	31
Magyarország	38	32	32
Moldova	29	35	33
Románia	36	36	34
Albánia	25	37	35
Szlovákia	31	31	36
Szerbia	35	30	37
Horvátország	26	25	38
Bulgária	30	40	39
Montenegró	22	38	40
Bosznia-Hercegovina	32	41	41
Egyéb	41	23	18

a legkisebb négyzetek módszerével előállt rangsor között a legnagyobb különbség Horvátország esetén mutatkozik: a p_i vektor alapján a 25., a q_i vektor szerint már csak a 38. helyezett. Ennek oka, hogy Horvátország főként alacsony értékelésű balkáni országokkal (Bosznia-Hercegovina, Szerbia) áll szoros kapcsolatban.

3.4.2. A rangsorok stabilitása a vizsgált időszakban

A legkisebb négyzetek módszerével kapott rangsorok az egyes évekre a 3.6. táblázatban láthatók. A sötétebb szín ismét a legmagasabbra értékelt országokat jelöli. A helyezések nagyjából megfelelnek előzetes várakozásainknak: Albánia, Bosznia-Hercegovina, Bulgária, Montenegró és Szerbia a lista végén helyezkedik el, Ciprus, az Egyesült Királyság, Hollandia, Írország, Norvégia és Svájc pedig az elején. Az eredmények 2010 és 2012, illetve 2013 és 2015 között robusztusak, 2012 és 2013 között azonban észrevehető egy törés. Különösen látványos ez Izland esetében, amely sokáig a legjobbként szerepel, majd a 19. helyre csúszik vissza. Az adatok alapján 2012-ben 35 millió amerikai dollár utalás érkezett be, míg 2013-ban már 176 millió, változatlan nagyságrendű kiutalás mellett. Hasonló jelenség figyelhető meg Svédországnál. Részben okozhatja, hogy az átutalás adatokat 2010 és 2012 között a 2010-es, míg 2013–2015-ös években a 2013-as migrációs adatokkal korrigálta a Világbank.

A különböző évekre kapott rangsorok közötti távolságot a *Kemény-távolság*gal is megvizsgáltuk. Két lineáris rendezés *Kemény-távolsága* az egyikből a másikba történő eljutás során felcserélendő objektumpárok száma (Kemeny, 1959). A Kemény-távolság teljes rangsorok esetén ekvivalens a közgazdaságban jobban elterjedt Kendall τ távolsággal (Kendall, 1938). Ahogy a 3.7. táblázatból kiderül, a 2010–2012-es és a 2013–15-ös rangsorok valóban közel vannak, a két csoport között azonban már nagyobb a távolság.

3.4.3. Összehasonlítás a HDI indexszel és a World Happiness Reporttal

A *World Happiness Report* (WHR) jelentést az Egyesült Nemzetek Fenntartható Fejlődés Megoldások Hálózata (Sustainable Development Solutions Network) publikálja 2012 óta, és több, mint 150 országot rangsorol állampolgáraik bevallott boldogsága szerint, elsősorban a Gallup World Poll segítségével.[2] A rangsor meghatározásához hároméves adattartományt használnak, így jelen tanulmányban a 2015-ös év a 2014–16-os adatokból készült sorrendre utal, amelyet 2017-ben tettek közzé (Helliwell et al., 2017). A 3.8. táblázat Spearman-féle rangkorrelációval

[2] https://worldhappiness.report/

3.6. táblázat. A legkisebb négyzetek módszere szerinti országrangsor

Ország	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Egyesült Királyság	4	5	5	1	1	1
Svájc	8	8	8	3	2	2
Írország	2	2	1	4	4	3
Norvégia	6	6	7	7	5	4
Hollandia	7	7	6	5	3	5
Ciprus	5	4	4	2	7	6
Görögország	21	20	14	13	12	7
Oroszország	14	13	10	6	6	8
Olaszország	11	10	12	8	8	9
Dánia	12	12	13	10	10	10
Spanyolország	9	9	9	9	9	11
Németország	10	11	11	11	11	12
Fehéroroszország	15	15	15	15	14	13
Finnország	17	17	17	16	18	14
Svédország	3	3	3	14	15	15
Ausztria	18	18	20	12	13	16
Franciaország	13	14	16	17	17	17
Izland	1	1	2	19	21	19
Ukrajna	25	25	24	24	19	20
Luxemburg	23	23	23	23	23	21
Belgium	22	22	22	26	25	22
Málta	19	19	18	29	34	23
Portugália	20	21	21	27	24	24
Csehország	27	26	26	21	20	25
Szlovénia	30	31	32	22	26	26
Észtország	26	27	27	25	27	27
Lettország	24	24	25	20	22	28
Lengyelország	28	28	28	28	28	29
Észak-Macedónia	32	32	31	36	35	30
Litvánia	36	36	35	32	31	31
Magyarország	31	30	30	34	32	32
Moldova	34	34	34	31	30	33
Románia	35	35	36	35	33	34
Albánia	38	38	37	37	36	35
Szlovákia	33	33	33	33	37	36
Szerbia	40	40	40	38	38	37
Horvátország	29	29	29	30	29	38
Bulgária	39	39	39	39	39	39
Montenegró	37	37	38	40	40	40
Bosznia-Hercegovina	41	41	41	41	41	41
Egyéb	16	16	19	18	16	18

3.7. táblázat. A különböző évek rangsorainak Kemény-távolsága

	2010	2011	2012	2013	2014	2015
2010	—	6	24	103	109	101
2011	6	—	20	101	107	99
2012	24	20	—	93	97	89
2013	103	101	93	—	34	60
2014	109	107	97	34	—	52
2015	101	99	89	60	52	—

3.8. táblázat. Spearman-rangkorreláció a *HDI* és *WHR* rangsorokkal

	HDI2015	WHR2015	LS2014	HDI2014	WHR2014
LS2015	0,714*	0,612*	0,964*	0,708*	0,608*
HDI2015		0,865*	0,691*	0,989*	0,837*
WHR2015			0,601*	0,873*	0,987*
LS2014				0,683*	0,599*
HDI2014					0,850*

* 1%-os szignifikanciaszinten szignifikáns (kétoldali próba).

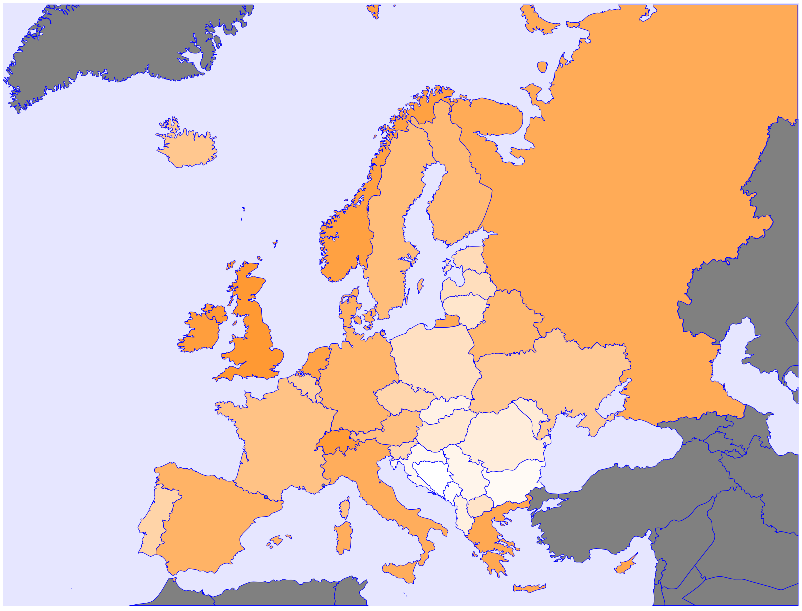
hasonlítja össze az alternatív rangsorunkat a HDI-vel és a WHR-ral. A rangsorok között közepesen erős pozitív kapcsolat van, és minden összefüggés statisztikailag szignifikáns. A HDI valamivel közelebb áll az általunk számított rangsorhoz, mint a WHR. A HDI és a WHR közötti kapcsolat mindkét évben elég erős.

A 3.2. ábrán látható a HDI által adott sorrend a legkisebb négyzetek módszerével kapott rangsorral összehasonlítva. A sötétebb narancssárga szín a kedvezőbb helyezést jelöli. Igazán látványos különbség Oroszország esetén figyelhető meg: a legkisebb négyzetek módszere lényegesen előrébb, a 8. helyre, míg a HDI (Európára szűkítve) csupán a 31. helyre rangsorolja. Oroszország helyezése már a p_i normalizált nettó átutalással nézve is kedvező, amit megőriz a legkisebb négyzetek módszere. Ennek egyik magyarázata, hogy Oroszország főleg volt szovjet tagállamokkal áll kapcsolatban, amelyek egy része az eddigi elemzésben az átlagosnál jobb értékelésű egyéb kategóriában található. Hasonló jelenség tapasztalható Fehéroroszország és Ukrajna esetében.

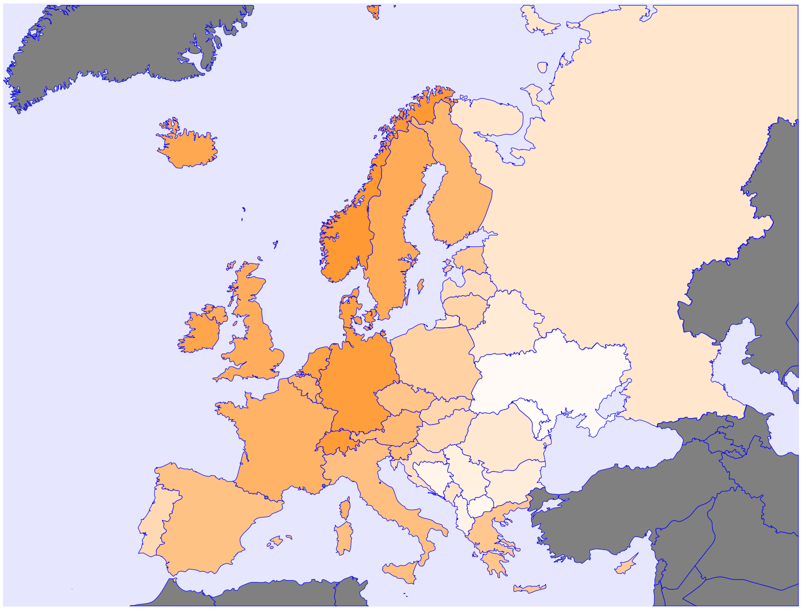
Ezért tovább bontottuk az egyéb kategóriában lévő országokat. Az eredeti elemzésünkben külön nem szereplő posztszovjet államokat (Azerbajdzsán, Georgia/Grúzia, Kazahsztán, Kirgizisztán, Örményország, Tádzsikisztán, Türkmenisztán, Üzbegisztán) összevontuk egy külön (posztszovjet) entitássá. A 3.9. táblázatban összehasonlítjuk az eredeti legkisebb négyzetek módszerével kapott rangsort az új eredményekkel. A zöld nyíl az előrébb, a piros a hátrébb sorolást jelöli. Az új rangsorban Fehéroroszország, Lettország, Litvánia, Moldova, Oroszország és Ukrajna rosszabb, míg a többiek jellemzően jobb helyezést érnek el. Ez elsősorban

3.2. ábra. A legkisebb négyzetek módszerével és a HDI-vel kapott országrangsorok összehasonlítása, 2015

(a) Legkisebb négyzetek módszere



(b) HDI



3.9. táblázat. A legkisebb négyzetek módszere szerinti rangsor a posztszovjet államok külön kezelésével és anélkül

Ország	$\mathbf{q}(A)$	$\mathbf{q}(A')$	Ország	$\mathbf{q}(A)$	$\mathbf{q}(A')$
GB	1	1 ●	BE	22	21 ↑
CH	2	2 ●	MT	23	22 ↑
IE	3	3 ●	PT	24	23 ↑
NO	4	5 ↓	CZ	25	25 ●
NL	5	4 ↑	SI	26	24 ↑
CY	6	6 ●	EE	27	27 ●
GR	7	7 ●	LV	28	34 ↓
RU	8	17 ↓	PL	29	28 ↑
IT	9	8 ↑	MK	30	30 ●
DK	10	10 ●	LT	31	37 ↓
ES	11	9 ↑	HU	32	31 ↑
DE	12	11 ↑	MD	33	40 ↓
BY	13	20 ↓	RO	34	32 ↑
FI	14	12 ↑	AL	35	33 ↑
SE	15	13 ↑	SK	36	35 ↑
AT	16	14 ↑	RS	37	36 ↑
FR	17	15 ↑	HR	38	38 ●
IS	19	18 ↑	BG	39	39 ●
UA	20	26 ↓	ME	40	41 ↓
LU	21	19 ↑	BA	41	42 ↓
Egyéb	18	16 ↓	Posztszovjet	—	29

Az országrövidítések megtalálhatóak a 3.4. táblázatban. A $\mathbf{q}(A)$ oszlop az eredeti legkisebb négyzetek módszerével készült, míg a $\mathbf{q}(A')$ a posztszovjet entitással bővített sorrend.

annak köszönhető, hogy az eredeti *Egyéb* entitás a rangsor közepén helyezkedik el, miközben a posztszovjet államoké a végén.

3.5. Összegzés

Ebben a fejezetben a bilaterális átutalási adatok alapján a legkisebb négyzetek módszerével rangsoroltuk az európai országokat. A javasolt mérőszám nem igényli szempontsúlyok önkényes megválasztását, független az átutalások méretétől és figyelembe veszi a teljes átutalási hálózat felépítését. Eredményeink szerint a mutató robusztus, azonban a rangsort nagymértékben befolyásolhatják a migrációs politikák. Gyakorlati példát mutattunk az aggregálás veszélyeire is. De ez nem a javaslatunk eredendő hibája: Csató (2019b) egy lehetetlenségi tételen keresztül megmutatja, hogy minden észszerű rangsor függ az aggregálás szintjétől. Mivel az Európán kívüli országokat egyetlen entitásként kezeltük, így módszerünk leginkább azon országokra működik helyesen, amelyek főleg más európai országokkal állnak kapcsolatban.

Eredményeink pontosabbak lehetnének, ha rendelkezésre állnának minden országra kiterjedő migrációs adatok, azonban ez az adatgyűjtés hiányossága miatt jelenleg kivitelezhetetlen. Mivel a pénzmozgások könnyebben megfigyelhetőek, az általunk használt migrációs adatokkal korrigált átutalási adatok talán pontosabb képet festenek a valós embermozgásokról, azonban a bilaterális mátrixhoz szükséges, hogy minden ország ki- és beutalási adatai elérhetőek legyenek.

Ezek a megfontolások némileg korlátozzák eredményeink érvényességét. Ugyanakkor a javasolt módszertan komoly előnyökkel is rendelkezik, amelyeket az önkényes paraméter-választástól való függetlenség és a kedvező axiomatikus tulajdonságok mutatnak. A Human Development Indexhez való hasonlósága azt jelzi, képesek vagyunk megragadni az „életminőség” legalább néhány aspektusát. Segíthet értékelni egy ország teljesítményét, követendő példát találni a feltörekvő régióknak. Például a posztjugoszláv államok közül kiemelkedik Észak-Macedónia, míg a volt Szovjetunió balti régiójában Észtország valamivel jobban teljesít, mint Lettország és Litvánia. Végül a javasolt rangsorolás alapként szolgálhat más összetett indexek számára.

Bár megközelítésünk nem helyettesítheti a többi rangsorolást, a javasolt rangsor egyszerű számítása miatt alternatívává válhat a különféle összetett indexek számára. Kutatásunk remélhetőleg hozzájárul a gazdasági és társadalmi fejlődés jobb megértéséhez.

4. fejezet

Teljesítményalapú pénzfelosztás páros összehasonlításokkal

A különböző bevételek és nyeremények elosztása széles körben kutatott probléma (Tasnádi, 2006, 2014). Hazai kutatóktól is számos alkalmazás született. A különböző osztalékpolitikák többletérték teremtéséről például Fazakas és Kosárka (2008) értekezik. A vállalati jövedelem igazságos elosztását a megbízó-ügynök problémán keresztül vizsgálja Kaliczka és Naffa (2010). A kooperatív játékelmélet nevezetes elosztási feladatait foglalja össze Solymosi (2009). A kockázatelosztással vagy más néven tőkeallokációval Csóka et al. (2009), illetve Balog et al. (2010) és Balog et al. (2011) foglalkozik. A földosztások matematikai hátterét Segal-Halevi és Sziklai (2018) vizsgálja. A befektetéseknél azonosított egyedi faktorok szétosztására a tisztafaktor portfóliókat alkalmazza Fain és Naffa (2019).

A Forma–1 (magyarul rendszerint a Forma–1 név használatos, de hivatalosan Formula–1, rövidítve F1) az egyik legrangosabb nemzetközi autóverseny. Évente több milliárd amerikai dolláros bevételt eredményező iparág, amelyet csak a labdarúgó-világbajnokság és a nyári olimpia előz meg a televízió-közvetítések nézettsége terén. Az F1 magyar nagydíj a hazai turizmus jelentős szeletét adja (Dávid et al., 2018).

A világbajnokságon csapatok vesznek részt, amelyeknek két-két versenyzőjük van. Minden szezon nagyjából húsz futamból, nagydíjból áll, az ezeken elért helyezéseik alapján a pilóták pontokat kapnak, a csapatverseny eredményét az ugyanahhoz a csapathoz tartozó versenyzők pontjainak összege határozza meg.

A sporteseményeknél elterjedt, hogy a közvetítési és reklámbevételek egy részét a jogtulajdonos kiosztja a csapatok között (Bergantiños és Moreno-Ternero, 2020a,b, 2021). Budzinski és Müller-Kock (2018) belátta, a Forma–1-ben alkalmazott elosztási módszer eltér a más sportágakban megszokottaktól, és néhány csapatot indokolatlan előnyhöz juttathat.

A versenyző csapatok többek között teljesítményük alapján részesednek a közvetítési jogokból és a reklámdíjakból (*Formula One Prize Money*), azonban közel sem egyenletes mértékben. A 2019-ben legnagyobb díjban részesülő (az előző évben 2. helyezett) Ferrari négyszer annyit kapott, mint az utolsó Toro Rosso (Rencken és Collantine, 2019).

Judde et al. (2013), illetve Schreyer és Torgler (2018) különböző időszakokra belátták, a verseny kiegyensúlyozottsága növeli a nézettséget, ezáltal a bevételeket.

Az olyan népszerű csapatok, mint a Ferrari és a Mercedes, önmagukban is komoly szponzori támogatásra számíthatnak. Ugyanakkor több csapat költségvetésének jelentős részét a közvetítési jogokból származó bevétel adja, így nem meglepő, hogy a ranglista vége felé az utóbbi időben jellemző volt a csapatok csődje. Viszont a sportágnak szüksége van a megfelelő autószámra, különben a verseny alatti izgalmas pillanatok száma jelentősen csökkenhet.

Ebben a fejezetben a csapatokat az évadban nyújtott teljesítményük alapján, a páros összehasonlítások módszerével rangsoroljuk. A közvetítési és reklámdíjak kiosztását a páros összehasonlítás mátrixot legjobban közelítő súlyvektor alapján végezzük el. Két ilyen módszert mutatunk be, a Thomas L. Saaty által javasolt jobboldali sajátvektort (Saaty, 1977, 1980), illetve a páros összehasonlításokon alapuló döntési eljárásokban szintén elterjedt logaritmikus legkisebb négyzetek módszerét. A fejezet eredményeit a Petróczy (2021b), illetve a Petróczy és Csató (2021) cikkekben publikáltuk.

4.1. A bevételek elosztása

A jelenlegi Forma–1 díjfelosztás a 4.1. táblázatban látható. Az első oszlopból egyenlően részesedik minden olyan csapat, amelyik a megelőző három évben legalább kétszer az első tíz között végzett. A második oszlopban a teljesítmény alapján kiosztott díjak szerepelnek. A harmadik oszlop az úgynevezett nagy múltú csapatoknak (Long-Standing Team) járó kifizetés, amelyből jelenleg csak a Ferrari részesedik. A negyedik oszlop a korábbi bajnokoknak járó, az ötödik az egyedi megállapodásokon alapuló részesedés. Ahogy a táblázatból kiderül, a díj csupán harmada teljesítményalapú, a kis csapatok pedig alulreprezentáltak.

A Forma–1 autóverseny sorozatot 2017 elején felvásárolta az amerikai Liberty Media. Az új vezetés számos változást jelentett be a Liberty Media 2021 terv keretében.[1] A csapatok költéseinek szabályozásával céljuk egyértelműen a kis csapatok versenyképességének növelése, ezen felül szeretnék a közvetítési jogok kiosztását átláthatóbbá és teljesítményalapúvá tenni. A korábbi öt oszlopos rendszer két tényezősre egyszerűsödne. A bevételek felét egyenlően osztanák szét a legutóbbi

[1] Lásd Collantine és Rencken (2018). A végleges megállapodások azonban nem kerültek nyilvánosságra.

4.1. táblázat. 2019-es pénzfelosztás a Forma–1 csapatok között (millió dollár)

Csapat	Első tíz	Teljesítmény	Nagy múltú	Korábbi bajnok	Egyéb	Összesen
Ferrari	35	56	73	41	—	205
Mercedes	35	66	—	41	35	177
Red Bull	35	46	—	36	35	152
McLaren	35	32	—	33	—	100
Renault	35	38	—	—	—	73
Haas	35	35	—	—	—	70
Williams	35	15	—	—	10	60
Racing Point	35	24	—	—	—	59
Sauber	35	21	—	—	—	56
Toro Rosso	35	17	—	—	—	52
Összesen	350	350	73	151	80	1004

Forrás: Rencken és Collantine (2019)

4.2. táblázat. 2019-es pénzfelosztás a Forma–1 csapatok között a Liberty Media 2021 terv alapján (millió dollár)

Csapat	2018-as helyezés	Első tíz	Teljesítmény	Összesen
Ferrari	2	50,2	65,8	116,0
Mercedes	1	50,2	70,3	120,5
Red Bull	3	50,2	61,4	111,6
McLaren	6	50,2	48,0	98,2
Renault	4	50,2	56,9	107,1
Haas	5	50,2	52,4	102,6
Williams	10	50,2	30,1	80,3
Racing Point	7	50,2	43,5	93,7
Sauber	8	50,2	39,0	89,2
Toro Rosso	9	50,2	34,6	84,8
Összesen	—	502	502	1004

Forrás: Saját számítás Collantine és Rencken (2018) alapján

három évben legalább két alkalommal az első tíz között végző csapatok között, a másik feléből 14%-ot kapna az előző évi első, 6%-ot az utolsó helyezett, a kettő között pedig egyenlően növekedve részesedne a többi csapat. A Liberty Media 2021 terv szerint felosztott kifizetések 2019-re a 4.2. táblázatban találhatók.[2] A tervezet csak 10 csapatra került kidolgozásra; nincs útmutatás arról, hogy ennél több résztvevő esetén milyen szabály kerülne alkalmazásra.

[2] A Racing Point (a Force India utódja) helyezésénél itt a hivatalosan elért 7. helyet szerepeltettük. Mindenhol máshol az eredmények szempontjából egyetlen csapatként kezeltük a 2018-as évadban versenyző indiai Sahara Force India és a brit tulajdonú Racing Point Force India csapatokat (amely a világbajnokság hivatalos eredményében két külön csapatnak számított), és Racing Pointnak neveztük.

4.3. táblázat. A Forma–1-ben használt pontrendszerek

Évek	Helyezések									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1951–1959	8	6	4	3	2	0	0	0	0	0
1960–1960	8	6	4	3	2	1	0	0	0	0
1961–1990	9	6	4	3	2	1	0	0	0	0
1991–2002	10	6	4	3	2	1	0	0	0	0
2003–2009	10	8	6	5	4	3	2	1	0	0
2010–	25	18	15	12	10	8	6	4	2	1

4.2. A Forma–1 pontozási rendszere

A jelenlegi pontrendszer szerint a futamok első tíz helyezettjét díjazzák. Az első 25, a második 18, majd sorban 15, 12, 10, 8, 6, 4, 2 és 1 pontot kapnak a versenyzők. Ez a rendszer megegyezik a 2010-től használt pontozási eljárással, az egyetlen különbség, hogy 2019 óta a leggyorsabb kört futó pilótát további egy ponttal jutalmazzák, amennyiben egyébként is pontszerző helyen végez.[3] A Forma–1 pontrendszerét azonban a versenyszéria 1950-es kezdete óta számos alkalommal módosították, ahogy a 4.3. táblázatban látható, ráadásul az egyes évek abban is különböztek, hány verseny eredményét vették számításba a világbajnokság alakulásában.

A pontozási rendszert számos tanulmány vizsgálta. Kladroba (2000) a szavazáselmélet ismert eljárásait alkalmazza az 1998-as évad végső sorrendjének meghatározására. Soares de Mello et al. (2005) a Condorcet módszert javasolja a rangsor felállítására, így azonban nem minden esetben lehetséges a teljes rangsor előállítása.

Haigh (2009) belátta, hogy a világbajnokság eredménye gyakran az alkalmazott pontrendszertől függ, viszont szerinte a sorrendnek robusztusnak kellene lennie erre a változtatásra. Egy extrém példa az 1950-es világbajnokság rangsora: Farina, Fangio, Fagioli. Ha ugyanezt a bajnokságot a 2003–2009 között életben lévő pontrendszerrel értékeltük volna, akkor a végeredmény Fagioli, Farina és Fangio.

Sitarz (2013) matematikai alapon, konvex kúpok segítségével javasol egy pontozási rendszert, majd illusztrálja annak működését a 2011-es Forma-1 világbajnokság eredményein keresztül. Anderson (2014) és Anderson (2015) maximum likelihood alapú módszert ajánlja a versenyzők rangsorolására. Soares de Mello et al. (2015) a Condorcet módszer egy variánsával ad új rangsort a 2013-as csapatvilágbajnokságra, míg Kaiser (2019) a Borda módszert javasolja. Corvalan (2018) különböző pontrendszerekkel kiszámolta a pilóták teljes életpálya teljesítményét.

[3] A 2014-es évadban az utolsó verseny, az abu-dzabi nagydíj dupla pontot ért. A szabály kiváltotta a pilóták és a rajongók ellenszenvét, ezért a következő szezonra eltörölték.

4.4. táblázat. A konstruktőri világbajnokság helyezései, 2013

Csapat	Használt pontrendszer											
	1951–1959		1960		1961–1990		1991–2002		2003–2009		**2010–**	
	Pont	Hely	Pont	Hely	Pont	Hely	Pont	Hely	Pont	Hely	**Pont**	**Hely**
Red Bull	176	1	177	1	190	1	203	1	243	1	**596**	**1**
Mercedes	82	2	85	2	88	2	91	2	140	*3*	**360**	**2**
Ferrari	81	3	85	3	87	3	89	3	141	*2*	**354**	**3**
Lotus	81	4	83	4	84	4	85	4	127	4	**315**	**4**
McLaren	7	5	12	5	12	5	12	5	38	5	**122**	**5**
Force India	5	6	6	7	6	7	6	7	23	6	**77**	**6**
Sauber	5	7	7	6	7	6	7	6	19	7	**57**	**7**
Toro Rosso	0	8	1	8	1	8	1	8	9	8	**33**	**8**
Williams	0	9	0	9	0	9	0	9	1	9	**5**	**9**
Marussia	0	10	0	10	0	10	0	10	0	10	**0**	**10**
Caterham	0	11	0	11	0	11	0	11	0	11	**0**	**11**

Mindegyik alapján Michael Schumacher bizonyul a legjobbnak, ugyanakkor a további helyezettek függnek az alkalmazott pontozási eljárástól.

Kondratev et al. (2022) axiomatikus alapon egy mértani pontozási szabályt javasol a pilóták értékelésére. E szerint a pontokat a következő sorozat szerint kellene kiosztani: $0, 1, 1+p, 1+p+p^2 \ldots$, ahol $p > 0$ egy paraméter. Csató (2021) két, egyaránt elkerülendő jelenség, a világbajnoki cím korai, illetve futamgyőzelem nélküli megszerzésének kockázatát számszerűsíti a különböző pontozási rendszerek mellett. Garcia-del Barrio és Reade (2021) Google keresési adatokat elemezve arra jutott, hogy ha a világbajnok kiléte már eldőlt, akkor szignifikánsan csökken az érdeklődés a versenysorozat iránt.

A közelmúlt világbajnokságai közül érdemes megvizsgálni a 2013-as évad csapatvilágbajnoki helyezéseit. A 4.4. táblázatban láthatók a különböző pontrendszerekkel elért helyezések. Minden futamot számításba vettünk, de a leggyorsabb körért járó esetleges extra pontoktól eltekintettünk. A leglátványosabb különbség, hogy a 2003–2009 közötti pontrendszer esetén a Ferrari második helyezést ér el, miközben minden más pontrendszerben harmadik. Érdemes még megemlíteni a Sauber helyezését. Az 1960-as, az 1961–1990, és az 1991–2002-es pontrendszer alapján hatodik, a többiben viszont hetedik.

A korábbi és a jelenlegi rendszer sem értékeli a megbízhatóságot. Sokszor előfordul, hogy egy kisebb költségvetésű csapat autója célba ér, ellentétben egy jobb anyagi helyzetű csapat autójával, ez azonban nem jelenik meg a szerzett pontok számában. Egy rövid példán szemléltetjük az így kialakuló visszásságot.

4.1. Példa. Legyen A és B két csapat, $A1$ és $A2$, illetve $B1$ és $B2$ a versenyzőik. Ahogy a 4.5. táblázatban látható, egyetlen kivételtől eltekintve az A csapat versenyzői jobban szerepelnek, mint a B csapaté. A 3. versenyen azonban a B csapat egyik pilótája 10. helyezést ér el, legyőzi A mindkét versenyzőjét, és egy

4.5. táblázat. Az A és B csapat által elért helyezések a 4.1. példában

	Autó	1. verseny	2. verseny	3. verseny	4. verseny	Pontok
A	$A1$	11	11	11	11	0
	$A2$	12	12	12	12	0

	Autó	1. verseny	2. verseny	3. verseny	4. verseny	Pontok
B	$B1$	16	16	10	16	1
	$B2$	17	17	17	17	0

pontot szerez. Tehát egy alkalomtól eltekintve mindig az A csapat jobb, mint a B, a pontrendszer alapján mégis a B csapat végez előrébb a világbajnokságon.

4.3. Egy új javaslat: a csapatok páros összehasonlítása

A versenyeredményekre tekinthetünk úgy, mint a pilóták közötti összehasonlításra, ezt általánosítottuk csapatokra. Vegyünk két csapatot, A-t és B-t, valamint mindegyikhez két versenyzőt: $A1$, $A2$, illetve $B1$ és $B2$, ahol a számozás megadja a csapaton belüli sorrendet is. Ha az egyik csapat pilótája előrébb végzett, mint a másiké, akkor az a csapat legyőzte a másikat.

Egy futamon az alábbi esetek fordulhatnak elő, amennyiben mind a négy versenyző célba ér:

- A négyszer győzte le B-t, ha $A1$ és $A2$ megelőzte $B1$-et és $B2$-t;
- A háromszor legyőzte B-t és B egyszer A-t, ha $A1$ megelőzte $B1$-et és $B2$-t, de $A2$ csak $B2$-t;
- A kétszer legyőzte B-t és B kétszer A-t, ha $A1$ megelőzte $B1$-et és $B2$-t, de $A2$ egyiket sem;

illetve a fordított esetek.

Ha egy versenyző a futam több, mint 90%-át teljesítette, akkor a hivatalos pontrendszerhez hasonlóan figyelembe vettük a helyezését. Minden célba érő versenyző legyőzte azokat, akik kiestek, ugyanakkor a versenyt nem teljesítők között nem tudunk sorrendet felállítani, ebben az esetben egyik csapat sem győzte le a másikat.

Az egyes futamokon egymás ellen elért eredményeket egy évad során összeadtuk, így elkészítettük a csapatok közötti G *aggregált páros összehasonlítási mátrix*ot a 2014 és 2018 közötti öt évadra.[4] A 2018-as szezon aggregált páros összehasonlítási

[4] A futameredmények megtalálhatók a https://www.formula1.com/ honlapon.

4.6. táblázat. A 2018-as évad aggregált páros összehasonlítási mátrixa

	Mercedes	Ferrari	Red Bull	Renault	Haas	McLaren	Racing Point	Sauber	Toro Rosso	Williams
Mercedes	—	47	59	78	78	77	79	78	78	79
Ferrari	37	—	49	73	74	73	73	74	74	74
Red Bull	23	31	—	60	61	59	59	62	60	60
Renault	4	8	19	—	45	52	45	55	55	63
Haas	6	9	18	35	—	49	39	39	47	55
McLaren	7	9	20	29	31	—	30	39	46	57
Racing Point	5	9	21	35	41	51	—	54	56	65
Sauber	6	8	19	23	38	42	28	—	50	54
Toro Rosso	4	8	22	25	32	35	24	30	—	44
Williams	5	8	20	20	26	26	18	29	38	—

4.7. táblázat. A 2018-as évad páros összehasonlítás mátrixa

	Mercedes	Ferrari	Red Bull	Renault	Haas	McLaren	Racing Point	Sauber	Toro Rosso	Williams
Mercedes	1	1,27	2,57	19,50	13,00	11,00	15,80	13,00	19,50	15,80
Ferrari	0,79	1	1,58	9,13	8,22	8,11	8,11	9,25	9,25	9,25
Red Bull	0,39	0,63	1	3,16	3,39	2,95	2,81	3,26	2,73	3,00
Renault	0,05	0,11	0,32	1	1,29	1,79	1,29	2,39	2,20	3,15
Haas	0,08	0,12	0,30	0,78	1	1,58	0,95	1,03	1,47	2,12
McLaren	0,09	0,12	0,34	0,56	0,63	1	0,59	0,93	1,31	2,19
Racing Point	0,06	0,12	0,36	0,78	1,05	1,70	1	1,93	2,33	3,61
Sauber	0,08	0,11	0,31	0,42	0,97	1,08	0,52	1	1,67	1,86
Toro Rosso	0,05	0,11	0,37	0,45	0,68	0,76	0,43	0,60	1	1,16
Williams	0,06	0,11	0,33	0,32	0,47	0,46	0,28	0,54	0,86	1

mátrixa a 4.6. táblázatban található. A G mátrix elemeire igaz, hogy $g_{ij} + g_{ji}$ legfeljebb a futamszám négyszerese, de a legtöbb esetben ennél kevesebb. A G mátrixon alapuló rangsorolási módszerek axiomatikus elemzését lásd Csató (2013a) és González-Díaz et al. (2014).

A G mátrixból az $a_{ij} = g_{ij}/g_{ji}$ definícióval kapható az A *(multiplikatív) páros összehasonlítás mátrix*. A 2018-as évad multiplikatív páros összehasonlítás mátrixa a 4.7. táblázatban található.

Ezt a megközelítést már számtalanszor alkalmazták sportrangsorok előállítására. Bozóki et al. (2016) a világranglista-vezető teniszezők összehasonlítására, Chao et al. (2018) gojátékosok rangsorolására, Csató (2013b) svájci rendszerű sakk csapatversenyek eredményének meghatározására, Saaty (2008) az olimpián részvevő országok sorrendjének kialakítására tett javaslatot. Felsőoktatási intézmények rangsorának előállítására használta Csató (2016), illetve Csató és Tóth (2020).

Az AHP módszert (Saaty, 1977, 1980) többször használták erőforrás-allokációra (Ramanathan és Ganesh, 1995; Ossadnik, 1996; Vaidya és Kumar, 2006; Saaty et al., 2007). Ennek egyik legfontosabb eleme a páros összehasonlítás mátrix, amiből leggyakrabban kétféle módszerrel szokás súlyvektort előállítani, a Thomas L. Saaty által javasolt jobboldali sajátvektorral, illetve a szintén elterjedt logaritmikus legkisebb négyzetek módszerével ($LLSM$) (Crawford és Williams, 1985; De Graan, 1980; de Jong, 1984; Rabinowitz, 1976; Williams és Crawford, 1980). Utóbbi módszer lényegében ekvivalens a 3. fejezetben használt legkisebb négyzetek módszerével, de ott a mátrix ferdén szimmetrikus, ami azonban egyszerűen elérhető az elemek egyenkénti logaritmikus transzformációjával.

4.1. Definíció. *Sajátvektor módszer (EM):* Jelölje az $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ mátrix legnagyobb abszolútértékű (domináns) sajátértékét λ_{max}. A sajátvektor módszer az ehhez tartozó $\mathbf{w}^{EM}$ jobboldali sajátvektort adja súlyvektorként, azaz:

$$\mathbf{A}\mathbf{w}^{EM} = \lambda_{max}\mathbf{w}^{EM}.$$

4.2. Definíció. *Logaritmikus legkisebb négyzetek módszere (LLSM):* A logaritmikus legkisebb négyzetek módszere az $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ páros összehasonlítás mátrixhoz azt a $\mathbf{w}^{LLSM} = [w_i]$ súlyvektort rendeli, mely az alábbi optimalizálási feladat egyértelmű megoldása:

$$\min_{\mathbf{w} \in \mathcal{R}^n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left[\log a_{ij} - \log \left(\frac{w_i}{w_j} \right) \right]^2.$$

Az utóbbi módszer ekvivalens azzal, ha a páros összehasonlítás mátrix sorainak mértani közepeit vesszük (Crawford és Williams, 1985).

Mivel a súlyok összege tetszőleges, a súlyvektort mindkét esetben 1-re normalizáltuk. Ezáltal a súlyok meghatározzák, hogy a teljes pénzdíj hány százalékát kapja az adott csapat.

Azonban ezek az elosztások szélsőséges egyensúlytalansághoz vezethetnek, ha nagy a csapatok közötti teljesítménybeli eltérés, ami ellentétes a döntéshozó azon törekvésével, hogy a díjfelosztás minél egyenletesebb legyen. Ezért bevezettük az α paramétert, a páros összehasonlítás mátrix elemenkénti hatványkitevőjét:

$$a_{ij} = \left(\frac{g_{ij}}{g_{ji}} \right)^{\alpha} \qquad \text{és} \qquad a_{ji} = \left(\frac{g_{ji}}{g_{ij}} \right)^{\alpha} \qquad \text{minden } i, j\text{-re.}$$

A csapatok közötti pénzelosztás egyenlőtlenségét a Herfindahl–Hirschman-

4.8. táblázat. A pénzfelosztások HHI* értékei

Év	Teljesítmény alapú felosztás	Teljes összeg
2015	0,024	0,027
2016	0,024	0,030
2017	0,023	0,037
2018	0,024	0,032
2019	0,023	0,032

Forrás: Saját számítás Rencken és Baretto (2016, 2017); Rencken és Collantine (2018, 2019); Walthert (2015) adatai alapján

indexszel (Herfindahl, 1950; Hirschman, 1945, 1964), illetve normalizált formájával, a piaci koncentráció egy elterjedt mérőszámával számszerűsítettük. Ez a mutató alkalmazható egy allokáció kiegyenlítettségének mérésére is (Budzinski és Müller-Kock, 2018).

4.3. Definíció. *Herfindahl–Hirschman-index (HHI):* Jelölje $\mathbf{w} = [w_i]$ az elosztásvektort és n a csapatok számát. Ekkor a Herfindahl–Hirschman-index:

$$HHI(\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^{n} w_i^2.$$

A HHI maximális értéke 1, amit akkor ér el, ha egyetlen csapat kapja a teljes bevételt. Minimumát akkor veszi fel, amikor minden csapat ugyanakkora bevételt kap, ekkor HHI$= 1/n$. Tehát legkisebb értéke függ az induló csapatok számától, ami megnehezítené a különböző évadok összehasonlítását. Ezért a normalizált formáját használjuk, amely 0 és 1 közötti értéket vesz fel.

4.4. Definíció. *Normalizált Herfindahl–Hirschman-index (HHI*):* Jelölje $\mathbf{w} =$ $= [w_i]$ az elosztásvektort és n a csapatok számát. Ekkor a normalizált Herfindahl–Hirschman-index:

$$HHI^*(\mathbf{w}) = \frac{HHI(\mathbf{w}) - 1/n}{1 - 1/n}.$$

Ez a sport szakirodalomban *Herfindahl Ratio of Competitive Balance (HRCB)* néven a verseny kiegyensúlyozottság mérésére elterjedt mutató (Michie és Oughton, 2004; Fűrész és Rappai, 2018). Az egyes évek pénzfelosztásainak HHI* értékei a 4.8. táblázatban láthatóak; a második oszlopban a csak a teljesítmény alapján járó, míg a harmadik oszlopban a teljes felosztással számolva. Az elosztás egyenlőtlensége szinte megegyezik az egyes években.

A következő fejezetben látni fogjuk, az α paraméter változtatásával az egyenlőtlenség tetszőlegesen változtatható, illetve a sajátvektor és az LLSM módszerek eltérése viszonylag csekély.

4.9. táblázat. A 2017-es évad alternatív csapat rangsorai

Csapat	Hivatalos sorrend	EM ($\alpha = 1$)	LLSM ($\alpha = 1$)
Mercedes	1	1	1
Ferrari	2	2	2
Red Bull	3	4	4
Force India	4	3	3
Williams	5	5	5
Renault	6	8	8
Toro Rosso	7	7	7
Haas	8	6	6
McLaren	9	9	9
Sauber	10	10	10

4.4. Eredmények

A sajátvektor és az LLSM módszer természetesen nem csak elosztásra, hanem a csapatok közötti sorrend felállítására is alkalmas. Az i csapat a rangsorban előrébb helyezkedik el, mint a j csapat, ha $w_i > w_j$. A 2018-as szezon alternatív rangsorai ugyanazt a sorrendet adják vissza, mint ami a pontszámok alapján adódik.[5] Ez azonban a 2017-es eredményeket bemutató a 4.9. táblázat alapján nem minden esetben teljesül: a Red Bull és a Force India, illetve a Renault és a Haas pozíciót cserél a hivatalos rangsorhoz képest.

A 2018-as évad alternatív pénzelosztásai a 4.10. táblázatban szerepelnek $\alpha = 1$ mellett. A sajátvektor és a logaritmikus legkisebb négyzetek módszere hasonló eredményt ad. Akár ránézésre is megállapítható, ez egy meglehetősen kiegyensúlyozatlan felosztás. Ahogy a 4.6. táblázatból kiderül, ennek oka, hogy a Mercedes lényegesen jobban szerepelt, mint a mezőny többi része. A Liberty Media 2021 tervben szereplő pénzelosztás teljesítményalapú részének normalizált Herfindahl–Hirschman-indexe 0,007, míg a teljes pénzfelosztásé 0,002. Az α paraméter csökkentésével az alternatív javaslatok egyenlőtlensége is csökkenthető.

A 4.1. ábrán látható, a 2018-as évben hogyan alakul a legjobb öt csapat részesedése a két választott módszerrel az α függvényében. Természetesen, ha $\alpha = 0$, akkor minden csapat részesedése megegyezik. A paraméter növekedése a Mercedesnek kedvez, ugyanakkor a többi csapat esetén nem ennyire egyértelmű az összefüggés, csak az első három csapat részesedése emelkedhet az α növekedésével. Ugyan a pontversenyben a Renault 122 és a Haas 93 pontot szerzett, az általunk javasolt elosztásokban közel ugyanannyi részesedést kapnak.

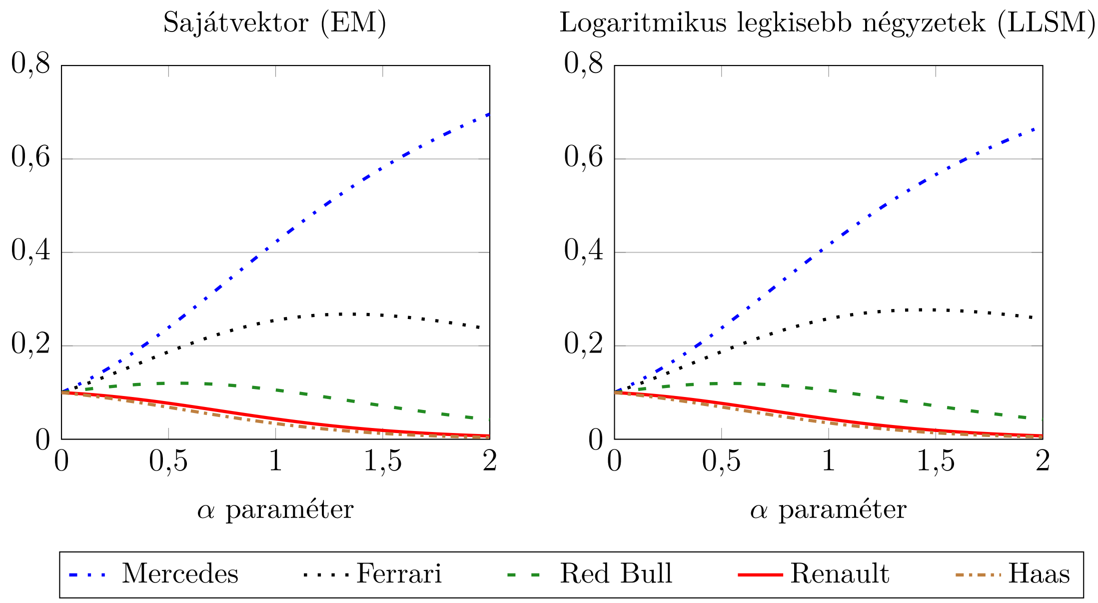
A 4.2. ábra az elosztás egyenlőtlenségét mutatja a 2014–2018 közötti öt szezonban az α paraméter függvényében. A paraméter megváltoztatásával a HHI* értéke

[5] Mivel a Racing Point pontszámaiba a Force India pontjait is beleszámoltuk, ezért a pontszám alapján felállított sorrend eltér a hivatalostól.

4.10. táblázat. A 2018-as évad alternatív díjfelosztásai

Csapat	EM ($\alpha = 1$)	LLSM ($\alpha = 1$)
Mercedes	42,2%	41,6%
Ferrari	25,5%	25,8%
Red Bull	10,5%	10,5%
Renault	4,4%	4,3%
Racing Point	4,2%	4,2%
Haas	3,4%	3,5%
McLaren	2,9%	3,0%
Sauber	2,9%	2,9%
Toro Rosso	2,2%	2,3%
Williams	1,9%	1,9%
HHI*	0,179	0,176

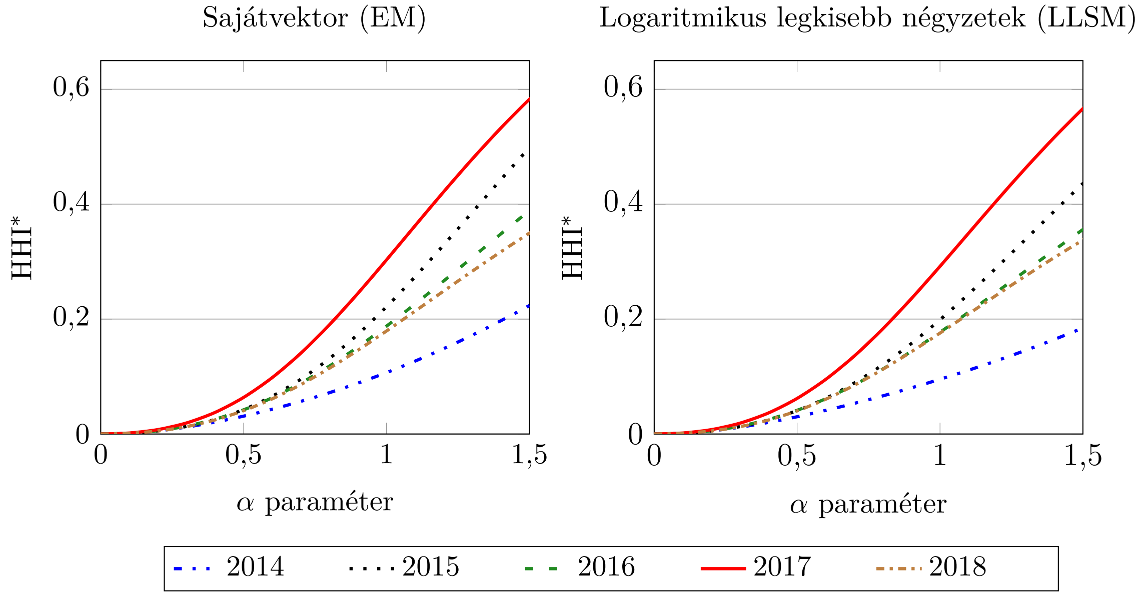
4.1. ábra. Alternatív pénzfelosztás a top öt csapat között α különböző értékeire, 2018



tetszőlegesen módosítható, összhangban a döntéshozó esetleges szándékaival. A vizsgált időszakban a 2014-es évben volt a legkiegyenlítettebb a verseny, míg 2017-ben a nyertes Mercedes sokkal jobban teljesített a többieknél. A Liberty Media 2021-es tervnek megfelelő HHI* = 0,007-es kiegyenlítettség a vizsgált években 0,2 és 0,3 közötti paraméterértékkel érhető el.

A 4.11. táblázat összefoglalja, milyen α értéknél kapnák a csapatok ugyanazt az összeget, mint ami a 2018-as pénzfelosztás második, teljesítmény alapú oszlopa alapján járna nekik. A Force India évad közbeni csődje miatt nem a 2019-es felosztást nézzük, mivel a páros összehasonlításokban a Force India/Racing Point csapatokat egyben szerepeltettük. Ha $\alpha = 0$, minden csapat egyformán részesedne, azaz 10%-át kapná a pénznek, így a Williams csapatnak mindegy, hogy a jelenleg

4.2. ábra. A normalizált Herfindahl–Hirschman-index (HHI*), 2014–2018



4.11. táblázat. Pénzfelosztás a 2017-as eredmények alapján

Csapat	2017-es helyezés	Teljesítmény (millió dollár)	Arány (%)	Indifferens α EM	Indifferens α LLSM
Mercedes	1	47,3	19	0,27	0,27
Ferrari	2	39,9	16	0,44	0,44
Red Bull	3	32,4	13	—	—
Force India	4	27,4	11	—	—
Williams	5	24,9	10	0	0
Renault	6	22,4	9	0,12	0,12
Toro Rosso	7	17,5	7	0,33	0,34
Haas	8	15	6	0,49	0,5
McLaren	9	12,5	5	0,47	0,47
Sauber	10	10	4	0,53	0,53

A teljesítmény alapú pénzfelosztás forrása Rencken és Collantine (2019)

érvényben lévő, vagy $\alpha = 0$ értékkel bármelyik általunk javasolt felosztás van érvényben. Az α növelésével csupán az első négy helyezett csapatnak nő valameddig a részesedése, azonban korántsem egyforma mértékben. Nem létezik olyan α érték, amely mellett a Red Bull és a Force India csapatok elérnék a 13, illetve 11%-os részesedést. Az utolsó négy csapat csak 0,3-nál nagyobb hatványkitevő esetén kapná a jelenlegi összeget, egyébként több jutna nekik. Ilyen magas α-nál már a HHI* értéke is legalább 0,01.

Végezetül, fontos megemlíteni a sajátvektor módszer egy jelentős hátrányát, jelesül, a segítségével kialakított sorrend nem monoton az α paraméterre, ahogy a 4.3. ábrán látszik. Mercedes az első helyezett mindkét módszer alapján, α értékeire növekvő részesedéssel. Az öt középső csapat (Red Bull, Williams, Ferrari, McLaren, Force India) díjazása alacsony α értékekre meghaladja az egyenlő elosztást jelentő 0,1-et, azonban magasabb értékekre ez már csökken. Sorrendjük az LLSM módszerrel számolva megegyezik a hivatalos pontszámítással, de a 216 pontot elérő Ferrari és a 181 pontos McLaren közötti különbség ebben az esetben csupán marginális. Az utolsó öt csapat díjazása az α növelésével csökken. A sajátvektor módszert alkalmazva azonban az látható, hogy a középső öt csapat esetén sorrendfordulás van, kellően magas α esetén a McLaren megelőzi a Williamst. Formálisan megfogalmazva a sajátvektor módszer nem skála invariáns.

4.5. Definíció. *Skála invariancia*: Legyen $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in \mathcal{A}^{n \times n}$ egy tetszőleges páros összehasonlítás mátrix és $\alpha > 0$ egy (pozitív) paraméter. Legyen $\mathbf{A}^{(\alpha)} = \left[a_{ij}^{(\alpha)}\right] \in \in \mathcal{A}^{n \times n}$ az a páros összehasonlítás mátrix, melyre $a_{ij}^{(\alpha)} = a_{ij}^{\alpha}$. Egy $f : \mathcal{A}^{n \times n} \to \mathcal{R}^n$ súlyozási módszer *skála invariáns*, ha minden $1 \le i, j \le n$ esetén:

$$f_i\left(\mathbf{A}\right) \ge f_j\left(\mathbf{A}\right) \iff f_i\left(\mathbf{A}^{(\alpha)}\right) \ge f_j\left(\mathbf{A}^{(\alpha)}\right).$$

A tulajdonság megsértésére Genest et al. (1993) mutat példát. Ezzel ellentétben a logaritmikus legkisebb négyzetek módszere teljesíti a skála invarianciát. A következő bizonyítás szintén Genest et al. (1993) munkájából származik, kihasználva azt, hogy az LLSM módszer ekvivalens azzal, ha a páros összehasonlítás mátrix sorainak mértani közepeit vesszük (Crawford és Williams, 1985).

Bizonyítás. $w_i^{LLSM} \ge w_j^{LLSM} \iff \prod_{k=1}^{n} a_{ik} \ge \prod_{k=1}^{n} a_{jk} \iff \prod_{k=1}^{n} a_{ik}^{(\alpha)} \ge \ge \prod_{k=1}^{n} a_{jk}^{(\alpha)}$, ami maga az állítás. □

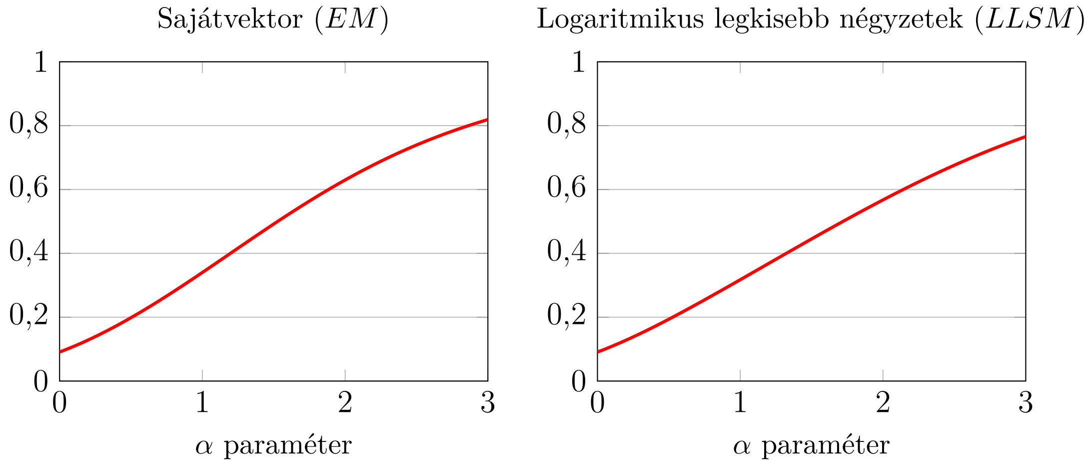
A sajátvektor módszer más monotonitási tulajdonságait vizsgálja Csató és Petróczy (2021).

4.5. Összegzés

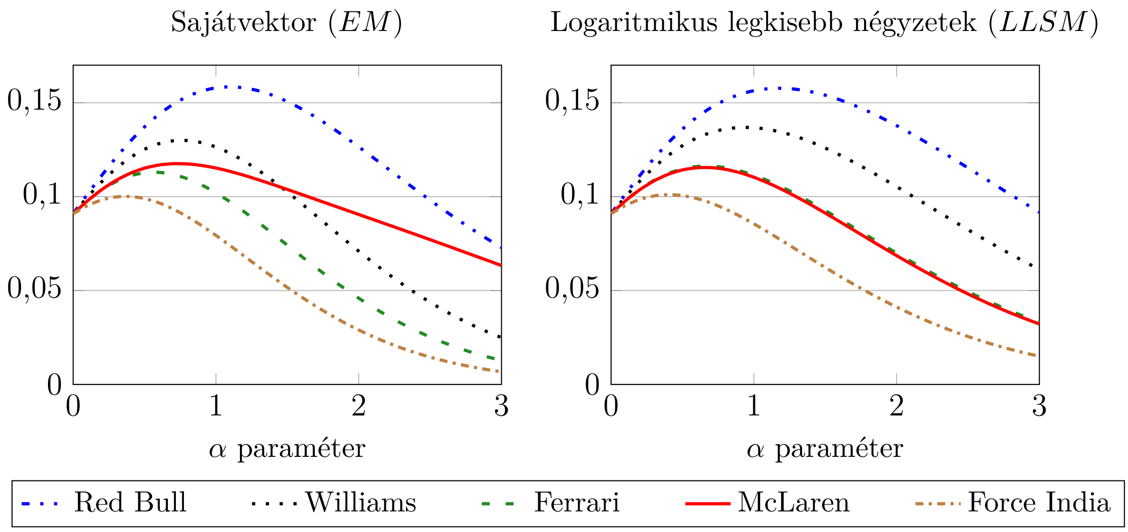
A fejezetben a bevételek elosztását modelleztük egy sportverseny résztvevői között. A páros összehasonlításokon alapuló megközelítés lehetővé teszi az allokációt egyetlen paraméter alapján. Javaslatunkat egy példa segítségével ismertettük, a Forma–1 konstruktőrök közötti díjfelosztására tettünk javaslatot. A megközelítés előnye a hivatalos pontozási rendszerrel szemben, hogy független az önkényesen választott – a múltban többször módosított – pontértékektől. Az alkalmazott módszerek nem autóverseny specifikusak, minden olyan szituációban alkalmazhatók, ahol a szereplők teljesítménye összehasonlítható. A javasolt módszerek paraméterével szabályozható az elosztás egyenlőtlensége.

4.3. ábra. Alternatív pénzfelosztás, 2014

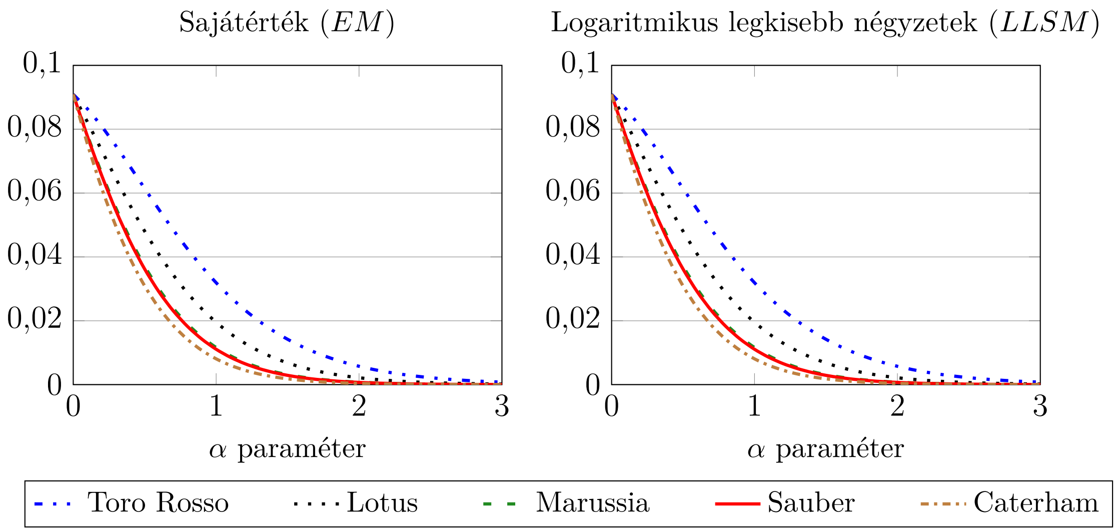
(a) Legjobb csapat: Mercedes



(b) Másodiktól hatodik helyezettig



(c) Az utolsó öt helyezett



5. fejezet

Hogyan tehető igazságosabbá a labdarúgó-mérkőzéseket követő büntetőpárbaj?

A sportban az igazságosság egyik lehetséges értelmezése szerint az egyenlő képességű csapatoknak és játékosoknak azonos valószínűséggel kell(ene) nyerniük. Ez a látszólag egyszerű követelmény a gyakorlatban számos esetben nem teljesül. Például Krumer et al. (2017) elméletileg, Krumer és Lechner (2017) pedig empirikusan igazolják, hogy a körmérkőzéses bajnokságok eredménye nem független a mérkőzések sorrendjétől; míg a svájci rendszerű sakkversenyek rangsorolási szabálya előnyben részesíti a javuló teljesítményű csapatokat (Csató, 2013b, 2017). A fejezetben a labdarúgásban alkalmazott büntetőpárbajok fenti értelemben vett igazságosságának kérdését vizsgáljuk. Az 1968-as labdarúgó-Európa-bajnokság mérkőzései arra indították a Nemzetközi Labdarúgó-szövetséget (FIFA, *Fédération International de Football Associacion*), hogy az 1970-es labdarúgó-világbajnokságtól kezdve az egyenes kieséses szakasz mérkőzésein, ha a rendes játékidőben, majd a hosszabbítás után egyaránt döntetlen az eredmény, akkor a korábban használt pénzfeldobás helyett büntetőpárbaj döntsön a továbbjutásról (Anbarcı et al., 2021).

A büntetőpárbaj jelenleg érvényes szabályai értelmében először a játékvezető pénzfeldobással dönt arról, melyik kapura rúgják a tizenegyeseket, majd az egyik, újabb pénzfeldobással kiválasztott csapat eldönti, elsőként vagy másodikként végzi-e el azokat (IFAB, 2020, 10. fejezet, 95–96. o.). Ezután az A és B csapat öt-öt büntetőt rúg az $AB|AB|AB|AB|AB$ sorozatnak megfelelően. Ha az egyik csapat behozhatatlan előnyre tesz szert, a hátralevő büntetőrúgásokat már nem végzik el. Amennyiben az öt kör alatt sem születik döntés, a büntetőpárbaj hirtelen halál (*sudden death*) szakasza kezdődik, változatlanul az AB sorrendben, mely egészen addig folytatódik, amíg az egyik csapat be nem rúgja, a másik csapat pedig ki nem hagyja a tizenegyesét. Ez az ún. *ABAB* szabály.

Miután a labdarúgásban a büntetők többsége sikeres, az adott körben a második tizenegyest rúgó játékos többnyire nagyobb mentális terhet visel, különösen a harmadik, negyedik tizenegyestől, amikor egy hiba a mérkőzés azonnali elvesztését jelentheti. Ahogy a FIFA Szabályalkotó Testülete (IFAB) 2017–2022-es stratégiája fogalmaz: „*Több tanulmány szerint az elsőként büntetőket rúgó csapat automatikusan előnyből indul, elsősorban azért, mert a második rúgóra nagyobb mentális nyomás nehezedik, miután tizenegyesének elhibázása gyakran azonnali kieséshez vezet (különösen akkor, ha már mindkét csapat elvégezte az első négy büntetőjét)*” (IFAB, 2017, 3. fejezet). Az utóbbi időben több tudományos munka foglalkozott a büntetőpárbajok lebonyolításának mechanizmusával (Anbarcı et al., 2021; Brams és Ismail, 2018; Echenique, 2017; Palacios-Huerta, 2012; Lambers és Spieksma, 2021), és a téma szélesebb körben is érdeklődésre tarthat számot (Euronews, 2018; MTA SZTAKI, 2018; Szurovecz, 2019; Pál, 2020).

Kiindulópontunk egy, a közelmúltban a nagy presztízsű *SIAM Review* folyóiratban megjelent cikk (Brams és Ismail, 2018), ahol a szerzők egy matematikai-statisztikai modell segítségével megmutatják, az általuk javasolt Kiegyenlítő (*Catch-Up*) szabály lényegesen közelebb áll az igazságossághoz, mint a determinisztikus *ABAB* mechanizmus. Feltevéseiket elfogadva első lépésben belátjuk, hogy a Kiegyenlítő szabály nem jobb a gyakorlatban már kipróbált, az 5.2. fejezetben részletesen bemutatott *ABBA* rendszernél. Elemzésünkbe bevonjuk a Felzárkóztató (*Behind First, Alternating Order*) (Anbarcı et al., 2021) és a Palacios-Huerta (2012) javaslatának egyszerűsített formáját jelentő determinisztikus $ABBA|BAAB$ eljárásokat is. Végül javaslatot teszünk a Kiegyenlítő és Felzárkóztató szabályok egy olyan módosítására, amely még közelebb hozza azokat a vágyott egyenlő nyerési valószínűségek felé.

A fejezet nem foglalkozik a játékosok rúgási sorrendjének meghatározásával. Az általunk használt modellkeretben semmi ösztönzés nincs arra, hogy a jobb rúgók később jöjjenek. Az eredményeket a Csató és Petróczy (2019) cikkben és a Csató és Petróczy (2022) műhelytanulmányban publikáltuk.

5.1. Empirikus megfigyelések

A pszichológiai nyomás alatt csökkenő teljesítmény vizsgálata a viselkedési közgazdaságtan régóta kutatott területe. Ahogy láttuk, a labdarúgásban alkalmazott büntetőpárbaj felfogható egy természetes kísérletként: ha az első csapat értékesíti a büntetőt, a másodikra nagyobb mentális teher hárul. A kiválasztás véletlenszerű, hiszen érmefeldobás dönt arról, melyik csapat választhat sorrendet. Az elvégzendő feladat, a tizenegyesrúgás profi labdarúgók számára nem túl bonyolult, jól gyakorolható, mechanikus folyamat, ahol szinte minden körülmény állandó (kapu mérete, kaputól mért távolság stb.). Az eredmény egyszerűen megfigyelhető, az adatok rendelkezésre állnak. Ráadásul valódi tétről van szó, nem kétséges ösztönzőket alkalmazó laborkísérletről.

Apesteguia és Palacios-Huerta (2010) 129 büntetőpárbaj adatait vizsgálva azt találták, hogy a büntetőket kezdő csapat az esetek 60,5 százalékában megnyeri a mérkőzést. Probit regresszióval kontrollálva a hazai pályára, a csapatok közötti erőviszonyokra, illetve a megfelelő bajnokságra még erősebb hatást mértek. Azaz tanulmányuk alapján a második rúgóra pszichológiai nyomás nehezedik, amely rontja a teljesítményét.

Kocher et al. (2012) ugyanakkor nem találtak szignifikáns előnyt, bár 540 megfigyelésből álló adatbázisuk Apesteguia és Palacios-Huerta (2010) mintájának kibővítése volt. A szerzők szerint a különbséget az adatgyűjtési módszerek okozták: Kocher et al. (2012) az összes vizsgált labdarúgótorna minden büntetőpárbaját figyelembe vette 1970 és 2003 között, míg Apesteguia és Palacios-Huerta (2010) szelektív és részben hibás adatokkal dolgoztak.

Palacios-Huerta (2014) a minta újabb kibővítésével 1001 megfigyelésen megismételve a vizsgálatot, a korábbival egyező, szignifikáns eredményt talált. Ehhez hasonlóan Da Silva et al. (2018) 232 darab 1970 és 2016 közötti büntetőpárbaj vizsgálatakor 59,48%-os nyerési valószínűséget állapított meg az elsőként rúgó csapat számára.

Arrondel et al. (2019) azonban ismét cáfolta Apesteguia és Palacios-Huerta (2010) eredményeit. Vizsgálatukat jóval frissebb, 2001 és 2018 közötti adatokon végezték, noha mindössze 252 francia büntetőpárbajt vettek figyelembe. Ugyanakkor azt találták, a sikeres tizenegyes valószínűségét szignifikáns mértékben negatívan befolyásolja a tét nagysága (hogyan alakul a saját csapat végső győzelmének várható valószínűsége az adott büntetőrúgás függvényében) és a pszichológiai nyomás (a saját csapat vereségének ex ante valószínűsége). Ennek következtében a későbbi körök tizenegyeseit alacsonyabb valószínűséggel értékesítik, kiélezett helyzetben a tapasztalt játékosok is hajlamosabbak hibázni.

Rudi et al. (2020) az eddigi legnagyobb mintát használták, összesen 1635 büntetőpárbaj adatait gyűjtötték össze. Ennek alapján a kezdő csapat 55%-ban nyeri meg a mérkőzést, ami 10 százalékpontos előnyt jelent a másodikként rúgóhoz képest, a tizenegyesek értékesítésének valószínűsége pedig a harmadik körtől kezdve szignifikánsan eltér egymástól. Bár a különbség közelebb van Kocher et al. (2012) eredményeihez, mint az Apesteguia és Palacios-Huerta (2010), valamint Palacios-Huerta (2014) által talált 60%-hoz, mindenképpen szignifikáns eltérés, ami indokolhatja a lehetséges lebonyolítási szabályok vizsgálatát. A szerzők adatokra kalibrált átmenetvalószínűségeket használó, Markov-láncon alapuló modellje szerint a rúgási sorrend megfordítása a páros körökben már garantálja az igazságosságot. Kassis et al. (2021) szerint viszont nem a rúgási sorrend számít, hanem az azt megválasztó, pénzfeldobással kiválasztott csapat nyer szignifikánsan magasabb, mintegy 60%-os valószínűséggel.

Vandebroek et al. (2018) cikke részben magyarázatot ad a korábbi eredmények közötti ellentmondásra. Elméleti modelljükben a rúgó akkor talál be alacsonyabb valószínűséggel, amikor csapata hátrányban van. Mivel a kezdő csapat kisebb valószínűséggel kerül ebbe a helyzetbe, ezért a hátrányban levőkre nehezedő nyomás magyarázhatja a kezdő csapat empirikusan megfigyelt előnyét. Szimulációjuk szerint mind Apesteguia és Palacios-Huerta (2010), mind Kocher et al. (2012) túl kevés megfigyelést használtak a hatás egyértelmű kimutatásához. Abból kiindulva, hogy egy tizenegyes 75%-os valószínűséggel sikeres, a pszichológiai nyomás viszont 5 százalékponttal csökkenti ezt, 10 ezer – 540 megfigyelésből álló – mintát generáltak. Ezekkel az értékekkel elméletileg vissza kellett volna kapniuk a 60-40 százalékos győzelmi aránykülönbséget a két csapat között, mégis csupán az esetek 56,5%-ában találtak 5 százalékos szinten szignifikáns különbséget.

Összefoglalva, a fentiek alapján egyáltalán nem zárható ki a büntetőpárbajok során az elsőként rúgó csapat kedvezőbb helyzete. Ezt alátámasztja, hogy a pénzfeldobást nyerő csapat szinte mindig az első rúgás jogát választja (2003 júliusa előtt garantáltan a pénzfeldobással kiválasztott csapat kezdte a büntetőpárbajt). Apesteguia és Palacios-Huerta (2010) labdarúgók és edzők között végzett felmérése szerint 95,9% döntene így, 1,6% indifferens, míg 2,5% választása az adott helyzettől függ. A megkérdezettek jelentős többsége ezáltal szeretne nyomást helyezni a másodiknak rúgó csapatra. Nem találtunk arra vonatkozó kutatást, hogy a jelenség felismerése, illetve a sportpszichológiai tréningek elterjedése csökkentette-e az első rúgó előnyét. Ezért a következőkben az elsőként rúgó csapat által élvezett előny (bizonyos esetekben hátrány) csökkentése, a nyerési valószínűségek kiegyensúlyozása a célunk, abból az elvből kiindulva, hogy egy pénzfeldobás eredményre gyakorolt hatása aligha indokolható.

5.2. A büntetőpárbajok néhány mechanizmusa

A továbbiakban A-nak hívjuk azt a csapatot, amelyik az első körben kezdi a büntetőpárbajt, és B csapatnak a másodikként rúgót. A jelenleg használt mechanizmus az ún. $ABAB$ szabály, amely szerint az első körben kezdő csapat minden egyes körben elsőként rúg.

Kutatók több lehetséges rendszert javasoltak a büntetőpárbajok lebonyolítására. Az egyik legkézenfekvőbb módszer a jogosulatlan előny csökkentésére az $ABBA$ szabály, amikor az első két tizenegyes (AB) tükörképe a következő kettő (BA). Ezt már több alkalommal tesztelték: elsőként a 2017 májusában megrendezett férfi és női U17-es labdarúgó-Európa-bajnokságokon (UEFA, 2017b), majd a 2017. júniusi férfi és női U19-es labdarúgó-Európa-bajnokságokon (UEFA, 2017a). Az első $ABBA$ rendszerű büntetőpárbajt 2017. május 11-én, a női U17-es labdarúgó-Európa-bajnokság elődöntőjében Németország nyerte Norvégiával szemben (Thomson Reuters, 2017). A 2017-es angol labdarúgó-szuperkupa (*FA Community Shield*) győztese, az Arsenal szintén így diadalmaskodott a Chelsea felett. Azonban az IFAB 133. éves gyűlése 2018. november 22-én úgy határozott, kellő támogatottság hiányában – ami elsősorban a szabály komplexitásának köszönhető – a jövőben nem alkalmazza azt (FIFA, 2018).

Az $ABBA$ szabályt használják a teniszben, a 6-6-os állást követő rövidített játék (*tie-break*) során, ahol ez a mechanizmus garantálja az igazságosságot (Cohen-Zada et al., 2017, 2018). Ehhez hasonlóan a sakkban – ahol a páros mérkőzések páratlan számú játszmáit világossal kezdő játékos szintén 60% körüli valószínűséggel győz (González-Díaz és Palacios-Huerta, 2016) – már a 2006-os világbajnoki döntőtől kezdve a 12 játszmás párharc félidejében változtatnak a sorrenden, az egyik sakkozó az 1., 3., 5., 8., 10. és 12. játszmákban játszik világossal.

Az $ABBA$ szabály továbbfejlesztett változata az $ABBA|BAAB$ rendszer, amely alapján a harmadik kört B, a negyediket A, míg az ötödiket ismét A kezdi, majd ez a mintázat ismétlődik. Ez a Palacios-Huerta (2012) által javasolt *Prouhet–Thue–Morse-sorozat* egyszerűsített változata. Az eredeti javaslat szerint az $ABBA|BAAB$ sorozat fordítva, $BAAB|ABBA$-val folytatódna, és így tovább. Úgy véljük, a Prouhet–Thue–Morse-sorozat használata bonyolult lenne a mérkőzések során, és nem járna jelentősen kiegyenlítettebb esélyekkel, mint az $ABBA|BAAB$ szabály. Az eddig említett mechanizmusok mindegyike determinisztikus, azaz a következő rúgó kiléte nem függ a korábbi büntetőrúgások kimenetelétől; azonban léteznek dinamikus eljárások is.

A *Kiegyenlítő* szabály az előző körben rúgott tizenegyesek eredményének figyelembevételével határozza meg a rúgás sorrendjét (Brams és Ismail, 2018). Alapesetben az $ABBA$ szabályhoz hasonlóan minden körben megcseréli a csapatokat, kivéve, ha az előző kör első rúgója kihagyta, a második viszont értékesítette büntetőjét, azaz az elsőnek rúgó csapat nem volt képes kihasználni előnyös helyzetét.

Illusztrációként vegyük azt az esetet, amikor az A csapat két büntetőt értékesít, a másodikat és a negyediket, míg a B csapat szintén kettőt rúg be, az elsőt és a másodikat. Az első büntető B csapatnak sikeres (0-1), ezért a második kört A kezdi, ahol mindkét csapat értékesíti tizenegyesét (az állás 1-2). Így a harmadik kört B kezdi, itt mindketten kihagyják (1-2). Tehát A kezdi a negyedik kört, rúgója értékesíti, a B csapat játékosa ellenben kihagyja büntetőjét (2-2). Mivel az előző körben kihagyta, a Kiegyenlítő szabály értelmében az ötödik körben B az első rúgó, de mindkét csapat elhibázza a büntetőt (2-2). A büntetőpárbaj a hirtelen halál szakasszal folytatódik, ahol a Kiegyenlítő mechanizmus szerint A az első rúgó. Tehát a sorrend $AB|AB|BA|AB|BA$ (hirtelen halál) $AB|BA|AB\dots$

A *Felzárkóztató* szabály értelmében mindig a hátrányban levő csapat kezdi a következő kört, döntetlen állás esetén pedig az, amelyik az előző körben másodiknak rúgott (Anbarcı et al., 2021). A korábbi példánál maradva, mivel az első körben csak B értékesíti a büntetőjét, a második kört A kezdi. A második körben mindkét csapat berúgja (az állás 1-2), ezért a harmadik kört – a Kiegyenlítő szabállyal ellentétben – ismét A kezdi. Itt mindkét játékos hibázik (1-2), ezért a negyedik kört változatlanul A kezdi. Ebben a körben A berúgja, B kihagyja (2-2), tehát a következő kört B kezdi. Az ötödik körben mindkét csapat elhibázza tizenegyesét (2-2), így a büntetőpárbaj a hirtelen halál szakasszal folytatódik, amelyet a Felzárkóztató szabály értelmében A kezd.

Mind a Kiegyenlítő, mind a Felzárkóztató szabály módosítható úgy, hogy a hirtelen halál szakaszt minden esetben az első büntetőt másodikként rúgó, tehát a B csapat kezdi (amennyiben a büntetőpárbaj egyáltalán eljut idáig). A kezdő csapat előnyének ezen kompenzálása célszerű lépésnek bizonyulhat az igazságosság felé vezető úton: az így kapott Változó Kiegyenlítő (*Adjusted Catch-Up*) szabály a Kiegyenlítőnél igazságosabb mechanizmus (Csató, 2021). A hasonló módon definiált Változó Felzárkóztató (*Adjusted Behind First, Alternating Order*) szabály vizsgálatára elsőként a Csató és Petróczy (2019) tanulmányban került sor.

A különböző szabályok szerinti büntetőpárbajokat az előbbi példából kiindulva az 5.1. táblázatban foglaljuk össze, ahol ✔ a sikeres, míg ✗ a sikertelen tizenegyeseket jelöli. Látható, hogy az első, rögzített hosszúságú (öt körből álló) szakaszban történtektől függetlenül, a Változó Kiegyenlítő és a Változó Felzárkóztató szabály alapján is a B csapat kezdi a hirtelen halál szakaszt.

5.3. Valószínűségi modellek

Három feltevéssel próbáljuk magyarázni az első rúgó előnyét. Az *M1 modell* azt feltételezi, hogy az első rúgó p, míg a második $q \leq p$ valószínűséggel talál be. Ezt a hipotézist használja Brams és Ismail (2018) és Csató (2021). Ugyanakkor az adott kört kezdő csapat ki is hagyhatja büntetőjét. Ezért a második, *M2 modell*ben mindenki p valószínűséggel szerez gólt, kivéve a második csapatot akkor, amikor az adott kör első büntetője sikeres. Ekkor a gólszerzés esélye $q \leq p$-re csökken. Végül a pszichológiai nyomás abból is származhat, hogy a másodikként rúgó játékos csapata nagyobb valószínűséggel kerül hátrányba, emellett érvel Apesteguia és Palacios-Huerta (2010); Vandebroek et al. (2018) és Lambers és Spieksma (2021).

5.1. táblázat. Példa a különböző büntetőpárbajokra

Szabály	$ABAB$		$ABBA$		$AB^2\|BA^2$		Kiegyenlítő		Vált. Kiegy.		Felzárk.		Vált. Felz.	
Csapat	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
1. rúgás	✗		✗		✗		✗		✗		✗		✗	
2. rúgás		✔		✔		✔		✔		✔		✔		✔
3. rúgás	✔			✔		✔	✔		✔		✔		✔	
4. rúgás		✔	✔		✔			✔		✔		✔		✔
5. rúgás	✗		✗			✗		✗		✗	✗		✗	
6. rúgás		✗		✗	✗		✗		✗			✗		✗
7. rúgás	✔			✗	✔		✔		✔		✔		✔	
8. rúgás		✗	✔			✗		✗		✗		✗		✗
9. rúgás	✗		✗		✗			✗		✗		✗		✗
10. rúgás		✗		✗		✗	✗		✗		✗		✗	
11. rúgás	✔			✔		✔	✔			✔	✔			✔
12. rúgás		✔	✔		✔			✔	✔			✔	✔	
13. rúgás	✔		✔			✗		✗	✔			✗	✔	
14. rúgás		✗		✗	✔		✔			✗	✔			✗

$AB^2|BA^2 = ABBA|BAAB$; Vált. Kiegy. = Változó Kiegyenlítő; Felzárk. = Felzárkóztató; Vált. Felz. = Változó Felzárkóztató

Vagyis a harmadik, *M3 modell*ben mindkét csapat p valószínűséggel értékesíti büntetőjét, kivéve a hátrányban levő csapatot, amely számára ez az esély csak $q \leq p$.

5.1. Példa. Tekintsünk egy olyan büntetőpárbajt, amelyben a negyedik kört kezdő csapat 2-3 arányban vesztésre áll. A három valószínűségi modell esetén a negyedik körben a gólszerzés esélyei az alábbiak:

- M1 modell: A hetedik tizenegyesnél a gólszerzés valószínűsége p. A nyolcadik büntető q eséllyel sikeres.
- M2 modell: A hetedik tizenegyesnél a gólszerzés valószínűsége p. A nyolcadik büntető p eséllyel sikeres, ha az előzőt kihagyták (ennek valószínűsége $1-p$), de a gólszerzés esélye csak q, ha az előzőt értékesítették (ennek valószínűsége p). Vagyis a nyolcadik tizenegyesből $(1-p)p + pq$ valószínűséggel születik gól.
- M3 modell: A hetedik tizenegyesnél a gólszerzés valószínűsége q. A nyolcadik büntető p eséllyel sikeres.

5.4. Eredmények

A következőkben az 5.2. fejezetben bemutatott módszerek igazságosságát értékeljük. Egy mechanizmust egy másiknál igazságosabbnak nevezünk, ha két azonos képességű játékosokból álló csapat esetén a győzelem valószínűsége közelebb van 0,5-höz.

5.4.1. Nyerési valószínűségek a hirtelen halál szakaszban

Ha a büntetőpárbaj első szakasza döntetlennel zárul, a tizenegyesek a hirtelen halállal folytatódnak. Ebben a részben addig játszanak, amíg az egyik csapat értékesíti, a másik kihagyja büntetőjét. Azaz a hirtelen halál szakasznak nincs egyértelmű végpontja, a pontos nyerési valószínűségeket nem lehet az összes lehetséges forgatókönyv megvizsgálásával kiszámolni, hiszen végtelen sok ilyen van. Tegyük fel, hogy az A csapat kezdi a hirtelen halál szakaszt. Legyen $W(A)$ annak valószínűsége, hogy az A csapat megnyeri ezt, amennyiben a mérkőzés eljut eddig. Az M2 és M3 modellek ebben a szakaszban már nem különböznek, hiszen egy csapat pontosan akkor van hátrányban, ha az adott körben az első rúgó gólt lőtt.

Az M1 modellben Brams és Ismail (2018, 192. o.) levezetése alapján az $ABAB$ szabály esetén

$$W_1^S(A) = \frac{p(1-q)}{p+q-2pq}.$$

Az M2 és M3 modellekben az elsőként rúgó csapat $p(1-q)$ valószínűséggel megnyeri az adott kört, vagy $pq + (1-p)(1-p)$ valószínűséggel a hirtelen halál szakasz változatlan sorrendben folytatódik. Tehát $W_{2,3}^S(A) = p(1-q) + [pq + (1-p)(1-p)]W_{2,3}^S(A)$. Ebből

$$W_{2,3}^S(A) = \frac{p(1-q)}{2p - pq - p^2}.$$

A (Változó) Kiegyenlítő, a (Változó) Felzárkóztató és az $ABBA$ szabályok megegyeznek ebben a szakaszban, az első körben AB a sorrend, a következőben (ha van ilyen) BA, majd visszatér az AB. Az M1 modellben Brams és Ismail (2018, 192. o.) levezetése alapján

$$W_1^R(A) = \frac{1 - q + pq}{2 - p - q + 2pq}.$$

Az M2 és M3 modellekben $W_{2,3}^R(A) = p(1-q) + [pq + (1-p)(1-p)][1 - W_{2,3}^R(A)]$, mert az $ABAB$ szabállyal ellentétben a következő körben megfordul a rúgási sorrend. Ebből

$$W_{2,3}^R(A) = \frac{1 - p + p^2}{2 - 2p + pq + p^2}.$$

A számítás az $ABBA|BAAB$ szabály esetén a legösszetettebb. Két esetet kell megkülönböztetni, attól függően, hogy az első két kört A kezdi vagy a hirtelen halál szakaszt kezdő csapat a második körben másodikként rúg. Elsőként tekintsük az M1 modellt.

- A hirtelen halált A kezdi, majd kétszer B, kétszer A...
  Jelölje $S_1(A)$ annak valószínűségét, hogy az A csapat megnyeri a hirtelen halál szakaszt.

  Annak valószínűsége, hogy A az első körben nyer: $p(1-q)$. Ha mindkét csapat berúgja vagy kihagyja az első körben, a hirtelen halál szakasz a második körrel folytatódik, ennek valószínűsége $pq + (1-p)(1-q)$. A második körben B kezd, tehát annak valószínűsége, hogy A a második körben nyer: $[pq + (1-p)(1-q)](1-p)q$. A következő körben BA a sorrend, majd a negyedik körben AB, azaz éppen fordítottja az első két körnek. Az ötödik körtől pedig ismétlődik az eredeti sorrend. Így annak valószínűsége, hogy a büntetőpárbaj eljut a harmadik körig, majd az A csapat megnyeri a mérkőzést: $[pq + (1-p)(1-q)]^2(1 - S_1(A))$.

$$S_1(A) = p(1-q) + [pq + (1-p)(1-q)](1-p)q + \\ + [pq + (1-p)(1-q)]^2(1 - S_1(A)).$$

Ebből:

$$S_1(A) = \frac{p(1-q) + (1-p-q+2pq)(1-p)q + (1-p-q+2pq)^2}{1+(1-p-q+2pq)^2}.$$

- A hirtelen halált A kezdi kétszer, majd kétszer B, kétszer A...
  Jelölje $T(A)$ annak valószínűségét, hogy az A csapat megnyeri a hirtelen halál szakaszt:

$$T_1(A) = \frac{p(1-q) + (1-p-q+2pq)p(1-q) + (1-p-q+2pq)^2}{1+(1-p-q+2pq)^2}.$$

Az M2 és M3 modellek két ponton térnek el az M1-től: (1) a második rúgó győzelmének esélye mindegyik körben $(1-p)q$ helyett $(1-p)p$; (2) a következő kör elérésének valószínűsége nem $pq + (1-p)(1-q)$, hanem $pq + (1-p)^2$. Ezen megfontolások alapján

$$S_{2,3}(A) = \frac{p(1-q) + \left(1-2p+pq+p^2\right)p(1-q) + \left(1-2p+pq+p^2\right)^2}{1+\left(1-2p+pq+p^2\right)^2}.$$

Hasonlóan,

$$T_{2,3}(A) = \frac{p(1-q) + \left(1-2p+pq+p^2\right)(1-p)p + \left(1-2p+pq+p^2\right)^2}{1+\left(1-2p+pq+p^2\right)^2}.$$

5.4.2. Illusztráció: kétkörös büntetőpárbaj az M1 modellben

Apesteguia és Palacios-Huerta (2010) empirikus eredményei alapján Brams és Ismail (2018); Csató (2021); Lambers és Spieksma (2021) a $p = 3/4$ és $q = 2/3$ értékeket használták számításaikhoz, ezért mi is ennél a választásnál maradunk.

Illusztrációként tekintsük azt a példát, amikor a büntetőpárbaj csupán két körből áll, amit a hirtelen halál szakasz követ. Két kör esetén a Kiegyenlítő és a Felzárkóztató szabály megegyezik, hiszen a második körben az előző kör eredménye és az előző körök alapján kialakult állás ugyanaz.

Brams és Ismail (2018) alapján a Kiegyenlítő (Felzárkóztató) szabályt használva, $p = 3/4$ és $q = 2/3$ mellett annak a valószínűsége, hogy két kör után:

- az A csapat nyer: $X^{(2)}(A) = 41/144 \approx 0{,}285$;[1]
- a B csapat győz: $X^{(2)}(B) = 39/144 \approx 0{,}270$;
- az eredmény döntetlen: $X^{(2)}(T) = 64/144 \approx 0{,}444$.

[1] Brams és Ismail (2018, 188. o.) kerekítési hibát tartalmaz. A 2-es felső index azt jelzi, hogy a valószínűség kétkörös büntetőpárbajra vonatkozik.

A Kiegyenlítő (és a kétkörös eset miatt a Felzárkóztató) szabály szerint a hirtelen halál szakasz első körében az A csapat kezd $58/144 \approx 0{,}403$ valószínűséggel. Annak valószínűsége pedig, hogy a harmadik kört a B csapat kezdi, $6/144 \approx 0{,}042$. Következésképp az A csapat győzelmének valószínűsége:

$$Y^{(2)}(A) = X^{(2)}(A) + \frac{58}{144} \times \frac{10}{19} + \frac{6}{144} \times \frac{9}{19} = \frac{1413}{2736} \approx 0{,}516.$$

Ugyanakkor a Változó Kiegyenlítő (Felzárkóztató) szabály értelmében a hirtelen halál szakaszt garantáltan a B csapat kezdi, tehát annak valószínűsége, hogy az A csapat lesz a győztes:

$$Y^{(2)}(A) = X^{(2)}(A) + \frac{64}{144} \times \frac{9}{19} = \frac{1355}{2736} \approx 0{,}495.$$

Mivel az $ABBA$ szabályt Brams és Ismail (2018) nem vizsgálta, ezért a nyerési valószínűségek számítását a továbbiakban részletesen bemutatjuk.

Két kör alatt háromféleképpen győzhet az A csapat:

I) 2-0: *Az A csapat mindkét büntetőjét értékesíti, míg a B mindkettőt elhibázza.*
Az első körben A berúgja, B kihagyja $p(1-q)$ valószínűséggel. A második kört B csapat kezdi, de nem sikerül értékesíteni a büntetőt, míg a másodiknak rúgó A csapat sikeres, ennek valószínűsége $(1-p)q$. A két esemény együttes valószínűsége $p(1-q)(1-p)q$.

II) 2-1: *A mindkettőt berúgja, míg B csak az egyiket.*
Ez az állás két különböző módon jöhet létre:

- *B az első körben rúgja be*
  Az első körben mindkét csapat értékesíti a büntetőjét, ennek valószínűsége pq. A második kört B kezdi, de kihagyja, majd A berúgja $(1-p)q$ valószínűséggel. A két kör együttes valószínűsége $pq(1-p)q$.

- *B a második körben rúgja be*
  Az első körben A berúgja, B kihagyja $p(1-q)$ valószínűséggel. A második körben B kezd és mindkét csapat értékesíti a büntetőt pq valószínűséggel. A két kör együttes valószínűsége $p(1-q)pq$.

Annak valószínűsége, hogy a végeredmény 2-1: $pq(1-p)q + p(1-q)pq$.

III) 1-0: *A egyet berúg, míg B mindkettőt kihagyja.*
Ebben az esetben is két különböző forgatókönyv képzelhető el:

- *A az első büntetőjét értékesíti*
  Az első körben A berúgja, B kihagyja $p(1-q)$ valószínűséggel. A második körben mindkét csapat kihagyja $(1-p)(1-q)$ valószínűséggel. Az együttes valószínűség $p(1-q)(1-p)(1-q)$.
- *A a második körben rúgja be*
  Az első körben mindkét csapat kihagyja $(1-p)(1-q)$ valószínűséggel. A második körben elsőnek rúgó B kihagyja, A berúgja, $(1-p)q$ valószínűséggel. Vagyis a két kör együttes valószínűsége $(1-p)(1-q)(1-p)q$.

Tehát az 1-0 végeredmény $p(1-q)(1-p)(1-q)+(1-p)(1-q)(1-p)q$ valószínűséggel következik be.

A $p = 3/4$ és $q = 2/3$ feltevést használva:

- az A csapat győzelmének valószínűsége $X^{(2)}(A) = 41/144 \approx 0{,}285$;
- a B csapat nyer $X^{(2)}(B) = 41/144 \approx 0{,}285$ valószínűséggel;
- a döntetlen valószínűsége $X^{(2)}(T) = 62/144 \approx 0{,}431$.

Nem meglepő, hogy az $ABBA$ szabály két (sőt, tetszőleges páros számú) kör alatt egyenlő esélyeket biztosít mindkét csapatnak.

Az $ABBA$ mechanizmus alkalmazásakor a hirtelen halál szakaszt (a harmadik kört) az A csapat kezdi, tehát annak valószínűsége, hogy A megnyeri a mérkőzést:

$$Y^{(2)}(A) = X^{(2)}(A) + \frac{62}{144} \times \frac{10}{19} = \frac{1399}{2736} \approx 0{,}511.$$

Az $ABBA|BAAB$ szabály az első két kör során megegyezik az $ABBA$-val, így az egyes csapatok nyerési valószínűsége is ugyanakkora. A hirtelen halál szakaszt azonban a B csapat kezdi, és a fent kiszámoltak alapján az A nyeri meg $1 - S_1(A)$ valószínűséggel. Tehát annak az esélye, hogy a mérkőzés A győzelmével zárul:

$$Y^{(2)}(A) = X^{(2)}(A) + \frac{62}{144} \times \frac{94}{193} = \frac{13741}{27792} \approx 0{,}494.$$

Összefoglalva, bár az eredeti $ABAB$ szabályhoz képest mindegyik módszer igazságosabb eredményre vezet, a kétkörös példa alapján a Változó Kiegyenlítő (Felzárkóztató) módszer egyenlíti ki leginkább az esélyeket. Míg a Kiegyenlítő (Felzárkóztató) $100 \times (0{,}516/0{,}484 - 1) = 6{,}8\%$-os, az $ABBA$ 4,64%-os előnyt, az $ABBA|BAAB$ mechanizmus pedig 2,3%-os hátrányt biztosít a büntetőpárbajt kezdő csapat számára, addig a Változó Kiegyenlítő (Felzárkóztató) szabály alapján a kezdő csapat csupán 1,92%-os hátrányban van.

5.4.3. Változó számú körből álló rögzített hosszúságú szakasz, rögzített p és q

5.2. táblázat. Az első tizenegyest rúgó A csapat győzelmének valószínűsége hirtelen halállal folytatódó büntetőpárbajban ($p = 3/4$ és $q = 2/3$)

(a) M1 modell: a második büntetőt rúgó csapat gólszerzési valószínűsége q

M1 modell	A rögzített hosszúságú szakasz köreinek száma							
Szabály	1	2	3	4	**5**	6	7	8
ABAB	0,600	0,608	0,618	0,628	**0,637**	0,645	0,653	0,661
ABBA	0,526	0,511	0,519	0,508	**0,515**	0,507	0,513	0,506
ABBA|BAAB	0,513	0,494	0,489	0,504	**0,509**	0,497	0,492	0,503
Kiegyenlítő	0,526	0,516	0,518	0,513	**0,514**	0,512	0,512	0,511
Vált. Kiegy.	0,526	0,495	0,515	0,501	**0,509**	0,504	0,507	0,504
Felzárkóztató	0,526	0,516	0,516	0,512	**0,512**	0,510	0,510	0,508
Vált. Felz.	0,526	0,495	0,512	0,500	**0,506**	0,501	0,503	0,501

(b) M2 modell: a második csapat gólszerzési valószínűsége q, ha az első csapat sikeres

M2 modell	A rögzített hosszúságú szakasz köreinek száma							
Szabály	1	2	3	4	**5**	6	7	8
ABAB	0,571	0,578	0,586	0,593	**0,600**	0,606	0,612	0,618
ABBA	0,520	0,508	0,514	0,506	**0,511**	0,505	0,509	0,504
ABBA|BAAB	0,510	0,496	0,492	0,503	**0,506**	0,497	0,494	0,502
Kiegyenlítő	0,520	0,513	0,514	0,510	**0,511**	0,509	0,509	0,508
Vált. Kiegy.	0,520	0,497	0,510	0,502	**0,506**	0,503	0,505	0,503
Felzárkóztató	0,520	0,513	0,513	0,510	**0,509**	0,508	0,507	0,507
Vált. Felz.	0,520	0,497	0,509	0,501	**0,505**	0,502	0,503	0,501

(c) M3 modell: a hátrányban lévő csapat gólszerzési valószínűsége q

M3 modell	A rögzített hosszúságú szakasz köreinek száma							
Szabály	1	2	3	4	**5**	6	7	8
ABAB	0,571	0,571	0,571	0,571	**0,571**	0,571	0,571	0,571
ABBA	0,520	0,516	0,514	0,514	**0,512**	0,512	0,511	0,511
ABBA|BAAB	0,510	0,504	0,507	0,510	**0,507**	0,504	0,507	0,508
Kiegyenlítő	0,520	0,515	0,515	0,513	**0,513**	0,512	0,511	0,511
Vált. Kiegy.	0,520	0,501	0,513	0,506	**0,510**	0,507	0,508	0,508
Felzárkóztató	0,520	0,515	0,515	0,513	**0,513**	0,512	0,511	0,511
Vált. Felz.	0,520	0,501	0,513	0,506	**0,510**	0,507	0,508	0,508

A továbbiakban több körre is megnézzük a különböző módszerek teljesítményét. A számítás az előző fejezethez hasonlóan végezhető, azonban a képletek egyre bonyolultabbá válnának, ezért csak a numerikus eredményeket közöljük.

Az 5.2. táblázatokban láthatók az első tizenegyest rúgó A csapat nyerési valószínűségei a különböző szabályokkal, legfeljebb nyolc körös, hirtelen halál szakasszal záruló büntetőpárbaj esetén, ha $p = 3/4$ és $q = 2/3$. Ezeket a valószínűségeket használva a jelenleg alkalmazott $ABAB$ szabály esetén nagyjából visszakapnánk a kezdő csapatnak azt az előnyét, amelyet az empirikus kutatások találtak (Brams és Ismail, 2018).

Az 5.2. táblázatban látható értékek alapján az $ABBA$, valamint a (Változó) Kiegyenlítő és (Változó) Felzárkóztató szabályok esetén megfigyelhető egy páros-páratlan hatás. Ha a büntetőpárbaj páros számú előre meghatározott körből áll, akkor a két csapat esélyei általában bármely módszer esetén kiegyenlítettebbek. Érdekes eredmény, hogy a viszonylag egyszerű $ABBA$ szabály páros számú kör mellett jobbnak bizonyul a Kiegyenlítő és a Felzárkóztató szabálynál az M1 és M2 modellben. Amennyiben csak egyetlen körös a büntetőpárbaj, akkor az $ABBA|BAAB$ módszer bizonyult a legigazságosabbnak, ez azonban a kiegyenlített hirtelen halál szakasznak köszönhető.

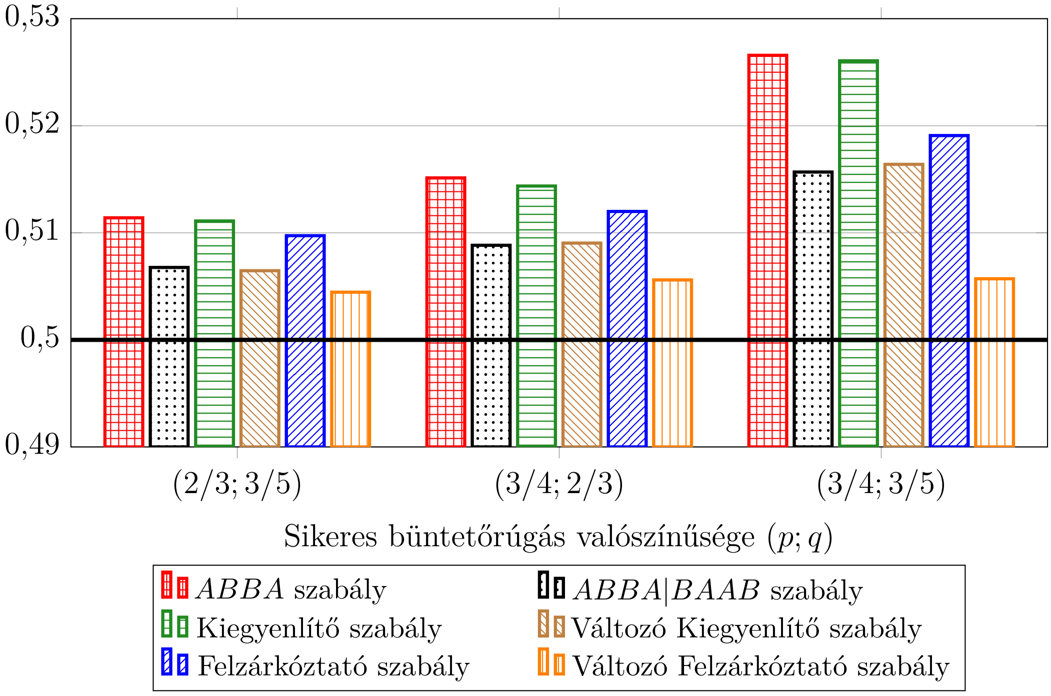
A négy dinamikus szabály a rögzített hosszúságú szakaszban nem különbözik, amennyiben az csupán egyetlen körből áll. Ha több előre meghatározott kör van, akkor a legjobb módszernek a Változó Felzárkóztató szabály tűnik. A Kiegyenlítő mechanizmus nem teljesít jobban a már a pályán is kipróbált $ABBA$ szabálynál és a Felzárkóztató rendszer sem egyértelműen igazságosabb ezeknél. Ezzel szemben a Csató (2021) által javasolt módosítás, a hirtelen halált kezdő csapat rögzítése minden esetben közelebb visz az igazságossághoz.

5.4.4. Ötkörös büntetőpárbaj, változó p és q

Az eddigiekben feltettük, hogy $p = 3/4$ és $q = 2/3$. Az 5.1. ábrán összehasonlítjuk az A csapat nyerési valószínűségeit az M1 modellben azokban az ötkörös esetekben, amikor ezek a paraméterek rendre $(2/3; 3/5)$, $(3/4; 2/3)$, és $(3/4; 3/5)$. Látható, hogy a szabályok igazságossági sorrendjét p és q értéke alig befolyásolja. Az $ABBA$ és a Kiegyenlítő, illetve az $ABBA|BAAB$ és a Változó Kiegyenlítő szabályok ismét hasonlóan szerepelnek. A Változó Felzárkóztató mechanizmus juttatja a legkisebb előnyt a kezdő csapatnak.

A továbbiakban különböző q értékek mellett vizsgáljuk a szabályok igazságosságát a három modellben. Az eredményeket az 5.2–5.4. ábrák mutatják négy különböző p mellett, a jobb láthatóság érdekében elhagyva a kimagaslóan igazságtalan $ABAB$ eljárást.

A vizsgált mechanizmusok közül az $ABBA$ és a Kiegyenlítő szabályok a legkevésbé igazságosak. Az M1 és M2 modellben a Felzárkóztató szabály ugyan rosszabb az $ABBA|BAAB$ és a Változó Kiegyenlítő mechanizmusoknál, de a legkisebb előnyt az ennek módosításával kapott Változó Felzárkóztató szabály juttatja a



5.1. ábra. Az A csapat győzelmi valószínűsége
ötkörös büntetőpárbaj esetén, M1 modell

kezdő csapatnak. Matematikai érdekesség, hogy az utóbbi igazságtalansága nem monoton, mert a másodikként rúgó csapat nagymértékű (a gyakorlatban kevéssé valószínű) hátránya a hirtelen halál szakaszban jobban kompenzálható, mint egy közepes, 12-13 százalékpont körüli különbség. A már kipróbált $ABBA$ szabály hasonlóan teljesít, mint a Kiegyenlítő, ez jelentősen csökkenti Brams és Ismail (2018) eredményeinek jelentőségét. A Csató (2021) által javasolt Változó módosítás azonban minden esetben javít az igazságosságon. Az egyenlő esélyeket az M3 modellben legnehezebb elérni. Ha az alacsonyabb gólszerzési valószínűség a sorrendből következik (M1 és M2 modellek), akkor a Változó Felzárkóztató szabály teljesít a legjobban, az M3 modellben azonban az $ABBA|BAAB$.

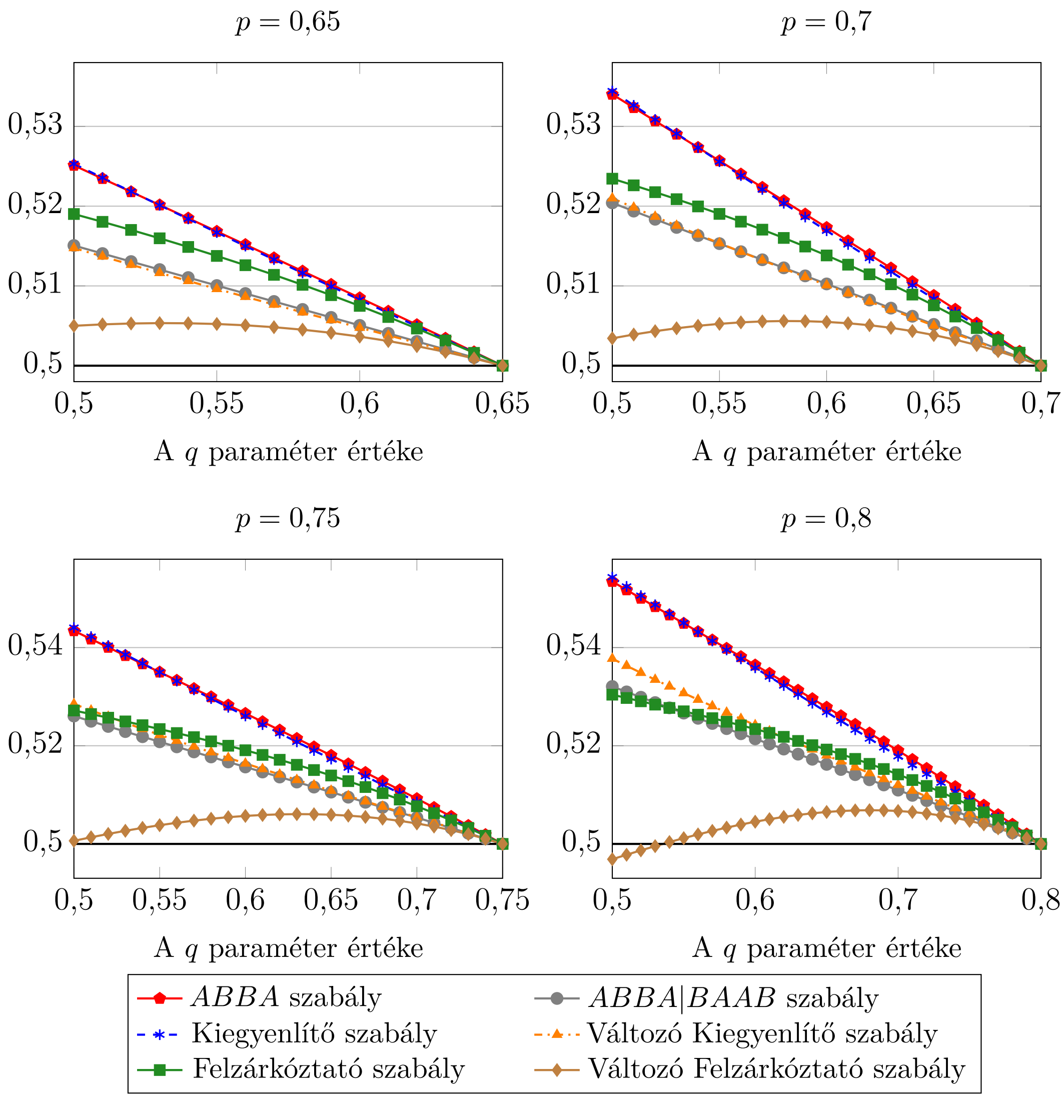
5.4.5. A szabályok empirikus összehasonlítása

5.3. táblázat. A sikeres büntetőrúgás empirikus valószínűsége az egyes körökben

	Első rúgó	Második rúgó
1. kör	0,79	0,72
2. kör	0,82	0,77
3. kör	0,77	0,64
4. kör	0,74	0,68
5. kör	0,74	0,67

Forrás: Apesteguia és Palacios-Huerta (2010, 2558. o.)

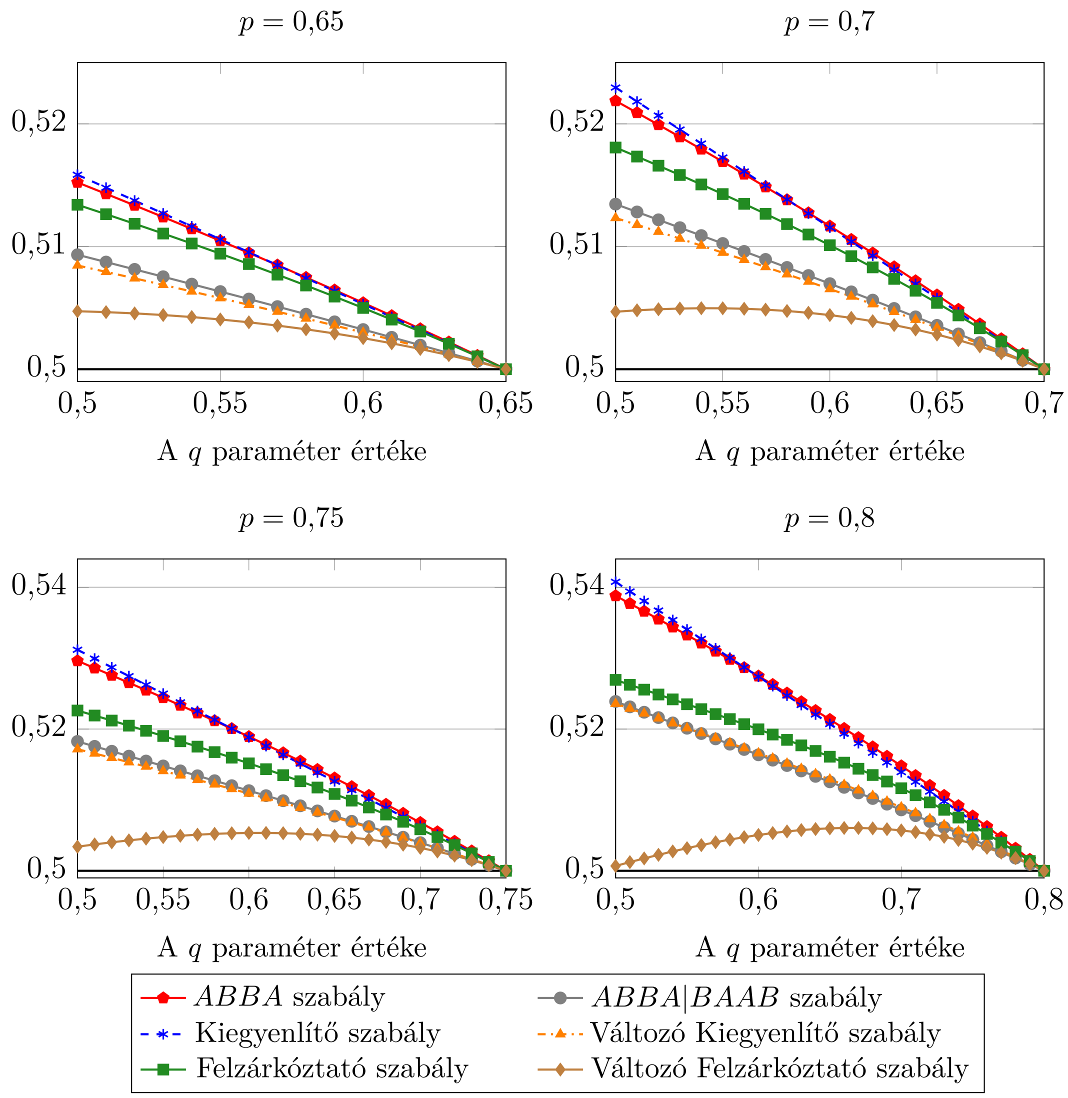
5.2. ábra. Az első tizenegyest rúgó A csapat győzelmének valószínűsége hirtelen halállal folytatódó ötkörös büntetőpárbajban, M1 modell



Az M1 modellben azzal a feltételezéssel éltünk, hogy a sikeres büntetőrúgás valószínűsége kizárólag attól függ, az adott csapat játékosa első vagy második rúgó-e. Apesteguia és Palacios-Huerta (2010) ökonometriai vizsgálata szerint egyetlen másik változó sem tekinthető szignifikánsnak. Ugyanakkor a tizenegyesek értékesítésének esélye különbözik az egyes körökben, ahogy azt az 5.3. táblázat mutatja.

A hirtelen halál szakaszban érvényes valószínűségekről – a kis mintaelemszám miatt – véleményünk szerint nem áll rendelkezésre megbízható adat, ezért ott a korábban alkalmazott feltevéssel élünk, azaz az első rúgó p, míg a második q valószínűséggel értékesíti tizenegyesét. Az így számolt „empirikus” nyerési valószínűségekről az 5.5. ábra tájékoztat. Ismét az $ABBA$ szabály teljesít leggyengébben az igazságosság szempontjából. A Felzárkóztató mechanizmus jobb a Kiegyenlítőnél, de mindkét rendszer teljesítményén javít, ha a hirtelen halál szakaszt

5.3. ábra. Az első tizenegyest rúgó A csapat győzelmének valószínűsége hirtelen halállal folytatódó ötkörös büntetőpárbajban, M2 modell

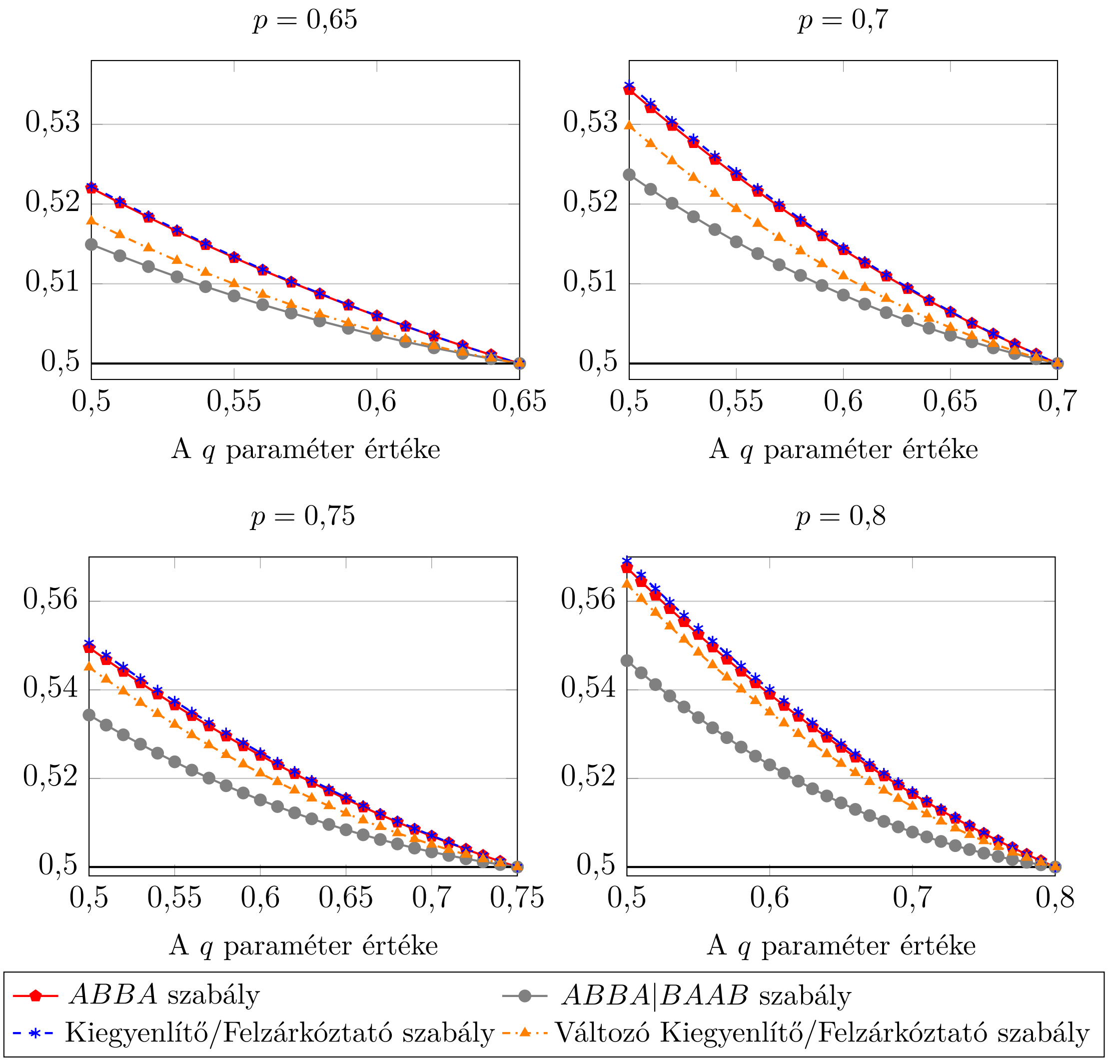


garantáltan az első büntetőt másodikként rúgó B csapat kezdi. Közeli p és q értékek esetén az $ABBA|BAAB$ determinisztikus szabály áll legközelebb az igazságossághoz, a különbség növekedésével azonban ez a mechanizmus egyre inkább hátrányossá válik a büntetőpárbajt kezdő A csapat számára.

5.4.6. További megfontolások

A büntetőpárbajok hirtelen halál szakasza a labdarúgó-mérkőzések egyik legizgalmasabb, leginkább kiélezett része. Ennek EL várható hossza az M1 modellben a tizenegyesek rögzített p és q értékesítési valószínűsége mellett független a rúgási sorrendtől. Brams és Ismail (2018, 193. o.) alapján a hirtelen halál szakasz az adott körben véget ér $p(1-q)+(1-p)q$ valószínűséggel, vagy folytatódik

5.4. ábra. Az első tizenegyest rúgó A csapat győzelmének valószínűsége hirtelen halállal folytatódó ötkörös büntetőpárbajban, M3 modell



$pq + (1 - p)(1 - q)$ valószínűséggel. Tehát

$$EL = p(1 - q) + (1 - p)q + [pq + (1 - p)(1 - q)](1 + EL),$$

ebből

$$EL = \frac{1}{p + q - 2pq}.$$

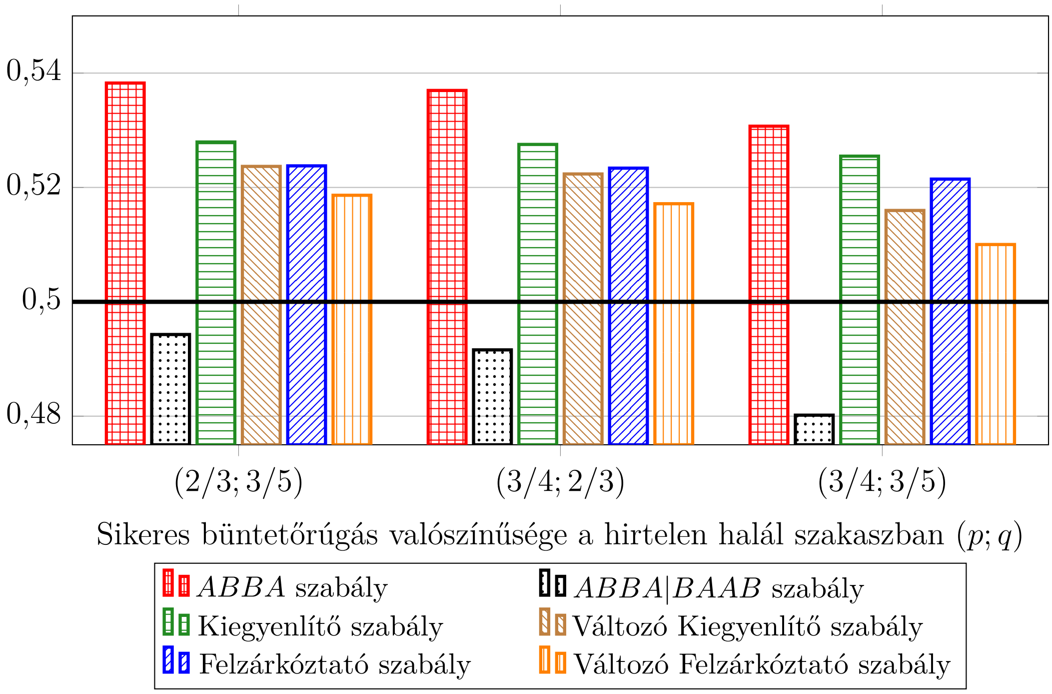
Az M2 és M3 modellek a hirtelen halál szakaszban már nem különböznek, hiszen hátrányba csak akkor kerülhet a csapat, ha a körben első rúgó berúgta. Brams és Ismail (2018) gondolatmenete mentén haladva:

$$EL = p(1 - q) + (1 - p)p + [pq + (1 - p)(1 - p)](1 + EL),$$

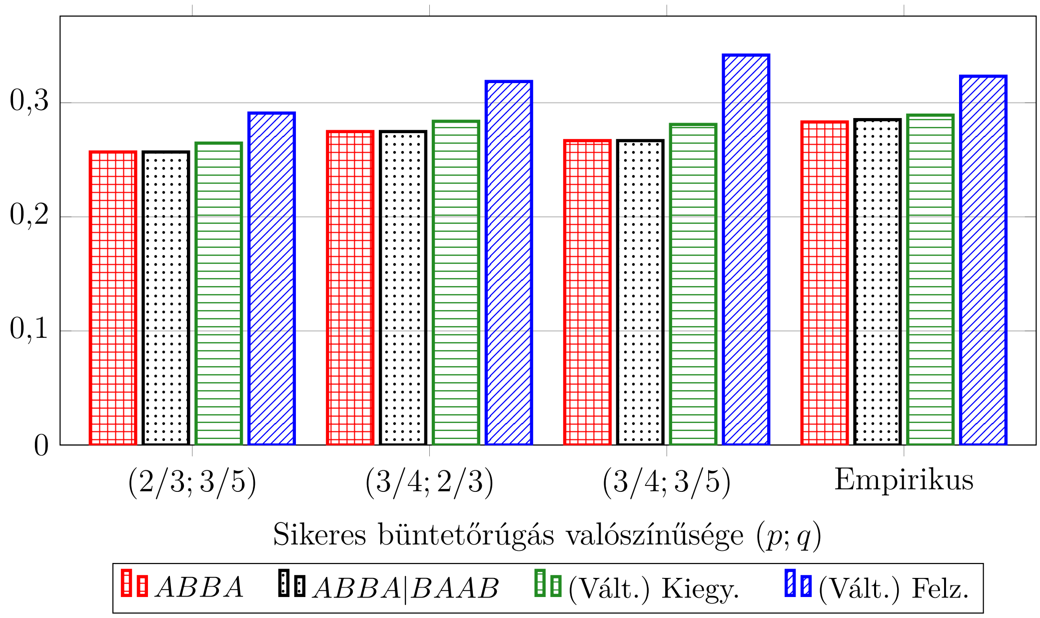
ebből

$$EL = \frac{1}{2p - pq - p^2}.$$

5.5. ábra. Az A csapat empirikus győzelmi valószínűsége ötkörös büntetőpárbaj esetén hirtelen halál szakasszal, M1 modell



5.6. ábra. A hirtelen halál szakasz elérésének valószínűsége ötkörös büntetőpárbaj esetén, M1 modell



A hirtelen halál szakasz elérésének valószínűsége az M1 modellben az 5.6. ábrán látható. Ez az $ABBA$ és $ABBA|BAAB$ szabályoknál azonos, amennyiben a p és q valószínűségek nem változnak az egyes körökben. Mivel a Változó Kiegyenlítő és Felzárkóztató mechanizmusok megegyeznek a Kiegyenlítővel és a Felzárkóztatóval a rögzített hosszúságú szakaszban, a hirtelen halál elérésének valószínűségét nem befolyásolja a Csató (2021) által javasolt módosítás. Ezek alapján a Kiegyenlítő rendszer alkalmazása némileg, a Felzárkóztatóé pedig jelentősebb mértékben izgalmasabbá tehetné a büntetőpárbajokat.

5.5. Összegzés

Az igazságosság és a méltányosság fogalma – a közgazdaságtan számos területéhez hasonlóan – a sportban is felmerülhet a szabályokkal szemben megfogalmazott követelményként.

Itt az igazságosság azon értelmezéséből indultunk ki, miszerint azonos képességű csapatoknak ugyanolyan valószínűséggel kell győzniük. A labdarúgásban a hosszabbítást követő esetleges büntetőpárbaj rúgási sorrendjét meghatározó szabály a döntéshozók által elfogadottan megsérti ezt a követelményt. Ezért hét alternatív mechanizmust hasonlítottunk össze egy matematikai modell segítségével, illetve empirikus alapokon.

Számításaink szerint a Változó Felzárkóztató szabály tűnik az igazságosság ezen fogalmához legközelebb állónak. Ezzel szemben például a Brams és Ismail (2018) által javasolt Kiegyenlítő módszert aligha célszerű alkalmazni, hiszen egyrészt nem sokkal jobb az egyszerűbb, a teniszjátszmák rövidítésében is használt $ABBA$ mechanizmusnál, másrészt egy egyszerű módosítással javítható a teljesítménye (Változó Kiegyenlítő). A bemutatott empirikus eredmények alapján ugyan nem lehetünk biztosak abban, hogy a büntetőpárbajt kezdő csapat valóban szignifikáns előnyt élvez, az általunk tárgyalt szabályok használata azonban biztosan nem káros, hiszen részben képes kompenzálni az esetleges problémát, és talán a büntetőpárbajok jelentette izgalmakat is tovább növelné.

6. fejezet

Összefoglalás

Az értekezésben négy különböző igazságossági kérdést vizsgáltunk meg. A 2. fejezetben a szavazási erő változását elemeztük az Európai Unió Tanácsában különböző kilépések esetén. Ez a szavazási helyzet azért különleges, mert két kvótának (tagállam és lakosság) is teljesülnie kell egy döntés meghozatalához. Az ideális az lenne, ha egy tag ki- vagy belépésének nem lennének egyértelmű nyertesei és vesztesei, az eredményeinkből azonban nem lehet ezt a következtetést levonni. Egy kilépés a nagy országok számára kedvező, ha a tagállam kvóta csökken, azonban a kis országok hatalmi indexét növeli, amikor nem változik ez a korlát.

A 3. fejezetben egy új országrangsorolási módszert javasoltunk. A különböző életminőség indexeket számos kritika éri, elsősorban az önkényesen kiválasztott változók és a szakértői becslések alapján (vagy megfelelő magyarázat nélkül) meghatározott súlyok miatt. A módszertani bizonytalanságok sokszor valós gazdaságpolitikai következményekkel járnak, amikor egy állam célzottan javít néhány indikátoron, pusztán a rangsorban történő előrelépés érdekében. Az általunk választott, páros összehasonlításokból kiinduló sorrend viszont a kinyilvánított preferenciákat veszi figyelembe, azaz azt, melyik országot ítélik jobbnak az emberek a másiknál.

A 4. fejezet jól illeszkedik a közvetítési- és reklámbevételek egy versenysorozat résztvevői közötti felosztásának egyre népszerűbb témakörébe. A Forma–1-ben használt rendszert leginkább az egyedi megállapodások jellemzik. Itt páros összehasonlítások segítségével egy teljesítményen alapuló díjfelosztást vezetünk be. A megközelítés előnye a hivatalos pontozási rendszerrel szemben, hogy független a világos érvelés nélkül választott – és a múltban többször módosított – pontértékektől.

Az 5. fejezetben alapvetően a büntetőpárbajokkal foglalkozunk, de eredményeink minden szekvenciális verseny esetén alkalmazhatók. Ez nem csak olyan sportágakban fordul elő, mint a tenisz, kosárlabda, íjászat, jégkorong, hanem szinte hétköznapi szituációkban is, mint a munkahelyi előléptetésért folytatott versengés. Azt tekintettük igazságosnak, ha a végkimenetel csupán a versenyzők képességein múlik, és nem a sorrenden. Fontos eredményünk, hogy a Brams és Ismail (2018) által javasolt Kiegyenlítő módszer alig bizonyul jobbnak a már kipróbált és egyszerűbb $ABBA$ rendszernél, ráadásul minden szempontból gyengébben teljesít az általunk definiált Változó Felzárkóztató szabálynál.

Függelékek

I. Függelék

Az Európai Unióról szóló szerződés 16. cikkének 4. bekezdése szerint *„2014. november 1-jétől a minősített többséghez a Tanács tagjai legalább 55%-ának – legalább tizenöt tag által leadott, egyben az Unió népességének legalább 65%-át kitevő tagállamokat képviselő – szavazata szükséges. A blokkoló kisebbségnek a Tanács legalább négy tagjából kell állnia, ennek hiányában a minősített többséget elértnek kell tekinteni"* (Európai Unió, 2017).

Az egyszerűség kedvéért a kiigazított hatalmi indexek számításakor a blokkoló kisebbségre vonatkozó szabályt nem vettük figyelembe. Az alábbiakban ennek hatásait mutatjuk be.

A jelenlegi 28 tagállamos Európai Unió esetén mindössze 10 különböző változatban fordulhat elő, hogy egy javaslatot azért fogadnak el, mert a blokkoló kisebbségi szabály nem teljesül. Az F.1. táblázat megmutatja azokat az országhármasokat, amelyek nem blokkolnak, pedig rendelkeznek az ehhez szükséges lakossággal.

F.1. táblázat. Koalíciók, amelyek elérik a népesség kvótát, de nem tudnak blokkolni egy döntést a 28 tagállamú EU-ban

1	Németország	Franciaország	Egyesült Királyság
2	Németország	Franciaország	Olaszország
3	Németország	Franciaország	Spanyolország
4	Németország	Franciaország	Lengyelország
5	Németország	Egyesült Királyság	Olaszország
6	Németország	Egyesült Királyság	Spanyolország
7	Németország	Egyesült Királyság	Lengyelország
8	Németország	Olaszország	Spanyolország
9	Németország	Olaszország	Lengyelország
10	Franciaország	Egyesült Királyság	Olaszország

Tehát a kis lakosságú országokat, azaz azokat, amelyek nem szerepelnek az F.1. táblázatban (összesen 23), a blokkoló kisebbség szabályt ignorálva, 10 lehetséges variációban nem vesszük figyelembe pivot játékosként, pedig azok. Emiatt a Shapley–Shubik indexüket növelni kellene $(24! \times 3! \times 10)/28! = 1/8190 =$ $= 0{,}000122$-vel.

Az Egyesült Királyság, Franciaország, Németország, Olaszország, Lengyelország és Spanyolország esetében viszont csökkenteni kellene a hatalmi indexüket. Ha az Egyesült Királyság, Franciaország és Olaszország ellenez egy döntést, akkor hárman nem tudják blokkolni, amíg még egy ország nem csatlakozik hozzájuk. Vagyis Németország pivot játékosnak számít ezekben az esetekben, mégsem vettük figyelembe. Ugyanakkor kilenc esetben nem számít pivot játékosnak, amikor így számoltunk (például az Egyesült Királyságból, Franciaországból és Németországból álló blokkoló koalíció esetén). Tehát Németország korrekciója

$$\frac{24! \times 3! - 25! \times 2! \times 9}{28!} = -\frac{444}{491400} = -0{,}000904.$$

A Brexit után a 27 tagállamú Unióban már csak 27! lehetséges koalíció létezik, amelyből 19 variációban korrekció szükséges.

F.2. táblázat. Koalíciók, amelyek elérik a lakosság kvótát, de nem tudnak blokkolni egy döntést a 27 tagállamú EU-ban

1	Németország	Franciaország	Olaszország
2	Németország	Franciaország	Spanyolország
3	Németország	Franciaország	Lengyelország
4	Németország	Franciaország	Románia
5	Németország	Franciaország	Hollandia
6	Németország	Franciaország	Belgium
7	Németország	Franciaország	Görögország
8	Németország	Franciaország	Csehország
9	Németország	Franciaország	Portugália
10	Németország	Franciaország	Magyarország
11	Németország	Franciaország	Svédország
12	Németország	Franciaország	Ausztria
13	Németország	Olaszország	Spanyolország
14	Németország	Olaszország	Lengyelország
15	Németország	Olaszország	Románia
16	Németország	Olaszország	Hollandia
17	Németország	Spanyolország	Lengyelország
18	Franciaország	Olaszország	Spanyolország
19	Franciaország	Olaszország	Lengyelország

A blokkoló kisebbség szabályt kihagyva az F.2. táblázatban nem szereplő 12 országot 19 esetben nem veszünk figyelembe pivot játékosként, miközben az. Ezért a Shapley–Shubik indexüket növelni kellene $(23! \times 3! \times 19)/27! = 19/70200 = 0{,}000271$-gyel. Málta példáján bemutatjuk, összességében mekkora változással járt volna eredményeinkben, ha figyelembe vesszük a blokkoló kisebbség szabályt. A IOP programmal számolt Shapley–Shubik index Málta esetében 0,008487, amit a Brexit előtt 1/8190-kel kellett volna megnövelni. A Brexit után a 27 tagállamú Unióban Málta Shapley–Shubik indexe 0,008036, amit 19/70200-dal kellene növelni. A csökkenő költségvetéssel korrigálva a kiigazított Shapley–Shubik index 0,007574. A pontos hatalmi változás $0{,}007574/(0{,}008487 + 0{,}000122) = 0{,}879751$, míg a 2. fejezetben szereplő eredmény 0,86331, tehát a különbség mindössze 0,016421. Mivel Máltának van a legkisebb Shapley–Shubik indexe, a korrekció a többi országra még alacsonyabb lenne, azaz eredményeinket lényegében nem befolyásolja a blokkoló kisebbség figyelmen kívül hagyása.

II. Függelék

Az alábbi táblázatban egy ország 28 tagállamú EU-ból való kilépésének hatását foglaljuk össze. Az oszlopban szerepel a kilépő ország, míg a sorokban a bentmaradó tagállamok láthatók. Az értékek a hatalmi index változását [(új kiigazított S–S index)/(régi kiigazított S–S index)] mutatják bázispontban (százalék századrésze). A félkövér szám a növekvő, míg a dőlt a csökkenő értékeket jelöli.

F.3. táblázat. Egy tagállam kilépésének hatása a 28 tagállamú EU-ból

	AT	BE	BG	CY	CZ	DE	DK	EE	EL	ES	FI	FR	HR	HU
AT		↓*287*	↓*124*	↓*261*	↓*121*	↓*1250*	↓*317*	↓*254*	↓*151*	↓*481*	↓*287*	↓*966*	↓*213*	↓*113*
BE	↓*68*		↓*19*	↓*119*	↓*5*	↓*1137*	↓*184*	↓*112*	↓*34*	↓*419*	↓*153*	↓*868*	↓*67*	↑**13**
BG	↓*285*	↓*375*		↓*359*	↓*227*	↓*1380*	↓*427*	↓*354*	↓*248*	↓*490*	↓*398*	↓*1075*	↓*319*	↓*206*
CY	↓*1170*	↓*1223*	↓*1140*		↓*1090*	↓*2472*	↓*1299*	↓*1279*	↓*1100*	↓*929*	↓*1278*	↓*1852*	↓*1227*	↓*1073*
CZ	↓*105*	↓*192*	↓*35*	↓*155*		↓*1159*	↓*211*	↓*148*	↓*54*	↓*418*	↓*180*	↓*878*	↓*109*	↓*14*
DE	↑**348**	↑**215**	↑**426**	↑**369**	↑**398**		↑**257**	↑**369**	↑**360**	↑**544**	↑**293**	↑**297**	↑**386**	↑**418**
DK	↓*434*	↓*529*	↓*392*	↓*500*	↓*374*	↓*1545*		↓*476*	↓*398*	↓*522*	↓*541*	↓*1178*	↓*451*	↓*344*
EE	↓*1067*	↓*1138*	↓*1042*	↓*1192*	↓*1002*	↓*2349*	↓*1206*		↓*1013*	↓*889*	↓*1184*	↓*1782*	↓*1124*	↓*963*
EL	↓*78*	↓*185*	↓*28*	↓*126*	↓*14*	↓*1146*	↓*192*	↓*120*		↓*403*	↓*160*	↓*877*	↓*79*	↑**12**
ES	↑**297**	↑**137**	↑**388**	↑**350**	↑**323**	↑**16**	↑**231**	↑**350**	↑**284**		↑**266**	↑**125**	↑**369**	↑**354**
FI	↓*454*	↓*542*	↓*408*	↓*506*	↓*385*	↓*1555*	↓*575*	↓*499*	↓*409*	↓*527*		↓*1182*	↓*457*	↓*358*
FR	↑**346**	↑**207**	↑**429**	↑**382**	↑**393**	↑**160**	↑**266**	↑**380**	↑**355**	↑**526**	↑**302**		↑**400**	↑**416**
HR	↓*586*	↓*682*	↓*524*	↓*649*	↓*529*	↓*1713*	↓*695*	↓*640*	↓*553*	↓*624*	↓*667*	↓*1294*		↓*502*
HU	↓*124*	↓*234*	↓*62*	↓*186*	↓*68*	↓*1191*	↓*253*	↓*171*	↓*96*	↓*425*	↓*222*	↓*887*	↓*139*	
IE	↓*552*	↓*637*	↓*484*	↓*604*	↓*485*	↓*1655*	↓*662*	↓*600*	↓*513*	↓*590*	↓*634*	↓*1269*	↓*540*	↓*469*
IT	↑**327**	↑**184**	↑**406**	↑**367**	↑**368**	↑**54**	↑**241**	↑**367**	↑**330**	↑**535**	↑**277**	↑**71**	↑**375**	↑**393**
LT	↓*739*	↓*810*	↓*678*	↓*848*	↓*672*	↓*1914*	↓*855*	↓*841*	↓*685*	↓*769*	↓*830*	↓*1445*	↓*768*	↓*649*
LU	↓*1248*	↓*1300*	↓*1206*	↓*1401*	↓*1176*	↓*2568*	↓*1389*	↓*1369*	↓*1168*	↓*962*	↓*1364*	↓*1931*	↓*1311*	↓*1136*
LV	↓*901*	↓*975*	↓*865*	↓*1028*	↓*826*	↓*2130*	↓*1045*	↓*1014*	↓*850*	↓*841*	↓*1018*	↓*1629*	↓*960*	↓*809*
MT	↓*1308*	↓*1368*	↓*1278*	↓*1451*	↓*1234*	↓*2632*	↓*1444*	↓*1437*	↓*1247*	↓*996*	↓*1423*	↓*1986*	↓*1359*	↓*1208*
NL	↑**96**	↑**6**	↑**141**	↑**63**	↑**172**	↓*1008*	↓*31*	↑**66**	↑**142**	↓*455*	↑**1**	↓*853*	↑**83**	↑**187**
PL	↑**213**	↑**62**	↑**292**	↑**235**	↑**244**	↓*645*	↑**134**	↑**237**	↑**209**	↓*873*	↑**167**	↓*582*	↑**263**	↑**277**
PT	↓*112*	↓*202*	↓*42*	↓*160*	↓*28*	↓*1163*	↓*216*	↓*153*	↓*60*	↓*420*	↓*184*	↓*879*	↓*118*	↓*26*
RO	↑**186**	↑**82**	↑**253**	↑**134**	↑**251**	↓*1043*	↑**69**	↑**136**	↑**219**	↓*582*	↑**101**	↓*889*	↑**187**	↑**264**
SE	↓*133*	↓*239*	↓*79*	↓*195*	↓*76*	↓*1196*	↓*260*	↓*188*	↓*103*	↓*418*	↓*229*	↓*885*	↓*144*	↓*50*
SI	↓*868*	↓*934*	↓*843*	↓*1001*	↓*801*	↓*2102*	↓*1013*	↓*985*	↓*827*	↓*829*	↓*990*	↓*1611*	↓*932*	↓*777*
SK	↓*465*	↓*553*	↓*416*	↓*513*	↓*392*	↓*1565*	↓*582*	↓*506*	↓*421*	↓*526*	↓*553*	↓*1187*	↓*465*	↓*366*
UK	↑**346**	↑**201**	↑**425**	↑**376**	↑**387**	↑**136**	↑**262**	↑**376**	↑**347**	↑**541**	↑**298**	↑**142**	↑**398**	↑**415**

F.3. táblázat. Egy tagállam kilépésének hatása a 28 tagállamú EU-ból (folytatás)

	IE	IT	LT	LU	LV	MT	NL	PL	PT	RO	SE	SI	SK	UK
AT	↓*276*	↓*652*	↓*233*	↓*275*	↓*258*	↓*264*	↓*359*	↑**215**	↓*163*	↑**153**	↓*349*	↓*261*	↓*203*	↓*252*
BE	↓*140*	↓*502*	↓*88*	↓*129*	↓*107*	↓*119*	↓*227*	↑**243**	↓*31*	↑**272**	↓*221*	↓*112*	↓*65*	↓*219*
BG	↓*386*	↓*705*	↓*353*	↓*371*	↓*365*	↓*361*	↓*445*	↑**164**	↓*251*	↑**42**	↓*436*	↓*368*	↓*315*	↓*407*
CY	↓*1287*	↓*1400*	↓*1265*	↓*1328*	↓*1285*	↓*1320*	↓*1280*	↓*495*	↓*1099*	↓*890*	↓*1292*	↓*1282*	↓*1208*	↓*1234*
CZ	↓*181*	↓*547*	↓*129*	↓*171*	↓*139*	↓*161*	↓*257*	↑**248**	↓*50*	↑**247**	↓*248*	↓*141*	↓*93*	↓*238*
DE	↑**309**	↑**586**	↑**378**	↑**360**	↑**373**	↑**370**	↑**90**	↑**826**	↑**367**	↑**582**	↑**178**	↑**366**	↑**387**	↑**1002**
DK	↓*523*	↓*822*	↓*473*	↓*513*	↓*485*	↓*503*	↓*577*	↑**11**	↓*400*	↓*90*	↓*576*	↓*487*	↓*459*	↓*535*
EE	↓*1187*	↓*1322*	↓*1168*	↓*1206*	↓*1186*	↓*1202*	↓*1195*	↓*437*	↓*1012*	↓*790*	↓*1187*	↓*1184*	↓*1112*	↓*1132*
EL	↓*151*	↓*545*	↓*110*	↓*139*	↓*119*	↓*129*	↓*236*	↑**246**	↓*39*	↑**260**	↓*223*	↓*123*	↓*72*	↓*228*
ES	↑**287**	↑**502**	↑**367**	↑**340**	↑**366**	↑**352**	↓*79*	↓*48*	↑**295**	↑**318**	↑**116**	↑**359**	↑**359**	↑**861**
FI	↓*532*	↓*825*	↓*480*	↓*520*	↓*494*	↓*515*	↓*580*	↑**3**	↓*407*	↓*102*	↓*588*	↓*495*	↓*464*	↓*536*
FR	↑**323**	↑**474**	↑**394**	↑**372**	↑**393**	↑**382**	↑**47**	↑**732**	↑**364**	↑**487**	↑**176**	↑**386**	↑**395**	↑**853**
HR	↓*661*	↓*938*	↓*618*	↓*662*	↓*643*	↓*669*	↓*742*	↓*86*	↓*548*	↓*263*	↓*731*	↓*643*	↓*588*	↓*638*
HU	↓*208*	↓*553*	↓*163*	↓*205*	↓*179*	↓*194*	↓*286*	↑**233**	↓*97*	↑**217**	↓*279*	↓*184*	↓*136*	↓*239*
IE		↓*907*	↓*569*	↓*619*	↓*595*	↓*606*	↓*694*	↓*57*	↓*506*	↓*219*	↓*697*	↓*595*	↓*554*	↓*612*
IT	↑**294**		↑**370**	↑**358**	↑**370**	↑**369**	↑**21**	↑**647**	↑**338**	↑**460**	↑**154**	↑**363**	↑**370**	↑**791**
LT	↓*820*	↓*1078*		↓*861*	↓*848*	↓*861*	↓*912*	↓*157*	↓*689*	↓*431*	↓*876*	↓*847*	↓*751*	↓*792*
LU	↓*1375*	↓*1482*	↓*1353*		↓*1374*	↓*1407*	↓*1364*	↓*557*	↓*1197*	↓*961*	↓*1358*	↓*1369*	↓*1296*	↓*1335*
LV	↓*1021*	↓*1198*	↓*1004*	↓*1053*		↓*1046*	↓*1072*	↓*294*	↓*846*	↓*613*	↓*1032*	↓*1020*	↓*943*	↓*1004*
MT	↓*1425*	↓*1517*	↓*1400*	↓*1490*	↓*1446*		↓*1419*	↓*631*	↓*1248*	↓*1015*	↓*1429*	↓*1439*	↓*1357*	↓*1366*
NL	↑**12**	↓*567*	↑**67**	↑**52**	↑**67**	↑**58**		↑**223**	↑**143**	↑**503**	↓*50*	↑**61**	↑**90**	↓*200*
PL	↑**181**	↓*287*	↑**244**	↑**226**	↑**234**	↑**238**	↓*155*		↑**216**	↑**234**	↑**36**	↑**230**	↑**257**	↑**91**
PT	↓*185*	↓*548*	↓*134*	↓*177*	↓*144*	↓*166*	↓*268*	↑**238**		↑**237**	↓*261*	↓*147*	↓*96*	↓*236*
RO	↑**111**	↓*634*	↑**163**	↑**123**	↑**146**	↑**133**	↑**55**	↑**154**	↑**220**		↑**23**	↑**140**	↑**191**	↓*250*
SE	↓*218*	↓*553*	↓*171*	↓*206*	↓*184*	↓*198*	↓*299*	↑**226**	↓*101*	↑**206**		↓*188*	↓*143*	↓*232*
SI	↓*996*	↓*1178*	↓*970*	↓*1029*	↓*997*	↓*1019*	↓*1053*	↓*270*	↓*821*	↓*587*	↓*1002*		↓*913*	↓*982*
SK	↓*539*	↓*849*	↓*492*	↓*529*	↓*498*	↓*521*	↓*595*	↓*0*	↓*412*	↓*109*	↓*596*	↓*499*		↓*549*
UK	↑**317**	↑**434**	↑**392**	↑**366**	↑**391**	↑**378**	↑**32**	↑**722**	↑**358**	↑**484**	↑**176**	↑**384**	↑**391**	

III. Függelék

Az alábbi táblázatban egy ország 27 tagállamú (Brexit utáni) EU-ból való kilépésének hatását foglaljuk össze. Az oszlopban szerepel a kilépő ország, míg a sorokban a bentmaradó tagállamok láthatók. Az értékek a hatalmi index változását [(új kiigazított S–S index)/(régi kiigazított S–S index)] mutatják bázispontban (százalék századrésze). A félkövér szám a növekvő, míg a dőlt a csökkenő értékeket jelöli.

F.4. táblázat. Egy tagállam kilépésének hatása a 27 tagállamú EU-ból

	AT	BE	BG	CY	CZ	DE	DK	EE	EL	ES	FI	FR	HR	HU
AT		**↑337**	**↑599**	**↑553**	**↑553**	*↓1038*	**↑418**	**↑553**	**↑502**	*↓38*	**↑451**	*↓485*	**↑557**	**↑570**
BE	**↑356**		**↑482**	**↑365**	**↑389**	*↓1059*	**↑253**	**↑377**	**↑329**	*↓172*	**↑287**	*↓618*	**↑390**	**↑415**
BG	**↑748**	**↑578**		**↑711**	**↑811**	*↓884*	**↑708**	**↑717**	**↑745**	**↑184**	**↑742**	*↓279*	**↑855**	**↑816**
CY	**↑2427**	**↑2238**	**↑2569**		**↑2548**	*↓39*	**↑2270**	**↑2352**	**↑2434**	**↑2003**	**↑2322**	**↑1159**	**↑2379**	**↑2535**
CZ	**↑370**	**↑244**	**↑488**	**↑408**		*↓1043*	**↑305**	**↑417**	**↑409**	*↓129*	**↑338**	*↓581*	**↑439**	**↑487**
DE	*↓343*	*↓462*	*↓298*	*↓364*	*↓290*		*↓473*	*↓363*	*↓311*	*↓346*	*↓436*	*↓402*	*↓335*	*↓255*
DK	**↑1052**	**↑885**	**↑1067**	**↑926**	**↑1105**	*↓763*		**↑930**	**↑1034**	**↑420**	**↑907**	*↓17*	**↑985**	**↑1121**
EE	**↑2207**	**↑1990**	**↑2349**	**↑2069**	**↑2249**	*↓177*	**↑2062**		**↑2171**	**↑1753**	**↑2094**	**↑924**	**↑2171**	**↑2248**
EL	**↑380**	**↑188**	**↑447**	**↑384**	**↑414**	*↓1056*	**↑260**	**↑387**		*↓167*	**↑297**	*↓604*	**↑403**	**↑438**
ES	*↓358*	*↓503*	*↓271*	*↓319*	*↓319*	*↓495*	*↓442*	*↓322*	*↓354*		*↓405*	*↓617*	*↓299*	*↓287*
FI	**↑1077**	**↑891**	**↑1099**	**↑936**	**↑1133**	*↓746*	**↑888**	**↑958**	**↑1066**	**↑444**		**↑10**	**↑999**	**↑1135**
FR	*↓373*	*↓511*	*↓320*	*↓364*	*↓334*	*↓249*	*↓485*	*↓366*	*↓359*	*↓530*	*↓448*		*↓342*	*↓303*
HR	**↑1173**	**↑1044**	**↑1302**	**↑1175**	**↑1263**	*↓635*	**↑1063**	**↑1180**	**↑1204**	**↑714**	**↑1097**	**↑132**		**↑1265**
HU	**↑403**	**↑292**	**↑531**	**↑451**	**↑455**	*↓1031*	**↑345**	**↑450**	**↑454**	*↓102*	**↑378**	*↓563*	**↑467**	
IE	**↑1109**	**↑1081**	**↑1224**	**↑1076**	**↑1209**	*↓673*	**↑1027**	**↑1080**	**↑1259**	**↑627**	**↑1060**	**↑93**	**↑1108**	**↑1206**
IT	*↓354*	*↓473*	*↓287*	*↓359*	*↓300*	*↓383*	*↓469*	*↓359*	*↓324*	*↓316*	*↓432*	*↓980*	*↓333*	*↓262*
LT	**↑1494**	**↑1353**	**↑1622**	**↑1522**	**↑1611**	*↓485*	**↑1417**	**↑1545**	**↑1526**	**↑1093**	**↑1451**	**↑414**	**↑1561**	**↑1603**
LU	**↑2561**	**↑2456**	**↑2736**	**↑2483**	**↑2769**	**↑51**	**↑2435**	**↑2498**	**↑2645**	**↑2203**	**↑2465**	**↑1313**	**↑2549**	**↑2711**
LV	**↑1866**	**↑1706**	**↑2051**	**↑1790**	**↑1960**	*↓314*	**↑1804**	**↑1822**	**↑1877**	**↑1475**	**↑1843**	**↑704**	**↑1923**	**↑1972**
MT	**↑2693**	**↑2575**	**↑2836**	**↑2553**	**↑2823**	**↑102**	**↑2529**	**↑2580**	**↑2773**	**↑2331**	**↑2561**	**↑1429**	**↑2660**	**↑2795**
NL	**↑54**	*↓99*	**↑166**	**↑116**	**↑96**	*↓1147*	**↑10**	**↑117**	**↑54**	*↓396*	**↑45**	*↓787*	**↑148**	**↑123**
PL	*↓468*	*↓638*	*↓372*	*↓365*	*↓444*	**↑201**	*↓528*	*↓368*	*↓490*	**↑1535**	*↓490*	**↑196**	*↓376*	*↓404*
PT	**↑381**	**↑257**	**↑494**	**↑409**	**↑474**	*↓1040*	**↑305**	**↑422**	**↑417**	*↓119*	**↑341**	*↓575*	**↑447**	**↑497**
RO	*↓45*	*↓204*	**↑40**	**↑7**	*↓6*	*↓1180*	*↓123*	**↑9**	*↓50*	*↓421*	*↓89*	*↓852*	**↑19**	**↑17**
SE	**↑417**	**↑249**	**↑529**	**↑463**	**↑472**	*↓1037*	**↑342**	**↑463**	**↑408**	*↓102*	**↑380**	*↓552*	**↑461**	**↑488**
SI	**↑1825**	**↑1657**	**↑2002**	**↑1773**	**↑1920**	*↓333*	**↑1783**	**↑1783**	**↑1845**	**↑1447**	**↑1816**	**↑682**	**↑1890**	**↑1916**
SK	**↑1105**	**↑919**	**↑1109**	**↑954**	**↑1142**	*↓746*	**↑904**	**↑970**	**↑1084**	**↑465**	**↑937**	**↑34**	**↑1012**	**↑1162**

F.4. táblázat. Egy tagállam kilépésének hatása a 27 tagállamú EU-ból (folytatás)

	IE	IT	LT	LU	LV	MT	NL	PL	PT	RO	SE	SI	SK
AT	↑**475**	↓*11*	↑**572**	↑**545**	↑**561**	↑**557**	↑**189**	↑**149**	↑**523**	↑**674**	↑**305**	↑**559**	↑**552**
BE	↑**304**	↓*129*	↑**385**	↑**349**	↑**373**	↑**361**	↑16	↓*150*	↑**355**	↑**498**	↑**148**	↑**371**	↑**385**
BG	↑**769**	↑**243**	↑**769**	↑**705**	↑**742**	↑**708**	↑**427**	↑**493**	↑**775**	↑**975**	↑**538**	↑**742**	↑**844**
CY	↑**2293**	↑**1666**	↑**2363**	↑**2300**	↑**2345**	↑**2293**	↑**2121**	↑**3289**	↑**2503**	↑**2726**	↑**2221**	↑**2351**	↑**2438**
CZ	↑**350**	↓*95*	↑**428**	↑**392**	↑**416**	↑**401**	↑**54**	↓*40*	↑**434**	↑**547**	↑**218**	↑**414**	↑**438**
DE	↓*419*	↓*259*	↓*357*	↓*375*	↓*361*	↓*363*	↓*593*	↑**42**	↓*318*	↓*112*	↓*504*	↓*369*	↓*341*
DK	↑**899**	↑**407**	↑**964**	↑**906**	↑**945**	↑**916**	↑**644**	↑**918**	↑**1068**	↑**1179**	↑**824**	↑**934**	↑**1012**
EE	↑**2103**	↑**1439**	↑**2125**	↑**2059**	↑**2091**	↑**2076**	↑**1851**	↑**2872**	↑**2206**	↑**2504**	↑**1945**	↑**2095**	↑**2203**
EL	↑**310**	↓*116*	↑**395**	↑**357**	↑**393**	↑**371**	↑**26**	↓*117*	↑**380**	↑**517**	↑**175**	↑**392**	↑**396**
ES	↓*382*	↓*218*	↓*310*	↓*331*	↓*317*	↓*321*	↓*639*	↑**1320**	↓*346*	↓*158*	↓*538*	↓*325*	↓*308*
FI	↑**926**	↑**415**	↑**988**	↑**930**	↑**960**	↑**936**	↑**669**	↑**959**	↑**1098**	↑**1211**	↑**855**	↑**954**	↑**1025**
FR	↓*424*	↓*709*	↓*360*	↓*374*	↓*365*	↓*361*	↓*650*	↑**124**	↓*361*	↓*148*	↓*551*	↓*373*	↓*352*
HR	↑**1097**	↑**583**	↑**1182**	↑**1164**	↑**1175**	↑**1176**	↑**948**	↑**1344**	↑**1229**	↑**1459**	↑**972**	↑**1175**	↑**1204**
HU	↑**383**	↓*73*	↑**458**	↑**443**	↑**453**	↑**454**	↑**89**	↑8	↑**424**	↑**565**	↑**214**	↑**451**	↑**477**
IE		↑**531**	↑**1086**	↑**1065**	↑**1103**	↑**1083**	↑**851**	↑**1212**	↑**1169**	↑**1377**	↑**915**	↑**1104**	↑**1163**
IT	↓*417*		↓*352*	↓*371*	↓*356*	↓*360*	↓*604*	↑**326**	↓*327*	↓*105*	↓*511*	↓*363*	↓*336*
LT	↑**1483**	↑**886**		↑**1503**	↑**1553**	↑**1512**	↑**1377**	↑**1846**	↑**1567**	↑**1890**	↑**1295**	↑**1557**	↑**1557**
LU	↑**2447**	↑**1834**	↑**2537**		↑**2529**	↑**2437**	↑**2301**	↑**3598**	↑**2717**	↑**2944**	↑**2368**	↑**2540**	↑**2581**
LV	↑**1837**	↑**1227**	↑**1937**	↑**1770**		↑**1792**	↑**1609**	↑**2377**	↑**1912**	↑**2312**	↑**1652**	↑**1876**	↑**1949**
MT	↑**2560**	↑**1913**	↑**2645**	↑**2532**	↑**2621**		↑**2380**	↑**3782**	↑**2771**	↑**3037**	↑**2492**	↑**2626**	↑**2678**
NL	↑**71**	↓*327*	↑**144**	↑**92**	↑**125**	↑**104**		↓*569*	↑**65**	↑**158**	↓*133*	↑**121**	↑**143**
PL	↓*463*	↑**705**	↓*373*	↓*373*	↓*365*	↓*364*	↓*867*		↓*468*	↓*507*	↓*648*	↓*374*	↓*392*
PT	↑**361**	↓*85*	↑**437**	↑**400**	↑**424**	↑**412**	↑**59**	↓*41*		↑**559**	↑**230**	↑**424**	↑**438**
RO	↓*63*↓*368*		↑**16**	↓*2*	↑**14**	↑**8**	↓*401*	↓*778*	↓*37*		↓*235*	↑**8**	↑**8**
SE	↑**392**	↓*64*	↑**467**	↑**451**	↑**464**	↑**463**	↑**101**	↑**35**	↑**438**	↑**574**		↑**463**	↑**479**
SI	↑**1792**	↑**1189**	↑**1892**	↑**1743**	↑**1858**	↑**1755**	↑**1584**	↑**2329**	↑**1879**	↑**2253**	↑**1626**		↑**1928**
SK	↑**929**	↑**430**	↑**991**	↑**944**	↑**974**	↑**960**	↑**692**	↑**988**	↑**1103**	↑**1223**	↑**880**	↑**972**	

IV. Függelék

Az alábbi táblázatban egy ország 27 tagállamú (Horvátország csatlakozása előtti) EU-ból való kilépésének hatását foglaljuk össze. Az oszlopban szerepel a kilépő ország, míg a sorokban a bentmaradó tagállamok láthatóak. Az értékek a hatalmi index változását [(új kiigazított S–S index)/(régi kiigazított S–S index)] mutatják bázispontban (százalék századrésze). A félkövér szám a növekvő, míg a dőlt a csökkenő értékeket jelöli.

F.5. táblázat. Egy tagállam kilépésének hatása a 27 tagállamú EU-ból, Horvátország csatlakozása előtt

	AT	BE	BG	CY	CZ	DE	DK	EE	EL	ES	FI	FR	HU	IE
AT		**↑584**	**↑758**	**↑648**	**↑756**	*↓553*	**↑573**	**↑654**	**↑730**	**↑424**	**↑605**	*↓181*	**↑773**	**↑595**
BE	**↑454**		**↑512**	**↑411**	**↑514**	*↓719*	**↑332**	**↑414**	**↑481**	**↑51**	**↑365**	*↓455*	**↑535**	**↑376**
BG	**↑860**	**↑762**		**↑797**	**↑954**	*↓413*	**↑746**	**↑800**	**↑914**	**↑597**	**↑778**	*↓45*	**↑959**	**↑772**
CY	**↑2648**	**↑2542**	**↑2733**		**↑2770**	**↑659**	**↑2509**	**↑2531**	**↑2714**	**↑2750**	**↑2537**	**↑1530**	**↑2775**	**↑2527**
CZ	**↑515**	**↑410**	**↑591**	**↑486**		*↓670*	**↑407**	**↑489**	**↑560**	**↑157**	**↑440**	*↓380*	**↑608**	**↑431**
DE	*↓373*	*↓498*	*↓301*	*↓349*	*↓332*		*↓459*	*↓350*	*↓363*	*↓186*	*↓425*	*↓422*	*↓308*	*↓413*
DK	**↑1079**	**↑973**	**↑1149**	**↑1023**	**↑1159**	*↓295*		**↑1026**	**↑1125**	**↑940**	**↑984**	**↑136**	**↑1179**	**↑966**
EE	**↑2411**	**↑2317**	**↑2492**	**↑2297**	**↑2515**	**↑525**	**↑2292**		**↑2480**	**↑2442**	**↑2327**	**↑1337**	**↑2540**	**↑2313**
EL	**↑470**	**↑360**	**↑534**	**↑437**	**↑536**	*↓702*	**↑364**	**↑438**		**↑79**	**↑398**	*↓432*	**↑564**	**↑400**
ES	*↓372*	*↓521*	*↓295*	*↓314*	*↓343*	*↓661*	*↓449*	*↓312*	*↓384*		*↓416*	*↓538*	*↓313*	*↓399*
FI	**↑1092**	**↑980**	**↑1165**	**↑1038**	**↑1171**	*↓291*	**↑961**	**↑1045**	**↑1138**	**↑962**		**↑154**	**↑1195**	**↑976**
FR	*↓384*	*↓528*	*↓318*	*↓358*	*↓355*	*↓554*	*↓477*	*↓359*	*↓391*	*↓227*	*↓443*		*↓326*	*↓427*
HU	**↑572**	**↑460**	**↑628**	**↑514**	**↑637**	*↓646*	**↑455**	**↑520**	**↑606**	**↑228**	**↑487**	*↓318*		**↑487**
IE	**↑1241**	**↑1118**	**↑1308**	**↑1195**	**↑1316**	*↓198*	**↑1090**	**↑1215**	**↑1279**	**↑1180**	**↑1120**	**↑285**	**↑1350**	
IT	*↓368*	*↓506*	*↓299*	*↓346*	*↓335*	*↓634*	*↓461*	*↓346*	*↓371*	*↓177*	*↓428*	*↓619*	*↓310*	*↓418*
LT	**↑1687**	**↑1574**	**↑1799**	**↑1665**	**↑1778**	**↑102**	**↑1599**	**↑1680**	**↑1743**	**↑1746**	**↑1632**	**↑722**	**↑1806**	**↑1636**
LU	**↑2836**	**↑2758**	**↑2925**	**↑2699**	**↑2968**	**↑771**	**↑2715**	**↑2716**	**↑2905**	**↑2976**	**↑2742**	**↑1656**	**↑2972**	**↑2701**
LV	**↑2076**	**↑1969**	**↑2201**	**↑1973**	**↑2183**	**↑327**	**↑1967**	**↑2000**	**↑2143**	**↑2091**	**↑1999**	**↑1055**	**↑2206**	**↑1979**
MT	**↑2975**	**↑2867**	**↑3066**	**↑2808**	**↑3090**	**↑831**	**↑2821**	**↑2841**	**↑3042**	**↑3139**	**↑2854**	**↑1776**	**↑3097**	**↑2821**
NL	**↑205**	**↑98**	**↑265**	**↑137**	**↑264**	*↓965*	**↑69**	**↑136**	**↑239**	*↓408*	**↑104**	*↓806*	**↑287**	**↑105**
PL	*↓226*	*↓364*	*↓131*	*↓180*	*↓186*	*↓1278*	*↓285*	*↓175*	*↓224*	*↓1592*	*↓254*	*↓1177*	*↓159*	*↓243*
PT	**↑528**	**↑425**	**↑603**	**↑480**	**↑594**	*↓661*	**↑411**	**↑502**	**↑569**	**↑176**	**↑445**	*↓367*	**↑620**	**↑442**
RO	**↑45**	*↓49*	**↑112**	**↑33**	**↑117**	*↓1180*	*↓56*	**↑34**	**↑88**	*↓670*	*↓23*	*↓1042*	**↑131**	*↓14*
SE	**↑586**	**↑474**	**↑636**	**↑531**	**↑652**	*↓644*	**↑472**	**↑535**	**↑618**	**↑255**	**↑504**	*↓296*	**↑681**	**↑502**
SI	**↑2021**	**↑1914**	**↑2150**	**↑1936**	**↑2136**	**↑298**	**↑1926**	**↑1963**	**↑2085**	**↑2044**	**↑1960**	**↑1016**	**↑2154**	**↑1935**
SK	**↑1113**	**↑1000**	**↑1177**	**↑1056**	**↑1187**	*↓283*	**↑975**	**↑1063**	**↑1149**	**↑991**	**↑1006**	**↑163**	**↑1219**	**↑980**
UK	*↓398*	*↓533*	*↓318*	*↓355*	*↓364*	*↓579*	*↓473*	*↓358*	*↓396*	*↓196*	*↓439*	*↓594*	*↓336*	*↓428*

F.5. táblázat. Egy tagállam kilépésének hatása a 27 tagállamú EU-ból, Horvátország csatlakozása előtt (folytatás)

	IT	LT	LU	LV	MT	NL	PL	PT	RO	SE	SI	SK	UK
AT	**↑204**	**↑684**	**↑639**	**↑671**	**↑642**	**↑513**	**↑1123**	**↑725**	**↑100**	**↑520**	**↑665**	**↑757**	**↑523**
BE	*↓108*	**↑431**	**↑403**	**↑421**	**↑411**	**↑250**	**↑837**	**↑483**	**↑80**	**↑286**	**↑417**	**↑515**	**↑225**
BG	**↑304**	**↑838**	**↑780**	**↑815**	**↑793**	**↑664**	**↑1343**	**↑918**	**↑120**	**↑700**	**↑810**	**↑929**	**↑764**
CY	**↑2081**	**↑2587**	**↑2501**	**↑2575**	**↑2514**	**↑2380**	**↑3176**	**↑2726**	**↑300**	**↑2482**	**↑2568**	**↑2735**	**↑2373**
CZ	**↑0**	**↑510**	**↑455**	**↑499**	**↑468**	**↑319**	**↑929**	**↑553**	**↑90**	**↑358**	**↑502**	**↑581**	**↑314**
DE	*↓131*	*↓343*	*↓359*	*↓352*	*↓350*	*↓618*	**↑111**	*↓357*	*↓16*	*↓536*	*↓353*	*↓293*	**↑234**
DK	**↑552**	**↑1044**	**↑1013**	**↑1047**	**↑1023**	**↑920**	**↑1584**	**↑1126**	**↑150**	**↑920**	**↑1030**	**↑1137**	**↑906**
EE	**↑1854**	**↑2367**	**↑2268**	**↑2346**	**↑2278**	**↑2164**	**↑2932**	**↑2471**	**↑280**	**↑2252**	**↑2327**	**↑2506**	**↑2182**
EL	*↓76*	**↑455**	**↑428**	**↑452**	**↑430**	**↑272**	**↑878**	**↑506**	**↑80**	**↑313**	**↑442**	**↑545**	**↑254**
ES	*↓193*	*↓314*	*↓324*	*↓315*	*↓312*	*↓726*	*↓920*	*↓368*	*↓39*	*↓538*	*↓319*	*↓281*	**↑152**
FI	**↑556**	**↑1052**	**↑1021**	**↑1059**	**↑1041**	**↑931**	**↑1582**	**↑1138**	**↑150**	**↑937**	**↑1046**	**↑1148**	**↑912**
FR	*↓290*	*↓354*	*↓367*	*↓362*	*↓357*	*↓691*	*↓32*	*↓380*	*↓27*	*↓554*	*↓365*	*↓311*	**↑71**
HU	**↑79**	**↑558**	**↑507**	**↑542**	**↑520**	**↑368**	**↑960**	**↑607**	**↑90**	**↑409**	**↑532**	**↑636**	**↑369**
IE	**↑718**	**↑1242**	**↑1182**	**↑1240**	**↑1202**	**↑1074**	**↑1700**	**↑1280**	**↑160**	**↑1082**	**↑1228**	**↑1282**	**↑1038**
IT		*↓344*	*↓355*	*↓349*	*↓344*	*↓670*	*↓105*	*↓359*	*↓26*	*↓536*	*↓351*	*↓298*	**↑50**
LT	**↑1187**		**↑1640**	**↑1711**	**↑1659**	**↑1510**	**↑2168**	**↑1738**	**↑210**	**↑1532**	**↑1703**	**↑1805**	**↑1530**
LU	**↑2285**	**↑2789**		**↑2771**	**↑2689**	**↑2567**	**↑3354**	**↑2919**	**↑330**	**↑2665**	**↑2746**	**↑2926**	**↑2556**
LV	**↑1503**	**↑2076**	**↑1952**		**↑1972**	**↑1830**	**↑2586**	**↑2137**	**↑250**	**↑1917**	**↑2024**	**↑2172**	**↑1886**
MT	**↑2407**	**↑2885**	**↑2787**	**↑2894**		**↑2708**	**↑3480**	**↑3038**	**↑340**	**↑2795**	**↑2874**	**↑3042**	**↑2686**
NL	*↓538*	**↑153**	**↑125**	**↑137**	**↑135**		**↑453**	**↑235**	**↑60**	**↑44**	**↑131**	**↑242**	*↓139*
PL	*↓899*	*↓169*	*↓195*	*↓169*	*↓183*	*↓549*		*↓214*	*↓17*	*↓387*	*↓176*	*↓116*	*↓544*
PT	**↑15**	**↑519**	**↑466**	**↑510**	**↑480**	**↑330**	**↑928**		**↑90**	**↑370**	**↑502**	**↑593**	**↑328**
RO	*↓785*	**↑52**	**↑23**	**↑38**	**↑28**	*↓89*	**↑149**	**↑90**		*↓108*	**↑38**	**↑115**	*↓405*
SE	**↑46**	**↑557**	**↑525**	**↑555**	**↑533**	**↑390**	**↑981**	**↑623**	**↑90**		**↑546**	**↑655**	**↑374**
SI	**↑1454**	**↑2030**	**↑1912**	**↑2000**	**↑1927**	**↑1795**	**↑2539**	**↑2092**	**↑240**	**↑1877**		**↑2133**	**↑1844**
SK	**↑575**	**↑1070**	**↑1042**	**↑1077**	**↑1055**	**↑953**	**↑1595**	**↑1152**	**↑150**	**↑949**	**↑1060**		**↑926**
UK	*↓277*	*↓356*	*↓363*	*↓359*	*↓355*	*↓683*	*↓54*	*↓389*	*↓27*	*↓562*	*↓362*	*↓309*	

V. Függelék

Az alábbi táblázatban egy ország 27 tagállamú (Brexit utáni) EU-ból való kilépésének hatását foglaljuk össze, kiigazítás nélküli hatalmi indexeket használva. Az oszlopban szerepel a kilépő ország, míg a sorokban a bentmaradó tagállamok láthatók. Az értékek a hatalmi index változását [(új S–S index)/(régi S–S index)] mutatják bázispontban (százalék századrésze). Minden esetben szavazási erő növekedést tapasztalunk.

F.6. táblázat. Egy tagállam kilépésének hatása a 27 tagállamú EU-ból, kiigazítás nélküli indexek

	AT	BE	BG	CY	CZ	DE	DK	EE	EL	ES	FI	FR	HR	HU
AT		1703	1664	1588	1705	2604	1646	1591	1701	1942	1639	2527	1617	1682
BE	1512		1536	1382	1522	2574	1461	1398	1508	1780	1456	2351	1434	1510
BG	1948	1976		1762	1991	2821	1970	1772	1971	2208	1963	2797	1944	1954
CY	3815	3855	3832		3918	4010	3716	3568	3853	4389	3722	4692	3621	3853
CZ	1528	1598	1542	1429		2597	1519	1442	1597	1832	1512	2399	1487	1589
DE	734	797	677	580	768		649	584	794	1571	650	2635	634	768
DK	2286	2323	2180	1997	2317	2990		2006	2293	2491	2147	3143	2088	2291
EE	3570	3573	3591	3253	3586	3816	3483		3560	4090	3468	4383	3392	3535
EL	1539	1534	1497	1402	1550	2578	1470	1409		1786	1468	2369	1447	1536
ES	717	751	707	629	736	3368	683	629	746		684	2352	674	733
FI	2314	2330	2215	2009	2348	3014	2171	2037	2329	2521		3179	2104	2305
FR	701	742	652	580	720	3714	635	581	740	1351	637		626	716
HR	2420	2504	2438	2271	2492	3171	2366	2281	2483	2844	2358	3340		2450
HU	1565	1652	1590	1476	1596	2613	1564	1478	1647	1865	1557	2423	1518	
IE	2350	2544	2353	2162	2432	3117	2327	2170	2544	2740	2316	3288	2224	2384
IT	723	784	688	586	758	3525	653	589	779	1608	654	1875	636	761
LT	2777	2853	2791	2652	2878	3382	2763	2681	2842	3299	2753	3711	2722	2823
LU	3964	4101	4016	3708	4163	4137	3901	3728	4088	4629	3881	4895	3809	4048
LV	3192	3253	3263	2947	3265	3622	3196	2986	3232	3756	3188	4093	3120	3231
MT	4111	4236	4127	3784	4222	4209	4006	3818	4230	4783	3988	5047	3931	4141
NL	1177	1208	1189	1108	1198	2451	1190	1113	1201	1512	1187	2129	1167	1187
PL	595	597	595	579	598	4348	587	579	594	3828	590	3424	589	604
PT	1540	1612	1549	1430	1617	2602	1520	1447	1606	1845	1516	2408	1496	1600
RO	1066	1089	1049	988	1083	2404	1040	995	1084	1482	1036	2043	1025	1071
SE	1581	1603	1588	1490	1615	2606	1561	1493	1595	1865	1559	2438	1511	1591
SI	3146	3197	3209	2928	3221	3596	3172	2943	3197	3722	3159	4064	3084	3169
SK	2345	2362	2226	2029	2358	3014	2189	2050	2349	2546	2180	3211	2118	2336

F.6. táblázat. Egy tagállam kilépésének hatása a 27 tagállamú EU-ból, kiigazítás nélküli indexek (folytatás)

	IE	IT	LT	LU	LV	MT	NL	PL	PT	RO	SE	SI	SK
AT	1630	2484	1626	1589	1607	1585	1819	1476	1705	1844	1684	1613	1634
BE	1440	2337	1421	1373	1401	1370	1618	1137	1518	1648	1506	1406	1450
BG	1956	2803	1844	1764	1806	1751	2095	1866	1985	2177	1948	1814	1956
CY	3649	4583	3597	3517	3568	3490	4061	5027	3907	4120	3856	3584	3714
CZ	1491	2380	1468	1420	1448	1414	1662	1262	1606	1703	1585	1454	1509
DE	637	2175	604	576	593	574	910	1356	768	971	765	591	650
DK	2100	3008	2058	1985	2029	1979	2347	2345	2311	2404	2272	2025	2142
EE	3437	4299	3335	3252	3289	3252	3748	4555	3577	3874	3543	3302	3456
EL	1447	2353	1432	1382	1423	1381	1630	1174	1546	1669	1536	1429	1463
ES	677	2226	656	624	641	620	857	2801	737	919	727	640	686
FI	2131	3019	2084	2011	2045	2001	2377	2392	2344	2440	2307	2048	2156
FR	630	1612	601	577	588	577	845	1448	721	930	712	587	637
HR	2320	3229	2297	2269	2282	2264	2700	2828	2490	2715	2440	2291	2353
HU	1528	2408	1501	1476	1488	1472	1704	1317	1595	1723	1580	1494	1552
IE		3163	2192	2160	2203	2162	2587	2679	2423	2624	2375	2213	2309
IT	638		610	581	598	578	898	1677	758	979	758	597	655
LT	2749	3607		2641	2698	2632	3197	3395	2866	3193	2806	2710	2743
LU	3819	4792	3788		3770	3648	4269	5376	4145	4362	4023	3792	3872
LV	3142	4033	3127	2934		2940	3466	3996	3249	3661	3211	3061	3175
MT	3945	4891	3907	3772	3871		4361	5585	4205	4466	4164	3886	3979
NL	1182	2089	1156	1090	1128	1087		663	1195	1271	1186	1131	1184
PL	588	3381	586	578	588	573	593		602	532	602	586	593
PT	1503	2392	1479	1429	1457	1426	1669	1260		1716	1599	1465	1509
RO	1032	2039	1015	986	1006	982	1134	427	1081		1070	1007	1035
SE	1538	2418	1512	1484	1500	1482	1717	1347	1610	1733		1508	1555
SI	3092	3986	3078	2905	3033	2899	3437	3941	3213	3596	3181		3152
SK	2134	3037	2088	2027	2061	2027	2403	2425	2350	2453	2336	2067	

Irodalomjegyzék

Abdih, Y., Chami, R., Dagher, J., és Montiel, P. (2012). Remittances and institutions: Are remittances a curse? *World Development*, 40(4):657–666. DOI: 10.1016/j.worlddev.2011.09.014.

Acosta, P. A., Lartey, E. K., és Mandelman, F. S. (2009). Remittances and the Dutch disease. *Journal of International Economics*, 79(1):102–116. DOI: 10.1016/j.jinteco.2009.06.007.

Adams, Jr., R. H. (2003). International migration, remittances, and the brain drain: A study of 24 labor-exporting countries. World Bank Policy Research Working Paper 3069.

Adams, Jr, R. H. és Page, J. (2005). Do international migration and remittances reduce poverty in developing countries? *World Development*, 33(10):1645–1669. DOI: 10.1016/j.worlddev.2005.05.004.

Anbarcı, N., Sun, C.-J., és Ünver, M. U. (2021). Designing practical and fair sequential team contests: The case of penalty shootouts. *Games and Economic Behavior*, 130:25–43. DOI: 10.1016/j.geb.2021.07.004.

Anderson, A. (2014). Maximum likelihood ranking in racing sports. *Applied Economics*, 46(15):1778–1787. DOI: 10.1080/00036846.2014.884702.

Anderson, A. (2015). A Monte Carlo comparison of alternative methods of maximum likelihood ranking in racing sports. *Journal of Applied Statistics*, 42(8):1740–1756. DOI: 10.1080/02664763.2015.1005065.

Apesteguia, J. és Palacios-Huerta, I. (2010). Psychological pressure in competitive environments: Evidence from a randomized natural experiment. *American Economic Review*, 100(5):2548–2564. DOI: 10.1257/aer.100.5.2548.

Arregui, J. (2016). Determinants of bargaining satisfaction across policy domains in the European Union Council of Ministers. *JCMS: Journal of Common Market Studies*, 54(5):1105–1122. DOI: 10.1111/jcms.12355.

Arrondel, L., Duhautois, R., és Laslier, J.-F. (2019). Decision under psychological pressure: The shooter's anxiety at the penalty kick. *Journal of Economic Psychology*, 70:22–35. DOI: 10.1016/j.joep.2018.10.008.

Arrow, K. J. (1951). *Social Choice and Individual Values*. Wiley, New York.

Balinski, M. L. és Young, H. P. (1975). The quota method of apportionment. *The American Mathematical Monthly*, 82(7):701–730. DOI: 10.1080/00029890.1975.11993911.

Balinski, M. L. és Young, H. P. (1982). *Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote*. Brookings Institution Press, Washington, D.C.

Balog, D., Bátyi, T. L., Csóka, P., és Pintér, M. (2011). Tőkeallokációs módszerek és tulajdonságaik a gyakorlatban. *Közgazdasági Szemle*, LVIII(7-8):619–632.

Balog, D., Csóka, P., és Pintér, M. (2010). Tőkeallokáció nem likvid portfóliók esetén. *Hitelintézeti Szemle*, 9(6):604–616.

Banzhaf, J. F. (1964-1965). Weighted voting doesn't work: A mathematical analysis. *Rutgers Law Review*, 19(2):317–343.

Benson, M. és O'Reilly, K. (2009). Migration and the search for a better way of life: A critical exploration of lifestyle migration. *The Sociological Review*, 57(4):608–625. DOI: 10.1111/j.1467-954X.2009.01864.x.

Benson, M. és O'Reilly, K. (2016). From lifestyle migration to lifestyle in migration: Categories, concepts and ways of thinking. *Migration Studies*, 4(1):20–37. DOI: 10.1093/migration/mnv015.

Berdiev, A. N., Kim, Y., és Chang, C.-P. (2013). Remittances and corruption. *Economics Letters*, 118(1):182–185. DOI: 10.1016/j.econlet.2012.10.008.

Bérenger, V. és Verdier-Chouchane, A. (2007). Multidimensional measures of well-being: Standard of living and quality of life across countries. *World Development*, 35(7):1259–1276. DOI: 10.1016/j.worlddev.2006.10.011.

Bergantiños, G. és Moreno-Ternero, J. D. (2020a). Allocating extra revenues from broadcasting sports leagues. *Journal of Mathematical Economics*, 90:65–73. DOI: 10.1016/j.jmateco.2020.06.002.

Bergantiños, G. és Moreno-Ternero, J. D. (2020b). Sharing the revenues from broadcasting sport events. *Management Science*, 66(6):2417–2431. DOI: 10.1287/mnsc.2019.3313.

Bergantiños, G. és Moreno-Ternero, J. D. (2021). Compromising to share the revenues from broadcasting sports leagues. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 183:57–74. DOI: 10.1016/j.jebo.2020.12.011.

Bertini, C., Gambarelli, G., Stach, I., és Zibetti, G. (2019). Seat apportionment by population and contribution in European Parliament after Brexit. Megjelent: Nguyen, N. T., Kowalczyk, R., Mercik, J., és Motylska-Kuźma, A. (szerk.): *Transactions on Computational Collective Intelligence XXXIV*, 109–126. o., Springer, Berlin, Heidelberg. DOI: 10.1007/978-3-662-60555-4.

Biró, P., Kóczy, L. Á., és Sziklai, B. (2012). Választókörzetek igazságosan? *Közgazdasági Szemle*, 59(11):1165–1186.

Biró, P., Kóczy, L. Á., és Sziklai, B. (2015). Fair apportionment in the view of the Venice Commission's recommendation. *Mathematical Social Sciences*, 77(5):32–41. DOI: 10.1016/j.mathsocsci.2015.06.001.

Bobek, A. (2020). Leaving for the money, staying for the 'quality of life'. Case study of young Polish migrants living in Dublin. *Geoforum*, 109:24–34. DOI: 10.1016/j.geoforum.2019.12.006.

Bolton, G. E. és Ockenfels, A. (2000). ERC: A theory of equity, reciprocity, and competition. *American Economic Review*, 90(1):166–193. DOI: 10.1257/aer.90.1.166.

Booysen, F. (2002). An overview and evaluation of composite indices of development. *Social Indicators Research*, 59(2):115–151. DOI: 10.1023/A:1016275505152.

Boyer, R. és Savageau, D. (1981). *Places Rated Almanac: A Retirement Guide*. Rand-McNally, Chicago.

Bozóki, S., Csató, L., és Temesi, J. (2016). An application of incomplete pairwise comparison matrices for ranking top tennis players. *European Journal of Operational Research*, 248(1):211–218. DOI: 10.1016/j.ejor.2015.06.069.

Bozóki, S., Fülöp, J., és Rónyai, L. (2010). On optimal completion of incomplete pairwise comparison matrices. *Mathematical and Computer Modelling*, 52(1-2):318–333. DOI: 10.1016/j.mcm.2010.02.047.

Brams, S. J. és Affuso, P. J. (1976). Power and size: A new paradox. *Theory and Decision*, 7(1-2):29–56. DOI: 10.1007/BF00141101.

Brams, S. J. és Affuso, P. J. (1985). New paradoxes of voting power on the EC Council of Ministers. *Electoral Studies*, 4(2):135–139. DOI: 10.1016/0261-3794(85)90004-6.

Brams, S. J. és Ismail, M. S. (2018). Making the rules of sports fairer. *SIAM Review*, 60(1):181–202. DOI: 10.1137/16M1074540.

Bräuninger, T. és König, T. (2005). Indices of Power IOP 2.0. `http://www.tbraeuninger.de/download`.

Brock, D. (1993). Quality of life in health care and medical ethics. Megjelent: Nussbaum, M. és Sen, A. (szerk.): *The Quality Of Life*, 95–132. o., Clarendon Press, Oxford. DOI: 10.1093/0198287976.003.0009.

Broome, A., Homolar, A., és Kranke, M. (2018). Bad science: International organizations and the indirect power of global benchmarking. *European Journal of International Relations*, 24(3):514–539. DOI: 10.1177/1354066117719320.

Budzinski, O. és Müller-Kock, A. (2018). Is the revenue allocation scheme of Formula One motor racing a case for European competition policy? *Contemporary Economic Policy*, 36(1):215–233. DOI: 10.1111/coep.12247.

Čaklović, L. és Kurdija, A. S. (2017). A universal voting system based on the Potential Method. *European Journal of Operational Research*, 259(2):677–688. DOI: 10.1016/j.ejor.2016.10.032.

Cazachevici, A., Havranek, T., és Horvath, R. (2020). Remittances and economic growth: A meta-analysis. *World Development*, 134:105021. DOI: 10.1016/j.worlddev.2020.105021.

Chami, R., Fullenkamp, C., és Jahjah, S. (2005). Are immigrant remittance flows a source of capital for development? *IMF Staff Papers*, 52(1):55–81. DOI: 10.2307/30035948.

Chao, X., Kou, G., Li, T., és Peng, Y. (2018). Jie Ke versus AlphaGo: A ranking approach using decision making method for large-scale data with incomplete information. *European Journal of Operational Research*, 265(1):239–247. DOI: 10.1016/j.ejor.2017.07.030.

Cherchye, L., Ooghe, E., és Van Puyenbroeck, T. (2008). Robust human development rankings. *The Journal of Economic Inequality*, 6(4):287–321. DOI: 10.1007/s10888-007-9058-8.

Cohen-Zada, D., Krumer, A., és Shapir, O. M. (2017). Take a chance on ABBA. IZA Műhelytanulmány, No. 10878, Institute for the Study of Labor (IZA), Bonn. http://hdl.handle.net/10419/170862.

Cohen-Zada, D., Krumer, A., és Shapir, O. M. (2018). Testing the effect of serve order in tennis tiebreak. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 146:106–115. DOI: 10.1016/j.jebo.2017.12.012.

Coleman, J. S. (1971). Control of collectivities and the power of a collectivity to act. Megjelent: Lieberman, B. (szerk.): *Social Choice*, 192–225. o., Gordon and Breach, New York.

Collantine, K. és Rencken, D. (2018). Revealed: The winners and losers under Liberty's 2021 F1 prize money plan. https://www.racefans.net/2018/04/11/revealed-the-winners-and-losers-under-libertys-2021-f1-prize-money-plan/.

Corvalan, A. (2018). How to rank rankings? Group performance in multiple-prize contests. *Social Choice and Welfare*, 51(2):361–380. DOI: 10.1007/s00355-018-1120-x.

Crawford, G. és Williams, C. (1985). A note on the analysis of subjective judgment matrices. *Journal of Mathematical Psychology*, 29(4):387–405. DOI: 10.1016/0022-2496(85)90002-1.

Cross, J. P. (2013). Everyone's a winner (almost): Bargaining success in the Council of Ministers of the European Union. *European Union Politics*, 14(1):70–94. DOI: 10.1177/1465116512462643.

Croucher, S. (2015). The future of lifestyle migration: Challenges and opportunities. *Journal of Latin American Geography*, 14(1):161–172.

Csató, L. (2013a). Páros összehasonlításokon alapuló rangsorolási módszerek. *Szigma*, XLIV(3-4):155–198.

Csató, L. (2013b). Ranking by pairwise comparisons for Swiss-system tournaments. *Central European Journal of Operations Research*, 21(4):783–803. DOI: 10.1007/s10100-012-0261-8.

Csató, L. (2015). A graph interpretation of the least squares ranking method. *Social Choice and Welfare*, 44(1):51–69. DOI: 10.1007/s00355-014-0820-0.

Csató, L. (2016). Felsőoktatási rangsorok jelentkezői preferenciák alapján. *Közgazdasági Szemle*, LXIII(1):27–61. DOI: 10.18414/KSZ.2016.1.27.

Csató, L. (2017). On the ranking of a Swiss system chess team tournament. *Annals of Operations Research*, 254(1-2):17–36. DOI: 10.1007/s10479-017-2440-4.

Csató, L. (2019a). Csalásbiztosságot sértő sportszabályok. *Szigma*, XLX(1-2):17–33.

Csató, L. (2019b). Journal ranking should depend on the level of aggregation. *Journal of Informetrics*, 13(4):100975. DOI: 10.1016/j.joi.2019.100975.

Csató, L. (2021). A comparison of penalty shootout designs in soccer. *4OR*, 19:183–198. DOI: 10.1007/s10288-020-00439-w.

Csató, L. (2021). Pontozási rendszerek szimulációs összehasonlítása. *Közgazdasági Szemle*, LXVIII(7-8):847–862. DOI: 10.18414/KSZ.2021.7-8.847.

Csató, L. (2021). *Tournament Design: How Operations Research Can Improve Sports Rules*. Palgrave Macmillan, Cham.

Csató, L. és Petróczy, D. G. (2018). Néhány gondolat a labdarúgás rangsorolási szabályairól a 2018. évi labdarúgó-világbajnokság európai selejtezője kapcsán. *Közgazdasági Szemle*, LXV(6):632–649. DOI: 10.18414/KSZ.2018.6.632.

Csató, L. és Petróczy, D. G. (2019). Hogyan tehető igazságosabbá a labdarúgó mérkőzéseket követő büntetőpárbaj? *Statisztikai Szemle*, 97(8):779–798. DOI: 10.20311/stat2019.8.hu0779.

Csató, L. és Petróczy, D. G. (2021). On the monotonicity of the eigenvector method. *European Journal of Operational Research*, 292(1):230–237. DOI: 10.1016/j.ejor.2020.10.020.

Csató, L. és Petróczy, D. G. (2022). Fairness in penalty shootouts: Is it worth using dynamic sequences? Műhelytanulmány. arXiv: 2004.09225.

Csató, L. és Tóth, Cs. (2020). University rankings from the revealed preferences of the applicants. *European Journal of Operational Research*, 286(1):309–320. DOI: 10.1016/j.ejor.2020.03.008.

Csóka, P. (2003). Koherens kockázatmérés és tőkeallokáció. *Közgazdasági Szemle*, L(10):855–880.

Csóka, P., Herings, P. J.-J., és Kóczy, L. Á. (2009). Stable allocations of risk. *Games and Economic Behavior*, 67(1):266–276. DOI: 10.1016/j.geb.2008.11.001.

Da Silva, S., Mioranza, D., és Matsushita, R. (2018). FIFA is right: the penalty shootout should adopt the tennis tiebreak format. *Open Access Library Journal*, 5(3):1–23. DOI: 10.4236/oalib.1104427.

Dagaev, D. és Sonin, K. (2018). Winning by losing: Incentive incompatibility in multiple qualifiers. *Journal of Sports Economics*, 19(8):1122–1146. DOI: 10.1177/1527002517704022.

Dávid, L. D., Remenyik, B., Molnár, C., Baiburiev, R., és Csobán, K. (2018). The impact of the Hungaroring Grand Prix on the Hungarian tourism industry. *Event Management*, 22(4):671–674. DOI: 10.3727/152599518X15300559276985.

Davis, K. E., Kingsbury, B., és Merry, S. E. (2012). Indicators as a technology of global governance. *Law & Society Review*, 46(1):71–104. DOI: 10.1111/j.1540-5893.2012.00473.x.

De Graan, J. G. (1980). Extensions of the multiple criteria analysis method of T. L. Saaty. Jelentés, National Institute for Water Supply, Voorburg.

De Haas, H. (2005). International migration, remittances and development: myths and facts. *Third World Quarterly*, 26(8):1269–1284. DOI: 10.1080/01436590500336757.

de Jong, P. (1984). A statistical approach to Saaty's scaling method for priorities. *Journal of Mathematical Psychology*, 28(4):467–478. DOI: 10.1016/0022-2496(84)90013-0.

Despotis, D. K. (2005). Measuring human development via data envelopment analysis: the case of Asia and the Pacific. *Omega*, 33(5):385–390. DOI: 10.1016/j.omega.2004.07.002.

Diener, E. (1995). A value based index for measuring national quality of life. *Social Indicators Research*, 36(2):107–127. DOI: 10.1007/BF01079721.

Diener, E. és Suh, E. (1997). Measuring quality of life: Economic, social, and subjective indicators. *Social Indicators Research*, 40(1-2):189–216. DOI: 10.1023/A:1006859511756.

Echenique, F. (2017). ABAB or ABBA? The arithmetics of penalty shootouts in soccer. Műhelytanulmány. `https://pdfs.semanticscholar.org/85d0/3edc04470d5670266c075f7860c441a17bce.pdf`.

Éltető, Ö. és Köves, P. (1964). Egy nemzetközi összehasonlításoknál fellépő indexszámítási problémáról. *Statisztikai Szemle*, 42(5):507–518.

Euronews (2018). Penalty shootouts are unfair. Here's how they could be fairer. Szerző: Csató László. Július 2. `http://www.euronews.com/2018/07/02/penalty-shootouts-are-unfair-here-s-how-they-could-be-fairer-view`.

Európai Parlament (2014). EU budget explained: expenditure and contribution by member state. Letöltve: 2017. január 20. http://web.archive.org/web/20190429033152/http://www.europarl.europa.eu/news/en/headlines/eu-affairs/20141202IFG82334/eu-budget-explained-expenditure-and-contribution-by-member-state.

Európai Unió (2017). Az Európai Unióról szóló szerződés és az Európai Unió működéséről szóló szerződés egységes szerkezetbe foglalt változata. https://eur-lex.europa.eu/legal-content/HU/TXT/HTML/?uri=CELEX:12012M/TXT&from=HU.

European Commission (2008). *European Union Public Finance*. Office for Official Publications of the European Communities, Luxembourg. https://ec.europa.eu/budget/library/biblio/publications/public_fin/EU_pub_fin_en.pdf.

Eurostat (2017). EUROPOP 2013 – Population projections at national level. Letöltve: 2017. január 6. http://ec.europa.eu/eurostat/documents/276524/8602151/Eurostat_Table_tps00002+Population+projections.xls/4dcc0e4e-09ab-408a-a659-6d4b2ed122a4.

Európai Unió Tanácsa (2021). A Tanács 2021/2320 határozata. https://eur-lex.europa.eu/legal-content/hu/TXT/?uri=CELEX:32021D2320.

Európai Unió Tanácsa (2022a). Minősített többség. https://www.consilium.europa.eu/hu/council-eu/voting-system/qualified-majority/.

Európai Unió Tanácsa (2022b). Szavazatszámláló. https://www.consilium.europa.eu/hu/council-eu/voting-system/voting-calculator/.

Fain, M. és Naffa, H. (2019). Aktív befektetési stratégiák teljesítményének mérése tiszta faktorportfóliókkal. *Hitelintézeti Szemle*, 18(2):52–87. DOI: 10.25201/HSZ.18.2.5287.

Falk, A. és Fischbacher, U. (2006). A theory of reciprocity. *Games and Economic Behavior*, 54(2):293–315. DOI: 10.1016/j.geb.2005.03.001.

Fazakas, G. és Kosárka, J. (2008). Osztalékpolitikai elméletek. *Közgazdasági Szemle*, LV(9):782–806.

Fehr, E. és Schmidt, K. M. (1999). A theory of fairness, competition, and cooperation. *The Quarterly Journal of Economics*, 114(3):817–868. DOI: 10.1162/003355399556151.

Fehr, E. és Schmidt, K. M. (2006). The economics of fairness, reciprocity and altruism–experimental evidence and new theories. Megjelent: Kolm, S.-C., Ythier. J. M. (szerk.): *Handbook of the Economics of Giving, Altruism and Reciprocity*, 1. kötet, 8. fejezet, 615–691. o., North-Holland, Amsterdam. DOI: 10.1016/S1574-0714(06)01008-6.

Felsenthal, D. S. és Machover, M. (1997). The weighted voting rule in the EU's Council of Ministers, 1958–1995: Intentions and outcomes. *Electoral Studies*, 16(1):33–47. DOI: 10.1016/S0261-3794(96)00055-8.

Felsenthal, D. S. és Machover, M. (1998). *The Measurement of Voting Power*. Edward Elgar, Cheltenham.

Felsenthal, D. S. és Machover, M. (2001). The Treaty of Nice and qualified majority voting. *Social Choice and Welfare*, 18(3):431–464. DOI: 10.1007/s003550100137.

Felsenthal, D. S. és Machover, M. (2004). A priori voting power: What is it all about? *Political Studies Review*, 2(1):1–23. DOI: 10.1111/j.1478-9299.2004.00001.x.

Fertő, I., Kóczy, L. Á., Kovács, A., és Sziklai, B. R. (2020). The power ranking of the members of the Agricultural Committee of the European Parliament. *European Review of Agricultural Economics*, 47(5):1897–1919. DOI: 10.1093/erae/jbaa011.

Fűrész, D. és Rappai, G. (2018). Koncentrációs mérőszámok „sportos" szerepkörben. *Statisztikai Szemle*, 96(10):949–972. DOI: 10.20311/stat2018.10.hu0949.

FIFA (2018). IFAB's 133rd Annual Business Meeting recommends fine-tuning Laws for the benefit of the game. November 22. `http://web.archive.org/web/20200829060851/https://www.fifa.com/who-we-are/news/ifab-s-133rd-annual-business-meeting-recommends-fine-tuning-laws-for-the-benefit`.

Foster, J. E., McGillivray, M., és Seth, S. (2013). Composite indices: Rank robustness, statistical association, and redundancy. *Econometric Reviews*, 32(1):35–56. DOI: 10.1080/07474938.2012.690647.

Garcia-del Barrio, P. és Reade, J. J. (2021). Does certainty on the winner diminish the interest in sport competitions? The case of Formula One. *Empirical Economics*. DOI: 10.1007/s00181-021-02147-8.

Genest, C., Lapointe, F., és Drury, S. W. (1993). On a proposal of Jensen for the analysis of ordinal pairwise preferences using Saaty's eigenvector scaling method. *Journal of Mathematical Psychology*, 37(4):575–610. DOI: 10.1006/jmps.1993.1035.

Giuliano, P. és Ruiz-Arranz, M. (2009). Remittances, financial development, and growth. *Journal of Development Economics*, 90(1):144–152. DOI: 10.1016/j.jdeveco.2008.10.005.

Göllner, R. (2017). The Visegrád Group – A rising star post-Brexit? Changing distribution of power in the European Council. *Open Political Science*, 1(1):1–6. DOI: 10.1515/openps-2017-0001.

González-Díaz, J., Hendrickx, R., és Lohmann, E. (2014). Paired comparisons analysis: an axiomatic approach to ranking methods. *Social Choice and Welfare*, 42(1):139–169. DOI: 10.1007/s00355-013-0726-2.

González-Díaz, J. és Palacios-Huerta, I. (2016). Cognitive performance in competitive environments: Evidence from a natural experiment. *Journal of Public Economics*, 139:40–52. DOI: 10.1016/j.jpubeco.2016.05.001.

Grech, P. D. (2021). Power in the Council of the EU: organizing theory, a new index, and Brexit. *Social Choice and Welfare*, 56(2):223–258. DOI: 10.1007/s00355-020-01273-z.

Greyling, T. és Tregenna, F. (2017). Construction and analysis of a composite quality of life index for a region of South Africa. *Social Indicators Research*, 131(3):887–930. DOI: 10.1007/s11205-016-1294-5.

Gulliksen, H. (1956). A least squares solution for paired comparisons with incomplete data. *Psychometrika*, 21(2):125–134. DOI: 10.1007/BF02289093.

Haigh, J. (2009). Uses and limitations of mathematics in sport. *IMA Journal of Management Mathematics*, 20(2):97–108. DOI: 10.1093/imaman/dpn024.

Harker, P. T. (1987). Incomplete pairwise comparisons in the analytic hierarchy process. *Mathematical Modelling*, 9(11):837–848. DOI: 10.1016/0270-0255(87)90503-3.

Helliwell, J. F., Layard, R., és Sachs, J. D. (szerk.): (2017). *World Happiness Report*. Letöltve: 2021. február 1. `https://worldhappiness.report/ed/2017/`.

Herfindahl, O. C. (1950). *Concentration in the steel industry*. PhD értekezés, Columbia University, New York.

Herne, K. és Nurmi, H. (1993). The distribution of a priori voting power in the EC Council of Ministers and the European Parliament. *Scandinavian Political Studies*, 16(3):269–284. DOI: 10.1111/j.1467-9477.1993.tb00041.x.

Hirschman, A. O. (1945). *National Power and the Structure of Foreign Trade*. University of California Press, Berkeley és Los Angeles.

Hirschman, A. O. (1964). The paternity of an index. *American Economic Review*, 54(5):761–762.

Horst, P. (1932). A method for determining the absolute affective value of a series of stimulus situations. *Journal of Educational Psychology*, 23(6):418–440. DOI: 10.1037/h0070134.

Høyland, B., Moene, K., és Willumsen, F. (2012). The tyranny of international index rankings. *Journal of Development Economics*, 97(1):1–14. DOI: 10.1016/j.jdeveco.2011.01.007.

Huntington, E. V. (1938). A paradox in the scoring of competing teams. *Science*, 88(2282):287–288. DOI: 10.1126/science.88.2282.287.

IFAB (2017). *Play fair!* The IFAB strategy to develop the Laws of the Game to improve football 2017–2022. http://web.archive.org/web/20210711135739/https://www.play-fair.com/data/Strategy_Paper_EN_150dpi_Doppelseiten.pdf.

IFAB (2020). *Laws of the Game 2020/21*. The International Football Association Board. Hatályos 2020. június 1-jétől. https://resources.fifa.com/image/upload/ifablaws-of-the-game-2020-21.pdf?cloudid=d6g1medsi8jrrd3e4imp.

Inoue, T. (2018). Financial development, remittances, and poverty reduction: Empirical evidence from a macroeconomic viewpoint. *Journal of Economics and Business*, 96:59–68. DOI: 10.1016/j.jeconbus.2017.12.001.

International Monetary Fund (2009). *Balance of Payments and International Investment Position Manual*. 6. kiadás. https://www.imf.org/external/pubs/ft/bop/2007/pdf/bpm6.pdf.

Jiang, X., Lim, L.-H., Yao, Y., és Ye, Y. (2011). Statistical ranking and combinatorial Hodge theory. *Mathematical Programming*, 127(1):203–244. DOI: 10.1007/s10107-010-0419-x.

Johansson, M. (2021). Explaining cooperation in the Council of the EU before and after the Brexit referendum. *Politics and Governance*, 9(1):5–15. DOI: 10.17645/pag.v9i1.3709.

Johnston, D. F. (1988). Toward a comprehensive 'quality-of-life' index. *Social Indicators Research*, 20(5):473–496. DOI: 10.1007/BF03359553.

Judde, C., Booth, R., és Brooks, R. (2013). Second place is first of the losers: An analysis of competitive balance in Formula One. *Journal of Sports Economics*, 14(4):411–439. DOI: 10.1177/1527002513496009.

Kaiser, B. (2019). Strategy and paradoxes of Borda count in Formula 1 racing. *Decyzje*, (31):115–132. DOI: 10.7206/DEC.1733-0092.124.

Kaiser, H. F. és Serlin, R. C. (1978). Contributions to the method of paired comparisons. *Applied Psychological Measurement*, 2(3):423–432. DOI: 10.1177/014662167800200317.

Kajdi, L. (2015). Hazautalt pénzek – nemzetközi áttekintés és a főbb mérési nehézségek. *Statisztikai Szemle*, 93(4):353–375.

Kaliczka, N. és Naffa, H. (2010). Természetes jelzések a megbízó-ügynök koalíció jövedelmének hitelesítésében. *Vezetéstudomány*, 41(4):45–54. DOI: 10.14267/VEZTUD.2010.04.05.

Kapitány, B. és Rohr, A. (2014). Kivándorlás Magyarországról – egy új becslési eljárás eredményei. Megjelent: Spéder, Zs. (szerk.): *A család vonzásában – Tanulmányok Pongrácz Tiborné tiszteletére*, 67–87. o. KSH Népességtudományi Kutatóintézet, Budapest.

Karagiannis, R. és Karagiannis, G. (2020). Constructing composite indicators with Shannon entropy: The case of Human Development Index. *Socio-Economic Planning Sciences*, 70:100701. DOI: 10.1016/j.seps.2019.03.007.

Kassis, M., Schmidt, S. L., Schreyer, D., és Sutter, M. (2021). Psychological pressure and the right to determine the moves in dynamic tournaments–evidence from a natural field experiment. *Games and Economic Behavior*, 126:278–287. DOI: 10.1016/j.geb.2021.01.006.

Kemeny, J. G. (1959). Mathematics without numbers. *Daedalus*, 88(4):577–591.

Kendall, G. és Lenten, L. J. A. (2017). When sports rules go awry. *European Journal of Operational Research*, 257(2):377–394. DOI: 10.1016/j.ejor.2016.06.050.

Kendall, M. G. (1938). A new measure of rank correlation. *Biometrika*, 30(1/2):81–93. DOI: 10.1093/biomet/30.1-2.81.

Kirsch, W. (2016). Brexit and the distribution of power in the Council of the EU. CEPS online tanulmány. `https://www.ceps.eu/publications/brexit-and-distribution-power-council-eu`.

Kirsch, W., Słomczyński, W., Stolicki, D., és Życzkowski, K. (2018). Double majority and generalized Brexit: Explaining counterintuitive results. Műhelytanulmány. arXiv: 1812.07048.

Kladroba, A. (2000). Das Aggregationsproblem bei der Erstellung von Rankings. Einige Anmerkungen am Beispiel der Formel 1 Weltmeisterschaft 1998. *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, 220(3):302–314. DOI: 10.1515/jbnst-2000-0304.

Klugman, J., Rodríguez, F., és Choi, H. (2011). The HDI 2010: new controversies, old critiques. *The Journal of Economic Inequality*, 9(2):249–288. DOI: 10.1007/s10888-011-9178-z.

Kocher, M. G., Lenz, M. V., és Sutter, M. (2012). Psychological pressure in competitive environments: New evidence from randomized natural experiments. *Management Science*, 58(8):1585–1591. DOI: 10.1287/mnsc.1120.1516.

Kóczy, L. Á. (2009). Measuring voting power: The paradox of new members vs. the null player axiom. Megjelent: Rudas, I. J. és Fodor, J. (szerk.): *Towards Intelligent Engineering and Information Technology*, 67–78. o., Springer, Berlin Heidelberg. DOI: 10.1007/978-3-642-03737-5.

Kóczy, L. Á. (2011). Lisszaboni kilátások. *Közgazdasági Szemle*, LVIII(12):1045–1058.

Kóczy, L. Á. (2012). Beyond Lisbon: Demographic trends and voting power in the European Union Council of Ministers. *Mathematical Social Sciences*, 63(2):152–158. DOI: 10.1016/j.mathsocsci.2011.08.005.

Kóczy, L. Á. (2019). Döntési befolyás az Európai Unió Tanácsában: Mit hozhat a Brexit? *Alkalmazott Matematikai Lapok*, 36(2):287–293. DOI: 10.37070/AML.2019.36.2.13.

Kóczy, L. Á. (2021). Brexit and power in the Council of the European Union. *Games*, 12(2):51. DOI: 10.3390/g12020051.

Kóczy, L. Á. és Pintér, M. (2011). Az ellenzék ereje – általánosított súlyozott szavazási játékok. *Közgazdasági Szemle*, LVIII(6):543–551.

Kondratev, A. Y., Ianovski, E., és Nesterov, A. S. (2022). How should we score athletes and candidates: geometric scoring rules. Műhelytanulmány. arXiv: 1907.05082.

Krumer, A. és Lechner, M. (2017). First in first win: Evidence on schedule effects in round-robin tournaments in mega-events. *European Economic Review*, 100:412–427. DOI: 10.1016/j.euroecorev.2017.09.006.

Krumer, A., Megidish, R., és Sela, A. (2017). First-mover advantage in round-robin tournaments. *Social Choice and Welfare*, 48(3):633–658. DOI: 10.1007/s00355-017-1027-y.

Kwiesielewicz, M. (1996). The logarithmic least squares and the generalized pseudoinverse in estimating ratios. *European Journal of Operational Research*, 93(3):611–619. DOI: 10.1016/0377-2217(95)00079-8.

Lambers, R. és Spieksma, F. C. R. (2021). A mathematical analysis of fairness in shootouts. *IMA Journal of Management Mathematics*, 32(4):411–424. DOI: 10.1093/imaman/dpaa023.

Laruelle, A. és Widgrén, M. (1998). Is the allocation of voting power among EU states fair? *Public Choice*, 94(3):317–339. DOI: 10.1023/A:1004965310450.

Le Breton, M., Montero, M., és Zaporozhets, V. (2012). Voting power in the EU Council of Ministers and fair decision making in distributive politics. *Mathematical Social Sciences*, 63(2):159–173. DOI: 10.1016/j.mathsocsci.2011.11.004.

Liu, B.-C. (1976). *Quality of Life Indicators in US Metropolitan Areas*. Praeger, New York.

Lyons, K. és Darroch, G. (2016). Frexit, Nexit or Oexit? Who will be next to leave the EU. *The Guardian*. 2016. július 24. https://www.theguardian.com/politics/2016/jun/27/frexit-nexit-or-oexit-who-will-be-next-to-leave-the-eu.

Maile, S. és Griffiths, D. (2012). Longings for Berlin: Exploring the workings of the psycho-social imaginary in British migration. *Journal of Psycho-Social Studies*, 6(1):30–53.

Mercik, J. és Ramsey, D. M. (2017). The effect of Brexit on the balance of power in the European Union Council: an approach based on pre-coalitions. Megjelent: Nguyen, N., Kowalczyk, R., és Mercik, J. (szerk.): *Transactions on Computational Collective Intelligence XXVII*, 87–107. o., Springer, Berlin, Heidelberg. DOI: 10.1007/978-3-319-70647-4.

Michie, J. és Oughton, C. (2004). *Competitive Balance in Football: Trends and Effects*. Football Governance Research Centre.

Morris, D. (1979). *Measuring the Conditions of the World's Poor: The Physical Quality of Life*. Overseas Development Council, Washington, DC.

Morrissey, J. H. (1955). New method for the assignment of psychometric scale values from incomplete paired comparisons. *Journal of the Optical Society of America*, 45(5):373–378.

Mosteller, F. (1951). Remarks on the method of paired comparisons: I. The least squares solution assuming equal standard deviations and equal correlations. *Psychometrika*, 16(1):3–9. DOI: 10.1007/BF02313422.

MTA SZTAKI (2018). Hogyan tehető igazságosabbá a labdarúgó mérkőzéseket követő büntetőpárbaj? Június 18. https://www.sztaki.hu/tarsadalom/hirek/hogyan-teheto-igazsagosabba-labdarugo-merkozeseket-koveto-buntetoparbaj.

Omrani, H., Alizadeh, A., és Amini, M. (2020). A new approach based on BWM and MULTIMOORA methods for calculating semi-human development index: An application for provinces of Iran. *Socio-Economic Planning Sciences*, 70:100689. DOI: 10.1016/j.seps.2019.02.004.

Ossadnik, W. (1996). AHP-based synergy allocation to the partners in a merger. *European Journal of Operational Research*, 88(1):42–49. DOI: 10.1016/0377-2217(94)00163-4.

Pál, T. (2020). 50 éve gyilkolja a futballszurkolók idegeit, mégis imádják. Május 30. https://index.hu/sport/futball/2020/05/30/otven_eves_a_buntetoparbaj_karl_wald_antonin_panenka/.

Palacios-Huerta, I. (2012). Tournaments, fairness and the Prouhet-Thue-Morse sequence. *Economic Inquiry*, 50(3):848–849. DOI: 10.1111/j.1465-7295.2011.00435.x.

Palacios-Huerta, I. (2014). *Beautiful Game Theory: How Soccer Can Help Economics*. Princeton University Press, Princeton, New York.

Pauly, M. (2014). Can strategizing in round-robin subtournaments be avoided? *Social Choice and Welfare*, 43(1):29–46. DOI: 10.1007/s00355-013-0767-6.

Penrose, L. S. (1946). The elementary statistics of majority voting. *Journal of the Royal Statistical Society*, 109(1):53–57. DOI: 10.1111/j.2397-2335.1946.tb04638.x.

Penrose, L. S. (1952). *On the Objective Study of Crowd Behavior*. HK Lewis, London.

Petróczy, D. G. (2020). Egy életminőség-rangsor a hazautalások alapján. *Szigma*, 51(2):169–184.

Petróczy, D. G. (2021a). An alternative quality of life ranking on the basis of remittances. *Socio-Economic Planning Sciences*, 78:101042. DOI: 10.1016/j.seps.2021.101042.

Petróczy, D. G. (2021b). Teljesítményalapú pénzfelosztás a Forma–1-ben páros összehasonlításokkal. *Szigma*, LII(1):61–74.

Petróczy, D. G. és Csató, L. (2021). Revenue allocation in Formula One: a pairwise comparison approach. *International Journal of General Systems*, 50(3):243–261. DOI: 10.1080/03081079.2020.1870224.

Petróczy, D. G., Rogers, M. F., és Kóczy, L. Á. (2019). Tagkilépések és a magyar befolyás változása az Európai Unió Tanácsában. *Alkalmazott Matematikai Lapok*, 36(1):65–81.

Petróczy, D. G., Rogers, M. F., és Kóczy, L. Á. (2022). Exits from the European Union and their effect on power distribution in the Council. *Games*, 13(1):18. DOI: 10.3390/g13010018.

Pinheiro-Alves, R. és Zambujal-Oliveira, J. (2012). The Ease of Doing Business Index as a tool for investment location decisions. *Economics Letters*, 117(1):66–70. DOI: 10.1016/j.econlet.2012.04.026.

Pintér, M. (2007). Regressziós játékok. *Szigma*, XXXVIII(3-4):131–148.

Pintér, M. (2009). A Shapley-érték axiomatizálásai. *Alkalmazott Matematikai Lapok*, 26(3):289–315.

Preston, I. és Szymanski, S. (2003). Cheating in contests. *Oxford Review of Economic Policy*, 19(4):612–624. DOI: 10.1093/oxrep/19.4.612.

Rabin, M. (1993). Incorporating fairness into game theory and economics. *The American Economic Review*, 83(5):1281–1302.

Rabinowitz, G. (1976). Some comments on measuring world influence. *Conflict Management and Peace Science*, 2(1):49–55. DOI: 10.1177/073889427600200104.

Ram, R. (1982). Composite indices of physical quality of life, basic needs fulfilment, and income: A 'principal component' representation. *Journal of Development Economics*, 11(2):227–247. DOI: 10.1016/0304-3878(82)90005-0.

Ramanathan, R. és Ganesh, L. S. (1995). Using AHP for resource allocation problems. *European Journal of Operational Research*, 80(2):410–417. DOI: 10.1016/0377-2217(93)E0240-X.

Ratha, D. és Shaw, W. (2007). *South-South migration and remittances*. The World Bank.

Ravallion, M. (2012a). Mashup indices of development. *The World Bank Research Observer*, 27(1):1–32. DOI: 10.1093/wbro/lkr009.

Ravallion, M. (2012b). Troubling tradeoffs in the Human Development Index. *Journal of Development Economics*, 99(2):201–209. DOI: 10.1016/j.jdeveco.2012.01.003.

Rencken, D. és Baretto, L. (2016). Formula 1 team payments for 2016 revealed. https://www.autosport.com/f1/news/formula-1-team-payments-for-2016-revealed-4991581/4991581/.

Rencken, D. és Baretto, L. (2017). Formula 1 team payments for 2017 revealed. https://www.autosport.com/f1/news/formula-1-team-payments-for-2017-revealed-5015969/5015969/.

Rencken, D. és Collantine, K. (2018). Formula 1 teams' prize money payments for 2018 revealed. https://www.racefans.net/2018/08/01/formula-1-teams-prize-money-payments-2018-revealed/.

Rencken, D. és Collantine, K. (2019). Formula 1 teams' prize money payments for 2019 revealed. https://www.racefans.net/2019/03/03/formula-1-teams-prize-money-payments-for-2019-revealed/.

Roy, R. és Dixon, R. (2016). Workers' remittances and the Dutch disease in South Asian countries. *Applied Economics Letters*, 23(6):407–410. DOI: 10.1080/13504851.2015.1078436.

Rudi, N., Olivares, M., és Shetty, A. (2020). Ordering sequential competitions to reduce order relevance: Soccer penalty shootouts. *Plos One*, 15(12):e0243786. DOI: 10.1371/journal.pone.0243786.

Saar, M. és Saar, E. (2020). Can the concept of lifestyle migration be applied to return migration? The case of Estonians in the UK. *International Migration*, 58(2):52–66. DOI: 10.1111/imig.12601.

Saaty, T. L. (1977). A scaling method for priorities in hierarchical structures. *Journal of Mathematical Psychology*, 15(3):234–281. DOI: 10.1016/0022-2496(77)90033-5.

Saaty, T. L. (1980). *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. McGraw-Hill, New York.

Saaty, T. L. (2008). Who won the 2008 Olympics? A multicriteria decision of measuring intangibles. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 17(4):473–486. DOI: 10.1007/s11518-008-5092-8.

Saaty, T. L., Peniwati, K., és Shang, J. S. (2007). The analytic hierarchy process and human resource allocation: Half the story. *Mathematical and Computer Modelling*, 46(7-8):1041–1053. DOi: 10.1016/j.mcm.2007.03.010.

Schreyer, D. és Torgler, B. (2018). On the role of race outcome uncertainty in the TV demand for Formula 1 Grands Prix. *Journal of Sports Economics*, 19(2):211–229. DOI: 10.1177/1527002515626223.

Segal-Halevi, E. és Sziklai, B. R. (2018). Resource-monotonicity and population-monotonicity in connected cake-cutting. *Mathematical Social Sciences*, 95:19–30. DOI: 10.1016/j.mathsocsci.2018.07.001.

Sen, A. (1985). *Commodities and Capabilities*. Amsterdam:North Holland.

Sen, A. (1992). *Inequality Reexamined*. Oxford University Press.

Seth, S. és McGillivray, M. (2018). Composite indices, alternative weights, and comparison robustness. *Social Choice and Welfare*, 51(4):657–679. DOI: 10.1007/s00355-018-1132-6.

Shapley, L. S. (1953). A value for n-person games. Megjelent: Kuhn, H. W. és Tucker, A. W. (szerk.): *Contributions to the Theory of Games Volume II*, *Annals of Mathematical Studies*, 28. kötet, 307–317. o., Princeton University Press, Princeton, New Jersey. DOI: 10.1515/9781400881970-018.

Shapley, L. S. és Shubik, M. (1954). A method for evaluating the distribution of power in a committee system. *American Political Science Review*, 48(3):787–792. DOI: 10.2307/1951053.

Sitarz, S. (2013). The medal points' incenter for rankings in sport. *Applied Mathematics Letters*, 26(4):408–412. DOI: 10.1016/j.aml.2012.10.014.

Soares de Mello, J. C. C. B., Gomes, L. F. A. M., Gomes, E. G., és Soares de Mello, M. H. C. (2005). Use of ordinal multi-criteria methods in the analysis of the Formula 1 World Championship. *Cadernos EBAPE.BR*, 3(2):1–8.

Soares de Mello, J. C. C. B., Gomes Júnior, S. F., Angulo-Meza, L., és Mourão, C. L. d. O. (2015). Condorcet method with weakly rational decision makers: A case study in the Formula 1 Constructors' Championship. *Procedia Computer Science*, 55:493–502. DOI: 10.1016/j.procs.2015.07.024.

Solymosi, T. (2009). Kooperatív játékok. *Magyar Tudomány*, 170(5):547–558.

Somarriba, N. és Pena, B. (2009). Synthetic indicators of quality of life in Europe. *Social Indicators Research*, 94(1):115–133. DOI: 10.1007/s11205-008-9356-y.

Szczypińska, A. (2018). Who gains more power in the EU after Brexit? *Finance a Uver*, 68(1):18–33.

Szulc, B. (1964). Indeksy dla porównań wieloregionalnych. *Przeglad Statystyczny*, 3:239–254.

Szurovecz, I. (2019). Igazságosabban is lehetne rúgni a fociban a tizenegyeseket. Szeptember 1. `https://444.hu/2019/09/01/igazsagosabban-is-lehetne-rugni-a-fociban-a-tizenegyeseket`.

Szymanski, S. (2003). The economic design of sporting contests. *Journal of Economic Literature*, 41(4):1137–1187. DOI: 10.1257/002205103771800004.

Tasnádi, A. (2006). Osztozkodási játékok. *Szigma*, 37(3-4):143–151.

Tasnádi, A. (2007). Statikus elosztások jellemzése. *Köz-gazdaság*, 2(2):103–125.

Tasnádi, A. (2008). The extent of the population paradox in the Hungarian electoral system. *Public Choice*, 134(3-4):293–305. DOI: 10.1007/s11127-007-9228-z.

Tasnádi, A. (2014). *Igazságos elosztások*. Typotex Kiadó, Budapest. `http://etananyag.ttk.elte.hu/FiLeS/downloads/22_TASNADI_Igazsagos_elosztasok.pdf`.

Taylor, B. A. és Trogdon, J. G. (2002). Losing to win: Tournament incentives in the National Basketball Association. *Journal of Labor Economics*, 20(1):23–41. DOI: 10.1086/323930.

Thomson Reuters (2017). New penalty system gets usual result as Germany win. Május 12. `https://uk.reuters.com/article/uk-soccer-uefa-penalties-idUKKBN18730W`.

Tyburski, M. D. (2012). The resource curse reversed? Remittances and corruption in Mexico. *International Studies Quarterly*, 56(2):339–350. DOI: 10.1111/j.1468-2478.2012.00721.x.

UEFA (2017a). Comprehensive bidding regulations approved for all finals and final tournaments. Június 1. https://web.archive.org/web/20170603223013/http://www.uefa.org/mediaservices/newsid=2474545.html.

UEFA (2017b). Penalty shoot-out trial at UEFA final tournaments. Május 1. http://www.uefa.com/insideuefa/protecting-the-game/refereeing/news/newsid=2463576.html.

United Nations (2020). Human development reports. hrefhttp://hdr.undp.org/en/content/human-development-index-hdihttp://hdr.undp.org/en/content/human-development-index-hdi.

Vaidya, O. S. és Kumar, S. (2006). Analytic hierarchy process: An overview of applications. *European Journal of Operational Research*, 169(1):1–29. DOI: 10.1016/j.ejor.2004.04.028.

Van Puyenbroeck, T. és Rogge, N. (2020). Comparing regional human development using global frontier difference indices. *Socio-Economic Planning Sciences*, 70:100663. DOI: 10.1016/j.seps.2018.10.014.

van Winden, F. (2007). Affect and fairness in economics. *Social Justice Research*, 20(1):35–52. DOI: 10.1007/s11211-007-0029-9.

Vandebroek, T. P., McCann, B. T., és Vroom, G. (2018). Modeling the effects of psychological pressure on first-mover advantage in competitive interactions: The case of penalty shoot-outs. *Journal of Sports Economics*, 19(5):725–754. DOI: 10.1177/1527002516672060.

Varela, D. és Prado-Dominquez, J. (2012). Negotiating the Lisbon Treaty: Redistribution, efficiency and power indices. *Czech Economic Review*, 6(2):107–125.

Vaziri, B., Dabadghao, S., Yih, Y., és Morin, T. L. (2018). Properties of sports ranking methods. *Journal of the Operational Research Society*, 69(5):776–787. DOI: 10.1057/s41274-017-0266-8.

Vong, A. I. K. (2017). Strategic manipulation in tournament games. *Games and Economic Behavior*, 102:562–567. DOI: 10.1016/j.geb.2017.02.011.

Walthert, M. (2015). Formula 1 prize money distribution highlights inequalities in the sport. https://bleacherreport.com/articles/2503438-formula-1-prize-money-distribution-highlights-inequalities-in-the-sport.

Warntjen, A. (2017). Do votes matter? Voting weights and the success probability of member state requests in the Council of the European Union. *Journal of European Integration*, 39(6):673–687. DOI: 10.1080/07036337.2017.1332057.

Widgrén, M. (1994). Voting power in the EC decision making and the consequences of two different enlargements. *European Economic Review*, 38(5):1153–1170. DOI: 10.1016/0014-2921(94)90042-6.

Williams, C. és Crawford, G. (1980). Analysis of subjective judgment matrices. Interim report R-2572-AF, Rand Corporation, Santa Monica.

Wish, N. B. (1986). Are we really measuring the quality of life? Well-being has subjective dimensions, as well as objective ones. *American Journal of Economics and Sociology*, 45(1):93–99. DOI: 10.1111/j.1536-7150.1986.tb01906.x.

World Bank (2016). *Migration and Remittances Factbook 2016*. World Bank Group, Washington, D.C., 3. kiadás.

World Bank (2017). Brief: Migration and Remittances Data. Letöltve: 2018. május 20. `http://www.worldbank.org/en/topic/migrationremittancesdiasporaissues/brief/migration-remittances-data`.

Yang, D. és Choi, H. (2007). Are remittances insurance? Evidence from rainfall shocks in the Philippines. *The World Bank Economic Review*, 21(2):219–248. DOI: 10.1093/wber/lhm003.