Kuncz Izabella

Gazdasági növekedés a demográfiai osztalékok tükrében

Makroökonómia Tanszék

Témavezető:

Berde Éva, CSc

egyetemi tanár

Budapesti Corvinus Egyetem

Általános és Kvantitatív Közgazdaságtan Doktori Iskola

Gazdasági növekedés a demográfiai osztalékok tükrében

doktori értekezés

Kuncz Izabella

Budapest, 2019

Tartalomjegyzék

Ábrák jegyzéke

Táblázatok jegyzéke

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretném megköszönni témavezetőmnek, Berde Évának, hogy elindított a kutatói pályán, és hogy segítségére, támogatására mindig számíthattam. A közös munka során nagyon sokat tanultam tőle.

Köszönettel tartozom továbbá Szabó-Bakos Eszternek és Bessenyei Istvánnak a hasznos tanácsaikért és javaslataikért, illetve kollégáimnak – főként Major Klárának, Mihályi Péternek és Varga Gergelynek – a szakmai segítségért és biztatásért. Végül hálával tartozom a családomnak, akik végigkísértek az úton.

1. fejezet

Bevezetés

A népesség öregedése, azaz az alacsony születésszám és a növekvő várható élettartam miatt bekövetkező demográfiai folyamat, egyre hangsúlyosabb szerepet kap a közgazdasági kutatásokban. A világ számos országában növekszik az idős korosztály részaránya, és az előrejelzések szerint ez a tendencia az elkövetkező évtizedekben sem fog változni. A népesség korszerkezetének átalakulása már nem csak a fejlett, de a fejlődő országokban is egyre súlyosabb problémákat vetít előre, hiszen egy idő után fenntarthatatlanná teszi a jelenlegi társadalombiztosítási rendszert, és lelassíthatja a gazdasági növekedést.

A szakirodalom általában Thompson (1929) elméletéből eredően a demográfiai átmenet négy fázisát különbözteti meg. Van de Kaa (2010) alapján az első fázist magas születésszám jellemzi, melyhez szintén magas halálozási ráta társul, de összességében enyhe népességnövekedés vagy bizonyos időszakokban a népességszám stagnálása figyelhető meg. A második fázisban az életkörülmények javulásának és az egészségügy fejlődésének köszönhetően a halálozási ráta csökkenni kezd, viszont a termékenységi ráta továbbra is magas, így a természetes szaporodás miatt nagyobb mértékben növekszik a népesség. Ezt követi a harmadik fázis, mikor a csecsemő- és gyermekhalandóság mérséklődése miatt egyre kevesebb gyermeket hoznak már világra, így a születésszám és halálozás közti különbség csökkenésével a népességnövekedés lassulni kezd. Végül a negyedik fázisban a termékenységi ráta további csökkenése után a természetes szaporodás olyannyira visszaesik, hogy a népességszám nem emelkedik tovább, sőt akár természetes fogyás is elindulhat. Magyarország az 1980-as évek eleje óta – számos fejlett gazdasággal együtt – már ez utóbbi, negyedik fázisban tart, és bár a fejlődő országok többsége még a harmadik fázisban jár, a születésszám további várható csökkenése miatt hamarosan elérik a demográfiai átmenet negyedik fázisát.

A témakör szakirodalma szerteágazó, de a legtöbb tanulmány a növekvő egészségügyi illetve nyugdíjkiadásokra hívja fel a figyelmet, melyek egyre nagyobb terhet rónak a munkaképes generációra, és növelik a fenntarthatatlanságból fakadó időskori szegénység kockázatát (lásd például Augusztinovics 2005, Simonovits 2009, Major és Varga 2013). Különböző alternatívák léteznek a nyugdíjrendszer megreformálására, ám ezek bevezetése – főként a jelenlegi felosztó-kirovó rendszer mellett – csak lépésenként lehetséges, és mindegyikben elengedhetetlen a nyugdíjkorhatár emelése.

Szintén hangsúlyos kérdés a születésszám növelésének lehetősége főként azon területeken, ahol a teljes termékenységi arány jóval a reprodukciós szint alatt mozog. Napjainkban már egyik európai országokban sem éri el a termékenységi ráta a populáció fenntartásához szükséges értéket, azaz átlagosan kevesebb mint 2,1 az egy nőre jutó születésszám, és ez hasonlóképpen alakul a többi fejlett gazdaságban is. A kutatási területhez tartozó cikkek főként a családtámogatási rendszerekre tett javaslatokkal és azok hatékonyságával foglalkoznak (Del Boca és Sauer 2009, Bick 2016, Németh 2017).

Az értekezés egy harmadik aspektusból közelíti meg a társadalom öregedéséből fakadó problémakört, ugyanis a gazdasági növekedés szakirodalmához kapcsolódva az idősödés növekedésre gyakorolt hatását vizsgálja. Nem egyértelmű, hogy az öregedés visszaveti-e az egy főre eső kibocsátás növekedési ütemét, ugyanis az a demográfiai folyamatokból adódó két – akár ellentétes – hatás eredőjeként határozható meg. Az egyik hatás a jövedelemtermelő korosztály népességen belüli részarányának, a másik pedig azok termelékenységének változásából fakad. Ha relatíve egyre kevesebb munkaképes van jelen a gazdaságban, akkor az egy főre eső kibocsátás értéke csak akkor fenntartható, illetve növelhető, ha a gazdaságilag aktívak termelékenysége kellő mértékben emelkedik.

A jólét növekedését Mason et al. (2016)-hoz hasonlóan az egy főre eső fogyasztás ($\frac{C}{N}$) bővülésével azonosítjuk, mely felírható az alábbi összetevők függvényében:

$$\frac{C}{N} = \frac{N^Y}{N} \cdot \frac{Y}{N^Y} \cdot \frac{C}{Y}, \tag{1.1}$$

ahol $\frac{N^Y}{N}$ a munkaképesek létszámának teljes népességen belüli aránya, ami egyfajta eltartási rátaként értelmezhető, ha a számláló a potenciális jövedelemtermelőket, a nevező pedig a fogyasztókat, vagyis a teljes népességet mutatja. Az eltartási rátának több más megközelítési módja is ismert, illetve alkalmazott az öregedés mérőszámaként. Erről bővebben lásd az F.1. Függeléket. $\frac{Y}{N^Y}$ az egy munkaképes korúra jutó kibocsátás, ami a munkaképes korosztály termelékenységével azonosítható, és $\frac{C}{Y}$ a jövedelem fogyasztásra fordított hányada, azaz a fogyasztási ráta. Az értekezés alapvetően neoklasszikus feltevésekkel él, így teljes foglalkoztatottságot feltételezünk a modellekben. Az (1.1) egyenlet alapján az egy főre eső fogyasztás növekedési rátája e három tényező növekedési rátájának összege. Az első tényezőt, azaz az eltartási ráta változását első demográfiai osztaléknak nevezzük, a második és harmadik tag szorzatának – azaz az egy munkaképes egyén által átlagosan megtermelt jövedelem elfogyasztott hányadának – változása pedig az úgynevezett második demográfiai osztalék. Az értekezés e két demográfiai osztalékon keresztül vizsgálja a társadalmi öregedés gazdasági növekedésre gyakorolt hatását.

A 2. fejezet Berde és Kuncz (2014) szerkesztett változata, melyben részletesen elemezzük az első demográfiai osztalék alakulását, és számszerűsítjük azt Magyarországra vonatkozóan. Az első osztalékot az eltartási ráta változása határozza meg, melyhez egy nemzeti transzferszámlákon alapuló, korrigált eltartási rátát alkalmazunk, mely koréves fogyasztási és jövedelemtermelő jellemzőkkel súlyozza a korcsoportok létszámát. Egyrészt felhívjuk a figyelmet ezen súlyok szerepére, illetve az elérhető adatok mellett a mutató valódi jelentésére. Másrészt megmutatjuk, hogy Magyarországon két rövidebb periódustól eltekintve – Ratkó-gyerekek és Ratkó-unokák munkaképes korba lépése – az első osztalék értéke negatív, és a 2030-as évekig a további csökkenése várható. Tehát a létszámarányok ilyen irányú változása lassítja a gazdasági növekedést.

A 3. fejezet Berde és Kuncz (2017) szerkesztett változata, melyben a második demográfiai osztalék, vagyis a termelékenység növekedésének egyik mozgatórugója, a humán tőke kerül előtérbe. Egy együttélő nemzedékekkel bővített modellt építünk Lee és Mason (2010) alapján, melynek központi eleme a beckeri mennyiségi–minőségi csere (Becker 1960). Ez utóbbi röviden arra utal, hogy kevesebb gyermek esetén a szülők többet tudnak egy gyermekre fordítani, mint a nagyobb családban élők, így nagyobb mennyiségű humán tőkét képesek biztosítani részükre. Ezáltal a felnövő generáció egyre kisebb létszáma kompenzálható a termelékenységük növekedésével, így összességében akár pozitív hatása is lehet a születésszám csökkenésének a gazdasági növekedésre. Exogén termékenységi és túlélési ráták, valamint egymástól eltérő demográfiai folyamatok mellett az egy főre eső kibocsátás alakulásának szimulálására alkalmazzuk a modellt. Az eredmények alapján megállapítjuk, hogy a termékenységi ráta csökkenése általában pozitívan hat az egy főre eső kibocsátás értékére, még akkor is, ha az a reprodukciós szint alá csökken, viszont megmutatjuk, hogy a termékenységnek létezik egy olyan minimális szintje a modellben, melyet elérve az egy főre eső kibocsátás növekedése már csökkenésbe fordul.

A 4. fejezet a Kuncz (2011)-ben alkalmazott modell javított és kibővített változatának alkalmazása a demográfiai osztalékok becslésére. Egy együttélő nemzedékeket tartalmazó, dinamikus sztochasztikus általános egyensúlyi modellt (*dynamic stochastic general equilibrium*, DSGE) építünk Baksa és Munkácsi (2016a) alapján, melyben megjelenik a háztartási megtakarítás és a fizikai tőke felhalmozása, mint a második demográfiai osztalék másik hajtóereje. Bemutatjuk a demográfiai változókat a háztartási megtakarításokkal összekapcsoló elméleteket, valamint azt a három csatornát, melyeken keresztül a népesség számának és korösszetételének alakulása kifejtheti hatását a megtakarításokra. Ez utóbbit, illetve a modell összefüggéseinek felírását követően kiszámítjuk az első és a második demográfiai osztalékot magyar termékenységi és halálozási rátákkal, illetve 2060-ig megbecsüljük azok értékét a demográfiai előrejelzések mellett. Bár az eltartási ráta értelmezése itt eltér a 2. fejezetben alkalmazottól, mégis ahhoz hasonló, negatív értéket kapunk az első osztalékra az elkövetkező évtizedekre vonatkozóan, illetve olyan alacsony pozitív második osztalékot, mely csak bizonyos szintű technikai haladás mellett képes kompenzálni az előbbit.

Az értekezés felépítése tehát a következő: a bevezetés után elsőként az első demográfiai osztalékkal foglalkozunk, és számszerűsítjük azt Magyarországra vonatkozóan nemzeti transzferszámlákon alapuló koréves adatok alapján. Ezt követően a második osztalékra térünk át, melyet először a humán tőkén, majd a fizikai tőkén és megtakarításokon keresztül érvényesítünk. Végül egy együttélő nemzedékeket tartalmazó modell segítségével megbecsüljük a két osztalék értékét Magyarországon. Összegzésként az utolsó fejezetben röviden összefoglaljuk az értekezés eredményeit.

2. fejezet

Az első demográfiai osztalék és magyarországi alakulása

2.1. Bevezetés

A közgazdaságtan nagy utat járt be, míg a Harrod (1939) és Domar (1946) típusú modellektől Solow (1956) és Swan (1956) modelljén át, majd a lakosság inhomogenitását is figyelembe vevő együttélő nemzedékeket tartalmazó modellek (Samuelson 1958, Diamond 1965) után, a Yaari (1965), Blanchard (1985) valamint a Barro (1991, 1997)-féle modelleken keresztül eljutott a Lee (1980, 1994), Bloom és Williamson (1998), Feyrer (2007), valamint Mason és Lee (2007) típusú, kifejezetten a lakossági korosztályok népességszámának, fogyasztásának és jövedelmének módosulásán alapuló növekedési modellekhez.

Ebben a fejezetben a demográfiai átmenetet tartalmazó, nemzeti transzferszámlákon alapuló növekedési modellekkel foglalkozunk, illetve az ilyen típusú modellek által meghatározott úgynevezett első demográfiai osztalékot bontjuk fel összetevőire. Ezek a modellek elvetik azt a korábbi implicit feltevést, miszerint a népesség kor szerinti összetétele állandó. A korosztályos népesség változására épülő közgazdasági gondolkodásnak két, egymással összefüggő irányzata van: a megtakarítások és beruházások életciklus modellezése (lásd például Lee et al. 2000, Bloom et al. 2003a, Augusztinovics 1991, valamint Simonovits 2003), és a munkavállalók termelékenységének korspecifikus változásán alapuló növekedési modellezés. Ez utóbbi részeként a nemzeti transzferszámlákkal (*National Transfer Accounts*, rövidítéssel NTA) foglalkozó irodalmak (lásd például Dramani és Ndiaye 2012, Mason és Lee 2013, Prskawetz és Sambt 2014, Gál et al. 2011) megkísérlik megbecsülni az úgynevezett demográfiai osztalék valamelyik, vagy mindkét elemének, azaz az első és második demográfiai osztalék (angolul *first and second demographic dividend*) alakulását.

Az első demográfiai osztalék azt mutatja meg, hogy a demográfiai átalakulás miatt bekövetkező korstruktúra-változás hogyan befolyásolja a gazdasági növekedést. Leegyszerűsítve ez az eltartási ráta növekedési üteméből adódó hajtóerő. Mason (2005) ennek egy speciális változatát alkalmazza, miszerint az első osztalék arra utal, hogy egy sajátos értelmezés szerint tekintett dolgozói létszám növekedési üteme (esetenként ez csökkenést is jelenthet) milyen értékkel tér el egy szintén sajátos értelmezés szerint tekintett fogyasztói létszám növekedési ütemétől (mely utóbbi szintén jelenthet csökkenést). Amennyiben az előbbi dolgozói létszám gyorsabban nő, mint a fogyasztói, akkor az első demográfiai osztalék pozitív, ellenkező esetben pedig negatív. Mind a munkavállalók, mind a fogyasztók számának sajátos értelmezése úgy történik, hogy egy munkásnak, illetve egy fogyasztónak tekintjük az előre rögzített, úgynevezett báziskorosztályba tartozó lakosok átlagos jövedelmét termelő, illetve átlagos fogyasztási értékét elfogyasztó, adott évben élő embert. Ezért az idősebb és a fiatalabb egyének jövedelemtermelés szempontjából általában kevesebbet "érnek" egy munkásnál, de fogyasztás szempontjából egyaránt jelenthetnek egynél több, vagy egynél kevesebb fogyasztót is.

A továbbiakban egyrészt megmutatjuk azt, hogy az első demográfiai osztalék ilyen módon történő számszerűsítésekor fontos a jövedelmi és fogyasztási adatok pontos értéke, és ha közelítésképpen más ország, vagy másik év jövedelmi és fogyasztási adatait használjuk, akkor az első demográfiai osztalék akár a növekedés tendenciáját tekintve is adhat téves eredményt. Emellett arra is felhívjuk a figyelmet, hogy az osztalék nagyságát annak a báziskorosztálynak a korhatára is befolyásolhatja, akiknek az átlagos jövedelmét és átlagos fogyasztását tekintjük a viszonyítási alapnak. Míg az első demográfiai osztalék a lakosság jövedelemtermelésétől és fogyasztásától függ, addig a második demográfiai osztalék a munkaképes korúak megtakarításának, idősebb koruk megélhetését finanszírozó fizikai és humán tőkeberuházásainak a függvénye. A második demográfiai osztalékkal bővebben a 3. és 4. fejezet foglalkozik.

Jelen fejezetben a demográfiai változások növekedést befolyásoló hatása a középpontba állított kérdés. A 2.2. alfejezetben ismertetjük az első demográfiai osztalék számítási módját Mason és Lee (2007) alapján, és az osztalék szempontjából kulcsfontosságú eltartási ráta definícióját. A 2.3. alfejezetben a demográfiai osztalék magyarországi alakulását mutatjuk be, adathiány miatt azzal a félrevezető módszerrel, amire a második részben hívjuk fel a figyelmet. Nem tehettünk azonban mást, mert a szükséges jövedelmi és fogyasztási adatok pillanatnyilag csak két évre vonatkozóan állnak rendelkezésre Magyarországra vonatkozóan. Rögtön meg is mutatjuk, hogy mennyivel más eredményt kaptunk volna, ha más év, vagy más ország jövedelmi és fogyasztási adatait illesztettük volna a magyar demográfiai értékek mellé. Egyelőre azonban a nemzetközi szakirodalom pontosan ezt a módszert alkalmazza, amelynek veszélyeire épp ezekkel, a Magyarországra számszerűsített különböző osztaléknagyságokkal kívánjuk felhívni a figyelmet. Végezetül a fejezet befejezéseként levonjuk a következtetéseket, és utalunk a korosztályi határok megválasztásának szerepére is.

2.2. Az első demográfiai osztalék

A továbbiakban Mason (2005) jelöléseit alkalmazva mutatjuk be azt a növekedési modellt, melyhez kapcsolódóan definiálható az első demográfiai osztalék. A modellben szükség van a figyelembe vett évek lakossági jövedelmére és fogyasztására. A jövedelem itt a munkajövedelmet jelenti, melyet a statisztikai adatgyűjtés során a nettó bérek, valamint a munkavállaló és a munkáltató által kifizetett adók és járulékok összegeként számszerűsítenek. Emellett különböző módszerekkel igyekeznek beszámítani a nem díjazott munkatevékenységek értékét is, elsősorban a háztartáson belüli munkavégzést (United Nations 2013, Gál et al. 2015). A modell számszerűsítésekor fontos szerepet játszik az egyes korosztályok fogyasztása is. Ennek az összeírása a háztartás-statisztikai felmérések segítségével készül. Az egyénileg finanszírozott fogyasztáshoz még hozzáadják a nemzeti statisztikákban feltüntetett közösségi fogyasztások értékét, elsősorban az oktatás és az egészségügyi ellátás költségét. A statisztikai részletek elemzése azonban mind a jövedelem, mind a fogyasztás vonatkozásában túlmutat jelenlegi vizsgálatunk témakörén. Ebben a fejezetben alapvetően az első demográfiai osztalék modellezésére és meghatározására koncentrálunk.

Az első demográfiai osztalékot meghatározó modellben a növekedés mércéje az egy effektív fogyasztóra jutó megtermelt jövedelem, a modell szóhasználatával az egy effektív fogyasztóra jutó kibocsátás alakulása. Az effektív fogyasztó meghatározása az alábbi (2.1)-es egyenletben egyrészt a lakosság demográfiai összetételétől, másrészt az egyes korosztályok relatív fogyasztásától függ:

$$N(t) = \sum_{a=0}^{\omega} \alpha(a,t)P(a,t). \tag{2.1}$$

A (2.1) egyenletben $N(t)$ a fogyasztók effektív száma a t. évben, ω a maximális korév, $P(a,t)$ az a életkorú populáció száma a t. évben, és $\alpha(a,t) = \frac{c(a,t)}{c(b,t)}$, korspecifikus fogyasztási együttható. A korspecifikus együtthatóban $c(a,t)$ az a éves népesség t. évi egy főre eső átlagfogyasztásának reálértéke, $c(b,t)$ pedig a 30-49 évesek életkoronkénti átlagfogyasztásának számtani átlaga szintén a t. évben. A 30-49 éveseket a továbbiakban báziskorosztálynak nevezzük. Azért alkalmazzák ezt a korosztályt az ilyen típusú modellek bázisként, mert ők már elég idősek ahhoz, hogy munkaképesek legyenek, és már nem diákok, viszont ahhoz még elég fiatalok, hogy ne legyenek köztük nyugdíjasok. Ily módon a fenti (2.1)-es képlet a társadalom adott évi összes effektív fogyasztóinak a számát fejezi ki úgy, hogy egy effektív fogyasztónak azt a hipotetikus fogyasztót tekinti, akinek a fogyasztása megegyezik a báziskorosztály átlagos fogyasztásával.

A gazdaság növekedését az egy effektív fogyasztóra jutó kibocsátás (2.2)-es egyenlettel definiált értékének a növekedése méri

$$y^n(t) = \frac{Y(t)}{N(t)}, \tag{2.2}$$

ahol $Y(t)$ az adott ország t. évi jövedelme. Értelemszerűen a modellben a gazdaság növekszik, ha $y^n(t)$ értéke t-ben növekvő. Az egy effektív fogyasztóra jutó kibocsátást felbonthatjuk a (2.3) egyenletben látható tényezőkre:

$$\frac{Y(t)}{N(t)} = \frac{L(t)}{N(t)} \cdot \frac{Y(t)}{L(t)}, \tag{2.3}$$

ahol $L(t)$ a t. évben a termelőtevékenységet végzők (általános szóhasználattal a munkások) effektív száma. Az effektív munkások száma azt jelzi, hogy a t. évben a lakosok által realizált összes munkajövedelem hányszorosa a báziskorosztály átlagos munkajövedelmének.

$$L(t) = \sum_{a=0}^{\omega} \gamma(a,t) P(a,t), \tag{2.4}$$

ahol ω a maximális korév, $P(a,t)$ az a életkorú populáció száma a t. évben, és $\gamma(a,t) = \frac{y(a,t)}{y(b,t)}$ a korspecifikus jövedelmi együttható. Ez utóbbiban $y(a,t)$ az a éves korosztály t. évi átlagos egy főre eső munkajövedelmének reálértéke[1], $y(b,t)$ pedig a 30-49 évesek – ahogy korábban elneveztük, a báziskorosztály – korosztályonkénti

[1] Az NTA módszertanát követve (United Nations 2017) eltekintünk tehát a tőkéből származó jövedelemtől. Magyarország esetében ezt egyrészt az a tény is indokolja, hogy Istenic et al. (2016) koréves adatai alapján 2010-ben a tulajdonosi- és tőkejövedelmek a 20-64 éves korosztály esetén átlagosan csak a teljes jövedelem 21%-át tették ki, míg az idősebb korosztályban ez az arány 24%. Másrészt pedig a statisztikai módszertan alapján ilyen típusú jövedelemnek kell tekinteni a saját tulajdonú lakás értékéből számított imputált lakbért is, ami Magyarországon Gál és Radó (2019) szerint ezen jövedelem túlnyomó részét alkotja, ugyanis a magyar lakosság több mint 90%-a saját tulajdonú lakásban él.

egy főre jutó jövedelmének számtani átlaga a t. évben. A (2.3) egyenletben eszerint az $\frac{L(t)}{N(t)}$ hányados az alternatív értelmezés szerint számított eltartási ráta[2].

A (2.3) egyenlet alapján az effektív fogyasztóra jutó kibocsátás növekedési üteme az alábbi tagokra bontható:

$$\hat{y}^n(t) = \hat{L}(t) - \hat{N}(t) + \hat{y}(t), \tag{2.5}$$

ahol $\hat{y}^n(t)$ az effektív fogyasztóra jutó kibocsátás növekedési üteme, $\hat{L}(t)$, $\hat{N}(t)$, $\hat{y}(t)$ pedig rendre az effektív munkások, az effektív fogyasztók, és az effektív munkásra jutó jövedelem növekedési üteme. A (2.5) egyenletbeli $\hat{L}(t) - \hat{N}(t)$ különbséget nevezzük első demográfia osztaléknak. Értéke pozitív, ha az effektív munkások száma jobban növekszik (kevésbé csökken), mint az effektív fogyasztók száma. Az egyenlet jobb oldalának utolsó tagja ($\hat{y}(t)$) pedig a második demográfiai osztalék, mellyel bővebben a 3. és 4. fejezetekben foglalkozunk.

Az első demográfiai osztalékot előnyösen befolyásolja, ha egy országban a gyerekek száma már nem, az időseké pedig még nem magas. Amikor korábbi nagy létszámú csecsemő kohorszok úgy érik el a munkaképes kort, hogy közben a születendő gyerekek száma csökken, az időseké pedig még relatíve nem magas, akkor pozitív első demográfiai osztalék várható, azaz a középen kidudorodó korfa nagy valószínűséggel pozitív demográfiai osztalékkal jár együtt.

Mason és Kinugasa (2008) számításai szerint Ázsiában 1960 és 2000 között az első demográfiai osztalék 12,5%-os effektív fogyasztóra jutó kibocsátás-növekedést eredményezett, míg a vizsgált európai országokban ugyanerre az értékre csupán 6,1%-ot kaptak. Mason (2005) pedig arról ír, hogy jelentős eltérések vannak a különböző régiók első demográfiai osztalékai közt, mert a becslések alapján 1950 és 2050 között az eltartási ráta teljes növekedési üteme a vizsgált országok közül a legmagasabb értékkel bíró Egyesült Arab Emirátusokban várhatóan 64%, ugyanakkor az összességében leglassabb növekedést produkáló Svédországban csak 3% lesz.

[2] Az öregedés hagyományos és alternatív mérési lehetőségeiről bővebben lásd az F.1. Függeléket.

Ismét tekintsük a (2.3) egyenlet $\frac{L(t)}{N(t)}$ tényezőjét, melynek a növekedési üteme az első demográfiai osztalék! Az alábbiakban ezt a hányadost $D(t)$-vel jelöljük, és két tényezőre bontjuk:

$$D(t) = \frac{L(t)}{N(t)} = \frac{\sum\limits_{a=0}^{\omega} y(a,t)P(a,t)}{\sum\limits_{a=0}^{\omega} c(a,t)P(a,t)} \cdot \frac{c(b,t)}{y(b,t)}. \tag{2.6}$$

A (2.6) egyenlet első tényezőjét $\beta(t)$-vel jelöljük.

$$\beta(t) = \frac{X(t)}{C(t)} = \frac{\sum\limits_{a=0}^{\omega} y(a,t)P(a,t)}{\sum\limits_{a=0}^{\omega} c(a,t)P(a,t)}, \tag{2.7}$$

ahol $X(t)$ a lakosság t. évi aggregált munkajövedelme, $C(t)$ pedig a fogyasztása. Amennyiben $\beta(t) = 1$, akkor az adott évben az adott társadalom épp a megtermelt jövedelmét fogyasztja el, amennyiben $\beta(t) > 1$, akkor a társadalom tartalékokat képez, és ha $\beta(t) < 1$, akkor a társadalom külső hitelből, vagy korábbi megtakarításból finanszírozza a fogyasztás egy részét. A (2.6) egyenlet második tényezője, melyre a $\zeta(t) = \frac{c(b,t)}{y(b,t)}$ jelölést alkalmazzuk, a báziskorosztály egységnyi átlagjövedelmére jutó átlagfogyasztását mutatja. Mivel várhatóan a bázis korosztály finanszírozza a társadalom többi tagja számára fogyasztásuk jelentős részét (legalábbis az adott évi, generációk közti transzfereket tekintve) ezért a ζ értéke 1-nél kisebb.

A $D(t)$ növekedési ütemét, amit $\hat{D}(t)$-vel jelölünk, két tényezőre bonthatjuk:

$$\hat{D}(t) = \hat{\beta}(t) + \hat{\zeta}(t), \tag{2.8}$$

ahol $\hat{\beta}(t)$ az aggregált munkajövedelem és az aggregált fogyasztás hányadosának növekedési üteme, $\hat{\zeta}(t)$ pedig a báziskorosztály egységnyi átlagos munkajövedelmére jutó átlagos fogyasztásának növekedési üteme. Másképp fogalmazva a (2.8) egyenlet alapján az első demográfiai osztalék egyrészt a lakosság aggregált jövedelmének az aggregált fogyasztásához viszonyított arányától, másrészt a báziskorosztály átlagos fogyasztásának átlagos jövedelméhez viszonyított arányától, pontosabban ezen arányok növekedési ütemétől függ. Az első demográfiai osztalék értéke annál nagyobb, minél jobban nő a lakosság munkajövedelme a fogyasztáshoz képest, és a báziskorosztály relatíve minél inkább többet tud költeni saját jövedelméből saját fogyasztására.

A gazdasági növekedés vizsgálatakor az első demográfiai osztalék tartalmához hasonló, de attól többé-kevésbé eltérő kategóriákat is alkalmaznak. A demográfiai osztalék téves értelmezésének elkerülése érdekében érdemes összefoglalni ezeket a kategóriákat.

Az első demográfia osztalék, ahogy korábban is írtuk, az eltartási ráta növekedési üteme. Az eltartási ráta, azaz az egy effektív fogyasztóra jutó effektív termelők száma annál nagyobb, minél többen dolgoznak, illetve minél kevesebben fogyasztanak, minden esetben egy effektív fogyasztót, illetve egy effektív termelőt tekintve egy embernek. Hasonló mutatót kapunk, ha egyszerűen a dolgozók számát osztjuk el a fogyasztók számával, de ebben az esetben nincs különbség a 80 éves, és a 30 éves dolgozó egyén közt, továbbá fogyasztás szempontjából is ugyanúgy vesszük számba mindkét korosztály átlagos tagját.

Amennyiben a társadalom aggregált munkajövedelmét osztjuk el a társadalom aggregált fogyasztási értékével, akkor is az eltartási rátához hasonló jellegű mutatót kapunk. Ez az indikátor azt fejezi ki, hogy az adott évben a társadalom összes jövedelme a társadalom összes fogyasztásának hányad részét fedezte, értéke lehet 1-nél nagyobb, illetve kisebb is. Amennyiben 1-nél nagyobb, akkor a társadalom tartalékot képzett, 1-nél kisebb érték esetén pedig a fogyasztás egy része vagy hitelből, vagy korábbi tartalékokból történt. Természetesen ez a megközelítés erősen leegyszerűsíti a valóságot, de *ceteris paribus* esetben jól jellemzi az összefüggéseket.

Az aggregált jövedelem aggregált fogyasztással elosztott értéke azonban a fogyasztást és a jövedelmet nem viszonyítja a báziskorosztály fogyasztásához, ill.

jövedelméhez. Összehasonlíthatóságuk érdekében szokás mindkét aggregált kategóriát elosztani a báziskorosztály jövedelmével (lásd például Lee és Mason 2011, United Nations 2013), és így egymáshoz képest jól viszonyíthatóvá válik az egyes korévekben megtermelt és elfogyasztott jövedelem. Mivel a korosztályonkénti jövedelmi és fogyasztási adatok statisztikai adatforrásokból való összegyűjtése és átstrukturálása, továbbá a fogyasztási adatokhoz még szükséges felmérések elvégzése nehéz és költséges, ilyen összesítéseket viszonylag ritkán végeznek[3]. Ezért egy szokásos technika, hogy egy rögzített év korosztályos jövedelmi és fogyasztási értékeit használják több éven keresztül, és így számszerűsítik az aggregált jövedelmi és aggregált fogyasztási értékeket, illetve ezek hányadosát (lásd például Mason et al. 2009, Gál és Radó 2019). Ennek a hányadosnak a növekedési üteme nem egyezik meg az előbbiekben definiált első demográfiai osztalékkal, bár esetenként az adatok hiánya, és a korosztályos jövedelmi és fogyasztási értékek feltételezett robusztussága miatt ezt tekintik első demográfiai osztaléknak. A következő alfejezetben azonban megmutatjuk, hogy ez az értelmezés félrevezető lehet, mert a korosztályos jövedelmi és fogyasztási adatok változása más első demográfiai osztalékértékeket eredményez, mintha ezektől a változásoktól eltekintenénk.

Az eltartási rátát Cutler et al. (1990) definiálta oly módon, amire azóta is folyamatosan hivatkoznak az előbbihez hasonló modellek, illetve ahogy azt mi is alkalmaztuk. Ugyanakkor az eltartási ráta Cutler et al. (1990)-től eltérő értelmezése az irodalomban mélyebb gyökerekre nyúlik vissza. Az eltartási ráta és reciproka, a függőségi ráta, mint ahogy Gál és Vargha (2014) is összefoglalja, számos tanulmány fontos elemét képezte már Cutler et al. (1990)-es cikkének megjelenése előtt is (lásd például Kelley 1973, Ram 1982), és azóta is gyakran alkalmazzák, például ezt használja Lee (2003) is. Az eltartási ráta, illetve a függőségi ráta egyes verziói könnyebben, mások nehezebben számszerűsíthetőek, a növekedési modellek Mason és Lee (2007)-féle megközelítése azonban egyértelműen az effektív jövedelem effektív

[3]Az ENSZ égisze alatt zajló *National Transfer Accounts* – rövidítve NTA – program keretében több országban egységes módszertan alapján (lásd United Nations 2013) mérik fel és gyűjtik össze a lakossági korosztályok fogyasztási és jövedelmi adatait, az aggregátumok kiszámításához használt súlyokat. Mi is ezekkel, az NTA honlapján publikált adatokkal dolgoztunk számításaink során, melyek az alábbi linken érhetők el: www.ntaccounts.org.

fogyasztással vett hányadosát tekintik kiindulópontnak. Mivel az első demográfiai osztalék értelmezésében az eltartási rátának központi szerepe van, ezért az alábbi 2.1. táblázatban összefoglaljuk az eltartási ráta lehetséges értelmezéseit. Az 2.1. táblázatban gyakorlatilag a különböző függőségi ráták reciprokai szerepelnek, ezért az elnevezéseket is a függőségi ráták szokásos elnevezései alapján határoztuk meg.

Az 2.1. táblázatban jelzett korhatárok szerinti, létszám alapján számított különböző eltartási rátákhoz szükséges demográfiai adatokat viszonylag egyszerű meghatározni, az ENSZ adatbázisa pl. 1950-től kezdve számszerűsítette ezeket az értékeket (United Nations 2017). A jövedelmi és fogyasztási adatok azonban már sokkal kritikusabbak. Mint ahogy a bevezetésben is írtuk, a jövedelmi adatok bruttó értelemben tekintett munkajövedelmet jelentenek, a fogyasztási adatok pedig tartalmazzák mind a magán, mind a közösségi finanszírozású fogyasztást (lásd Lee és Mason 2011, és Gál et al. 2015).

2.1. táblázat. Az eltartási ráta különböző értelmezései.

Időskori eltartási ráta	$\dfrac{\sum_{a=15}^{64} P(a,t)}{\sum_{a=65}^{\omega} P(a,t)}$
Fiatalkori eltartási ráta	$\dfrac{\sum_{a=15}^{64} P(a,t)}{\sum_{a=0}^{14} P(a,t)}$
Teljes eltartási ráta	$\dfrac{\sum_{a=15}^{64} P(a,t)}{\sum_{a=0}^{14} P(a,t) + \sum_{a=65}^{\omega} P(a,t)}$
Lakossági létszám és munkaképes korúak száma alapján	$\dfrac{\sum_{a=15}^{64} P(a,t)}{\sum_{a=0}^{\omega} P(a,t)}$
Lakossági összes jövedelem és összes fogyasztás alapján	$\dfrac{\sum_{a=0}^{\omega} y(a,t)P(a,t)}{\sum_{a=0}^{\omega} c(a,t)P(a,t)}$
Effektív fogyasztók és effektív dolgozók száma alapján	$\dfrac{\sum_{a=0}^{\omega} \gamma(a,t)P(a,t)}{\sum_{a=0}^{\omega} \alpha(a,t)P(a,t)}$

Megjegyzés: A korosztályi határokat az irodalom az ifjú kornál leggyakrabban 15, az időseknél 65 évben rögzíti, de más korhatárok is alkalmazhatóak. Az függőségi ráták a táblázatban bemutatott eltartási ráták reciprokai. A jelölések értelmezése az eddig használt képletek magyarázatánál található.

Az 2.1. táblázat különböző eltartási rátáit használva a demográfia osztalék meghatározására, a gazdasági növekedés más és más aspektusait vizsgálhatjuk. Ha például növekszik a 15-64 évesek aránya a 15 évnél fiatalabbak és a 64 évnél öregebbekhez képest, illetve a teljes lakossághoz képest, az azt jelenti, hogy relatíve a korábbiaknál többen munkaképesek, ami egyúttal a gazdasági bővülés lehetőségét is magában hordozza. A lehetőség azonban nem azonos a megvalósult növekedéssel, ehhez az erőforrások megfelelő kihasználása is szükséges. A 15-64 évesek arányának növekedése a 15 évnél fiatalabbakhoz képest pedig önmagában még nem is jelenti a munkaképes korúak arányának emelkedését, mert az idősek számának relatív növekedése ellentétes irányban hathat. Mindezek az állítások akkor is igazak maradnak, ha a kívülről bevitt korhatárokat módosítjuk, pl. a 15 év helyett a 20 évet tekintjük a munkavállalás kezdő életkorának. A lakosság aggregált munkajövedelmének aránya az aggregált fogyasztási értékhez képest már egyértelműen jelzi, hogy az adott évben a gazdaság relatíve hogy teljesített. Ezt az arányszámot gyakran használják a növekedési modellek eltartási rátája helyett, bár, mint ahogy korábban is írtuk, a Cutler et al. (1990) gondolatai alapján szerkesztett eltartási ráta ezt a törtet még megszorozza egy másik törttel, a báziskorosztály átlagos fogyasztásának és átlagos jövedelmének hányadosával. Ezáltal a báziskorosztály tevékenysége, mind a munkavégzést, mind a fogyasztást illetően, kétszer is szerepet kap az eltartási rátában. Egyszer az aggregált jövedelem és aggregált fogyasztás számszerűsítésekor, egyszer pedig a báziskorosztályra vonatkozó értékek meghatározásakor.

2.3. Az első demográfiai osztalék magyarországi alakulása, és a számításnál használt súlyok szerepe

Magyarországra vonatkozóan a Cutler et al. (1990) gondolatai alapján definiált eltartási ráta számszerűsítéséhez szükséges jövedelmi és fogyasztási adatokat elsőként 2005-re publikálták egységes rendszerben (Gál és Vargha 2013), és a minden évre rendelkezésre álló korosztályos demográfiai adatok mellett az eltartási ráta kiszámításakor mi is ezekre az értékekre támaszkodtunk. Ez egyben azt is jelenti, hogy a magyar osztalékértékek kiszámításakor a jövedelmi és fogyasztási adatok vonatkozásában a Gál és Vargha (2013)-ban publikált adatokat használtuk[4].

Az eltartási rátát azért kívántuk meghatározni, hogy végül első demográfiai osztalékot számoljunk. A 2.1. táblázat utolsó sorában megadott, effektív fogyasztók és effektív dolgozók száma alapján definiált eltartási ráta számszerűsítése helyett, mivel nem állnak rendelkezésünkre koréves jövedelmi és fogyasztási adatok minden évre, csak a közelítő értékek meghatározása jöhet szóba, és emiatt az így kapott növekedési ütem csak több-kevesebb pontosságú becslése az ily módon meghatározott első demográfiai osztaléknak. A 2.1. ábra ennek a becsült első demográfiai osztaléknak az időbeli alakulását mutatja Magyarországon. A jövőbeli népességértékek esetében az Eurostat (2018) előrebecsléseit használtuk. Hasonló eredményeket kapott többek között a Prskawetz és Sambt (2014) és a Gál és Radó (2018) is.

A 2.1. ábra 1950 és 2080 között ábrázolja az első demográfiai osztalék alakulását, azaz az eltartási ráta éves növekedési ütemét, azon feltételezéssel, hogy 2018 és 2080 közt a népesség az Eurostat (2018) becsléseinek megfelelően alakul. Mivel mindvégig a 2005-ös év jövedelmi és fogyasztási adatai segítségével számszerűsítettük az osztalékértékeket, ezért a 2.1. ábrán tulajdonképpen a következő, $\tilde{D}$-vel jelölt mutató növekedési ütemét láthatjuk:

$$\tilde{D}(t) = \frac{\sum_{a=0}^{\omega} y(a, 2005) P(a, t)}{\sum_{a=0}^{\omega} c(a, 2005) P(a, t)}, \tag{2.9}$$

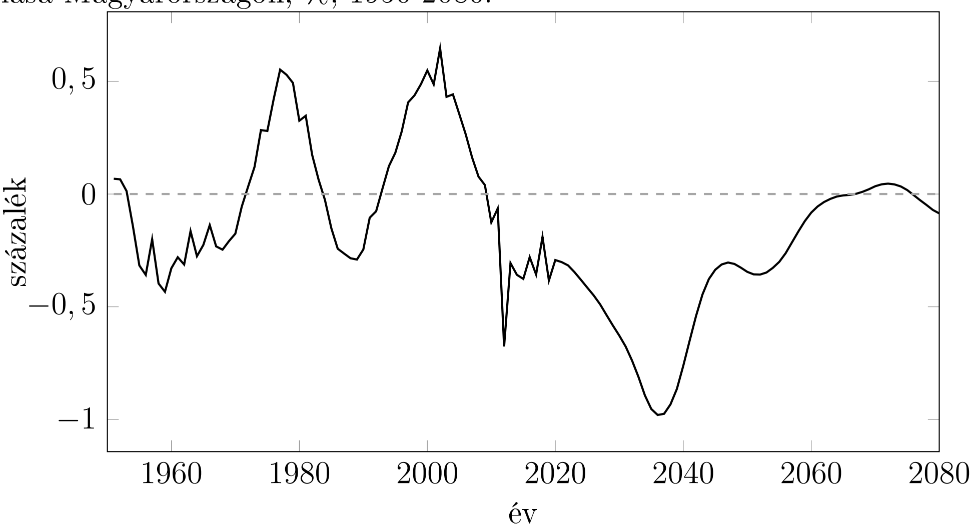
ahol a jelölések megegyeznek a (2.6) egyenlet jelöléseivel. A (2.6) és a (2.9) egyenlet alapján egyértelmű, hogy a $D(t)$ értékek nem azonosak a $\tilde{D}(t)$ értékekkel, hiszen ez utóbbiban a koréves jövedelmi és fogyasztási adatok az időben állandók viszont még így is egy súlyozott eltartási rátával számszerűsítjük az első demográfiai osztalékot. Mivel az eltartási ráta változása ez utóbbi esetben a korosztályok létszámának változásától függ, így nem képes figyelembe venni az aktív életszakasz meghosszab-

[4]Magyarországra vonatkozó koréves jövedelmi és fogyasztási adatok még 2010-re érthetők el (Istenic et al. 2016).

bodását, emiatt pesszimistább becslés kapunk, mint a (2.6) eltartási ráta mellett (Gál és Radó 2019).

Ennek megfelelően az 2.1. ábrán látható 0,265-ös nagyságú 2006-os érték is csak körülbelül jelzi azt, hogy 2006-ban az első demográfiai osztalék önmagában 0,265%-os effektív fogyasztóra jutó kibocsátás-növekedést eredményezett. Így is figyelmet érdemel azonban, hogy 1972 és 1983 közt, azaz a Ratkó-gyerekek munkaképes korúvá válásakor, illetve 1993 és 2009 közt, mikor a Ratkó-unokák gazdaságilag aktívvá válnak, pozitív a mutató értéke, a többi évben viszont negatív, és várhatóan a Ratkó-gyerekek nyugdíjba vonulásától kezdődően a 2060-as évek közepéig az is marad.

2.1. ábra. Az első demográfiai osztalék, azaz az eltartási ráta növekedési rátájának alakulása Magyarországon, %, 1950-2080.



Forrás: saját számítás Eurostat (2018), HMD (2018), KSH (2018a) és Gál és Vargha (2013) adatok alapján.

Az első demográfiai osztalék fenti módon történő közelítésének pontatlanságát jól illusztrálja következő gondolati kísérletünk. Rendre kiszámítottuk az effektív fogyasztóra jutó effektív dolgozók számát úgy, hogy a 2006-os magyar korosztályos demográfiai adatokat az NTA projektben résztvevő, és az országsúlyokat publikáló többi európai ország korosztályos jövedelmi és fogyasztási adataival szoroztuk meg. Megnéztük, hogy ily módon 2006-ban 2005-höz képest hány százalékkal változna az egy effektív fogyasztóra jutó effektív dolgozók száma, azaz mekkora lenne az első demográfiai osztalék, ha a korosztályos súlyok nem maradnának konstansok. Hangsúlyozzuk, hogy más évek, vagy más országok fogyasztási és jövedelmi adatainak használata az első demográfiai osztalék számításakor a nemzetközi szakirodalomban elfogadott technika (lásd például Mason és Lee 2006), ezért a pontatlanságot tükröző 2.2. táblázat adatait érdemes alaposabban elemezni.

2.2. táblázat. A magyar első demográfiai osztalék 2006-ban különböző országok súlyait használva, %.

A jövedelmi és fogyasztási adatok (súlyok) felvételének országa és éve						
Magyar (2005)	Osztrák (2000)	Francia (2005)	Finn (2004)	Német (2003)	Spanyol (2000)	Svéd (2003)
0,265	5,271	-1,855	3,703	-0,980	2,119	1,483

Forrás: saját számítás Eurostat (2018), HMD (2018), Lee és Mason (2011) adatok alapján.

A legtöbb országban, melyek részt vettek az NTA projektben, a fogyasztási és jövedelmi adatok számszerűsítését egy évre vonatkozóan publikálták a *National Transfer Accounts* adatbázisában [5]. Mivel ezen országok lakossági korosztályainak jövedelmi és fogyasztási adatait csak a gondolatkísérletünkhöz, a 2006-os magyar népességadatok fogyasztási és jövedelmi értékekkel való összeszorzásához használtuk, a felvételi évek különbözősége nem okozott gondot. Az eredményeket tekintve a 2.2. táblázatból azonnal kitűnik, hogy a becsült 2006-os magyar első demográfiai osztalék a -1,855 és 5,271 közti intervallumban különböző értékeket vett fel, miközben a 2005-ös magyar súlyokat használva 2006-ban az első demográfia osztalék 0,265% volt.

[5] Kivétel Ausztria, ahol négy évre vonatkozóan állnak rendelkezésünkre adatok (1995, 2000, 2005 és 2010), és Franciaország, ahol két évre végezték el a számításokat (2005 és 2011). Ezen felül Istenic et al. (2016) a *European National Transfer Accounts* projekt keretein belül 25 európai uniós országra vonatkozóan számított 2010-es koréves adatokat.

A 2.2. táblázat osztalékértékei nem csak nagyságrendileg térnek el egymástól, hanem abból a szempontból is, hogy többségük pozitív osztalékot jelez, kettő értéke viszont negatív. Azaz öt súlyozási metódussal növekedési faktort kaptunk, kettővel pedig csökkenést. Természetesen a kiszámított osztalékértékeket egyetlen szerző se tekinti mérnöki pontosságú mutatóknak, és mi sem tanácsolunk mást, mint hogy az osztalékos idősorok tendenciáját érdemes csak irányadónak tekinteni. Mégis figyelemre méltónak tartjuk, hogy azonos népességi adatok esetén, pusztán csak az egyik év súlyainak módosításakor az első demográfiai osztalék ilyen érzékeny reakcióját tapasztalhatjuk, hiszen 5% feletti pozitív érték helyett akár -1,8%-nál kisebb negatív értéket is kaphatunk.

A (2.6) egyenlet tanulmányozása magyarázatot ad az eltérő osztalékértékekre. A (2.6) egyenlet alapján az eltartási ráta nagysága ugyanis két tényezőtől, a $\beta(t)$-től és a $\zeta(t)$-től, illetve ezek növekedésétől függ. A 2.3. táblázatban feltüntettük Magyarország eredeti 2005-ös súlyaival, és a helyettesítő országok súlyaival számszerűsített β és ζ értékeket.

2.3. táblázat. A keresztsúlyozás eredményei 2006-ra vonatkozóan.

	β	ζ
Magyarország	0,8689	0,5814
Ausztria	0,9256	0,5725
Franciaország	0,8826	0,5597
Finnország	0,8592	0,6075
Németország	0,8308	0,5999
Spanyolország	0,8778	0,5855
Svédország	1,0137	0,5039

Forrás: saját számítás Eurostat (2018), HMD (2018), Lee és Mason (2011) adatok alapján.

A báziskorosztály átlagos fogyasztásának növekedése egyrészt növeli a $D(t)$-t a $\zeta(t)$ növelésével, másrészt hozzájárul a $D(t)$ csökkenéséhez is, mert a $\beta(t)$ nevezőjében a báziskorosztály fogyasztási értékeit rendre megszorozzuk a korosztályos létszámadatokkal, majd ezeket az értékeket összegezzük a nevezőben szereplő többi részszorzat értékével. A báziskorosztály átlagos jövedelmének növekedése pedig a $D(t)$ mindkét összetevőjére épp az előzővel ellentétesen hat. A báziskorosztály átlagos fogyasztásának és átlagos jövedelmének változása a $\zeta(t)$-re relatíve nagyobb hatást gyakorol, mint a $\beta(t)$-re, mert a $\beta(t)$-ben a báziskorosztályon kívül az összes többi korosztály fogyasztása és jövedelme is szerepet kap.

A báziskorosztály fogyasztási és jövedelemtermelő magatartásának módosulása következtében egyszerre növekedhet és csökkenhet is az eltartási ráta[6]. Az azonban soha nem fordul elő, hogy a báziskorosztály az eltartási ráta mindkét tényezőjét növeli, vagy csökkenti. Amennyiben a báziskorosztály magatartása növeli a $\zeta(t)$ nagyságát, akkor a $\beta(t)$-re kifejtett csökkentő hatását csak az ellensúlyozhatja, ha a lakosság többi korosztálya növeli a munkajövedelmét, és/vagy csökkenti a fogyasztását. A 2.3. táblázat osztrák súlyokkal számított értéke a magyarnál kisebb ζ-t ad, ami csökkenti az osztalékot, viszont a magyarénál jóval magasabb β jócskán kiegyensúlyozza, illetve felül is múlja ezt a hatást. A francia súlyok esetében viszont a ζ jelentősebb csökkenése mellett csak viszonylag kicsit nő a β, és mindez az osztalék komolyabb csökkenését eredményezi. Akár a 2.3. táblázat két szélsőséges értékét, akár a közbenső adatait tekintjük, egyértelmű, hogy az első demográfiai osztalék alakulására nagy hatással van a báziskorosztályon kívüli népesség fogyasztása és munkajövedelme. Amennyiben ők több jövedelemre tesznek szert, illetve kevesebbet fogyasztanak, akkor ezzel elősegítik az első demográfiai osztalék növekedését.

Mielőtt a fentiekből téves közgazdasági következtetést vonnánk le, érdemes végiggondolni, mire is vonatkozik a szóban forgó összefüggés. Ebben a fejezetben az egy effektív fogyasztóra jutó kibocsátást vizsgáltuk, és arra jutottunk, hogy ennek az értéknek a növelését elsősorban azzal tudjuk elősegíteni, ha a báziskorosztályon kívüli népesség, a 30 évnél fiatalabbak, és a 49 évnél idősebbek, több munkajövedelmet állítanak elő, és kevesebbet fogyasztanak. Az egy effektív fogyasztóra jutó kibocsátás azonban nem azonos az egy emberre jutó kibocsátással. Amennyiben

[6]Az F.2. Függelékben bebizonyítjuk, hogy egy bázis korosztálybeli kohorsz átlagos jövedelmének ceteris paribus növekedése csökkenti, egy azon kívüli kohorsz átlagos jövedelmének növekedése pedig növeli az első demográfiai osztalékot.

változatlan korosztályi létszám mellett a báziskorosztály fogyasztása csökken, ez máris megemeli az effektív fogyasztók számát, és változatlan jövedelmet feltételezve az effektív fogyasztóra jutó jövedelem visszaesését eredményezi, miközben az egy főre jutó kibocsátás nem változik. A Mason és Lee (2007) növekedési modell mindössze annyit mond, hogy változatlan effektív fogyasztói létszám mellett a fiatalabbak és az idősebbek munkajövedelmének növekedése, illetve fogyasztásának csökkenése pozitívan hat a gazdasági növekedésre.

2.4. Összegzés

Ebben a fejezetben a Mason és Lee (2007)-féle növekedési modellek által definiált első demográfiai osztalék alakulását vizsgáltuk. Először összefoglaltuk, hogy a növekedéssel foglalkozó irodalom milyen úton jutott el a demográfiai osztalékot meghatározó növekedési modellekhez, majd definiáltuk az eltartási ráta és az első demográfiai osztalék fogalmát.

Felhívtuk a figyelmet arra, hogy az időben változó korspecifikus súlyokat tartalmazó eltartási ráta számszerűsítéséhez szükséges adatok összeállítása rendkívül bonyolult, ezért az ezzel foglalkozó NTA projektben részt vevő országok többsége egyelőre csak egy-két évre vonatkozóan publikált adatokat. Ennek a problémának az áthidalására általánosan alkalmazott módszer, hogy az aktuális lakossági létszámadatok mellé egyetlen (mindig ugyanazon) év jövedelmi és fogyasztási adatait használják fel súlyozásra. Ebben a fejezetben azonban megmutattuk, hogy így tulajdonképpen egységnyi aggregált fogyasztásra jutó munkajövedelem-növekedést mérnek, ezt is úgy, hogy a lakossági jövedelmi és fogyasztási adatokat állandónak tekintik. Így az aktív életszakasz meghosszabbodását a mutató nem képes figyelembe venni, és pesszimistább képet fest az első demográfiai osztalékról.

Gondolatkísérletet végeztünk, ahol a tényleges 2005-ös magyarországi létszám-, fogyasztási és jövedelemadatok segítségével kiszámított eltartási rátát egy mesterségesen konstruált eltartási rátához hasonlítottuk. Ez utóbbit a magyar 2006-os létszámadatok és másik hat, az NTA projektben részt vevő európai ország jövedelmi és fogyasztási értékei segítségével határoztuk meg. A különböző súlyokkal különböző eltartási rátákat kaptunk, és így a ráta növekedési üteme viszonylag széles spektrumban mozgott, negatív és pozitív értékeket is felvett. Ezzel azt mutattuk meg, hogy a jövedelmi aggregátumok fogyasztási aggregátumokhoz való hasonlítása ugyan számos közgazdasági elemzésnek lehet hasznos eszköze, de az első demográfiai osztalék becslésében félrevezető következtetéseket is eredményezhet, akár a gazdasági növekedéshez való hozzájárulás előjelét illetően is.

Az első demográfia osztalék képletének vizsgálata arra a következtetésre vezetett, mely szerint a 30-49-éves, báziskorosztálynak nevezett népesség átlagos fogyasztásának emelkedése egy részről pozitívan, más részről negatívan hat az osztalék növekedésére. A báziskorosztály átlagos munkajövedelmének növekedése pedig épp ezekkel ellentétes irányú hatást fejt ki. A báziskorosztályon kívüli lakosság, azaz a fiatalabbak és az öregebbek munkajövedelmének növekedése azonban egyértelműen növeli, fogyasztásának növekedése pedig csökkenti az eltartási ráta értékét. Ezzel kapcsolatosan további kutatási kérdés, hogy az eltartási ráta mennyire érzékeny a báziskorosztály életkori határainak változtatására. Az azonban vizsgálatunkból egyértelműen kitűnik, hogy az első demográfiai osztalék növekedésében vagy csökkenésében a fiatalabbak és idősebbek jövedelemtermelő és fogyasztási szokásai kulcsfontosságú szerepet kapnak.

3. fejezet

A humán tőke szerepe a gazdasági növekedésben különböző demográfiai folyamatok mellett

3.1. Bevezetés

A gazdasági növekedés szabályosságainak feltárása, és a lehetséges jövőbeli pályák előrejelzése azóta izgatja a közgazdászokat, amióta egyáltalán kialakult a közgazdasági gondolkodás[1]. Ennek ellenére a népesség számának és struktúrájának fontosságát csak jóval később kezdték figyelembe venni a növekedési modellekben[2]. Az 1980-as évtized második felétől kezdve, ahogy az emberiség belépett a demográfiai

[1] Az első egyértelműen idézhető ilyen jellegű törekvések a klasszikus közgazdasági iskola képviselőinél jelentek meg. Smith (1776)-os munkája például nem csak a munkamegosztás előnyeit ismertette, hanem kitért arra is, hogy a munkamegosztás segítségével elérhető termelékenységnövekedés fokozza a gazdasági jólétet, és lehetővé teszi a gazdaság jövőbeli fejlődését is.

[2] Malthus (1798) ugyan kifejezetten a túlzott népességnövekedés negatív hatásaira koncentrált, de ezt a kérdéskört nem kapcsolta össze azzal, hogy a termelékenység is nőhet. A modern kori növekedési modellekben a demográfiai tényezők figyelembe vétele Solow (1956) és Swan (1956)-tal kezdődött, de már Harrod (1939)-ben is megjelent a természetes növekedési ráta fogalma. A növe-

átmenet negyedik fázisába, olyannyira fontossá vált a gazdasági folyamatok demográfiai meghatározottsága, hogy a demográfiai változókat többé már nem lehet kihagyni a növekedési modellekből.

A demográfiai átmenet negyedik fázisában (a demográfiai átmenetről lásd például Van de Kaa 2010, Frejka 2016) a világ szinte valamennyi fejlett országában folyamatosan csökken a halálozási ráta, illetve ezzel párhuzamosan a teljes termékenységi ráta (*total fertility rate* – a továbbiakban az angol rövidítésével, TFR) még a korábbiakhoz képest is alacsonyabb értékeket vesz fel. A termékenységi ráta több esetben a reprodukciós szint alá süllyedt, ami komoly jövőbeli problémákat vetít előre. Az idősödő népesség szükségleteinek fedezése, és egyáltalán, a gazdaság működőképességének fenntartása ilyen körülmények közt jelentős akadályokba ütközhet. A fejlettebb régiók termékenységi rátáinak csökkenésével egy időben ugyan egyes fejletlenebb területeken továbbra is a nagy ütemű nettó népességnövekedés jellemző, melynek oka a magas – bár általában azért a korábbiaknál alacsonyabb – termékenységi ráta mellett a halálozási ráta csökkenése. Ezekben az országokban is várható a termékenységi ráta jövőbeli csökkenése és a halálozási ráta további mérséklődése, így valószínű, hogy ideiglenesen meg fog nőni a munkaképes korú népesség aránya. Ezek a tendenciák gazdasági hajtóerőt adhatnak a szóban forgó országoknak, és érvényesülhet a korábban bemutatott első demográfiai osztalék jótékony hatása. Végeredményben akár az egyes országok gazdasági súlyának rangsora is megváltozhat.

A növekedési modellek közül a változó demográfiai tendenciákat a leginkább az úgynevezett együttélő nemzedékek modellje (angolul *overlapping generations*, továbbiakban OLG) tudja megragadni. Az OLG modelleket megalapozó Diamond (1965)-ben még exogén a születésszám változása, de már két népességi korcsoportot különböztet meg. Ezt az összefüggésrendszert Auerbach és Kotlikoff (1987) bővítette ki további korosztályokkal, majd a modellezési eszközök tovább tökéletesedtek Barro és Becker (1989)-ben. A Barro és Becker cikk a születésszámot is endogén módon kezeli, így a termékenységi rátát egyrészt a modellbeli folyamatok eredmé-

kedési modellek demográfia megközelítésének történeti sorrendjét a Függelék F3.1. táblázatában foglaljuk össze.

nyeként számszerűsítik, másrészt pedig maga is hatással van a modell változóinak alakulására.

Ebben a fejezetben mi is egy együttélő nemzedékeket tartalmazó modell segítségével vonunk le következtetéseket a gazdasági növekedés lehetséges pályáira vonatkozóan. Az általunk használt alapmodell, Lee és Mason (2010) a szokásos OLG modellekhez képest egy sajátos megközelítéssel rendelkezik. Alapja ugyan a Diamond-féle gondolat, több nemzedék egymás mellett élése, illetve a neoklasszikus növekedési modellkeret, ahol a termékenységi és halálozási ráta függvényében szimulálják a gazdasági növekedést. Az egyszerűsítés a Diamond-modellhez képest, hogy nem tartalmaz fogyasztói optimalizációt, a bővítés, illetve az újszerű vonás pedig az, hogy a humán tőke bővülése is a modell magyarázó változói közt szerepel.

Központi gondolata a Becker-féle mennyiségi–minőségi cserén alapul (Becker 1960, Becker és Lewis 1973, Willis 1973, Barro és Becker 1989, Galor és Weil 1999, Becker et al. 1999), miszerint kevesebb gyerek esetén a szülők többet költenek egy gyermekre, azaz nagyobb mennyiségű humán tőkét biztosítanak a részükre. Ennek eredményeként pedig a gyerekek felnőtté válásakor növekszik termelékenységük, így a kisebb termékenységi ráta negatív hatása ellensúlyozható. Megmutatjuk, hogy a termékenységi ráta lecsökkenhet olyan kritikus szintre is, ahol nemhogy a növekedés lehetősége kerül veszélybe, hanem a társadalom már az egy főre eső GDP szintjét se képes fenntartani. A fejezet felépítése a következő: a 3.2. alfejezetben leírjuk, hogy mit jelent a beckeri mennyiségi–minőségi csere, és erre vonatkozóan milyen elméletek léteznek. Ezt követően ismertetjük saját modellünket, és megmutatjuk, hogy az általunk felépített összefüggésrendszer milyen meggondolások alapján, és mennyiben különbözik Lee és Mason (2010)-től. Majd mesterségesen konstruált exogén termékenységi és halálozási rátákat használunk, és az előző rész modelljét alkalmazva egy főre jutó GDP pályákat szimulálunk. Leírjuk, hogy az exogén termékenységi és halálozási ráták milyen demográfiai tendenciákat fejeznek ki, és miért fontos odafigyelni arra, hogy ezek a tendenciák milyen hatással lehetnek a gazdasági növekedésre. Az összegzést a 3.5. alfejezet tartalmazza.

3.2. A Becker-féle mennyiség és minőség közti csere

A beckeri mennyiségi–minőségi csere alapgondolatát a szakirodalom Becker (1960)-tól származtatja. A mennyiségi–minőségi csere tömören összefoglalva tehát azt jelenti, hogy ha egy családban sok utód nevelkedik, akkor mind időben, mind pénzben kevesebbet költenek egyre, kevesebb utód esetén viszont lényegesen megnőnek a gyerekenkénti ráfordítások. A mennyiségi–minőségi cserét hasonló megközelítésből tárgyalja többek között Becker és Lewis (1973), Willis (1973), Galor és Weil (1999) valamint Becker et al. (1999). A téma jelenleg is rendkívül népszerű, különös tekintettel a termékenységi ráta globális méretű csökkenésére. Lee és Mason (2010) például statisztikai elemzés segítségével bizonyítja, hogy a *National Transfer Accounts* (NTA) adatbázisában szereplő országok körében a kevesebb testvérrel rendelkező gyerekek több humántőke-beruházást kapnak szüleiktől, és ily módon felnőttként hatékonyabban tudnak dolgozni, mint a nagyobb családban nevelkedő kortársaik. A termékenységi ráta csökkenése és a humántőke-beruházás növekedése közti kapcsolat adhat magyarázatot arra, hogy a termelési értékek akkor is növekedhetnek, amikor csökken a munkaképes korú népesség részaránya. Roudi-Fahimi és Kent (2007) jól összefoglalja, hogy ezzel a gondolatkörrel kapcsolatosan milyen tanulmányok születtek. Még az úgynevezett szintézis (az ok-okozati összefüggéseket komplex megközelítésben kezelő) elmélet is, amely pedig nem támogatja a Becker-féle mennyiségi–minőségi csere fogalmát (például Adelman 1963, Freedman 1963, Silver 1965, Freedman és Coombs 1966a, Freedman és Coombs 1966b, és Easterlin 1973), elfogadja, hogy a termékenységi ráta és a növekvő humántőke-beruházás történelmileg azonos időszakban valósulnak meg.

A szintézis elméleten kívüli, de a beckeri gondolatoktól elhatárolódó számos más irányzat több tényezővel magyarázza a termékenységi ráta csökkenését. Ilyenek például a női foglakoztatás növekedése, a gazdasági válságidőszakok, az emberek kényelemszeretete, a kortársak véleménye stb. (lásd például Kaplan 1994, Black et al. 2005, Ellis 2009, Luci és Thévenon 2011, Sobotka et al. 2011, Colleran et al. 2015, Dang és Rogers 2016). Lawson és Borgerhoff Mulder (2016) a látszólagos tények ellenére egyértelműen tagadja a humántőke-beruházás és a termékenységi ráta alakulása közti ok-okozati közti összefüggést, azzal azonban ez a szerzőpáros is egyetért, hogy a 19. század közepétől kezdve csökkent a termékenység és nőtt a gyerekekbe fektetett humán tőke. Guo és Zhang (2017) pedig részint Lawson és Borgerhoff Mulder (2016) cikkére reagálva megmutatja, hogy a tények téves interpretálása eredményezi azt, hogy egyes szerzők kételkednek a mennyiség–minőség közti csere elméletében.

A beckeri gondolatok vonatkozásában kivételt jelenthetne az, hogy a fejlett közösségi szektorral rendelkező országokban a testvérek számától függetlenül is valamennyi gyerek hozzájut az alapvető iskolai és egészségügyi ellátáshoz. Vargha és Donehower (2016) azonban megbecsülte az úgynevezett láthatatlan transzferek[3] – a szülők által a gyerekeknek közvetlenül juttatott gondoskodás és odafigyelés – értékét. A szerzőpáros bebizonyította, hogy a kevesebb testvér társaságában felnövő gyerekek a fejlett országokban – elsősorban a láthatatlan transzfereknek köszönhetően – jóval több gondoskodást kapnak, mint a nagy családokban élő kortársaik.

Ebben a fejezetben mi is a gyerekek száma és a humántőke-beruházás közti negatív kapcsolatra építjük modellünket, vagyis elfogadjuk a beckeri gondolatokból származó ok-okozati összefüggés elvét. Azt vizsgáljuk, hogy mi lenne, ha ez az összefüggés határozná meg egy gazdaság termelékenységét. A materiális tőke és az összes többi tényező hatását csak közvetett módon, a humán tőkén keresztül számszerűsítjük, de utalunk rá, hogy esetenként a materiális tőke bővülése a fejlődés motorja. A humán tőke szerepét vizsgáló megközelítésmód egyre gyakoribb a szakirodalomban, tekintettel az első demográfia osztalék negatívvá válására – ahogy azt a 2. fejezetben megmutattuk –, és a második demográfia osztalék – a magasabb humántőke-, és a hozzá kapcsolódó fizikaitőke-beruházásokból fakadó gazdasági növekedés – egyre hangsúlyosabb szerepére (Bloom et al. 2003a, Mason 2005, Mason et al. 2016).

[3]Magukról a láthatatlan transzferekről lásd részletesebben Gál et al. (2018)-at.

3.3. Modellünk

3.3.1. Lee és Mason (2010) és a mi modellünk közti különbségek

Együttélő nemzedékekkel bővített modellünk, akárcsak Lee és Mason (2010) erősen stilizált. Alapvető célunk az, hogy meghatározzuk a lakosság koreloszlásának (és közvetve a létszámának) hatását az egy főre jutó termelésben. A stilizáltság ellenére fontosnak tartjuk azonban, hogy a modell annyira valósághű legyen, amennyire ez csak lehetséges.

Ilyen szempontból a négy együttélő generáció figyelembe vétele Lee és Mason (2010) három generációja helyett lényegesen elősegíti a tényekhez való jobb igazodást. Három együttélő generáció mellett a harmadik időszak végéig élő egyének életüknek mindössze harmadát töltik munkában, és életük kétharmadában a többiek által biztosított transzferekből élnek. Három generáció esetén a tényleges TFR mellett bármely periódusban irreálisan sok a gyerek. Amennyiben azt feltételezzük, hogy N_t^W a dolgozók száma, és F_t a termékenységi ráta (egy emberre és nem egy nőre vonatkozóan, mint ahogy az ilyen típusú modellekben megszokott), akkor összesen $F_t \cdot N_t^W$ gyerek születik, és még egynél alig nagyobb F_t (kettőnél nagyobb TFR) esetén is aránytalanul magas lesz a legfiatalabb generáció részaránya. Négy-generációs esetben a negyedik időszak végéig élő egyének életük felét töltik munkában, és ha a két munkás generáció összlétszáma N_t^W, valamint F_t a termékenységi ráta, akkor feltéve, hogy a két dolgozó generáció hozzávetőlegesen azonos létszámú[4], csak $F_t \cdot 0,5 \cdot N_t^W$ gyerek születik, mert csak a fiatalabb munkaképesek hoznak világra gyermeket. A gyerekek társadalmon belüli aránya így már sokkal realisztikusabb, és az is jobban megfelel a valóságnak, hogy az egyének legalább életük felét – és nem csak a harmadát – a munkaerőpiacon töltik. Akik pedig a harmadik időszak után meghalnak, azok életük kétharmadában dolgoznak.

[4] A két dolgozó korosztály nagyjából azonos létszáma csak stilizált és pillanatnyi egyszerűsítés, célja, hogy a nagyságrendeket mutassa.

A fentiek következtében modellünkben nem egy, hanem két dolgozó generáció él egymással párhuzamosan: ők a modell második és harmadik generációja. A második és a harmadik generáció hasonlít egymásra, de gyerekeket csak a második generáció tud világra hozni. Emellett a harmadik generáció jövedelme valamivel magasabb, mint a második generációé. Modellünkben nem teszünk különbséget aközött, hogy a gyerekeknek (első generáció) és az időseknek (más elnevezéssel nyugdíjasoknak, azaz modellünk negyedik generációjának) családon belül, vagy újraelosztás révén juttatják a transzfert, illetve a természetbeni javakat. A juttatások összességében fedezik a gyerekek és a nyugdíjasok fogyasztását, illetve biztosítják a gyerekeknek nyújtott humántőke-beruházást. Ezeket a juttatásokat egységesen transzfernek nevezzük.

Némileg leegyszerűsítve a valóság bonyolult összefüggéseit, feltesszük, hogy modellünkben mindkét dolgozó korosztály azonos elvek alapján osztja fel jövedelmét a gyerekek transzfere, saját fogyasztása és az idősek fogyasztása közt. Ily módon egyrészt a gyerekek ellátásában mind a két dolgozó korosztály részt vesz[5], másrészt az időseknek semmifajta tartalékuk nincs, teljesen a második és harmadik korosztálytól származó transzfer biztosítja megélhetésüket.

A nem dolgozó korosztályok, azaz a gyerekek és az idősek, a mi modellünkben bizonyos modellbeli tényezőktől függő, változó alsó és felső korlátok közt kaphatnak transzfereket a dolgozóktól. A korlátok lehetővé teszik, hogy a nem dolgozók szűkös időkben is legalább minimális juttatásban részesüljenek. Emellett a korlátok azt is biztosítják, hogy akkor se kelljen a dolgozóknak erejükön felül sokat költeniük a nem dolgozókra, ha a nem dolgozók létszáma relatíve nagy. A transzferekből humántőke-beruházásra költött összeg pedig a következő periódus fiatal, és az utána következő periódus idősebb munkásainak termelékenységét befolyásolja.

Lee és Mason modelljükben a humántőke-beruházás termékenység szerinti rugalmasságát – mint a beckeri mennyiségi–minőségi csere megtestesítőjét – ugyan tényleges statisztikai adatok és ökonometriai egyenlet segítségével számszerűsítik,

[5] A modell szerint mindkét korosztály finanszírozza a gyerekek fogyasztását és humán tőkéjét, de nem feltétlen közvetlen adják át a transzfert. A modellbeli elosztást inkább úgy kell értelmezni, mint amikor egy központi újraelosztás révén kerül a gyerekekhez az összeg.

de náluk a rugalmasság értéke egy konstans, negatív előjelű szám. Mi a rugalmasság értéket nem tekintettük állandónak, hanem a termékenységi rátától tettük függővé. A számítások részleteit a 3.3.3. alfejezetben mutatjuk be.

3.3.2. Modellünk felépítése

Ahogy az előző részben írtuk, a modellbeli gazdaság négy együttélő generációt tartalmaz[6]: gyermekeket (N_t^1), fiatal dolgozókat (N_t^2), idősebb dolgozókat (N_t^3) és nyugdíjasokat (N_t^4). A fiatal dolgozó generáció minden tagjának átlagosan F_t gyermeke születik a t. periódusban. A következő periódusban a gyermekek fiatal dolgozóként gazdaságilag aktívak lesznek, a fiatal dolgozók pedig idősebb dolgozókká válnak. Végül ez utóbbiak s_t hányada éli meg a nyugdíjas kort, a többiek a harmadik időszak legvégén meghalnak. A modell demográfiai átmeneteit az alábbi egyenletek jellemzik:

$$N_t^1 = F_t \cdot N_t^2, \tag{3.1}$$

$$N_t^2 = N_{t-1}^1, \tag{3.2}$$

$$N_t^3 = N_{t-1}^2, \tag{3.3}$$

$$N_t^4 = s_t \cdot N_{t-1}^3. \tag{3.4}$$

A teljes népesség létszáma a t. periódusban: $N_t = N_t^1 + N_t^2 + N_t^3 + N_t^4$. Modellünkben – mint ahogy korábban is jeleztük – F_t az egy személyre, és nem az egy nőre vonatkozó termékenységi rátát jelöli a t. periódusban. Emiatt – stilizáltan a férfiak és nők egyenlő számát feltételezve – szimulációnkban a ténylegesen elképzelhető TFR érték felét használtuk. Modellünkben a harmadik időszak végéig senki nem hal meg, a harmadik periódust túlélők pedig csak a negyedik periódus végén halnak meg, de akkor biztosan. Ezért s_t modellünkben a harmadik periódus statisztikailag mérhető túlélési rátájának fele. A modellben F_t és s_t alakulása

[6] Az $i = 1, 2, 3, 4$ generáció t. időszaki számát N_t^i-vel jelöljük.

kulcsfontosságú. Eltekintünk a migrációtól, így a két exogén arányszám együttesen meghatározza a népesség időszakonkénti számát és struktúráját[7].

Jövedelemtermelő tevékenységet csak a két dolgozó korosztály végez, akik munkájuk után bért kapnak. A fiatal dolgozók bére (W_t^2), az általuk birtokolt humán tőke (H_t) szintjétől függ, amit az előző periódusban halmoztak fel:

$$W_t^2 = g(H_t), \tag{3.5}$$

ahol $g'(H_t) > 0$ és $g''(H_t) < 0$. Az idősebb dolgozók bére arányosan nagyobb a fiatal dolgozók bérénél, ezt jelzi a φ paraméter, melynek számításaink során használt értékét a 3.1. táblázat tartalmazza:

$$W_t^3 = f(W_t^2) = \varphi \cdot W_t^2, \tag{3.6}$$

ahol $\varphi > 1$. A gyermekek humántőke-beruházásáról a két dolgozó korosztály gondoskodik, akik jövedelmük h_t hányadát fordítják erre a célra. A t. periódusban munkaképessé váló fiatal dolgozó humán tőke mennyiségét a (3.7) egyenlet mutatja. A (3.7) egyenlet a Lee és Mason (2010)-ben használt feltételezésnek megfelelően arra épít, hogy mindenki gyerekkorban kapja meg azt a humántőke-beruházást, ami dolgozóként majd meghatározza termelékenységét[8]:

$$H_t = h(F_{t-1}) \cdot (W_{t-1}^2 + W_{t-1}^3), \tag{3.7}$$

ahol $0 < h(F_{t-1}) < 1$. Mivel csak a két dolgozó korosztály rendelkezik jövedelemmel, ők finanszírozzák a saját fogyasztásuk mellett a két eltartott generáció

[7] A könnyebb áttekinthetőség miatt az F.4. Függelék F4.1. és F4.2. táblázatában újra összefoglaljuk a modell endogén és exogén változóinak jelölését.

[8] Tehát jelen esetben eltekintünk a vállalat által biztosított továbbképzések, az élethosszig tartó tanulás, illetve a gyakorlat általi tanulás (*learning by doing*) lehetőségétől.

fogyasztását, illetve a gyermekek humántőke-beruházását is. Ennek megfelelően a költségvetési korlát:

$$W_t^2 \cdot N_t^2 + W_t^3 \cdot N_t^3 \geq C_t^1 \cdot N_t^1 + C_t^2 \cdot N_t^2 + C_t^3 \cdot N_t^3 + C_t^4 \cdot N_t^4 + H_{t+1} \cdot N_t^1. \quad (3.8)$$

A jövedelemből finanszírozott humántőke-beruházás mértéke, a korábban leírtaknak megfelelően, a termékenységi rátától függ, méghozzá a következő összefüggés alapján:

$$H_t = \alpha \cdot F_{t-1}^{\beta_{t-1}} \cdot (W_{t-1}^2 + W_{t-1}^3), \quad (3.9)$$

ahol $\alpha > 0$ a humán tőke beruházási rátája egységnyi F érték (reprodukciós ráta) mellett. β_{t-1} a humántőke-beruházás termékenység szerinti rugalmassága. Ez az az érték, melyet Lee és Mason (2010) átlagos nagyságban rögzített, mi pedig a termékenységi rátától tettük függővé. A β_{t-1} becslését a 3.3.3. alfejezetben mutatjuk be.

A két dolgozó korosztály bérének a (3.5) és a (3.6) egyenletek alapján vett specifikációja

$$W_t^2 = \gamma \cdot H_t^\delta = \gamma \cdot \left(\alpha \cdot F_{t-1}^{\beta_{t-1}} \cdot (W_{t-1}^2 + W_{t-1}^3)\right)^\delta, \quad (3.10)$$

ahol $0 < \delta < 1$, $\gamma > 0$, és behelyettesítve az (3.10) egyenletet a (3.6) egyenletbe

$$W_t^3 = \varphi \cdot \gamma \cdot \left(\alpha \cdot F_{t-1}^{\beta_{t-1}} \cdot (W_{t-1}^2 + W_{t-1}^3)\right)^\delta. \quad (3.11)$$

Külön felhívjuk a figyelmet a (3.10) és (3.11) képletek γ paraméterére, amely értékét jelenlegi modellszámításaink során Lee és Mason (2010)-hez hasonlóan 1-ben rögzítettük (lásd a 3.1. táblázatban). Amennyiben γ értéke 1-nél nagyobb (és akár időben változó), akkor ez egyfajta növekedési faktort jelent a modellben. Ez a növekedési faktor kifejezheti akár a humán tőke, akár indirekt módon a fizikai tőke hatékonyságának bővülését. Mivel pillanatnyilag az a célunk, hogy a termékenységi és halálozási ráta lehetséges változásainak hatását kövessük nyomon a humán tőke csatornáján keresztül, ezért a modellben egyetlen közvetlen hatékonyságnövelési lehetőséget használtunk ki: mégpedig a humántőke-beruházás termelési hatékonyságra kifejtett hatását. Meghagyjuk azonban annak a lehetőségét, hogy szimulációink jövőbeli újrafuttatásakor a γ paraméter 1-nél nagyobb értéket vegyen fel. Így a humán tőke hatékonyságának növekedése elkülönülten is modellezhető.

A (3.8) költségvetési korlát jelzi, hogy a különböző korosztályok csak egymás rovására költhetnek el több pénzt. Ezért modellünkbe olyan korlátokat kellett beépítenünk, melyek megakadályozzák, hogy a dolgozók által megtermelt jövedelmet az esetlegesen nagy létszámú első vagy negyedik korosztály teljességgel felélje, és ne maradjon belőle azoknak, akik megtermelték a jövedelmet. Emellett hasonló jellegű korlátra volt szükség a fordított eset megakadályozására is, azaz biztosítanunk kellett, hogy ha egy időszakban sok első és sok negyedik generációs személy van a modellben, akkor a két dolgozó korosztály legalább minimális transzfert juttasson a részükre[9]. Az alábbi (3.12) egyenlet az idősek, a (3.14) pedig a gyerekek fogyasztását szorítja alsó és felső korlátok közé, a (3.13) egyenletben definiált Ψ_t, és a (3.15)-ben meghatározott μ_t segítségével[10]. A negyedik korosztály fogyasztása:

$$C_t^4 = \Psi_t \cdot \left(W_t^2 \cdot \frac{N_t^2}{N_t^4} + W_t^3 \cdot \frac{N_t^3}{N_t^4} - H_{t+1} \cdot \frac{N_t^1}{N_t^4} \right), \tag{3.12}$$

ahol

[9]A korlátok bevezetése helyett megadhattunk volna egy maximalizálandó hasznossági függvényt, megoldva ezáltal a Lucas-kritika problémáját is (Lucas 1976), azonban mivel az értekezés ezen fejezetében az egy főre jutó GDP alakulását elemezzük majd részletesebben, a korosztályi fogyasztásokét nem, így maradunk az egyszerűbb felírásnál.

[10]A Ψ_t és μ_t arányok segítségével építettük be a modellbe az említett kifizetési korlátokat. Amennyiben a négy generáció létszáma azonos, és a rendelkezésre álló (a humán tőke kifizetése után maradó) jövedelmet egyenlően osztjuk fel közöttük, akkor minden generáció a jövedelem 25 százalékában részesül. Egyébként a relatíve kisebb létszámú generációk esetén a fogyasztásukra költött hányad a népességen belüli arányuknak megfelelően változik, de az extrém növekedés elkerülése érdekében maximum 10 százalékkal emelkedhet egy periódus alatt.

$$\Psi_t = min\left(0,25; \frac{N_t^4}{N_t}; 1,1 \cdot \frac{N_{t-1}^4}{N_{t-1}}\right). \tag{3.13}$$

Az első korosztály fogyasztása:

$$C_t^1 = \mu_t \cdot \left(W_t^2 \cdot \frac{N_t^2}{N_t^1} - \alpha \cdot F_t^{\beta_t} \cdot W_t^2\right) + \mu_t \cdot \left(W_t^3 \cdot \frac{N_t^3}{N_t^1} - \alpha \cdot F_t^{\beta_t} \cdot W_t^3\right), \tag{3.14}$$

ahol

$$\mu_t = min\left(0,25; \frac{N_t^1}{N_t}; 1,1 \cdot \frac{N_{t-1}^1}{N_{t-1}}\right). \tag{3.15}$$

Az első és negyedik korosztálynak nyújtott transzferek kifizetése után megmaradt jövedelmet a fiatalabb és az idősebb dolgozók saját fogyasztásuk fedezésére fordítják:

$$C_t^2 = (1 - \mu_t - \Psi_t)\left(W_t^2 - \alpha \cdot F_t^{\beta_t} \cdot W_t^2 \cdot \frac{N_t^1}{N_t^2}\right) \tag{3.16}$$

$$C_t^3 = (1 - \mu_t - \Psi_t)\left(W_t^3 - \alpha \cdot F_t^{\beta_t} \cdot W_t^3 \cdot \frac{N_t^1}{N_t^3}\right). \tag{3.17}$$

Érdemes külön felírni a modellbeli egy főre eső GDP képletét ((3.18) egyenlet), mely esetünkben az egy emberre jutó jövedelmet jelenti. Szimulációs pályáink ugyanis az egy főre jutó GDP alakulását határozzák meg:

$$\frac{GDP_t}{N_t} = \frac{W_t^2 \cdot N_t^2 + W_t^3 \cdot N_t^3}{N_t}. \tag{3.18}$$

Felhasználva a modell előbbi egyenleteit ((3.6) és (3.10)), a bérek dinamikája – a jövőbeli és a jelenlegi bér hányadosa – a következő összefüggésekkel adható meg:

$$\frac{W_{t+1}^2}{W_t^2} = \frac{\gamma \cdot \left(\alpha \cdot F_t^{\beta_t} \cdot (W_t^2 + W_t^3)\right)^\delta}{W_t^2} = \gamma \left(\alpha \cdot F_t^{\beta_t}\right)^\delta \cdot \frac{(W_t^2 + \varphi \cdot W_t^2)^\delta}{W_t^2} =$$
$$= \gamma \left(\alpha \cdot F_t^{\beta_t}\right)^\delta \cdot (1+\varphi)^\delta \cdot W_t^{2\delta - 1}, \quad (3.19)$$

$$\frac{W_{t+1}^3}{W_t^3} = \frac{\varphi \cdot W_{t+1}^2}{\varphi \cdot W_t^2}. \quad (3.20)$$

Állandósult állapoton a bérek változatlanságát értjük, mikor a fiatal és az idősebb dolgozók bére egyaránt konstanssá válik. Így a (3.19) összefüggés alapján a fiatal munkavállalók állandósult állapotbeli bére

$$W_t^{2*} = \left(\frac{1}{\gamma \cdot \alpha^\delta}\right)^{\frac{1}{\delta-1}} \cdot F_t^{\frac{\beta_t \delta}{1-\delta}} \cdot \left(\frac{1}{(1+\varphi)^\delta}\right)^{\frac{1}{\delta-1}}, \quad (3.21)$$

az időseké pedig – behelyettesítve a (3.21) egyenletet a (3.6)-ba

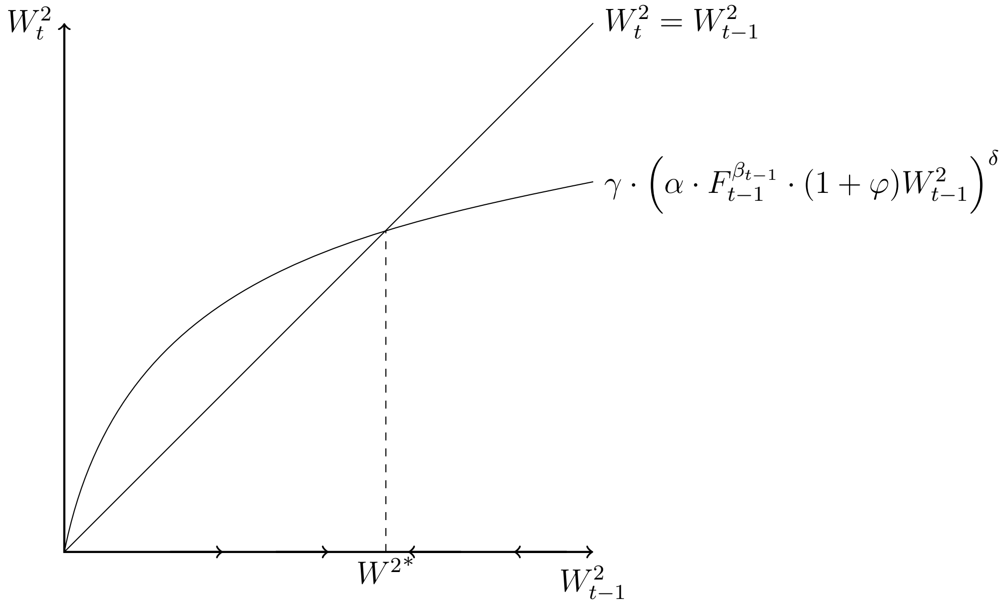
$$W_t^{3*} = \varphi \cdot \left(\frac{1}{\gamma \cdot \alpha^\delta}\right)^{\frac{1}{\delta-1}} \cdot F_t^{\frac{\beta_t \delta}{1-\delta}} \cdot \left(\frac{1}{(1+\varphi)^\delta}\right)^{\frac{1}{\delta-1}}. \quad (3.22)$$

Mivel az idősebb dolgozó korosztály bére kifejezhető a fiatalabbak bérének függvényében, így a (3.19) összefüggés alapján ábrázolható a 3.1. ábrán látható módon W_t^2 az előző időszaki W_{t-1}^2 függvényében[11]. Az ábrán megmutatható, hogy a bér állandósult állapotbeli értéke egy stabil egyensúlyi pontban határozódik meg.

[11]

$$W_t^2 = \gamma \cdot \left(\alpha \cdot F_{t-1}^{\beta_{t-1}} \cdot (1+\varphi) \cdot W_{t-1}^2\right)^\delta$$

3.1. ábra. A modell állandósult állapotának stabilitása



3.3.3. A humántőke-beruházás termékenység szerinti rugalmasságának becslése

A 3.3.1. alfejezetben már írtunk arról, hogy Lee és Mason (2010) negatív, de konstans értékben határozta meg a humántőke-beruházás termékenységi ráta szerinti rugalmasságát. A szerzőpáros az NTA adatait használva szignifikáns és negatív kapcsolatot talált a termékenységi ráta és a humántőke-beruházás közt. Erre az összefüggésre azonban csak, mint átlagosan megvalósuló kapcsolatra támaszkodtak, és az átlagos érték alapján számszerűsítették a humántőke-beruházás termékenységi ráta szerinti rugalmasságát.

Mi ehelyett a termékenységi ráta értékétől függő rugalmassággal dolgoztunk. A humántőke-beruházás nagyságát jól reprezentáló változóként az iskolákban töltött évek átlagos számát (ISCED 1 vagy magasabb szintű tanulmányok) használtuk, az UNESCO (2016) adatbázisból. A teljes termékenységi ráta értékét az United Nations (2017)-ből gyűjtöttük össze, és így végül 98 ország adata állt rendelkezésünkre[12]. Az országokat két csoportra osztottuk, az egyikbe a 2,1-es reprodukciós ráta feletti, a másikba az az alatti országok tartoztak. A két országcsoportra külön-külön a legkisebb négyzetek módszerével (OLS) regressziós becslést készítettünk. Abszolút értékben szignifikánsan nagyobb regressziós együtthatót kaptunk a magas termékenységű országok esetében: $\beta_t = -0,8348$-et, míg $\beta_t = -0,273$ volt az érték az alacsony termékenységű országok csoportjában.

Ezek után lineáris kapcsolatot[13] feltételezve a β_t és az F_t termékenységi ráta közt, β_t-t az alábbi módon határoztuk meg:

$$\beta_t = -0,4072 - 0,761 \cdot \ln F_t. \tag{3.23}$$

A (3.23) egyenlet által meghatározott értékek jól illeszkedtek a 98 ország termékenységi rátája és humántőke-beruházása által reprezentált pontokhoz, és ezért ezt az összefüggést választottuk modellünkben a humántőke-beruházás termékenységi ráta szerinti rugalmasságának becslésére. Abban az esetben, ha $F_t < 0,588$, β_t pozitív értékű lenne, ezáltal a (3.23) számú összefüggés ezen a tartományon nem felel meg annak az elméletnek, aminek alapján számszerűsítettük. A statisztikai adatok közt ilyen alacsony termékenységi ráta azonban nem fordult elő, és ilyen kis F_t értékeket szimulációnk során se használunk. További kutatások szükségesek ahhoz, hogy a Becker-féle mennyiségi–minőségi csere relevanciáját 1,176-nál kisebb TFR értékek vonatkozásában igazolják, vagy elvessék. Modellszámításaink során azonban ilyen kis termékenységi rátával egyszer se számoltunk.

[12] Így lényegesen több ország adatát tudtuk felhasználni, mint a kizárólag a NTA-ra támaszkodó Lee és Mason (2010).

[13] Feltettük, hogy a két országcsoporthoz tartozó átlagos termékenységi ráta és humántőke-beruházás (pontosabban annak logaritmusa) által meghatározott pontok összeköthetők egy egyenes vonallal. Ennek az egyenesnek a matematikai felírása látható a (3.23) egyenletben.

3.4. A termékenységi ráta, a túlélési ráta és a növekedés kapcsolata modellösszefüggéseink alapján

Modellünk struktúrája lehetővé teszi, hogy olyan szimulációs vizsgálatokat végezzünk, mely a többi tényezőtől elvonatkoztatva, pusztán csak a termékenységi ráta és a túlélési ráta változásának hatását vizsgálja az egy főre eső jövedelem alakulására. Ezek a szimulációs számítások azt mutatják, hogy ha minden más tényező változatlan lenne, akkor a két szóban forgó demográfiai mutató párosa hogyan befolyásolná az egy főre jutó GDP-t. Azaz modellünkben csak a népesség létszámát meghatározó kategóriák változnak, minden más változatlan.

Az egyszerű összefüggések feltételezésének megvannak a maguk előnyei és hátrányai is. Esetünkben a legfontosabb előnyök:

- Megtudhatjuk, hogy *ceteris paribus* milyen hatásokat implikál a termékenységi ráta és a halálozási ráta együttes változása.
- Össze tudjuk vetni, hogy a termékenységi ráta és a halálozási ráta egymáshoz képest vett különböző pályái hogyan változtatják meg az egy főre jutó termelési értékeket.
- Fel tudjuk hívni a figyelmet azokra az esetekre, amikor a demográfiai folyamatok várható alakulása veszélyes helyzetet idéz elő a gazdaságban.
- Amennyiben a demográfiai folyamatok, akár csak ideiglenesen, előnyösen befolyásolják a gazdasági növekedést, akkor az előrejelzés lehetővé teszi, hogy a pozitív tendenciákat minél hosszabb távon hasznosíthassa a gazdaság.

Az egyszerű megközelítés hátrányai pedig a következők:

- Számos olyan tényező is befolyásolhatja az egy főre jutó GDP-t, amely nem következik a termékenységi és a túlélési ráta alakulásából.
- Előrejelzéseink tévesen riadalmat kelthetnek abban az esetben, ha a demográfiai tényezők negatív hatása ellensúlyozható.

- Az esetlegesen pozitív előrejelzések tévesen utalhatnak arra, hogy semmit nem kell tennünk a gazdasági bővülés érdekében, mert a demográfiai hajtóerő ezt „magától is” elvégzi.

A továbbiakban bemutatjuk, hogy a különböző szimulált pályáinkon hogyan alakultak az egy főre jutó GDP értékek. Szimulációnk során mind a termékenységi rátát – F – mind a túlélési rátát – s – exogén módon adtuk meg[14].

Az F és s értékek exogén idősorait úgy határoztuk meg, hogy legyen olyan eset, amikor a magas termékenységi arány csökkenni kezd, amikor a nem túl magas termékenység nagyjából konstans szinten marad, illetve amikor az alacsony termékenység még tovább csökken. Ezzel párhuzamosan a túlélési ráta mindegyik esetben stagnál, vagy növekszik. Így az egyes szimulációinkban megjeleníthettük például az afrikai, az európai illetve a távol-keleti országokra jellemző demográfiai folyamatokat. Ily módon arra kerestük a választ, hogy a termékenységi ráta különböző elképzelhető pályái *ceteris paribus* hogyan befolyásolják az egy főre jutó GDP értékét, miközben a túlélési ráták nem csökkennek. Modellünkkel természetesen számos más termékenységi és halálozási idősor figyelembe vételével is készíthető szimuláció, mi elsősorban a termékenységi ráta különböző, egymáshoz képest ellentétesen alakuló képzeletbeli pályáira koncentráltunk, miközben feltettük, hogy a halálozási ráta értékei semmiképp nem romlanak.

Szimulációnkat állandósult állapotból indítottuk felhasználva a (3.1)-(3.4), (3.21) és (3.22) összefüggéseket, ahonnan a gazdaság elmozdul a termékenységi és túlélési ráta változása miatt. A paraméterek szimuláció során használt értékeit a 3.1. táblázat tartalmazza.

[14]Emlékeztető: F – az egy lakosra jutó termékenységi ráta – a várható TFR fele, s – a túlélési ráta – pedig a statisztikailag indokolt, 60 éves korra vonatkozó túlélési ráta fele, hisz a modellben a 60 éves kort megélők csak 80 évesen halnak meg, ha feltesszük, hogy egy életszakasz 20 évig tart. A szimuláció elvégezhető más, például magasabb túlélési valószínűségekkel is, de mint ahogy később látni fogjuk, a termékenységi ráta alakulása sokkal inkább befolyásolja az egy főre eső GDP alakulását, mint a túlélési ráta.

3.1. táblázat. A szimuláció során használt paraméterek

Érték	Forrás
α=0,075	Saját számítás az NTA adatbázis alapján (Lee és Mason 2011)[15]
γ=1	Lee és Mason (2010)
δ=0,33	Mankiw et al. (1992), Lee és Mason (2010)
φ=1,128	Saját számítás az NTA adatbázis alapján (Lee és Mason 2011)[16]

Lee és Mason (2010)-hez hasonlóan az induló bér az állandósult állapotban az adott paraméterek és exogén változók mellett kialakult bérértékeknek felel meg. Miután a termékenységi és túlélési ráta periódusonként változni kezd, a gazdaság elmozdul ebből az állandósult állapotból a (3.10) és (3.11) egyenleteknek megfelelően, és később – mikor F és s már nem változik – egy új állandósult állapotba konvergál. Lee és Mason (2010)-hez hasonlóan tanulmányunkban az új állandósult állapot felé tartó pályára, vagyis az átmenet időszakára koncentráltunk. Az egy főre eső GDP értékét a bérek kiszámítása után a (3.18) egyenletből kaptuk meg minden periódusban, ahol a korosztályok népességen belüli aránya a (3.1)-(3.4)

[15]Minden olyan ország értékeit – összesen 19 országét – figyelembe vettük, amelyre vonatkozóan az NTA adatbázis teljes körű adatokat tartalmazott (Amerikai Egyesült Államok 2003, Ausztria 2000, Brazília 1996, Costa Rica 2004, Dél-Korea 2000, Finnország 2004, Fülöp-szigetek 1999, India 2004, Indonézia 2005, Japán 2004, Kenya 1994, Magyarország 2005, Mexikó 2004, Nigéria 2004, Szlovénia 2004, Spanyolország 2000, Svédország 2003, Tajvan 1998, Thaiföld 2004). Úgy találtuk, hogy a humán tőke beruházási rátája (egy gyermekre jutó oktatási célú kiadások aránya egy 21-40 és egy 41-60 éves munkás jövedelmén belül) átlagosan 0,075.

[16]Itt is a teljes körű adatokkal rendelkező 19 ország adatait vettük figyelembe az NTA adatbázisában. Az tapasztaltuk, hogy egy 41-60 éves korosztályba tartozó munkás munkajövedelme átlagosan 12,8%-kal magasabb, mint egy 21-40 éves dolgozóé.

összefüggésekből adható meg az exogén termékenységi- és túlélési ráta függvényében.

Számos más szerző használta azt a modellezési technikát, hogy kibillentette a gazdaságot a stacioner állapotból, majd azt vizsgálta, hogyan alakul az új állandósult állapotba vezető pálya. Cipriani (2014) például egy OLG modell állandósult állapotából kiindulva mutatta meg először exogén, később pedig endogén termékenység mellett a növekvő élettartam várható hatását. Arra volt kíváncsi, hogy mennyi nyugdíj jut majd az idős generáció tagjainak. Becker et al. (1990) szintén az endogén termékenységgel és humán tőkével bővített modellben vizsgálta az állandósult állapotot, illetve annak stabilitását. Kalemli-Ozcan et al. (2000) a halálozási ráta módosulásának hatását elemezte változó, illetve konstans iskolázottság mellett, szintén állandósult állapotból kiindulva.

Saját modellünkben is feltettük, hogy a modellezés előtti, 0. időszakban a gazdaság stacioner állapotban volt. Ezek után periódusról periódusra változnak a termékenységi és halálozási ráták. Kérdésünk: a változások hogyan alakítják az egy főre jutó GDP nagyságát. A 3.2. táblázat az 1. és 2. szimulációs számításokban használt s és F értékeket tartalmazza a vizsgált 16 periódusban, a 3.2. ábra pedig ezekhez az (s, F) párosokhoz tartozó egy főre jutó GDP alakulását mutatja.

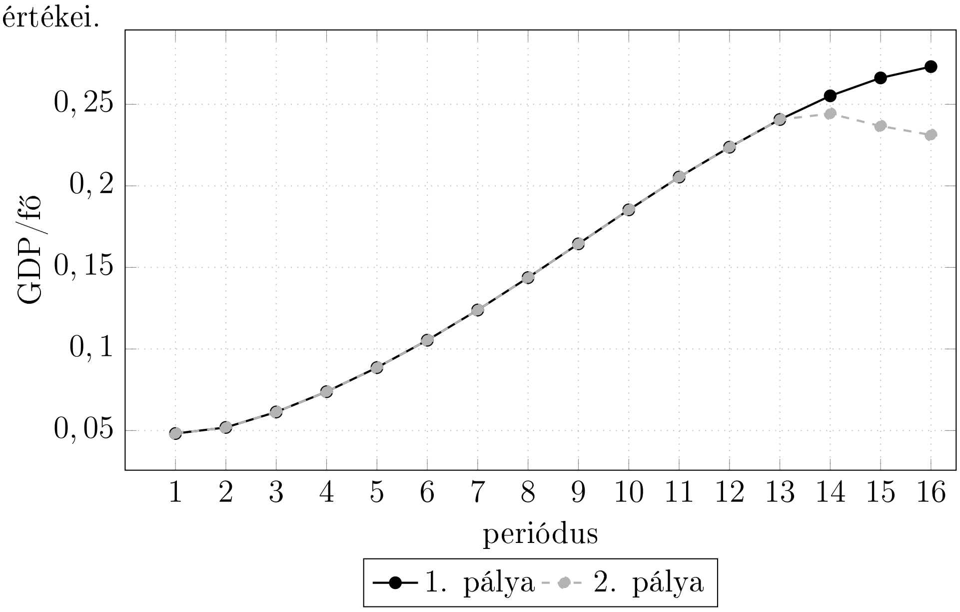
3.2. táblázat. Termékenységi és túlélési ráták az 1. és a 2. szimulációs pályán.

		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
1.	**F**	3,50	3,15	2,84	2,56	2,31	2,08	1,87	1,69	1,52	1,37	1,23	1,11	1,00	0,90	0,81	0,73
	s	0,20	0,22	0,23	0,25	0,27	0,29	0,32	0,34	0,37	0,40	0,43	0,47	0,48	0,48	0,48	0,48
2.	**F**	3,50	3,15	2,84	2,56	2,31	2,08	1,87	1,69	1,52	1,37	1,23	1,11	1,00	1,05	1,10	1,16
	s	0,20	0,22	0,23	0,25	0,27	0,29	0,32	0,34	0,37	0,40	0,43	0,47	0,48	0,48	0,48	0,48

Az 1. pálya menti egy főre jutó GDP növekedés jól mutatja, hogy amennyiben a kezdetekben nagyon magas termékenységi ráta folyamatosan csökken, akár úgy, hogy a vizsgálati időintervallum végére jóval a reprodukciós szint alá kerül, akkor még magas túlélési ráta esetén is növekedhet az egy főre jutó GDP. Az 1. pályán 13 perióduson keresztül folyamatosan és viszonylag nagy ütemben emelkedik a túlélési ráta, majd a végső három periódus során az előző időszakban elért magas szinten

állandósul. Az egy főre jutó GDP még ebben a végső három periódusban is nő, igaz kisebb ütemben, mint korábban.

3.2. ábra. A 3.2. táblázatnak megfelelő 1. és 2. növekedési pálya egy főre jutó GDP értékei.



Forrás: Saját számítás alapján.

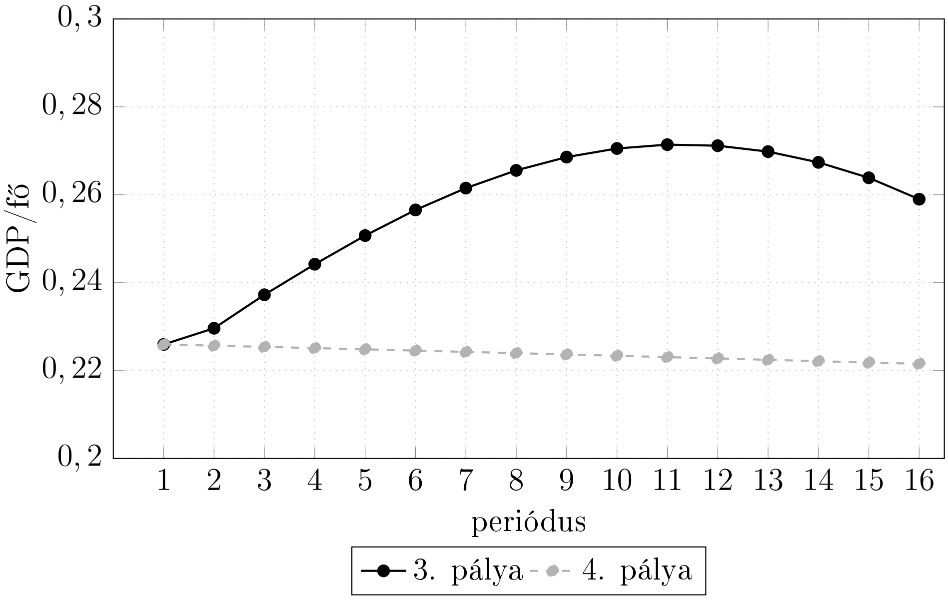
A 2. pályán is az 1. pálya túlélési rátáival végeztük el a szimulációt, és a termékenységi ráták is majdnem azonos módon alakultak. A termékenységi ráta az első időszakban ugyanarról a magas szintről indul, majd lecsökken a reprodukciós rátáig, akárcsak az 1. pályán. A reprodukciós rátát elérve azonban csökkenés helyett a továbbiakban minimális arányban növekszik. A termékenységi ráta növekedésével párhuzamosan az egy főre jutó GDP az eddigi növekedés helyett csökken. Ezzel modellünk azt sugallja, hogy ha kizárólag a termékenységi és halálozási (túlélési) rátákat használjuk exogén változóként, akkor a termékenységi ráta bármely alacsony szintre való folyamatos csökkenése a gazdasági növekedés szempontjából feltétel nélkül előnyös. Az alábbi, 3.3. táblázatban látható 3. és 4. pálya szimulációs eredményei azonban felhívják a figyelmet arra, hogy a termékenységi ráta csökkenése modellünkben is elérhet egy olyan drasztikus szintet, amikor már az egy főre jutó GDP csökkenését eredményezi (lásd 3.3. ábra).

Amennyiben az eleve magas túlélési ráta fokozatosan nő – szélsőséges esetként az utolsó periódusra azt feltételezve, hogy szinte az összes 60 éves megéri a nyugdíjas kort, és így a modellben a 80 éves kort is – a túlzottan csökkenő termékenységi ráta mellett már csökken az egy főre jutó GDP is. Ugyanilyen képzeletbeli túlélési rátát használva szimulációs számításainkhoz, de a kicsivel a reprodukciós ráta feletti konstans termékenységi rátákkal dolgozva, az egy főre eső GDP csak minimális csökkenést mutat. Ennek ellenére mégis úgy tűnik, hogy a termékenységi ráta csökkenése, vagy növekedése az, mely modellünkben a leginkább befolyásolja az egy főre jutó GDP alakulását. Az alábbi 5. és 6. pályánkon végzett szimuláció is erre utal.

3.3. táblázat. Termékenységi és túlélési ráták az 3. és a 4. szimulációs pályán.

		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
3.	**F**	1,20	1,14	1,09	1,04	0,99	0,94	0,90	0,85	0,81	0,77	0,74	0,70	0,67	0,64	0,61	0,59
	s	0,40	0,41	0,41	0,42	0,42	0,43	0,44	0,44	0,45	0,45	0,46	0,47	0,47	0,48	0,49	0,49
4.	**F**	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20
	s	0,40	0,41	0,41	0,42	0,42	0,43	0,44	0,44	0,45	0,45	0,46	0,47	0,47	0,48	0,49	0,49

3.3. ábra. A 3.3. táblázatnak megfelelő 3. és 4. növekedési pálya egy főre jutó GDP értékei.



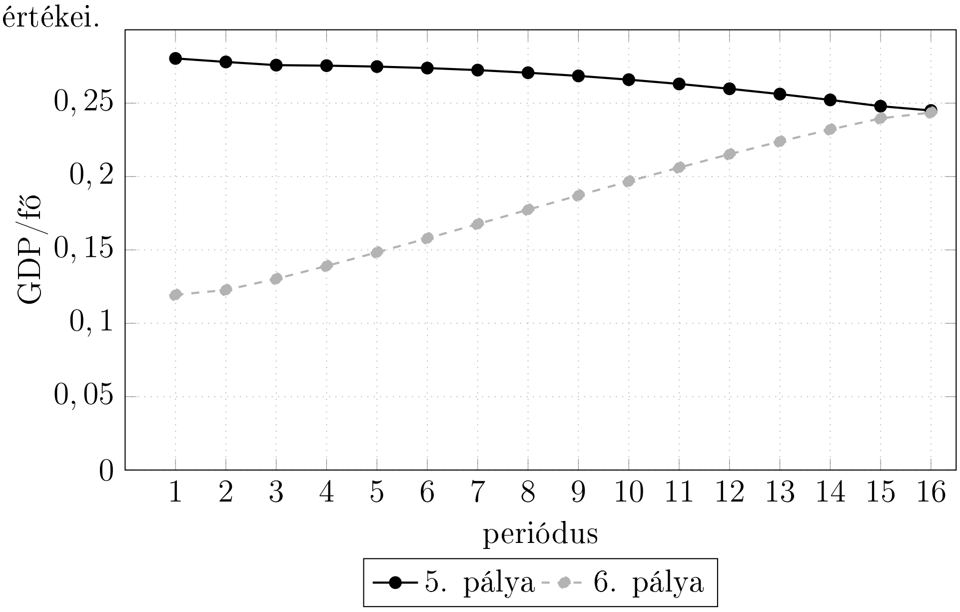
Forrás: Saját számítás alapján.

Az 5. és a 6. pálya exogén termékenységi és túlélési rátáit egy sajátos szempont alapján adtuk meg (3.4. táblázat). A túlélési ráták mindkét verzióban azonosak – közepes szintről indulnak, és viszonylag lassan, de határozottan növekednek –, és csak a termékenységi ráták különböznek. Az 5. pályán a reprodukciós ráta alatti értékről induló termékenységi ráták fokozatosan növekednek, egészen az utolsó időszakig, ahol kicsivel a reprodukciós szint felé kerülnek. A 6. pályán viszont a reprodukciós ráta több mint kétszereséről induló termékenységi ráták folyamatosan csökkennek.

3.4. táblázat. Termékenységi és túlélési ráták az 5. és a 6. szimulációs pályán.

		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
5.	**F**	0,65	0,67	0,69	0,72	0,74	0,77	0,79	0,82	0,85	0,88	0,91	0,94	0,97	1,00	1,04	1,05
	s	0,35	0,36	0,36	0,37	0,37	0,38	0,38	0,39	0,39	0,40	0,41	0,41	0,42	0,42	0,43	0,44
6.	**F**	2,1	2,00	1,90	1,81	1,73	1,65	1,57	1,49	1,42	1,35	1,29	1,23	1,17	1,11	1,06	1,05
	s	0,35	0,36	0,36	0,37	0,37	0,38	0,38	0,39	0,39	0,40	0,41	0,41	0,42	0,42	0,43	0,44

3.4. ábra. A 3.4. táblázatnak megfelelő 5. és 6. növekedési pálya egy főre jutó GDP értékei.



Forrás: Saját számítás alapján.

Mindezek eredményeképp az 5. és 6. pálya egy főre jutó GDP értékei gyökeresen különböznek egymástól, ahogy az a 3.4. ábrán látható. Az 5. pályán folyamatosan csökkennek, a 6. pályán pedig növekednek. A 6. pályán a kezdeti érték meglehetősen alacsony, de fokozatos növekedés után az utolsó időszakban már csak elhanyagolható mértékben kisebb, mint az 5. pálya megfelelő értéke. A pályákon elért szinteket ugyan csak a saját pályabeli értékekhez érdemes hasonlítani – gondoljunk a jelen fejezet elején leírt buktatókra – de az első és utolsó időszaki GDP értékek ellentétes alakulása jól jelzi a két pálya ellentétes dinamikáját.

3.5. Összegzés

Ebben a fejezetben összefoglaltuk, hogy a gazdasági növekedést elemző különböző jellegű modellek a kezdeti egyszerűbb megközelítések után hogyan vették figyelembe a népesség számának és összetételének változását. Jelen írásunk szempontjából a Lee és Mason (2010)-ben bemutatott egyszerű OLG modell kulcsfontosságú szerepet töltött be. Szimulációs számításainkat ugyanis egy olyan modellel végeztük el, mely Lee és Mason (2010) továbbfejlesztett változatának tekinthető.

Szimulációs eredményeink egyértelműen bizonyították, hogy számos értékes következtetésre juthatunk akkor is, ha – Lee és Mason modelljéhez hasonlóan – csak a termékenységi rátát és a túlélési rátát tekintjük az OLG modell pályáját meghatározó kategóriáknak. Ilyen esetekben a fizikai tőke szintje implicite rögzítve van, illetve a fizikai tőke esetleges hatékonyságbővülése a humántőke-beruházás hatékonyságának bővülésében materializálódik. Így ugyan az egy főre jutó termelés szintje önmagában nem ad értékelhető információt, de a szintek periódusonkénti összevetése már sok tanulsággal szolgált.

Általános tendenciaként modellünkben megfigyelhettük, hogy:

- A termékenység változása sokkal inkább befolyásolta az egy főre jutó GDP-t, mint a túlélési ráta módosulása.
- A túlélési rátának inkább jóval a reprodukciós ráta alatti termékenységi értékeknél volt komolyabb befolyásoló ereje. Amikor az egy egyénre (férfiara

és nőre együtt) vonatkozó termékenységi ráta periódusról periódusra folyamatosan csökkenve már 0,6-nál is valamivel kisebb értéket vett fel, miközben a túlélési ráta egyre növekedett, akkor az egy főre jutó GDP elkezdett csökkenni. Ilyen esetekben a növekvő, és 1-hez tartó túlélési ráta (ez a 60-80 év vonatkozásában modellünkben 0,5-höz konvergáló s értéket jelentett) megakadályozta az egy főre jutó GDP növekedését.

- Két olyan szimulációs számítást hasonlítva össze, ahol periódusról periódusra megegyeztek a túlélési ráták, legtöbbször a következőket tapasztaltuk: ahhoz a pályához tartoztak a növekvő, illetve a meredekebben növekvő egy főre jutó GDP értékek, ahol a termékenységi ráták csökkentek, illetve jobban csökkentek, akár a reprodukciós szint alá. Fontos volt azonban, hogy a termékenységi ráták ilyenkor se süllyedjenek le olyan mélyre, mint amiről az előző bekezdésben írtunk.

- Amikor két, azonos túlélési rátákat tartalmazó modellpálya egyikén a termékenységi ráta alacsony értékről indulva, időről időre nőtt, a másikon pedig magas szintről indulva csökkent, akkor az első pálya folyamatosan csökkenő, a második pedig növekvő fejenkénti termelést jelzett. Még akkor is, ha az utolsó periódusban megegyeztek a termékenységi ráták. Ez a két pályaszimuláció mutatta meg a legjobban, hogy az ilyen típusú modellek „jutalmazzák” a születésszám csökkenését, és „büntetik” annak növekedését.

A fentiek alapján megfogalmazott következtetéseket óvatosan kell kezelni. Nem mondhatjuk például azt, hogy a termékenység csökkenése kedvez a gazdasági növekedésnek, mert ehhez sok más tényező együttes hatását is vizsgálni kell. Emellett ne felejtsük el, hogy ha nem teljesül a beckeri mennyiség–minőség közti csere, például a szülők kevés számú gyereküknek se biztosítanak komolyabb humántőke-beruházást, akkor máris irreális modellünk valamennyi következtetése. Modellünk szimulációs számításai alapján azonban az esetek többségében mégis valószínűsíthetjük, hogy a termékenységi rátának a reprodukciós rátánál nem sokkal alacsonyabb szintig történő fokozatos csökkenése jótékonyan hat az egy főre jutó GDP alakulására.

4. fejezet

A magyar demográfiai osztalékok becslése együttélő nemzedékekkel bővített modellkeretben

4.1. Bevezetés

A születésszám csökkenése és a várható élettartam növekedése miatt bekövetkező demográfiai változás gazdasági hatásaival széleskörű szakirodalom foglalkozik. A legtöbb tanulmány a várható, vagy a fejlett országokban már tapasztalható problémákra hívja fel a figyelmet, úgy mint a társadalombiztosítási rendszer egyre nehezebb fenntarthatósága, a növekvő egészségügyi kiadások vagy az időskori szegénység. Ebben a fejezetben továbbra is a gazdasági növekedésre helyezzük a hangsúlyt, és az azt befolyásoló demográfiai osztalékokat kívánjuk megbecsülni egy sztochasztikus, együttélő nemzedékeket tartalmazó modell segítségével.

Bizonyos elméletek szerint az egyre alacsonyabb termékenységi ráta nem feltétlen negatívum a gazdasági fejlődés szempontjából (lásd például Bloom et al. 2003b). Ennek magyarázata, hogy az átmenet kezdeti fázisában a gyermekek aránya csökken, de az időskorúaké még nem nő jelentős mértékben, így összességében emelkedik a munkaképesek népességen belüli hányada. Az eltartási ráta növekedéséből fakadó hajtóerő – vagyis az első demográfiai osztalék – egészen addig képes segíteni a gazdasági növekedést, míg ez a relatíve népes munkaképes generáció időskorúvá nem válik. Miután a társadalmi öregedés elkezdődik, és az eltartottak száma jobban nő, mint az eltartóké, az osztalék negatív értéket vesz fel, vagyis visszaveti a növekedést. Ahogy azt a 2. fejezetben láttuk, Magyarország – számos más országgal együtt – már ebben a fázisban tart.

Gál és Radó (2018) szerint a gyermekek számának csökkenése alacsonyabb családon belüli magántranszfert tesz szükségessé, hiszen kevesebb utód felneveléséhez kevesebb erőforrásra van szükség. Ha az így fennmaradó rendelkezésre álló jövedelmet nem költik el teljes egészében fogyasztásra, hanem felhalmozzák, akkor azzal elősegíthetik a hosszú távú növekedést. A megtakarításokból beruházásokat finanszírozva javítható a munkaképes korosztály termelékenysége, mellyel kompenzálható az aktívak arányának visszaeséséből származó negatív hatás. Ha a produktivitás növekedése elegendő mértékű, akkor a jövedelemtermelők csökkenő aránya mellett is fenntartható, vagy gyorsítható a gazdasági növekedés. Ez bekövetkezhet egyrészt a humán tőkeberuházás emelésének hatására. Ha a szülők többet költenek gyermekeik taníttatására, akkor a felnövő generáció nagyobb termelékenységgel lesz képes később dolgozni. Ezzel az aspektussal részletesen a 3. fejezetben foglalkoztunk.

A humán tőke mellett a fizikai tőke felhalmozásával is elérhető a produktivitás növelése. A várható életkor emelkedése miatt az inaktív életszakasz meghosszabbodik, ami a megtakarítások növelésére ösztönözheti az egyéneket nyugdíjas éveik finanszírozásának biztosítása miatt. A humán és/vagy fizikai tőkeberuházásból eredő gazdasági növekedést neveztük második demográfiai osztaléknak. Ha a második osztalék pozitív, és abszolút értékben nagyobb, mint az első demográfiai osztalék, akkor összességében pozitívan járul hozzá a demográfiai átmenet a gazdaság növekedéséhez. Míg az első osztalék alakulása a demográfiai folyamatok természetes következménye – vagyis gazdaságpolitikai eszközökkel nehezebben befolyásolható –, addig a második osztalék mértékében fontos szerepet játszhat a kormányzat. Megfelelő eszközökkel, és a pénzügyi rendszerbe vetett bizalom erősítésével képes ösztönözni a beruházásokat, így segíthet a források jobb kihasználásában, és ezzel együtt a második demográfiai osztalék bővítésében.

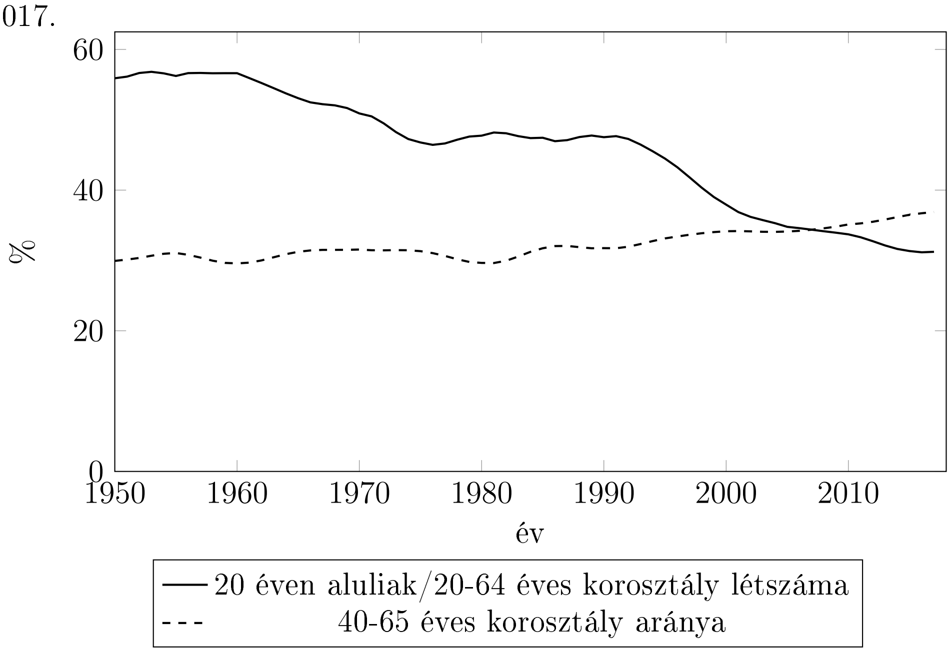
Ebben a fejezetben az első demográfiai osztalékra, valamint a második demográfiai osztalék megtakarításoktól, és abból eredően a fizikai tőkeberuházásoktól függő részére koncentrálunk. A bevezetés után a megtakarítások és a demográfiai indikátorok alakulása közti kapcsolattal foglalkozunk, röviden összefoglalva a témához szorosan kapcsolódó tanulmányok hipotéziseit és eredményeit. Majd a 4.4. alfejezetben egy együttélő nemzedékekkel bővített modellt építünk, mellyel számszerűsítjük, hogy mekkora Magyarországon a kétféle osztalék hozzájárulása a gazdasági növekedéshez. Ezt követően leírjuk számításaink eredményeit, és végül levonjuk az azokból kapott konklúziót.

4.2. Demográfiai változások és háztartási megtakarítások

Curtis et al. (2015) szerint a demográfiai átmenet az alábbi három csatornán keresztül fejti ki hatását a háztartási megtakarításokra. Az első az "eltartott gyermek hatás" (angolul *dependent children effect*), mely a család méretének megváltozásból adódik. Kevesebb gyermek felneveléséhez összességében kisebb összegre van szükség a szülők jövedelméből, így a születések számának csökkenése miatt felszabaduló forrásokat megtakaríthatják. Magyarországon 1950-ben még átlagosan 56 gyermek jutott 100 munkaképes korúra, míg 2017-ben már csak 31, mint ahogy az a 4.1. ábrán látható, így ez a hatás érvényesülhet, ha a háztartások nem csak fogyasztásra fordították, hanem vagyoneszközök felhalmozására is az így megmaradó plusz jövedelmet.

Curtis et al. (2015) alapján a második csatorna az "összetételi hatás" (angolul *composition effect*) következményéből adódik. Bloom et al. (2003b) háztartási kérdőívek eredményeit felhasználva Paxon (1996) valamint Deaton és Paxon (1997) felméréseiből úgy találták, hogy az emberek 40 és 65 éves koruk között jellemzően többet takarítanak meg, mint más életszakaszukban, hiszen ekkor már kevésbé kell a gyermekeikről gondoskodniuk, és nagyobb a nyomás rajtuk közelgő nyugdíjas éveik miatt. Ha egy társadalomban nő ennek a korosztálynak az aránya, akkor csupán a népesség összetételének változása aggregált szinten több megtakarítást eredményezhet. A 4.1. ábra szerint az 1980-as évek óta tapasztalható enyhe emelkedés Magyarországon e tekintetben.

4.1. ábra. A 20 éven aluliak 20-64 éves korosztályhoz viszonyított arányának, és a 40-65 éves korosztály népességen belüli arányának alakulása Magyarországon, 1950-2017.



Forrás: United Nations (2017).

Végül a harmadik demográfiai csatorna az időskori transzfereken, pontosabban az azokra vonatkozó várakozásokon alapul. A népesség öregedésével egyre kevesebb munkaképes jut egy időskorúra, így a jelenlegi aktívak arra számítanak, hogy nyugdíjas korukban relatíve kevesebb transzfert tudnak majd számukra biztosítani, így többet tesznek félre inaktív éveikre, mint elődeik. Ehhez hozzájárul a várható élettartam meghosszabbodása is, hiszen várhatóan több évet kell majd finanszírozni a korábban felhalmozott forrásokból. Modigliani (1986) életciklus hipotéziséhez hasonlóan feltehetjük, hogy az egyének próbálják simítani fogyasztási pályájukat, így a már magasabb jövedelemmel rendelkező középkorú korosztály nagyobb arányban takarít meg, felkészülve az idős korra, ahol majd felélik azt. Bloom et al. (2003a) számításai alapján úgy találták, hogy az élettartam meghosszabbodása magasabb megtakarítási rátát generál, ha közben a munkával töltött évek nem változnak. Ugyanis ekkor arányaiban több év kiadásait kell a későbbiek során inaktívként finanszírozni.

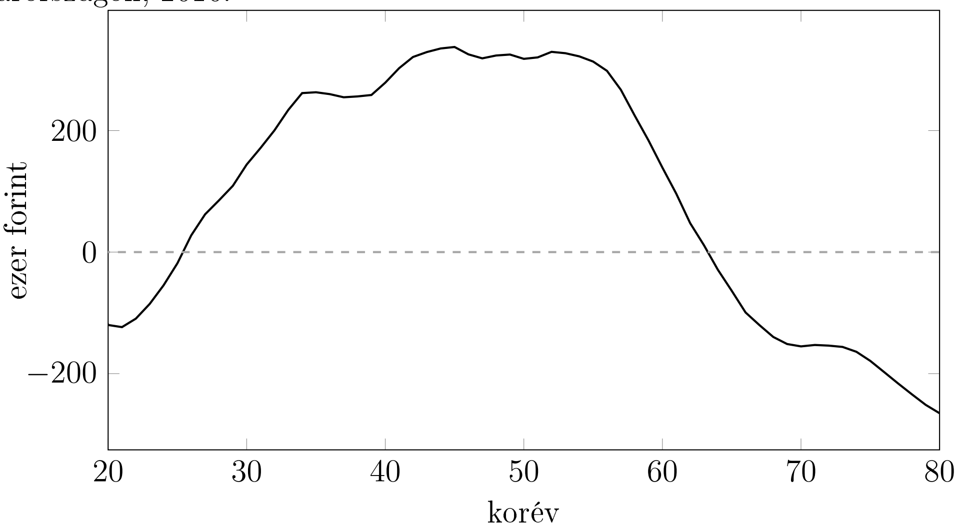
Már Leff (1969) is elemezte a függőségi ráták és a megtakarítási ráta közti kapcsolatot. 74 országgal végzett statisztikai becslése alapján arra jutott, hogy a függőségi arányok fontos szerepet játszanak a nemzeti megtakarítási ráta alakulásában, továbbá a fejlődő országokban nem növelhető számottevő mértékben a megtakarítása ráta a termékenységi arány csökkentése nélkül. Ennek magyarázata, hogy a gyermekek fogyasztanak, de nem termelnek jövedelmet, így nagy arányuk esetén visszafogják a társadalmi megtakarítást. Hasonló számításokat végzett később többek között Mason (1981, 1987) illetve Kelley és Schmidt (1996) is.

Istenic et al. (2016) adatai alapján 2010-ben a 20 éven felüliek egy főre eső megtakarításai korévenkénti bontásban a 4.2. ábrán láthatóak. Maradva a szerzők eredeti jelölésénél, az $S(a)$, azaz az a életkorú egyén egy főre eső megtakarítása a nemzeti számlák rendszerét felhasználva az alábbi összefüggéssel adható meg:

$$S(a) = YL(a) + YA(a) + TF(a) + TG(a) - CF(a) - CG(a), \tag{4.1}$$

ahol $YL(a)$ az a évesek egy főre eső munkából származó jövedelme, $YA(a)$ a tőkejövedelem, $TF(a)$ a magán (családon belüli, vagy háztartások közötti) transzferek nettó értéke, azaz az egyén által kapott és kifizetett transzfer különbsége, $TG(a)$ a közösségi transzferek nettó értéke (ideértve például a nyugdíjakat, az oktatást és az egészségügyi szolgáltatást), $CF(a)$ a magánfogyasztás, $CG(a)$ pedig a közösségi fogyasztás értéke.

4.2. ábra. A felnőtt lakosság megtakarításának egy főre eső értéke korévenként Magyarországon, 2010.



Forrás: Istenic et al. (2016).

A 4.2. ábra jól mutatja a megtakarítások "fordított U" alakját, ami összhangban van a korábban említett életciklus hipotézissel. 25 éves kor után vált 2010-ben pozitívvá az éves átlagos megtakarítás Magyarországon, és 42-52 éves korban érte el maximumát. Ezt követően egyre csökkent, és 64 éves kortól tért át újra a negatív tartományba.

A továbbiakban egy makroökonómiai modell segítségével elemezzük a csökkenő születésszám és a növekvő várható életkor megtakarításokra, és azon keresztül a termelékenységre gyakorolt hatását, majd becslést készítünk az első és második demográfiai osztalék értékére.

4.3. DSGE-OLG modellek

Az együttélő nemzedékekkel (*overlapping generations*, OLG) bővített modellcsalád legfőbb jellemzője, hogy heterogén fogyasztói csoportokat tartalmaz. Elsőként Allais (1947), Samuelson (1958) és Diamond (1965) foglalkozott ilyen típusú modellekkel. Azt feltételezték, hogy minden periódusban születik egy új generáció, mely véges időszakig él, illetve minden periódus végén kilép az idős népesség a modellből, amikor az ő életpályájuk véget ér. Így két különböző fogyasztói csoport él együtt, a fiatalok és az idősek.

Az alapmodellnek többféle bővítése létezik. Az egyik módszer az Auerbach–Kotlikoff-féle megközelítés, mely kettőnél több időszakig élő szereplőkkel számol, így egy periódusnál tovább tart a munkaképes és az inaktív életszakasz is. Ekkor számos generáció él egymás mellett a gazdaságban. Auerbach és Kotlikoff (1987) gyermekeknek tekintette az egyéneket 20 éves korukig, majd azok 21 évesen váltak felnőtté és 75 éves korukban haláloztak el. Ezeket az értékeket a modellbeli fogyasztók is ismerik, és figyelembe veszik hasznosságuk maximalizálása során, tehát a modell determinisztikus. Ilyen típusú modellt használt magyar adatokon például Simonovits (2009) a nyugdíjrendszer fenntarthatóságának és az egyes generációk fogyasztásának leírására, Major és Varga (2013) a parametrikus nyugdíjreformok férfi életciklus-munkakínálatra gyakorolt hatásának vizsgálatára, Varga (2014) pedig a nyugdíjrendszer fenntarthatóságának és a makroaggregátumok alakulásának elemzésére a Magyarországra jellemző demográfiai folyamatok mellett.

A másik megközelítés az úgynevezett Blanchard–Yaari-féle fogyasztókat tartalmazó felírás, mely az előbbivel ellentétben sztochasztikus. A Blanchard (1985) modellben minden időpillanatban születnek új egyének, akik konstans, p halálozási valószínűséggel szembesülnek minden periódusban, tehát nem tudják biztosan, meddig tart az életpályájuk. Ilyenkor a várható élettartamuk $1/p$, vagyis véges időhorizonton optimalizálnak. Az élettartam hosszának bizonytalanságával már Yaari (1965) is foglalkozott, arra keresve a választ, hogy hogyan befolyásolja a fogyasztók döntését, ha bizonytalanok a tekintetben, meddig fognak élni. Az OLG típusú háztartásokkal bővített dinamikus sztochasztikus általános egyensúlyi (*dynamic stochastic general equilibrium*, továbbiakban DSGE) modelleket ez utóbbi két szerző után Blanchard–Yaari típusú DSGE modelleknek is szokták nevezni.

A modell többek között alkalmazható a fiskális politika jóléti hatásának vizsgálatára. Egy példa erre Heijdra és Ligthart (2000), melyben háromféle adó (tőke-, munkajövedelem és fogyasztási adó) változtatásának rövid és hosszú távú hatását elemezték. Ganelli (2002) pedig a fiskális politika árfolyamra gyakorolt hatását nézte meg Blanchard–Yaari-féle együttélő nemzedékek modellstruktúra segítségével. Hasonló módszer alkalmazott Kilponen és Ripatti (2006), mely a Finn Jegybank Aino modelljének első verzióját írja le. Ez utóbbi kétféle fogyasztói csoportot tartalmaz: fiatalokat és időseket. A fiatal népesség bizonyos valószínűséggel időssé válhat, az idősek pedig adott valószínűséggel elhalálozhatnak. Modelljükben a nyugdíjazás után is kiléphetnek a munkaerőpiacra a fogyasztók, igaz alacsonyabb produktivitással, mint a fiatalok, viszont kedvezőbb adózás mellett.

Kumhof és Laxton (2007) egy kétországos, új-keynesi OLG modellt alkalmazott, melyben megmutatták, hogy az Amerikai Egyesült Államok költségvetési hiányának permanens növekedése a világkamatláb emelkedéséhez és a folyó fizetési mérleg hiányának szignifikáns növekedéséhez vezet. Az IMF által használt GIMF modell az előző modellhez hasonló felépítésű (Kumhof et al. 2010). Ebben a több országos modellben az OLG típusú szereplők mellett megjelennek a likviditáskorlátos fogyasztók is, akik nem léphetnek a vagyoneszközök piacára, vagyis nem tudnak hitelt felvenni és megtakarítani, így minden periódusban elfogyasztják az adózás után rendelkezésükre álló jövedelmüket. Almeida et al. (2008) szintén likviditáskorlátos és Blanchard–Yaari-féle szereplőket tartalmaz, viszont ők portugál adatokra kalibrálták a modellt, amit reál- és nominális rigiditásokkal is bővítettek. Annicchiarico et al. (2012) ugyancsak véges időhorizonton optimalizáló fogyasztókkal vizsgálja a fiskális politika hatását új-keynesi keretek között az euróövezet negyedéves adataival kalibrálva. Baksa és Munkácsi (2016a, 2016b) DSGE-OLG modellje részletes termelési struktúrát és kormányzati szektort tartalmaz, valamint kétféle fogyasztót különböztet meg: fiatalokat, akik dolgozhatnak és nyugdíjasokat, akik már nem léphetnek a munkaerőpiacra. Baksa és Munkácsi (2016a) tartalmazza a modell leírását, és különböző fiskális politikai beavatkozások hatását mutatja a demográfiai folyamatok mellett. Baksa és Munkácsi (2016b) pedig Dél-Európára alkalmaz hasonló, de rejtett gazdaságot is tartalmazó modellt a nyugdíjreformok és más fiskális politika lépések hatásának vizsgálatára az öregedő társadalmakban. Kuhn és Prettner (2016) Blanchard–Yaari fogyasztókkal bővít egy kutatás-fejlesztés alapú növekedési modellt, mellyel az egészségügyi szektor növekedésre gyakorolt hatását mutatja be. Miyoshi és Toda (2017) a halálozási valószínűséggel szembesülő szereplőket a fiskális politika által folyósított transzferek növekedésre gyakorolt hatásának elemzésére alkalmazta.

Az ilyen jellegű, együttélő nemzedékeket tartalmazó modelltípus a fiskális politika hatásának elemzése mellett más problémák vizsgálatára is lehetőséget ad. Ilyen például a demográfiai változások gazdasági hatásának mértéke. Mivel az utóbbi évtizedekben számos országban problémát okoz a társadalom öregedése, több – ehhez kapcsolódó – tanulmány íródott a fentebb említett modelltípus felhasználásával. Castro et al. (2017) például egy kis nyitott, euróövezetbeli gazdaságra írt fel Blanchard–Yaari-féle fogyasztókat tartalmazó dinamikus sztochasztikus általános egyensúlyi modellt, mellyel az idősödés makrogazdasági hatását vizsgálták.

4.4. A modell

A jelen fejezetben alkalmazott modell Baksa és Munkácsi (2016a) modelljén alapul, átdolgozva olyan formára, hogy a tanulmány szempontjából lényeges kérdésre tudjon választ adni, és a demográfiai osztalék alakulásának vizsgálatára alkalmas legyen. Szintén véges időhorizonton optimalizáló, Blanchard–Yaari típusú háztartásokat feltételezünk, de a termelői szektor és a fiskális politika tekintetében egyszerűsítésekkel élünk. Különbség, hogy háromféle fogyasztót különítünk el: gyermekek, munkaképes korúak és idősek. A gyermekkor egy periódusig tart, majd az egyének átkerülnek a munkaképes korúak csoportjába. A gyermekek fogyasztásáról a munkaképes korúak döntenek, nekik kell gondoskodni róluk. Ez utóbbiak adott valószínűséggel nyugdíjassá válhatnak, amit endogén változóik meghatározásánál figyelembe kell venniük. A nyugdíjazási valószínűség miatt akár több perióduson keresztül is munkaképesek maradhatnak, és a három fogyasztói csoport közül csak ők léphetnek ki a munkaerőpiacra. Az idősek – azaz nyugdíjasok – bizonyos valószínűséggel elhalálozhatnak, mellyel számolniuk kell a fogyasztási döntésük során. Az elhalálozási valószínűség miatt előfordulhat, hogy több időszakon át is nyugdíjasok lesznek, de életpályájuk egyszer véget ér. Kilponen és Ripatti (2006) modelljével ellentétben nekik már nem lehet munkajövedelmük, csak a megtakarításaikból és az állam által folyósított transzferekből finanszírozhatják fogyasztásukat. A modellben külön foglalkozunk azon demográfiai folyamatok leírásával, melyek gazdaságra gyakorolt hatását szeretnénk megmutatni.

A háztartások mellett még háromféle szereplő létezik: a vállalat, az állam és egyfajta vagyonkezelő. A vállalati szektor a munkaképesek munkaerejét, illetve a felhalmozott tőkét használja fel a termelés folyamán, melyekért minden periódusban bért illetve bérleti díjat fizet. Az állam csak fiskális politikai funkciókat lát el. Háromféle adót szed: fogyasztási adót, munkajövedelemre kivetett adót és egyösszegű adót. Bevételeit kormányzati kiadásokra és társadalmi juttatásokra költi, valamint államkötvényt bocsáthat ki. A munkaképes és idős háztartások egyaránt részesülnek az államtól kapott transzferekből. Ez az utóbbiaknál a nyugdíjat, az előbbieknél pedig például a gyerekneveléssel kapcsolatos transzfereket jelenti. Mivel az együttélő generációkkal bővített DSGE modellben fontos szerepe van a vagyoneszközök piacának, így létezik egy vagyonkezelő is modellben, aki összegyűjti a fogyasztók megtakarításait és azokból beruházásokat, illetve az államadósságot finanszírozza. Mivel a modellben a népesség létszáma változhat, így a szereplők problémájának felírása és levezetése után egy főre jutó változókra normáljuk az egyenleteket, melyekből meghatározzuk az állandósult állapotot. A modellt Baksa és Munkácsi (2016a, 2016b)-től eltérően magyar adatokra kalibráljuk, és a demográfiai osztalékok becslésére alkalmazzuk.

4.4.1. Háztartások

Demográfia

Legyen N_t^K a t. időszakban született gyermekek száma, mely felírható a munkaképes népesség létszáma (N_t^Y) és az egy munkaképes korúra jutó születésszám (F_t) segítségével:

$$N_t^K = F_t \cdot N_t^Y! \tag{4.2}$$

Egy periódus elteltével a gyermekek munkaképesekké válnak. A t. időszaki munkaképesek száma egyrészt az előző időszaki gyerekekből adódik, másrészt pedig azokból az előző időszaki munkaképesekből, akiket nem nyugdíjaztak, azaz

$$N_t^Y = N_{t-1}^K + (1 - \omega_{t-1}) N_{t-1}^Y. \tag{4.3}$$

A nyugdíjazás valószínűsége a t. időszakban ω_t, tehát $1 - \omega_t$ valószínűséggel maradnak továbbra is munkavállaló felnőttek[1]. A t. időszaki idősek száma legyen N_t^O! Ide azok az előző időszaki munkaképesek tartoznak, akiket nyugdíjaztak, valamint azok az előző időszaki idősek, akik nem haláloztak el, vagyis

$$N_t^O = \omega_{t-1} N_{t-1}^Y + (1 - \gamma_{t-1}) N_{t-1}^O. \tag{4.4}$$

A halálozás valószínűsége a t. periódusban γ_t, tehát $1 - \gamma_t$ valószínűséggel élik meg a következő periódust is az idősek[2]. A teljes népesség a t. időszakban a fentiek alapján a következőképpen írható fel:

$$N_t = N_t^K + N_t^Y + N_t^O. \tag{4.5}$$

A fenti egyenletek ismeretében kiszámítható az egyes fogyasztói csoportok egymáshoz viszonyított, valamint népességen belüli aránya, és a korcsoportok számának növekedési üteme.

A 4.3 egyenletet felhasználva meghatározható a munkaképesek létszámának növekedési üteme:

$$1 + n_t^Y = \frac{N_{t+1}^Y}{N_t^Y} = \frac{N_t^K + (1 - \omega_t) N_t^Y}{N_t^Y} = F_t + 1 - \omega_t. \tag{4.6}$$

[1] Ez egyben azt is jelenti, hogy a fiatalkor átlagos hossza $\frac{1}{\omega}$, ha a nyugdíjazás valószínűsége konstans.

[2] Eszerint a nyugdíjaskor átlagosan $\frac{1}{\gamma}$ periódusig tart, ha a halálozási valószínűség konstans.

Megmutatható, hogy a munkaképesek és a gyermekek létszáma ugyanakkora ütemben változik minden periódusban. Az idősek és munkaképesek egymáshoz viszonyított aránya, azaz az időskori függőségi ráta a t. időszakban legyen φ_t! Ez utóbbi mutatót és a (4.4) egyenletet felhasználva az idősek számának növekedési üteme:

$$1 + n_t^O = \frac{N_{t+1}^O}{N_t^O} = \frac{\omega_t N_t^Y + (1-\gamma_t) N_t^O}{N_t^O} = \omega_t \frac{1}{\varphi_t} + 1 - \gamma_t. \tag{4.7}$$

Az időskori függőségi ráta mozgási egyenlete pedig az alábbiak szerint írható fel:

$$\frac{\varphi_{t+1}}{\varphi_t} = \frac{\frac{N_{t+1}^O}{N_{t+1}^Y}}{\frac{N_t^O}{N_t^Y}} = \left(\omega_t \frac{1}{\varphi_t} + 1 - \gamma_t\right) \cdot \frac{1}{F_t + 1 - \omega_t}. \tag{4.8}$$

Így tehát az exogén ω_t, γ_t, és F_t segítségével kiszámítható a következő időszaki időskori függőségi ráta a jelenlegi ismeretében, majd ezt követően az idős népesség létszámának növekedési üteme is. Állandósult állapotban az idősek fiatalokhoz viszonyított aránya nem változik, azaz $\varphi_{t+1} = \varphi_t = \varphi$, így a (4.8) egyenlet ebben az esetben:

$$\varphi = \frac{\omega}{F - \omega + \gamma}. \tag{4.9}$$

Az (4.9) ismeretében már megadható az idősek számának egyensúlyi növekedési üteme is a (4.7) egyenlet átírásával:

$$1 + n^O = F - \omega + 1, \tag{4.10}$$

mely megegyezik a munkaképesek valamint a gyermekek létszámának egyensúlyi növekedési ütemével:

$$1 + n^O = 1 + n^Y = 1 + n^K. \tag{4.11}$$

Végül a teljes népesség növekedési üteme az átalakítások után:

$$1 + n_t = \frac{N_{t+1}}{N_t} = \frac{(F_{t+1} + 1) \cdot (1 + n_t^Y) + \omega_t + (1 - \gamma_t)\varphi_t}{F_t + 1 + \omega_{t-1}\frac{1}{1+n_{t-1}^Y} + (1 - \gamma_{t-1}) \cdot \varphi_{t-1} \cdot \frac{1}{1+n_{t-1}^Y}}, \tag{4.12}$$

ami egyensúlyi növekedési pályán szintén megegyezik az egyes korcsoportok létszámának növekedési ütemével. Összefoglalva elmondható, hogy a három korcsoport egyensúlyi növekedési üteme ugyanakkora, és ez az ütem a teljes népesség egyensúlyi növekedési üteme is.

A modell összefüggéseinek levezetése során szükségünk lesz még a munkaképesek, illetve az idősek népességen belüli arányára, melyek a demográfiai folyamatokat leíró összefüggésekből megadhatók. Az előbbit jelöljük ν_t-vel a t. periódusban:

$$\nu_t = \frac{N_t^Y}{N_t} = \frac{1}{1 + F_t + \varphi_t}! \tag{4.13}$$

Az utóbbi pedig legyen κ_t:

$$\kappa_t = \frac{N_t^O}{N_t} = \frac{1}{1 + F_t \cdot \frac{1}{\varphi_t} + \frac{1}{\varphi_t}}! \tag{4.14}$$

A demográfiai mutatók leírása után részletesen bemutatjuk az egyes korosztályok viselkedését, és a hasznosságmaximálás során kapott elsőrendű feltételeiket.

Munkaképes korú fogyasztók

A j-edik, reprezentatív munkaképes korú az alábbi célfüggvényt maximalizálja a t. periódusban:

$$V_t^Y = \frac{C_t^Y(j)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \psi\frac{L_t(j)^{1+\eta}}{1+\eta} + \beta E_t V_{t+1}^Y + V_t^K, \tag{4.15}$$

ahol V_t^Y a t. időszaki értékfüggvény, $C_t^Y(j)$ a reprezentatív munkaképes korú fogyasztása, σ az intertemporális rugalmasság reciproka, ψ a munkakínálat hasznosságon belüli súlya a fogyasztáshoz viszonyítva, $L_t(j)$ a fiatal fogyasztó munkakínálata[3], η a munkakínálat rugalmasságának reciproka, β a szubjektív diszkontfaktor és $0 < \beta < 1$, V_t^K pedig a gyermekek értékfüggvénye. A fiatalok döntésük során figyelembe veszik, hogy a következő periódusban ω_t valószínűséggel nyugdíjassá válhatnak, vagyis $1 - \omega_t$ annak a valószínűsége, hogy továbbra is fiatalok maradnak:

$$E_t V_{t+1}^Y = (1 - \omega_t) V_{t+1}^Y + \omega_t V_{t+1}^O, \tag{4.16}$$

ahol V_{t+1}^O az időskorúak értékfüggvénye (lásd az időskorú fogyasztók problémájánál). Egy időszakon keresztül, vagyis amíg fel nem nőnek a gyermekeik, a fiatal felnőttek gondoskodnak fogyasztásukról, melyet az értékfüggvényük tartalmaz.

$$V_t^K = \xi ln \left[\frac{N_t^K}{N_t^Y} C_t^K(j) \right], \tag{4.17}$$

ahol ξ a gyermekek fogyasztásának súlya a hasznossági függvényben a felnőttek fogyasztásához viszonyítva és $C_t^K(j)$ egy gyermek fogyasztása. Átlagos gyerekszámmal számolunk egy munkaképesnél, így mivel összesen N_t^K a gyermekek száma, egy munkaképes felnőttre $\frac{N_t^K}{N_t^Y}$ gyermek jut[4].

A három fogyasztói csoport közül csak a munkaképesek léphetnek ki a munkaerőpiacra, így csak nekik keletkezhet munkajövedelmük, mely adóköteles. Továbbá transzferekben részesülnek az államtól, és megkapják előző időszaki megtakarításaikat a kamatokkal együtt[5]. Feltesszük, hogy ők a vállalattulajdonosok, így ha

[3] A munka a fogyasztó számára hasznos szabadidő mennyiségét csökkenti, emiatt negatív előjellel bekerült a hasznossági függvénybe.

[4] Az egyszerűség kedvéért a gyermekekre vonatkozó értékfüggvényben a konstans relatív kockázatkerülési együtthatójú függvény egy speciális esetét alkalmazzuk, a természetes alapú logaritmus függvényt.

[5] Az első, felnőttként megkezdett periódusuk elején még nincs megtakarításuk, ugyanis gyermekként nem halmozhattak fel vagyont.

keletkezik profit, akkor az hozzájuk kerül. Bevételeiket egyrészt a saját és gyermekeik fogyasztására költik, melyeket fogyasztási adó terhel, másrészt pedig egyösszegű adót fizetnek és megtakarításokat eszközölhetnek. Az előbbieket a költségvetési korlát foglalja össze, mely a t. periódusban

$$(1-\tau_t^L)w_t L_t(j) + TR_t^Y(j) + profit_t(j) + (1+r_t)B_{t-1}^Y(j) =$$

$$= (1+\tau_t^C)\left[C_t^Y(j) + \frac{N_t^K}{N_t^Y}C_t^K(j)\right] + (1-\omega_t)B_t^Y(j) + \omega_t B_t^O(j) + T_t(j), \qquad (4.18)$$

ahol τ_t^L a munkajövedelmet terhelő adókulcs, w_t a reálbér, $L_t(j)$ a munkakínálat, $TR_t^Y(j)$ a munkaképes korúaknak nyújtott transzfer, $profit_t(j)$ a vállalat profitjából való részesedés, r_t a kamatláb, $B_{t-1}^Y(j)$ a munkaképes által az előző periódusban vásárolt kötvényállomány, τ_t^C a fogyasztást terhelő adókulcs és $T_t(j)$ az egyösszegű adó. Mivel bizonyos valószínűséggel a következő periódusban nyugdíjassá válhat, ennek megfelelően alakítja megtakarításait, így a t. periódus megtakarításának várható értéke: $(1-\omega_t)B_t^Y(j) + \omega_t B_t^O(j)$, ahol $B_t^O(j)$ az időskori érték. Az elsőrendű feltételekből adódik a reprezentatív munkaképes Euler-egyenlete:

$$C_t^Y(j)^{-\sigma} = \beta(1+r_{t+1})\frac{1+\tau_t^C}{1+\tau_{t+1}^C}C_{t+1}^Y(j)^{-\sigma}, \qquad (4.19)$$

miszerint optimumban a két egymást követő időszak fogyasztásának várható határhaszna megegyezik egymással. Ha a fogyasztó a t. periódusban fogyasztásra fordítja egységnyi jövedelmét, az abból eredő hasznosságnövekmény megegyezik annak határhasznával, ha azt a jövedelemegységet megtakarítja t. periódusban. Ugyanis ez utóbbi esetben a $t+1$. periódusban megkapja a megtakarítása után járó kamatot, amit szintén fogyasztásra fordíthat, viszont a jövőbeli periódus a jelenhez képest kisebb súllyal szerepel a hasznossági függvényben (β), és az adók megváltozásával is korrigálni kell az értéket. Szintén az elsőrendű feltételekből megkapható a reprezentatív fogyasztó munkakínálati függvénye:

$$\psi L_t(j)^\eta = \frac{1-\tau_t^L}{1+\tau_t^C} w_t C_t^Y(j)^{-\sigma}. \tag{4.20}$$

Optimumban tehát a munkakínálat egységnyi növeléséből származó hasznosságnövekmény egyenlő az abból adódó hasznosságveszteséggel. A munka ugyanis indirekt módon növeli a hasznosságot, mert az érte kapott rendelkezésre álló (adóval csökkentett) bért fogyasztási cikkekre fordíthatja a fogyasztó (az egyenlet jobb oldala), viszont csökkenti is, mert a számára hasznos szabadidő mennyiségét visszaveti az egyenlet bal oldalán láthat értékkel.

A fogyasztói optimalizációból adódik a munkaképesek és gyermekek fogyasztása közti kapcsolat,

$$\xi \frac{1}{C_t^K(j)} \frac{N_t^Y}{N_t^K} = C_t^Y(j)^{-\sigma}, \tag{4.21}$$

mely összefüggés azt mutatja, hogy a gyermekek fogyasztásának határhaszna megegyezik a munkaképesek fogyasztásának határhasznával. Végül levezethető az az Euler-egyenlet is, mely azon munkaképesek viselkedését írja le, kik a következő időszaktól nyugdíjassá válnak:

$$C_t^Y(j)^{-\sigma} = \beta(1+r_{t+1}) \frac{1+\tau_t^C}{1+\tau_{t+1}^C} C_{t+1}^O(j)^{-\sigma}. \tag{4.22}$$

A (4.19) egyenlethez hasonlóan ez az egyenlet is a várható határhasznok kiegyenlítődését írja le optimumban.

A fentiekben csupán a j-edik munkaképes problémájával foglalkoztunk, azonban aggregált szinten szeretnénk vizsgálni a fogyasztás alakulását. Ehhez fel kell írni a munkaképesek fogyasztási függvényét, hogy az egyes fogyasztók összes fogyasztása aggregálhatóvá váljék. A fogyasztók között ugyanis létezik olyan, aki 1, 2, 3, stb. periódus óta munkaképes korú, illetve idős. Elsőként át kell alakítani úgy a (4.19) és a (4.22) Euler-egyenleteket, hogy minden időszak fogyasztása kifejezhető legyen a jelen időszaki fogyasztás függvényében[6]:

$$C^Y_{t+n}(j) = \prod_{k=1}^{n} \left[\beta(1 + r_{t+k}) \frac{1 + \tau^C_{t+k-1}}{1 + \tau^C_{t+k}} \right]^{\frac{1}{\sigma}} C^Y_t(j), \tag{4.23}$$

$$C^O_{t+n}(j) = \prod_{k=1}^{n} \left[\beta(1 + r_{t+k}) \frac{1 + \tau^C_{t+k-1}}{1 + \tau^C_{t+k}} \right]^{\frac{1}{\sigma}} C^Y_t(j). \tag{4.24}$$

Majd az alábbi intertemporális költségvetési korlátra lesz szükség a levezetéshez, mely a (4.25) egyenlet szerint adható meg[7].

[6]A (4.24) egyenlet felírásához felhasználtuk a későbbiek során, az idősek problémájánál levezetett (4.41) egyenletet is.

[7]A levezetés során kihasználtuk a transzverzalitási feltételt, miszerint az életpálya végén a fogyasztó által felhalmozni kívánt kötvényállomány jelenértéke 0.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\prod_{k=1}^{n}(1-\omega_{t+k-1})[(1-\tau^L_{t+n})w_{t+n}L_{t+n}(j)+TR^Y_{t+n}(j)+profit_{t+n}(j)-T_{t+n}(j)]}{\prod_{k=1}^{n}(1+r_{t+k})}+$$

$$+(1+r_t)B^Y_{t-1}(j)+\omega_t\sum_{n=1}^{\infty}\frac{TR^O_{t+n}(j)\prod_{k=2}^{n}(1-\gamma_{t+k-1})}{\prod_{k=1}^{n}(1+r_{t+k})}+$$

$$+(1-\omega_t)\omega_{t+1}\sum_{n=2}^{\infty}\frac{TR^O_{t+n}(j)\prod_{k=3}^{n}(1-\gamma_{t+k-1})}{\prod_{k=2}^{n}(1+r_{t+k})}+\dots$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\prod_{k=1}^{n}(1-\omega_{t+k-1})(1+\tau^C_{t+n})C^Y_{t+n}(j)}{\prod_{k=1}^{n}(1+r_{t+k})}+(1+\tau^C_t)\frac{N^K_t}{N^Y_t}C^K_t(j)+$$

$$+\omega_t\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(1+\tau^C_{t+n})\prod_{k=1}^{n}\left[\beta(1+r_{t+k})\frac{1+\tau^C_{t+k-1}}{1+\tau^C_{t+k}}\right]^{\frac{1}{\sigma}}C^Y_t(j)\prod_{k=2}^{n}(1-\gamma_{t+k-1})}{\prod_{k=1}^{n}(1+r_{t+k})}+$$

$$+(1-\omega_t)\omega_{t+1}\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(1+\tau^C_{t+n})C^O_{t+n}(j)\prod_{k=3}^{n}(1-\gamma_{t+k-1})}{\prod_{k=2}^{n}(1+r_{t+k})}+\dots. \tag{4.25}$$

Eszerint az életpálya során elfogyasztott és a gyermekeknek adott javak jelenértéke megegyezik a kezdeti vagyon, a munkajövedelmek jelenértéke és a transzferek jelenértékének összegével, az adók jelenértékével lecsökkentve. Mindezek korrigáltak a nyugdíjazási és halálozási valószínűségekkel. A t. periódusban ω_t valószínűséggel válik nyugdíjassá egy munkaképes egyén, így ekkora a valószínűsége annak, hogy az időskori transzferekből származik jövedelme addig, amíg el nem hálálozik ($(1-\gamma_t)$ valószínűséggel éli túl az adott periódust) és $(1-\omega_t)$ pedig annak, hogy munkaképes marad, így az akkor megszerezhető munkajövedelem, profit, és fiatalkori transzferek adókkal csökkentett jelenértékét szerezheti meg. Amennyiben a t. peridusban még munkaképes marad, a $t+1$. periódusban $(1-\omega_t)\omega_{t+1}$ valószínűséggel lesz nyugdíjas, a $t+2$. periódusban $(1-\omega_t)(1-\omega_{t+1})\omega_{t+2}$ valószínűséggel, és így tovább. Hasonlóképpen értelmezhető a várható fogyasztás jelenértéke is.

A (4.23) és a későbbiekben, az idős fogyasztók optimalizációjából levezetett (4.42) egyenletek behelyettesíthetők az intertemporális költségvetési korlátba $C^Y_{t+n}(j)$

és $C^O_{t+n}(j)$ helyére, így minden fogyasztás felírható a t. periódusbeli fiatalkori fogyasztás, illetve – mivel legkorábban ők a $t+1$. periódusban válhatnak időssé – a $t+1$. periódusbeli időskori fogyasztás függvényében:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\prod_{k=1}^{n}(1-\omega_{t+k-1})[(1-\tau^L_{t+n})w_{t+n}L_{t+n}(j)+TR^Y_{t+n}(j)+profit_{t+n}(j)-T_{t+n}(j)]}{\prod_{k=1}^{n}(1+r_{t+k})}+$$

$$+(1+r_t)B^Y_{t-1}(j)+\omega_t\sum_{n=1}^{\infty}\frac{TR^O_{t+n}(j)\prod_{k=2}^{n}(1-\gamma_{t+k-1})}{\prod_{k=1}^{n}(1+r_{t+k})}+$$

$$+(1-\omega_t)\omega_{t+1}\sum_{n=2}^{\infty}\frac{TR^O_{t+n}(j)\prod_{k=3}^{n}(1-\gamma_{t+k-1})}{\prod_{k=2}^{n}(1+r_{t+k})}+\dots$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\prod_{k=1}^{n}(1-\omega_{t+k-1})(1+\tau^C_{t+n})\prod_{k=1}^{n}\left[\beta(1+r_{t+k})\frac{1+\tau^C_{t+k-1}}{1+\tau^C_{t+k}}\right]^{\frac{1}{\sigma}}C^Y_t(j)}{\prod_{k=1}^{n}(1+r_{t+k})}+(1+\tau^C_t)\frac{N^K_t}{N^Y_t}C^K_t(j)+$$

$$+\omega_t\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(1+\tau^C_{t+n})\prod_{k=1}^{n}\left[\beta(1+r_{t+k})\frac{1+\tau^C_{t+k-1}}{1+\tau^C_{t+k}}\right]^{\frac{1}{\sigma}}C^Y_t(j)\prod_{k=2}^{n}(1-\gamma_{t+k-1})}{\prod_{k=1}^{n}(1+r_{t+k})}+$$

$$+(1-\omega_t)\omega_{t+1}\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(1+\tau^C_{t+n})\prod_{k=2}^{n}\left[\beta(1+r_{t+k})\frac{1+\tau^C_{t+k-1}}{1+\tau^C_{t+k}}\right]^{\frac{1}{\sigma}}C^O_{t+1}(j)\prod_{k=3}^{n}(1-\gamma_{t+k-1})}{\prod_{k=2}^{n}(1+r_{t+k})}+\dots. \tag{4.26}$$

A (4.26) egyenletből átalakítások után kifejezhető a j-edik munkaképes t. időszaki fogyasztása, hiszen a (4.22) egyenlet segítségével $C^O_{t+1}(j)$ is felírható $C^Y_t(j)$ függvényeként. A rövidebb felírási mód miatt az alábbi változókat vezetjük be a $C^Y_t(j)$-re átrendezett intertemporális költségvetési korlát egyes tagjainak jelölésére:

$$C^Y_t(j)=\frac{\mathcal{E}_t(j)+\mathcal{F}_t(j)+(1+r_t)B^Y_{t-1}(j)-(1+\tau^C_t)\frac{N^K_t}{N^Y_t}C^K_t(j)}{\mathcal{G}_t(j)+\mathcal{H}_t(j)}, \tag{4.27}$$

ahol

$$\mathcal{E}_t(j) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\prod_{k=1}^{n}(1-\omega_{t+k-1})[(1-\tau_{t+n}^{L})w_{t+n}L_{t+n}(j) + TR_{t+n}^{Y}(j) + profit_{t+n}(j) - T_{t+n}(j)]}{\prod_{k=1}^{n}(1+r_{t+k})} \tag{4.28}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_t(j) &= \omega_t \sum_{n=1}^{\infty} \frac{TR_{t+n}^{O}(j)\prod_{k=2}^{n}(1-\gamma_{t+k-1})}{\prod_{k=1}^{n}(1+r_{t+k})} + \\ &+ (1-\omega_t)\omega_{t+1} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{TR_{t+n}^{O}(j)\prod_{k=3}^{n}(1-\gamma_{t+k-1})}{\prod_{k=2}^{n}(1+r_{t+k})} + \ldots\end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\mathcal{G}_t = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\prod_{k=1}^{n}(1-\omega_{t+k-1})(1+\tau_{t+n}^{C})\prod_{k=1}^{n}\left[\beta(1+r_{t+k})\frac{1+\tau_{t+k-1}^{C}}{1+\tau_{t+k}^{C}}\right]^{\frac{1}{\sigma}}}{\prod_{k=1}^{n}(1+r_{t+k})} \tag{4.30}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_t &= \omega_t \left(\beta^{\frac{1}{\sigma}}(1+r_{t+1})^{\frac{1}{\sigma}-1}\left(\frac{1+\tau_t^{C}}{1+\tau_{t+1}^{C}}\right)^{\frac{1}{\sigma}}\mathcal{D}_{t+1}\right) + \\ &+ (1-\omega_t)\omega_{t+1}\left(\beta^{\frac{2}{\sigma}}((1+r_{t+1})(1+r_{t+2}))^{\frac{1}{\sigma}-1}\left(\frac{1+\tau_t^{C}}{1+\tau_{t+1}^{C}}\right)^{\frac{1}{\sigma}}\left(\frac{1+\tau_{t+1}^{C}}{1+\tau_{t+2}^{C}}\right)^{\frac{1}{\sigma}}\mathcal{D}_{t+2}\right) + \ldots,\end{aligned} \tag{4.31}$$

ahol $\mathcal{D}$ a (4.47) egyenletben látható az idős korúak egyenleteinél. Az előbbi összefüggéseket felhasználva $\mathcal{E}_t(j)$, $\mathcal{F}_t(j)$, $\mathcal{G}_t$ és $\mathcal{H}_t$ átalakíthatók az alábbi, egyszerűbb formákra:

$$\mathcal{E}_t(j) = (1-\tau_t^{L})w_tL_t(j) + TR_t^{Y}(j) + profit_t(j) - T_t(j) + \frac{1-\omega_t}{1+r_{t+1}}\mathcal{E}_{t+1}(j) \tag{4.32}$$

$$\mathcal{F}_t(j) = \omega_t\frac{\mathcal{A}_{t+1}(j)}{1+r_{t+1}} + (1-\omega_t)\frac{\mathcal{F}_{t+1}(j)}{1+r_{t+1}} \tag{4.33}$$

$$\mathcal{G}_t = 1 + \tau_t^C + (1-\omega_{t+1})\beta^{\frac{1}{\sigma}}(1+r_{t+1})^{\frac{1}{\sigma}-1}\left[\frac{1+\tau_t^C}{1+\tau_{t+1}^C}\right]^{\frac{1}{\sigma}}\mathcal{G}_{t+1} \tag{4.34}$$

$$\mathcal{H}_t = \beta^{\frac{1}{\sigma}}(1+r_{t+1})^{\frac{1}{\sigma}-1}\left[\frac{1+\tau_t^C}{1+\tau_{t+1}^C}\right]^{\frac{1}{\sigma}}\left[\omega_t\mathcal{D}_{t+1} + (1-\omega_t)\mathcal{H}_{t+1}\right], \tag{4.35}$$

ahol $\mathcal{A}_{t+1}$ az idősek (4.49) egyenlete alapján adható meg. Így már aggregálható a munkaképesek fogyasztása az utóbbi négy egyenlet és a 4.27 egyenlet segítségével ha szorzunk a létszámukkal:

$$N_t^Y C_t^Y(j) = N_t^Y \frac{\mathcal{E}_t(j) + \mathcal{F}_t(j) + (1+r_t)B_{t-1}^Y(j) - (1+\tau_t^C)\frac{N_t^K}{N_t^Y}C_t^K(j)}{\mathcal{G}_t + \mathcal{H}_t}, \tag{4.36}$$

amiből a munkaképes lakosság aggregált fogyasztása

$$C_t^Y = \frac{(1-\tau_t^L)w_t L_t + TR_t^Y - T_t + profit_t + \frac{1-\omega_t}{1+r_{t+1}}\frac{N_t^Y}{N_{t+1}^Y}\mathcal{E}_{t+1} + (1+r_t)B_{t-1}^Y - (1+\tau_t^C)C_t^K}{\mathcal{G}_t + \mathcal{H}_t} +$$
$$+ \frac{\omega_t \frac{N_t^Y}{N_{t+1}^O}\frac{\mathcal{A}_{t+1}}{1+r_{t+1}} + (1-\omega_t)\frac{\mathcal{F}_{t+1}}{1+r_{t+1}}\frac{N_t^Y}{N_{t+1}^Y}}{\mathcal{G}_t + \mathcal{H}_t}, \tag{4.37}$$

ahol C_t^Y a munkaképes népesség aggregált fogyasztása, L_t a munkaképesek aggregált munkakínálata, TR_t^Y a munkaképeseknek nyújtott transzferek összessége, T_t a munkaképesek által fizetett egyösszegű adók összessége, B_{t-1}^Y a munkaképesek aggregált megtakarítása, C_t^K a gyermekek aggregált fogyasztása.

Idős fogyasztók

A j-edik, reprezentatív idős az alábbi célt maximalizálja a t. periódusban:

$$V_t^O = \frac{C_t^O(j)^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \beta E_t V_{t+1}^O, \tag{4.38}$$

ahol V_t^O a t. időszaki értékfüggvény, $C_t^O(j)$ a reprezentatív nyugdíjas fogyasztása, σ az intertemporális rugalmasság reciproka és β a szubjektív diszkontfaktor ($0 < \beta < 1$). Ez utóbbi két paraméter egyszerűsítésként most megegyezik a munkaképes korúakéval. Hasznosságuk maximalizálása során figyelembe veszik, hogy a következő időszakot $(1 - \gamma_t)$ valószínűséggel élik meg, így

$$E_t V_{t+1}^O = (1 - \gamma_t) V_{t+1}^O. \tag{4.39}$$

Nyugdíjazásuk után a munkapiacra már nem lépnek ki, így munkajövedelmük nincs, viszont az állam transzfereket folyósít nekik nyugdíj formájában. Továbbá visszakapják az előző időszaki megtakarításaikat a kamatokkal együtt. Jövedelmüket egyrészt fogyasztásra fordítják, melyet fogyasztási adó terhel, másrészt további megtakarításokat eszközölhetnek. Az előbbieket a költségvetési korlát foglalja össze, mely a t. periódusban:

$$TR_t^O(j) + B_{t-1}^O(j)(1 + r_t) = (1 + \tau_t^C) C_t^O(j) + (1 - \gamma_t) B_t^O(j), \tag{4.40}$$

ahol $TR_t^O(j)$ az idősnek nyújtott transzfer, $B_t^O(j)$ az idős által vásárolt kötvényállomány[8], r_t a kamatláb, τ_t^C a fogyasztási adó kulcsa. Feltesszük, hogy az idősek megtakarítása ugyanúgy kamatozik, mint a fiataloké, vagyis a két csoport kamatlába megegyezik.

Az elsőrendű feltételekből adódik a j nyugdíjas Euler-egyenlete:

$$C_t^O(j)^{-\sigma} = \beta(1 + r_{t+1}) \frac{1 + \tau_t^C}{1 + \tau_{t+1}^C} C_{t+1}^O(j)^{-\sigma}, \tag{4.41}$$

miszerint optimumban az egymást követő időszakok fogyasztásának várható határhaszna egyenlő. Értelmezése a fiatalok Euler-egyenletével megegyező, azaz a fogyasztó számára ugyanakkor pótlólagos hasznosságot biztosít, ha a t. periódusban egységnyi jövedelmet fogyasztásra fordít, mint ha akkor inkább megtakarítja

[8]Mivel $(1 - \gamma_t)$ valószínűséggel éli meg az egyén a következő periódust, a megtakarításának várható értéke $(1 - \gamma_t) B_t^O(j)$.

azt, és majd csak a következő periódusban a kamatokkal együtt fordítja azt fogyasztásra. A fentiekben csak a j-edik idős problémáját írtuk le, azonban a fogyasztás alakulását aggregált szinten vizsgáljuk. Ehhez szükségünk van a nyugdíjasok fogyasztási függvényére, hasonlóképpen mint a munkaképes fogyasztóknál korábban. Első lépés a (4.41) Euler-egyenlet átalakítása úgy, hogy minden időszak fogyasztása kifejezhető legyen a jelen időszaki fogyasztás függvényében:

$$C^O_{t+n}(j) = \prod_{k=1}^{n} \left[\beta(1 + r_{t+k}) \frac{1 + \tau^C_{t+k-1}}{1 + \tau^C_{t+k}} \right]^{\frac{1}{\sigma}} C^O_t(j). \tag{4.42}$$

Második lépés az intertemporális költségvetési korlát felírása, úgy, mint a munkaképesek esetén:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\prod_{k=1}^{n}(1 - \gamma_{t+k-1}) TR^O_{t+n}(j)}{\prod_{k=1}^{n}(1 + r_{t+k})} + (1+r_t) B^O_{t-1}(j) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\prod_{k=1}^{n}(1 - \gamma_{t+k-1})(1 + \tau^C_{t+n}) C^O_{t+n}(j)}{\prod_{k=1}^{n}(1 + r_{t+k})}. \tag{4.43}$$

Eszerint az idős korban kapott jövedelem jelenértéke megegyezik a fogyasztások jelenértékével. Mivel az egyén $(1-\gamma_t)$ valószínűséggel éli csak meg a következő időszakot a t. periódusban, korrigálni kell a túlélési valószínűséggel. $C^O_{t+n}(j)$ helyére beírható a (4.42), átalakított Euler-egyenlet, így az intertemporális korlát fogyasztási oldalán a t. periódus időskori fogyasztása szerepeltethető a minden tagban:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\prod_{k=1}^{n}(1 - \gamma_{t+k-1}) TR^O_{t+n}(j)}{\prod_{k=1}^{n}(1 + r_{t+k})} + (1 + r_t) B^O_{t-1}(j) =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\prod_{k=1}^{n}(1 - \gamma_{t+k-1})(1 + \tau^C_{t+n}) \prod_{k=1}^{n} \left[\beta(1 + r_{t+k}) \frac{1+\tau^C_{t+k-1}}{1+\tau^C_{t+k}} \right]^{\frac{1}{\sigma}} C^O_t(j)}{\prod_{k=1}^{n}(1 + r_{t+k})}. \tag{4.44}$$

Így az intertemporális költségvetési korlát átrendezésével kifejezhető a t. időszaki időskori fogyasztás:

$$C_t^O(j) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\prod_{k=1}^{n}(1-\gamma_{t+k-1})TR_{t+n}^O(j)}{\prod_{k=1}^{n}(1+r_{t+k})} + (1+r_t)B_{t-1}^O(j)}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\prod_{k=1}^{n}(1-\gamma_{t+k-1})(1+\tau_{t+n}^C)\prod_{k=1}^{n}\left[\beta(1+r_{t+k})\frac{1+\tau_{t+k-1}^C}{1+\tau_{t+k}^C}\right]^{\frac{1}{\sigma}}}{\prod_{k=1}^{n}(1+r_{t+k})}}. \tag{4.45}$$

Az egyszerűség kedvéért vezessük be az alábbi jelöléseket:

$$\mathcal{A}_t(j) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\prod_{k=1}^{n}(1-\gamma_{t+k-1})TR_{t+n}^O(j)}{\prod_{k=1}^{n}(1+r_{t+k})} \tag{4.46}$$

és

$$\mathcal{D}_t = \sum_{n=0}^{\infty}\prod_{k=1}^{n}(1-\gamma_{t+k-1})(1+\tau_{t+n}^C)\beta^{\frac{n}{\sigma}}\prod_{k=1}^{n}\left[\frac{1+\tau_{t+k-1}^C}{1+\tau_{t+k}^C}\right]^{\frac{1}{\sigma}}(1+r_{t+k})^{\frac{1}{\sigma}-1}! \tag{4.47}$$

Így a t. időszaki fogyasztás:

$$C_t^O(j) = \frac{\mathcal{A}_t(j) + (1+r_t)B_{t-1}^O(j)}{\mathcal{D}_t}. \tag{4.48}$$

A (4.46) és (4.47) egyenletek átalakíthatóak az alábbi formákra:

$$\mathcal{A}_t(j) = TR_t^O(j) + \frac{1-\gamma_t}{1+r_{t+1}}\mathcal{A}_{t+1}(j) \tag{4.49}$$

$$\mathcal{D}_t = 1+\tau_t^C + (1-\gamma_t)\beta^{\frac{1}{\sigma}}\left[\frac{1+\tau_t^C}{1+\tau_{t+1}^C}\right]^{\frac{1}{\sigma}}(1+r_{t+1})^{\frac{1}{\sigma}-1}\mathcal{D}_{t+1}, \tag{4.50}$$

és felhasználásukkal aggregálható az idős háztartások fogyasztása a létszámokkal szorozva:

$$N_t^O C_t^O(j) = \frac{N_t^O TR_t^O(j) + N_t^O \frac{1-\gamma_t}{1+r_{t+1}} \mathcal{A}_{t+1}(j) + N_t^O (1+r_t) B_{t-1}^O(j)}{\mathcal{D}_t}. \tag{4.51}$$

Az idős népesség fogyasztásának összessége tehát

$$C_t^O = \frac{TR_t^O + \frac{1-\gamma_t}{1+r_{t+1}} \frac{N_t^O}{N_{t+1}^O} \mathcal{A}_{t+1} + (1+r_t) B_{t-1}^O}{\mathcal{D}_t}, \tag{4.52}$$

ahol C_t^O az idős népesség aggregált fogyasztása, TR_t^O az időseknek nyújtott transzferek összessége, B_{t-1}^O pedig az idősek aggregált kötvényállománya.

4.4.2. Vállalati szektor

A reprezentatív vállalat egy homogén terméket állít elő tökéletesen versenyző piacon. Ehhez a munkaképes korúak munkaerejét, illetve fizikai tőkét használ fel, melyekért cserébe munkabért és bérleti díjat fizet. A vállalat termelési függvénye minden periódusban

$$Y_t = F(K_{t-1}, L_t), \tag{4.53}$$

ahol Y_t az előállított termék mennyisége, K_{t-1} a termelés során felhasznált tőkemennyiség[9], L_t pedig a termelés során felhasznált munka. Feltesszük, hogy egyre több munkával illetve tőkével egyre több terméket képes előállítani a vállalat, vagyis a határtermék pozitív, de a felhasznált termelési tényezők növekedésével egyre kisebb. Így a termelési függvény tőke illetve munka szerinti első deriváltja pozitív, a második pedig negatív:

[9] A $t-1$-es időindex arra utal, hogy a t. periódusban felhasználható tőkét a $t-1$-es periódusban halmozták fel, vagyis a tőke predeterminált.

$$\frac{\partial F(K_{t-1}, L_t)}{\partial K_{t-1}} > 0, \qquad \frac{\partial F(K_{t-1}, L_t)}{\partial L_t} > 0,$$
$$\frac{\partial^2 F(K_{t-1}, L_t)}{\partial^2 K_{t-1}} < 0, \qquad \frac{\partial^2 F(K_{t-1}, L_t)}{\partial^2 L_t} < 0.$$

A termelési függvényre teljesülnek továbbá az Inada-feltételek (Inada 1963):

$$\lim_{K_{t-1}\to 0} F'_{K_{t-1}} = \infty, \qquad \lim_{K_{t-1}\to\infty} F'_{K_{t-1}} = 0,$$
$$\lim_{L_t\to 0} F'_{L_t} = \infty, \qquad \lim_{L_t\to\infty} F'_{L_t} = 0.$$

Azaz a termelési tényezők határterméke nagyon magas, ha azok mennyisége nagyon alacsony és fordítva, így biztosított, hogy a gazdaság véges munka-, és tőkeállományhoz tartson. A vállalat minden periódusban profitot maximalizál, profitfüggvénye

$$Profit_t = Y_t - w_t L_t - r_t^K K_{t-1}, \tag{4.54}$$

ahol $Profit_t$ a t. időszakban megtermelt profit reálértéke, melyet a vállalat tulajdonosai, vagyis a munkaképes népesség kap meg. Az egyidőszakos optimalizálási feladat megoldásaként felírható a vállalat két elsőrendű feltétele:

$$w_t = MPL_t \tag{4.55}$$

$$r_t^K = MPK_{t-1}, \tag{4.56}$$

melyek szerint a termelési tényezők határterméke (MPL_t, MPK_{t-1}) megegyezik a hozzájuk tartozó tényezőárral. Cobb-Douglas típusú termelési függvény[10] mellett

[10] A Cobb-Douglas típusú termelési függvény egyenlete $Y_t = a_t K_{t-1}^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$, ahol $0 < \alpha < 1$ és a_t a teljes tényezőtermelékenység. A modell állandósult állapotának levezetéséhez a továbbiakban ezt fogjuk használni.

a (4.55) és (4.56) összefüggéseket átalakítva megkapjuk a munka-, és tőkekeresleti függvények egyenletét:

$$L_t = (1-\alpha)\frac{Y_t}{w_t} \tag{4.57}$$

$$K_{t-1} = \alpha\frac{Y_t}{r_t^K}. \tag{4.58}$$

.

Azaz a termelési tényezők iránti kereslet annál magasabb, minél nagyobb a tervezett kibocsátás, illetve minél alacsonyabb az adott tényezőár.

4.4.3. Állam

Az állam kizárólag fiskális politikai funkciókat lát el. Egyrészt adót szed fogyasztási adó, munkajövedelemre kivetett adó és egyösszegű adó formájában, másrészt kormányzati kiadásokat eszközöl és transzfereket folyósít a fiataloknak és időseknek egyaránt. Továbbá hitelt is felvehet a fogyasztóktól, melyet a következő periódusban kamatokkal együtt vissza kell fizetnie. Minden korosztály fogyasztását ugyanakkora fogyasztási adó terheli, és az összes munkavállaló azonos adókulccsal adózik jövedelme után. A háztartásoknak nyújtott transzfereket az állam egyenlően osztja szét, tehát minden fiatal ugyanannyit kap a nekik nyújtott juttatásokból és hasonlóképpen ez az időseknél is elmondható. Az állam költségvetési korlátja tehát az alábbi alakot ölti:

$$\begin{aligned} \tau_t^C(C_t^K + C_t^Y + C_t^O) + \tau_t^L w_t L_t + T_t + Debt_t = \\ G_t + TR_t^Y + TR_t^O + (1+r_t)Debt_{t-1}, \end{aligned} \tag{4.59}$$

ahol $Debt_t$ az állam adósságállománya, G_t a kormányzati kiadások, TR_t^Y a munkaképes korúaknak nyújtott, TR_t^O pedig az időseknek nyújtott transzferek összessége.

Feltesszük, hogy az idős fogyasztók a népességen belüli arányuknak megfelelően kapják a kormányzattól a transzfereket, az összes többi transzfer pedig a munkaképesekhez kerül, hiszen a gyermekről is nekik kell gondoskodniuk:

$$TR_t = TR_t^Y + TR_t^O, \tag{4.60}$$

$$TR_t^O = \kappa_t TR_t. \tag{4.61}$$

Legegyszerűbben az egyösszegű adó bevezetésével biztosítható a modell egyensúlya, melynek összege az alábbi adófüggvény segítségével számítható ki:

$$\frac{T_t}{Y_t} = \frac{T}{Y} + 0,1\left(\frac{Debt_t}{Y_t} - \frac{Debt}{Y}\right), \tag{4.62}$$

vagyis minél jobban meghaladja a GDP-hez viszonyított államadósság az állandósult állapotbeli értéket, annál jobban megnövelik az egyösszegű adókat a kibocsátáshoz viszonyítva.

4.4.4. Vagyonkezelő

Az ilyen típusú modellekben fontos szerepe van a vagyoneszközök piacának, így bevezetünk még egy szereplőt, egyfajta vagyonkezelőt, akinél elhelyezhetik a fogyasztók megtakarításaikat. Bevételeiből tőkefelhalmozást, az államadósságot és a megtakarítások után fizetendő kamatokat finanszírozza. Mivel a vagyonkezelő a tőke tulajdonosa, így annak bérbeadása után megkapja a vállalattól az érte járó reálbérleti díjat, illetve az államnak nyújtott hitel után a kamatot. Célja a (4.63) egyenletben látható profitjelenérték (π_t) maximalizálása.

$$\pi_t = E_t \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r_{t+n}^K K_{t+n-1} + B_{t+n}^O + B_{t+n}^Y + (1 + r_{t+n}) Debt_{t+n-1}}{\prod_{k=1}^{n}(1 + r_{t+k})}$$

$$- \frac{(1 + r_{t+n})(B_{t+n-1}^O + B_{t+n-1}^Y) + Debt_{t+n} + I_{t+n}}{\prod_{k=1}^{n}(1 + r_{t+k})}. \qquad (4.63)$$

A tőkefelhalmozási korlát a t. periódusban

$$I_t = K_t - (1 - \delta) K_{t-1}, \qquad (4.64)$$

ahol $0 < \delta < 1$ az amortizációs ráta. A tőke és kötvény közti helyettesítés optimális feltétele a vagyonkezelő optimalizációjából adódóan

$$r_{t+1}^K + 1 - \delta = 1 + r_{t+1}, \qquad (4.65)$$

miszerint a két eszköz hozama megegyezik[11].

4.4.5. Egyensúly

Az egyes piacok egyensúlyi feltételei a következőképpen írhatók fel.

Árupiac

$$Y_t = C_t + I_t + G_t, \qquad (4.66)$$

ahol C_t a társadalom teljes fogyasztása, vagyis $C_t = C_t^K + C_t^Y + C_t^O$. A vállalat által előállított terméket fogyasztási és beruházási céllal vásárolják meg, illetve kormányzati vásárlásként használják fel.

[11] A (4.64) tőkefelhalmozási korlátot, a (4.65) feltételt és a (4.69) vagyoneszköz piaci egyensúlyt felhasználva megmutatható, hogy optimumban a vagyonkezelő által realizálható profit maximális értéke 0.

Munkapiac

$$L_t^S = L_t^D \tag{4.67}$$

A vállalat munkakereslete megegyezik a munkaképes korúak aggregált munkakínálatával, amit az egyensúlyi reálbér biztosít a munkaerő piacán.

Tőkepiac

$$K_t^S = K_t^D \tag{4.68}$$

A vállalat tőkekereslete megegyezik a vagyonkezelő tőkekínálatával, amit az egyensúlyi reálbérleti díj biztosít a tőke piacán.

Vagyoneszközök piaca

$$B_t^Y + B_t^O = K_t + Debt_t. \tag{4.69}$$

Mivel a modell zárt gazdaságot tartalmaz, a fogyasztók aggregált megtakarításából államkötvényt, vagy tőkeeszközöket vásárolhat a vagyonkezelő.

4.4.6. A paraméterek és az állandósult állapot meghatározása

Az előző fejezetben bemutatott modell olyan növekedési modell, melyben változik a népességszám, így egy főre jutó értékekre kell normálni az egyenleteket az állandósult állapot meghatározásához. Egyensúlyi növekedési pályán ugyanis – mikor az endogén változók növekedési üteme az időben változatlan – az egy főre jutó változók értéke konstanssá válik. Az egy főre jutó változókkal felírt egyenleteket és azok állandósult állapotbeli alakját az F.5. Függelék tartalmazza.

A modell megoldásához szükséges paraméterek értékeit Magyarország adatai alapján állítjuk be. Munkaképes korúak alatt a 20-64 éves korosztályt értjük, így a munkaképes kor átlagos hossza 45 év. Ennek reciproka adja a nyugdíjassá válás valószínűségét, így $\omega_t = 0,0222$. Mivel a nyugdíjkorhatár-módosítás hatásának elemzése nem célja a tanulmánynak, így ezt az értéket konstansnak tekintjük. A születésszám és a várható élettartam változásának hatására koncentrálunk 1980 és 2060 között.

Az idősek csoportjába a 65 évesek és idősebbek tartoznak. A születéskor várható élettartam ismeretében kiszámítható az időskor hossza, melynek reciproka a halálozási valószínűség. Az ily módon számított idősként töltött idő az Eurostat (2018b) adatai és előrejelzése alapján 1980 és 2060 között közel az ötszörösére nő, azaz a modellbeli halálozási valószínűség majdnem az ötödére csökken[12]. Ennek megfelelően az 1980-as $\gamma_{1980} = 0,2439$ lesz a legmagasabb halálozási valószínűség, míg végül elérjük a $\gamma_{2060} = 0,0508$ legalacsonyabb értéket.

Az egy munkaképesre eső születések számát United Nations (2017) adatai és előrejelzése alapján adtuk meg[13]. 1980-ban eszerint $F_{1980} = 0,0295$, majd a 2015-ös mélyponton $F_{2015} = 0,0134$, ahonnan növekedésnek indulva 2060-ra várhatóan eléri az $F_{2060} = 0,0171$ értéket. A modell szimulációját a Függelék F5.2. táblázatában látható F_t és γ_t értékek mellett végeztük el az 1980-2060-as időintervallumon. Az exogén F_t, ω_t és γ_t felhasználásával a korábban bemutatott, demográfiát leíró egyenletekből kiszámítható az összes, népességarányokkal és népességnövekedéssel összefüggő mutató.

A 4.1 táblázat a fiskális politikával kapcsolatos paramétereket és exogén arányokat tartalmazza állandósult állapotban. Ezen értékeket a vizsgált periódusban konstansnak vesszük, mert csak a demográfiai folyamatok hatására koncentrálunk, és a legtöbb esetben a jelenleg elérhető adatok közül a legfrissebbel számolunk. A

[12]1980-ban a születéskor várható élettartam átlagosan 69,1 év volt, míg 2060-ban várhatóan 84,7 év lesz.

[13]Kiszámításakor a modellbeli korcsoportoknak megfelelően a 0 éves korosztály létszámát osztottuk a 20-64 éves korosztály számával.

kormányzati fogyasztás GDP-hez viszonyított aránya az Eurostat (2018b) adatok alapján 2017-ben Magyarországon 20,2% volt, így ezt alkalmazzuk. Az államadósság GDP-hez viszonyított értékének egy meghatározott küszöbértéket, a maastrichti szerződés konvergenciakritériumaként meghatározott 60%-ot választottuk[14]. KSH (2018b) adatok szerint 2016-ban a társadalmi juttatások a GDP 18,9%-t tették ki. Mivel feltettük, hogy a juttatásokból az idős korosztály a népességen belüli arányuknak megfelelően részesül, így a transzferek κ hányada nyugdíjkiadás, a fennmaradó rész pedig a munkaképes korúaknak és gyermekeknek nyújtott transzferek összessége, melyet a dolgozó korosztály kap meg. A munkajövedelmet terhelő adó alatt a European Commission (2018) által becsült implicit adórátát értjük, mely a munkavállaló és a munkáltató által fizetett hozzájárulásokat is tartalmazza. Magyarországon 2016-ban ez 41,6%. A fogyasztási adó kulcsánál szintén az implicit adórátát vettük European Commission (2018) alapján, ami 2016-ban 31,1%.

4.1. táblázat. Fiskális politika

Államadósság a GDP százalékában	$\frac{Debt}{Y}$	60%
Háztartásoknak nyújtott transzferek a GDP százalékában	$\frac{TR}{Y}$	18,9%
Kormányzati kiadások a GDP százalékában	$\frac{G}{Y}$	20,2%
Munkajövedelmet terhelő adó kulcsa	τ^L	41,6%
Fogyasztási adó kulcsa	τ^C	31,1%

Adatok forrása: Eurostat (2018b), KSH (2018b) és European Commission (2018).

A 4.2 táblázat a modell egyéb paramétereit tartalmazza. A teljes termelékenységi mutató az egyszerűség kedvéért egységnyi[15]. A munkajövedelem teljes jövedelmen belüli aránya a Penn World Table adatbázis (Feenstra et al. 2015) 2014-es

[14] Az államadósság GDP-hez viszonyítva 2017-ben az Eurostat (2018b) adatok alapján 75,9% volt, így végeztünk egy olyan szimulációt is, melyben ezzel az értékkel számoltunk a 60% helyett. Mivel ez a két demográfiai osztalék értékében szignifikáns különbséget nem okozott, így ebben a fejezetben csak a 60%-os GDP-arányos államadósság mellett kapott eredményeket közöljük.

[15] Az érték növelésével megjeleníthető a termelékenység növekedése.

adata alapján 60,15%, így a termelési függvényben 0,6015 a munka kitevője, és 1-0,6015=0,3985 a tőkéjé. Ez utóbbi adatbázisból származik az amortizációs rátára vonatkozó adat is, mely 2014-ben 0,045.

4.2. táblázat. A modell egyéb paraméterei

Intertemporális helyettesítési rugalmasság reciproka	σ	1,67
Munkakínálat súlya a hasznossági függvényben	ψ	1,75
Szubjektív diszkontfaktor	β	0,99
Munkakínálat rugalmasságának reciproka	η	3,57
Gyermekek fogyasztásának súlya a hasznossági függvényben	ξ	0,34
Teljes termelékenység	a	1,00
Munkajövedelem részaránya a teljes jövedelemből	$1-\alpha$	0,60
Amortizációs ráta	δ	0,045

Adatok forrása: Gál és Vargha (2013), Feenstra et al. (2015), Havranek (2015), Benczúr et al. (2012).

A fogyasztók preferenciáit leíró paraméterek közül az intertemporális helyettesítés rugalmasságának reciproka Havranek et al. (2015) alapján 1,67[16]. A munkakínálat rugalmassága Benczúr et al. (2012) becslésének eredményeként, 0,28, melynek reciproka $\eta = 3,57$.

Gál és Vargha (2013) nemzeti transzferszámlákon alapuló koréves adatai alapján 2005-ben a 0-19 éves korosztály aggregált fogyasztása a 20-64 éves korosztály fogyasztásának 29%-a volt. A hasznossági függvényben lévő súlyokat (ψ és ξ) úgy

[16] Havranek (2015) 2735 becslés eredményeit gyűjtötte össze 169 publikációból 104 országra vonatkozóan. Magyarországon az intertemporális helyettesítés rugalmassága 0,5 és 0,7 közé tehető, így ezek számtani átlagával, 0,6-tal számolva a hasznossági függvény σ paramétere ennek reciprokaként adódik.

állítottuk be, hogy a 2005-re számított fogyasztási arányok a lehető legközelebb kerüljenek a megfigyelésekhez.

Az állandósult állapot meghatározásának első lépése az egyensúlyi reálkamatláb kiszámítása. Az OLG típusú szereplőket nem tartalmazó DSGE modelleknél ez egyszerűen megoldható, hiszen az a szubjektív diszkontfaktor reciprokával egyezik meg az Euler-egyenletből adódóan. A véges időhorizonton optimalizáló fogyasztókkal bővített modellben azonban ez már nem lesz igaz, hiszen nem a (4.19) és (4.41) Euler-egyenleteket használjuk az állandósult állapot meghatározásához, hanem a F.5 Függelékben látható összefüggéseket. Emiatt iteratív módon kell megkeresni azt a kamatlábat, mely egyensúlyt teremt a vagyoneszközök piacán.

Tegyük fel, hogy az egyensúlyi reálkamatláb ismert, mert annak segítségével az összes többi változó megkapható! Válasszunk neki egy tetszőleges induló értéket! Az r ismeretében az (F5.48) egyenlet megadja a reálbérleti díj állandósult állapotbeli értékét, melyből az (F5.42) tőkekeresleti függvényt felhasználva kapjuk a kibocsátás tőkeállományhoz viszonyított arányát. Ez utóbbi arány és az (F5.43) termelési függvény alapján kiszámítható a tőke munkához viszonyított aránya, majd a két arány szorzataként a kibocsátás munkához viszonyított aránya. Az (F5.41) munkakeresleti függvényből így már meghatározható a reálbér értéke. Az (F5.50) beruházási függvényből és a kibocsátás–tőke arányból kapjuk a beruházás kibocsátáshoz viszonyított arányát. Mivel exogén a kormányzati kiadások GDP-hez viszonyított aránya állandósult állapotban, és teljesül az egyensúly az árupiacon, a fogyasztás GDP-hez viszonyított aránya felírható a következőképpen:

$$\frac{\tilde{C}}{\tilde{Y}} = 1 - \frac{\tilde{I}}{\tilde{Y}} - \frac{\tilde{G}}{\tilde{Y}}, \tag{4.70}$$

ahol a hullámvonallal jelölt változók az egy főre jutó értékeket jelölik. Mivel az idősek népességen belüli arányuknak megfelelően részesülnek az állam által nyújtott transzferekből, és exogén a háztartásoknak nyújtott összes transzfer GDP-hez viszonyított aránya állandósult állapotban, meghatározható az időseknek, majd a fiataloknak nyújtott transzferek kibocsátáshoz viszonyított aránya is:

$$\frac{\tilde{TR^O}}{\tilde{Y}} = \kappa\frac{\tilde{TR}}{\tilde{Y}} \tag{4.71}$$

$$\frac{\tilde{TR^Y}}{Y} = \frac{\tilde{TR}}{\tilde{Y}} - \frac{\tilde{TR^O}}{\tilde{Y}}. \tag{4.72}$$

Mivel ismert az államadósság GDP-hez viszonyított aránya állandósult állapotban, az egyösszegű adók kibocsátáshoz viszonyított aránya megkapható az állam (F5.44) költségvetési korlátjából:

$$\frac{\tilde{T}}{\tilde{Y}} = \frac{\tilde{G}}{\tilde{Y}} + \frac{\tilde{TR}}{\tilde{Y}} + (r-n)\frac{\tilde{Debt}}{\tilde{Y}} - \tau^C\frac{\tilde{C}}{\tilde{Y}} - \tau^L w\frac{\tilde{L}}{\tilde{Y}}. \tag{4.73}$$

A fentiek ismeretében a fogyasztási függvényekben szereplő változók GDP arányos értékei is felírhatók (F5.32), (F5.33) és (F5.39) egyenletek alapján:

$$\frac{\tilde{\mathcal{E}}}{\tilde{Y}} = \frac{1+r}{r+\omega}\left((1-\tau^L)w\frac{\tilde{L}}{\tilde{Y}} + \frac{\tilde{TR^Y}}{\tilde{Y}} - \frac{\tilde{T}}{\tilde{Y}}\right), \tag{4.74}$$

$$\frac{\tilde{\mathcal{A}}}{\tilde{Y}} = \frac{1+r}{r+\gamma}\frac{\tilde{TR^O}}{\tilde{Y}}. \tag{4.75}$$

$$\frac{\tilde{\mathcal{F}}}{\tilde{Y}} = \frac{1+r}{r+\omega}\cdot\frac{\omega\tilde{\mathcal{A}}}{\varphi\tilde{Y}}, \tag{4.76}$$

A fogyasztási függvények nevezőjében található változók állandósult állapotbeli értéke – $\mathcal{G}$, $\mathcal{H}$ és $\mathcal{D}$ – szintén kiszámítható az (F5.34), (F5.35) és (F5.40) egyenletek alapján.

Végül a fennmaradó egyenletekből átalakítások után megkapható a kibocsátás állandósult állapotbeli értéke, melynek ismeretében az összes endogén változó értéke megadható a korábban kiszámított GDP-arányos értékek felhasználásával.

A levezetés elején feltettük, hogy a kamatláb ismert, és adtunk neki egy tetszőleges kezdeti értéket. Ha jól választottuk meg ezt a kamatlábat, akkor az egyensúlyt teremt a vagyoneszközök piacán, vagyis teljesíti az (F5.51) feltételt. Ha a vagyoneszközök piaca nincs egyensúlyban, akkor új kamatlábbal kell próbálkozni, és ezt az eljárást addig kell folytatni, míg a vagyoneszközök piaca egyensúlyba nem kerül. A probléma megoldásához Newton-algoritmust használtunk, és Matlab programcsomag segítségével kaptuk meg az egyensúlyi állandósult állapotbeli kamatláb értékét, mely – mint ahogy már említettük –, az OLG típusú szereplőket tartalmazó modellekben nem egyezik meg a szubjektív diszkontfaktor reciprokával.

4.5. Eredmények

Az előbbi alfejezetben bemutatott módszert alkalmazva kiszámítottuk az endogén változók állandósult állapotbeli értékeit 1980-tól 2060-ig, az adott évre vonatkozó demográfiai mutatók felhasználásával. Az értékek az F.5.1-F.5.8. ábrákon láthatók az F.5. Függelékben.

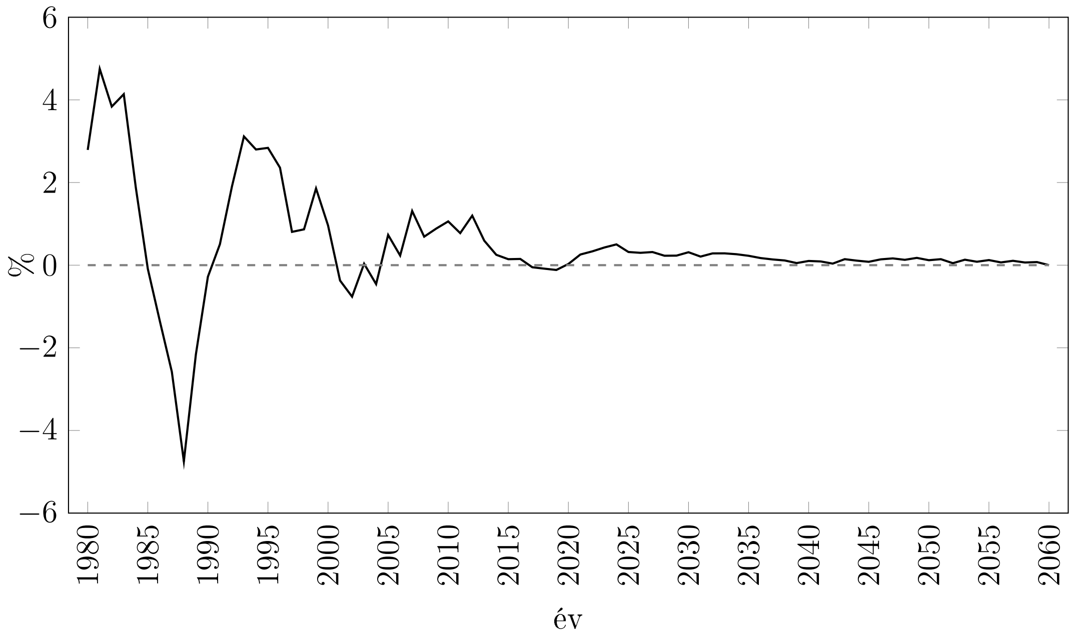
A Curtis et al. (2015) által meghatározott három csatorna[17], melyen keresztül a demográfiai átmenet befolyásolhatja a háztartások megtakarításait, a modellben is érvényesül. A fogyasztói szektor egy főre eső aggregált megtakarításának növekedési rátája a 4.3. ábrán látható. A 1990-es elejétől kezdődően – két rövidebb időszakot leszámítva – folyamatos növekedés figyelhető meg az alakulásában a modell eredményei alapján (a növekedési ráta pozitív). A kezdeti gyors növekedés az idő múlásával azonban egyre lassuló üteművé válik. Az egy főre eső megtakarítás növekedése egyrészt annak köszönhető, hogy a vizsgált időszak kezdetén szinte stagnáló várható élettartam az 1990-es évek elején kezd el emelkedni, és ez a növekvő tendencia a vizsgált időintervallum végéig fennáll. A másik befolyásoló tényező az "eltartott gyermek" hatás (Curtis et al. 2015). Megfigyelhető, hogy azokban az időszakokban, mikor az egy munkaképesre jutó gyermekek létszáma relatíve magasabb, akkor az aggregált megtakarítás egy főre eső értéke alacsonyabb,

[17]Részletes leírását lásd a 4.2. fejezetben.

és fordítva. Végül a harmadik mozgatóerő a fogyasztási hányad változása. 1999 után a modellbeli fogyasztási ráta, azaz a fogyasztás aránya a jövedelmen belül, folyamatosan csökken. 1999-ben a GDP 64 százalékát teszi ki az aggregált fogyasztás, 2060-ban pedig már csak az 58 százalékával egyenlő. A fogyasztók tehát jövedelmük nagyobb hányadát takarítják meg az idő előrehaladtával, amit később felhasználhatnak a fogyasztásuk finanszírozására inaktív életszakaszuk során.

A fogyasztók megtakarításának egy részéből beruházásokat finanszíroznak, így a tőkeállomány egy főre jutó értékének alakulása a megtakarítások idősorával megegyező. A bővülő tőkemennyiség növeli a munkaerő termelékenységét, ami végül az egységnyi munkára eső kibocsátás növekedését eredményezi.

4.3. ábra. A modellből számított aggregált fogyasztói megtakarítás egy főre eső értékének növekedési rátája, %



Forrás: Saját számítás alapján.

Mason et al. (2016) a jólét indikátoraként az egy főre eső fogyasztást használja, mely a modellben az alábbi összetevőkre bontható fel:

$$\frac{C}{N} = \frac{N^Y}{N} \cdot \frac{Y}{N^Y} \cdot \frac{C}{Y}, \tag{4.77}$$

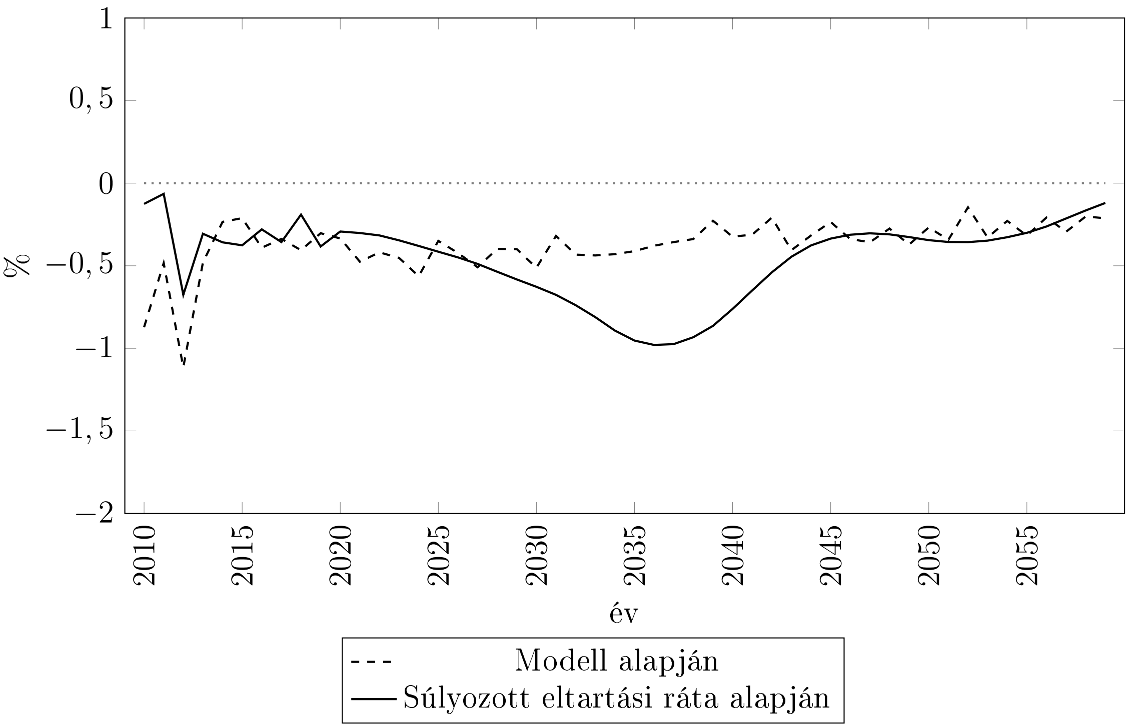
ahol $\frac{N^Y}{N}$ a munkaképesek teljes népességen belüli aránya, ami egyfajta eltartási rátaként értelmezhető, ha a számláló a jövedelemtermelőket, a nevező pedig a fogyasztókat, vagyis a teljes népességet mutatja. $\frac{Y}{N^Y}$ az egy munkaképes korúra jutó kibocsátás, ami a munkaképes korosztály termelékenységével azonosítható, és $\frac{C}{Y}$ a fogyasztási ráta. A (4.77). egyenlet alapján az egy főre eső fogyasztás növekedési üteme e három tényező növekedési ütemének függvénye.

Az első tényező, azaz az eltartási ráta növekedési üteme az első demográfiai osztalék, melynek alakulása a modellben csupán a létszámarányok változásától függ. A második és harmadik tag szorzatának – azaz az egy munkaképes által megtermelt jövedelem elfogyasztott hányadának – növekedési üteme pedig a második demográfiai osztalék.

A 2. fejezetben már készítettünk becslést az első demográfiai osztalék alakulására Magyarországon. Akkor a nemzeti transzferszámlákon alapuló koréves fogyasztási és jövedelmi jellemzők, valamint létszámadatok alapján megállapítottuk, hogy a Ratkó-gyermekek, majd a Ratkó-unokák munkaképessé válásakor rövid ideig pozitív hozadéka van a demográfiai folyamatoknak, mert a jövedelemtermelők aránya növekszik a fogyasztókhoz képest. Ennek kifulladásakor, illetve a Ratkó-gyermekek nyugdíjassá válásakor az első osztalék negatívvá válik, és az előrejelzés szerint a vizsgált időtávon, azaz 2060-ig, az is marad.

A modellbeli első osztalék az előbbivel ellentétben csak a létszámarány változásának függvénye, viszont itt is levonható az a következtetés, hogy 2010 után tartósan negatív marad, sőt a modell szerint már 2005-től kezdődően, előtte pedig csupán rövid ideig képes bizonyos időszakokban pozitívan befolyásolni az egy főre eső fogyasztás növekedését. A modellből becsült első osztalék időbeli alakulása a vizsgált időtávon a 4.5. ábrán látható. A 2010 utáni időszakon összevetve a 2. fejezetben kapott első osztalékot a modellbeli eredménnyel a 4.4. ábra mutatja. Mindkettő negatív, és a 0 és -1 közti intervallumon mozog. A kettő között jelentős különbség a 2030-as években, illetve a 2040-es évek elején figyelhető meg, mikor a koréves jellemzőkkel súlyozott eltartási ráta nagyobb csökkenést jelez előre, mint a modellbeli verzió. Fontos megemlíteni, hogy az előbbiben konstansak a koréves jellemzők, így az egy főre eső munkajövedelem és fogyasztás nem fog változni az idő múlásával az egyes korosztályok esetén. Ez azt jelenti, hogy mindig ugyanazok a korévek lesznek a legfőbb jövedelemtermelők, illetve az eltartottak korcsoportja is állandó marad, csak azok létszáma változik. Tehát ha a nagyobb eltartási igényű idősebb korosztály aránya nő a népességen belül, akkor az a konstans súlyozás felerősítheti az eltartási ráta csökkenését.

4.4. ábra. A modellből számított és a koréves jellemzőkkel súlyozott eltartási rátából számított első demográfiai osztalék alakulása, %

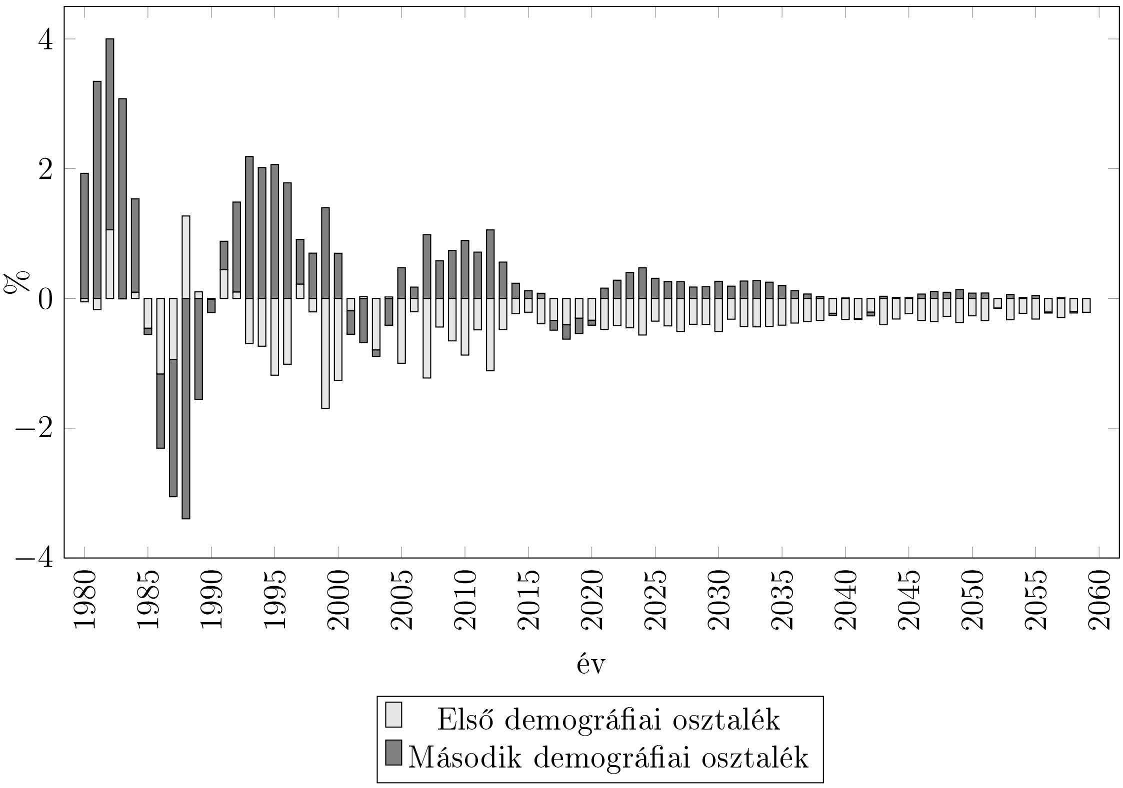


Forrás: Saját számítás alapján.

Az első osztalék negatív hatása a második osztalékkal enyhíthető, amennyiben a növekvő megtakarítások a termelékenység kellő mértékű növekedését eredményezik. Prskawetz és Sambt (2014), illetve Gál és Radó (2018) nemzeti transzferszámlákon alapuló koréves adatokat használva, illetve 1,5%-os exogén technikai haladást feltételezve, becsülte meg a második demográfiai osztalék értékét Magyarországon. Mindkét tanulmány pozitív, de olyannyira alacsony második osztalékot jelez előre 2015 után, hogy összességében a két osztalék összege negatívvá válik. A második osztalék tehát nem képes kompenzálni az első osztalék visszahúzó erejét.

A modellünkből becsült második osztalék alakulását a 4.5. ábra mutatja. Az előbbiekhez hasonlóan, a modell is jelzi a második osztalék kifulladását az idő előrehaladtával, és 2015-től kezdődően itt is tartósan negatívvá válik a két osztalék összege.

4.5. ábra. Az egy főre eső fogyasztás növekedési üteme tényezőkre bontva (%)



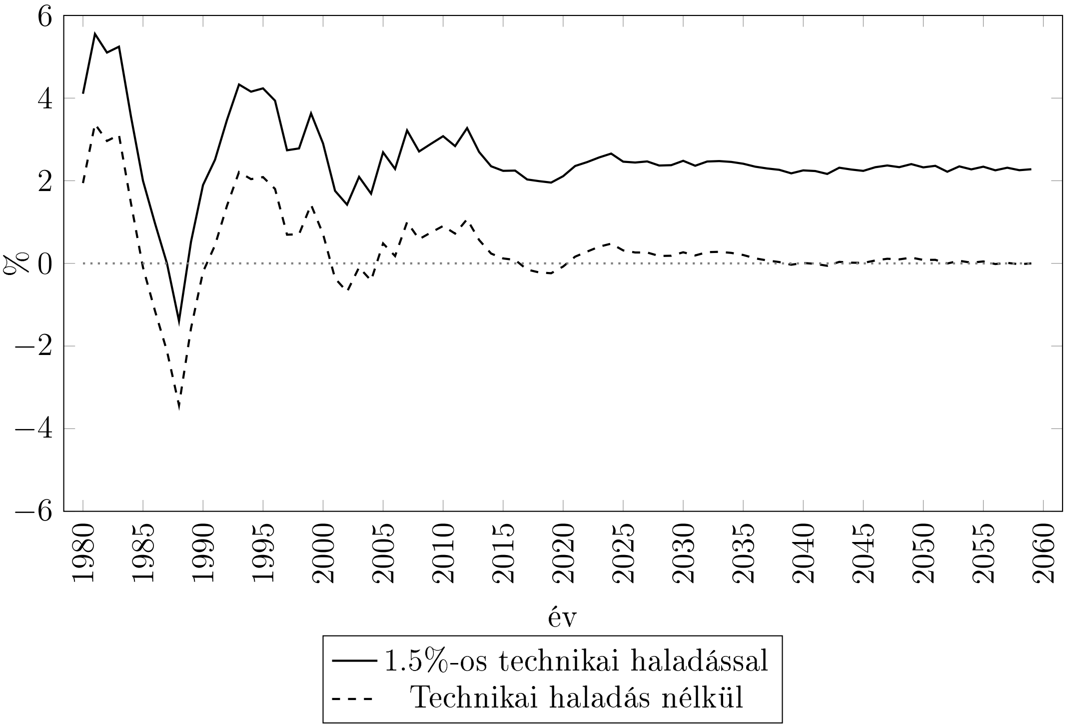
Forrás: Saját számítás alapján.

Felhívjuk azonban a figyelmet arra, hogy a modell egyelőre nem tartalmaz technikai haladást, így jelenleg csak a demográfiai átmenet, illetve az abból fakadó tőkefelhalmozás változásának hatására koncentráltunk. Ez egyrészt azt jelenti, hogy a modell pesszimistább képest fest a növekedésről, mint ahogy az valójában alakulhat. Másrészt viszont arra egyértelműen felhívja a figyelmet, hogy a demográfiai átmenet várhatóan negatívan befolyásolja majd az életszínvonal alakulását, ha azt az egy főre eső fogyasztással azonosítjuk és eltekintünk a technikai haladástól. A növekedés lassulása viszont a termelékenység fejlesztésével ellensúlyozható, így érdemes annak növekedését jobban ösztönözni, akár a tőke mennyiségének, akár minőségének növelésével.

A szimulációt újra futtatva évente 1,5%-kal magasabb teljes tényezőtermelékenységgel[18] a 4.6. ábrán látható eredményt kapjuk. Az első osztalék értékét természetesen nem befolyásolja, hiszen az a létszámarányok változásának függvénye, viszont a második osztalékra hat a munka termelékenységén keresztül. A fogyasztási hányad változását számottevően nem módosítja, de az egy munkaképesre eső kibocsátás növekedési ütemét megemeli. Ahogy azt a 4.6. ábra mutatja, a növekedési ütem időbeli mozgása nem változik, csak a szintje, ha exogén módon vesszük figyelembe a technikai haladást. Összességében azonban kellő technikai haladással ellensúlyozható a negatív első demográfiai osztalék, így a két osztalék összege lehet tartósan is pozitív, vagyis a demográfiai folyamatok a termelékenység növelésének köszönhetően képesek csak tartósan pozitívan hatni az egy főre eső fogyasztás növekedési ütemére.

[18] A teljes tényezőtermelékenység, azaz az a mutató kiinduló értéke egységnyi, majd minden évben az előzőnél 1,5%-kal nagyobb értéken vesszük.

4.6. ábra. A második osztalék alakulása technikai haladás nélkül, és évi 1,5%-os technikai haladás mellett, %



Forrás: Saját számítás alapján.

4.6. Összegzés

Jelen fejezetben a születésszám és a várható élettartam alakulásának gazdasági növekedésre gyakorolt hatásával foglalkoztunk. Definiáltuk, mit értünk a kétféle demográfiai osztalék alatt, majd összefoglaltuk azon elméletek főbb feltevéseit, melyek a demográfiai átalakulás megtakarításokra gyakorolt hatásával foglalkoznak.

Egy együttélő nemzedékekkel bővített DSGE modellt alkalmaztunk, melynek kapcsán röviden bemutattuk a modellcsalád két fő irányvonalát. Majd az általunk alkalmazott, úgynevezett Blanchard–Yaari-féle fogyasztókkal bővített modellek szakirodalmából ismertettük a jelen tanulmány szempontjából relevánsnak ítélt publikációkat.

Az elemzéshez használt dinamikus sztochasztikus általános egyensúlyi modell Baksa és Munkácsi (2016a) modellje alapján épült fel, viszont három különböző generációt tartalmazott, melyek közül egy volt csak munkaképes korú. A középső generáció tagjai bizonyos valószínűséggel nyugdíjassá váltak a következő időszakban, míg a legidősebbek halálozási valószínűséggel szembesültek. További szereplőként egy profitmaximalizáló vállalatot, egy fiskális politikai funkciókat ellátó államot, és egy vagyonkezelőt jelenítettünk meg. Az ilyen típusú felírás bonyolultabbá teszi a vagyoneszközök piacának működését, és a modell endogén változóinak kiszámítását, mivel állandósult állapotban a kamat nem egyezik meg a személyes diszkontfaktor reciprokával. A számszerűsíteni kívánt második demográfiai osztalék azonban a megtakarításokon és a tőkefelhalmozáson alapul, így kulcsfontosságú szerepe van ez utóbbi piacnak a modellben.

Magyarország adataira kalibrálva, és a magyar demográfiai mutatókat, illetve azok előrejelzését felhasználva az 1980-tól 2060-ig tartó időintervallumon számszerűsítettük az egy főre jutó értékeket az állandósult állapot segítségével. Eredményeinkkel hasonló következtetésre jutottunk, mint Prskawetz és Sambt (2014), illetve Gál és Radó (2018), miszerint 2015-től kezdődően a második osztalék már nem képes kompenzálni az első demográfiai osztalékot, így összességében negatívan hat a demográfiai átmenet az egy főre eső fogyasztás növekedési ütemére. Ám míg az előbbi két szerzőpáros a nemzeti transzferszámlákon alapuló adatok sajátossága miatt konstans koréves jellemzőket használva készített empirikus becslést, addig a modellünkből becsült értékek évente, folyamatosan változtak. Továbbá az említett cikkek 1,5 százalékos exogén technikai haladással számolnak, míg a mi modellünkben ettől az első szimuláció során eltekintettünk.

A második esetben évente 1,5%-kal nagyobb teljes tényezőtermelékenységgel is elvégezve a szimulációt azt tapasztaltuk, hogy ha ez a technikai haladás exogén, ez a fajta módosítás a második osztalék dinamikáján nem, csak a szintjén változtat, így azt megnövelve képes összességében pozitív osztalékot eredményezni, enyhítve ezáltal az eltartási ráta csökkenésének negatív hatását. A technikai haladás mellett

– ellentétben Prskawetz és Sambt (2014), illetve Gál és Radó (2018) eredményeivel – már tartósan pozitív az első és a második demográfiai osztalék összege.

Szimulációnk további bővítési lehetőségként érdemes lenne a modellben a nyugdíjkorhatár változását is megjeleníteni, hiszen annak növekedését egyelőre nem vettük figyelembe.

Összességében megállapítható, hogy Magyarországon már évek óta negatív tartományban mozog a létszámarányok változása miatt fellépő első demográfiai osztalék, és a népesség-előrejelzés alapján várhatóan ott is marad. Ennek ellensúlyozására adódhat a második demográfiai osztalék, mely alapvetően a munkatermelékenység növekedésének köszönhető. A növekvő megtakarításokból a tőkefelhalmozást finanszírozva a második osztalék kellően nagy lehet ahhoz, hogy a két osztalék összege pozitív maradjon, támogatva ezzel az egy főre eső fogyasztás, mint életszínvonal emelkedését. Bár a modell több éven át pozitív második osztalékot jelez előre, azonban az technikai haladás nélkül nem képes visszahúzni az első osztalék negatív hatását, így anélkül 2015 után a demográfiai folyamatok összességében negatívan befolyásolják a növekedést. Emiatt fontos szerepe van a gazdaságpolitikai döntéshozónak abban, hogy képes-e valamilyen eszközzel visszafordítani a folyamatot. Az első osztalékra – mivel az csak a létszámarányok függvénye – relatíve nehezebb hatni. A második osztalék viszont egyelőre még pozitív értékű, így annak felerősítésére érdemes törekedni a megtakarítások ösztönzésével, illetve a tőkeállomány – fizikai és humán egyaránt – bővítésével a termelékenység növelése érdekében.

5. fejezet

Összefoglalás

Az értekezés a születésszám csökkenéséből és a várható élettartam növekedéséből fakadó társadalmi öregedés témakörével foglalkozott, arra a kérdésre keresve a választ, hogy a demográfiai folyamatok milyen hatást gyakorolnak a gazdasági növekedésre. Ehhez bemutattuk, hogy a hagyományos mutatókon felül milyen alternatív indikátorok állnak rendelkezésünkre a népesség idősödésének számszerűsítésére, majd modellek segítségével elemeztük az első és második demográfiai osztalék alakulását.

Az értekezés három különálló tanulmányból áll össze, melyeket összefűz a népesség átalakulásának növekedést befolyásoló szerepe, valamint a demográfiai osztalékok. A 2. fejezetben a koréves jellemzőkkel súlyozott eltartási ráta alapján készítettünk becslést az első demográfiai osztalék alakulására Magyarországon. Majd a 3. fejezetben egy együttélő nemzedékeket tartalmazó modell segítségével mutattuk meg a humán tőke – mint a második osztalék egyik hajtóereje – hatását az egy főre jutó GDP alakulására különböző demográfiai folyamatok mellett. Végül a 4. fejezetben egy sztochasztikus általános egyensúlyi modellel elemezzük az első és a második osztalék alakulását Magyarországon.

A 2. fejezetben ismertettük az első demográfiai osztalék fogalmát, mely az eltartási ráta változásából adódó gazdasági növekedési faktor. Mivel a munkaképes korúak jövedelemtermelő képessége eltér a különböző korévek között, illetve hasonlóképpen a fogyasztási igénye is más a gyermekeknek, mint az idősebbeknek, egy életkori sajátosságokkal súlyozott eltartási rátát alkalmaztunk. A nemzeti transzferszámlákon alapuló becslés alapján számszerűsítettük az ily módon korrigált eltartási rátát Magyarországon 1950-től napjainkig, majd a népesség-előrejelzés alapján 2080-ig. Gál és Radó (2018)-hoz hasonlóan azt kaptuk, hogy két, relatíve rövid periódusban volt Magyarországon pozitív az osztalék értéke, vagyis ekkor hatottak kedvezően a gazdasági növekedésre a demográfiai folyamatok. Az első ilyen időszak 1972 és 1983 közöttre tehető, mikor a Ratkó-gyerekek munkaképessé váltak, a második pedig 1993 és 2009 között következett be a Ratkó-unokák gazdasági aktivitásának köszönhetően. A kettő közti, illetve az ezt követő években az eltartási ráta csökkenése miatt az osztalék negatívba fordult, és várhatóan a következő évtizedekben az is marad. Ha a koréves létszámok változása az előrejelzéseknek megfelelően alakul, akkor a 2030-as évek második felében éri majd el mélypontját.

Felhívtuk a figyelmet arra, hogy mivel a koréves jövedelmi és fogyasztási adatok nem állnak rendelkezésünkre minden évre vonatkozóan (Magyarországon például csak a 2005-ös és a 2010-es adatok hozzáférhetők), azokat konstansnak vesszük számításaink során, így valójában az eltartási ráta növekedési üteme, azaz az első demográfiai osztalék csak a korosztályok létszámának megváltozásától függ, azok jellemzőinek módosulása nem jelenik meg benne. Mivel ez utóbbiak az adathiány miatt konstansok a becslésben, a mutató nem veszi figyelembe például a gazdaságilag aktív kor kitolódását, illetve a termelékenység megváltozását sem. Ezt a megállapítást szerettük volna hangsúlyozni azzal a kísérlettel, mikor más országok koréves jövedelmi és fogyasztási jellemzőivel becsültük meg magyar létszámadatok mellett az első demográfiai osztalékot. Ennek eredményeként nem csak az osztalék nagysága változott meg az eredeti, Magyarországra becsült értékhez képest, hanem a növekedés tendenciája is. Így tévesen kaphatunk bizonyos időszakokban negatív, vagy máshol pozitív értékeket, ha az időben konstans jellemzőkkel korrigáljuk a mutatót. Emellett azt is hangsúlyoztuk, hogy az osztalék nagysága az úgynevezett báziskorosztály korhatárának megválasztására is érzékeny lehet.

A demográfiai átalakulás növekedést lassító tényezője – az eltartási ráta változásából eredő negatív első osztalék – ellensúlyozható az úgynevezett második osztalék segítségével. A második demográfiai osztalék a munka termelékenységének növekedéséből fakad, melyet a gazdaság szereplői tőkefelhalmozással képesek befolyásolni. Amennyiben jövedelmük nagyobb hányadát fordítják akár fizikai, akár humán tőke felhalmozására, azok mennyiségének növekedése képes ellensúlyozni a munkaképesek létszámának csökkenését, ez utóbbiak termelékenységének emelésével. Amennyiben az egy munkaegységre eső kibocsátás gyorsabban növekszik, mint amilyen ütemben az eltartási ráta csökken, akkor összességében az egy főre eső jövedelem nő, így a népesség öregedése nem feltétlen korlátozza a gazdasági növekedést.

A 3. fejezetben a második osztalék egyik hajtóerejével, a humán tőkével foglalkoztunk. Bemutattuk a beckeri mennyiségi–minőségi csere elméletét, melynek lényege, hogy ha egy családban sok utód nevelkedik, akkor mind időben, mind pénzben kevesebbet költenek egyre, kevesebb utód esetén viszont lényegesen megnőnek a gyerekenkénti ráfordítások. Amennyiben a plusz forrásból a szülők gyermekeik iskoláztatására költenek, képesek fejleszteni azok humán tőkéjét, így mikor a gyermekek munkaképes korba lépnek, magasabb termelékenységgel bírnak majd, mind elődeik. A magasabb termelékenység pedig kompenzálhatja csökkenő létszámukat, így érvényesül a korábban említett második demográfiai osztalék.

Lee és Mason (2010) modelljét alapul véve egy humán tőkével bővített együttélő nemzedékeket tartalmazó modellel készítettünk elemzést a születésszám és a halálozási ráta változásának gazdasági növekedést befolyásoló hatásáról. Lee és Mason (2010) modelljét háromról négy szereplősre bővítettük, így a gyermek és idős generáció mellett két munkaképes korosztályt szerepeltettünk. Ezáltal különbséget tudtunk tenni a fiatal munkaképesek, és az idősebb munkaképesek között, hiszen a nemzeti transzferszámlákon alapuló koréves jövedelmi adatok alapján úgy találtuk, hogy az előbbiek átlagosan alacsonyabb munkajövedelemmel rendelkeznek, mint az utóbbiak. A gyermekek és a már nem dolgozó idősek fogyasztását a két gazdaságilag aktív korosztály finanszírozta, azonban modellünkben nem tettünk különbséget aközött, hogy családon belül, vagy újraelosztás révén juttatnak számukra transzfert, illetve természetbeni javakat. A juttatások a fogyasztásukon felül biztosították a gyermekeknek nyújtott humántőke-beruházást is, illetve bizonyos modellbeli tényezőktől függő, változó alsó és felső korlátok közt alakultak a transzferek, igazodva a korosztályok egymáshoz viszonyított arányához.

A foglalkoztatottak bére a gyermekkorukban megszerzett humán tőke függvénye volt. A szülők jövedelmük bizonyos hányadát költötték gyermekeik iskoláztatására, és az egy gyermekre fordított érték függött a születésszám alakulásától. A humántőke-beruházás termékenységi ráta szerinti rugalmasságára becslést készítettünk, és 98 ország adatai alapján negatív értéket kaptunk rá, mely összhangban állt a beckeri minőség és mennyiség közti csere elméletével. Emellett azt is megmutattuk, hogy azokban az országokban, melyekben a teljes termékenységi arány nem éri el a reprodukciós szintet, abszolút értékben alacsonyabb a rugalmasság értéke, mint a magasabb termékenységű országokban. Emiatt – ellentétben Lee és Mason (2010) konstans rugalmasságával – termékenységi rátától függő rugalmassággal dolgoztunk.

A modellt az egy főre eső GDP alakulásának szimulálására alkalmaztuk. A termékenységi és túlélési ráták értékét úgy adtuk meg, hogy egymástól eltérő demográfiai folyamatok hatását összevethessük. Így többek között olyan eseteket néztünk, amikor a magas termékenységi arány erősen lecsökken, majd amikor a nem túl magas termékenység nagyjából konstans szinten marad, illetve amikor az alacsony termékenység még tovább csökken. Ezzel párhuzamosan a túlélési ráta mindegyik esetben stagnált, vagy növekedett. Ily módon arra kerestük a választ, hogy a termékenységi ráta különböző elképzelhető pályái ceteris paribus hogyan befolyásolják az egy főre jutó GDP értékét, miközben a túlélési ráták nem csökkennek.

A modell eredményei alapján azt a következtetést vontuk le, hogy azonos túlélési ráták mellett ahhoz a szimulációs pályához tartoztak a növekvő, illetve a meredekebben növekvő egy főre jutó GDP értékek, ahol a termékenységi ráták csökkentek, illetve jobban csökkentek, akár a reprodukciós szint alá. Megállapítottuk továbbá, hogy a termékenységi rátának a reprodukciós rátánál nem sokkal alacsonyabb szintig történő fokozatos csökkenése jótékonyan hat az egy főre jutó GDP alakulására, viszont ha a termékenység túl alacsony szintre esik vissza, az már az egy főre jutó GDP csökkenését eredményezi.

A 3. fejezet modelljében nem szerepeltettünk fogyasztói optimalizációt, így nem foglalkoztunk a háztartások megtakarítási döntésével, illetve a fizikai tőke felhalmozásával. Ez utóbbiak a a 4. fejezetben jelennek meg, ahol a második demográfiai osztalék másik hajtóerejére, a fizikai tőke és a megtakarítások szerepére helyeztük a hangsúlyt. A témakörhöz szorosan kapcsolódó szakirodalmat áttekintve bemutattuk a megtakarításokat a demográfiai indikátorokkal összekapcsoló elméleteket, illetve azt a három csatornát, amelyeken keresztül a demográfiai átmenet kifejtheti hatását a háztartási megtakarításokra. Számításainkhoz Baksa és Munkácsi (2016a) modelljét alapul véve egy Blanchard–Yaari-féle fogyasztókat tartalmazó együttélő nemzedékekkel bővített modellt építettünk. Háromféle fogyasztói csoportot szerepeltettünk a gazdaságban – gyermekek, munkaképes korúak és idősek –, melyek közül csak egy korosztály volt gazdaságilag aktív. A hasznosságmaximalizáló szereplők véges időhorizonton optimalizálva hozták meg döntéseiket, ahol bizonyos valószínűséggel a munkaképesek inaktívakká váltak, az időskorúak pedig elhaláloztak. A modell tehát sztochasztikus volt, mivel a fogyasztók az adott életszakasz hosszát nem ismerték, csupán a valószínűségeket. A háztartások mellett egy tőkét és munkaerőt felhasználó, profitmaximalizáló vállalatot, egy fiskális politikai funkciókat ellátó államot és egy vagyonkezelőt szerepeltettünk. Ez utóbbinak fontos szerepe volt egyrészt a vizsgálni kívánt második osztalék miatt, ugyanis nála gyűlt össze a fogyasztók megtakarítása, melyből államadósságot és beruházásokat finanszíroztak. Másrészt a modell megoldását is segítette, mert ilyen modellfelírás mellett állandósult állapotban a kamat nem egyezik meg a személyes diszkontfaktor reciprokával.

A demográfiai folyamatok leírása, illetve a szereplők problémája és a piaci egyensúlyok bemutatása után magyar adatokra kalibráltuk a modellt, és az 1980 és 2060 közti születésszám és várható élettartam mellett vizsgáltuk a gazdasági mutatók alakulását. A létszámarányoktól függő első demográfiai osztalékra kapott értékek összhangban álltak a 2. fejezetben becsülttel, miszerint 2010 – sőt a modell szerint már 2005 – után tartósan negatívvá válik, lassítva ezáltal az egy főre eső fogyasztás, mint jóléti mutató növekedését. Ez a negatív hatás a második osztalékkal enyhíthető, amennyiben a gazdaság szereplői kellő mértékben növelik megtakarításaikat, majd abból termelékenységet növelő beruházásokat finanszíroznak. Bár a modell az egy főre eső háztartási megtakarítások növekedését jelezte előre, az ebből származó második osztalék technikai haladás nélkül olyan alacsony mértékű volt, hogy a két osztalék összege továbbra is negatív maradt. Évente 1,5%-kal nagyobb teljes tényezőtermelékenységgel számolva viszont már összességében pozitívan hat a demográfiai átmenet a gazdasági növekedésre a magasabb második osztaléknak köszönhetően, viszont az exogén technikai haladás csak az osztalék szintjét képes módosítani, a dinamikáját nem.

Összességében megállapítható, hogy Magyarországon az időskorúak népességen belüli arányának növekedése miatt az első demográfiai osztalék várhatóan már tartósan negatív marad, így ahhoz, hogy a társadalom elöregedése ne korlátozza a gazdasági növekedést, a második osztalék támogatására kell helyezni a hangsúlyt. Ehhez a termelékenység növekedését elősegítő humán- és fizikai tőkeberuházások ösztönzése szükséges.

Hivatkozások

Adelman, I. (1963). An Econometric Analysis of Population Growth. *The American Economic Review*, 53(3):314–339.

Allais, M. (1947). *Economie et Intérêt*. Imprimerie Nationale, Paris.

Almeida, V., Castro, G. L., és Félix, R. M. (2008). Improving Competition in the Non-Tradable Goods and Labour Markets: The Portuguese Case. Working papers, Banco de Portugal, Economics és Research Department.

Annicchiarico, B., Giammarioli, N., és Piergallini, A. (2012). Budgetary Policies in a DSGE Model with Finite Horizons. *Research in Economics*, 66(2):111–130.

Auerbach, A. J. és Kotlikoff, L. J. (1987). *Dynamic Fiscal Policy*. Cambridge University Press, Cambridge.

Augusztinovics, M. (1991). Towards a Theory of Stationary Economic Populations. Working Papers No. 2. KTI Budapest.

Augusztinovics, M. (2005). Népesség, foglalkoztatottság, nyugdíj. *Közgazdasági Szemle*, 52:429–447.

Baksa, D. és Munkácsi, Zs. (2016a). A Detailed Description of OGRE, the OLG Model. Working Paper Series 31, Bank of Lithuania.

Baksa, D. és Munkácsi, Zs. (2016b). Aging, (Pension) Reforms and the Shadow Economy in Southern Europe. Working Paper Series 32, Bank of Lithuania.

Barro, R. és Becker, G. (1989). Fertility Choice in a Model of Economic Growth. *Econometrica*, 57(2):481–501.

Barro, R. J. (1991). Economic Growth in a Cross Section of Countries. *The Quarterly Journal of Economics*, 106(2):407–443.

Barro, R. J. (1997). *Determinants of Economic Growth: A Cross-Country Empirical Study*. The MIT Press.

Becker, G. (1960). An Economic Analysis of Fertility. In *Demographic and Economic Change in Developed Countries*, pp. 209–240. National Bureau of Economic Research, Inc.

Becker, G. és Lewis, H. G. (1973). On the Interaction between the Quantity and Quality of Children. *Journal of Political Economy*, 81(2):S279–288.

Becker, G. S., Glaeser, E. L. és Murphy, K. M. (1999). Population and Economic Growth. *The American Economic Review*, 89(2):145–149.

Benczúr, P., Kátay, G., és Kiss, Á. (2012). Assessing Changes of the Hungarian Tax and Transfer System: A General-Equilibrium Microsimulation Approach. MNB Working Papers 2012/7, Magyar Nemzeti Bank.

Berde, É. és Németh, P. (2014). Az alacsony magyarországi termékenység új megközelítésben. *Statisztikai Szemle*, 92(3):253–274.

Berde, É. és Kuncz, I. (2014). Az első demográfiai osztalék, és magyarországi alakulása. *Szigma*, 45(3-4):177–192.

Berde, É. és Kuncz, I. (2017). Az egy főre jutó GDP lehetséges pályái – szimuláció egy demográfiai alapú növekedési modellel. *Hitelintézeti Szemle*, 16(4):36–57.

Bick, A. (2016). The Quantitative Role of Child Care for Female Labor Force Participation and Fertility. *Journal of the European Economic Association*, 14(3):639–668.

Black, S. E., Devereux, P. J., és Salvanes, K. G. (2005). The More the Merrier? The Effect of Family Size and Birth Order on Children's Education. *The Quarterly Journal of Economics*, 120(2):669–700.

Blanchard, O. (1985). Debt, Deficits, and Finite Horizons. *Journal of Political Economy*, 93(2):223–247.

Bloom, D. E., Canning, D., és Graham, B. (2003a). Longevity and Life-cycle Savings. *Scandinavian Journal of Economics*, 105(3):319–338.

Bloom, D. E., Canning, D., és Sevilla, J. (2003b). *The Demographic Dividend: A New Perspective on the Economic Consequences of Population Change.* RÉS Corporation.

Bloom, D. E. és Williamson, J. G. (1998). Demographic Transitions and Economic Miracles in Emerging Asia. *World Bank Economic Review*, 12(3):419–455.

Castro, G., Maria, J. R., Félix, R. M., és Braz, C. R. (2017). Aging and Fiscal Sustainability in a Small Euro Area Economy. *Macroeconomic Dynamics*, 21(7):1673–1705.

Cipriani, G. P. (2014). Population Aging and PAYG Pensions in the OLG Model. *Journal of Population Economics*, 27(1):251–256.

Colleran, H., Jasienska, G., Nenko, I., Galbarczyk, A., és Mace, R. (2015). Fertility Decline and the Changing Dynamics of Wealth, Status and Inequality. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, 282(1806).

Curtis, C. C., Lugauer, S., és Mark, N. C. (2015). Demographic Patterns and Household Saving in China. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 7(2):58–94.

Cutler, D. M., Poterba, J. M., Sheiner, L. M., és Summers, L. H. (1990). An Aging Society: Opportunity or Challenge? *Brookings Papers on Economic Activity*, 21(1):1–74.

Dang, H.-A. H. és Rogers, F. H. (2016). The Decision to Invest in Child Quality over Quantity: Household Size and Household Investment in Education in Vietnam. *The World Bank Economic Review*, 30(1):104–142.

Deaton, A. S. és Paxson, C. H. (1997). The Effects of Economic and Population Growth on National Saving and Inequality. *Demography*, 34(1):97–114.

Del Boca, D. és Sauer, R. M. (2009). Life Cycle Employment and Fertility Across Institutional Environments. *European Economic Review*, 53(3), 274–292.

Diamond, P. A. (1965). National Debt in a Neoclassical Growth Model. *The American Economic Review*, 55(5):1126–1150.

Domar, E. D. (1946). Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment. *Econometrica*, 14(2):137–147.

Dramani, L. és Ndiaye, F. (2012). Estimating the First Demographic Dividend in Senegal: The National Transfers Account Approach. *British Journal of Economics, Management & Trade*, 2(2):39–59.

Easterlin, R. A. (1973). Does Money Buy Happiness? *The Public Interest*, 30:3–10.

Ellis, J. (2009). *Culture, Fertility, and Son Preference.* PhD thesis, London School of Economics és Political Science (United Kingdom).

European Commission (2018). Taxation trends in the European Union: 2018 edition. Technical report, Directorate General Taxation and Customs Union, European Commission.

Eurostat (2018a). Eurostat adatbázis. https://ec.europa.eu/eurostat/data/database, letöltve: 2018. augusztus.

Eurostat (2018b). Eurostat Population Projections. http://appsso.eurostat.ec.europa.eu/nui/show.do?dataset=proj_-15npms&lang=en, Letöltve: 2018. június.

Feenstra, R. C., Inklaar, R., és Timmer, M. P. (2015). The Next Generation of the Penn World Table. *The American Economic Review*, 105(10):3150–3182.

Feyrer, J. (2007). Demographics and Productivity. *The Review of Economics and Statistics*, 89(1):100–109.

Freedman, D. S. (1963). The Relation of Economic Status to Fertility. *The American Economic Review*, 53(3):414–426.

Freedman, R. és Coombs, L. (1966a). Childspacing and Family Economic Position. *American Sociological Review*, 31(5):631–648.

Freedman, R. és Coombs, L. (1966b). Economic Considerations in Family Growth Decisions. *Population Studies*, 20(2):197–222.

Frejka, T. (2016). The Demographic Transition Revisited: A Cohort Perspective. *Max Planck Institute for Demographic Research Working Paper, Rostock.*

Galor, O. és Weil, D. N. (1999). From Malthusian Stagnation to Modern Growth. *The American Economic Review*, 89(2):150–154.

Ganelli, G. (2002). The New Open Economy Macroeconomics of Government Debt. Trinity Economics Papers, Trinity College Dublin, Department of Economics.

Gál, R. I. és Vargha, L. (2013). NTA Country Report, Hungary, 2005, National Transfer Accounts. http://www.ntaccounts.org.

Gál, R. I. és Vargha, L. (2014). Four Levels of Intergenerational Indicators and the Total Support Ratio. Kézirat.

Gál, R. I., Gergely, V., és Medgyesi, M. (2011). National Transfer Accounts in Hungary: Contribution Asset and Returns in a Pay-as-you-go Pension Scheme. In Lee, R. és Mason, A. (szerk.), *Population Aging and the Generational Economy: A Global Perspective*, pp. 542–553. Cheltenham UK and Northampton MA: Edward Elgar Publishing.

Gál, R. I., Szabó, E., és Vargha, L. (2015). The Age-profile of Invisible Transfers: The True Size of Asymmetry in Inter-age Reallocations. *The Journal of the Economics of Ageing*, 5:98–104.

Gál, R. I., Vanhuysse, P., és Vargha, L. (2018). Pro-elderly Welfare States within Child-oriented Societies. *Journal of European Public Policy*, 25(6):944–958.

Gál, R. I. és Radó, M. (2018). Felkészülés a társadalom idősödésére. Esettanulmány a demográfiai jövőképesség tárgykörében. In Aczél, P., Csák, J., és Szántó, Z. O. (szerk.), *Társadalmi jövőképesség – Egy új tudományterület bemutatkozása*, pp. 89–122. Budapesti Corvinus Egyetem Társadalmi Jövőképesség Kutatóközpont, Budapest.

Gál, R. I. és Radó, M. (2019). Felkészülés a társadalom idősödésére: Esettanulmány a demográfiai jövőképesség tárgykörében. *Szociológiai Szemle*, 29(1):58–84.

Guo, R., Yi, J., és Zhang, J. (2017). Family Size, Birth Order, és Tests of the Quantity–Quality Model. *Journal of Comparative Economics*, 45(2):219–224.

Harrod, R. F. (1939). An Essay in Dynamic Theory. *The Economic Journal*, 49(193):14–33.

Havránek, T. (2015). Measuring Intertemporal Substitution: The Importance of Method Choices and Selective Reporting. *Journal of the European Economic Association*, 13(6):1180–1204.

Heijdra, B. J. és Ligthart, J. E. (2000). The Dynamic Macroeconomic Effects of Tax Policy in an Overlapping Generations Model. *Oxford Economic Papers*, 52(4):677–701.

HMD (2018). The Human Mortality Database. http://www.mortality.org/, letöltve: 2018. június.

Inada, K.-I. (1963). On a Two-Sector Model of Economic Growth: Comments and a Generalization. *Review of Economic Studies*, 30(2):119–127.

Istenic, T., Hammer, B., Seme, A., Lotric Dolinar, A., és Sambt, J. (2016). European National Transfer Accounts. http://www.wittgensteincentre.org/ntadata, letöltve: 2018. december.

Kalemli-Ozcan, S., Ryder, H. E., és Weil, D. N. (2000). Mortality Decline, Human Capital Investment, and Economic Gowth. *Journal of Development Economics*, 62(1):1–23.

Kaplan, H. (1994). Evolutionary and Wealth Flows Theories of Fertility: Empirical Tests and New Models. *Population and Development Review*, 20(4):753–791.

Kelley, A. C. (1973). Population Growth, the Dependency Rate, and the Pace of Economic Development. *Population Studies*, 27(3):405–414.

Kelley, A. C. és Schmidt, R. M. (1996). Saving, Dependency and Development. *Journal of Population Economics*, 9(4):365–386.

Kilponen, J. és Ripatti, A. (2006). Learning to Forecast with a DGE Model. Working Paper.

KSH (2018a). Központi Statisztikai Hivatal, Népesség, Népmozgalom. https://www.ksh.hu/nepesseg_nepmozgalom, letöltve: 2018. június.

KSH (2018b). Központi Statisztikai Hivatal adatbázisa. https://www.ksh.hu/, letöltve: 2018. augusztus.

Kuhn, M. és Prettner, K. (2016). Growth and Welfare Effects of Health Care in Knowledge-based Economies. *Journal of Health Economics*, 46:100 – 119.

Kumhof, M. és Laxton, D. (2007). A party without a Hangover? On the Effects of U.S. Government Deficits. IMF Working Papers 07/202, International Monetary Fund.

Kumhof, M., Muir, D. V., Mursula, S., és Laxton, D. (2010). The Global Integrated Monetary and Fiscal Model (GIMF). IMF Working Papers 10/34, International Monetary Fund.

Kuncz, I. (2011). Demográfiai változások makrogazdasági hatásai. Szakdolgozat, Budapesti Corvinus Egyetem

Lawson, D. W. és Borgerhoff Mulder, M. (2016). The Offspring Quantity–Quality Trade-off and Human Fertility Variation. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 371(1692).

Lee, R. (1980). Age Structure, Intergenerational Transfers and Economic Growth:An Overview. *Revue Économique*, 31(6):1129–1156.

Lee, R. (1994). Population Age Structure, Intergenerational Transfer, and Wealth: a New Approach, with Applications to the United States. *Journal of Human Resources*, 29(4):1027–1063.

Lee, R. (2003). The Demographic Transition: Three Centuries of Fundamental Change. *The Journal of Economic Perspectives*, 17(4):167–190.

Lee, R., Mason, A., és Miller, T. (2000). Life Cycle Saving and the Demographic Transition: The Case of Taiwan. *Population and Development Review*, 26:194–219.

Lee, R. és Mason, A. (2010). Fertility, Human Capital, and Economic Growth over the Demographic Transition. *European Journal of Population / Revue européenne de Démographie*, 26(2):159–182.

Lee, R. és Mason, A. (2011). *Population Aging and the Generational Economy: a Global Perspective*. Edward Elgar Publishing.

Lee, R. és Mason, A. (2014). Is Low Fertility Really a Problem? Population Aging, Dependency, and Consumption. *Science*, 346(6206):229–234.

Leff, N. H. (1969). Dependency Rates and Savings Rates. *The American Economic Review*, 59(5):886–896.

Lucas, R. E. (1976). Econometric Policy Evaluation: A Critique. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, Elsevier, 1(1):19–46.

Luci, A. és Thévenon, O. (2011). Does Economic Development Explain the Fertility Rebound in OECD Countries? *Population and Societes*, 481:1–4.

Major, K. és Varga, G. (2013). Parametrikus nyugdíjreformok és életciklus-munkakínálat. *Közgazdasagi Szemle*, 60:1169–1207.

Malthus, T. R. (1798). *An Essay on the Principle of Population as it Affects the Future Improvement of Society : with Remarks on the Speculations of Mr. Godwin, M. Condorcet, and Other Writers* . J. Johnson, London.

Mankiw, N. G., Romer, D., és Weil, D. N. (1992). A Contribution to the Empirics of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 107(2):407–437.

Mason, A. (1981). An Extension of the Life-Cycle Model and Its Application to Population Growth and Aggregate Saving.

Mason, A. (1987). National Saving Rates and Population Growth: A New Model and New Evidence. In Johnson, D. G. és Lee, R. (szerk.), *Population Growth and Economic Development: Issues and Evidence*, pp. 523–560. Madison, Wisconsin: University of Wisconsin Press.

Mason, A. (2005). Demographic Transition and Demographic Dividends in Developed and Developing Countries. In *United Nations Expert Group Meeting on Social and Economic Implications of Changing Population Age Structures*, volume 31.

Mason, A. és Lee, R. (2006). Reform and Support Systems for the Elderly in Developing Countries: Capturing the Second Demographic Dividend. *Genus*, 62(2):11–35.

Mason, A. és Lee, R. (2007). Transfers, Capital, and Consumption over the Demographic Transition. In Mason, A., Robert, C., és Naohiro, O. (szerk.), *Population Aging, Intergenerational Transfers and the Macroeconomy*, pp. 128–162. Edward Elgar Publishing.

Mason, A. és Kinugasa, T. (2008). East Asian Economic Development: Two Demographic Dividends. *Journal of Asian Economics*, 19(5-6):389–399.

Mason, A., Lee, R., Tung, A.-C., Lai, M.-S., és Miller, T. (2009). Population Aging and Intergenerational Transfers: Introducing Age into National Accounts. In Wise, D. A. (szerk.), *Developments in the Economics of Aging*, pp. 89–122. National Bureau of Economic Research, Inc.

Mason, A. és Lee, R. (2013). Labor and Consumption across the Lifecycle. *The Journal of the Economics of Ageing*, 1:16–27.

Mason, A., Lee, R., és Jiang, J. X. (2016). Demographic Dividends, Human Capital, and Saving. *The Journal of the Economics of Ageing*, 7:106–122.

Miyoshi, Y. és Toda, A. A. (2017). Growth Effects of Annuities and Government Transfers in Perpetual Youth Models. *Journal of Mathematical Economics*, 72(C):1–6.

Modigliani, F. (1986). Life Cycle, Individual Thrift, and the Wealth of Nations. *The American Economic Review*, 76(3):297–313.

Németh, P. (2017). A gyermekvállalási döntés életciklusmodellje Magyarországon. *Hitelintézeti Szemle*, 16(4):5–35.

Paxson, C. (1996). Saving and Growth: Evidence from Micro Data. *European Economic Review*, 40(2):255–288.

Prskawetz, A. és Sambt, J. (2014). Economic Support Ratios and the Demographic Dividend in Europe. *Demographic Research*, 30(34):963–1010.

Ram, R. (1982). Dependency Rates and Aggregate Savings: a New International Cross-section Study. *The American Economic Review*, 72(3):537–544.

Roudi-Fahimi, F. és Kent, M. M. (2007). Challenges and Opportunities: The Population of the Middle East and North Africa. *Population Bulletin*, 62(2):24.

Samuelson, P. A. (1958). An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money. *The Journal of Political Economy*, 66(6):467–482.

Sanderson, W. C. és Scherbov, S. (2010). Remeasuring Aging. *Science*, 329(5997):1287–1288.

Silver, M. (1965). Births, Marriages, and Business Cycles in the United States. *Journal of Political Economy*, 73(3):237–255.

Simonovits, A. (2003). Öregedő népesség, medián választó és a jóléti állam mérete. *Közgazdasági Szemle*, 50(10):835–854.

Simonovits, A. (2009). Népességöregedés, tb-nyugdíj és megtakarítás-parametrikus nyugdíjreformok. *Közgazdasági Szemle*, 56:297–321.

Smith, A. (1776). *An Inquiry to the Nature and Causes of the Wealth of Nations*. W. Strahan and T. Cadell, London, UK.

Sobotka, T., Skirbekk, V., és Philipov, D. (2011). Economic Recession and Fertility in the Developed World. *Population and Development Review*, 37(2):267–306.

Solow, R. M. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 70(1):65–94.

Swan, T. W. (1956). Economic Growth and Capital Accumulation. *Economic Record*, 32(2):334–361.

Thompson, W. S. (1929). Population. *American Journal of Sociology*, 34(6):959–975.

UNESCO (2016). Education: Mean Years of Schooling. http://data.uis.unesco.org/Index.aspx?queryid=242, letöltve: 2016. május.

United Nations (2013). *National Transfer Accounts Manual: Measuring and Analysing the Generational Economy.* United Nations Population Division Department of Economic and Social Affairs, New York.

United Nations (2017). World Population Prospects: The 2017 Revision, DVD Edition, United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division.

Van de Kaa, D. J. (2010). Demographic Transitions. *Encyclopedia of Life Support Systems*, 1:65–103.

Varga, G. (2014). Demográfiai átmenet, gazdasági növekedés és a nyugdíjrendszer fenntarthatósága. *Közgazdasági Szemle*, 61(11):1279–1318.

Vargha, L. (2015). A társadalmi öregedés hagyományos és alternatív indikátorai. *Demográfia*, 58(1):57–78.

Vargha, L. és Donehower, G. (2016). The Quantity-Quality Tradeoff: A Cross-Country Comparison of Market and Nonmarket Investments per Child in Relation to Fertility. In *European Population Conference, Mainz, Germany.*

WHO (2002). Active Ageing: a Policy Framework. World Health Organization, Geneva. http://www.who.int/iris/handle/10665/67215, letöltve: 2018. szeptember.

Willis, R. J. (1973). A New Approach to the Economic Theory of Fertility Behavior. *Journal of Political Economy*, 81(2):S14–S64.

Yaari, M. E. (1965). Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of the Consumer. *The Review of Economic Studies*, 32(2):137–150.

Zaidi, A., Gasior, K., Hofmarcher, M., Lelkes, O., Marin, B., Rodrigues, R., Schmidt, A., Vanhuysse, P., és Zólyomi, E. (2013). Active Ageing Index 2012. Concept, Methodology, and Final Results. *Research Memorandum/Methodology Report. Vienna: European Centre Vienna.*

F.1. Függelék: Az öregedés mérőszámai

A népesség korszerkezetének megváltozása már nem csak a fejlett, de a fejlődő országokban is egyre súlyosabb problémákat vetít előre. Az idős korosztály arányának folyamatos növekedése egy idő után fenntarthatatlanná teszi a jelenlegi társadalombiztosítási rendszert a növekvő nyugdíj-, és egészségügyi kiadásoknak köszönhetően. Az előrejelzések szerint a munkaképes korúak hányada várhatóan még tovább csökken a teljes népességen belül a következő évtizedekben. A járulékfizetők arányának csökkenése pedig nehezebbé teszi a nyugdíjasok eltartását a jelenlegi felosztó-kirovó rendszer mellett. A gazdaságpolitikai döntéshozóknak emiatt olyan mutatószámokra és modellekre van szüksége, melyek képesek jól leírni a társadalmi öregedés sebességének és súlyosságának mértékét, hogy képesek legyenek a megfelelő eszközök kiválasztására, és megtehessék a szükséges intézkedéseket.

A legelterjedtebb, és széles körben alkalmazott indikátorok – például függőségi vagy eltartási ráta, medián életkor, időskorúak hányada – csupán a vizsgált korosztályok népességen belüli, vagy egymáshoz viszonyított arányát jelenítik meg, vagyis csak az adott életkorúak létszámát veszik figyelembe. A korszerkezet önmagában azonban nem hordoz magában kellő információt az öregedésről. Demográfiai értelemben valóban megmutatják, hogyan milyen mértékű az idősödés, azaz milyen gyorsan növekszik az időskorúak részaránya, de gazdasági értelemben mindenképpen kiegészítésre szorulnak. Nem számolnak ugyanis azzal, hogy a statisztikában munkaképes korúnak számító egyének között is vannak inaktívak, vagy munkanélküliek, akik nem dolgoznak a vizsgált periódusban, de hasonlóképpen a nyugdíjaskorúak között is találhatunk olyat, aki gazdaságilag aktív. Pusztán az életkor alapján tehát nem tehetünk különbséget eltartók és eltartottak között. Továbbá az egyes korévek jövedelemtermelő képességét is érdemes figyelembe venni, ugyanis egy pályakezdő, húszas évei elején járó egyén átlagosan kevesebbet keres, mint egy 40-50 éves. Ugyanígy a 65 éven felüli népesség eltartási foka is eltérő lehet, és az sem elhanyagolható ebből a szempontból, hogy mennyi az egészségben eltöltött várható éveik száma. A hagyományos mutatók az előbbi indokok miatt hajlamosak túlbecsülni az öregedés mértékét, és túlzottan pesszimista képet festenek.

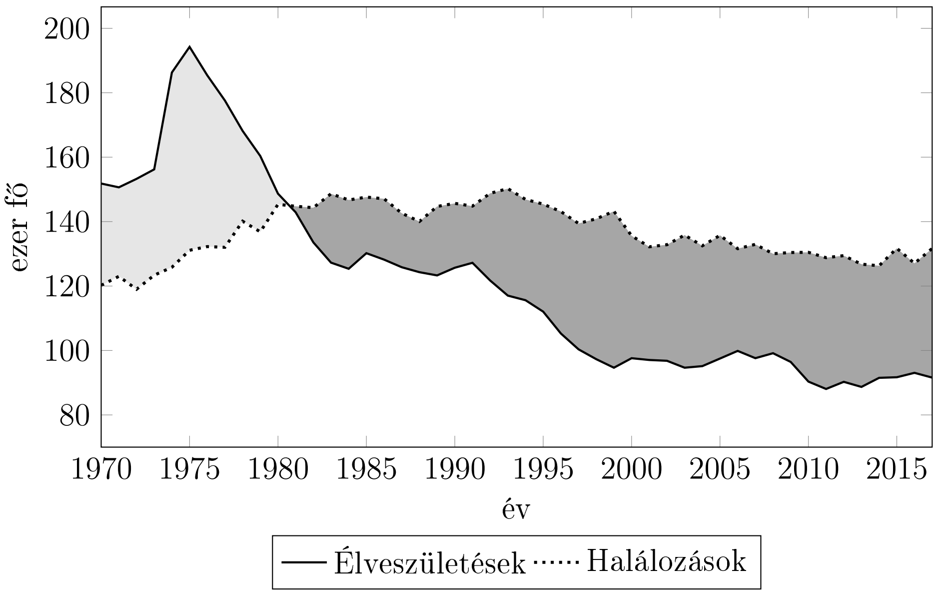
Többen publikáltak újfajta demográfiai mutatókról szóló tanulmányokat (például Cutler et al. 1990, Lee és Mason 2011, Sanderson és Scherbov 2010, Zaidi et al. 2013) és egyre inkább olyan mérőszámok megalkotása kerül a fókuszba, melyek a létszámon és életkoron kívül korspecifikus súlyokat is figyelembe vesznek. Ezen tanulmányok célja, hogy a döntéshozók számára olyan jól használható eszközt biztosítsanak, mely túlmutat az egyszerű, korstruktúrát figyelembe vevő hagyományos mutatókon, és elegendő információval szolgálnak a demográfiai folyamatok várható alakulásáról és hatásáról mind gazdasági, mind társadalmi szemszögből nézve. Bár számítási módjuk jóval bonyolultabb, mint az alapmutatóké, legtöbbjük így is lehetővé teszi a nemzetközi és időbeli összehasonlítást, ami fontos kritérium lehet egy indikátor alkalmazhatósága során.

A népesség idősödése alapvetően két jelenség – az alacsony termékenység és az egyre hosszabb várható élettartam – következménye, ugyanakkor a munkaképes korúak migrációja is hatással van rá. Magyarországon leginkább az előbbi kettő befolyásolja a korösszetételt, így az F.1.1. alfejezetben ezek alakulását elemezzük az utóbbi évtizedekben, majd az öregedéssel kapcsolatos számítások során legtöbbet használt indikátorokat mutatjuk be. Ezt követően az F.1.2. alfejezet az új típusú mutatókkal foglalkozik, melyek a létszámokat különféle specifikációkkal súlyozzák, pontosabb képet adva így az öregedés mértékéről. Mivel Vargha (2015) részletes összefoglalót nyújt a hagyományos, illetve az alternatív öregedési mérőszámokról, mi itt csak azokat emeljük ki, melyekkel kutatásaink során magunk is foglalkoztunk.

F.1.1. Hagyományos mutatók

Magyarország népességszáma az 1980-as évek óta csökkenő tendenciát mutat. A Központi Statisztikai Hivatal adatai alapján 1980-ban érte el a csúcsot (körülbelül 10 709 000 főt), majd ezt követően kezdett visszaesni. Az F.1.1. ábrán jól látható, hogy ettől az időszaktól kezdődően lépi túl a halálozások száma az élveszületések számát, főként az utóbbi drasztikus visszaesésének köszönhetően. A természetes szaporodást innentől felváltja a természetes fogyás. Ezt valamelyest ellensúlyozza a nettó migráció, ugyanis az Eurostat adatai alapján 1990 óta szinte minden évben többen vándoroltak be az országba, mint amennyien elhagyták azt.

F.1.1. ábra. Az élveszületések és halálozások alakulása Magyarországon, 1970-2017.

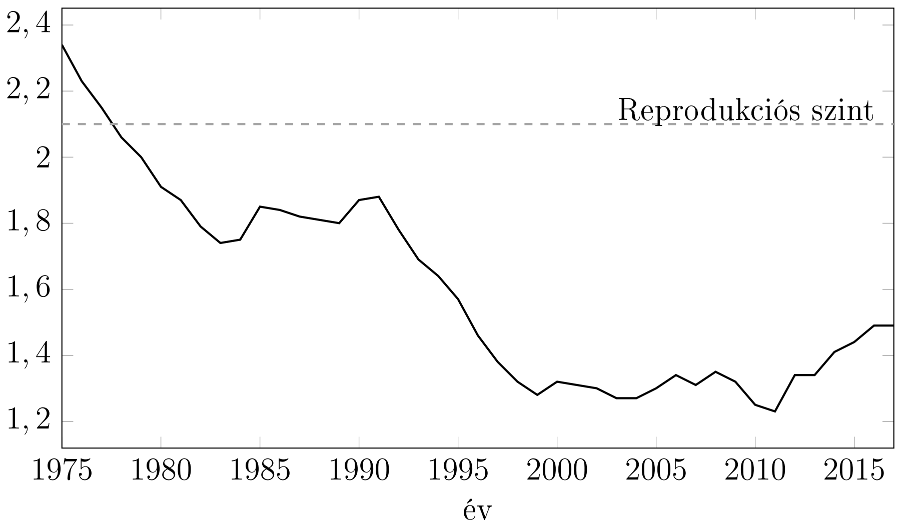


Forrás: KSH (2018a).

Ahogy az F.1.2. ábra mutatja, Magyarországon az 1970-es évek vége óta az úgynevezett reprodukciós szint alatt van a teljes termékenységi arányszám (továbbiakban TFR, az angol Total Fertility Rate rövidítése alapján) értéke. Ez azt jelenti, hogy átlagosan az egy szülőképes korú nőre eső születésszám nem éri el a populáció fenntartásához szükséges 2,1-es értéket. Az 1990-es években erőteljes visszaesés volt tapasztalható a termékenységi ráta idősorában, majd ezt követően az alacsony szinten stagnálás jellemezte a folyamatot. A 2011-es 1,23-as minimum értékek követően javulás kezdődött, aminek köszönhetően az arányszám 2017-re elérte az 1,49-et.

Berde és Németh (2014) felhívja a figyelmet arra, hogy a nagymértékű csökkenés a TFR hiányosságainak köszönhető, és valójában mégsem olyan aggasztó a termékenység alakulása, mint ahogy azt a mutatószám sugallja. Mivel a TFR azt feltételezi, hogy egy nő az adott év korspecifikus arányszámainak megfelelően hozza világra gyermekeit, nem képes számolni a halasztó magatartással, vagyis azzal, ha egyre későbbre tolódik a gyermekvállalás. Bár a nők fiatalkorban ténylegesen kevesebb gyermeket szülnek, mint korábban, azonban ez nem azt jelenti, hogy összességében az életük során kevesebb gyermeket nevelnek, hanem csupán azt, hogy későbbre tolódik a családalapítás. Berde és Németh (2014) emiatt egy korrigált TFR mutató számítását javasolja, miszerint valójában nem történt olyan nagy mértékű visszaesés a magyar termékenységben, mint ahogy az az F.1.2. ábrán látható, bár az vitathatatlan, hogy az utóbbi évtizedekben jóval a reprodukciós szint alatt mozgott.

F.1.2. ábra. A teljes termékenységi arány alakulása Magyarországon, 1975-2017.

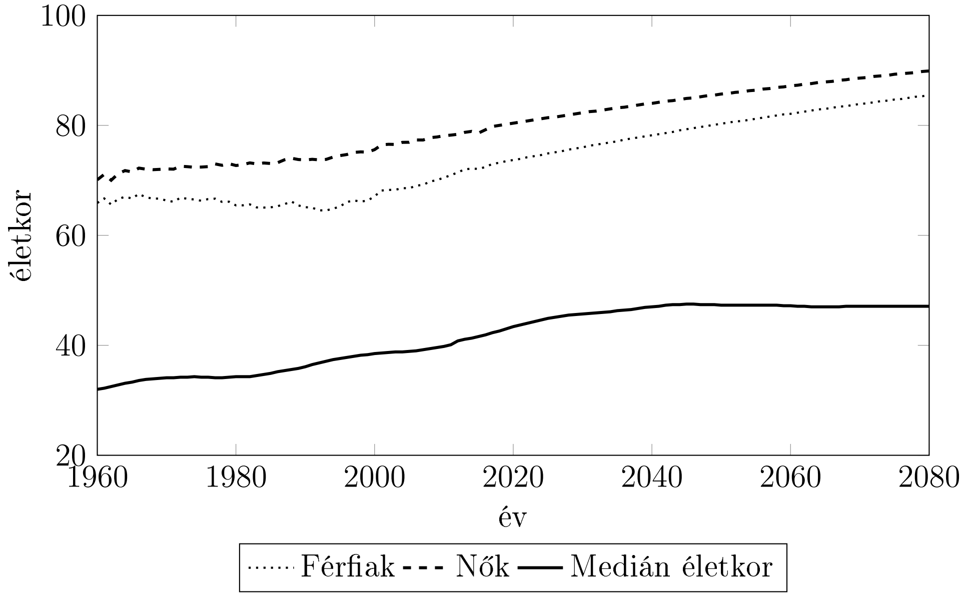


Forrás: KSH (2018a).

A csökkenő születésszám mellett a várható élettartam növekedése is hozzájárul a népesség öregedéséhez. Magyarországon főként az 1990-es évektől kezdődően kezdett emelkedni a nők és a férfiak születéskor várható átlagos élettartama, és ez a tendencia az előrejelzések szerint a következő évtizedekben is folytatódni fog (lásd az F.1.3. ábrán). A 2018-ra számított 73,2 év (férfiak) és 80 év (nők) várhatóan 2080-ra már elérheti a rendre 85,5 illetve 89,9 évet, és az idő múlásával a két nem közötti különbség is redukálódik.

Ezzel egyidejűleg a népesség medián életkora is egyre magasabb (lásd az F.1.3. ábrán). 2017-ben 42,3 év volt a magyar medián életkor, ami azt jelenti, hogy a lakosság fele abban az évben ennél fiatalabb volt, a másik fele pedig ennél idősebb. Összehasonlításul, 1960-ban ez az érték csupán 32 év volt, 2080-ra pedig 47,1 évet becsül az Eurostat előrejelzése.

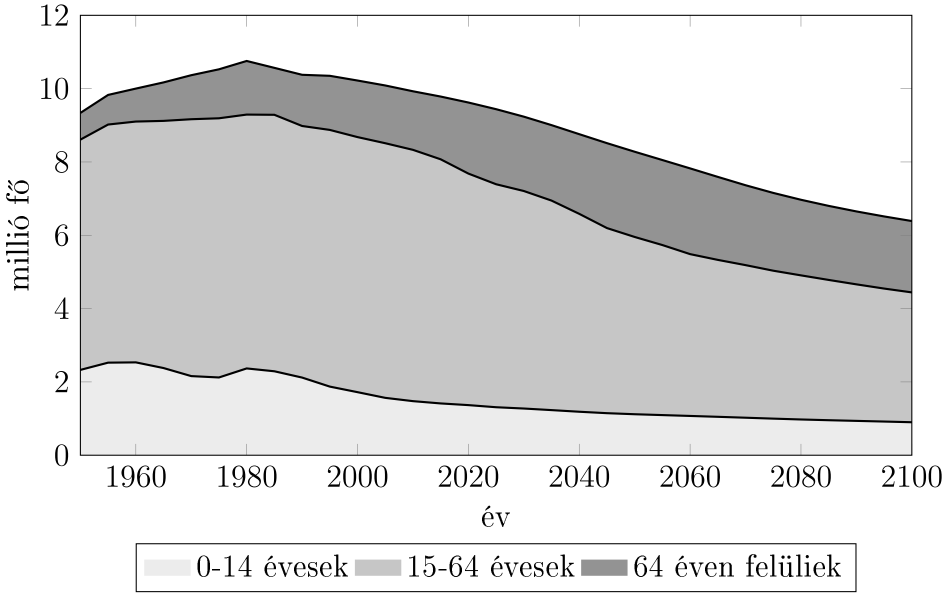
F.1.3. ábra. A nők és férfiak születéskor várható átlagos élettartama, és a népesség medián életkora Magyarországon, év, 1960-2080.



Forrás: Eurostat (2018b), KSH (2018a).

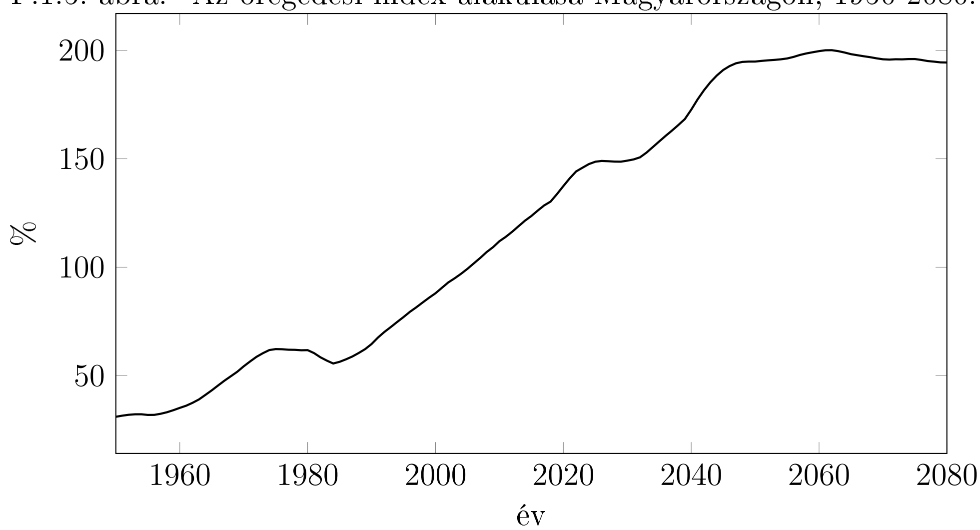
Az előbb bemutatott demográfiai folyamatoknak köszönhető a népesség öregszik, hiszen egyre magasabb az időskorúak részaránya a populációban. Az F.1.4. ábrán jól látható, hogy az előrejelzések szerint ez a probléma csak súlyosbodni fog. A becslések alapján 2100-ban várhatóan minden harmadik ember időskorú lesz Magyarországon, és már az elkövetkező 20 évben is 6 százalékponttal emelkedik majd az idősek hányada, ami jelenleg közel 19%. 1950-ben több mint háromszor annyi gyermek volt Magyarországon, mint idős, viszont a kétezres évek közepe óta a 64 éven felüliek aránya meghaladja a 15 éven aluliakét a népességen belül.

F.1.4. ábra. A népesség korcsoportok szerinti megoszlása Magyarországon, 1950-2100.



Forrás: United Nations (2017).

F.1.5. ábra. Az öregedési index alakulása Magyarországon, 1950-2080.

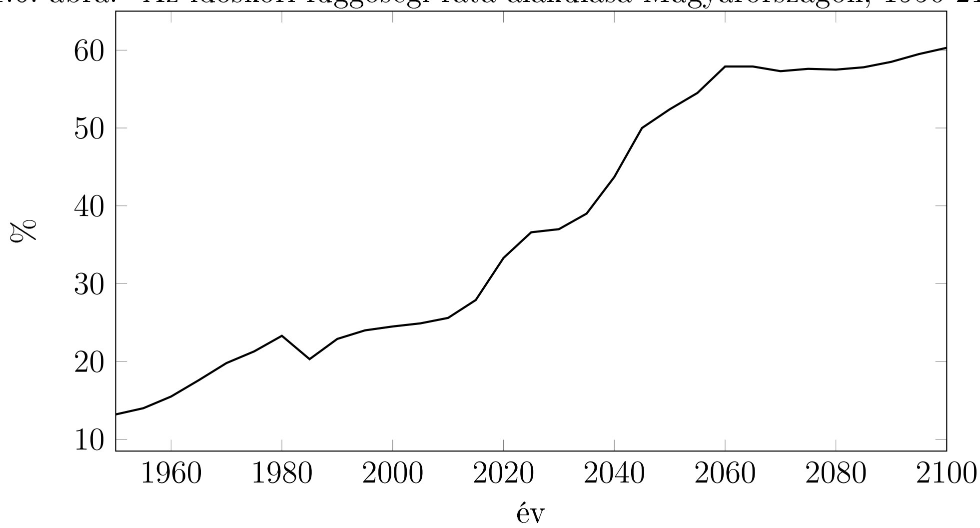


Forrás: United Nations (2017).

A populáció korstruktúrájának átalakulását mutatja a az F.1.5. ábrán lévő öregedési index is, mely gyakran használt mutató a népesség idősödésének mérésére. Az index az időskorú lakosság létszámát viszonyítja a gyermekkorú lakossághoz, ami 2006 óta túllépte a 100%-ot, és 2018-ban már elérte a 130,2%-ot. Néhány évtizeden belül az ENSZ előrejelzése szerint akár dupla annyi idős is élhet az országban, mint amennyi gyermek.

Az időskorúak függőségi rátája[1], azaz az idős népesség munkaképes korú korosztályhoz viszonyított aránya alapmutató az idősödés kérdéskörében. Azt mutatja meg, hogy csupán koréves létszámadatokat figyelembe véve, egy munkaképes átlagosan hány időskorú eltartásáért lenne felelős. Segítségével fel lehet mérni, milyen mértékben változik az aktív korú korosztályra háruló teher. Ennek reciprokát (illetve a 2.1. táblázatban bemutatott változatait) alkalmazzák az első demográfiai osztalék számszerűsítésére. Az F.1.6. ábrán jól látható a függőségi ráta erőteljes növekedése Magyarországon.

F.1.6. ábra. Az időskori függőségi ráta alakulása Magyarországon, 1950-2100.



Forrás: United Nations (2017).

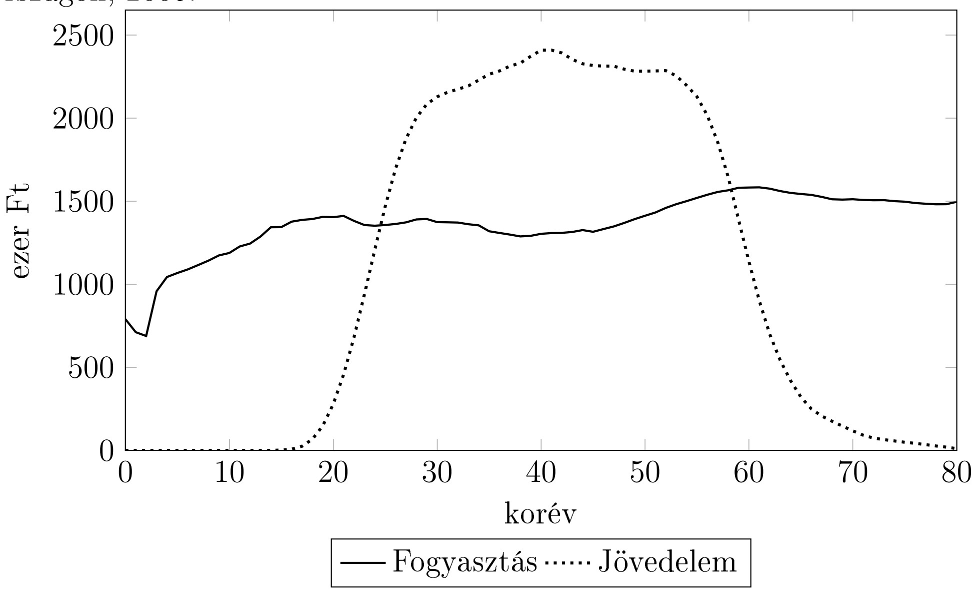
[1] A függőségi ráta reciproka az eltartási ráta.

F.1.2. Alternatív indikátorok

Az előző alfejezetben bemutatott indikátorok csupán az olyan demográfiai jellemzőket veszik figyelembe, mint a várható élettartam, vagy az egyes korosztályok egymáshoz viszonyított aránya, viszont az öregedés mérésénél számos más szempontot is érdemes vizsgálni. Például a társadalombiztosítási rendszer fenntarthatóságát tekintve a várható élettartam helyett informatívabb az egészségben várható élettartam. Az eltartási ráta pedig jobban kifejezi az eltartottság valódi mértékét, ha a létszámarányok mellett megjelenítjük a korosztályok fogyasztási és jövedelemtermelési jellemzőit is.

Az F.1.7. ábrán látható a különböző korévekre jellemző egy főre eső fogyasztás illetve munkajövedelem értéke Magyarországon 2005-ben.

F.1.7. ábra. Az egy főre eső éves fogyasztás és munkajövedelem korévenként Magyarországon, 2005.



Forrás: Gál és Vargha (2013).

A nemzeti transzferszámlákon alapuló megközelítés szerint egy pályakezdő jövedelme alacsonyabb, mint egy egy idősebb munkaképesé, illetve a fogyasztási igény is eltérő egy gyermeket illetve egy idős egyént tekintve. Az eltartási képesség, valamint az eltartottsági igény tehát korévenként változó, így ezekkel a jellemzőkkel korrigálva az eltartási rátát, képesek vagyunk az öregedés sebességének precízebb leírására.

A súlyozott eltartási ráta ötlete Cutler et al. (1990)-től származik, és ezt alkalmazza például Lee és Mason (2011), illetve mi is a 2. fejezetben. Ha $L(t)$ és $N(t)$ rendre az effektív (korosztályos jellemzőkkel súlyozott) jövedelemtermelői létszám, illetve az effektív fogyasztók száma, vagyis

$$L(t) = \sum_{a=0}^{\omega} \gamma(a,t)P(a,t), \tag{F1.1}$$

$$N(t) = \sum_{a=0}^{\omega} \alpha(a,t)P(a,t), \tag{F1.2}$$

ahol $P(a,t)$ az a életkorú népesség létszáma a t. periódusban, $\alpha(a,t)$ és $\gamma(a,t)$ pedig a korspecifikus súlyok, akkor az eltartási ráta e kettő hányadosa: $\frac{L(t)}{N(t)}$.

Lee és Mason (2014)-es tanulmánya a fentebb bemutatott, súlyokkal korrigált eltartási ráta mellett definiál egy fiskális eltartási rátát is, mely a demográfiai változások kormányzati költségvetésre gyakorolt hatását adja meg. A mutató az effektív adófizetők által kifizetett adók nagyságának és az effektív kedvezményezettek által kapott járadék nagyságának hányadosa:

$$\frac{\sum\limits_{a=0}^{\omega} taxes(a,t)P(a,t)}{\sum\limits_{a=0}^{\omega} tgi(a,t)P(a,t)}, \tag{F1.3}$$

ahol $taxes(a,t)$ az a életkorúak által átlagosan fizetett adó értéke egy báziskorosztályhoz viszonyítva, $tgi(a,t)$ pedig az a életkorúaknak juttatott transzfer értéke szintén a báziskorosztályhoz viszonyítva.

Számos olyan kompozit mutatóval bővült az elmúlt években a szakirodalom, melyek az idősödés több aspektusát egyszerre veszik figyelembe, és alkalmasok időbeli, illetve országok közötti összehasonlításokra. Ezek közül az egyik legújabb, és széles körben alkalmazott indikátor az Aktív Idősödés Indexe (angolul Active Ageing Index, AAI), mely egy 4 részterületből és 22 indikátorból álló összetett mutató.

Az Aktív Idősödés Indexét 2012 óta számszerűsít egy, az UNECE kereteiben működő szakértői csoport (Zaidi et al. 2013), és számszerűsítésének célja az idősödéssel kapcsolatos gazdaságpolitikai intézkedések eredményességének mérése, valamint az idősödésben rejlő gazdasági és társadalmi lehetőségek kihasználtságának jelzése. Az AAI index négy fő tartományát és az egyes tartományokon belüli mutatókat az F.1.1. táblázat tartalmazza. A zárójelekben az egyes tartományok AAI-n belüli súlya, illetve a mutatók tartományon belüli súlya látható.

Az AAI első három tartománya az aktív idősödés területén elért eredményekhez kapcsolódik, számba veszi a fizetett és nem fizetett tevékenységekben való részvételt, valamint az idősek fizikai, társadalmi és pénzügyi biztonságát. E három részterület az Egészségügyi Világszervezet ajánlásának megfelelően (WHO 2002) került az Aktív Idősödés mutatójába. A negyedik tartomány pedig azt veszi figyelembe, hogy mennyire támogatja a környezet az aktív öregedést, illetve maga az idősebb korosztály mennyire törekszik életminősége javítására.

A mutatót kétévente számszerűsítik a megelőző évek adatai alapján, így jelenleg 2010-es, 2012-es, 2014-es, 2016-os, és előzetes 2018-as értékek érhetők el. Az AAI-ben felhasznált adatok európai uniós felmérésekből származnak[2]. Az olyan a kérdésekre adott válaszokat, melyek szubjektív jellegűek, a 0 és 100 közti skálán helyezik el, és ugyancsak ezen a skálán fejezik ki a kvantitatív értékeket (például a foglalkoztatási rátát) is. Ennek eredményeként az AAI valamennyi tartománya, és a bennük szereplő mutatók is százalékos formában állnak rendelkezésre, és alkalma-

[2] A felhasznált adatbázisok: EU-LFS (Labour Force Survey), EU-SILC (Statistics on Income and Living Conditions), EQLS (European Quality of Life Survey), EHLEIS (European Health and Life Expectancy Information Systems), Eurostat ICT Survey (Information and Communications Technology Survey), ESS (European Social Survey).

sak mind az országok közti összehasonlításra, mind egy ország aktív idősödésével kapcsolatos helyzetének időbeli elemzésére. Minél közelebb van egy mutató értéke a 100-hoz, a szóban forgó ország adott évi helyzete annál jobbnak tekinthető. Mivel az egyes mutatókat nemenkénti bontásban is számszerűsítik, ezért lehetőség nyílik a férfiak és a nők helyzetének összevetésére is.

F.1.1. táblázat. Az AAI mutató négy tartománya, az egyes tartományokban szereplő indikátorok, valamint a tartományok és az egyes indikátorok tartománybeli súlya.

Foglalkoztatottság (35%)	**Társadalmi részvétel (35%)**	**Független, egészséges és biztonságos élet (10%)**	**Képesség az aktív időskorra és támogató környezet (20%)**
55-59 évesek foglalkoztatási rátája (25%)	Önkéntes tevékenység (25%)	Fizikai aktivitás (10%)	55 éves korban várható élettartam (33%)
60-64 évesek foglalkoztatási rátája (25%)	Gyermekek és unokák gondozása (25%)	Egészségügyi szolgáltatásokhoz való hozzáférés (20%)	55 éves korban egészségben várható élettartam (23%)
65-69 évesek foglalkoztatási rátája (25%)	Idősek gondozása (30%)	Független élet (20%)	Mentális egészség (17%)
70-74 évesek foglalkoztatási rátája (25%)	Politikai részvétel (20%)	Pénzügyi biztonság (3 indikátorból) (30%, mindegyik 10%)	Információs és kommunikációs eszközök használata (7%)
		Fizikai biztonság (10%)	Társadalmi kapcsolatok (13%)
		Élethosszig tartó tanulás (10%)	Iskolai végzettség (7%)

Forrás: Zaidi et al. (2013).

F.2. Függelék: A jövedelemváltozás hatása az eltartási rátára

Az eltartási ráta a (2.6) egyenlet alapján:

$$D(t) = \frac{L(t)}{N(t)} = \frac{\sum\limits_{a=0}^{\omega} y(a,t)P(a,t)}{\sum\limits_{a=0}^{\omega} c(a,t)P(a,t)} \cdot \frac{c(b,t)}{y(b,t)}. \tag{F2.1}$$

A báziskorosztály (30-49 évesek) átlagos fogyasztása és jövedelme:

$$c(b,t) = \frac{c(30,t) + c(31,t) + \cdots + c(49,t)}{20} \tag{F2.2}$$

$$y(b,t) = \frac{y(30,t) + y(31,t) + \cdots + y(49,t)}{20}. \tag{F2.3}$$

A jövedelemváltozás hatása az eltartási rátára, ha $e \neq 30, 31, \ldots 49$:

$$\frac{\partial \left(\frac{L(t)}{N(t)}\right)}{\partial y(e,t)} = \frac{P(e,t)}{\sum\limits_{a=0}^{\omega} c(a,t)P(a,t)} \cdot \frac{c(b,t)}{y(b,t)}. \tag{F2.4}$$

A jövedelemváltozás hatása az eltartási rátára, ha $e = 30, 31, \ldots 49$:

$$\frac{\partial \left(\frac{L(t)}{N(t)}\right)}{\partial y(e,t)} = \frac{c(b,t)}{\sum\limits_{a=0}^{\omega} c(a,t)P(a,t)} \left(\frac{P(e,t)y(b,t) - \frac{\sum\limits_{a=0}^{\omega} y(a,t)P(a,t)}{20}}{y^2(b,t)} \right). \tag{F2.5}$$

Az (F2.4) deriválás eredménye pozitív, az (F2.5) pedig negatív (a báziskorosztály egyetlen korévéhez tartozó összes jövedelménél lényegesen több a negatív előjelű jövedelem összegének abszolút értéke), így egy bázis korosztálybeli lakos jövedelemnövekedésének hatása az eltartási rátára ceteris paribus negatív, míg egy nem bázis korosztálybeli lakosé pozitív irányú.

F.3. Függelék: Demográfia a növekedési modellekben

F3.1. táblázat. A népesség szerepe a különböző növekedési modellekben

A modell típusa	**A modell alkotói**	**A népesség figyelembe vétele**	**A lakossági létszám alakulása és szerepe a növekedésben**
Klasszikus	Thomas Robert Malthus	A népesség nagyobb ütemben nő, mint az élelmiszerek mennyisége.	A túlzott népességnövekedés alacsonyabb jóléthez vezet.
Postkeynesi	Roy F. Harrod, Evsey Domar	Exogén a megtakarítási ráta, nincs fogyasztói optimalizáció.	Nem függ tőle a gazdasági növekedés.
Neoklasszikus	Robert M. Solow, Trevor W. Swan	Nincs fogyasztói optimalizáció, a népesség munkaereje és termelékenysége a gazdaság kibocsátását befolyásolja.	Az exogén népességnövekedés változása csak az egyensúlyi növekedési pálya felé tartó konvergencia időszakában hat az egy főre eső jövedelem alakulására, hosszú távon nem.
Neoklasszikus	Frank P. Ramsey, David Cass, Tjalling C. Koopmans	A háztartások saját hasznosságukat maximalizálva döntenek fogyasztási és megtakarítási pályájukról.	A rövid távú dinamika eltér a Solow – Swan modelltől, de az egy főre eső jövedelem hosszú távon itt se függ az exogén népességnövekedéstől.
Endogén növekedés	Kenneth J. Arrow, Paul M. Romer, Robert E. Lucas, Sergio Rebelo,	A munkások termelékenységének fejlődése endogén.	Az externália alapú és a K+F alapú modellek – bizonyos paraméterezés mellett – pozitív kapcsolatot mutatnak az exogén népességnövekedési ráta és az egy főre eső GDP növekedése között.
Együttélő nemzedékek	Paul A. Samuelson, Peter A. Diamond Alan J. Auerbach, Laurence J. Kotlikoff	Több generáció él egymás mellett, melyek életpálya-hasznosságukat maximalizálják.	Exogén a népességnövekedés, de a népesség összetétele változhat, és vannak generációk közötti tranzakciók.
Endogén termékenység	Gary S. Becker, Robert J. Barro	A hasznosságmaximalizáló háztartások az utódok számáról is döntenek.	A termékenység alakulása az optimális fogyasztói döntésnek megfelelően alakul.
Nemzeti transzferszámlákon alapuló növekedési modellek	Ronald Lee, Andrew Mason	Korévekre bontott fogyasztási és jövedelm mutatók	Az első és a második demográfiai osztalék növekedésre gyakorolt hatása függ a népesség összetételétől.

F.4. Függelék: A 3. fejezet modelljében alkalmazott jelölések

F4.1. táblázat. A 3. fejezetben található modell endogén változóinak jelölései

Jelölés	**Változó**
N^1	Gyermekek létszáma
N^2	Fiatal dolgozó korosztály létszáma
N^3	Idősebb dolgozó korosztály létszáma
N^4	Nyugdíjasok létszáma
N	Teljes népesség létszáma
W^2	Egy fiatal dolgozó bére
W^3	Egy idősebb dolgozó bére
H	Gyermekkorban felhalmozott humán tőke
C^1	Egy gyermek fogyasztása
C^2	Egy fiatal dolgozó fogyasztása
C^3	Egy idősebb dolgozó fogyasztása
C^4	Egy nyugdíjas fogyasztása
GDP	Teljes jövedelem
β	Humántőke-beruházás termékenység szerinti rugalmassága

F4.2. táblázat. A 3. fejezetben található modell exogén változóinak jelölései

Jelölés	**Változó**
F	Termékenységi ráta
s	Túlélési ráta a harmadik életszakasz végén

F.5. Függelék: A 4. fejezet modelljének egyenletei egy főre jutó változókkal felírva, és az állandósult állapotbeli értékek

Az egy főre jutó értékeket hullámvonallal jelöljük, azaz $\tilde{C_t^Y} = \frac{C_t^Y}{N_t}$, $\tilde{\mathcal{E}}_t = \frac{\mathcal{E}_t}{N_t}$ és így tovább. Az endogén változók jelölését a könnyebb áttekinthetőség miatt az F5.1. táblázatban foglaljuk össze. Az alábbiakban a 4. fejezet modelljének egyenleteit közöljük újra olyan formára átalakítva, hogy azok az egy főre jutó változók függvényében legyenek felírva.

Fogyasztók

Munkaképes korúak

$$\tilde{C_t^Y} = \frac{\tilde{\mathcal{E}}_t + \tilde{\mathcal{F}}_t + (1+r_t)\tilde{B_{t-1}^Y} - (1+\tau_t^C)\tilde{C_t^K}}{\mathcal{G}_t + \mathcal{H}_t}, \tag{F5.1}$$

$$\tilde{\mathcal{E}}_t = (1-\tau_t^L)w_t\tilde{L}_t + \tilde{TR_t^Y} - \tilde{T}_t + \frac{1-\omega_t}{1+r_{t+1}}\frac{N_t^Y}{N_{t+1}^Y}\frac{N_{t+1}}{N_t}\tilde{\mathcal{E}_{t+1}} \tag{F5.2}$$

$$\tilde{\mathcal{F}}_t = \omega_t\frac{N_t^Y}{N_t^O}\frac{N_t^O}{N_{t+1}^O}\frac{\tilde{\mathcal{A}_{t+1}}}{1+r_{t+1}}\frac{N_{t+1}}{N_t} + (1-\omega_t)\frac{N_t^Y}{N_{t+1}^Y}\frac{N_{t+1}}{N_t}\frac{\tilde{\mathcal{F}_{t+1}}}{1+r_{t+1}} \tag{F5.3}$$

$$\mathcal{G}_t = 1+\tau_t^C + (1-\omega_t)\beta^{\frac{1}{\sigma}}(1+r_{t+1})^{\frac{1}{\sigma}-1}\left[\frac{1+\tau_t^C}{1+\tau_{t+1}^C}\right]^{\frac{1}{\sigma}}\mathcal{G}_{t+1} \tag{F5.4}$$

$$\mathcal{H}_t = \beta^{\frac{1}{\sigma}}(1+r_{t+1})^{\frac{1}{\sigma}-1}\left[\frac{1+\tau_t^C}{1+\tau_{t+1}^C}\right]^{\frac{1}{\sigma}}\left(\omega_t\mathcal{D}_{t+1} + (1-\omega_t)\mathcal{H}_{t+1}\right), \tag{F5.5}$$

$$\xi\frac{1}{\tilde{C_t^K}} = \tilde{C_t^Y}^{-\sigma}\left(\frac{N_t}{N_t^Y}\right)^{1-\sigma} \tag{F5.6}$$

$$\tilde{C}_t^Y = \left(\frac{\psi}{w_t}\tilde{L_t}^{\eta}(F_t + 1 + \varphi_t)^{\eta+\sigma}\frac{1+\tau_t^C}{1-\tau_t^L}\right)^{-\frac{1}{\sigma}} \tag{F5.7}$$

Idősek

$$\tilde{C}_t^O = \frac{\tilde{TR_t}^O + \frac{(1-\gamma_t)}{1+r_{t+1}}\frac{N_t^O}{N_{t+1}^O}\frac{N_{t+1}}{N_t}\tilde{\mathcal{A}_{t+1}} + (1+r_t)\tilde{B}_{t-1}^O}{\mathcal{D}} \tag{F5.8}$$

$$\tilde{\mathcal{A}}_t = \tilde{TR}_t^O + \frac{1-\gamma_t}{1+r_{t+1}}\frac{N_t^O}{N_{t+1}^O}\frac{N_{t+1}}{N_t}\tilde{\mathcal{A}_{t+1}} \tag{F5.9}$$

$$\mathcal{D}_t = 1 + \tau_t^C + (1-\gamma_t)\beta^{\frac{1}{\sigma}}\left[\frac{1+\tau_t^C}{1+\tau_{t+1}^C}\right]^{\frac{1}{\sigma}}(1+r_{t+1})^{\frac{1}{\sigma}-1}\mathcal{D}_{t+1} \tag{F5.10}$$

Vállalat

$$w_t = (1-\alpha)\frac{\tilde{Y}_t}{\tilde{L}_t} \tag{F5.11}$$

$$r_t^K = \alpha\frac{\tilde{Y}_t}{\tilde{K}_{t-1}} \tag{F5.12}$$

$$\tilde{Y}_t = a\tilde{K}_{t-1}^{\alpha}\tilde{L}_t^{1-\alpha} \tag{F5.13}$$

Állam

$$\tau_t^C\tilde{C}_t + \tau_t^L w_t\tilde{L}_t + \tilde{T}_t + \frac{N_{t+1}}{N_t}\tilde{Debt}_t = \tilde{G}_t + \tilde{TR}_t + (1+r_t)\tilde{Debt}_{t-1} \tag{F5.14}$$

$$\tilde{TR}_t = \tilde{TR}_t^Y + \tilde{TR}_t^O \tag{F5.15}$$

$$\tilde{TR}_t^O = \kappa_t \tilde{TR}_t \tag{F5.16}$$

$$\frac{T_t}{Y_t} = \frac{T}{Y} + 0,1\left(\frac{Debt_t}{Y_t} - \frac{Debt}{Y}\right) \tag{F5.17}$$

Vagyonkezelő

$$r_{t+1}^K = r_{t+1} + \delta \tag{F5.18}$$

$$r_t^K \tilde{K}_{t-1} + \frac{N_{t+1}}{N_t}(\tilde{B}_t^O + \tilde{B}_t^Y - \tilde{Debt}_t) = (1+r_t)(\tilde{B}_{t-1}^O + \tilde{B}_{t-1}^Y - \tilde{Debt}_{t-1}) + \tilde{I}_t \tag{F5.19}$$

$$\tilde{I}_t = (1+n)\tilde{K}_t - (1-\delta)\tilde{K}_{t-1} \tag{F5.20}$$

Egyensúly

$$\tilde{Debt}_t + \tilde{K}_t = \tilde{B_t^Y} + \tilde{B_t^O} \tag{F5.21}$$

$$\tilde{Y}_t = \tilde{C}_t + \tilde{I}_t + \tilde{G}_t \tag{F5.22}$$

$$\tilde{C}_t = \tilde{C_t^K} + \tilde{C_t^Y} + \tilde{C_t^O} \tag{F5.23}$$

Demográfia

$$1 + n_t^Y = F_t + (1 - \omega_t). \tag{F5.24}$$

$$1+n_t^O=\omega_t\frac{1}{\varphi_t}+1-\gamma_t \tag{F5.25}$$

$$1+n_t^K=1+n_t^Y \tag{F5.26}$$

$$1+n_t=\frac{(F_{t+1}+1)\cdot(1+n_t^Y)+\omega_t+(1-\gamma_t)\varphi_t}{F_t+1+\omega_{t-1}\frac{1}{1+n_{t-1}^Y}+(1-\gamma_{t-1})\cdot\varphi_{t-1}\cdot\frac{1}{1+n_{t-1}^Y}} \tag{F5.27}$$

$$\frac{\varphi_{t+1}}{\varphi_t}=\left(\omega_t\frac{1}{\varphi_t}+1-\gamma_t\right)\frac{1}{F_t+1-\omega_t}. \tag{F5.28}$$

$$\kappa_t=\frac{1}{1+F_t\cdot\frac{1}{\varphi_t}+\frac{1}{\varphi_t}} \tag{F5.29}$$

$$\nu_t=\frac{1}{1+F_t+\varphi_t} \tag{F5.30}$$

Az előbbi egyenletek állandósult állapotbeli alakja az alábbiakban látható.

$$\tilde{C^Y}=\frac{\tilde{\mathcal{E}}+\tilde{\mathcal{F}}+(1+r)\tilde{B^Y}-(1+\tau^C)\tilde{C^K}}{\mathcal{G}+\mathcal{H}} \tag{F5.31}$$

$$\tilde{\mathcal{E}}=\frac{1+r}{r+\omega}\left((1-\tau^L)w\tilde{L}+T\tilde{R}^Y-\tilde{T}\right) \tag{F5.32}$$

$$\tilde{\mathcal{F}}=\frac{1+r}{r+\omega}\left(\frac{\omega}{\varphi}\tilde{A}\right) \tag{F5.33}$$

$$\mathcal{G}=\frac{1+\tau^C}{1-(1-\omega)\beta^{\frac{1}{\sigma}}(1+r)^{\frac{1}{\sigma}-1}} \tag{F5.34}$$

$$\mathcal{H} = \frac{\omega\beta^{\frac{1}{\sigma}}(1+r)^{\frac{1}{\sigma}-1}\mathcal{D}}{1-(1-\omega)\beta^{\frac{1}{\sigma}}(1+r)^{\frac{1}{\sigma}-1}} \tag{F5.35}$$

$$\xi\frac{1}{\tilde{C^K}} = \tilde{C^Y}^{-\sigma}\left(\frac{N}{N^Y}\right)^{1-\sigma} \tag{F5.36}$$

$$\tilde{C^Y} = \left(\frac{\psi}{w}\tilde{L}^{\eta}(F+1+\varphi)^{\eta+\sigma}\frac{1+\tau^C}{1-\tau^L}\right)^{-\frac{1}{\sigma}} \tag{F5.37}$$

$$\tilde{C^O} = \frac{\tilde{TR}^O + \frac{(1-\gamma)}{1+r}\tilde{\mathcal{A}} + (1+r)\tilde{B}^O}{\mathcal{D}} \tag{F5.38}$$

$$\tilde{\mathcal{A}} = \frac{1+r}{r+\gamma}\tilde{TR^O} \tag{F5.39}$$

$$\mathcal{D} = \frac{1+\tau^C}{1-(1-\gamma)\beta^{\frac{1}{\sigma}}(1+r)^{\frac{1}{\sigma}-1}} \tag{F5.40}$$

$$w = (1-\alpha)\frac{\tilde{Y}}{\tilde{L}} \tag{F5.41}$$

$$r^K = \alpha\frac{\tilde{Y}}{\tilde{K}} \tag{F5.42}$$

$$\tilde{Y} = a\tilde{K}^{\alpha}\tilde{L}^{1-\alpha} \tag{F5.43}$$

$$\tau^C\tilde{C} + \tau^L w\tilde{L} + \tilde{T} = \tilde{G} + \tilde{TR} + (r-n)\tilde{Debt} \tag{F5.44}$$

$$\tilde{TR} = \tilde{TR^Y} + \tilde{TR^O} \tag{F5.45}$$

$$\tilde{TR^O} = \kappa \tilde{TR} \tag{F5.46}$$

$$\frac{T_t}{Y_t} = \frac{T}{Y} \tag{F5.47}$$

$$r^K = r + \delta \tag{F5.48}$$

$$r^K \tilde{K} = (r - n)(\tilde{B}^O + \tilde{B}^Y - \tilde{Debt}) + \tilde{I} \tag{F5.49}$$

$$\tilde{I} = (n + \delta)\tilde{K} \tag{F5.50}$$

$$\tilde{Debt} + \tilde{K} = \tilde{B^Y} + \tilde{B^O} \tag{F5.51}$$

$$\tilde{Y} = \tilde{C} + \tilde{I} + \tilde{G} \tag{F5.52}$$

$$\tilde{C} = \tilde{C^K} + \tilde{C^Y} + \tilde{C^O} \tag{F5.53}$$

$$1 + n = \frac{(F+1)\cdot(1+n^Y) + \omega + (1-\gamma)\varphi}{F + 1 + \omega\frac{1}{1+n^Y} + (1-\gamma)\cdot\varphi\cdot\frac{1}{1+n^Y}} \tag{F5.54}$$

$$1 + n^Y = F + (1 - \omega) \tag{F5.55}$$

$$1 + n^O = \omega\frac{1}{\varphi} + 1 - \gamma \tag{F5.56}$$

$$1 + n^K = 1 + n^Y \tag{F5.57}$$

$$\varphi = \frac{\omega}{F - \omega + \gamma} \tag{F5.58}$$

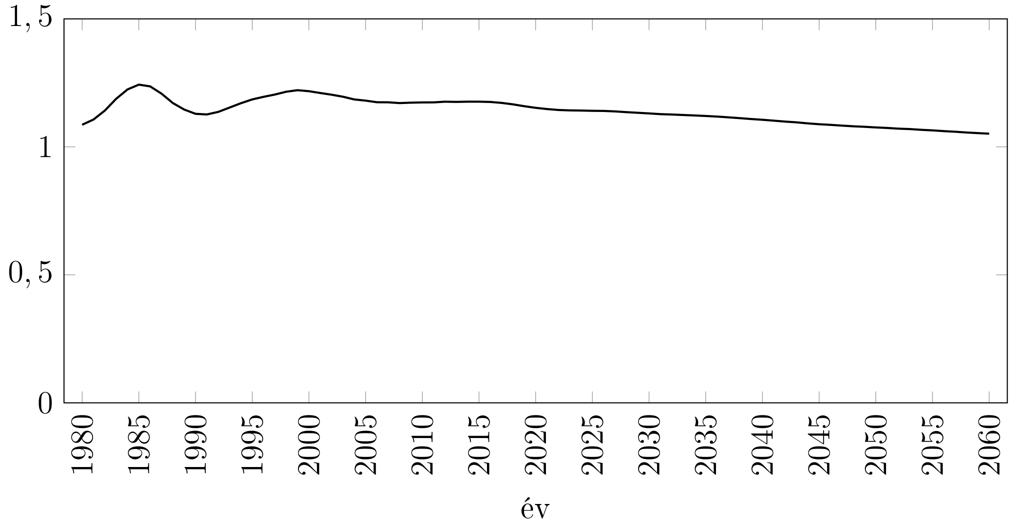
$$\kappa = \frac{1}{1 + F \cdot \frac{1}{\varphi} + \frac{1}{\varphi}} \tag{F5.59}$$

$$\nu = \frac{1}{1 + F + \varphi} \tag{F5.60}$$

F5.1. táblázat. A 4. fejezetben található modell endogén változóinak jelölései

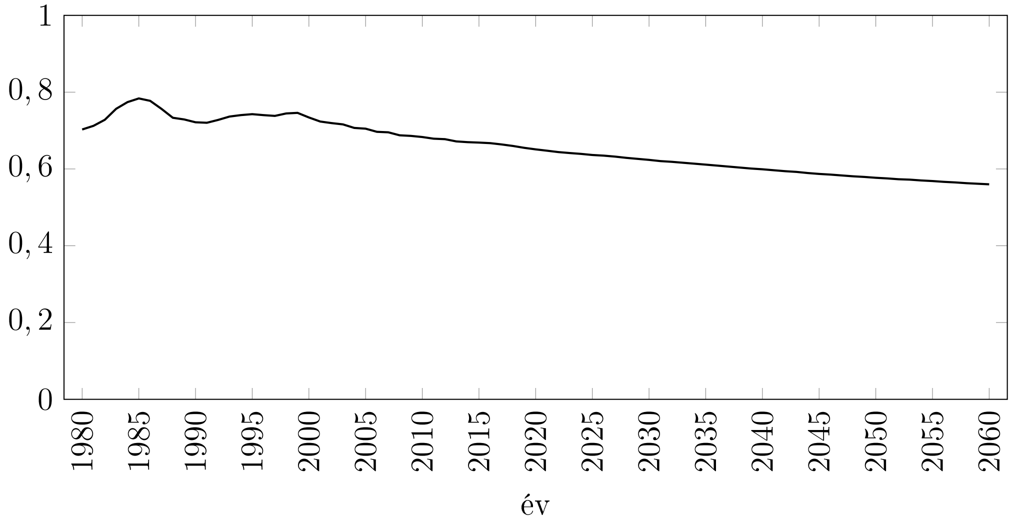
Jelölés	**Változó**
$\tilde{C}^Y$	Munkaképesek aggregált fogyasztásának egy főre eső értéke
$\tilde{C}^O$	Idősek aggregált fogyasztásának egy főre eső értéke
$\tilde{C}^K$	Gyermekek aggregált fogyasztásának egy főre eső értéke
$\tilde{C}$	Aggregált fogyasztás egy főre eső értéke
$\tilde{\mathcal{E}}$	A fiatalkori adókkal csökkentett bevételek jelenértékének egy főre eső értéke
$\tilde{\mathcal{F}}$	A fiatalkorban várható időskori transzferjövedelmek jelenértékének egy főre eső értéke
$\mathcal{G}$	A munkaképesek fogyasztási függvényének nevezőjében lévő összeg egyik tagja
$\mathcal{H}$	A munkaképesek fogyasztási függvényének nevezőjében lévő összeg másik tagja
$\tilde{B}^Y$	Munkaképesek aggregált megtakarításának egy főre eső értéke
$\tilde{B}^O$	Idősek aggregált megtakarításának egy főre eső értéke
$\tilde{\mathcal{A}}$	Az időskorban várható időskori transzferjövedelmek jelenértékének egy főre eső értéke
$\mathcal{D}$	Az időskori fogyasztási függvény nevezőjében lévő érték
$\tilde{TR}^Y$	Munkaképeseknek juttatott aggregált transzfer egy főre eső értéke
$\tilde{TR}^O$	Időseknek juttatott aggregált transzfer egy főre eső értéke
$\tilde{T}$	Aggregált egyösszegű adók egy főre eső értéke
w	Reálbér
r^K	Reálbérleti díj
$\tilde{L}$	Aggregált munkamennyiség egy főre eső értéke
$\tilde{K}$	Aggregált tőke egy főre eső értéke
$\tilde{Y}$	Aggregált kibocsátás egy főre eső értéke
$\tilde{Debt}$	Államadósság egy főre eső értéke
$\tilde{G}$	Kormányzati kiadás egy főre eső értéke
$\tilde{TR}$	Aggregált transzfer egy főre eső értéke
$\tilde{r}$	Reál kamatláb
$\tilde{I}$	Aggregált beruházás egy főre eső értéke
n^Y	Munkaképes korosztály létszámának növekedési üteme
n^O	Idős korosztály létszámának növekedési üteme
n^K	Gyermekek létszámának növekedési üteme
n	Népességnövekedési ütem
φ	Idősek munkaképesekhez viszonyított aránya
κ	Idősek népességen belüli aránya
ν	Munkaképesek népességen belüli aránya

F.5.1. ábra. A modellből számított aggregált fogyasztás egy főre eső értéke ($\tilde{C}$).



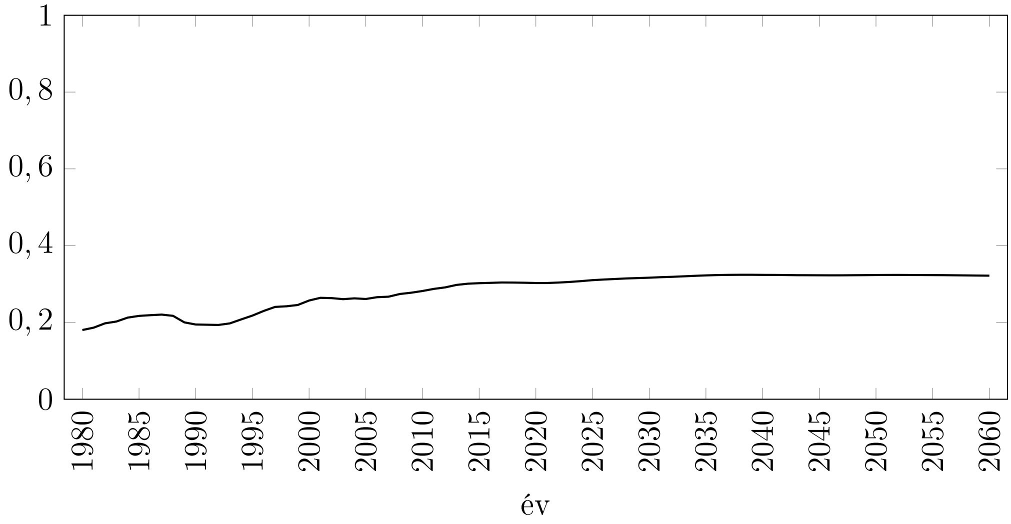
Forrás: Saját számítás alapján.

F.5.2. ábra. A modellből számított aggregált munkaképeskori fogyasztás egy főre eső értéke ($\tilde{C^Y}$).



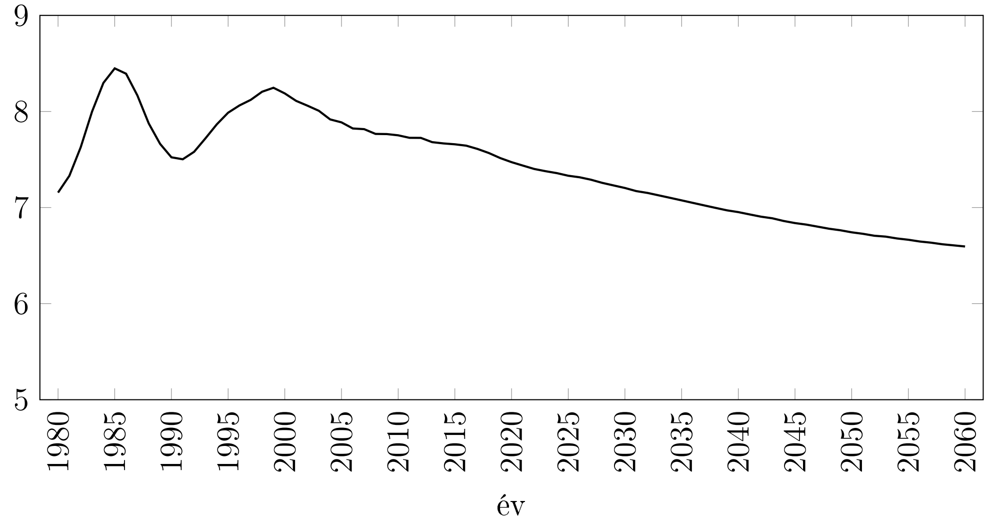
Forrás: Saját számítás alapján.

F.5.3. ábra. A modellből számított aggregált időskori fogyasztás egy főre eső értéke ($\tilde{C^O}$).



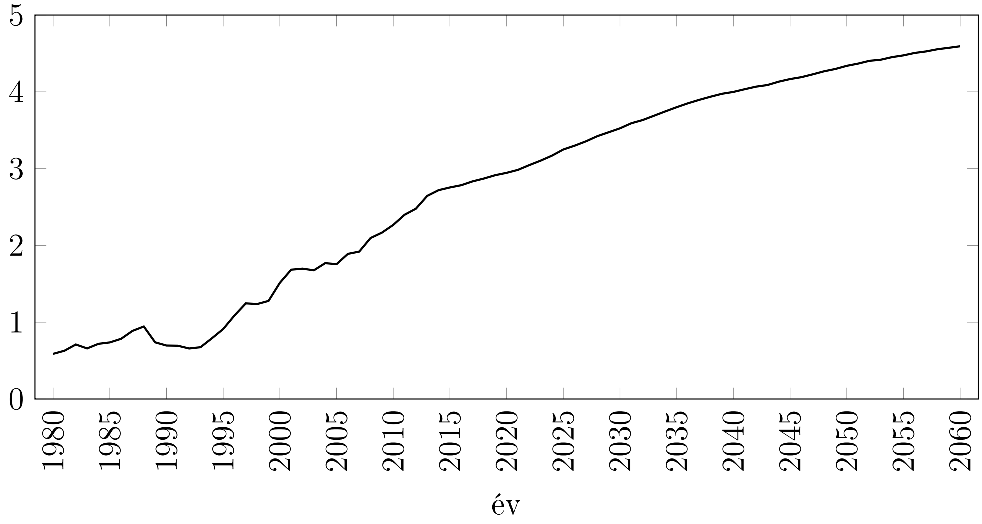
Forrás: Saját számítás alapján.

F.5.4. ábra. A modellből számított aggregált munkaképeskori megtakarítás egy főre eső értéke ($\tilde{B^Y}$).



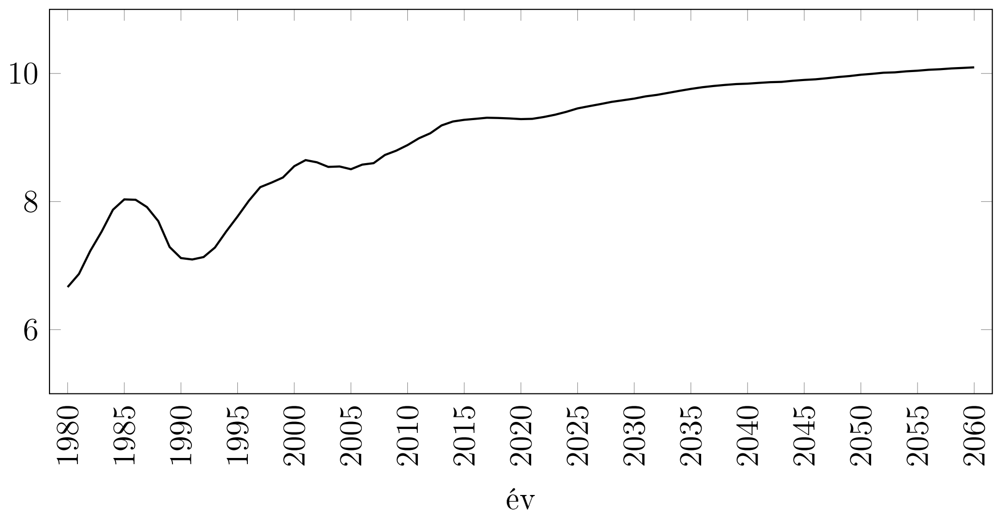
Forrás: Saját számítás alapján.

F.5.5. ábra. A modellből számított aggregált időskori megtakarítás egy főre eső értéke ($\tilde{B^O}$).



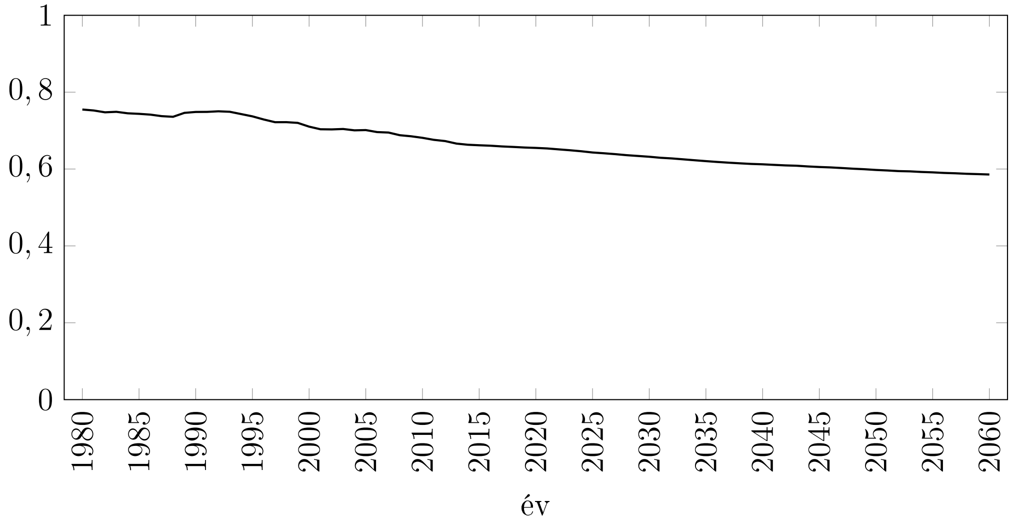
Forrás: Saját számítás alapján.

F.5.6. ábra. A modellből számított aggregált tőkeállomány egy főre eső értéke ($\tilde{K}$).



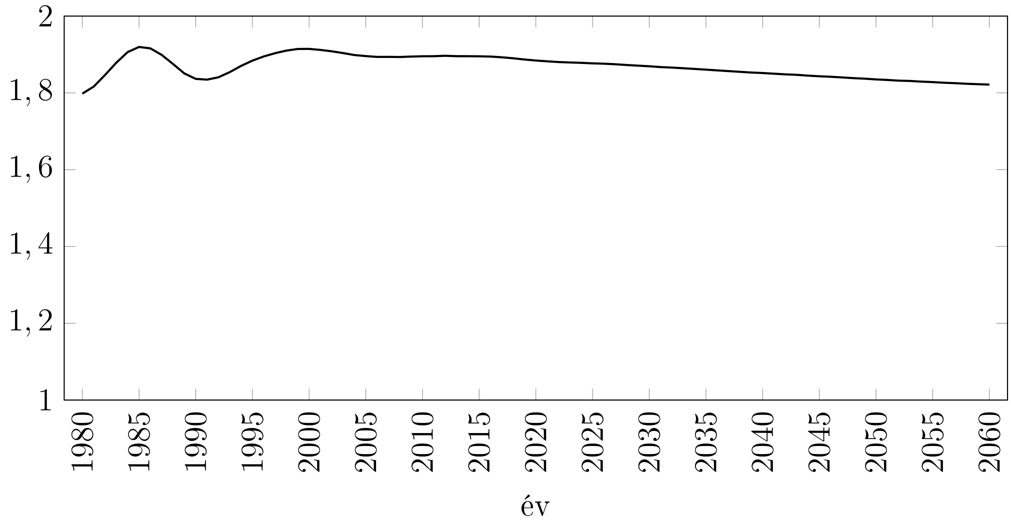
Forrás: Saját számítás alapján.

F.5.7. ábra. A modellből számított aggregált munkamennyiség egy főre eső értéke ($\tilde{L}$).



Forrás: Saját számítás alapján.

F.5.8. ábra. A modellből számított aggregált kibocsátás egy főre eső értéke ($\tilde{Y}$).



Forrás: Saját számítás alapján.

F5.2. táblázat. A halálozási valószínűség és az egy munkaképesre jutó születésszám alakulása 1980-tól 2060-ig Magyarországon, négy tizedesjegyre kerekítve

Év	**1980**	**1981**	**1982**	**1983**	**1984**	**1985**	**1986**	**1987**	**1988**	**1989**	**1990**	**1991**	**1992**	**1993**	**1994**
γ_t	0,2439	0,2381	0,2273	0,2500	0,2439	0,2439	0,2326	0,2083	0,1923	0,2222	0,2273	0,2273	0,2381	0,2381	0,2174
$\mathbf{F_t}$	0,0295	0,0271	0,0231	0,0186	0,0149	0,0132	0,0137	0,0161	0,0195	0,0226	0,0245	0,0248	0,0238	0,0220	0,0200

Év	**1995**	**1996**	**1997**	**1998**	**1999**	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**	**2006**	**2007**	**2008**	**2009**
γ_t	0,2000	0,1786	0,1639	0,1667	0,1639	0,1449	0,1333	0,1316	0,1316	0,1250	0,1250	0,1176	0,1163	0,1087	0,1064
$\mathbf{F_t}$	0,0182	0,0167	0,0155	0,0145	0,0138	0,0135	0,0137	0,0143	0,0151	0,0158	0,0163	0,0165	0,0164	0,0162	0,0158

Év	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**	**2018**	**2019**	**2020**	**2021**	**2022**	**2023**	**2024**
γ_t	0,1031	0,0990	0,0971	0,0926	0,0909	0,0952	0,0893	0,0877	0,0862	0,0844	0,0830	0,0816	0,0800	0,0787	0,0775
$\mathbf{F_t}$	0,0154	0,0149	0,0144	0,0139	0,0136	0,0134	0,0134	0,0136	0,0140	0,0145	0,0150	0,0154	0,0155	0,0154	0,0152

Év	**2025**	**2026**	**2027**	**2028**	**2029**	**2030**	**2031**	**2032**	**2033**	**2034**	**2035**	**2036**	**2037**	**2038**	**2039**
γ_t	0,0760	0,0752	0,0741	0,0727	0,0717	0,0707	0,0694	0,0687	0,0678	0,0669	0,0660	0,0651	0,0643	0,0635	0,0627
$\mathbf{F_t}$	0,0150	0,0148	0,0148	0,0148	0,0148	0,0148	0,0148	0,0147	0,0147	0,0146	0,0145	0,0145	0,0146	0,0147	0,0148

Év	**2040**	**2041**	**2042**	**2043**	**2044**	**2045**	**2046**	**2047**	**2048**	**2049**	**2050**	**2051**	**2052**	**2053**	**2054**
γ_t	0,0621	0,0613	0,0606	0,0601	0,0592	0,0585	0,0580	0,0573	0,0567	0,0562	0,0556	0,0551	0,0545	0,0542	0,0536
$\mathbf{F_t}$	0,0150	0,0152	0,0154	0,0155	0,0157	0,0159	0,0160	0,0161	0,0161	0,0161	0,0162	0,0162	0,0163	0,0163	0,0164

Év	**2055**	**2056**	**2057**	**2058**	**2059**	**2060**
γ_t	0,0532	0,0526	0,0522	0,0517	0,0513	0,0508
$\mathbf{F_t}$	0,0165	0,0166	0,0167	0,0168	0,0170	0,0171

Forrás: saját számítás Eurostat (2018) és United Nations (2017) adatok alapján.

Saját publikációk a témában

Magyar nyelvű referált szakmai folyóiratcikkek

Berde, É. és Kuncz, I. (2014). Az első demográfiai osztalék, és magyarországi alakulása. *Szigma*, 45(3-4):177–192.

Berde, É. és Kuncz, I. (2017). Az egy főre jutó GDP lehetséges pályái – szimuláció egy demográfiai alapú növekedési modellel. *Hitelintézeti Szemle*, 16(4):36–57.

Berde, É. és Kuncz, I. (2018). Demográfia és növekedés – Ronald Lee és Andrew Mason növekedési modelljei és az általuk felvázolt jövőkép. *Köz-gazdaság*, 13(2):197–212.

Berde, É. és Kuncz, I. (2019). Az Aktív Idősödés Indexe (AAI). Az internet szerepe az AAI-ben. *Szociológiai Szemle*, 29(1):33–57.

Magyar nyelvű tudományos könyv, könyvfejezet

Kuncz, I. (2017). *Növekedéselméletek.* Budapesti Corvinus Egyetem, Budapest

Egyéb (magyar nyelvű)

Berde, É. és Kuncz, I. (2014). Demográfiai osztalék és gazdasági növekedés. XIII. Gazdaságmodellezési Szakértői Konferencia, 2014. június, Budapest.

Berde, É. és Kuncz, I. (2014). Az első demográfiai osztalék, és magyarországi alakulása. Közgazdaságtudományi Doktori Iskola X. Éves Konferenciája, 2014. november, Budapest.

Berde, É. és Kuncz, I. (2019). Kinek érdemes jeleznie életkorát?. XXXIII. Magyar Operációkutatási Konferencia, 2019. május, Szeged.

Angol nyelvű referált szakmai folyóiratcikkek

Berde, É. és Kuncz, I. (2017). Possible Paths for GDP Per Capita – Simulation with a Demographic Growth Model. *Financial and Economic Review*, 16(4):36–57., utánközlés

Berde, É. és Kuncz, I. (2019). What is the best way to take internet usage into consideration in the different variants of the active ageing index?. *Society and Economy*, `https://doi.org/10.1556/204.2019.003`

Egyéb (angol nyelvű)

Berde, É. és Kuncz, I. (2016). Is the "Beckerian" quantity-quality tradeoff regarding the offspring always true? Analysis of NTA data. EcoMod2016 Conference, 2016. július, Lisszabon.

Berde, É. és Kuncz, I. (2018). The role of the ICT in the Active Ageing Index. Innovation, Integration and Mobility: The perspectives of sustainable employment in Europe Conference, 2018. március, Székesfehérvár.

Berde, É. és Kuncz, I. (2018). Active Ageing Index, new emphasis within the same methodology. Second International Seminar on the Active Ageing Index Conference, 2018. szeptember, Bilbao.