Kelemen József

Fejezetek a gazdaságföldrajzból: horizontális termékdifferenciálás

Matematikai Közgazdaságtan és Gazdaságelemzés Tanszék

Témavezető: Benedek Gábor, PhD

Budapesti Corvinus Egyetem
Általános és Kvantitatív Közgazdaságtan Doktori Iskola

Fejezetek a gazdaságföldrajzból: horizontális termékdifferenciálás

Ph.D. értekezés

Kelemen József

Budapest, 2018.

Tartalomjegyzék

Ábrák jegyzéke

Táblázatok jegyzéke

Előszó

A horizontális termékdifferenciálás a közgazdaságtan egy fontos területe, ami szorosan kapcsolódik a gazdaságföldrajzhoz. Ennek ellenére maga a gazdaságföldrajz nem annyira népszerű, ez pedig Magyarországra különösen igaz. Szerencsére az elmúlt években a terület több forráshoz jutott, így több téma is előtérbe került. Ennek ellenére azonban vannak területek, amik még mindig kevés figyelmet kapnak. Ezért célja is ennek az értekezésnek, hogy a horizontális termékdifferenciálás témájából mutasson be gazdaságföldrajzi elemzéseket.

A gazdaságföldrajz két jelentősebb alágából, az új gazdaságföldrajzból és a Hotelling típusú modellekből kerül bemutatásra öt, lazán egymáshoz kapcsolódó tanulmány. Ennek megfelelően az értekezés egy makro– és illetve egy mikroökonómiai részre osztható.

Az első fejezet röviden ismerteti a gazdaságföldrajz kialakulását, történetét, alapvető céljait, valamint bemutatja az új gazdaságföldrajz és Hotelling modellek legfontosabb irodalmát.

A második fejezet először ismertet egy új gazdaságföldrajzi modellt. Bemutatásra kerül a fogyasztók haszonmaximalizálása, az ipari és mezőgazdasági vállalatok profitmaximalizálása. Ezek segítségével minden régióra felírható egy béregyenlet, egy árindex-egyenlet és egy kiadás-egyenlet, amik a rövid távú viselkedést meghatározzák. Ezután a bemutatott modell segítségével megkísérli megbecsülni a fogyasztók kompozit termékre vonatkozó helyettesítési rugalmasságát. Ezt a nem lineáris becslést négy különböző módszer segítségével teszi meg, hogy az eredmények robusztusságát biztosítsa.

A harmadik fejezet arra a kérdésre keresi a választ, hogy Magyarországon szükség lehet-e az áruházláncok szabályozására, annak érdekében nehogy térbeli monopóliumok alakuljanak ki. Ehhez régiónként vizsgáljuk az áruházláncok eloszlását és azok lehetséges túlzott koncentrációját.

A negyedik fejezet a Hotelling keretrendszert egy két jószágos Cobb-Douglas hasznosságfüggvénnyel egészíti ki, ahol a fogyasztók egy kompozit és egy megtakarítási jószágról döntenek. Ez a rész körbejárja, hogy milyen korábbi állításokat kapunk vissza a Hotelling keretrendszerből, illetve hogy milyen új eredményeket szolgáltat a modellben a fogyasztók hasznosságfüggvényének megjelenése.

A ötödik fejezetben módosítjuk Lijesen (2013) webáruház modelljét, azért hogy jobban kiemeljük annak térbeli tulajdonságait. Emiatt az ott megjelenő külső piac feltételezése helyett, –ami a fogyasztók egy másik típusának a keresletét írja le– $n-1$ Hotelling piac kerül bevezetésre.

A hatodik fejezet az előző részben bemutatott modellre építkezve megvizsgálja az internetes kereskedelem két gyakran használt árazási stratégiáját, a szállítási díjjal és anélkül való árazást. Továbbá figyelembe veszi, hogy a fogyasztók egy része nem figyel a szállítási díjra a vásárlás közben, míg szintén egy részük igazságtalannak tartja, ha túl magas a szállítási díj.

Köszönetnyilvánítás

Köszönetet szeretnék mondani a Közgazdasági Elméletek Története Központnak, amiért felkeltették az érdeklődésemet a tudományos élet iránt. Külön köszönettel tartozom Gáspár Attilának, aki szintén hozzájárult a kutatási munkámhoz.

Nagyon köszönöm feleségemnek és egész családomnak a türelmét és támogatását, akik megteremtették a lehetőséget a kutatásomhoz.

1. fejezet

Bevezető

A közgazdaságtan a többi természettudományhoz hasonlóan törekszik megragadni a valós világ törvényszerűségeit és ezáltal leírni annak működését. Azonban a valóság leírásakor kérdéses, hogy figyelembe lehet-e venni minden tényezőt. Ebből kifolyólag szükségszerű a valóság egyszerűsítése és a vizsgálódás szempontjából kevésbé fontos dolgok mellőzése. Viszont ezek a tényezők nem minden esetben tekinthetők objektív egyszerűsítésnek. Emiatt a mainstream közgazdaságtan mellett számos közgazdaságtani diszciplína, úgy mint viselkedés közgazdaságtan, kísérleti közgazdaságtan, institucionalizmus és gazdaságföldrajz van jelen, amiknek a célja, hogy egy adott kérdéskört alaposabban végigjárjanak, így hangsúlyozzák annak fontosságát.

A gazdaságföldrajz arra az egyszerűnek tűnő, de lényeges dologra hívja fel a figyelmet, hogy a közgazdaságtan gyakran figyelmen kívül hagyja a teret, a gazdaság földrajzi tulajdonságait, és ezzel pontszerűnek tekinti a gazdaságot. Ez a túlzó leegyszerűsítés, azonban nem egyeztethető össze a valósággal, a tér igenis részét képezi a gazdasági döntéseknek. Ezen okból kifolyólag a gazdaságföldrajz egyik ki nem mondott célja, hogy új alapokra helyezze a közgazdaságtani gondolkozást, bebizonyítsa a gazdasági interakciók nem szakíthatók ki a térből, anélkül hogy ez súlyos következményekkel járna.

A közgazdaságtan gyakori alapfeltevése, a termékek homogenitása kérdőjeleződik meg a gazdaságföldrajz tükrében. Mivel két jószág nem lehet ugyanabban a pontban, így a szállítási költségeknek el kell térniük és emiatt már nem tekinthető azonosnak a két termék. Ennek közvetlen implikációja, hogy az aktorok döntései mögött mindig meghúzódik a tér is, a termékeknek, erőforrásoknak valamilyen módon el kell jutniuk a felhasználókhoz. Ez azonban a közgazdaságtanban jól ismert jelenség és emiatt a gazdaságföldrajz szorosan kapcsolódik a termékdifferenciálás témaköréhez, azon belül is a horizontális termékdifferenciáláshoz.

A termékdifferenciálás olyan üzleti stratégiát takar, amiben a vállalatok különböző típusú és fajtájú termékeket fejlesztenek, hogy megkülönböztessék magukat a versenytársaktól. Ezzel próbálják a fogyasztók számára a termékeiket még vonzóbbá tenni és minél szélesebb rétegek igényeit kielégíteni. Ez akár jelenthet egyszerű színbeli eltérést vagy akár szó lehet egy teljesen új termékről vagy szolgáltatásról. Tehát a vállalatok a termékdifferenciálással versenyelőnyre akarnak szert tenni és ezzel növelni a piaci részesedésüket. Két csoportja különböztethető meg ennek a stratégiának, a horizontális, illetve a vertikális differenciálás.

A horizontális termékdifferenciálás alatt azt értjük, amikor a fogyasztók egy nem minőségbeli tulajdonság alapján tesznek különbséget a termékek között. Az eltérő preferenciáik miatt differenciálják a termékeket, vagyis lényegében nem ugyanúgy rangsorolják őket. Például vannak akik jobban szeretik az egyik márka termékét, mint a másik márkáét, vagy valaki jobban szereti a piros autókat, mint a szürkéket. A vertikális differenciálás esetében a fogyasztók egy minőségbeli tulajdonság alapján tesznek különbséget, ekkor viszont mindannyian ugyanúgy rangsorolják a termékeket. Ilyen például ha egy számítógép gyorsabb, mint egy másik, vagy az egyik gépjármű kevesebbet fogyaszt a többinél ugyanolyan paraméterek mellett.

A termékdifferenciálás nem összeegyeztethető a tökéletes versennyel, hisz az egyik vállalatnak versenyelőnye van a másikhoz képest és így a termékeik nem tökéletes helyettesítői egymásnak. Valamint a horizontális differenciálást is szokás még két csoportra osztani, elhelyezkedési modellekre (address models) és a reprezentatív fogyasztós modellekre (non-address models).

Az elhelyezkedési modellek azt feltételezik, hogy minden termék elhelyezhető egy adott pontban, vagy „címen" a tulajdonságok terében. Ez azt is jelenti, hogy egy terméknek több tulajdonsága is lehet (pl. márka, szín stb.). A fogyasztók ugyanígy beazonosíthatók egy címmel, ami azt fejezi ki, hogy számukra mi az ideális pont, azaz a preferált termékváltozat a tulajdonságok terében. A különböző fogyasztóknak el kell, hogy térjen az ízlésük, mert különben nem beszélhetnénk termékdifferenciálásról. Továbbá minél közelebb van két termék egymáshoz ebben a térben, annál inkább tekinthetők egymás helyettesítőinek. A fogyasztó azt a terméket választja, ami a legközelebb áll az ő ízléséhez. Egy adott bolthoz vagy vállalathoz közel lévő fogyasztók biztos, hogy tőle vásárolnak, így bizonyos mértékű monopol erővel rendelkeznek.

A verseny abban az értelemben lokalizált, hogyha egy vállalat árat emel, akkor az csak a környezetében élőket érinti, a távol tőle lévőket, akik más bolttól vásárolnak nem. Ugyanígy a keresletben végbemenő változások csak a közelben lévő vállalatokat érinti. Ezekben a modellekben meg kell adni fogyasztók térbeli eloszlását: egyenletes vagy egyéb eloszlású-e, illetve azt is, hogy a fogyasztók az ár és a termék tulajdonsági között milyen átváltást alkalmaznak, pl. szállítási költség.

A reprezentatív fogyasztós modellek esetén ahelyett hogy egy „címmel” adnák meg a fogyasztók ideális pontjait, a preferált jószágoknak egy csoportját tételezik fel, amiből fogyaszt. Ez úgyis értelmezhető, hogy a fogyasztók keresik egy véges számú termékválasztékból a számukra ideális terméket. Ez a termékválaszték idővel akár változhat is, ahogy új márkák jelennek meg, vagy pedig egyes márkák termelését leállítják. Ahogy az elnevezés is mutatja egy úgynevezett reprezentatív fogyasztót szoktak feltételezni, aki egy személyben képviseli az összes fogyasztót.

Az elhelyezkedési modellek tipikus példái a Hotelling és a Salop modell, a másik csoportnak pedig a monopolisztikus verseny modellek, úgy mint az új gazdaságföldrajz is, ami napjaink egy sikeres diszciplínája. Az új gazdaságföldrajz makroökonómiai kérdéseket tárgyal, nagyobb térbeli egységekben gondolkozik, mint ország, régió vagy megye. Azonban a vállalati interakciókat elnagyoltan kezeli. Emiatt a vállalatok egymás között zajló versenyének a vizsgálatához alkalmasabbak a mikroökonómiai modellek, mint a Hotelling keretrendszer. A dolgozat ezen okból kifolyólag mind a két témakört érinti, hogy térbeli modellekkel szemléltesse a termékdifferenciálást.

Továbbá a disszertáció relevanciáját az is alátámasztja, hogy a gazdaságföldrajz Magyarországon ma elhanyagolt téma, ezen belül is az új gazdaságföldrajz és a Hotelling típusú modellek még inkább. Ezért az előbbieken túl a dolgozat másik célja betölteni ezt az űrt és népszerűsíteni a területet.

2. fejezet

A gazdaságföldrajz története

A fejezet célja, hogy egy rövid történeti áttekintést adjon a gazdaságföldrajzról. Így a következő részekben vizsgált témákat jobban el tudjuk helyezni a termékdifferenciálás témakörében. Először a gazdaságföldrajz rövid történeti keletkezéséről lesz szó, majd ezután az értekezés két fő témáját, az új gazdaságföldrajzot és a Hotelling típusú modelleket mutatjuk be.

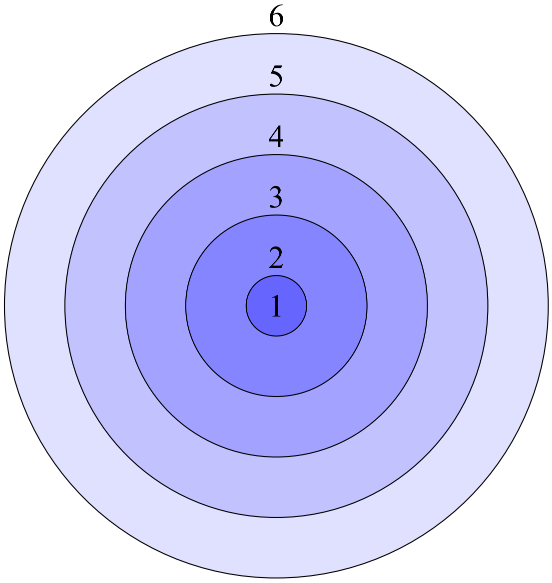
2.1. A gazdaságföldrajz kezdete

Johann Heinrich von Thünen 1826-ban megjelent *Der isolierte Staat* magnum opusát szokták a gazdaságföldrajz kezdetének tekinteni, aki a saját birtokán gyűjtött tapasztalatai alapján építette fel elméleti modelljét. Később számos közgazdász nyilatkozott elismerően Thünenről, sőt Samuelson (1983) a legnagyobb közgazdászok közé sorolta a közgazdaságtanban tett munkásságáért.

Thünen egy zárt, mindentől elszigetelt gazdaságot tételezett fel, ahol egyetlen város helyezkedik el a termékeny síkság közepén. A föld termelékenysége mindenhol ugyanolyan, továbbá a szállítási költségek egységesnek tekinthetők. Ezen feltevések mellett vezette le, hogy koncentrikus körök formáját követve termelési zónák fognak a város körül kialakulni, amit a város lakóinak kereslete és a mezőgazdasági tevékenységek egymáshoz képesti kapcsolata határoz meg (2.1 ábra).

Középen, az első zónában helyezkedik el a város. A könnyen romló termékeket, amiket gyorsan kell a piacra szállítani, úgy mint a tejet, a városhoz közel, a második zónában állítják elő. De mivel a térbeliségen kívül számos más tényezőt is figyelembe vesz Thünen, ezért további következtetéseket tud levonni. Abból kifolyólag, hogy a tejtermelés a város közelében van, magas lesz a föld bérleti díja, és

2.1. ábra. Thünen termelési zónái (1. város, 2. zöldség, gyümölcs, tej, 3. erdő, 4. szántóföldek, 5. állattenyésztés, 6. puszta)

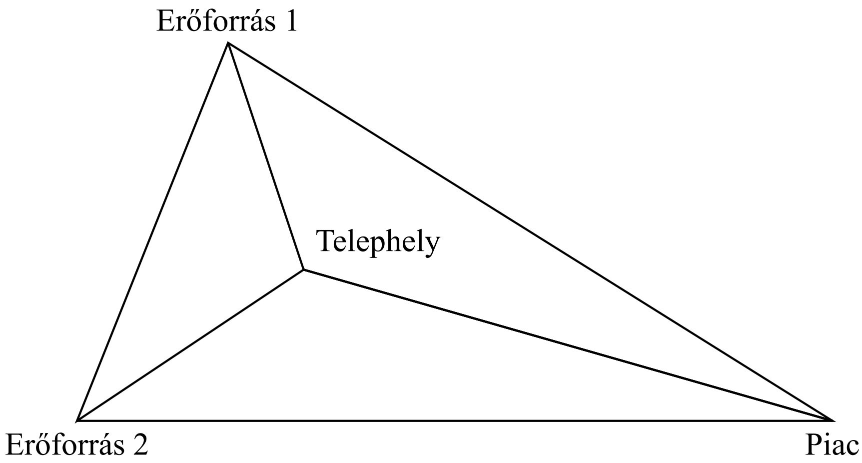


így az állatokat istállókban fogják tartani a költségek leszorításának érdekében. A harmadik zónában az erdő található, ami az építkezésekhez és a fűtéshez kell. A fa magas szállítási költsége miatt tudja megelőzni a negyedik zónában lévő növénytermesztést. Az ötödik zónában az állattenyésztés van, azon túl pedig már csak a pusztaság.

Az ipari forradalom hatására átalakult gazdasági környezet új kérdéseket vetett fel, ezért Webernél (1909) a mezőgazdaságról a hangsúly eltolódott az ipari folyamatok felé. Emellett a közlekedés dinamikus fejlődése is jelentősen megváltoztatta a korábban kialakult képet a gazdaságról, ami szintén hozzájárult a telephelyelmélet kialakulásához. Weber feltételezései szerint, a szabad versenyes kapitalizmusnak köszönhetően az üzemek egymástól függetlenül, fix áron korlátlan mennyiségben tudnak értékesíteni. A nyersanyagok és késztermékek szállítása csak a súlytól és távolságtól függ. Ha az árak rögzítettek, akkor csak a költségek csökkentésén keresztül lehet növelni a profitot. Ezért az üzem úgy választ telephelyet, hogy a szállítási költségeit minimalizálja figyelembe véve a piacot ahová szállít és a nyersanyaglelőhelyeket, ahonnan beszerzi a nyersanyagokat.

Matematikai szempontból egy geometriai módon is ábrázolható feladatról van szó, ami egyúttal jól szemlélteti a problémát (2.2. ábra). Ha a piacot és a nyersanyaglelőhelyeket is egy-egy pont reprezentálja a térben, akkor hol építse fel a vállalat az üzemét, hogy az azoktól vett összes út a lehető legrövidebb legyen, vagy ha fajlagosan eltér a szállítási költség az egyes utakon, akkor azok súlyozottan mi-

2.2. ábra. Weber telephelyelmélete

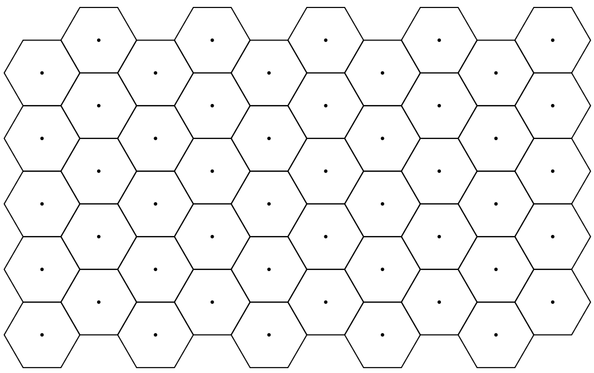


nimálisak legyenek. Ha a felhasználásban az egyik nyersanyag súlya a domináns akkor annak a közelébe települ az üzem, ha a termék súlyáé, akkor a piac közelébe, egyéb esetekben pedig egy köztes helyre. Ezen kívül figyelembe kell venni a bérköltségeket is, ami ha egy településen olyan alacsony, hogy kompenzálja a szállítási többletköltségeket, akkor az üzem máshová települhet. Valamint Weber szerint a munkaerő immobil, inkább az ipar közelébe költözik, mint hogysem ingázzon.

Christaller (1933) nevéhez fűződik a központi helyek elmélete, ami szerint egy gazdaságban számos igény, funkció van, amit ki kell szolgálni, azonban nem mindenhol ugyanolyan mértékben. Vannak olyan funkciók, amiket kis számú lakos esetén is érdemes biztosítani, de van, amiket csak nagyobb népességszám felett. A települések funkcionális kategóriákba sorolhatók. Ennek eredményeként bizonyos funkciókkal mindketten rendelkeznek, míg vannak olyanok, amiket a magasabb kategóriájú települések biztosítanak az alacsonyabb kategóriájú településeknek. Ez a megközelítés könnyen interpretálható egy ország településszerkezetére, ahol a nagyobb városok számos funkcióval szolgálják ki a kisebb városok lakosait.

Lösch 1940-ben megjelent *Die räumliche Ordnung der Wirtschaft* című művében Thünen nyomdokaiba lépve szintén a teljes gazdaság elméleti leírására törekedett. Célja egy térbeli általános egyensúlyelmélet megalkotása volt, ahol a térben a vállalatok között tökéletes verseny van. Akkor tud egy adott tevékenységre szakosodott üzem letelepedni, ha növekszik az igény az általa előállított termékre és így elegendő lakos hajlandó már vásárolni, hogy jövedelmezővé váljon a tevékenysége. A lakosok ekkor figyelembe veszik, hogy ők milyen költségen tudják a terméket előállítani, illetve a szállítási költséget is, ha az üzemtől vásárolnak. Azonos fogyasztókat feltételezve egy adott sugarú körön belül a lakosok az üzemtől vásárolnak, azonban azon kívül már a fogyasztók inkább még mindig maguknak állítják elő az adott terméket. Idővel más erre a tevékenységre szakosodott üzemek is megjelennek, hogyha máshol is jövedelmezővé válik a tevékenység a kereslet növekedésével. Kezdetben nem befolyásolják egymást, mert elég messze települnek le egymástól, azért hogy elkerüljék a versenyt a profitjuk maximalizálásához. De ahogy tovább növekszik a kereslet az adott tevékenység iránt, úgy egyre több vállalat telepít üzemet, amíg végül már csak úgy tudnak belépni, hogy versenyeznek a fogyasztók egy részéért, azaz a kínálatuk a térben keresztezi egymást. Ez a folyamat addig tart, amíg minden területet hézagmentesen lefednek a kínálatukkal és a vállalatok profitja eltűnik. A térben ábrázolva az üzemek egyenként szolgálják ki a lakosságot, oly módon hogy a kínálatuk a kör alakzat helyett szabályos sokszög formáját veszi fel. Azonban a teljes és hézagmentes lefedés csak három szabályos alakzattal lehetséges, a háromszöggel, a négyszöggel és a hatszöggel (2.3. ábra).

2.3. ábra. A telephelyek kínálata hézagmentesen tölti ki a teret



A II. világháború után Isard egységesítette a korábbi elméleteket. Kiemelte az infrastruktúra fontosságát és annak tovagyűrűző hatásait. A telepítési tényezők szerinte időben folyamatosan változnak, azaz lehet hogy egy üzem létrehozásakor fontos szempont volt a munkaerő annak szűkössége miatt, azonban a későbbiekben a lakosság növekedésével ez már irrelevánssá válhat és más szempontok válhatnak fontossá. Ezzel összefüggésben azt is megállapította, hogy a termelési tényezők árát befolyásolja a termelés helye.

2.2. Új gazdaságföldrajz

Az új gazdaságföldrajz kezdetének Paul Krugman 1991-es *Increasing returns and economic geography* cikkét szokás tekinteni. Krugman a 60-as évek óta foglalkozott nemzetközi kereskedelemmel, azonban kutatásai során egyre inkább eltávolodott a mainstream közgazdaságtantól. A növekvő mérethozadék jelenségében, amit sokan csak elméleti szinten tartanak lehetségesnek, ő a nemzetközi kereskedelem mozgatórugóját vélte felfedezni.[1]

Az új gazdaságföldrajzi modellekben végbemenő folyamatokat előszeretettel hasonlítják a fizikában használatos centripetális és centrifugális erőkhöz. Ezek az erők különböző földrajzi területek között hatnak, és befolyásolják a lakosság és a vállalatok térbeli vándorlását a gazdaságban. A centripetális erők egy közös góc-pontba vonzzák az ipart és a háztartásokat, míg a centrifugális erők térben szétszórják őket. Így a gazdasági folyamatok eredményeként egyes földrajzi helyek központi szerepet töltenek be, míg a többi terület perifériává válik. Ennek a jelenségnek a fizikai megnyilvánulása szerte a világban megfigyelhető (Krugman, 1991). Az amerikai népesség nagy része a keleti parton összpontosul, a többi területen sokkal alacsonyabb a népsűrűség. Ehhez igazodik az ipari termelés, ami kölcsönös kapcsolatban áll az ott élő háztartásokkal. Hasonló dolog figyelhető meg Európán belül is. Az éjszakai műholdfelvételeken tetten érhető, hogy Belgium területe a legfényesebb, majd attól távolodva egyre inkább sötétségbe burkolózik Európa.

Krugman (2009) saját Nobel-díj átadó visszaemlékezésében az új kereskedelmi elmélet kialakulását ahhoz a forradalmi pillanathoz kötötte, amikor sikerült egységesíteni a növekvő mérethozadékot és a kereskedelmi elméletet. A nemzetközi kereskedelmen belül végbemenő átalakulás segített a folyamat megértésében. Az 1910-es években a brit export jelentős részét nagyrészt a feldolgozóipar adta, kis része került ki a termékeknek feldolgozatlanul. Az import esetén fordított volt a helyzet, inkább feldolgozatlan termékeket hoztak be, és csak kevés feldolgozott terméket importáltak. Több száz évig Anglia komparatív előnye abból állt, hogy olcsón importálta a nyersanyagokat, majd feldolgozva, jóval drágábban értékesítette a külföldi piacokon.

Az 1990-es évekre teljesen megváltozott a helyzet. Az export szinte teljes egészét a feldolgozott termékek tették ki, és ami érdekesebb, hogy a behozatal is nagyrészt ebből állt. Tovább árnyalja a képet, hogy a brit export, ami eredetileg jellemzően Európán kívülre ment, addig a 90-es évekre már áthelyeződött az európai piacokra.

[1] Ezzel egy időben jelentek meg a városfejlődési modellek, ahol az alkalmazott módszertan hasonló volt csak éppen a régiók helyett városok lettek a vizsgálat tárgyai. Ennek az iránynak Masahisa Fujita volt az egyik úttörője.

Krugman ebben egy teljesen új jelenséget vélt felfedezni, ami csak az elmúlt évtizedekben alakult ki és hozott változást az egész világban. Ebből kifolyólag sem lehetett addig megfigyelni. Régebben az országok mindegyike különböző típusú termékekkel kereskedett. Manapság viszont az figyelhető meg, hogy a hasonló típusú termékek határozzák meg a kereskedelmet. Ez köszönhető annak is, hogy a fejlett országokban eltűntek a határok, a különbségek megszűntek. De talán fontosabb amire Balassa (1966) hívta fel a figyelmet a megnövekedett iparágakon belüli kereskedelem kapcsán. A termelési lánc egyre hosszabbá válik, mert a termelés egyre több részre oszlik, amiatt hogy egy kisebb feladatra könnyebb specializálódni és kihasználni a mérethatékonyságot. Ezáltal minden ágazatban jelentősebbé vált a feldolgozóipari kereskedelem. Így vált a növekvő mérethozadék a mozgatórugójává a kereskedelemnek.

Azonban a növekvő mérethozadék jelensége kizárja a tökéletes versenyt. Az igazi áttörést azok a modellek hozták el, amik a növekvő mérethozadékot a tökéletlen versennyel egy általános egyensúlyi modellbe helyezték. Ennek a folyamatnak tudományos szinten az egyik legfontosabb mérföldköve a Dixit-Stiglitz modell volt. Ez a mai napig igen népszerű, hiszen lényegében az Arrow-Debreu keretrendszernek egy lehetséges alternatívája.[2]

Korábban a közgazdászok, hogy a térbeli különbségeket magyarázni tudják, más módon oldották meg (Ottaviano, 2010). Erre két kézenfekvő út áll rendelkezésre, vagy térbeli heterogenitásokat, vagy pedig termelési és fogyasztási externáliákat lehet feltételezni.

A térbeli heterogenitáson nyugvó modellek arra adnak magyarázatot, hogy egy terület, régió vagy ország jobb valamiben, mint a másik, ennek hatására kerül előnyhöz a másikkal szemben. Ricardo (1817) komparatív előnyök modelljében egy ország fejlettebb technológiákkal rendelkezik a másiknál. Ekkor mind a két fél jól jár a kereskedelemmel, annak ellenére, hogy akár fejlett és fejletlen ország kereskedik egymással. Heckscher–Ohlin (Heckscher 1918, Ohlin 1933) modelljében viszont erőforrásbeli különbségek biztosítják az országok egymással való kereskedelmét. Egy ország azt a termékét fogja exportálni, aminek az előállításához bőségesen rendelkezésre áll olcsó termelési tényező.

[2] A gazdaságföldrajzi elméletekkel kapcsolatban érdemes lehet megemlíteni Starret (1978) által megfogalmazott térbeli lehetetlenségi tételt, ami kimondja, hogy nem csak a növekvő mérethozadékot tartalmazó modellek, hanem a térbeli modellek sem egyeztethetők össze a tökéletes versennyel. Ez egy komoly közgazdaságtani állítás, a termékek oszthatatlanságának a problémájára hívja fel a figyelmet. Amíg ez a feltevés fenn áll, addig elméleti szinten kikerülhető a modellekben a szállítás. Koopmans (1957) szerint is csak akkor válik érthetővé a közgazdaságtanban a térbeliség és a földrajz, amikor megértjük, hogy tetszés szerint nem oszthatók a gazdasági tevékenységek.

Az externáliák szerepére Marshall (1890) már korábban felhívta a figyelmet. Ezek hozzájárulnak ahhoz, hogy egy iparág egy helyre települjön. Az első ilyen externália a tömegtermelés, azaz a vállalati szinten jelentkező növekvő mérethozadék, a második hogy egy adott területen magasan specializálódott munkaerő található és ezzel az új ötletek is könnyebben születnek meg a közvetlen emberi kapcsolatoknak köszönhetően, a harmadik az elérhető szakszerű beszállítói szolgáltatások és a negyedik a modern infrastruktúra léte.

Az új gazdaságföldrajzi modelleknek négy fő ismérve van, amit Krugman (Fujita és szerzőtársai 1999, Fujita és Krugman 2004) is többször hangsúlyozott: a Dixit-Stiglitz keretrendszer, a jéghegyszállítási költség, az evolúciós folyamat és a számítógép. Ezek egyike sem jelent önmagában tudományos újdonságot, az már viszont igen, hogy egységes keretbe kerültek.

Ahogy arról már fentebb szó volt az ipari termelésben növekvő mérethozadékot tételeznek fel, ami nem egyeztethető össze a tökéletes versennyel. Ebből kifolyólag más típusú interakciókra van szükség a vállalatok között, ekkor jön szóba a monopolisztikus verseny. A vállalatok nem árelfogadók, és termékeik egymás tökéletlen helyettesítői. Ez egészül ki még a nullprofit feltétellel, azaz a piacon pont annyi vállalat van jelen, hogy egy újabb vállalat már nem tudna profitábilisan működni. Az új gazdaságföldrajzi modellekben ennek egy speciális változatát használják, a már korábban is említett Dixit és Stiglitz (1977) modellt, ami egy formalizált változata a chamberlini reprezentatív fogyasztós monopolisztikus versenynek. A modell úgy szolgáltat analitikus eredményeket, hogy közben megszámlálhatatlanul sok termék is lehet a piacon. Ehhez azonban szimmetrikus preferenciákat tételez fel, valamint nincs az egyes vállalatoknak egyéni stratégiája.

Samuelson-féle (1954) jéghegyszállítási költség bevezetésével válik a modell részévé a tér, ettől lesz gazdaságföldrajzi. A szállítási költségek leírására kézenfekvő lenne egy külön szektort bevezetni, de ez túlságosan megnehezítené az amúgy is összetett problémát. Így ehelyett egy egyszerűsítő feltételezéssel szokás élni. Ha egy terméket az egyik helyről a másikra szállítunk, akkor annak egy része „elolvad", eltűnik, tehát csak egy része juthat át a másik helyre. Ez viszont azt jelenti, hogyha egy egységnyi terméket szeretnék a másik helyre juttatni, akkor egynél többet kell vinni, hogy a kívánt mennyiség érkezzen meg. Mivel a tervezettnél többre van szükség, így drágább lesz a termék. A fogyasztó szempontjából csak annyi történik, hogy a termék ára megnő az „olvadás" függvényében.

Az evolúciós folyamat biztosítja a dinamikát. Az általános egyensúlyt leírja a Dixit-Stiglitz modell, de ez csak kvázi rövid távot jelent. Hosszú távon egy újabb egyensúlyi feltétel kell, ez pedig a munkaerő-vándorlás lesz. Rövid távon a szereplők a lakóhelyükön maradnak, azonban hosszú távon lehetőségük van elköltözni, új munkahelyet keresniük a magasabb bér reményében. Az evolúciós folyamat írja le a munkaerővándorlást, azaz hogy az eltérő bérek miatt hogyan „mozog" a munkaerő a területek között. Ugyanakkor ez a folyamat általában ahhoz vezet, hogy nemcsak egy, hanem több egyensúlyi megoldás is lehetséges.

Az utolsó a számítógépes szimuláció. Az egyenletrendszerek bonyolultsága miatt a felállított modellek egy része analitikusan csak részeredményeket szolgáltat, így csak parciális vizsgálatokat lehet velük végezni. A matematikai probléma teljes megoldásához a számítástechnika segítségére van szükség. Numerikus úton számolhatók ki a rövid távú eredmények, és szimulációs módszerekkel pedig kezelhetjük a hosszú távon fellépő evolúciós folyamatokat.

Ottaviano és Thisse (2004) az elmélettörténeti gyökereit kereste az új gazdaságföldrajznak és egészen a XIX. század elejéig nyúltak vissza, hogy bizonyítsák a diszciplína megalapozottságát. A telephelyelméletek (location theory) hagyatékát öt pontban foglalják össze, mint ami az új gazdaságföldrajz magját képezi.

- A gazdasági tér különböző típusú növekvő mérethozadékok és különböző típusú mobilitási költségek egyvelegéből alakul ki. A két tényező között azonban átváltás van, vagyis hogy az egyikből több legyen csakis a másik kárára történhet. Ha például egy nagyobb régióban egy terméket akarnak előállítani, majd értékesíteni, kérdés hány gyárra van szükség, ennek a kiszolgálásához. Egy gyár esetén teljes egészében kiaknázható a mérethatékonyság, azonban a szállítási költségek magasak lesznek. Minél több gyár épül elszórtan a régióban, annál kisebb lesz a szállítási költség, viszont a mérethatékonyság kárára megy.

- Az árverseny, magas szállítási költségek és a földhasználat a termelés és a fogyasztás szétszóródásához vezet. Ha a Hotelling modell (1929) két szereplős esetére gondolunk, akkor fix árak esetén egyensúlyban a két árus a szakasz közepén fog elhelyezkedni. Ha viszont árversenyt is megengedünk, akkor elkülönülnek egymástól a kereskedők.[3] Eszerint a vállalati elhelyezkedés magyarázata két ellentétes erő függvénye, a fogyasztók megszerzése egymáshoz vonz, míg a vállalatok árversenye eltaszítja őket egymástól. Löscht (1940) idézik a szerzők, aki szerint bizonyos erők a koncentráció irányába hatnak, bizonyosak meg a szétszóródásába. Az elsőbe tartoznak a specializálódásból

[3] Lásd később részletesebben.

és a mérethatékonyságból, a másodikba pedig a szállítási költségekből és a diverzifikált termelésből származó előnyök.

- A vállalatok szeretnek a nagyvárosokban letelepülni, mivel úgy csökkenthetik a szállítási költségeket, és többféle terméket tudnak értékesíteni. Weber (1909) foglalkozott azzal, hogy hol kell elhelyezkednie egy vállalatnak, ha minimális szállítási költséget szeretne elérni. Witzgall (1964) pedig belátta, hogyha létezik egy domináns piac, akkor oda fognak települni a vállalatok.

- A városok széles választékát nyújtják a végső felhasználásra szánt jószágoknak és a specializálódott munkaerőpiacoknak, ami csábítóvá teszi a munkások, azaz fogyasztók számára. Marshall (1890) hangsúlyozta, hogy különböző externáliákat jelent az egymás mellett élés. Stahl (1983) szerint lehetséges, hogy egy nagyobb városban ugyanabból a jövedelemből magasabb hasznossági szintet tud elérni az ott élő lakos.

- Agglomeráció mind a keresleti és kínálati oldalon lévő folyamatok eredményeképpen jön létre. Myrdal (1957) kifejti, hogy a háztartásokat, azok a helyek vonzzák, ahol sok vállalat van, mert sokkal több lehetőségük van. A vállalatokat pedig azok, ahol sok a fogyasztó, mert ott nagyobbak az üzleti lehetőségek.

Az új gazdaságföldrajzi modelleknek két nagy csoportja van, ezeket fogjuk részletesebben bemutatni a következőkben. Módszertanilag egy nagy különbség van a kettő között, mégpedig hogy a régiók között milyen mobilitást feltételezünk, azaz tudnak-e a munkások egyik régióból a másikba vándorolni.[4]

2.2.1. Régiók közötti mobilitás

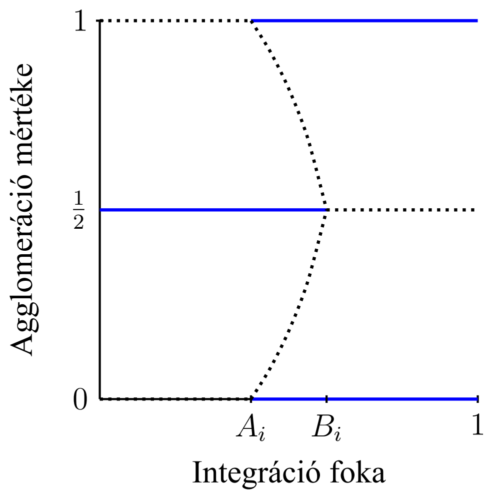
Krugman eredeti modellje (1991) egy 2x2x2-es világot ír le két régióval, két termékkel és két típusú munkással. A két régióban mezőgazdasági és ipari terméket lehet előállítani. A mezőgazdaságban állandó mérethozadék van, és a tökéletes verseny feltételei állnak fenn. Így mint az ismert az ágazatban nem lesz profit, és a termelők az előállítási költségen értékesítenek. Az iparban növekvő mérethozadék van, a vállalatok monopolisztikus verseny keretei között különböző termékeket

[4]Ottaviano (2010) szerint a discziplína következő fontos kutatási iránya a különböző termelékenységű vállalatok, amit új újgazdaságföldrajznak hív. Az exportra termelő vállalatok termelékenyebbek, ezért fontos szempont figyelembe venni a vállalatok heterogenitását, így egyszerre vesznek a modellek figyelembe horizontális és vertikális integrációt.

gyártanak. A mezőgazdaságban szakképzetlen munkaerő dolgozik, ami immobil, lakóhelyhez kötött és létszáma állandó. Az ipari munkát viszont szakképzett munkaerő végzi, akik mobilak és az egyik régióból a másikba tudnak vándorolni.

A modell alapvető működése a következő gondolatmenettel ragadható meg. Kezdetben a tranzakciós költségek magasak voltak és ekkor csak néhány olyan termék volt, amit érdemes lehetett más régiókba szállítani. A kereskedelemre a magas szállítási költségek miatt csak korlátozott mértékben volt lehetőség, a régiók ezért inkább nem alakítottak ki gazdasági kapcsolatot egymással, maguknak kellett biztosítaniuk a saját fogyasztási jószágaikat. Mivel a régiók hasonlóak voltak, így lényegében termelési és fogyasztási szerkezetük megegyezett. Szimmetrikus helyzet alakult ki, egyik régió sem tért el a másiktól. De idővel egyre jobban fejlődött a technológia a szállítás területén is. Amit azelőtt több napig tartott az egyik helyről a másikra szállítani, az már csak néhány órába került. Javultak a kereskedési lehetőségek, a magas szállítási költségek okozta gátak fokozatosan eltűntek, virágzásnak indulhatott a kereskedelem. De más mechanizmusok is megjelentek, amik arra serkentették a vállalatokat, hogy egy helyre települjenek. Így a szállítási költségek mérséklődése miatt a centripetális erők felülkerekedtek a centrifugális erőkön. Ezzel egy ördögi kör indult el, a vállalatoknak megérte a növekvő mérethozadék miatt egy helyre településük és a munkahelyeket követte a lakosság is. A vállalatok azzal számolhattak, hogy ahol többen laknak, ott nagyobb a kereslet és több munkás is van. A lakosság részéről pedig a több vállalat nagyobb árversenyt jelentett, ez pedig alacsonyabb árakhoz vezetett. Ennek hatására koncentráció alakult ki, az egyik terület kiemelkedett a többi közül, gazdasági központtá vált.

2.4. ábra. A Tomahawk



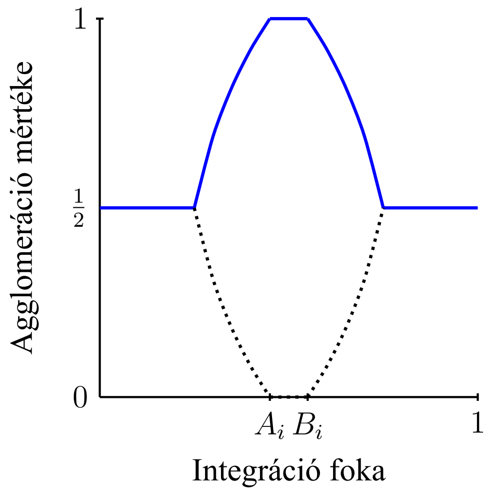
Azokban a modellekben, ahol a régiók között mobil a munkaerő, ott az úgynevezett Tomahawk ábrát (2.4) kapjuk eredményül, ami az integráció és az agglomeráció közötti kapcsolatot ábrázolja. A gazdasági integráció legyen a szállítási költség inverze, így a magasabb fokú integráció alacsonyabb szállítási költségeket jelent. Az ábrán a vízszintes tengely 0 értéke azt jelenti, hogy elszigetelt a két régió, az 1 érték pedig, hogy szabad kereskedelem van a két régió között. Az e közötti értékek ezek kombinációját tükrözik. A függőleges tengely mutatja meg az agglomeráció mértékét, pontosabban hány százaléka van a szabad, ipari munkásoknak az első régióban. Értelemszerűen, amíg alacsony az integráció mértéke, addig a régiókban önálló ipari termelés folyik, független módon a másiktól, így $\frac{1}{2}$ az agglomeráció mértéke. Ahogy csökken a szállítási költség, egyszer csak eljutunk egy áttörési ponthoz, a B_i mértékű integrációhoz, amikor már nem lesz stabil a szimmetrikus helyzet. Ha egy ipari munkás elköltözik, azzal elindulnak az agglomerációs folyamatok. Ennek eredményeként az egyik régióban teljes koncentráció alakul ki, az összes ipari munkás odaköltözik az ipari vállalatokkal együtt.

2.2.2. Régiók közötti immobilitás

Számos kritika érte Krugman előző részben bemutatott modelljét (1991), amire Krugman és Venables 1995-ben megjelent *Globalization and the inequality of nations* cikke reagált. Az egyik kritika az volt, hogy a munkások térbeli mobilitása nem olyan magas, mint ahogy az feltételezhető. Amerikában kétszer akkora a munkahelyek miatti mobilitás, mint az Európai Unióban, de így is csak 4% azoknak az aránya az USA-ban, akik ténylegesen a munkahelyük miatt költöznek el. A másik kritika szerint alul lett becsülve a köztes jószágok szerepe. A vállalatok értékesítésének jelentős részét nem a fogyasztási jószágok adják, hanem a többi vállalat részére értékesített köztes jószágok. Ez a jelenség egy újabb mozgatórugót hoz a modellbe. A két típust ellátó – a végső és közbenső fogyasztásra termelő– vállalatoknak figyelembe kell venniük, hogy egymás közelében legyenek a költségek leszorítása miatt.

Az, hogy a régiók között nincs mobilitás, nem zárja ki a lehetőségét a koncentrációnak. Továbbra is jelen vannak a modellben az agglomerációs folyamatok köszönhetően a vállalatok egymás közötti beszállítói láncolatának. A vállalatoknak azért éri meg egymás mellé települni, mert a felhasznált erőforrásokat nem terheli a szállítási költség. Azonban a régiók között nem vándorolhatnak a munkások, a régión belül csak a mezőgazdasági és az ipari szektor között van átjárás. Így az ipari

2.5. ábra. A haranggörbe



vállalatok csak úgy tudnak új dolgozókat felvenni, hogy magasabb bért kínálnak, amivel az agráriumból tudnak munkaerőt elszívni. Minél rugalmatlanabb a munkakínálat, annál nehezebb új munkaerőre szert tenni. A koncentráció kialakulása a régiók közti bérkülönbséghez köthető. A periféria régiót elhagyják a vállalatok, így ott csökken az átlagbér, hisz a mezőgazdaságban nő a munkakínálat. De mivel a központi régióban egyre drasztikusabban emelkednek a bérek, egyre kisebb ösztönzője van a vállalatoknak, hogy a centrumba települjenek és magasabb béreket fizessenek.

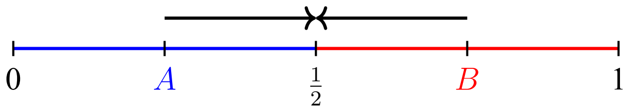
Ezt mutatja be a haranggörbe ábra (2.5). Itt is kezdetben a magas szállítási költségek mellett elszigeteltek a régiók, aztán amint elérkezünk egy áttörési ponthoz, a vállalatok elkezdenek az egyik régióba települni. Ez a folyamat addig tart, amíg végül teljes ipari koncentráció alakul ki. Azonban ahogy tovább csökken a szállítási költség, egyre kevésbé lesz fontos a vállalatoknak, hogy közel legyenek a beszállítói lánchoz, így néhány vállalat visszatelepül a perifériára a túl magas bérek miatt. Ennek köszönhetően ott enyhül a bérnyomás, így továbbra is koncentráltabb maradhat. A szállítási költségek zuhanása végül ahhoz vezet, hogy újra egy szimmetrikus helyzet alakul ki, mindkét régióban ugyanannyi vállalat fog működni. Ebben a modelltípusban viszont nem csak a két szélsőséges eset lehetséges, hogy szimmetrikus a két régió, vagy csak az egyikben koncentrálódik az ipar, hanem a kettő közötti átmenet is elképzelhető. Azonban a modell továbbra sem szolgáltat analitikus megoldást, az egyenleteket numerikus módon kell megoldani.

2.3. Elhelyezkedési modellek

Hotelling (1929) egy általános elméleti keretet adott különböző típusú fogyasztók két alternatíva közötti választására. A piacon jelen lévő hasonló termékek eltérő árai konvergálni fognak egymáshoz, a verseny egy stabil állapotba fog jutni – ahogy a tanulmány eredeti címe is jelzi már.

Az alapprobléma szerint a Fő utcában vagy egy képzeletbeli városban, hol helyezkedjen el két vállalat vagy bolt, ha mindkettő a profitját akarja maximalizálni. A képzeletbeli város egy adott hosszúságú szakasz. A kétlépcsős, visszagöngyölítéses megoldás először rögzíti a két bolt elhelyezkedését, majd itt megkeresi a profitmaximalizáló árat, ezután a második lépésben pedig meghatározza a profitmaximalizáló pozíciót. Hotelling így belátja, hogy Bertrand-verseny esetén, lineáris szállítási költséget feltételezve a két vállalat a város közepén, a képzeletbeli szakasz felénél fog letelepülni és értékesíteni.

2.6. ábra. Hotelling modell



Ennek belátásához először képzeljük el a két vállalatot a képzeletbeli városban, az egyik bolt az első felén van a várost reprezentáló szakasznak, míg a másik a második felén (2.6. ábra). Ha azonos árakat tételezünk fel és szimmetrikus elhelyezkedést, akkor a felezőpontnál található a közömbös fogyasztó, aki számára indifferens, hogy melyik vállalattól vásároljon. Azonban ha az egyik vállalat közelebb lép a középpont felé, akkor az előbbi közömbös fogyasztónak megéri már tőle vásárolnia az alacsonyabb szállítási költség miatt, és így a vállalat kereslete növekszik. Ez alapján úgy tűnik, hogy a két vállalatnak van egy ösztönzője, hogy a város középpontja felé tendáljon, azaz végül mindketten a város középpontjában helyezkednek el.[5]

Azonban ez a mechanizmus addig teljesül, amíg rögzített árakat feltételezünk, mert ekkor csak a keresleti hatás érvényesül. A boltok közelebb akarnak kerülni a középponthoz és így egymáshoz is, hogy minél több fogyasztót tudjanak kiszolgálni. Amint árversenyt is megengedünk a modellben, akkor belép a stratégiai hatás, ami a két vállalatot arra készteti, hogy eltávolodjon egymástól, azért hogy a lehető

[5] Tabuchi (1994) két dimenziós térben látta be az egyensúly létezését árverseny mellett kvadratikus szállítási költségeket feltételezve. Ennek bizonyítása visszavezethető az egydimenziós esetre. Ekkor a képzeletbeli téglalapon egymással szembeni két oldal közepén helyezkedik el a két vállalat.

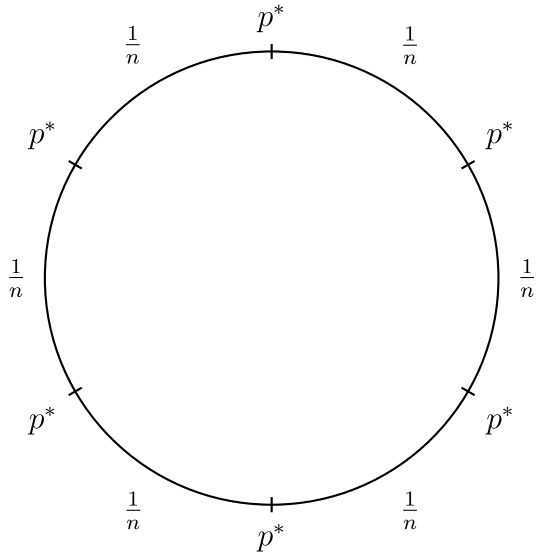
legjobban megkülönböztessék magukat. D'Aspremont és szerzőtársai (1979) mutatta meg, hogy az eredeti modell hibás. Ennek megfelelően nem igaz a minimális különbség elve, azaz hogy a vállalatok törekszenek arra, hogy minél közelebb helyezkedjenek el egymáshoz. A profitfüggvény nem folytonos, így módosulnak az eredmények is. Nincsenek egyensúlyi árak akkor, amikor a boltok túl közel vannak egymáshoz, így elkülönülve is elhelyezkedhetnek. Hotelling modelljét kiegészítik azzal, hogy kvadratikus szállítási költségfüggvényt tételeznek fel, így viszont a maximális különbség elvét kapjuk vissza, mivel ezzel az árverseny taszító hatása felerősödik.

Salop (1979) a monopolisztikus verseny működését vizsgálta. A Hotelling modellből indult ki, de az változatlan formában nem lett volna képes kezelni a problémát, hisz a modell csak két vállalat viselkedését írja le. Viszont tetszőleges számú vállalatra volt szükség, így az alapmodellen változtatni kellett. Salop modellje ezért Hotelling modelljétől két másik lényeges pontban is eltér. Az egyik hogy a képzeletbeli város alakja nem egy egyenes szakasz, hanem kör alakú. A másik, hogy a fogyasztók egy második jószágot is választhatnak, amit egy külső vállalat értékesít. A differenciált termékből vagy egyet vagy egyet sem vásárolnak, a maradék jövedelmüket pedig erre a második jószágra költik. A fogyasztók úgy maximalizálják a hasznukat, hogy figyelembe veszik a távolságot és a szállítási költséget is. Így a városban lévő vállalatok egyenlő távolságra helyezkednek el egymástól (2.7. ábra), valamint a piacon kialakuló optimális vállalatszám függ a szállítási költségtől, a vállalatok fixköltségétől és a piac méretétől. Itt is megjelenik a keresleti és stratégiai hatás.

A Hotelling keretrendszerre számos modell építkezett az évek során. Nagyon gyakran egy olyan típusú hasznossági függvényt használnak, ami a következő alakot ölti fel $u(x) = v - \tau|x_i - x|$. A fogyasztó hasznossága az x helyen maximális, azaz v értéket vesz fel, ha x_i helyen lévő bolttól vásárol. Viszont attól távolodva csökken egy τ szállítási költség függvényében a hasznosság. Ez úgy értelmezhető, hogy a fogyasztó a bolt mellett lakik, akkor nem kell szállítási költséget fizetni, és ez biztosítja számára a legnagyobb hasznosságot, attól távolodva viszont extra szállítási költséggel kell szembe néznie. Ezekben a modellekben gyakran élnek azzal az egyszerűsítő feltevéssel hogy v értéke olyan magas, hogy mindenki fogyaszt.

Anderson és Neven (1991) ötvözte a Cournot-versenyt a térbeli verseny modellel. Véleményük szerint olyan esetekben érdemesebb Bertrand-verseny helyett mennyiségi versenyt használni, amikor olyan terméket értékesít a vállalat, hogy a teljes termelési kapacitás vagy kibocsátás elosztása a különböző piacok között ru-

2.7. ábra. Salop modell



galmatlan. Ezekben a modellekben minden pontban vásárolnak minden bolttól a fogyasztók egy keresleti függvény alapján. Természetesen azoktól a vállalatoktól kevesebbet vásárolnak, akik távol vannak, azoktól meg többet, akik közel. Ez a megközelítés jelentősen leegyszerűsíti a problémát és könnyebb analitikus megoldásokhoz jutni. A szerzők először két, majd végül n vállalatra látják be, hogy egy pontban, a képzeletbeli város középen fognak elhelyezkedni, vagyis egy helyre településnek. Sarkar és szerzőtársai (1997b) továbbvitte Anderson és Neven gondolatát. Náluk nem egyenletes népsűrűségű a képzeletbeli világ, hanem ettől eltérő lehet. Több lehetőségeket vizsgáltak meg, így ezek különböző jelenségekre hívták fel a figyelmet. A Cournot modellben ilyen körülmények között nem csak az képzelhető el, hogy egy helyre települnek a vállalatok, hanem az is, hogy az elkülönülés egyensúlyi helyzet lehet.

Az előzőekben bemutatott modellekben a tér valós alkalmazása nem nagyon lehetséges. A térbeli szerkezetek, mint például falvak, városok sokkal komplexebbek, mint egyszerű geometriai alakzatok. Emiatt született meg az az elgondolás, miszerint a tér gráfokkal való leírása sokkal plauzibilisebb eredményeket adhat. Sőt ha magára a közúthálózatra gondolunk, akkor lényegében tökéletes reprezentáció adható. Azonban ez a modellkeret túl általános, így elsődleges cél ezen a területen belátni azt, hogy ilyen bonyolult térbeli formák mellett is létezik egyensúly. Sarkar és szerzőtársai (1997a) Cournot-verseny esetén igazolta a létezést, míg Soetevent (2010) árverseny esetén vizsgálta a Hotelling-modellt, ahol számos esetben nem talált megoldást. Pálvölgyi Dénes (2011) fagráfokra bizonyította be, hogy létezik az egyensúly, ha a vállalatok száma nem túl nagy.

2.4. Összegzés

A gazdaságföldrajz története jól mutatja, hogy a múltban is számos nehézséggel kellett megküzdeniük a kutatóknak. Viszont látható, hogy a jövőben is még sok problémát kell megoldani, hogy tovább fejlődhessen a terület.

Az egyszerű modellkeretek, amik még matematikailag kezelhetők, csak abban segítenek, hogy a térbeli hatásmechanizmusokat azonosítani lehessen. Azonban amint ki akarunk lépni az egyszerű esetekből és valódi, bonyolultabb térbeli problémákkal szeretnénk foglalkozni, annyira összetetté válik a helyzet, hogy nem lehet megoldani. Ezt a nehézséget lenne célszerű áthidalni, hogy valós empirikus problémákat is tudjanak a módszerek hatásosan kezelni.

3. fejezet

Magyarország az új gazdaságföldrajz tükrében: paraméter-becslés

Az új gazdaságföldrajz napjaink egy igen népszerű közgazdaságtani tudományága, ennek ellenére a hazai kutatásokban nem kap akkora szerepet. Így az új gazdaságföldrajzi modellek alapvető paramétereire sem készültek még számítások. Ennek okán most magyar adatokra számszerűsítjük a fogyasztói preferenciákban a helyettesítési rugalmasság értékét egy új gazdaságföldrajzi modellre alapozva. Ezzel lehetőséget teremtünk, hogy szimulációk, modellek készítésekor kiindulópontként lehessen használni.

Kelemen (2013a) becslését ismételjük meg, azonban Magyarország régiói helyett annak 19 megyéjére, valamint hosszabb időtávra végezzük el a béregyenlet becslését. Így egy nagyobb mintán, robusztusabb eredményeket kapunk. Ezen kívül megvizsgáljuk, hogy a korábbi szakirodalomtól eltérő eredmények mire vezethetők vissza. A becsléshez Puga (1999) modelljét használjuk fel, ami egy általános keretet biztosít az új gazdaságföldrajzi modellekhez. A becslést négy módon fogjuk végrehajtani minden esetben fixed effectset használva. Először a legkisebb, majd a kétfokozatú legkisebb négyzetek módszerével, majd ugyanezt egy megyei egzogén változó bevonásával.

A nemzetközi empirikus irodalomban is számos mű született (Head és Mayer, 2004), azonban az eredeti modell ökonometriai becslése ott is elhanyagolt maradt. Ez annak köszönhető, hogy számos nehézség hátráltatja a kutatást ezen a területen. A két legfontosabb, hogy a modell egyenletei nem lineárisak és több egyensúly létezik ezekben a modellekben. Mindezek ellenére is készítettek becsléseket a modell paramétereire. Leggyakrabban a modell béregyenletére egy regressziót illesztenek (Hanson és Gordon 2005, Brakman és szerzőtársai 2004, 2006, Bosker és szerzőtársai 2010). Mi is ezt az utat választottuk, sőt sikerült hazai régiós árindexeket gyűjteni, ami a becslési nehézségeket megoldotta.

Először a fejezetben ismertetése kerül a felhasznált modell, utána pedig, hogy milyen módon használjuk fel becslésre a modellből levezetett béregyenletet. Továbbá részletezzük a becslésben szereplő adatokat, majd ismertetjük a négy becslés eredményét, értékelését.

3.1. Modell

Ebben a részben Puga (1999) új gazdaságföldrajzi modellje kerül röviden ismertetésre. A modell legfőbb erénye, hogy egy általános modellkeretet ad, ami ötvözi Krugman (1991) és Krugman és Venables (1995) modelljét. Ehhez fel lehet tenni, hogy a régiók között a munkaerő mobil vagy immobil. Így visszakapható mind a Tomahawk és mind a haranggörbe összefüggés, amiről korábban a 2. fejezetben volt már szó.

A modell egyrészt felhasználja a Samuelson jéghegyszállítási költséget, valamint a Dixit-Stiglitz keretrendszert. Az utóbbi a chamberlaini monopolisztikus versenyre építkezik, ami szerint:

- A vállalatok hasonló termékeket értékesítenek és ezek egymásnak tökéletlen helyettesítői. Ezeket termékváltozatoknak vagy differenciált termékeknek nevezzük.

- Minden vállalat pontosan egy termékváltozatot termel növekvő mérethozadék mellett és ő választja meg az árát.

- Az adott iparágban lévő vállalatok száma elég nagy ahhoz, hogy a vállalatok elhanyagolhatónak tekinthetők az egész iparághoz, vagyis a vállalatok csoportjának egészéhez képest.

- Szabad ki- és belépés van, így a profit nulla.

3.1.1. A fogyasztó

A képzeletbeli gazdaságunkban R darab régió van és az r. régióban élő reprezentatív fogyasztónak a preferenciáit egy Cobb-Douglas típusú hasznosságfüggvény írja le

$$U_r(A, M) = C_\gamma A_r^{1-\gamma} M_r^\gamma. \tag{3.1}$$

ahol C_γ egy tetszőleges konstans, A_r és M_r az elfogyasztott agrártermék, illetve iparcikk mennyisége, valamint γ az iparcikk aránya a két termékre fordított kiadásban ($0 < \gamma < 1$). Az iparcikk egy összetett-jószág, amit az r. régióban élő fogyasztóra egy CES függvény határoz meg

$$M_r = \left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R} \sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} m_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{(\sigma-1)/\sigma} \right]^{\sigma/(\sigma-1)}. \tag{3.2}$$

σ ($\sigma > 1$) bármely két termékváltozat közötti helyettesítési rugalmasság, $N_{\tilde{r}}$ az $\tilde{r}$. régió termékváltozatainak a száma[1], $m_{r\tilde{r}\tilde{i}}$ pedig az r. régióban lakó fogyasztó fogyasztása az $\tilde{r}$. régió $\tilde{i}$. termékéből[2].

A reprezentatív fogyasztó egy személyben testesíti meg az adott régióban élő egyes fogyasztókat és azok fogyasztási szokásait. Amíg az egyes fogyasztók külön mindegyike költ élelmiszerre, és az adott termékválasztékból vásárol egy iparcikket – azaz differenciálnak pl. mintha több márka mobiltelefonjai közül választanának–, addig a reprezentatív fogyasztó döntése megmutatja, hogy összesen mennyit vásárolnak a lakosok az agrártermékből és mennyit a különböző típusú iparcikkekből. Tehát amíg az egyes fogyasztók csak egy-egy iparcikket vennének, addig a reprezentatív fogyasztó minden termékválasztékból vagy márkából vásárol.

A költségvetési egyenese az r. régióban élő fogyasztónak a következőképpen néz ki

$$Y_r = P_A A_r + \sum_{\tilde{r}=1}^{R} \sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}} m_{r\tilde{r}\tilde{i}}. \tag{3.3}$$

Az Y_r az r. régióban élő fogyasztó jövedelme, P_A az agrártermék ára[3], $p_{r\tilde{r}i}$ pedig az r. fogyasztó számára az $\tilde{r}$. régió $\tilde{i}$. termékének az ára. Emellett a munkaerő-

[1] Ami megegyezik majd a vállalatok számával.

[2] Vagyis az $\tilde{i}$. vállalat terméke.

[3] A mezőgazdaságban tökéletes verseny van és nincs szállítási költség, ezért minden régióban ugyanakkora ár fog kialakulni, nincs szükség az indexelésre.

piacon is megjelennek szakképzett munkaerőként, az r. régióban élő reprezentatív fogyasztó L_r mennyiségű munkát kínál.

Haszonmaximalizálás

A haszonmaximalizálás során (3.1) függvény maximumát keressük (3.3) feltétel mellett. Mivel a hasznosságfüggvény külső függvénye Cobb-Douglas típusú, ezért tudjuk, hogy a fogyasztó jövedelmét a kitevők arányában (γ és $1-\gamma$) osztja meg az agrártermékek és az iparcikk összetett-jószág között. Ezután elég csak a belső függvényre, vagyis az iparcikk termékváltozatokra koncentrálni. Ekkor a fogyasztó kereslete az adott termékváltozat iránt

$$m_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}(p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}) = \frac{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{-\sigma}}{P_r^{1-\sigma}}\gamma Y_r \tag{3.4}$$

Ahol P_r az r. régióban az iparcikk összetett-jószág árindexe

$$P_r = \left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R}\sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)} \tag{3.5}$$

Továbbá az indirekt hasznosságfüggvényt is megkaphatjuk. Ha feltesszük, hogy $C_\gamma = (1-\gamma)^{\gamma-1}\gamma^{-\gamma}$, akkor egyszerűsödik is a kifejezés

$$V_r(P_A, P_r, Y_r) = P_A^{\gamma-1}P_r^{-\gamma}Y_r \tag{3.6}$$

3.1.2. Termelő

A fogyasztó problémájához hasonló módon építhető fel az ipari vállalatok viselkedése, akik az iparcikknek külön-külön egy-egy termékváltozatát termelik. Ez az optimumban azt eredményezi, hogy a vállalatok ugyanannyit termelnek, sőt az azonos régióban lévők még ugyanakkora árat is határoznak meg. Ezért egy régióban lévő vállalatok csak abban különböznek egymástól, hogy más termékváltozatot árulnak. Legyen az r. régióban lévő i. vállalat termelési függvénye a következő

$$\alpha + \beta y_{ri} = C_\mu l_{ri}^{1-\mu} I_{ri}^{\mu} \tag{3.7}$$

Ahhoz hogy az r. régióban lévő i. vállalat y_{ri} mennyiséget termeljen, annak egyrészt van egy α fixköltsége és β határköltsége, másrészt szükség van l_{ri} munkaerőre és I_{ri} mennyiségű iparcikk összetett-jószágra. Ez utóbbi olyan iparcikkeket –köztes termékeket– tartalmaz, amiket a többi vállalat állít elő

$$I_{ri} = \left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R} \sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} i_{ri\tilde{r}\tilde{i}}^{(\sigma-1)/\sigma} \right]^{\sigma/(\sigma-1)} \tag{3.8}$$

Analóg módon értelmezhető a fogyasztó-összetett jószágával. A $i_{ri\tilde{r}\tilde{i}}$ az $r.$ régióban lévő $i.$ vállalat fogyasztása az $\tilde{r}$ régióban lévő $\tilde{i}.$ vállalat termeléséből.

Az $r.$ régióban lévő $i.$ vállalat költsége a felhasznált munkaerő és iparcikkek függvényében

$$C_{ri} = w_r l_{ri} + \sum_{\tilde{r}=1}^{R} \sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}} i_{ri\tilde{r}\tilde{i}} \tag{3.9}$$

Ahol w_r a bér[4] és $p_{r\tilde{r}\tilde{i}}$ az $r.$ régióban lévő vállat számára az $\tilde{r}.$ régióban lévő $\tilde{i}.$ vállalat termékének az ára[5]. A vállalat minimalizálja a költségeit adott kibocsátási szint mellett, ekkor egy iparcikk iránti kereslet kifejezhető az árindex segítségével

$$i_{ri\tilde{r}'\tilde{i}'} = \mu \frac{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{-\sigma}}{P_r^{1-\sigma}} C_{ri} \tag{3.10}$$

Ezután meghatározható a költségfüggvény az inputok árának függvényében

$$C_{ri}(w_r, P_r, y_{ri},) = w_r^{1-\mu} P_r^{\mu} (\alpha + \beta y_{ri}) \tag{3.11}$$

Kereslet

Definiáljuk a szállítási költséget[6] úgy, hogy az $r.$ régióba az $s.$ régióból szállítás közben 1 egység termékből $1/\tau_{rs}$ marad csak ($\tau_{rs} \geq 1$). Vagy ha az $r.$ régióban 1 egységre van szükség, akkor τ_{rs} mennyiséget kell szállítani ehhez az $s.$ régióból. A vállalkozó számára a szállítás úgy jelenik meg, hogy többet ad el belőle. Az $r.$ régióban élő fogyasztónak 1 egységre van szükség, ezért számára az $s.$ régióból τ_{rs} mennyiséget küldenek. Ha egy egység ára p, akkor végül a fogyasztónak $p\tau_{rs}$-t kell fizetnie. Így $p_{r\tilde{r}\tilde{i}} = \tau_{r\tilde{r}} p_{\tilde{r}\tilde{i}}$, ahol $p_{\tilde{r}\tilde{i}}$ egységbe kerül az $\tilde{r}.$ régió $\tilde{i}.$ vállalatának terméke.

Definiáljuk a kiadásfüggvényt az $r.$ régióra $e_r = \gamma Y_r + \mu \sum_{i=1}^{N_r} C_{ri}$, ami tartalmazza a fogyasztók és a termelők kiadásait az iparcikkekre. Egyrészt a termékre

[4]Minden régióban különböző bér alakulhat ki. Ez a hosszú távú egyensúly mozgatója, ez visz dinamikát a rendszerbe.

[5]Lehetett volna élni a $p_{ri\tilde{r}\tilde{i}}$ jelöléssel is, de fontos észrevenni, hogy egy vállalat csak egy árat határoz meg. A szállítási költségek miatt lesznek az árak különbözőek, de egy régióban lévő vállalatok és fogyasztó számára ez ugyanakkora lesz, így elhagyható az i index.

[6]Ez Samuelson jéghegyszállítási költsége.

szüksége van a fogyasztóknak, másrészt kell az N_r darab vállalatnak a termeléséhez is mindegyik régióban. Persze a vállalat szembesül azzal, hogy több terméket kell küldenie magasabb áron ahhoz, hogy a kívánt mennyiség érkezzen meg a jéghegy-szállítási költség miatt. Ekkor az r. régióban lévő i. vállalat termékének a kereslete a következő

$$q_{\tilde{r}\tilde{i}} = p_{\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma} \sum_{r=1}^{R} \tau_{r\tilde{r}}^{1-\sigma} e_r P_r^{\sigma-1} \tag{3.12}$$

Azonban a keresleti függvény rugalmassága nem feltétlenül σ. Ehhez szükség van arra, hogy a vállalatok egyéni döntései ne befolyásolják a piaci árat. Emlékezzünk vissza a monopolisztikus verseny harmadik feltételére, ami szerint a vállalatok olyan sokan vannak, hogy egymásra nem tudnak hatni, azaz nincsenek vállalati stratégiák. Így tehát tegyük fel, hogy $\forall \tilde{r}, \tilde{i}$ esetén $\frac{\partial P_r}{\partial p_{\tilde{r}\tilde{i}}} = 0$. Ebben az esetben a deriváltban a versenytársak hatása szükségszerűen nulla lesz, csak a sajátárhatás marad meg.

$$\epsilon_{\tilde{r}\tilde{i}} = -\sigma \tag{3.13}$$

Profitmaximalizálás

Ár szerint maximalizálva a profitot használjuk a $MC(q) = p(1 - \frac{1}{|\epsilon|})$ összefüggést, ahol ϵ az árrugalmasság. Ekkor egy vállalat által kínált ár a következő

$$p_{\tilde{r}\tilde{i}} = \frac{\beta\sigma}{\sigma - 1} w_{\tilde{r}}^{1-\mu} P_{\tilde{r}}^{\mu} \tag{3.14}$$

Egy régióban az ár függ a paraméterektől, a régióban lévő bértől és az árindextől. Ez azonban minden egyes $\tilde{r}$ régióbeli vállalatra ugyanaz, következésképp egy régión belül a vállalatok ára megegyezik.

A profit, azaz bevétel mínusz költségek (3.11) felhasználásával meghatározható. Alkalmazzuk a nullprofit feltételt, ekkor azt kapjuk, hogy

$$q_{\tilde{r}\tilde{i}} = q^* = \frac{\alpha(\sigma - 1)}{\beta} \tag{3.15}$$

Mivel ez a kifejezés csak a paraméterektől függ, ezért minden vállalat régiótól függetlenül ugyanannyit termel.

3.1.3. Mezőgazdaság

Ellentétben az iparral a mezőgazdasági termelésben növekvő- helyett állandó-mérethozadék van, valamint tökéletes verseny a vállalatok között. Krugman (1991) még a mezőgazdasági blokkot nem fejtette ki részletesen, erre csak később került sor. Kezdetben tehát az állandó mérethozadék azt jelentette, hogy nincs profit, az ár megegyezik a bérrel, és mivel a mezőgazdasági termék az ármérce, ezért a bér is egységnyi lett. A helyzet megváltozott, ahogy újabb modellek jelentek meg. Puga a saját modelljében ezt a blokkot új elemekkel bővítette, és ennek köszönhetően már a termelési függvény közvetlen módon is megjelenik. Ezeknek a szintjét két erőforrás befolyásolja, a munka mellett megjelenik a művelhető területek száma is.

A termelési függvény az r. régióban $y_r^A = g(L_r^A, K_r)$ alakú, ahol g első fokon homogén függvény. L_r^A a mezőgazdasági munkások száma, míg K_r a művelhető területek száma az r. régióban. Az utóbbi erőforrás adottság, ennek szintje rögzített, így eltüntethető az egyenletekből, ha a változókat az egységnyi földterület arányában fejezzük ki.

A művelhető területek értelmezhetők úgy is, mint a szakképzetlen vagy mezőgazdasági munkások száma az r. régión belül. Speciális esetben, ha csak szakképzetlen munkások kellenek a mezőgazdasági termeléshez, akkor visszakapjuk Krugman (1991) modelljét, viszont ha csak szakképzett munkások kellenek, akkor Krugman és Venables (1995) modelljét. Így lesz ez a modell általánosítása az előzőeknek.

Az állandó mérethozadék azonban ebben a modellben nem jelenti azt, hogy nincs profit a mezőgazdasági termelésben. Mivel a földnek nincs bérleti díja, ezért a profit a földjáradék lesz.[7]

A mezőgazdaságban Cobb-Douglas típusú termelési függvényt tételezünk fel, ami egyrészt világos, hogy állandó mérethozadékú, másrészt θ arányában használ szakképzett munkást és $1-\theta$ arányban szakképzetlen munkást. Ha $\theta = 0$ akkor Krugman 1991-es modelljéhez jutunk, ha $\theta = 1$, akkor Venables és Krugman modelljéhez. Továbbá ha $\theta > 0$, akkor egyszerre dolgoznak szakképzett munkások az iparban és a mezőgazdaságban is.

Ekkor egyrészt a munkaerő-keresleti függvény egy egységnyi földterület mellett

[7] Krugman modelljében a szakképzetlen munkások bért kaptak. Ha a művelhető területek számát szakképzetlen munkásnak értelmezzük, akkor a profit, földjáradék ezen munkások bérével fog megegyezni. Tehát ez az összeg nem bérként, hanem profitként jelenik meg a jövedelmükben.

$$L_r^{A*}(w_r) = \left(\frac{w_r}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} \tag{3.16}$$

Továbbá kiszámítható az egységnyi földterület utáni profit vagy földjáradék a munkabér függvényében

$$r_r(w_r) = (1-\theta)\left(\frac{w_r}{\theta}\right)^{\frac{\theta}{\theta-1}} \tag{3.17}$$

3.1.4. Modell lezárása

A modell lezárásához egyrészt meg kell határozni a fogyasztók jövedelmét, másrészt a munkaerőpiaci egyensúlyt. A fogyasztó jövedelme a bér, a földjáradék és a profit. Utóbbi természetesen a nullprofit feltétel miatt nulla lesz és elhagyható.

$$Y_r = w_r L_r + r_r(w_r)K_r + N_r\pi_r \tag{3.18}$$

A munkaerőpiacon is egyensúly van, a munkaerőállomány a régió ipari és mezőgazdasági munkásaiból áll: $L_r = L_r^A + L_r^M$. Legyen ς_r a régión belüli ipari munkáshányad. Ekkor az optimális vállalatszám a következő

$$N_r = \frac{\varsigma_r L_r}{(1-\mu)w_r^{-\mu}P_r^{\mu}(\alpha+\beta y_r)} \tag{3.19}$$

3.1.5. Rövid távú egyensúly

Végül pedig a modell visszavezethető régiónként három egyenletre: egy kiadási-, egy árindex- és egy béregyenletre. Mint ahogy arról már volt szó, az egyenletrendszer nem triviális megoldásaihoz numerikus módszerre van szükség az összetett függvényalakok miatt. Fontos megjegyezni, hogy ez még csak egy statikus állapot, ”rövid táv”. Ahhoz hogy a modell dinamikus legyen, be kell vezetni az evolúciós folyamatot, ami biztosítja a régiókon belüli vagy kívüli vándorlást.

$$e_r = \gamma(w_r L_r + r(w_r)K_r) + \frac{\mu}{1-\mu} w_r \varsigma_r L_r \tag{3.20}$$

$$P_r = \frac{\beta\sigma}{\sigma-1}\left[\frac{1}{(1-\mu)\alpha\sigma}\sum_{\tilde{r}=1}^{R} \varsigma_{\tilde{r}} L_{\tilde{r}} w_{\tilde{r}}^{1-\sigma(1-\mu)} P_{\tilde{r}}^{-\mu\sigma} \tau_{r\tilde{r}}^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)} \tag{3.21}$$

$$w_r = \left(\frac{\beta\sigma}{\sigma - 1}\right)^{1/(\mu-1)} P_r^{\mu/(\mu-1)} \left[\frac{\beta}{\alpha(\sigma-1)} \sum_{\tilde{r}=1}^{R} \tau_{\tilde{r}r}^{1-\sigma} e_{\tilde{r}} P_{\tilde{r}}^{\sigma-1}\right]^{1/(\sigma(1-\mu))} \tag{3.22}$$

3.2. Modellből származó regresszió

Tehát (3.20), (3.21) és (3.22) határozza meg rövid távon a modellt. Ahhoz hogy ökonometriai módon megbecsüljük a helyettesítési rugalmasságot, elég a három egyenlet közül egyet kiválasztani. Azonban ezek közül kettőre nem illeszthető lineáris regresszió. A (3.20) egyenlet annak ellenére, hogy lineárisan becsülhető lenne, nem használható, mivel a helyettesítési rugalmasság nem szerepel benne. A (3.21) és (3.22) egyenlet problémája gyakran az, hogy nincsenek adatok a régiós iparcikkek árindexéről, sőt egyéb árindex sincs régiós szinten. A második egyenletnél, mivel ott függő változóként szerepel az árindex, nem célszerű becslést végrehajtani, azonban a béregyenletnél különböző lehetőséggel élnek a probléma kiküszöbölésére.

Az irodalomban két módszer ismeretes. Az első Hanson (2005) javaslata, miszerint használjunk fel két kiegészítő feltevést is. Az első szerint a régió ingatlanügyleteinek értéke megegyezik a jövedelemből rájuk költött résszel, másodszor pedig a reálbér kiegyenlítődik a régiók között. Ezekkel a feltevésekkel az árindex eltüntethető a regresszióból, helyette a lakásállomány egzogén változója jelenik meg, amire már rendelkezésre állnak adatok. A második feltevés azonban nagyon restriktív, mert azt jelenti, hogy hosszútávú egyensúlyban vagyunk. Eszerint nincs jelen az az alapvető új gazdaságföldrajzi mechanizmus, hogy az eltérő béreknek agglomerációs hatása lenne. A másik lehetőség Brakman és szerzőtársai (2006) módszere, hogy az egyenletrendszer alapján fejezzük ki az árindexet. Ehhez ők a (3.21) egyenlet párját használják fel Krugman eredeti 1995-ös modelljéből, mert annak formája egyszerűbb és kezelhetőbb.

Most azonban abban a szerencsés helyzetben vagyunk, hogy az ipari termelés idősorokból árindexet tudunk képezni. Ennek köszönhetően ezekkel a problémákkal nem kell foglalkoznunk (3.22) esetén. A becsléshez először vegyük az egyenlet logaritmusát.

$$ln(w_{rt}) = \kappa + \frac{\mu}{\mu-1} ln(P_{rt}) + \frac{1}{\sigma(1-\mu)} ln\left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R} \tau_{\tilde{r}r}^{1-\sigma} e_{\tilde{r}t} P_{\tilde{r}t}^{\sigma-1}\right] \tag{3.23}$$

Az egyenlet endogén változókat tartalmaz, mint a jövedelem, a bérváltozó és az árindex, ezeket kezelni kell. Másrészt vegyük észre, hogy a struktúra alapján rétegzett adataink vannak, ami panelbecslésre ad lehetőségét.

A (3.23) egyenlet második és harmadik tagjának külön nevet szokás adni (Brakman és szerzőtársai 2006, Redding és Venables 2001, 2004), a harmadik tag a reál piaci elérhetőség (RMA), míg a második tag a beszállítói elérhetőség (SA).[8] Redding szerint az ipari béreket –és a nemzetközi egyenlőtlenségeket is– két fontos földrajzi tényező befolyásolja. Egyrészt hogy milyen messze vannak azoktól a piacoktól, ahol értékesítik a termékeiket, másrészt milyen messze vannak azoktól az országoktól, amik a termelésükhöz szükséges munkaeszközöket és köztes termékeket biztosítják. Az első tényezőt nevezzük piaci elérhetőségnek vagy piaci lehetőségnek. A $\sum_{\tilde{r}} \tau_{\tilde{r}r}^{1-\sigma} e_{\tilde{r}t}$ tag a nominális piaci elérhetősége az r. régiónak. Ez figyelembe veszi, hogy minden egyes régiónak mekkora kiadása, vagyis kereslete van, amit korrigál azzal, hogy milyen távol van a kérdéses régiótól. Minél közelebb van egy régió, az annál nagyobb piaci lehetőséget biztosít, mint egy távolabb lévő, de ugyanakkora vásárlói potenciállal rendelkező. Ha beszorozzuk az árindexszel, akkor megkapjuk a reál piaci elérhetőséget. A reál piaci elérhetőség hozzájárul a magasabb bérekhez a nagyobb nyereségen keresztül. A második tényező a beszállítói elérhetőség, amit itt az árindex képvisel. Minél magasabb a szintje, annál drágábbak a beszállító vállalatok, így nehezebb külső vállalatokra támaszkodni, ezért több mindent érdemes vállalaton belülről megoldani. Ez egyúttal azt is jelenti, hogy ez növeli a béreket.

A becslés során a kétfokozatú legkisebb négyzetek módszere instabil, ritkán talál optimumot. Gyakran még a legkisebb négyzetek módszere is kudarcot vall. Ennek kiküszöbölésére a μ paramétert előre rögzítjük. Ekkor két út kínálkozik, vagy feltesszük, hogy az értéke nulla, ahogy teszi ezt Brakman és szerzőtársai (2006), vagy külső adatokból megbecsüljük. Utóbbival éltünk, aminek az értéke magyar adatokra $0,865$ az ÁKM-t felhasználva.

Két dolgot érdemes megemlíteni még a becsléssel kapcsolatban. Először is Brakman és szerzőtársai (2006) felhívják a figyelmet, hogy az RMA és az SA is tartalmazza az árindexet. A fellépő multikollinearitást az egyik tag elhagyásával kezelhetjük. Azonban a μ érték berögzítésével ez a probléma jelen esetben nem jelentkezik.

Másrészt a modell csak a gazdaságföldrajzi hatásokat magyarázza, ennek ellenére a valóságban elképzelhető erőforrásbeli, technológiai különbség vagy egyéb

[8] Real market acces és supply acces.

externália. Célszerű egzogén változókat is felhasználni, amik még magyarázhatják a bérkülönbségeket, vagy pedig valamilyen módon kezelni kell a megyék egyedi jellemzőit, amire például a fixed effects biztosít lehetőséget.

3.3. Adatok

Az új gazdaságföldrajzi modellek térbeli egységét elfogadottan egy régiónak tekintik, ettől némileg az igényeknek megfelelően el lehet térni, pl. hazai viszonylatban megyéket is használhatunk, mint ahogy most ezzel élni is fogunk. Ha országokat akarunk vizsgálni, akkor azokat több régió együtteseként kell kezelni, mint ahogy azt az elméleti modellekben is teszik.

Az adatok éves szintűek, a magyar megyék szerint vannak megbontva és 2001-2016-ig állnak rendelkezésre. Viszont Pest megye és Budapest az adatsorokban külön megfigyelésként szerepel, amit megtartottunk, így effektív a 19 megye helyett 20 van. Mindezt összevetve összesen 340 megfigyelés áll rendelkezésre.

Az endogén változók a bér, a jövedelem és az árindex. A bér egyrészt magyarázóváltozó és eredményváltozó is, ami az egyenlet nem lineáris alakja miatt nem egyszerűsíthető. A becslésben a bruttó átlagkereset a megfelelője. A jövedelmet a bruttó hozzáadott értékkel (GVA) azonosítottuk. Ezt a két változót korrigáltuk az inflációval. Árindexnek az ipari árindexet használtuk, ami rendelkezésre áll terület szerinti megbontásban.

A távolság még szintén a modellből származik, azonban ez egzogén változó. A $\tau_{\tilde{r}r}$ távolságparamétert nem közvetlenül adjuk meg, hanem egy távolságfüggvény segítségével. Többféle módon írható le a kapcsolat.

Jelen esetben az első formát használjuk a 3.2 táblázatból ($\tau_{\tilde{r}r} = e^{\delta d_{\tilde{r}r}}, \delta > 0$), mert minimalizálni akarjuk a becsülni kívánt változók számát. A δ a távolságparaméter és a $d_{\tilde{r}r}$ a távolságadatok. Az utóbbiak a Google térképből származnak, autós üzemmódot kiválasztva. A belső távolság, mint ahogy látható a 3.3. táblázatban, nem egy. A régión belüli szállításnak is kell hogy ugyanúgy legyen valamekkora költsége, és minél nagyobb a terület valószínűsíthetőleg annál nagyobb ez a költség. Az irodalomban a következő formulát szokás használni: $d_{rr} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{T_r}{\pi}}$, ahol T_r a régió területének nagysága.

A többi egzogén változó a modellen kívüli hatásokat próbálja megragadni. Megyei szintre már nem áll rendelkezésre hőmérséklet, csapadék adat, így azokat a becslébe nem tudtam bevonni. Azonban Kelemen (2013a) esetén nem lettek szignifikánsak ezek a változók, ezért nem tartjuk olyan fontosnak ezek szerepeltetését.

3.1. táblázat. Adatok leíró statisztikái (átlag és szórás) régió szerint bontva (2001-2016)

	Bruttó átlagbér (millió Ft)		GVA (milliárd Ft)		Ipari árindex		Munkanélküliségi ráta (százalék)		Közutak hossza (km)	
	Átlag	Szórás	Átlag	Szórás	Átlag	Szórás	Átlag	Szórás	Átlag	Szórás
Budapest	2,4	0,2	7935	1587	1,2	0,3	5,8	2,1	62	23
Pest megye	1,7	0,2	2176	487	1,2	0,3	6,0	1,9	2648	61
Fejér megye	1,8	0,2	882	164	1,2	0,3	6,5	2,3	1467	49
Komárom-Esztergom megye	1,8	0,2	678	135	1,3	0,3	6,0	1,6	892	2
Veszprém megye	1,6	0,2	575	76	1,1	0,2	6,4	3,0	1644	12
Győr-Moson-Sopron megye	1,8	0,2	1146	282	1,2	0,2	4,4	1,4	1753	31
Vas megye	1,6	0,2	531	88	1,2	0,2	6,2	2,2	1534	19
Zala megye	1,5	0,1	514	67	1,2	0,2	7,0	3,1	1693	46
Baranya megye	1,6	0,2	578	63	1,2	0,3	9,4	2,5	1672	42
Somogy megye	1,5	0,2	447	59	1,2	0,3	9,8	2,4	1725	67
Tolna megye	1,6	0,2	374	62	1,2	0,2	8,1	1,7	1135	66
Borsod-Abaúj-Zemplén megye	1,5	0,1	979	164	1,3	0,2	12,5	3,1	2564	43
Heves megye	1,7	0,2	474	71	1,1	0,2	9,6	2,9	1270	6
Nógrád megye	1,4	0,2	213	14	1,2	0,2	11,4	3,8	944	3
Hajdú-Bihar megye	1,5	0,2	861	145	1,2	0,2	9,8	3,0	1621	62
Jász-Nagykun-Szolnok megye	1,5	0,1	553	82	1,2	0,2	8,8	2,0	1318	11
Szabolcs-Szatmár-Bereg megye	1,4	0,1	681	110	1,1	0,3	13,4	3,5	2148	52
Bács-Kiskun megye	1,5	0,2	799	159	1,1	0,3	8,4	1,7	2241	17
Békés megye	1,4	0,1	480	52	1,2	0,2	9,0	2,5	1459	9
Csongrád megye	1,6	0,2	682	102	1,2	0,2	6,9	2,3	1416	48
Összes	1,6	0,3	1078	1668	1,2	0,2	8,3	3,4	1560	574

Forrás: KSH

3.2. táblázat. Szállítási költség függvényformák

Szerző(k)	Szállítási költség függvény
Mion (2004), Hanson(2005)	$T_{ij} = exp(\delta d_{ij})$
Brakman és szerzőtársai (2004)	$T_{ij} = \delta^{d_{ij}}$
Brakman és szerzőtársai (2006)	$T_{ij} = \delta d_{ij}$

Forrás: Bosker és Garretsen (2010)

A KSH adatbázisában még elérhető néhány területi adat, ezek közül próbáltunk néhány olyat kiválasztani, amik magyarázó erővel bírhatnak. Mivel béregyenlet becslésről van szó, így az egyik legkézenfekvőbb választás a munkanélküliségi ráta, ami fontos közgazdaságtani relevanciával is bír[9]. Ezen kívül néhány olyan változóval kísérleteztünk, ami versenyképességet magyarázhat. Ebből kifolyólag gyógyszertárak száma és az országos közutak hossza változókat használtuk fel a becslés során.

3.4. Becslés

Annak érdekében, hogy az eredmények robusztusságát biztosíthassuk négy különböző módszerrel is elvégeztük a regresszió becslését. Az első a legkisebb négyzetek módszere volt, annak is nemlineáris változata (NLS). Az endogenitási problémák miatt a második esetben a kétfokozatú legkisebb négyzetek módszerét alkalmaztuk, ahol a bér, jövedelem és az árindex endogén változók voltak. A szakirodalomhoz hasonlóan az instrumentumoknak a változók késleltetettjeit használtuk. A regionális bontású idősor miatt kézenfekvő volt, hogy figyelembe vegyük a régiós egyedi hatásokat a panelbecslésben. Ezt végül fixed effects (FE) módszerrel kezeltük minden becslés esetében. Ahhoz, hogy még egyéb esetleges régiós hatásokat kezeljünk, egzogén változókat is megpróbáltunk a becslésbe bevonni: közutak hossza, gyógyszertárak száma és munkanélküliség.

A panelbecslés során a távolságparaméter nem volt becsülhető. Ehhez végül Kelemen (2013a) tanulmányából vettük a távolság-paramétert, aminek értéke $0,078$. A szakirodalom által becsült értékek (Brakman és szerzőtársai 2006, Bosker és szerzőtársai 2010) közel állnak ehhez, $0,34$ és $0,102$.

A négy becslés összehasonlítására pusztán csak az R^2 értékei ebben az esetben nem használhatók fel, ezért a becslés egészét figyelembe véve próbáljuk elemezni a különböző módszerekkel kapott eredményeket.

[9] Lásd Phillips-görbe.

3.3. táblázat. Távolság mátrix (km)

	Pe.	Sz.	Ta.	Ve.	Gy.	Sz.	Za.	Pé.	Ka.	Sz.	Mi.	Eg.	Sa.	De.	Sz.	Ny.	Ke.	Bé.	Sz.
Pest	30	64	60	116	121	221	226	207	187	154	183	137	109	231	115	230	90	209	174
Székesfehér.	64	25	54	47	85	162	162	158	125	110	269	224	196	317	171	317	129	286	193
Tatabánya	60	54	18	93	67	168	207	230	187	178	262	216	167	310	170	311	142	261	226
Veszprém	116	47	93	25	84	115	115	159	130	128	323	277	249	371	225	370	183	310	265
Győr	121	85	67	84	24	101	140	247	206	211	329	259	216	377	231	377	204	322	287
Szombathely	221	162	168	115	101	22	54	234	174	242	429	383	316	455	331	477	304	422	387
Zalaegerszeg	226	162	207	115	140	54	23	190	127	212	431	385	357	457	331	478	291	424	373
Pécs	207	158	230	159	247	234	190	25	65	61	398	350	324	362	238	445	175	297	185
Kaposvár	187	125	187	130	206	174	127	65	29	92	391	346	318	440	249	439	186	312	226
Szekszárd	154	110	178	128	211	242	212	61	92	23	344	299	271	308	185	392	122	246	143
Miskolc	183	269	262	323	329	429	431	398	391	344	32	65	111	114	153	90	260	233	269
Eger	137	224	216	277	259	383	385	350	346	299	65	23	61	131	106	130	214	190	220
Salgótarján	109	196	167	249	216	316	357	324	318	271	111	61	19	222	138	193	186	242	268
Debrecen	231	317	310	371	377	455	457	362	440	308	114	131	222	30	130	50	184	125	218
Szolnok	115	171	170	225	231	331	331	238	249	185	153	106	138	130	28	178	60	107	120
Nyíregyháza	230	317	311	370	377	477	478	445	439	392	90	130	193	50	178	29	307	182	275
Kecskemét	90	129	142	183	204	304	291	175	186	122	260	214	186	184	60	307	35	124	89
Békéscsaba	209	286	261	310	322	422	424	297	312	246	233	190	242	125	107	182	124	28	95
Szeged	174	193	226	265	287	387	373	185	226	143	269	220	268	218	120	275	89	95	25

Forrás: Google Maps

3.4. táblázat. Becslések eredményei

Változók	1. becslés (NLS)	2. becslés (2SLS)	3. becslés (NLS+egzogén)	4. becslés (2SLS+egzogén)
κ	2,301***	6,418***	4,722***	9,667***
	(0,359)	(1,135)	(0,452)	(0,937)
σ	9,064***	13,397***	8,828***	11,365***
	(0,256)	(1,765)	(0,228)	(1,21)
közúthossz	-	-	-0,384***	-0,665***
	-	-	(0,048)	(0,111)
korrigált R^2	0,533	0,376	0,718	0,492
N	320	320	320	320

* 0,1, ** 0,05, *** 0,01 szinten szignifikáns
Az együtthatók alatt zárójelben azok sztenderd hibái találhatók meg. A 3. és 4. becslésében $\delta' = 0,078$. Minta hossza 2001-2016.
2. és 4. becslés instrumentumai a változók késleltetettjei
Adatok: KSH, Google-térkép

A konstans mindenhol pozitív. A helyettesítési rugalmasság mindegyik esetben szignifikáns és az együtthatója nagyobb, mint egy, ahogy az elmélet alapján elvárható. A becsült értékei 6-tól 13-ig terjednek, amik hasonlítanak a szakirodalomban található értékekre. A második becslés tér el a leginkább többitől a 13-as értékével, viszont itt a legalacsonyabb az R^2.

Noha az egzogén változók közül a munkanélküliség szignifikáns volt, előjele rossz volt és a magyarázóerőhöz gyengén járult hozzá, ezért végül nem szerepeltettük a regresszióban. A többi egzogén változó inszignifikáns volt, kivéve a közutak hossza változó. Ha jól megnézzük, akkor az egzogén változó bevonása javít a becslés illeszkedésén, ami arra adhat okot, hogy jogos volt ezt megtenni.

Alapvetően azt várjuk el, hogy a közutak hossza változójának előjele pozitív kellene, hogy legyen. Ugyanis a nagyobb közúthálózat, vagyis a nagyobb fejlettség nagyobb bért is jelent, így a változó a régió fejlettségét hivatott tükrözni. Ennek ellenére negatív az előjel mind a harmadik, mind a negyedik becslésben. Viszont a régiók közötti fejlettséget a fixed effectek megragadják, ezért máshogy kell értelmezni. Minél nagyobb a közúthálózat, annál jobban el tudnak földrajzilag érni a munkavállalók egy állást, tehát egy helyre többen pályázhatnak. A nagyobb munkakínálat pedig alacsonyabb béreket jelent.

A σ paraméter értéke némileg magasabb lett a szakirodalomhoz képest, mint ahogy az látható a 3.5. táblázatban. Kivéve Kelemen (2013a), ahol igen magas az értéke. Az utóbbi tanulmányban egyébként feltehetőleg szerepet játszik a μ para-

3.5. táblázat. Empirikus helyettesítési rugalmasságok

Szerző(k)	év	terület	σ
Lai-Trefler	2002	Világ	5,3
Hanson	2004	USA	6,6
Brakman-Garretsen-Schramm	2004	Németország	3,7
Brakman-Garretsen-Schramm	2006	EU	3,9
Bosker-Brakman-Garretsen-Schramm	2010	EU	7,1
Kelemen	2013	Magyarország	27

méter is, amihez a hazai helyett nemzetközi adat került felhasználásra. Azonban az eltérő becslési időszak nem magyarázza az eltérést. Ugyanis a mostani becslés 2001-2008 időszakra hasonló együtthatókat mond, mint a teljes mintán.

Kelemen (2013a) két magyarázatot ad a külföldi szakirodalomhoz képesti eltérésre. A paraméter inverze megmutatja, hogy a fogyasztó, mennyire kedveli a termékváltozatokat, vagyis mennyire kedveli a termékek széles választékát. A helyzetet megnehezíti, hogy a paraméter egytől végtelenig mozog, így nem lehet tudni pontosan, mekkora különbséget jelent ez az érték a szakirodalomhoz képest. Az első interpretáció szerint Magyarországon a szocializmusban a fogyasztók számára adottság volt a szűk termékválaszték. Mivel több évtizeden keresztül ez volt a megszokott, így ez hosszabb távon beépült a preferenciákba, és mint valamilyen szocialista örökség hordozzuk még magunkon. Tehát első esetben egy megszokási hatásról lehet szó. A második magyarázat szerint ez a paraméter egyfajta fejlettségi szintet is tükröz. Egy olyan országban, ahol nagy termékválaszték van, az annak köszönhető, hogy a vállalatoknak lehetősége van, hogy termékeiket nagy mennyiségben adják el. Azaz egy gazdagabb országban nagyobb a termékválaszték, amihez az emberek hozzá szoktak, egy kevésbé gazdag országban a szűkösebb lehetőség miatt ez nem alakult ki a fogyasztói preferenciákban.

3.5. Összegzés

A fejezetben Puga (1999) modelljének béregyenlete került felhasználásra. A regressziós modellből fakadó hibákat a kétfokozatú legkisebb négyzetek módszerével próbáltuk kiküszöbölni, továbbá éltünk a panelbecslés adta lehetőségekkel és fixed effectsszel kontrolláltuk a régiók egyedi tulajdonságait. Minden esetben a legfontosabb strukturális paraméter, a helyettesítési rugalmasság becslésére törekedtünk. Ez egyrészt a modell egyik legfajsúlyosabb pontja, másrészt a többi paraméter értéke közvetett módon máshonnan is becsülhető. A helyettesítési rugalmasság mind a négy becslésben szignifikáns volt, mindig 1% alatti p értékkel, viszont a paraméter értéke kissé eltért a szakirodalomban megfigyelttől.

Kelemen (2013a) az eltérést azzal magyarázta, hogy ezek a fejlett államokra vonatkoztak, és ezek között is azok az államok szerepelnek, akik az élmezőnyhöz tartoznak. Viszont Magyarország ezekhez képest fejlettségi szintben hátrébb van, ami más egyéni preferenciákat eredményez a társadalomban. A másik magyarázat szerint történelmi okai vannak az eltérő preferenciáknak.

4. fejezet

Magyarország áruházláncainak térbeli elhelyezkedésének vizsgálata

Angliában és Hollandiában foglalkoztak először annak a kérdésével, hogy szükséges lehet az áruházláncokat szabályozni, nehogy túlzott térbeli koncentrációjuk alakuljon ki és térbeli monopóliumként viselkedjenek. Ha egy adott területen túl sok ugyanolyan áruházlánchoz tartozó bolt települ egymás közelébe, akkor együttesen már erőfölénnyel rendelkezhetnek. Ezek a boltok aztán helyzetüket kihasználva drágábban árulják termékeiket és ezzel holtteher-veszteséget okozhatnak. Ha valaki ezzel tudatosan visszaél, akkor jogosan merül fel az igény, hogy az államnak szabályoznia kellene. A kérdés nem csak külföldön, hanem itthon, Magyarországon is releváns. A fejezet célja az, hogy a boltok térbeli koncentráltságát vizsgálja. Viszont arra nem tudunk vállalkozni, hogy megválaszoljuk, szükség van-e szabályozásra, mivel nincs elég adat a teljes körű vizsgálathoz.

4.1. Bevezetés

Az áruházláncokkal kapcsolatban a térbeli monopóliumok témája először Angliában vetődött fel. A TESCO bizonyos területeken túlzott módon is teret nyert. Az EU 1999-ben, egy tanulmányában arra jutott, hogy néhány áruházlánc visszaél erőfölényével és a piaci versenyt gátolja. Hughes 2009-ben már TESCO városokról írt és ezek lehetséges szabályozási módszeréről. Hollandiában szintén előkerült a téma, ott az Albert Heijin üzletlánc bolthálózatánál merült fel, hogy esetleg térbeli monopólium lehet. Holland adatokon (Stedler, 2012) statisztikai módszerrel vizsgálta az áruházláncok térbeli koncentráltságát. Ezt az empirikus elemzést fogjuk elvégezni magyar adatokon.

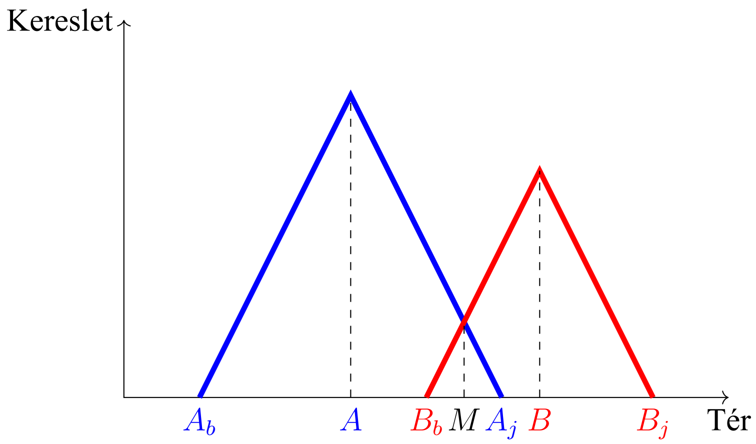
Az áruházláncok térbeli elhelyezkedésének vizsgálatához nézzük meg, mit mond a gazdaságföldrajzi elmélet, induljunk ki a Hotelling keretrendszerből. Adott egy képzeletbeli város, ami egy egyenes szakasszal írható le, itt a fogyasztók egyenletesen helyezkednek el. Ha egy vállalat, legyen A, megjelenik a piacon, akkor egy adott hatókörön belül ki tudja szolgálni a fogyasztókat. Ha nem túl magas az A vállalat ára, akkor számára azok a fogyasztók potenciális vásárlók lesznek, aki hajlandók lesznek ezt az árat kifizetni és a felmerülő utazási költséget viselni. Így az a lakos, aki pont A vállalattal egy pontban lakik az egy megfelelő ár mellett –ami nem nagyobb a rezervációs áránál– hajlandó lesz vásárolni, mint ahogy ez a 4.1. ábrán is látható. Ha ez az ár nem túl magas, akkor a szomszédoknak is megérheti, annak ellenére, hogy már utazniuk kell érte. Sőt távolabb is lehet, hogy lesznek még olyanok, akik eljönnek ebbe a boltba. Végül lesz egy vásárlói kör, az ábrán A_b és A_j közötti szakasz, akik olyan távolságban lesznek, hogy a rezervációs áruk megegyezik az értékesítési árral és a szállítási költséggel, így számukra közömbös a vásárlás. Rajtuk túl már nem fog több fogyasztó vásárolni A vállalattól.

Ha a piacon van még egy másik vállalat, B, és a két vállalat elég távol van egymástól, akkor nem lesznek hatással egymásra adott árak mellett. Viszont, ha túl közel települnek egymáshoz, mint ahogy az ábrán is szerepel, akkor lesznek olyan fogyasztók, akik hajlandók lennének mindkét helyről vásárolni. Szokás szerint racionális fogyasztókat feltételezve, csak onnan fognak vásárolni, ahol jobban megéri nekik, azaz több fogyasztói többletük marad. Lesz egy közömbös fogyasztó, M, akinek mindegy honnan vásárol, mert neki a termék ára és az utazási költség összege megegyezik mindkét bolt esetében. Ő lesz a választóvonal, hogy melyik vásárlók mennek A vállalathoz, és melyek B-hez. A két bolt keresleti függvényének a metszéspontjában helyezkedik el.

Ha a tér nem egyenes, hanem egy sík, akkor is érvényes marad a gondolatmenet. Ekkor egy vállalattól egy adott sugarú körvonalon azok a fogyasztók helyezkednek el, akik számára ugyanakkora költséggel jár a vásárlás. Az elemzést kiterjesztve több boltra ugyanúgy a közömbös fogyasztók választják el őket egymástól. Eközben arra törekednek, hogy minél nagyobb területet fedjenek le, vagyis minél több potenciális vásárlójuk legyen. Ha a térszerkezetet el akarjuk képzelni, akkor emlékezzünk vissza Lösch 2.3 ábrájára.

A fogyasztók számára végső soron pedig az lesz az ideális, ha minél olcsóbban, kis költséggel tudnak vásárolni, vagyis közel legyenek a boltok hozzájuk és verse-

4.1. ábra. Fogyasztók kereslete a boltoktól való távolság függvényében



nyezzenek egymással, azért hogy leszorítsák az árakat. Ehhez természetesen az is kell, hogy minél több bolt legyen. Ha figyelembe vesszük, hogy a vállalatok nem különállóak, hanem egy áruházlánchoz tartoznak, akkor a fogyasztók akkor járnak a legjobban, ha egy-egy márka nem szegmentálódik egy földrajzi területre –mert akkor azok nem fognak egymással versenyezni–, hanem mindegyik, saját boltjait szétszórva, de közel a másik vállalat boltjaihoz helyezi el a piacon, így kényszerítve egymást versenyre, nem beszorítva a fogyasztókat térbeli monopóliumokba. Sőt ezek a különböző láncok térben fedhetik egymás potenciális vásárlóit.

Tehát a kérdés az, hogyan vizsgáljuk meg valós adatokon, hogy az áruházláncok, hogy helyezkednek el a fogyasztókhoz képest. Ehhez követjük Stedler (2009) ötletét. Egy fogyasztó egy bizonyos típusú áruházlánchoz lakik a legközelebb, ahhoz hogy elérjen egy másik fajtát, ahhoz messzebbre kell mennie, ami extra költségekkel és idővel jár. Ha ez a költség túl magas, mert túlságosan távol van a második lehetőség, akkor lehet, hogy azt az utat már nem hajlandó megtenni. Így gyengül a boltok közötti verseny, ami miatt a fogyasztók rosszabb helyzetbe kerülhetnek és magasabb árat kell fizetniük a termékekért. Minél többen vannak ilyen helyzetben egy adott bolt esetén, annál valószínűbb, hogy a fogyasztók egy csoportja térbeli monopóliumba van bezárva.

Az első részben egy rövid elméleti áttekintés lesz. A második részben bemutatjuk az adatokat, az adatgyűjtés nehézségeit. Ezek között szerepel a geokódolás és a távolság számítás módszere. Végül pedig az eredmények kerülnek részletezésre.

4.2. Történeti áttekintés

Az áruházláncok irodalma nem túl nagy, abből kifolyólag hogy nehéz stabil egyensúlyt találni. Az elmélet alapját a multistore modellek képezik. Nem szükségszerű, hogy egy vállalat, csak egy telephellyel rendelkezzen, például az áruházláncoknak akár több száz boltjuk is lehet. Az optimalizáció során így nem csak azt kell figyelembe venni, hol van a versenytárs boltja, hanem a saját boltok elrendezését is.

Az irodalomban elsőként Teitzet (1968) szokás megemlíteni, aki általánosította Hotelling modelljét. Két vállalaton keresztül vezeti be a problémát, ahol az egyik vállalatnak csak egy, a másiknak két boltja van. Amint eltérés van attól a megszokott helyzettől, hogy egy-egy bolt versenyez egymással, akkor már nem tud stabil állapot kialakulni. Hosszú távon célszerűbb egyfajta egyensúlyra törekedni, ami Teitz szerint úgy alakulhatna ki, hogy a vállalatok boltjaik arányában kapnának piaci részesedést. Martinez-Giralt és Neven (1988) megállapította, hogy árverseny esetén mind a kör, mind a szakasz alakú modellekben a vállalatok nem nyitnak több boltot, csak egyet, vagyis nem alakul ki olyan helyzet, hogy egy vállalatnak több üzlete lenne. A modell fontos feltevése, hogy a fogyasztók termékre vonatkozó rezervációs ára olyan magas, hogy bármelyik bolttól hajlandóak lennének vásárolni. Pal és Jyotirmoy (2002) árverseny helyett mennyiségi versenyt tételezett fel, és így új eredményeket kaptak. Az egyensúlyi helyzetet a részjáték tökéletes Nash egyensúly szolgáltatja, ahol a boltok úgy próbálnak elhelyezkedni, hogy az úgynevezett monopólium elhelyezkedést választják, ami minimalizálja a szállítási költségeiket, vagyis egy adott vállalat boltjai a térben elkülönülten helyezkednek el, azonban lehetséges, hogy két különböző áruházlánchoz tartozó bolt egy pontban található meg. Iida és Matsubayashi (2011) a több bolttal rendelkező vállalatok boltszámát endogén módon határozta meg, úgy hogy pénzügyi korlátokat feltételeztek. Ez a Stackelberg-modell az egyensúly meghatározásakor figyelembe veszi az adott vállalat piaci erejét is.

4.3. Adatok

4.3.1. Boltok

Az áruházláncokról gyűjtött adatok 2012 első negyedévéből származnak, és minden esetben az adott áruházlánc honlapjáról kerültek letöltésre. A cégek különböző üzletpolitikákat folytatnak arra nézve, hogy milyen eszközöket biztosítanak vevőik informálására, vagyis a vevők honnan tudhatják meg, hol találhatók meg a boltjaik, illetve a legközelebbi boltjuk. Ez háromféleképpen csoportosítható.[1] Egy részüknél közvetlen módon elérhető és letölthető az internetről a boltok GPS koordinátái. Ez lehetőséget biztosít arra is, hogy navigációs eszközökbe könnyen integrálható, és így hasznos helyek között megtalálható legyen a bolthálózat. Az áruházláncok másik csoportjánál a saját weboldalon keresztül kereshetünk rá, hogy adott területen, hol vannak a legközelebbi boltok. Ezek egy részénél a GPS koordináták a HTML kódban találhatóak meg, és abból letölthetőek, vagy pedig az általuk megjelölt térkép alapján könnyen beazonosíthatóak. Harmadik csoporthoz geokódolásra[2] van szükség, mert az áruházláncok néhol csak boltjaik címét tüntették fel. A geokódolást több internetes oldal ingyenesen biztosítja[3], amit néhány áruházlánc a boltkereső térképein fel is használ, így az internetes oldalon csak közvetett módon jelennek meg a címek. Ezt szintén az oldal forráskódjából kell kinyerni.

Az első két esetben a GPS koordináták rendelkezésre álltak, így ezek az adatok megbízhatónak tekinthetők. A harmadik csoporthoz a Google geokódolás szolgáltatását használtuk. Ahhoz hogy GPS értékekkel térjen vissza, teljesülnie kell annak, hogy a Google adatbázisa tartalmazza a kérdéses címet, illetve olyan formátumban lett megadva, amit fel tud ismerni. Ez számos hiba forrása lehet. Azoknál az áruházláncoknál, ahol a boltok száma legfeljebb száz körüli volt, ott egyesével ellenőriztünk minden egyes üzletet külső információk[4] segítségével, és ahol szükségét láttuk, átjavítottuk a koordinátákat. Az ennél több üzlettel rendelkező áruházláncoknál két fő eszköz volt a hibák kiszűrésére. Az egyik, hogy a kapott koordináta Magyarországra esik-e, a második pedig, ami ennél sokkal jobb lehetőséget biztosított, hogy amikor a Google szolgáltatása több találatot adott meg, akkor ezeket felülvizsgáltuk. Ennek ellenére is volt esélye a hibának.

A már fentebb említett adatgyűjtési okokból kifolyólag az adatok megbízhatósága szerint két csoportba oszthatóak. A következő vállalatok adatai tekinthetők megbízhatónak: Aldi, Auchan, CBA, Cora, Match, Profi, Lidl, Metro, Penny, Spar csoport és Tesco. A Coop, Reál Élelmiszer áruházláncokról gyűjtött adatok viszont nem teljesen megbízhatóak.[5]

[1] Csak egy esetben kellett a honlapon szereplő térképről beazonosítani, de a boltok száma nem volt olyan magas, így ez kezelhető maradt.

[2] Ez azt jelenti, hogy egy adott címből meghatározzuk, hogy mi a hely GPS koordinátája.

[3] Ennek van egy napi korlátja, efelett fizetős a szolgáltatás.

[4] Ebben segítségünkre volt a http://wikimapia.org oldal.

[5] A Metrot az elemzésből kihagytuk, mivel nem kiskereskedelmi értékesítéssel foglalkozik.

A boltok vizsgálatakor két csoportot alakítottunk ki a megfigyelésekhez. Ezek a vásárlási szituációkat tükrözik, hogy éppen, milyen típusú, illetve mennyiségű termékre van szüksége a vásárlónak. Érdemes lett volna még egy olyan csoportot is kialakítani, ami a szupermarketeket ölelhette volna fel, azonban az adott adatstruktúra mellett csak ennyire volt lehetőség.

- Összes bolt csoportja: Azok a vásárlók járnak ide, akiknek néhány alapvető élelmiszerre, alapanyagra van szükségük, így a legközelebbi boltot látogatják meg. Gyorsan akarnak keveset vásárolni, és az ár annyira nem fontos. Itt az összes összegyűjtött bolt adatát felhasználtuk, de fontos megjegyezni, hogy számos, független és önálló élelmiszerbolt nem került bele az adatbázisba.
- Közepes méretű boltok csoportja: Ez az előző csoport részhalmaza. Azok a vásárlók járnak ide, akik már több mindent akarnak vásárolni, és szükségük lehet nagyobb termékválasztékra. Itt már az ár is kezdhet fontossá válni. Ide tartozik az Aldi, Auchan, Cora, Match, Profi, Lidl, Penny Market, Spar. A többi áruházlánc esetén a kisméretű boltok ki lettek szűrve.

4.3.2. Lakosság

A lakossági adatokhoz a GEOX 2010-es adatbázisát használtuk fel, ami több mint százezer megfigyelést tartalmaz. Az adatbázis Magyarország utcáiról szolgáltat információt, mint az utcaközepek koordinátái, és azt hogy hányan élnek az adott cím alatt. Ezek sorrendbe vannak állítva, először irányítószám, majd város, végül közterület neve szerint.

Az adatbázisban azonban a megfigyelések 4%-nál hiányoztak a koordináták. Hogy ne veszítsünk megfigyeléseket, ezért pótoltuk az adatokat. Két módszert alkalmaztunk. Az első esetben azt használtuk ki, hogy az adatstruktúra rendezett volt, és így a szomszédos adatok helyileg közel eshettek egymáshoz. Ahol ez nem működött, ott egyenként cím alapján határoztuk meg a hiányzó koordinátákat.

További problémát jelentett, hogy az utcák koordinátái az utcaközépre vonatkoztak, mivel egy térbeli objektum ponttá való transzformálása információvesztéssel jár. A hibák minimalizálása érdekében felmerülhet valamiféle korrekció alkalmazása. Mivel a megfigyeléseknél az utca koordinátáján kívül csak az állt rendelkezésünkre, hogy hányan élnek benne, így ennek a felhasználása volt az egyetlen lehetőség a megfigyelések pontosságának javítására. Ezek alapján azokat az utcákat, ahol többen laknak, sokkal hosszabbnak feltételezhetjük, így az ott lakók összességéhez nem egy adott bolt van a legközelebb, hanem vannak olyanok, akikhez más bolt is elérhető. Kérdés, hogy be lehet-e emiatt valamilyen súlyozást vezetni, hogy javítsunk az adatokon.

Ha egy utcát ábrázolni szeretnénk síkban, akkor valamiféle görbe szakasszal tennénk meg. Minél kevesebben laknak egy utcában, annál valószínűbb, hogy az egy rövid utca lehet, így nem várható érdemi javulás egy esetleges súlyozás használatától, az utcaközép koordináták jól írják le az elhelyezkedést. Így elég csak egy megfelelő méretű utcától, vagyis egy adott lakosszám felett alkalmazni egy esetleges súlyozást. Ha többen laknak az adott utcában, akkor a képzeletbeli szakasz megnyúlhat és különböző formákat vehet fel. Ez így erősen megkérdőjelezi egy adott módszerű súlyozás használatát, mert az is biztos hibát fog tartalmazni. Másik probléma, hogy mit tekintsünk nagy méretű utcának, mi az a küszöbszám, ami megkülönbözteti a hosszabb utcáktól, utaktól. Vegyük számba most egy pillanatra azokat a megfigyeléseket, ahol több, mint 5000-en laknak, hisz ezekkel lehet valószínűleg nagyobb hibát elkövetni. Csak 9 ilyen utca van, ami kevesebb, mint a népesség 1%-a. Ezt a 4.1. táblázat mutatja.

4.1. táblázat. 5000 főnél nagyobb megfigyelések (2012)

Város	Közterület neve
Budapest	Páskomliget utca
Budapest	Pesti út
Budapest	Csontváry K. Tivadar utca
Budapest	Havanna utca
Dunakeszi	Barátság útja
Tatabánya	Gál István lakótelep
Debrecen	Derék utca
Debrecen	István út
Nyíregyháza	Fazekas János tér

Műholdas térképen megvizsgálva azonnal megállapítható, hogy a karakterisztikájukat tekintve alapvetően ezek nem hosszú utcák, hanem lakótelepek. Egyedül a Pesti út tekinthető hosszú utcának, de amellett is van egy lakótelep. Következésképp hiba lenne egy olyan súlyozást alkalmazni, ami hosszú utcáknak tekinti ezeket. Ahhoz egy adott utcában élő lakosokhoz megtaláljuk a legközelebbi boltot, anélkül hogy ismernénk az utca formáját, lakossági eloszlását, hibát fogunk véteni. Másrészt ez felhívta a figyelmet arra, hogy az adatbázisban a leghosszabb utcák különböző irányítószám alatt vannak, ami tovább bonyolítja a helyzetet. Például a Pesti út két részben, a Hungária körút négyben szerepel az adatbázis megfigyelései között. A problémát eszerint egy esetleges súlyozás sem fogja megoldani, sőt még az is kérdéses, hogy kevesebb hibával járhatna-e. Ezek miatt célszerűbb inkább nem súlyozni, hanem pusztán a meglévő koordinátákat felhasználni, és adott utcában élő lakossághoz így megkeresni a legközelebbi koordinátájú boltot.

Az adatokhoz kapcsolódóan megemlítjük, hogy az EOV[6] vetületi rendszert[7] használtuk. A lakossági koordináták eredetileg is így álltak rendelkezésre, viszont a boltok esetében WGS84[8] a vetületi rendszer. A Quantum Gis szoftver segítségével egységes rendszerre hoztuk az adatokat, így a köztes távolságokat már ki lehetett számolni.

4.4. Eredmények

Ahogy azt már korábban említettük, az elemzés módszertana Stedler (2012) gondolatmenetét követi. Minden utcára megkerestük a legközelebbi boltot és azt a második legközelebbi boltot is, ami már egy másik áruláncho tartozik, majd kiszámítottuk ezek távolságát a fogyasztótól. A két távolság különbsége, vagyis hogy milyen messze vannak egymástól, jelenti azt a fogyasztó számára, hogy mekkora költséget jelent távolságban –azaz méterben kifejezve–, hogy a távolabbi boltot elérje. Ha ez túl magas, akkor a fogyasztó lokális monopóliumba van bezárva. Persze ez függ attól is, hogy a fogyasztó, milyen módon közlekedik, ezt pedig négy indikátorral próbáltuk megragadni. A feltételezés szerint, ha az út rövidebb, mint 300 méter, akkor a vevő hajlandó gyalogosan elmenni a másik boltba, tehát nincs bezárva lokális monopóliumba. Ugyanez kerékpár esetén 500 méter, míg autónál ha csak néhány terméket akar vásárolni a fogyasztó akkor 1000 méter, viszont ha több minden szeretne beszerezni, akkor 3000 méter a határ.[9]

Az áruházláncok régiók szerinti megoszlását mutatja be az összes boltra vonatkozóan a 4.2. ábra. Eszerint országosan és régiónként is a legtöbb bolttal a Coop rendelkezik, és egyedül Közép-Magyarország az a terület, ahol nincs túlzott előnye. A CBA helyezkedik el a képzeletbeli dobogó második helyén. A Spar és a Reál területenként felváltva a harmadik helyezett. Abban a régióban, amelyikben az egyik aktívabban van jelen, ott a másik kevésbé. A Tesco, Match, Lidl és Aldi boltjai igen egyenletesen helyezkednek el régiónként. A 4.3. ábra alapján a közepes

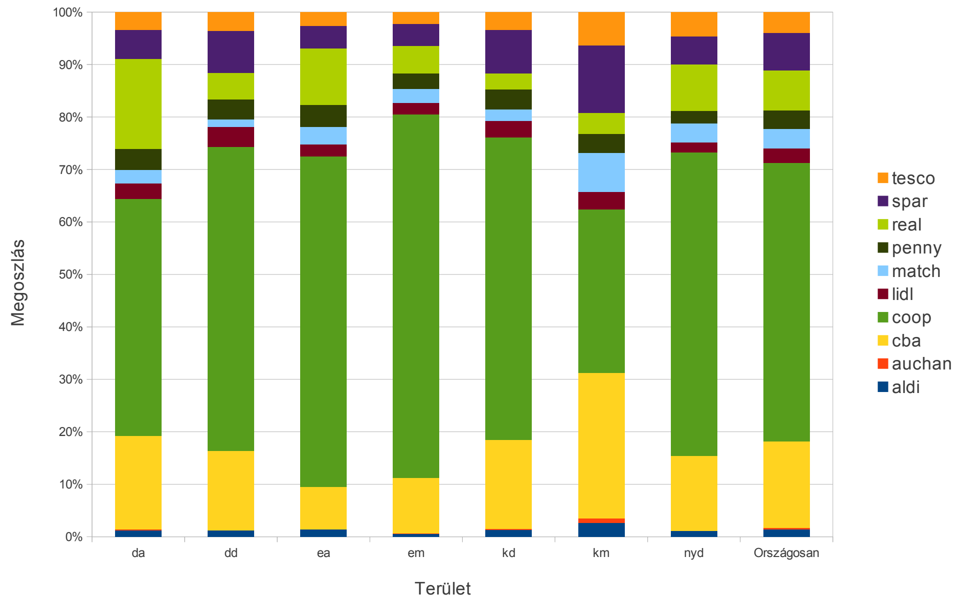
[6]Egységes Országos Vetület, amit Magyarországon 1976-ban vezettek be

[7]Varga József A vetületnélküli rendszerektől az UTM-ig 2002 http://www.agt.bme.hu/staff_h/varga/publik/publikaciok.htm Letöltve 2012

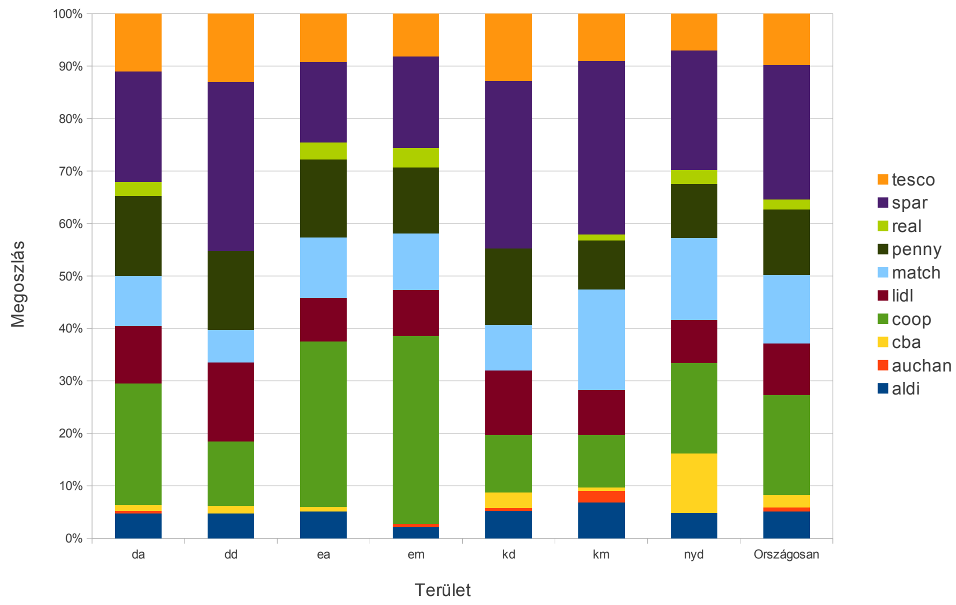
[8]World Geodetic System 1984, geodéziai világrendszer

[9]Az elemzés során az adatok nagy száma miatt nem volt lehetséges a GPS-ek által kalkulált legrövidebb út meghatározására, így csak a légvonal távolság lett meghatározva.

4.2. ábra. Összes áruházlánc megoszlása területek szerint (2012)



4.3. ábra. Közepes áruházláncok megoszlása területek szerint (2012)



méretű boltok esetén sokkal színesebb a kép. A Coop és CBA meghatározó ereje visszaesik, a többi vállalat pedig jelentősebbé válik, mint a Spar, Tesco, Match stb.

4.2. táblázat. Átlagos legközelebbi bolttávolság (2012)

Régió	Összes bolt (méter)	Közepes bolt (méter)
Nyugat-Dunántúl	802	3664
Közép-Dunántúl	849	3947
Dél-Dunántúl	1301	5341
Közép-Magyarország	535	1276
Dél-Alföld	932	4312
Észak-Alföld	1001	4879
Észak-Magyarország	905	4015
Országosan	838	3481

A 4.2. táblázat azt mutatja meg, hogy átlagosan milyen távol van az adott régióban élő fogyasztótól a legközelebbi bolt. Országosan az összes boltot vizsgálva 838 méter, ennél jóval nagyobb a közepes boltok csoportja esetén, 3481 méter, amit a kevesebb áruház magyaráz. Mint ahogy várható volt, mindkét esetben Közép-Magyarországon vannak átlagosan a legközelebb a boltok a lakosokhoz. Kelet-magyarországi régiók elmaradnak az átlagos szinttől, de meglepő módon a nyugat-magyarországi Dél-Dunántúl régióban a legnagyobb az átlagos távolság.

4.3. táblázat. Lakosság hány százaléka található térbeli monopóliumban az összes bolt csoportja szerint (2012)

Régió	300m<	500m<	1000m<	3000m<
Nyugat-Dunántúl	52,93%	41,61%	32,92%	23,71%
Közép-Dunántúl	56,98%	46,57%	35,70%	24,95%
Dél-Dunántúl	57,02%	47,72%	36,10%	26,30%
Közép-Magyarország	39,18%	24,92%	11,19%	3,96%
Dél-Alföld	48,93 %	35,03%	22,83%	16,11%
Észak-Alföld	56,11%	45,84%	34,98%	27,24%
Észak-Magyarország	63,11%	54,90%	45,52%	33,95%
Országosan	51,01%	39,34%	27,80%	19,20%

A hazai térbeli monopóliumokat vizsgálva az összes bolt viszonylatában megállapítható az, hogy ahogy a fogyasztó egyre nagyobb távolságot tud vagy hajlandó megtenni, úgy lesz egyre kevésbé kiszolgáltatva egy adott áruházláncnak, ami a 4.3. táblázat alapján is megfigyelhető. Egyre több boltot ér el, így egyre kisebb eséllyel lesz arra kényszerítve, hogy csak egy bolttól kelljen vásárolnia. Az összes bolt esetén az ország egy kicsivel több mint a fele térbeli monopóliumban él, ha sétálnia kellene. Kerékpárral az arány 40% alá süllyed, és gépkocsi esetén 28%, illetve 20% körül van.

Közép-Magyarországon kiemelkedően magas a boltok száma, köszönhetően annak, hogy az ország központi régiója, ezért a térbeli monopóliumban lévők aránya jelentősen elmarad az országostól. A 300 méteren belüli csoport esetén 40% alatt van az arány, és ne felejtsük el, hogy ebbe a felsorolásba csak azok a boltok tartoznak, amik jelentős áruházláncokhoz tartoznak, így a valóságban még ennél is kisebb lehet. A 3000 méteres csoport esetén 4% alá csökken, amire már egyértelműen azt mondhatjuk, hogy erős a boltok közötti verseny. Dél-Alföld régióban is az átlag alatt vannak az értékek. Itt az 500 méteres csoportnál 35% körül, míg az 1000 méteres csoportnál 23% alatt és a 3000 méteres csoportnál 16% körül. Így Dél-Alföld mindegyik csoport szerint a második helyen áll, aszerint hogy a legkisebb a térbeli monopóliumok aránya, pedig ezt inkább egy nyugati régiótól várnánk el. Lehet hogy itt a kisebb boltszám mellett egyenletesebben oszlanak el. Kelet- és Nyugat-Magyarországon a táblázat alapján nincs olyan nagy különbség. Az adatok azt mutatják, hogy Észak-Magyarországon a legrosszabb a helyzet, de ez akár egyenlőtlenebb népsűrűségre is utalhat.

4.4. táblázat. Lakosság hány százaléka található térbeli monopóliumban a közepes bolt csoportja szerint (2012)

Régió	300m<	500m<	1000m<	3000m<
Nyugat-Dunántúl	48,83%	33,26%	19,87%	11,20%
Közép-Dunántúl	46,87%	30,68%	14,25%	5,36%
Dél-Dunántúl	45,22%	28,49%	13,55%	7,86%
Közép-Magyarország	53,14%	37,39%	18,57%	4,26%
Dél-Alföld	49,19%	35,12%	22,36%	12,75%
Észak-Alföld	47,59%	36,97%	26,78%	14,21%
Észak-Magyarország	49,94%	39,75%	28,99%	19,23%
Országosan	49,51%	35,32%	20,79%	9,90%

A közepes boltok csoportjában az áruházláncok struktúrájáról azt gondolnánk, hogy a kevesebb boltszám miatt az emberek inkább térbeli monopóliumba lesznek zárva. Ehelyett, ha csak országos átlagokat figyeljük meg (4.4. táblázat), már azok is alacsonyabbak, tehát a nagyobb bevásárlás szempontjából jobb a helyzet. Ez persze nem azt jelenti, hogy a közepes méretű boltok esetén könnyebb lenne a vevők helyzete, itt másról van szó. Az ebbe a csoportba tartozó áruházláncok feltehetőleg úgy helyezkednek el, hogy egy frekventált közlekedési gócpont köré tömörülnek, így ha eljut a vevő az egyik boltba, könnyen átmehet a másikba. Nagyon fontos az eljut megfogalmazás, mert a közepes boltok esetén átlagosan 3,5 km körül van a legközelebbi bolt, ami már feltételezi az autó használatot. Ez azt jelenti, hogy kevesebb vásárló jut el ezekbe a gócpontokba, mert nincs minden lakosnak autója. Továbbá a táblázat utolsó oszlopa arra világít rá, hogy a nyugati országrész már jobban teljesít ezen indikátor alapján. Közép-Magyarország helyzete megváltozik, már inkább azon régiók közé sorolható be, ahol nagyobb a térbeli monopóliumok száma. Itt az összes vállalathoz képest a közepeseket vizsgálva minden csoportban romlik a helyzet. Ez azt sugallja, hogy a vidéki struktúra eltér. A sok kisebb bolt kiesésével földrajzilag egyenletesebben helyezkedik el a többi bolt. Másrészt annyira nem rossz a helyzet, mert Közép-Magyarország esetén a legközelebbi boltok 1,3 km-re találhatók, ami sokkal több fogyasztónak jelenti az egyszerűbb megközelíthetőséget.

Az, hogy a térbeli monopóliumok, hogyan oszlanak el az áruházláncok között régió és megközelíthetőség szerint, az a 4.4. és a 4.5. ábrán látható. Ha az összes bolt csoportját tekintjük, akkor igen meglepő eredményt kapunk. A Coop több, mint a fogyasztók felének a legközelebbi lokális monopólium. A CBA is még jelentős szerepet tölt be, egy millió feletti fogyasztó a potenciális kereslete. Közép-Magyarország kivételével ez az arány drasztikusan magas. Ennek megfelelően nem meglepő, hogy a legnagyobb mértékű térbeli monopóliumnak a Coop számít.

Közepes boltok esetén változik az összkép. Spar válik a legközelebbi lokális monopóliummá a fogyasztóknál, amit szorosan követ a Coop. Amelyik régióban az egyik dominál, ott kevésbé a másik. A Match és a Penny jelenléte is még említésre méltó. Ennek megfelelően a térbeli monopóliumokért a már említett Spar és Coop a felelős. Az 1000 méteres csoportnál igazán erős csak a Coop marad, de Dél-Dunántúlon és Közép-Magyarországon még így is a Spar a domináns. A Coop országosan a lakosság 10%-a számára térbeli monopólium, ennek bázisát az ország keleti részeiben található boltok adják.

4.5. Összegzés

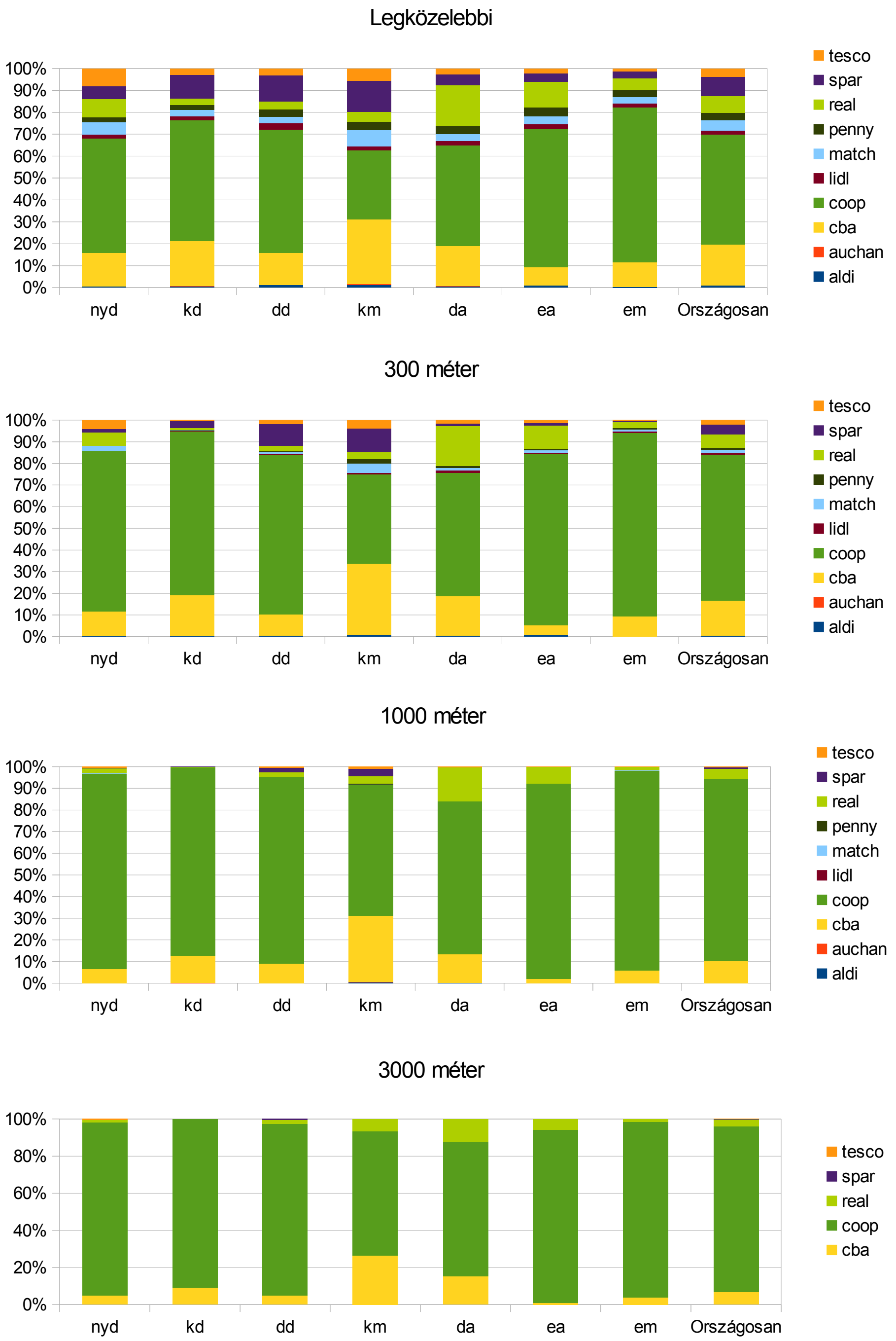
Az eredmények azt mutatják, hogy a magyar adatokon kimutatható egy erős koncentráció, ami régiós szinten eltérő. A fogyasztók azon csoportjában, akik 3000 métert is hajlandóak megtenni, az összes boltra nézve több mint másfél millió lakos, míg a közepes boltokra nézve 0,7 millió van térbeli monopóliumba bezárva. Ezen vásárlók nagy része vidéki. A már korábban említett város-vidék struktúra különbségére vezethető vissza, vagyis a periféria területeken elszórtan csak egy-

egy bolt található. Feltehetőleg a vidéki helyzet a kisebb vásárlóerőben keresendő, mivel csak kevés számú boltnak biztosít megélhetést, így a verseny sem lesz olyan kiélezett. Az eredmények alapján a Coop hálózat egyértelműen domináns szerepet tölt be a magyar piacon, valamint még a Spar áruházlánc emelhető ki.

Stedler (2012) végzett egyedül hasonló statisztikai adatelemzést a témában, ezért az eredményeket csak ezzel tudjuk összevetni. A holland adatok részben hasonlítanak a hazai eredményekre. A térbeli monopóliumok aránya 47% körül volt a 300 méteres csoportban, ami csak néhány százalékponttal kisebb a hazai értéknél. Ugyanez az 500 méteres csoport esetén 32%, míg az 1000 méteres csoport esetén 15% körül van. Ezek már jóval alacsonyabbak a hazai értékeknél, főként az utolsó csoport. Ezeknél az adatoknál érdemes figyelembe venni, hogy Hollandiában magasabb a népsűrűség.

Mint ahogy a fejezet elején jeleztük, nem tudunk egyértelmű választ adni arra, hogy Magyarországon szükség van-e szabályozásra. Az adatok alapján látható, hogy térbeli koncentráció van, viszont az, hogy ezzel vissza is élnek nem tudtuk vizsgálni, mert ehhez több adatra (pl. termékárak) lett volna szükség, amik nem álltak rendelkezésre. Mindezek ellenére a szabályozónak érdemes lehet odafigyelnie több dologra az áruházláncokkal kapcsolatban. Egyrészt az áruházláncok új boltjainak megnyitásához szükséges engedélyeztetésekor mérlegelni kellene, hogy milyen szintű térbeli koncentrációval jár, természetesen figyelembe véve a lakosok tranzakciós költségeit is. Ezzel meg lehetne akadályozni, hogy egy áruházláncnak túl sok boltja egymás mellé települjön. Másrészt lehetne ösztönözni vagy támogatni más áruházláncokat, hogy megjelenjenek egy adott területen, ahol túl nagy egy másik áruházlánc térbeli koncentrációja. Ez hozzájárulhatna országos szinten a koncentráció mérséklődéséhez.

4.4. ábra. A térbeli monopóliumok megoszlása az áruházláncok között régió és megközelíthetőség szerint az összes boltok csoportjában (2012)



4.5. ábra. A térbeli monopóliumok megoszlása az áruházláncok között régió és megközelíthetőség szerint a közepes boltok csoportjában (2012)

5. fejezet

Szimultán Hotelling modell Cobb-Douglas hasznossági függvénnyel

A Hotelling modell keretrendszere napjainkban is igen sikeres, ennek ellenére van néhány kétséges feltevése, sőt az egyensúly létezése sem garantált minden esetben. Emiatt egy Cobb-Douglas hasznossági függvényt vezetünk be, ami a fogyasztóknak egy folytonos és elasztikus egyéni keresleti függvényt eredményez, valamint új mechanizmusokat hoz a modellbe. Egyrészt a jövedelem változója játssza a rezervációs ár szerepét, korlátozza az árakat. Másrészt a közömbös fogyasztó elhelyezkedését befolyásolja a jövedelem és az áraknak egy sokkal jelentősebb hatása van rá. Mindezek ellenére az új modell lényegében nem tér el a korábbi eredményektől. Ha a jövedelem és a szállítási költség aránya magas, akkor a piac közepén lévő Bertrand verseny az egyetlen egyensúly. Ha túl alacsony, akkor a vállalatok monopóliumként viselkedhetnek. Emellett a két lehetőség mellett van még egy harmadik is, ahol a vállalatok egymással versenyeznek, de elég piaci erejük van az árakat a határköltség felett tartani.

5.1. Bevezetés

Hotelling modellje (1929) egy fontos állomása volt a térbeli gazdaságtan fejlődésének, noha fő célja a verseny stabilitásának elemzése volt. Kibővítette a Bertrand versenyt egy új típusú változóval, a vállalatok elhelyezkedésével. Ez egy horizontális differenciáláson alapuló modell, ahol az árak és elhelyezkedések szekvenciálisan kerülnek meghatározásra. Ennek eredményeként végül mindkét vállalat a piac közepén fog elhelyezkedni. Annak ellenére hogy az eredmények igen plauzibilisek, d'Aspremont és társai (1979) megmutatták, hogy nincs tiszta Nash egyensúly a modellben, ha a két vállalat nincs a piac közepén, de egymáshoz túl közel vannak. Más szavakkal, nem ösztönzi őket semmi arra, hogy a boltok térben a piac központja felé törekedjenek ezen körülmények között.

Az eredeti Hotelling modell azt feltételezte, hogy az áraknak nincs korlátja, azaz minden fogyasztó a piacon hajlandó bármekkora összeget fizetni egy egység termékért. Lerner és Singer már 1937-ben megjegyezték, hogy az áraknak kellene, hogy legyen egy felső határa, amivel a modell realisztikusabb lehetne, mert különben a fogyasztók kiadásainak nincs korlátja. Emellett szimultán ármeghatározást és elhelyezkedést feltételeztek és így vizsgálták az eredeti Hotelling modellt. Később Smithies (1941) elasztikus keresletet javasolt, mert ahogy a vállalatok a piac közepe felé haladnak, úgy veszthetnek el fogyasztókat a piac szélein. Ezért egy lineáris keresleti függvény került bevezetésre és a vállalatok viselkedését négy különböző stratégia mellett vizsgálta. Salop (1979) egy külső jószágot feltételezett a híres körmodelljében, ahol a keresletben egy véges rezervációs ár jelent meg. Economides (1984) a Hotelling modellt eléggé alacsony árak feltevésével egészítette ki és azt találta, hogy ebben az esetben a vállalatok lokális monopóliumként viselkednek. Eltávolodnak egymástól és monopolista árakat határoznak meg oly módon, hogy egymást ne zavarják. Ez összhangban van Böckem (1994) eredményeivel kvadratikus szállítási költségek mellett. Hinloopen és Marrewijk (1999) megmutatták, hogy egy harmadik eset is létezik a rezervációs ár [1] köztes értékeire Hotelling és Economides eredményei mellett. Ez egy tiszta Nash egyensúly, ahol a vállalatok egymással versenyeznek és a teljes piacot kiszolgálják. Woeckner (2002) azt találta, hogy a vállalatok optimális elhelyezkedése biztosítja a szociális jóléti maximumot, ha a szállítási költségek kvadratikusak és a rezervációs árak homogének a térben. A korábbi modellek egzogén rezervációs árra épültek, azonban Lijesen (2013) endogén rezervációs árat alkalmazott egy harmadik bolt, pontosabban egy webáruház bevezetésével.

A fejezet újdonsága az, hogy egy Cobb-Douglas hasznosságfüggvényt integrál a Hotelling keretrendszerbe és megvizsgálja az eredményeket ezen körülmények között. Az egyéni kereslet folytonos és elasztikus lesz, azaz a fogyasztók bármek-

[1] A köztes differenciálás alatt olyan differenciálást értünk, ami a szélek és a központ között valósul meg. Azonban Hinloopen és Marrewijk eredetileg arra az esetre használta, amikor a vállalatok a kvartiliseken helyezkedtek el.

kora mennyiséget választhatnak a termékből, nemcsak egyet vagy semennyit. Továbbá a jövedelem rezervációs árként viselkedik, korlátozza a maximális lehetséges árat. Másfelől új mechanizmus jelenik meg, a háztartások elkölthető jövedelme nem azonos különböző helyeken.

A fejezetben bemutatott modell a Dixit-Stiglitz keretrendszer elemeit használja és integrálja a Hotelling modell megközelítésébe. Két vállalat szimultán dönt az árakról és elhelyezkedésről és a kezelhetőség érdekében egy egyszerű haszonkulcs alapú árazás kerül bevezetésre –noha ez a feltétel realisztikus is lehet néhány esetben. A modell interpretálható, úgy mint két hasonló méretű szupermarket, ami hasonló termékkörrel kereskedik. Mindkét bolt próbálja a termékek legszélesebb választékát nyújtani, ezért hasonló termékeket kínálnak, így a beszerzési költségeik is hasonlók lehetnek. Következésképp egy racionális fogyasztó azonos árakat feltételezve a közelebbi boltot választja.

A modell Peng és Tabuchi (2007) cikkére építkezik, akik egy endogén termékválasztékkal rendelkező modellt mutattak be. A vállalatok döntéshozatala nemcsak az áraktól és elhelyezkedésektől függ, de a termékválasztéktól is. A kezelhetőség kedvéért az árak rögzítettek. A fogyasztóknak kvázilineáris hasznosságfüggvényük van, azért hogy mindig egy egységet költsenek az összetett jószágra – feltéve hogy a jövedelmük elégséges ehhez – és a többit egy másikra. Köszönhetően a hasznossági függvény alakjának, a jövedelem nem jelenik meg a közömbös fogyasztó képletében, így ez a paraméter nem játszik szerepet ebben a modellben.

Az itt bemutatott modell analitikusan hasonlít két új gazdaságföldrajzi modellre. Henkel és szerzőtársai (2009) a koalíciók szerepét vizsgálták, míg Tabuchi (2009) egy városfejlődési modellt mutatott be, amiben a Christaller-Lösch elmélet alapján létrejövő hexagonális térszerkezet alakul ki.

Először az alapmodellt mutatjuk be: közömbös fogyasztó, profit függvény és a profit maximalizálás feltételei. A következő részben a profit maximalizálásról lesz szó és ennek következményeiről. Végül az utolsó rész összegzést ad.

5.2. Modell

Tegyük fel, hogy egy egységnyi hosszúságú térben vagy városban két vállalat működik. A fogyasztók egyenletesen helyezkednek el és legfeljebb csak az egyik üzletben vásárolnak. A hasznossági függvényük Cobb-Douglas típusú, ahol az egyik jószág egy kompozit termék, amit egy CES függvény $\sigma > 1$ paraméterrel ír le.

$$U(x) = Q(x)^{\gamma} S(x)^{1-\gamma}, \quad \text{ahol} \quad Q(x) = \left(\int_0^{v_R} q(v,x)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \mathrm{d}v \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \tag{5.1}$$

Az x helyen élő fogyasztó az R. vállalattól vásárol, aki v_R termékváltozatot értékesít. Az x pontbeli fogyasztó $q(v,x)$ mennyiséget fogyaszt a v. termékből és $Q(x)$ mennyiséget a kompozit jószágból. Emellett még fogyaszt $S(x)$ mennyiséget egy másik jószágból, amihez nem kapcsolódik szállítási költség. Ezt nevezhetjük megtakarításnak és az ára P_S, egzogén. Ekkor felhasználva a $P_R = (\int_0^{v_R} p_r(v)^{1-\sigma} \mathrm{d}v)^{\frac{1}{1-\sigma}}$ árindexet és τ szállítási költséget, akkor az elkölthető jövedelem a következőképp írható fel

$$Y(x) = P_R Q(x) + P_S S(x) = y - \tau |x_R - x|. \tag{5.2}$$

Az y paraméter a fogyasztó jövedelme vagy vagyona, valamint az analitikus kezelhetőség érdekében a távolságot abszolút érték függvénnyel számoljuk. Így szokásos módon az elkölthető jövedelem megegyezik a költségvetési korláttal, valamint felírható a jövedelem és a szállítási költség különbségeként is. A kereslet (3.4)-hez hasonlóan

$$q(v,x) = \frac{p_R(v)^{-\sigma}}{P_R^{1-\sigma}} \gamma Y(x). \tag{5.3}$$

Az indirekt hasznossági függvény a (3.6)-tal analóg módon

$$V(P_R, P_S, x) = \gamma^{\gamma} (1-\gamma)^{1-\gamma} P_R^{-\gamma} P_S^{\gamma-1} Y(x). \tag{5.4}$$

Két vállalat van, A és B, továbbá az általánosság megsértése nélkül élhetünk azzal, hogy $x_A \leq x_B$. Egymással versenyeznek, maximalizálják a profitjukat és feltesszük, hogy a termékválaszték egzogén.

Henkel és szerzőtársai (2000) modelljéhez hasonlóan a hasznosságfüggvény Cobb-Douglas típusú.[2] Ez a szokásostól eltérő összefüggéseket eredményez, és a jövedelem változója is szerves részévé válik a modellnek. A költségvetési egyenes tartalmazza a szállítási költséget, ezzel nyer értelmet a vagyon és az elkölthető jövedelem fogalma. Továbbá a modellben nem rögzítettek az árak, viszont a ke-

[2] Peng és Tabuchi (2007) modelljében a jövedelem problémát egy kvázilineáris alakkal egyszerűsítették, hogy ezzel a fogyasztók fixen egy egységet költsenek a kompozit termékre. Habár ez az átalakítás sem volt elegendő, hogy megkerüljék a problémát, ezért újabb feltevéssel éltek. Minden fogyasztónak elégséges vagyona van ahhoz, hogy maradjon egy egységnyi elkölthető jövedelme a kompozit termékre.

zelhetőség érdekében szükség volt egy újabb megkötésre –ami szintén újdonság a modellben. A vállalatok egy haszonkulcs alapú árazást használnak, és mivel ugyanazokat a termékeket értékesítik, így ugyanolyan költségekkel szembesülnek.

5.2.1. Közömbös fogyasztó

Legyen $\tilde{x}$ a közömbös fogyasztó elhelyezkedése, akinek indifferens, hogy A vagy B vállalattól vásárol, azaz $V(P_A, P_S, \tilde{x}) = V(P_B, P_S, \tilde{x})$. Ekkor

$$\tilde{x} = \begin{cases} -\frac{y}{\tau} + \frac{P_A^{-\gamma}x_A - P_B^{-\gamma}x_B}{P_A^{-\gamma} - P_B^{-\gamma}} & \text{ha } \tilde{x} < x_A < x_B \\ \frac{P_A^{-\gamma} - P_B^{-\gamma}}{P_A^{-\gamma} + P_B^{-\gamma}}\frac{y}{\tau} + \frac{P_A^{-\gamma}x_A + P_B^{-\gamma}x_B}{P_A^{-\gamma} + P_B^{-\gamma}} & \text{ha } x_A \leq \tilde{x} \leq x_B \\ \frac{y}{\tau} + \frac{P_A^{-\gamma}x_A - P_B^{-\gamma}x_B}{P_A^{-\gamma} - P_B^{-\gamma}} & \text{ha } x_A < x_B < \tilde{x}. \end{cases} \tag{5.5}$$

A képletben megjelenik a vagyon paramétere, ami szintén befolyásolja a közömbös fogyasztó elhelyezkedését. Ha az árak megegyeznek, akkor a közömbös fogyasztó a megszokott módon a boltok között, a felezőpontnál helyezkedik el.

A (5.5) második része jelenti azt, hogy a közömbös fogyasztó a két vállalat között található. Ha a két vállalat árindexei nem egyeznek meg, például A-nak alacsonyabb árai vannak, akkor a közömbös fogyasztó messzebb kerül és többet akarnak A vállalattól vásárolni. Ennek oka nemcsak a kedvezőbb árban keresendő (második tag), hanem a jövedelmi csatornák is (első tag) hozzájárulnak ehhez. Ha a fogyasztó kap némi extra jövedelmet, akkor ebből a pénzből többet tud vásárolni a preferált boltban, mint a másikban. Ezért az árbeli előny jelentősen erősebb. A (5.5) második részének a deriváltjai a következők[3]

$$\tilde{x}'(x_A) = \frac{P_A^{-\gamma}}{P_A^{-\gamma} + P_B^{-\gamma}}, \tag{5.6}$$

$$\tilde{x}'(x_B) = \frac{P_B^{-\gamma}}{P_A^{-\gamma} + P_B^{-\gamma}}, \tag{5.7}$$

$$\tilde{x}'(P_A) = \gamma\left(-\frac{2y}{\tau} + x_B - x_A\right)\frac{P_A^{-\gamma-1}P_B^{-\gamma}}{(P_A^{-\gamma} + P_B^{-\gamma})^2}, \tag{5.8}$$

$$\tilde{x}'(P_B) = -\gamma\left(-\frac{2y}{\tau} + x_B - x_A\right)\frac{P_A^{-\gamma}P_B^{-\gamma-1}}{(P_A^{-\gamma} + P_B^{-\gamma})^2}. \tag{5.9}$$

[3] A következő jelölést használom: $\tilde{x}'(u) = \frac{\partial \tilde{x}}{\partial u}$

Az elhelyezkedés szerinti parciális deriváltak nagyobbak nullánál pozitív árakat feltételezve. Minél közelebb költözik egy bolt a középponthoz, annál közelebb kerül a közömbös fogyasztó a másik bolthoz, ami magasabb potenciális keresletet biztosít neki, azaz annál több vásárló éri el. Az ár szerinti parciális deriváltnak negatívnak kell lennie A vállalat számára és pozitívnak B részére, azaz $\frac{x_B - x_A}{2} < \frac{y}{\tau}$. Így minél magasabb ára van egy vállalatnak, annál közelebb van hozzá a közömbös fogyasztó.

A közömbös fogyasztó nem a két bolt között helyezkedik el, ha az áraik jelentősen eltérnek egymástól, ami az (5.5) első és harmadik részében áll fenn. Például ha az A vállalat ára jelentősen olcsóbb B-nél, akkor megtörténhet, hogy a közömbös fogyasztó a B vállalaton túl helyezkedik el, azaz $x_B < \tilde{x}$.

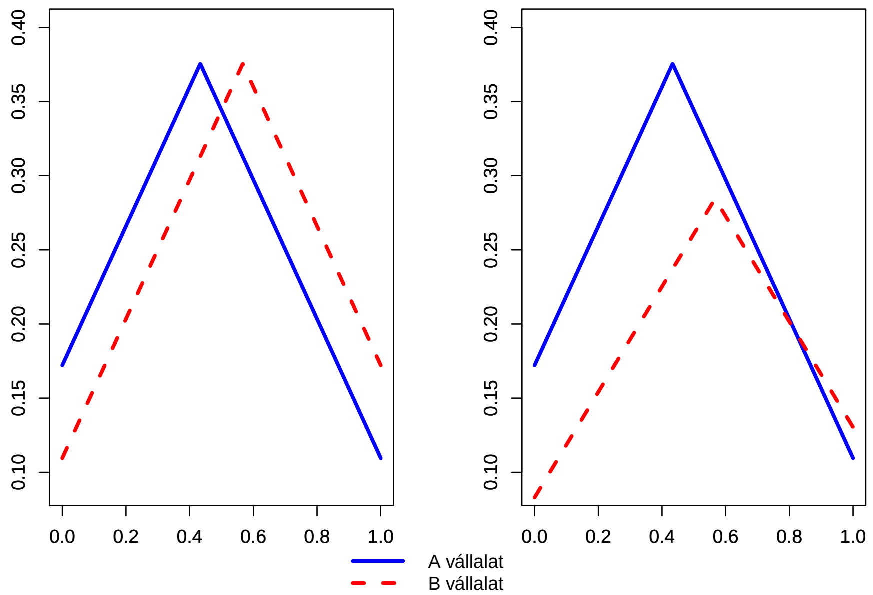
Az 5.1. ábra mutatja a fogyasztók hasznosságát a képzeletbeli városban, ha A és B vállalatnál vásárolnak. Ez alapján meghatározható, hogy egy fogyasztó ott vásárol, ahol magasabb a hasznossága. Egy bolttal azonos helyen élő lakos nagyobb hasznossághoz jut, mivel a szállítási költség alacsonyabb. Ezért a hasznosságok maximuma a boltok elhelyezkedésénél van. A két görbe metszéspontja határozza meg a közömbös fogyasztó elhelyezkedését. A bal oldali panelon a közömbös fogyasztó A és B bolt között helyezkedik el, mint a (5.5) második tagjában.

Ha az árak különbözőek, akkor a görbék meredeksége nem kell, hogy megegyezzen, ahogy a jobb oldali panel is mutatja. Ennek köszönhetően a modellnek van egy érdekes tulajdonsága. Ha A vállalat árban aláígér B vállalatnak, azaz $x_B < \tilde{x}$, akkor B nem veszti el az összes fogyasztóját, ha az aláígérés nem olyan agresszív. Vannak fogyasztók, akik B vállalattól vásárolnak, mert A túl messze van nekik ezen az alacsony áron is, vagyis arányaiban túl magas a szállítási költség.

5.2.2. Profit

Egy adott bolt bevétele azokból a potenciális vásárlókból áll, akik az adott boltot választják és ki tudják fizetni a szállítási költséget. Feltesszük a fogyasztók a bolt összes termékváltozatából vásárolnak, valamint minden terméknek van egy fix költsége. A lakosok térbeli eloszlása homogén, egy pontban csak egy lakos él. A vállalatok haszonkulcs alapú árazást alkalmaznak, mint ahogy Grant és Quiggin (1994) tanulmányában szerepel, $c_R(v) = \rho_R(v)p_R(v)$, ahol ρ a haszonkulcs. Az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy csak egy haszonkulcs van ($\rho_R(v) = \rho_R$) boltonként, mert a vállalatok nem tesznek különbséget vagy diszkriminálnak termékek és vásárlói csoportok között. Ezért a vállalatoknak ár szerint egy döntési

5.1. ábra. Fogyasztók hasznossága a képzeletbeli városban, ha A vagy B vállalatnál vásárolnak azonos (bal oldal) és eltérő árak (jobb oldal) feltevése mellett



változója van. A költség árindexe $C_R = (\int_0^v c_R(v)^{1-\sigma}\mathrm{d}v)^{\frac{1}{1-\sigma}}$ és így a kapcsolat az ár- és költségindex között $P_R = \frac{C_R}{\rho_R}$.

Továbbá feltételezzük hogy mindkét vállalat azonos termékszerkezettel rendelkezik, $c = C_A = C_B$ és $v_A = v_B$, így a két vállalat nem versenyez a termékválasztékban. Azonos méretű vállalatok a javak azonos spektrumát kínálják, ezzel csökkentve a másik vállalat versenyelőnyét. A profit függvényt átírhatjuk ezekkel a jelölésekkel, majd felhasználva a függelék eredményeit, ahol l a legbaloldalibb és r a legjobboldalibb fogyasztója a vállalatnak:

$$\pi_R = \gamma(1 - \frac{c}{P_R})\left(y(r-l) + \tau x_R(r+l) - \frac{\tau}{2}(l^2 + r^2) - \tau x_R^2\right). \tag{5.10}$$

A profitfüggvény meghatározásához l és r változót kell kifejezni, amihez (5.2)-t használjuk fel. Pozitív elkölthető jövedelmet feltételezve meghatározhatjuk az első fogyasztót az R. vállalat jobb és bal oldalán, aki a magas szállítási költségek miatt nem tud vásárolni a vállalattól

$$x_R^l = x_R - \frac{y}{\tau}, \tag{5.11}$$

$$x_R^r = x_R + \frac{y}{\tau}. \quad (5.12)$$

A (5.11)-nek és (5.12)-nek fontos következményei vannak. Az R. vállalat csak egy $\frac{y}{\tau}$ sugarú körben éri el a fogyasztókat, mert $x_R^r - x_R^l = 2\frac{y}{\tau}$. Ez tehát a vállalatok potenciális kereslete. Ennek mértéke szerint a modellt négy különböző esetre tudjuk bontani a jövedelem és a szállítási költség arányának a függvényében.

Ha az arány elég alacsony, akkor a két vállalat úgy tud elhelyezkedni, hogy az általuk kiszolgált piacok nem fedik egymást, nem versenyeznek és lokális monopóliumként viselkedhetnek. Analitikusan ez azt jelenti, hogy a képzeletbeli város teljes hossza nagyobb mint a két vállalat együttes potenciális kereslete, $4\frac{y}{\tau} \leq 1$, ami azt eredményezi hogy $0 < \frac{y}{\tau} \leq \frac{1}{4}$. A második esetben a vállalatok potenciális kereslete olyan nagy, hogy keresztezik egymást, ha a hátországot is kiszolgálják, azonban egyedül nem tudják a teljes piacot lefedni. Ezért $2\frac{y}{\tau} < 1$, együtt pedig $\frac{1}{4} < \frac{y}{\tau} < \frac{1}{2}$ és versenyezhetnek. A harmadik eset $\frac{1}{2} \leq \frac{y}{\tau} < 1$, amikor a vállalatok a teljes piacot ki tudják szolgálni, de nem minden pontban. Nyilvánvalóan az utolsó eset $\frac{y}{\tau} \leq 1$, akkor van a legnagyobb verseny, mindkét vállalat képes kiszolgálni a teljes piac minden pontját.

A második esetben három különböző elrendezés képzelhető el, hogy a vállalatok hogyan fedik le a piacot. Például A vállalatra $l = 0$ és $r = \tilde{x}$; $l = 0$ és $r = x_R^r$; $l = x_R^l$ és $r = \tilde{x}$.[4] A legtermészetesebb elrendezés az első, amikor a vállalatok a piac első és második felét külön-külön szolgálják ki. A másik két esetben arról van szó, hogy megtörténhet, hogy kihagynak néhány fogyasztót a nagyobb profit reményében. Ezért a vállalatok nem versenyeznek és nem érik el a piac közepét vagy néhány vásárlót kihagynak a hátországokban, azaz a város szélein.

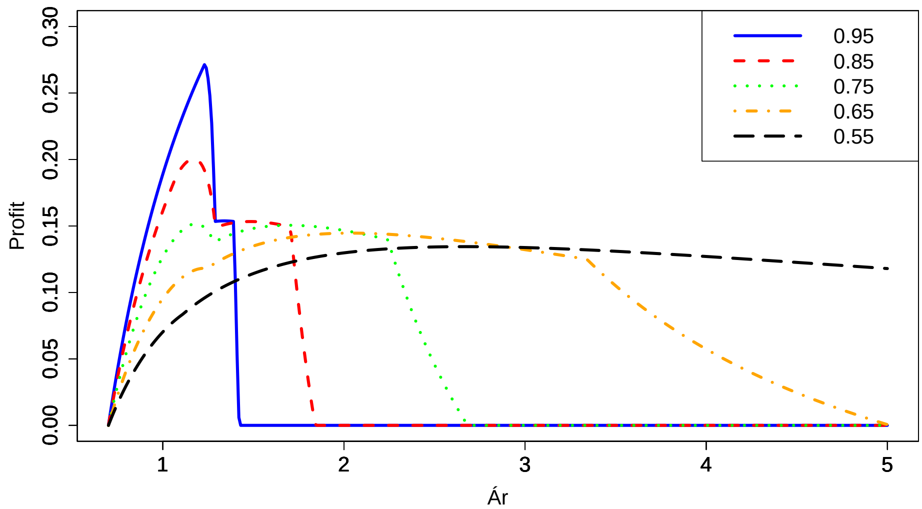
A versenyzői esetekben a profit egy nem jól viselkedő függvény, abból kifolyólag hogy a közömbös fogyasztó elhelyezkedését egy nem folytonosan differenciálható függvény írja le. Ezért hogy elkerüljük Hotelling által elkövetett hibát, az egyensúlyi pontokat meg kell vizsgálni, hogy nem csak lokális optimumok, hanem globálisak is. Például megéri monopóliumként viselkedni függetlenül a versenytárstól vagy aláígérni árakban a másiknak, mint ahogy már d'Aspremont és szerzőtársai (1979) rámutattak. A 5.2 ábra mutatja A vállalat profit függvényét különböző jövedelem és szállítási költség arányok mellett. A legalacsonyabb arány (0,55) egy jól viselkedő profit függvényt ábrázol, a globális maximum egy Nash egyensúly. Ahogy az arány emelkedik úgy a különbség egyre nyilvánvalóbbá vá-

[4] A $l = x_R^l$ és $r = x_R^r$ elrendezés nem lehetséges, mivel az azt jelentené hogy $\frac{y}{\tau} < \frac{1}{4}$.

lik a versenyzői Nash egyensúly és az árakban aláígérő megoldás között. Egy új lokális maximum jelenik meg és a két legnagyobb arány esetében (0,85 és 0,95) láthatóan magasabb is. Így a versenyzői egyensúlynak alá lehet ígérni, amivel több profitra lehet szert tenni. A megoldás nem optimális, az egyik vállalat jelentősen alacsonyabb árat fog kínálni a másiknál. Ezért a másik vállalatnak szintén árat kell csökkentenie, hogy ne vessze el minden nyereségét. Ezután újra versenyeznek, és újra árat kezdenek emelni, hogy elérjék a Nash egyensúlyt. Végül az aláígérés lehetősége újra megjelenik, és a folyamat elölről kezdődik.

Ahogy a második legnagyobb arányhoz (0,85) tartozó görbe is jól mutatja, a profit függvényeknek öt különböző része lehet attól függően, hogy milyen a jövedelem és szállítási költség arány. A görbe második és a harmadik szakasza az, ahol a lokális maximumok vannak. Az első szakaszt, balra az aláígérés maximumától az a tény befolyásolja, hogy a közömbös fogyasztó elhelyezkedése a képlet szerint a városon kívül is lehet, azaz nagyobb, mint egy. Azonban a profit függvényben a kínálat csak a város széléig terjedhet, azaz az értéke legfeljebb csak egy lehet, mivel a képzeletbeli város egységnyi hosszúságú. A negyedik szakasz az, amikor a másik vállalat elkezd aláígérni és az utolsó szakasz a nulla profit a teljes piac elvesztése miatt.

5.2. ábra. Profit függvények különböző jövedelem és szállítási költség arányok mellett ($\tau = 1$, $\gamma = 0,9$ és $c = 0,7$, B vállalat árai rögzítettek)



5.3. Profit maximalizálás

5.3.1. Lokális monopóliumok ($0 < \frac{y}{\tau} \leq \frac{1}{4}$)

Lokális monopóliumok esetén a profit függvény könnyen kiszámolható felhasználva $l = x_R - \frac{y}{\tau}$ és $r = x_R + \frac{y}{\tau}$ azonosságokat. Mint ahogy Economides (1984) megmutatta, a lokális monopóliumok profitja független az elhelyezkedésüktől, mert olyan messze helyezkednek el egymástól, hogy ne kelljen versenyezniük.

$$\pi_R = \gamma \left(1 - \frac{c}{P_R}\right) \frac{y^2}{\tau} \to \gamma \frac{y^2}{\tau}. \tag{5.13}$$

Ekkor az árak a végtelenhez tartanak, így ebben az értelemben a modell nem biztosít egyensúlyi árakat. Ennek ellenére a profit egy rögzített szinthez konvergál. A monopóliumok megpróbálják a teljes összeget megszerezni, amit az elkölthető jövedelemből az összetett jószágra fordítottak. Be lehet vezetni (pl. maximális árat) vagy feloldani (pl. termék oszthatósága) feltevéseket az árak korlátozására, de ennek a fejezetnek nem ez a célja. Az egyensúlyi elhelyezkedéseket nem lehet pontosan meghatározni, mert minden olyan elhelyezkedés optimális, ahol a vállalatok elkülönült piacokon szolgálják ki a vásárlókat.

5.3.2. Köztes differenciálás ($\frac{1}{4} < \frac{y}{\tau} < 1$)

Először röviden bemutatjuk, hogy a vállalatok nem hagynak ki senkit sem a látókörükből, ha $\frac{1}{4} < \frac{y}{\tau} < \frac{1}{2}$. Nem választanak olyan helyet, ami túl közel van a szélekhez vagy a középponthoz, mert nem akarnak lehetséges vásárlókat veszíteni, főként a hátországi lakosokat, akik tipikusan őket választják.

Másodszor a profit maximalizálás ugyanaz a $\frac{1}{4} < \frac{y}{\tau} < \frac{1}{2}$ és $\frac{1}{2} < \frac{y}{\tau} < 1$ intervallumokon, és ezért a megoldási módszer is. Ennek az egybeesésnek az az oka, hogy a vállalatok az elhelyezkedésüket mindkét esetben a szélek és a közömbös fogyasztó között optimalizálják.

Meg kell jegyezni a következő számításokhoz, hogy a feltételek szimmetrikus rendszere szimmetrikus vállalatokat eredményez. Be lehet látni, hogy a vállalatok profit függvényei megegyeznek azonos helyzetekben. Ezt azt jelenti, hogy A vállalat profit függvénye, feltéve hogy B vállalatnak egy rögzített $\overline{P}$ ára van és $1 - \overline{x}$ elhelyezkedése, megegyezik a B vállalat profit függvényével, ha A vállalatnak rögzített $\overline{P}$ ára van és $\overline{x}$ elhelyezkedése.

$$\pi_A(P, \overline{P}, x, 1-\overline{x}) = \pi_B(\overline{P}, P, \overline{x}, 1-x). \tag{5.14}$$

Tehát a szimmetrikus vállalati célok is azt sugallják, hogy más modellekhez hasonlóan szimmetrikus eredmények lesznek. Ha az egyik vállalat egy ár vagy elhelyezkedési döntést hoz és a másik vállalat nem választja ennek a szimmetrikus párját, akkor egyiküknek alacsonyabb profitja lesz. Az alacsonyabb profit arra ösztönzi az alacsonyabb profitú vállalatot, hogy elérje azt a szintet, mint a másik. Ez a vállalat választhat egy másik árat vagy elhelyezkedést vagy akár mindkettőt, és persze meg van a lehetőség, hogy lemásolja a másik vállalat tevékenységét, mert hasonlóak. Ezért megsejtjük, hogy az eredmények szimmetrikusak és emiatt csak A vállalat viselkedésére fókuszálunk.

Verseny hátország nélkül ($\frac{1}{4} < \frac{y}{\tau} < \frac{1}{2}$)

Először tegyük fel azt, hogy az A vállalat nem akarja kiszolgálni a teljes hátországot, azaz $l = x_A - \frac{y}{\tau} > 0$ és $r = \tilde{x}$. A profit függvény a következő

$$\pi_A = \gamma\left(1 - \frac{c}{P_A}\right)[(\tau x_A + y)\tilde{x} - \frac{\tau\tilde{x}^2}{2} - yx_A - \frac{\tau}{2}x_A^2 + \frac{y^2}{2\tau}]. \tag{5.15}$$

Szimmetrikus vállalati döntéseket feltételezünk az árakra ($P_A = P_B$) és elhelyezkedésekre ($x_A = 1 - x_B$). Egyszerűen kiszámolható az A vállalat elhelyezkedése (5.6) alapján

$$x_A = \frac{1}{2} - \frac{y}{\tau}. \tag{5.16}$$

A vállalat próbál a lehető legtávolabb lenni a város közepétől. Azonban $l = x_A - \frac{y}{\tau} = \frac{1}{2} - 2\frac{y}{\tau} < 0$ ellentmondás.

Nincs verseny ($\frac{1}{4} < \frac{y}{\tau} < \frac{1}{2}$)

A másik elrendezés, amikor a vállalatok nem versenyeznek egymással, hasonló módon látható be. Legyen $l = 0$ és $r = x_A + \frac{y}{\tau} < \frac{1}{2}$. A profit függvény a következő

$$\pi_A = \gamma\left(1 - \frac{c}{P_A}\right)\left(\frac{y^2}{2\tau} + yx_A - \frac{\tau}{2}x_A^2\right). \tag{5.17}$$

Az A vállalat optimális elhelyezkedése

$$x_A = \frac{y}{\tau}. \tag{5.18}$$

A vállalat próbál eltávolodni a lehető legjobban a város bal oldalától. Azonban ez is ellentmondás, mivel $r = x_A + \frac{y}{\tau} = 2\frac{y}{\tau} > \frac{1}{2}$.

Verseny hátországgal ($\frac{1}{4} < \frac{y}{\tau} < 1$)

A két előző eredmény alapján a vállalatok egymással versenyeznek és teljes egészében lefedik a hátországaikat abban az esetben, ha $\frac{1}{4} < \frac{y}{\tau} < \frac{1}{2}$ és $\frac{1}{2} < \frac{y}{\tau} < 1$. Ezért a két esetet együtt lehet vizsgálni. Így $l_A = 0$, $r_A = \tilde{x}$, $l_B = \tilde{x}$ és $r_B = 1$.

$$\pi_A = \gamma\left(1 - \frac{c}{P_A}\right)\left((\tau x_A + y)\tilde{x} - \frac{\tau\tilde{x}^2}{2} - \tau x_A^2\right), \tag{5.19}$$

$$\pi_B = \gamma\left(1 - \frac{c}{P_B}\right)\left(y - \frac{\tau}{2} + \tau x_B + (\tau x_B - y)\tilde{x} - \frac{\tau\tilde{x}^2}{2} - \tau x_B^2\right). \tag{5.20}$$

Ahhoz, hogy megtaláljuk a profitmaximumot, az elsőrendű feltételeket kell megvizsgálnunk. Nyilvánvalóan, az egyenletrendszer analitikusan problematikus, ár szerint nem lineáris tagokat tartalmaz. A közömbös fogyasztó képlete sokkal komplexebb, mint más modellekben, ez pedig nehezíti az egyenletrendszer megoldását.

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial x_A} = \gamma(1 - \frac{c}{P_A})(\tau\tilde{x} + (\tau x_A + y)\tilde{x}'(x_A) - \tau\tilde{x}\tilde{x}'(x_A) - 2\tau x_A), \tag{5.21}$$

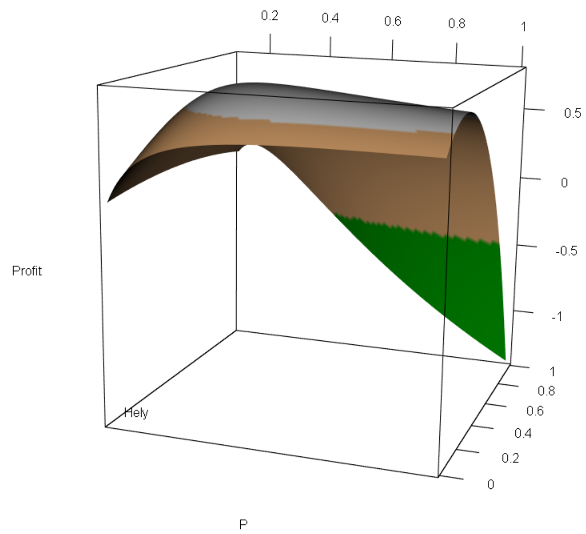
$$\frac{\partial \pi_B}{\partial x_B} = \gamma(1 - \frac{c}{P_B})(\tau + \tau\tilde{x} + (\tau x_B - y)\tilde{x}'(x_B) - \tau\tilde{x}\tilde{x}'(x_B) - 2\tau x_B), \tag{5.22}$$

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial P_A} = \frac{\gamma c}{P_A^2}((\tau x_A + y)\tilde{x} - \frac{\tau\tilde{x}^2}{2} - \tau x_A^2) + \gamma(1 - \frac{c}{P_A})\tilde{x}'(P_A)(\tau x_A + y - \tau\tilde{x}), \tag{5.23}$$

$$\frac{\partial \pi_B}{\partial P_B} = \frac{\gamma c}{P_B^2}(y - \frac{\tau}{2} + \tau x_B + (\tau x_B - y)\tilde{x} - \frac{\tau\tilde{x}^2}{2} - \tau x_B^2) + \gamma(1 - \frac{c}{P_B})\tilde{x}'(P_B)(\tau x_B - y - \tau\tilde{x}). \tag{5.24}$$

Újra a szimmetrikus helyzet az egyensúlyi megoldás. A vállalatok ára meg kell hogy egyezzen, valamint ugyanolyan távol kell elhelyezkedniük a középponttól. Ennek segítségével ki tudjuk számolni az eredményeket, mivel számos tag egyszerűsödik az elsőrendű feltételekben. Az első- és másodrendű feltételek levezetése a függelékben található.

5.3. ábra. A vállalat profit függvénye és a szimmetrikus megoldás



$$x_A = \frac{1}{6} + \frac{y}{3\tau}, \tag{5.25}$$

$$x_B = \frac{5}{6} - \frac{y}{3\tau}, \tag{5.26}$$

$$P_A = P_B = c\left(1 + \frac{10\frac{y}{\tau} - \frac{5}{4} - 2(\frac{y}{\tau})^2}{\gamma(4\frac{y}{\tau} - 1)^2}\right). \tag{5.27}$$

A jövedelem és a szállítási költség aránya kulcsfontosságú eleme a modellnek, lényegében ez határozza meg a vállalatok elhelyezkedéseinek és árainak az értékét. Valamint valóban szimmetrikus a távolság, az összegük egy, továbbá az árak is megegyeznek és a megoldás egy Nash egyensúly.

Az eredmények értelmezésekor először érdemes figyelembe venni az elhelyezkedési korlátokat. Egyfelől a vállalatok nem kerülhetnek közelebb a képzeletbeli város végpontjaihoz $\frac{1}{6}$ távolságra. Ez akkor áll fenn, ha a jövedelem és a szállítási költség aránya nullához tart. De a korlátok miatt ($\frac{1}{4} < \frac{y}{\tau}$) az $\frac{1}{6}$ nem érhető el, így a vállalatok a negyedelőpont és a középpont között helyezkednek el. Ha az arány nő, akkor a vállalatok közelebb kerülnek a középponthoz. Továbbá fontos megjegyezni, hogy az elhelyezkedések megoldásai a vállalatok potenciális keresletén belül vannak: $x_A^l = x_A - \frac{y}{\tau} < 0$ és $x_A^r = x_A + \frac{y}{\tau} > 0,5$.

Az ár csökken, ahogy a szállítási költségek mérséklődnek vagy a jövedelem nő. Ez nagyobb versenyhez vezet, mivel a fogyasztóknak nagyobb lehetősége van választani a két bolt között. Egy kedvező ár könnyen átvonzhatja őket a másik bolthoz, mert ők is közelebb vannak. Így a fogyasztókat kompenzálja az alacsonyabb árakon megszerzett haszon a magasabb szállítási költségekből eredő kellemetlenségért.

Egy fontos elvárás hogy az árak fedezzék a költségeket, ami igaz, ha

$$\frac{10\frac{y}{\tau} - \frac{5}{4} - 2(\frac{y}{\tau})^2}{\gamma(4\frac{y}{\tau} - 1)^2} \geq 0. \tag{5.28}$$

Ami nyilván attól függ, hogy a számláló nagyobb mint nulla a nevező pozitivitása miatt. Ez akkor teljesül, ha $\frac{y}{\tau}$ a $(\frac{10-3\sqrt{10}}{4}; \frac{10+3\sqrt{10}}{4}) \approx (0,13; 4,87)$ tartományban van, de ez mindig igaz. Vagyis a modellben a vállalatok a határköltség felett tudják értékesíteni a termékeiket ($p > c$). Továbbá a jövedelem növekedése vagy a szállítási költségek csökkentése érheti el, hogy a verseny levigye az árat a határköltség szintjére.

5.3.3. Nash egyensúly stabilitása

A profit függvény nem folytonosan differenciálható mindenhol. Ezért ellenőrizni kell, hogy vajon a lokális maximumok globálisak is-e egyben. Ez a rész ezzel a problémával foglalkozik.

Monopolista árazás

A $\frac{y}{\tau}$ arány alacsony szintjein, közel a lokális monopóliumok esetéhez a vállalatok lehet, hogy megtartják a monopolista árakat. Az lehet az oka ennek, hogy a másik vállalat nem tudja átcsábítani az összes fogyasztót, mert a potenciális kereslete csak egy $\frac{y}{\tau}$ sugarú körben működik, ami túl alacsony ahhoz, hogy elérje az egész piacot. Így a vállalatoknak meg van a lehetősége, hogy monopolista árat kínáljanak a versenyzői helyett és nem vesztik el az összes profitjukat. Ezért meg kell vizsgálni, hogy megéri-e a vállalatoknak kilépni a Nash egyensúlyból és monopóliumként viselkedni.

A profit függvényt át lehet írni és két részre osztani. Az első felében azok az elhelyezkedések vannak, amit a másik vállalat nem ér el, míg a második olyan elhelyezkedések, ahol a másik vállalat is részt tud venni. A szimmetricitás miatt elég csak A vállalat profitját vizsgálni

$$\pi_A = \int_0^{x_B - \frac{y}{\tau}} \pi(x)\mathrm{d}x + \max(0, \int_{x_B - \frac{y}{\tau}}^{\tilde{x}} \pi(x)\mathrm{d}x). \tag{5.29}$$

A második tag csak akkor jelenik meg, ha nem negatív. Amíg ez igaz, addig a profit maximalizálás a versenyzői Nash egyensúly. A szükséges feltétele ennek, hogy $x_B - \frac{y}{\tau} \leq \tilde{x}$. Ha A vállalat monopolista ára tart végtelenhez, $P_A \to \infty$, abból következik hogy

$$\lim_{P_A \to \infty} \tilde{x} = x_B - \frac{y}{\tau}. \tag{5.30}$$

Így a második tag nullához tart és nemnegatív. Következésképp a profit függvény nem különbözik a monopolista árazás esetén. Mivel a vállalatok nem választják ezt a versenyzői egyensúly helyett, ezért nem éri meg nekik kilépni ebből a helyzetből. Ez a gondolatmenet nem csak akkor igaz, amikor a közömbös fogyasztó a két vállalat között van, hanem akkor is, amikor kilép ebből a sávból, mert (5.30) a $x_A < \tilde{x} < x_B$ és $\tilde{x} < x_A < x_B$ esetén is fennáll.

Aláígérés

D'Aspremont és szerzőtársai (1979) észrevette, hogyha a két vállalat túl közel van a piac középpontjához és így egymáshoz is, akkor meg van a lehetőségük, hogy a másiknak aláígérjenek árban, és ezzel fogyasztókat csábítsanak át magukhoz. Ennek az az oka, hogy a vállalatok az árat a határköltség felett tartják és ha túl közel vannak egymáshoz, akkor egy kisebb árcsökkentés is elég lehet egy nagyobb kereslet növekedéshez, ami ellensúlyozza a bevétel kiesést. Így ebben az esetben a Nash egyensúly nem stabil. Továbbá nehezíti a helyzetet, hogy az aláígérés nem jelenti szükségképp az összes fogyasztó elvesztését a másik vállalatnak ebben a modellben. Analitikusan a probléma a közömbös fogyasztóhoz köthető. Emiatt a profit függvény egy nem jól viselkedő függvény, így az nem folytonosan differenciálható, ahogy ezt a 5.2. ábra is mutatja.

Ahhoz, hogy ellenőrizzük a Nash egyensúly stabilitását, azaz nincs lehetőség az aláígérésre, a profit függvényt kell megvizsgálni, nem csak akkor amikor a közömbös fogyasztó a két bolt között van, hanem akkor is, amikor azon kívül. Könnyen megmutatható, hogy a $\frac{1}{4} < \frac{y}{\tau} \leq \frac{2}{5}$ tartomány stabil optimumot biztosít, mivel a vállalatok elég messze vannak egymástól, hogy ne létezzen olyan pozitív ár, ahol az aláígérés lehetséges. Először kissé $\frac{2}{5}$ felett vannak olyan pozitív árak, ahol az aláígérés megvalósítható, de a kereslet növekedése még nem tudja fedezni a bevétel csökkenését. Így szignifikánsan magasabb jövedelem és szállítási költség arány kell ahhoz, hogy a vállalatok elég közel költözzenek egymáshoz és lényegesen magasabb árakat kínáljanak. Ez együtt ad lehetőséget az aláígérési stratégiára.

A többi esetben problematikus az aláígérés lehetőségének az analitikus vizsgálata. Ezért numerikus módszereket használva kerestük meg a legalacsonyabb jövedelem és szállítási költség arányt rögzített paraméterek mellett, ahol a Nash egyensúly stabil még. A költség paramétere nem befolyásolja az eredményeket, azonban a kompozit jószág részaránya (γ) hatással van a kimenetre.

Ha $\gamma = 1$, akkor a fogyasztó nem takarít meg és minden elkölthető jövedelmét a kompozit termékre fordítja.[5] Ebben az esetben a legmagasabb $\frac{y}{\tau}$ arány 0,7433 körül van, ahol létezik még Nash egyensúly, afölött már nem. Ahogy γ csökken, úgy csökken az aláígérés esélye is (5.4. ábra). A fogyasztók kevesebbet költenek az összetett jószágra és ez olyan, mintha $\frac{y}{\tau}$ alacsonyabb lenne. A lehetséges legmagasabb arány –legyen m– szintje növekszik, mivel a jószág nem fontos annyira a fogyasztóknak, mint a magasabb γ érték esetében.

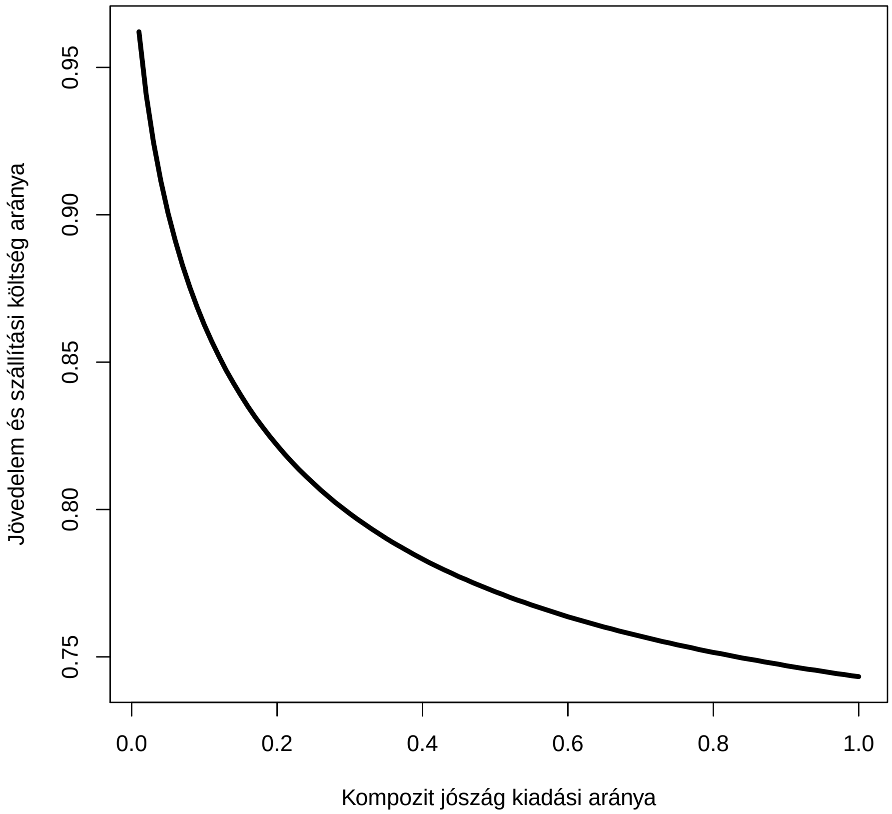
Így a köztes eset két részre osztható γ függvényében. Az első a stabil köztes eset, amikor a jövedelem és szállítási költség aránya $\frac{1}{4}$ és m között van, ahol m a lehető legmagasabb szintje $\frac{y}{\tau}$ értéknek, ami még Nash egyensúlyt biztosít. A második eset a nem stabil Nash egyensúly, amikor m és 1 között vagyunk, ahol nem létezik tiszta Nash egyensúly az aláígérés miatt.

5.3.4. Minimális különbség ($1 \leq \frac{y}{\tau}$)

A maximalizálási folyamat analitikusan hasonló a köztes esethez. A vállalatok középen helyezkednek el a korlátok miatt ($r_A \leq \frac{1}{2} \leq l_B$). Azonban az árak megegyeznek a határköltséggel, mert a két vállalat ugyanazon a helyen van és az árak szerint egy Bertrand versenybe kezdenek. Mint ahogy D'Aspremont és szerzőtársai

[5] Az eredmények kezelhetőbbé válnak, de nem annyira, hogy analitikusan is megoldható legyen. Lásd a függeléket.

5.4. ábra. Kompozit jószág kiadási részaránya (γ) és az utolsó jövedelem és szállítási költség arány, ahol a Nash egyensúly még stabil (m)



5.1. táblázat. Eredmények összehasonlítása

	Új modell ($\gamma = 1$)
$4 \leq \alpha$	Lokális monopóliumok
$1,35 \leq \alpha < 4$	Verseny a negyedelőpontok és a központ között
$1 < \alpha < 1,35$	Nem stabil verseny
$\alpha \leq 1$	Hotelling eset

	Hinloopen and Marrewijk (1999)
$2 \leq \alpha$	Lokális monopóliumok
$\frac{4}{3} \leq \alpha \leq 2$	Verseny a negyedelőpontokon
$\frac{8}{7} \leq \alpha \leq \frac{4}{3}$	Verseny a negyedelőpontok és a központ között
$0 < \alpha < \frac{8}{7}$	Hotelling eset

(1979) cikkében, itt sem tudunk mit mondani a nem stabil egyensúlyi elhelyezkedésekben, hogy a térben milyen irányba törekszenek a vállalatok az aláígérés miatt. Ez azt jelenti, hogy a minimális különbség elve ebben a modellben sem igaz.

5.3.5. Korábbi eredmények az irodalomban

Az eredmények hasonlítanak az eredeti Hotelling modellre. Az irodalom fontosabb megállapításait Hinloopen és Marrewijk (1999) összegezte. Azt javasolták, hogy a $\alpha = l/\frac{v}{\tau}$, azaz a piacméret ($l$) az effektív rezervációs ár arányában legyen meghatározva, amivel a különböző eseteket könnyen lehet azonosítani. Az új modellben a képzeletbeli város hossza rögzített ($l = 1$) és a jövedelem paramétere helyettesíti a rezervációs árat. Az 5.1. táblázat tartalmazza a jelenlegi és előző eredmények összehasonlítását. Mindkét esetben meg lehet figyelni, hogy α alacsony értékeinél lokális monopóliumok jelennek meg. Azonban az új modellben nehezebben alakulnak ki, mert a monopolista viselkedéshez nagyobb kereslet kell annak rögzített mérete miatt. Az α köztes értékeinél a vállalatok egymással versenyeznek, úgy hogy a negyedelőpontok és a középpont között helyezkednek el. Az α magasabb értékei visszavezetnek az eredeti Hotelling modellhez. A piac közepén Bertrand verseny van, viszont a középpont közelében nem tudunk mit mondani a vállalatok elhelyezkedési szándékairól.

5.4. Összegzés

A fejezet egy Hotelling típusú modellt mutatott be egy Cobb-Douglas hasznosságfüggvénnyel. A térbeli versenynek új tulajdonságait fedte fel és néhány korábbi eredményt igazolt. A fogyasztók egyéni keresleti függvénye folytonos és elasztikus, továbbá az elhelyezkedések és árak változóit szimultán módon lehet meghatározni. A jövedelem válik a kulcsparaméterré a rezervációs ár helyett, kifejezve azt, hogy a termék áraiban korlátok vannak. Másik újdonság a közömbös fogyasztó képlete, amire a korábbi modellekhez képest erősebb hatással vannak az árak és már a jövedelem is megjelenik benne. Továbbá ha egy vállalat aláígér árakban, az nem jelenti feltétlenül azt, hogy a másik vállalat az összes fogyasztóját elveszti. A háztartások különböző távolságra vannak a boltoktól, így különböző szállítási költséggel szembesülnek és ezért különbözik az elkölthető jövedelmük.

Az eredmények a jövedelem és a szállítási költség arányától függnek. Ha ez alacsony, akkor két lokális monopólium jön létre elkülönült piacokkal. Ha az arány magas, akkor az egyedüli egyensúly a piac közepén van, ahol a vállalatok az árakban versenyeznek. Azonban a többi helyen nincs garancia arra, hogy a középpontba törekedjenek. A két eset között létezik egy harmadik is, az arány köztes értékeire, ahol a vállalatok a negyedelőpontok és a középpont között próbálnak elhelyezkedni. Ha elég messze vannak a központtól, akkor ez egy stabil Nash egyensúly, ellenkező esetben egymás alá ígérhetnek és instabil.

Az általános specifikáció mélyebb betekintést engedett az összefüggésekbe, azonban az egyensúly így sem létezett mindenhol. A probléma azzal van, hogy a vállalatok árban egymás alá tudnak vágni. Ez abból is ered, hogy nem folytonos a közömbös fogyasztó képlete.[6] De ha még ezt sikerül kiküszöbölni, akkor továbbra is kérdéses marad, hogyan oldható meg a keretrendszer több, mint két vállalatra.

[6]Erre lehetne alkalmazni négyzetes távolságfüggvényt, de akkor analitikusan túl bonyolulttá válna a modell.

6. fejezet

Több piacra épülő webáruház térbeli árversenye

A fejezet a térbeli árverseny Lijesen (2013) által továbbfejlesztett modelljét és annak egy olyan változatát mutatja be, amely jobban alkalmazható térbeli jelenségekre. Lijesen modellje - amely a rezervációs árat határozza meg egy képzeletbeli városban, és amely egy külső piacon is jelen van - a Hotelling-féle keretrendszert egy webáruházzal egészíti ki. Modellünk a külső piac helyett $n-1$ darab Hotelling-típusú piacot feltételez, ahol a webáruház szintén értékesítheti a termékét. Eredményeink szerint az árak alacsonyabbak lesznek, és a hagyományos - azaz a térben fizikai üzlettel rendelkező - boltoknak megvan a lehetőségük, hogy térben jobban elkülönüljenek egymástól. Modellünk arra is rávilágít, hogy a vizsgált piacokon a verseny ösztönzése és a szállítási költségek csökkentése a fogyasztókat előnyösebb helyzetbe hozhatja azzal, hogy a termékek beszerzése számukra olcsóbbá válhat.

6.1. Bevezetés

A webáruházak növekvő száma és egyre nagyobb értékesítési forgalma megerősíti az internetes kereskedelem jelentőségét, ezért egyre több tanulmány foglalkozik ezzel a területtel. A téma azonban nem tekinthető teljesen újnak, mivel a korábban megjelenő katalógusáruházak az internetes áruházak elődjének tekinthetők. A webáruházak segítenek abban, hogy a piacok átláthatóbbak legyenek, és a nagyobb versenynek köszönhetően az árakat is lejjebb kényszerítik. Abban az értelemben is különlegesek, hogy könnyebben és gyorsabban lehet őket elérni, mint a hagyományos boltokat. Manapság már a fogyasztók döntő része hozzáfér az internethez, így számukra nyitva áll az e-kereskedelem lehetősége. Ezáltal kényelmesebbé válik a vásárlás, az utazás költségei és fáradtsága elkerülhető. Ez azonban nem jelenti azt, hogy a szállítási költségek teljesen eltűnnének, ezt valamilyen módon továbbra is meg kell fizetni. A szállítási költségnek különböző formái lehetnek: például fix költség az egész országban vagy különböző régiók szerinti díjak, esetleg az árban elrejtve stb.

Az internetes kereskedelem mára már igen komplex gazdasági jelenséggé vált, ezért a frissen megjelent tanulmányok is nagyon szerteágazók a témában. Hu és szerzőtársai (2014) egy olyan modellt mutatott be, ahol a boltok egyszerre kereskedhetnek online és offline. A fogyasztók figyelembe veszik a bolt eléréséhez szükséges utazási költséget, a termék kézbesítési költségét és a megrendelések várakozási idejét. Ezek a paraméterek mind befolyásolják a boltok árait. Dukes és Liu (2015) az online vásárlás olyan közvetítő színterének a szerepét elemezte, amely összehozza a vásárlókat az eladókkal. A vevők eldöntik, hány eladót értékeljenek, és milyen mélységben történjen az értékelés. Az eredmények azt mutatják, hogy a fogyasztók nem vesznek számba túl sok eladót. Blazewicz és szerzőtársai (2014) az internetes kereskedelem szerepét vizsgálta az árérzékeny leárazások esetében. A vásárlók törekszenek arra, hogy megvegyék az összes szükséges terméket, miközben próbálják elérni a legalacsonyabb kedvezményes árat. A szerzők két számítógépes algoritmust is bemutattak a probléma megoldására. Birg (2015) a webáruházakkal kapcsolatban az országhatárokon átnyúló adóversennyel foglalkozott. Az adóztatásban a rendeltetési hely elve mérsékli az adó- versenyt, míg a származási hely elve erősíti.

A térbeli árverseny Hotelling (1929)-féle modelljének keretrendszeréhez Lijesen (2013) illesztett egy, a rezervációs árat meghatározó webáruházat. A két hagyományos bolt mellett létezik egy harmadik – egy webáruház –, amely nemcsak a képzeletbeli városban van jelen, hanem külső piacon is, ahol a kereslet lineáris függvénnyel írható le. A két hagyományos bolt nem versenyez egymással, csak a webáruházzal. A szerző kiemelte a szakirodalomhoz való két fontos hozzájárulását. Egyrészt a rezervációs alapú térbeli modelleket (Economides (1984), Böckem (1994), Hinloopen–van Marrewijk (1999), Woeckener (2002)) fejlesztette tovább azzal, hogy az eddig exogén rezervációs ár a modellben endogén. Másrészt ez az első webáruházmodell, amely Salop (1979) körmodellje helyett a lineáris város feltevésén alapszik.

Ennek a fejezetnek az a célja, hogy az eredeti Lijesen (2013) modellt – amelyben nem teljesen világos, hogy a külső piac honnan származik, és miért lehet egy lineáris keresleti függvénnyel leírni – más megközelítésbe helyezze, inkább térbeli magyarázatát adja, és ennek megfelelően módosítsa. Ha ismerjük a pontos viselkedését egy piacnak, akkor ehhez hasonló piacoknak kellene kialakulniuk, ezért a webáruház külső kereslete helyett n darab Hotelling-típusú piacot feltételezünk, $2n$ hagyományos bolttal, viszont csak egy webáruházzal, amely az összes piacon részt vesz.

Először az eredeti modellt mutatjuk be, majd a módosított változatát. Ezek után az eredeti és a módosított modell közötti hasonlóságokról és különbségekről lesz szó, majd a modell egyensúlyát vizsgáljuk. Végül pedig a fejezetet összegzéssel zárjuk.

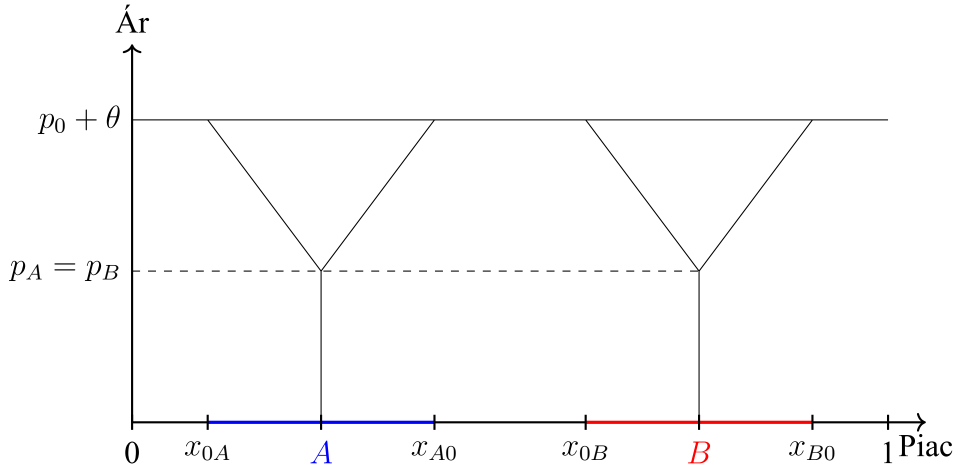
6.2. Az eredeti modell

Lijesen modellje Hotelling (1929) keretrendszerére épül: egy egységnyi hosszúságú képzeletbeli városban két hagyományos vállalat kereskedik, A és B. Erre a piacra lép be egy webáruház (0-val jelöljük), amely endogén módon olyan alacsony árat képes meghatározni, hogy A és B egymástól elszigetelten viselkedik, azaz – Economides (1984) alapján – nem versenyeznek egymással. Egy kétlépcsős játék során először A és B meghatározzák elhelyezkedésüket (x_A, x_B) a képzeletbeli városban, majd ezután a két bolt és a webáruház is döntenek az áraikról (p_A, p_B és p_0). A fogyasztók számára, ha a hagyományos vállalatoknál vásárolnak, akkor szállítási vagy utazási költség ($\tau > 0$) merül fel, míg ha a webáruháztól rendelnek, akkor fuvardíjat ($\theta > 0$) is kell a termék árán felül fizetniük. A fogyasztó ott vásárol, ahol olcsóbban kapja meg a terméket. A piac szélein és a közepén is a webáruház helyezkedik el az alacsony árainak köszönhetően. Így tehát balról jobbra haladva a boltok a következőképpen birtokolják a piacot (1. ábra): webáruház, A hagyományos bolt, webáruház, B hagyományos bolt és ismét a webáruház.

Négy közömbös fogyasztó határozható meg. A legelső közömbös fogyasztó esetében, aki az A vállalat bal oldalán van, fennáll, hogy az A vállalatnak fizetendő ár és az utazási költség megegyezik a webáruház által meghatározott ár és a fuvardíj összegével. Az utazási vagy szállítási költség akkor merül fel, amikor a közömbös fogyasztó a lakhelyéről (x_{0A}) eljut az A hagyományos boltba és vissza. Formalizáltan ez a következőt jelenti:

$$p_0 + \theta = p_A + \tau(x_A - x_{0A}). \tag{6.1}$$

6.1. ábra. A piac és a vállalatok kereslete



Ez a feltétel analóg módon meghatározható a másik három közömbös fogyasztóra is. Ha ezeket átrendezzük, akkor megkapjuk a közömbös fogyasztók elhelyezkedését az árak, a szállítási költség és a fuvardíj függvényében

$$x_{0A} = \frac{1}{\tau}(\tau x_A + p_A - p_0 - \theta), \tag{6.2}$$

$$x_{A0} = \frac{1}{\tau}(p_0 + \theta - p_A + \tau x_A), \tag{6.3}$$

$$x_{0B} = \frac{1}{\tau}(\tau x_B + p_B - p_0 - \theta), \tag{6.4}$$

$$x_{B0} = \frac{1}{\tau}(p_0 + \theta - p_B + \tau x_B). \tag{6.5}$$

A webáruház nemcsak a képzeletbeli városban, hanem egy alternatív piacon is kereskedik, ami egy lineáris keresleti függvénnyel írható le. Feltehetőleg emögött a feltételezés mögött az áll, hogy két különböző fogyasztói csoport van a modellben. Az első csoport, amiről már korábban szó volt, vagy a webáruházban vagy pedig a hagyományos boltokban vásárol, azonban a másik csoport csak a webáruházban hajlandó, mert túlságosan elfoglalt ahhoz, hogy boltba járjon és ezt meg is engedheti magának. Tegyük fel, hogy a hasznossági függvényük a következő alakot ölti: $u(x) = x - p_0$, ahol x egy pontja a $[a, a/b]$ széles és b népsűrűségű szakasznak. Így azok a fogyasztók vásárolnak a webáruháztól, akikre teljesül, hogy $0 \leq u(x)$, azaz $p_0 \leq x$ és az ő keresletük így $\tilde{q}_0 = \int_{p_0}^{a/b} b\, dx$. Kifejtve ez azt jelenti, hogy

$$\tilde{q}_0 = a - bp_0. \tag{6.6}$$

A hagyományos bolt, A keresletét felírva a következőt kapjuk

$$q_A = x_{A0} - x_{0A} = \frac{2}{\tau}(p_0 + \theta - p_A), \tag{6.7}$$

Ezután már felírható a profitfüggvény

$$\pi_A = p_A q_A = p_A \frac{2}{\tau}(p_0 + \theta - p_A). \tag{6.8}$$

Az első rendű feltétel alapján meg lehet határozni a profitmaximalizáló árat

$$p_A = \frac{p_0 + \theta}{2}. \tag{6.9}$$

A két hagyományos vállalat, A és B kereslete azonos a szimmetricitás miatt, így a webáruház reziduális kereslete $1 - 2q_A$ lesz a képzeletbeli városban, emellett az alternatív piacon is részt vesz. Így a profitja is meghatározható

$$\pi_0 = p_0(1 - 2q_A + a\tau - b\tau p_0) = p_0(1 - 2q_A). \tag{6.10}$$

Felhasználva (6.7)-t felírható az első rendű feltétel és meghatározható a webáruház ára.

$$p_0 = \frac{1}{2b\tau + 8}(\tau - 4\theta + 4p_A + a\tau). \tag{6.11}$$

Behelyettesítve a (6.9)-t megkapjuk az optimális árat is

$$p_0^* = \frac{1}{2b\tau + 6}(\tau - 2\theta + a\tau). \tag{6.12}$$

Amit utána visszehelyettesítve megkapjuk a hagyományos boltok árát.

$$p_A^* = p_B^* = \frac{1}{4b\tau + 12}(\tau + 4\theta + a\tau + 2b\tau\theta). \tag{6.13}$$

Ahhoz hogy a $1 - 2q_A > 0$ természetes feltétel teljesüljön, fenn kell állnia a következő egyenlőtlenségnek

$$\theta < \frac{1}{2}\tau\left(1 - \frac{a}{b\tau + 2}\right) \tag{6.14}$$

Későbbiekben az elhelyezkedés is meghatározható lesz a kapott eredményekkel. Ezek végül tehát a következőket eredményezik

1. Állítás (Lijesen I.). *Létezik az árak Nash-egyensúlya, ha* $\theta < \frac{1}{2}\tau(1-\frac{a}{b\tau+2})$ *és ha ez fenn áll, akkor* $p_0^N = \frac{1}{2b\tau+6}(\tau - 2\theta + a\tau), p_A^N = p_B^N = \frac{1}{4b\tau+12}(\tau + 4\theta + a\tau + 2b\tau\theta)$

2. Állítás (Lijesen II.). *A Nash egyensúlybeli elhelyezkedések tartománya A vállalatra* $(\frac{1}{4\tau}\frac{\tau+4\theta+a\tau+2b\tau\theta}{b\tau+3}, \frac{1}{4\tau}\frac{9\tau-12\theta+4b\tau^2-3a\tau-6b\tau\theta}{b\tau+3})$*, míg B-re* $(\frac{1}{4\tau}\frac{3\tau+12\theta+3a\tau+6b\tau\theta}{b\tau+3}, \frac{1}{4\tau}\frac{11\tau-4\theta+4b\tau^2-at-2b\tau\theta}{b\tau+3})$.

6.3. Az új modell

Ugyanazokat a szereplőket – ugyanazokkal a motivációkkal – feltételezzük, mint az előzőkben. A könnyebb érthetőség kedvéért a vállalatok térbeli elhelyezkedését is feltételnek tekintjük, amit a későbbiekben feloldunk. A különbség a korábbiakhoz képest az, hogy az új modellben a webáruháznak nincs alternatív kereslete, ehelyett egymás mellett párhuzamosan több Hotelling-típusú piac működik. Tehát létezik n számú, különböző méretű képzeletbeli város, ahol egyrészt az összes piacon jelen van a webáruház, valamint minden i-edik városban vagy piacon két hagyományos bolt is van. Az első bolt A^i, a második pedig B^i. Az első bolt iránti keresletet az i-edik piacon az A^i hagyományos bolthoz tartozó közömbös fogyasztók közötti szakasz mutatja, amely a következőképpen írható fel:

$$q_{A^i} = x_{A^i0} - x_{0A^i} = \frac{2}{\tau}(p_0 + \theta - p_{A^i}), \tag{6.15}$$

ahol általánosítva a (6.2)-t és a (6.3)-t

$$x_{0A^i} = \frac{1}{\tau}(\tau x_{A^i} + p_{A^i} - p_0 - \theta), \tag{6.16}$$

$$x_{A^i0} = \frac{1}{\tau}(p_0 + \theta - p_{A^i} + \tau x_{A^i}). \tag{6.17}$$

A (6.15) azt fejezi ki, hogy egy adott piacon lévő hagyományos boltnak kisebb árat kell meghatároznia ahhoz, hogy pozitív kereslete legyen, mint a webáruháznak, amelynek figyelembe kell vennie a fuvardíjat is. Ezzel analóg a B^i vállalat kereslete, valamint megfigyelhető, hogy a hagyományos boltok keresletét nem befolyásolja a saját elhelyezkedésük. A profit a következőképpen írható fel zéró költségeket feltételezve:

$$\pi_{A^i} = p_{A^i} q_{A^i} = p_{A^i}\frac{2}{\tau}(p_0 + \theta - p_{A^i}). \tag{6.18}$$

Ez alapján az elsőrendű feltétel meghatározható:

$$\frac{\partial \pi_{A^i}}{\partial p_{A^i}} = \frac{2}{\tau}(p_0 + \theta - p_{A^i}) + p_{A^i}\frac{2}{\tau}(-1) = 0. \tag{6.19}$$

Majd átrendezve (6.19)-t megkapjuk az A^i vállalat profitmaximalizáló árát a webáruház árának függvényében

$$p_{A^i} = \frac{p_0 + \theta}{2}. \tag{6.20}$$

A vállalat az árát úgy határozza meg, hogy a fele legyen a rezervációs árnak, azaz később megadott definícióink szerint annak az árnak, amit a vásárló akkor fizet, ha a webáruháznál vásárol. A két vállalat, A^i és B^i problémája az i-edik piacon megegyezik, mert egymással szimmetrikusak. Ezt jól mutatja az árazási mechanizmus is, amit csak a webáruház ára és a fuvardíj paramétere befolyásol. Továbbá ezekre az eredményekre nincs hatással a piacok mérete, tehát az összes hagyományos vállalat viselkedése azonos, így keresletük és az áruk is megegyezik minden piacon. Ehhez azonban természetesen szükség van arra a feltételre, hogy a piacok elég nagyok ahhoz, hogy a vállalatok ezt megtehessék. Világos, hogy ez alapján az i-edik piacon összesen $2q_{A^i}$ keresletük lesz, a többi marad a webáruháznak, amit pozitívnak tételezünk fel. Ezt a feltételt később ellenőrizzük, hogy a paraméterek milyen feltétele mellett teljesül. Az i-edik piac mérete δ^i, ez alapján reziduálisan meghatározható a webáruház profitja az összes (minden n) piacon:

$$\pi_0 = p_0\left(\sum_{i=1}^{n}(\delta^i - 2q_{A^i})\right) = p_0\left(\sum_{i=1}^{n}(\delta^i - \frac{4}{\tau}(p_0 + \theta - p_{A^i}))\right). \tag{6.21}$$

A webáruház profitjának első rendű feltétele

$$\frac{\partial \pi_0}{\partial p_0} = \sum_{i=1}^{n}(\delta^i - \frac{4}{\tau}(p_0 + \theta - p_{A^i})) - p_0\sum_{i=1}^{n}\frac{4}{\tau} = 0. \tag{6.22}$$

Behelyettesítve a (6.20)-t kiszámítható a webáruház által szabható optimális ár:

$$p_0^N = \frac{\sum_{i=1}^{n}\tau\delta^i - 2n\theta}{6n} = \frac{D}{6} - \frac{\theta}{3}, \tag{6.23}$$

ahol $D = \frac{\sum_{i=1}^{n}\tau\delta^i}{n}$. Felhasználva a (6.20) és (6.23) egyenleteket megkapjuk a hagyományos boltok optimális árát is

$$p_{A^i}^N = p_{B^i}^N = \frac{p_0^N + \theta}{2} = \frac{\theta}{2} + \frac{D}{12} - \frac{\theta}{6} = \frac{D}{12} + \frac{\theta}{3}. \tag{6.24}$$

Végül a hagyományos boltok keresletét is meghatározhatjuk

$$q_{A^i}^N = \frac{2}{\tau}\left(\frac{D}{6} - \frac{\theta}{3} + \theta - \frac{D}{12} - \frac{\theta}{3}\right) = \frac{2}{\tau}\left(\frac{\theta}{3} + \frac{D}{12}\right). \tag{6.25}$$

Az eredmények egyrészt a piacok átlagos méretétől függnek – amely súlyozva van az utazási költséggel –, másrészt a fuvardíjtól is. Az világos, hogy a költségek befolyásolják az árakat és a keresletet, azonban az átlagos piacméret szerepe első pillantásra nem tűnik egyértelműnek. A webáruház profitmaximalizálásakor egységesen kezeli a piacokat, aminek következtében a piacok átlagos mérete válik számára fontossá.

Ha a τ utazási költség nő, akkor az a hagyományos boltokat negatívan érinti. A fogyasztók kisebb része juthat el a hagyományos boltokba, ezért egy részük a webáruházat választja. A webáruház emiatt magasabb árat tud meghatározni, amit követnek a hagyományos boltok is. Ez az áremelkedés a fogyasztók további lemorzsolódásához vezet, tovább csökkentve a hagyományos boltok keresletét.

A piacok méretének (vagy az átlagos piacméretnek a) bővüléséből minden bolt profitál, ami pozitív hatással van az árakra. Mindez úgy történik, hogy a hagyományos boltok kereslete még nőhet is, mert a webáruház jobban növeli az árait, mint a hagyományos boltok.

A fuvardíj emelkedése rontja a webáruház lehetőségeit, ezért kompenzálásként csökkenti az árát oly módon, hogy a költségek növekedését nem teljesen hárítja át a fogyasztókra, azaz $\frac{\partial(p_0+\theta)}{\partial\theta} < 1$. Ez a hagyományos boltoknak kedvez, mert árat tudnak emelni, és közben még a keresletük is nő.

6.3.1. Az egyensúly szükséges feltételei

Az előző eredmények létezéséhez ellenőrizni kell, hogy pontosan milyen körülmények között teljesülnek a feltételek. Egyrészt minden piacnak elég nagynak kell lennie, hogy a feltételezett piaci struktúra megvalósítható legyen: a piac legyen akkora, hogy a két hagyományos bolt mellett a webáruháznak is legyen helye. Ehhez a két hagyományos bolt együttes keresletének együttvéve kisebbnek kell lennie, mint a teljes piac, azaz $\delta^i - 2q_{A^i}^N > 0$, vagy másként fogalmazva: legalább két hagyományos boltnak az optimális kereslete kielégíthető legyen az adott piacon, $\frac{\delta^i}{q_{A^i}^N} > 2$. Ezt nevezzük a piacméretkorlátnak, amely az optimum szükséges feltétele. ekkor a (6.25) felhasználásával minden i-re igaznak kell lennie[1], hogy

[1] A levezetések egy része a függelékben található.

$$\frac{3}{4}\left(\delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n}\right) > \frac{\theta}{\tau}. \tag{6.26}$$

Kompaktabb formában a piacméret korlát

$$\frac{3}{4}\left(\min_i \delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n}\right) > \frac{\theta}{\tau}. \tag{6.27}$$

Ez a feltétel azt biztosítja, hogy a fuvardíj elég alacsony legyen az utazási költséghez képest a piacokon, így a webáruháznak megéri belépni az összes piacra. Ebből azonban az is következik, hogy a bal oldal pozitív a fuvardíj és az utazási költség pozitivitása miatt, ekkor a zárójeles tagnak is pozitívnak kell lennie

$$3\min_i \delta^i > \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{n}. \tag{6.28}$$

Azaz (7.23) következménye, hogy a legkisebb piac méretének háromszorosa nagyobb kell, hogy legyen, mint az összes piac átlagos mérete.

Ezen kívül még szükséges feltétel az árak nemnegativitása is. Az könnyen látható (7.8) alapján, hogy ha a webáruház ára pozitív, akkor a hagyományos bolt ára is pozitív lesz. Ahhoz, hogy belássuk a webáruház ára pozitív, használjuk fel a következő egyenlőtlenséget

$$p_0^N > \frac{\tau}{4}\left(\frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{n} - \min_i \delta^i\right). \tag{6.29}$$

Mivel tetszőleges pozitív számok átlaga nem kisebb mint azok minimuma, így a második tag a zárójelen belül pozitív vagy nulla, így a webáruház ára pozitív. Így (7.23) fennállása esetén az árak pozitívak.

Ezek alapján tehát csak a piacméret korlát szükséges pótlólagos feltevés a modellben.

6.3.2. Elhelyezkedés

Minden piacon vagy városban a hagyományos boltok egy elkülönült $q_{A^i}^N$ hosszúságú szakaszon elégítik ki a vásárlók keresletét. A másik bolttal nem versenyeznek, ezért két oldalról a webáruház biztosítja a vásárlók kiszolgálását. A pontos elhelyezkedésük nem határozható meg, csak intervallumokat lehet megadni.

Ez azt jelenti, hogy minden hagyományos bolt elég nagy kereslettel rendelkezik mind a két oldalán, amit nem befolyásol a profitmaximalizálás során a másik hagyományos vállalat és a város végpontjai. Így egyrészt a webáruház a város szélein és a két bolt között szolgálja ki a vásárlókat, másrészt az általa kínált ár plusz a fuvardíj szolgál rezervációs árként a modellben. Ez utóbbi megakadályozza a hagyományos boltokat, hogy túl magas árakat adjanak. Ennek eredményeként a hagyományos boltok egymástól elszigetelten működhetnek és ebben a helyzetben nem ösztönzi semmi őket arra, hogy új helyet válasszanak.

Az előbbi gondolatmenetre építkezve számítsuk ki (6.16) és (6.17) egyensúlyi értékét, ami alapján látható, hogy a vállalat mindkét oldalán ugyanakkora a kereslet, $\frac{q_{A^i}}{2}$, azaz együttesen q_{A^i}

$$x_{0A^i} = \frac{1}{\tau}(\tau x_{A^i} + p_{A^i} - p_0 - \theta) = x_{A^i} - \frac{q_{A^i}}{2} = x_{A^i} - \frac{\theta}{3\tau} - \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta^i}{12n}, \quad (6.30)$$

$$x_{A^i0} = \frac{1}{\tau}(p_0 + \theta - p_{A^i} + \tau x_{A^i}) = x_{A^i} + \frac{q_{A^i}}{2} = x_{A^i} + \frac{\theta}{3\tau} + \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta^i}{12n}. \quad (6.31)$$

Átrendezve (6.30)-t, megkaphatjuk az intervallum bal oldalát, ahol az A^i vállalat elhelyezkedhet. Ezek az elhelyezkedések biztosítják számára, hogy a szükséges kereslete meg legyen a bal oldalon, felhasználva, hogy a közömbös fogyasztók elhelyezkedése nem lehet negatív, azaz $x_{0A^i} > 0$

$$\underline{x_{A^i}} = x_{0A^i} + \frac{q_{A^i}}{2} = x_{0A^i} + \frac{\theta}{3\tau} + \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta^i}{12n} > \frac{\theta}{3\tau} + \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta^i}{12n}. \quad (6.32)$$

Az A^i vállalatot a jobb oldalán korlátozza a B^i vállalat, ezért A^i vállalatnak legalább $\frac{q_{A^i}}{2}$ távolságra kell lennie a B^i vállalat bal oldalán lévő legutolsó fogyasztótól, hogy mindkét vállalat számára rendelkezésre álljon a szükséges kereslet. De tudjuk, hogy a szimmetria miatt B^i vállalatnak is q_{A^i} kereslete van, így jobb oldalt a legvégső elhelyezkedése az A^i vállalatnak balra a $\delta^i - \frac{3}{2}q_{A^i}$ ponttól van. Így a lehetséges helyek intervallumának jobb oldala az A^i vállalat számára a következő

$$\overline{x_{A^i}} = x_{0B^i} - \frac{q_{A^i}}{2} = \delta^i - \frac{3}{2}q_{A^i} = \delta^i - \frac{\theta}{\tau} - \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta^i}{4n}. \quad (6.33)$$

A másik vállalat elhelyezkedése az A^i vállalathoz hasonlóan meghatározható. A végső eredmények így

6.1. táblázat. A modellek főbb eredményei

	Eredeti modell	Új modell
Piacméret korlát	$\theta < \frac{\tau}{2}(1 - \frac{a}{b\tau+2})$	$\theta < \frac{3\tau}{4}\left(\min_i \delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n}\right)$
Webáruház ára	$\frac{\tau+\tau a-2\theta}{2b\tau+6}$	$\frac{D}{6} - \frac{\theta}{3}$
Hagyományos bolt ára	$\frac{\tau+\tau a+4\theta+2b\tau\theta}{4b\tau+12}$	$\frac{D}{12} + \frac{\theta}{3}$
A elhely. (balról)	$\frac{1}{\tau}\frac{\tau+\tau a+4\theta+2b\tau\theta}{4b\tau+12}$	$\frac{1}{\tau}\left(\frac{D}{12} + \frac{\theta}{3}\right)$
A elhely. (jobbról)	$\frac{1}{\tau}\frac{4b\tau^2+9\tau-3\tau a-12\theta-6b\tau\theta}{4b\tau+12}$	$\delta^i - \left(\frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{4n} + \frac{\theta}{\tau}\right)$

$$x_{A^i} \in \left(\frac{q_{A^i}^N}{2}, \delta^i - \frac{3q_{A^i}^N}{2}\right) = \left(\frac{\theta}{3\tau} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{12n}, \delta^i - \frac{\theta}{\tau} - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{4n}\right), \tag{6.34}$$

$$x_{B^i} \in \left(\frac{3q_{A^i}^N}{2}, \delta^i - \frac{q_{A^i}^N}{2}\right) = \left(\frac{\theta}{\tau} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{4n}, \delta^i - \frac{\theta}{3\tau} - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{12n}\right). \tag{6.35}$$

Az elhelyezkedések lehetséges intervallumát befolyásolja az adott piac mérete, az átlagos piacméret valamint a fuvardíj, és az utazási költség aránya. A fuvardíj emelkedése, az utazási költségek csökkenése vagy az átlagos piacméret bővülése szűkíti a lehetséges elhelyezkedéseket, azáltal hogy nő a hagyományos boltok kereslete.

6.3.3. Eredmények összehasonlítása

A 6.1. táblázat segít összehasonlítani a két modellt. Az eredeti modellben az a paraméter fejezi ki a külső piac méretét. Ha növeljük az a paraméter értékét, akkor az árak emelkednek, azonban egy felső korlátba ütközünk a piacméret korlát miatt. Ha az alternatív piac olyan nagy, akkor a webáruháznak megéri csak azzal foglalkoznia és a kisebb piacot a hagyományos boltokra hagynia.

A módosított modellben ez kissé máshogy működik. Ahhoz hogy növelni tudjuk a teljes piac vagy kereslet méretét a webáruház számára, a δ^i paramétereket kell növelni. Ez emeli az árakat, mivel azok a piac átlagos méretétől függnek. Ha feltételezünk egy fix méretet az egyik piacra, legyen például az első piac kereslete egységnyi, azaz $\delta^1 = 1$, mint az eredeti modellben, akkor szintén egy felső korláttal

6.2. táblázat. Átírt változók ($\delta^1 = 1$)

	Eredeti modell	Új modell
Webáruház ár	$\frac{\tau+\tau a}{6(\frac{b\tau}{3}+1)} - \frac{\theta}{3(\frac{b\tau}{3}+1)}$	$\frac{\tau+\tau\sum_{i=2}^{n}\delta^i}{6n} - \frac{\theta}{3}$
Hagy. bolt ár	$\frac{\tau+\tau a}{12(\frac{b\tau}{3}+1)} + \frac{4\theta+2b\tau\theta}{12(\frac{b\tau}{3}+1)}$	$\frac{\tau+\tau\sum_{i=2}^{n}\delta^i}{12n} + \frac{\theta}{3}$
A elhely. (balról)	$\frac{1}{\tau}\left(\frac{\tau+\tau a}{12(\frac{b\tau}{3}+1)} + \frac{4\theta+2b\tau\theta}{12(\frac{b\tau}{3}+1)}\right)$	$\frac{1}{\tau}\left(\frac{\tau+\tau\sum_{i=2}^{n}\delta^i}{12n} + \frac{\theta}{3}\right)$
A elhely. (jobbról)	$1 - \frac{1+a}{4(\frac{b\tau}{3}+1)} - \frac{3}{\tau}\frac{4\theta+2b\tau\theta}{12(\frac{b\tau}{3}+1)}$	$1 - \frac{1+\sum_{i=2}^{n}\delta^i}{4n} - \frac{3}{\tau}\frac{\theta}{3}$

kell szembenézni majd a piacméret korlát miatt, hogy a webáruház ne hagyja el a piacot.

A továbbiakban is éljünk az egységnyi hosszúságú piac feltevésével. Ezt felhasználva átrendezzük az eredményeket, ahogy a 6.2. táblázatban látható. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel a piac méretére vonatkozó paraméterekre, hogy megegyeznek azaz $a = \sum_{i=2}^{n} \delta^i$, továbbá az árérzékenységi paraméterekre is, $\frac{b\tau}{3}+1 = n$ vagy másképp $b = \frac{3(n-1)}{\tau}$ ($b = 0 \Leftrightarrow n = 1$). Világos hogy ebben az esetben a hagyományos boltok árai az új modellben alacsonyabbak és egyszerű számításokkal igazolható, hogy ez fennáll a webáruház árazására is. Valamint az is igaz, hogy a hagyományos boltok elhelyezkedésének intervallumai szűkebbek. Ezek igazolásához tekintsük az utolsó tagot a webáruház áránál és az elhelyezkedésnél a 6.2. táblázatban, ekkor a két modell között fennáll a következő egyenlőtlenség

$$\frac{4\theta + 2b\tau\theta}{12(\frac{b\tau}{3} + 1)} > \frac{\theta}{3}. \tag{6.36}$$

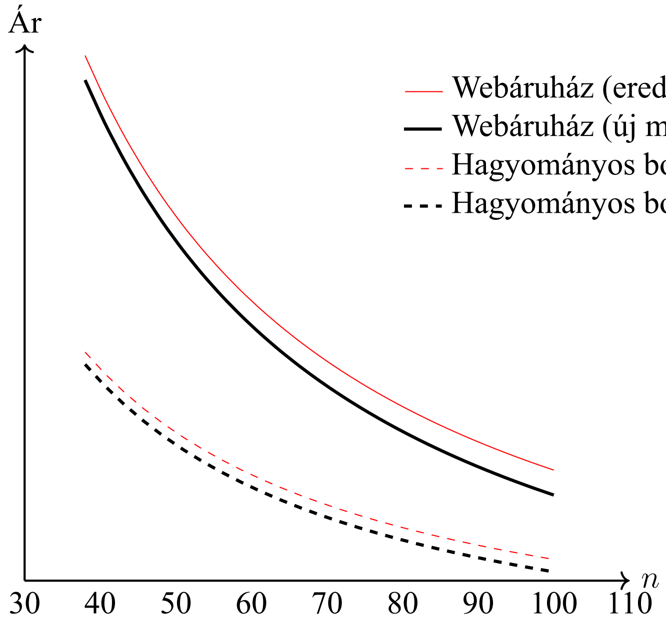
Ezeket a hatásokat szemlélteti a 6.2. ábra, ahol a külső kereslet rögzített és a piacok száma változó.

6.4. Az egyensúlyról

6.4.1. Piacméretkorlát

Ebben a részben feloldjuk a piac struktúrájának szerkezetére vonatkozó feltevésünket, hogy a két hagyományos bolt elkülönülten működik a webáruház mellett. Eközben a modellnek fontos tulajdonságait ismerhetjük meg.

6.2. ábra. Árak az eredeti, valamint a módosított modellben rögzített kereslet mellett ($\tau = 2$, $\theta = 0,1$, $a = 100$)



Használjuk újra $\alpha = \delta/\frac{v}{\tau}$ definíciót, ami a piacméretet az effektív rezervációs ár arányában és a rivalizáció mértékét tükrözi. Vizsgáljuk meg, hogy a fejezet keretei között mekkora α értéke. A rezervációs ár a webáruház ára és a fuvardíj összege, $p_0 + \theta$, így $\alpha^i = \delta^i/\frac{p_0+\theta}{\tau}$. Ekkor látható, hogy (7.23) alapján, pont azt tételezzük fel α^i-ről, hogy nagyobb, mint kettő.[2] Tehát ez a feltevés közvetetten biztosítja azt, hogy hogy a vállalatok számára az az optimális, hogy elkülönüljenek és lokális monopóliumként tevékenykedjenek. Így a vállalatok térbeli elhelyezkedése azok profitmaximalizáló viselkedésének az eredménye, nem pedig egy feltevés biztosítja.

Először tekintsük azt a speciális esetet, amikor csak egy piac van. Ekkor a piacméret korlát, (7.23) egyszerű alakot ölt, $\frac{\delta^1}{2} > \frac{\theta}{\tau}$, azaz $\delta^1/\frac{\theta}{\tau} > 2$. Eszerint a forma szerint úgy tűnik, mintha a webáruház fuvardíja töltené be a modellben a rezervációs ár szerepét. Valójában csak arról van szó, hogy a webáruház az adott piacon gazdaságosan tud működni, hiszen a legkisebb ár, amit meg tud határozni az zéró ($p_0 = 0$) és ekkor $v = \theta$. Mivel azonban szigorú egyenlőtlenség áll fenn, így van tér arra is, hogy pozitív árat határozzon meg. Szóval $\alpha^1 > 2$ biztosítja, hogy a fix fuvardíj ne legyen túl magas és a webáruház is beléphessen a piacra. Ekkor az árak pozitívak és az A^i vállalat valahol a $(\frac{1}{12}\delta^1, \frac{3}{4}\delta^1)$ tartományban helyezkedik el,

[2] Lásd 4. állítás bizonyítása.

míg a B^i vállalat a $(\frac{1}{4}\delta^1, \frac{11}{12}\delta^1)$ tartományban. Ennek köszönhetően a vállalatoknak elegendő helyük van az optimális kereslet számára.

Ha (7.23) sérülne, azaz $\alpha^1 \leq 2$, akkor csak a két hagyományos bolt tevékenykedne a piacon a webáruház nélkül. Ez a modell keretein túlmutat, mert a webáruház szempontjából érdektelen lenne. Egyenlőség esetén a két hagyományos bolt továbbra is lokális monopólium lenne, ahol a webáruház piacra való esetleges belépése egy fenyegetettségként jelenik meg, ami miatt a hagyományos boltok nem akarnak magasabb árat megszabni. Egyébként, ha $\alpha^1 < 2$, akkor két eset áll fenn attól függően, hogy α^1 mennyivel kisebb értéket vesz fel. Ekkor visszakapjuk a Hotelling keretrendszer egyéb eseteit: először a köztes differenciálást, ha még kisebb az érték, akkor pedig az eredeti Hotelling modellt[3].

Az általános esetben, amikor több piac van és (7.23) teljesül, akkor a webáruház minden piacra belép. Ez a feltétel azonban nem ekvivalens azzal, mint ha minden piacra feltennénk, hogy $\delta^i/\frac{\theta}{\tau} > 2$, az előbbiből következik az utóbbi. Ennek megértéséhez vegyünk egy két piacos esetet, ahol a paraméterek értékei a következők: $\delta^1 = 5$, $\delta^2 = 20$, $\tau = 1$, $\theta = 2$. Ekkor a webáruház külön-külön be tud lépni mindkét piacra, mivel a piacokon fennáll, hogy $\alpha^i \geq 2$ ($\alpha^1 = \frac{5}{2}$, $\alpha^2 = 10$), azonban (7.23) sérül. Ekkor a webáruháznak jobban megéri csak a nagyobb piacra koncentrálnia a magasabb profit miatt, a kisebbel nem foglalkozni. Fontos feltétel egy piacra vonatkozóan, hogy $\delta^i/\frac{\theta}{\tau} > 2$, de ez csak azt jelenti, hogy a webáruház képes belépni a piacra és profitot termelni. Ha azonban ha több olyan piac van, amire ez az egyenlőtlenség fennáll, akkor lehet, hogy a kisebb méretű piacokat a webáruház elhanyagolja, mert a nagyobb piacokon magasabb ár meghatározásával több profitot képes elérni. Egy változós esetben természetesen nincs ilyen megkülönböztetés, a két egyenlőtlenség megegyezik.

Itt felmerülhet az a jogos kérdés, hogy miért ne használná ki egy másik webáruház ezt a helyzetet. Rövid gondolatkísérlet erejéig engedjük meg, hogy egy másik webáruház is belépjen, amely hajlandó kiszolgálni az első piacot. Ekkor a második piac vásárlói is ettől a webáruháztól vásárolnának, így az első webáruháznak árat kell csökkentenie. Ennek értelmében hosszú távon nem fenntartható ez a kiváltságos helyzet. Tovább folytatva a gondolatkísérletet és endogén vállalatszámot feltételezve a webáruházakra pedig arra jutunk, hogy az egymással való versengés során θ, a fuvardíj lesz az általuk kínált ár.

Összesítve az előzőeket a piacméret korlát azt jelenti, hogyha vannak különböző méretű piacok –amelyek mindegyikére be tud lépni a webáruház az alacsony fuvar-

[3] Az eredeti Hotelling modellben nem szerepel rezervációs ár.

díj miatt–, akkor a webáruház egy olyan árat határoz meg, hogy a kisebb méretű piacokon esetleg már nem fognak vásárolni, mert az ottani fogyasztók a hagyományos boltoknál maradnak. Teszi ezt azért, hogy a többi, nagyobb méretű piacon, ahol jelen van, magasabb árral nagyobb profitot tudjon elérni, mint egy alacsonyabbal, ehhez viszont nem kell minden piacot kiszolgálnia. Azonban ha több webáruház működik, akkor a verseny miatt ezt már nem lehet megtenni.

6.4.2. Hagyományos boltok endogén vállalatszáma

A piaconkénti rögzített vállalatszám kapcsán felmerülhet, hogy vajon nem lehetséges-e feloldani ezt a feltételt. Ha ugyanis egy piac mérete olyan nagy, hogy akár több mint két hagyományos bolt keresletét kielégítse, akkor miért nem lép be egy új vállalat a piacra az eddigiekben bemutatott logika alapján.

Erre a problémára az első lehetőség egy korlát bevezetése, ami biztosítja, hogy maximálisan két hagyományos bolt legyen jelen a piacon. Ez alapján minden i-re igaznak kell lennie, hogy $\delta^i/q^N_{A^i} < 3$. ez ekvivalens azzal, hogy

$$\max_i \delta^i < \frac{2\theta}{\tau} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{2n}. \tag{6.37}$$

Van azonban a θ paraméternek egy felső korlátja (6.27). a (6.27) és a (6.37) összefüggés együtt azt biztosítja, hogy minden piacon pontosan csak két vállalat fér el:

$$\max_i \delta^i < \frac{2\theta}{\tau} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{2n} < \frac{3}{2} \min_i \delta^i. \tag{6.38}$$

A másik lehetőség az, hogy a modellt rövid távon értelmezzük, ahol a vállalatok száma egzogén. Ebben az esetben a modellnek kell egy hosszú távú változatának is lennie, amelyben a vállalatok endogén módon léphetnek be a piacra, mivel például a népességszám idővel változik. Most nem célunk ezt a modellt részletesen bemutatni, mert ennek a komplexitása túlmutat a modell keretein. A hagyományos boltok optimális száma nem folytonos változó, így számítógépes módszerekre lenne szükség.

Arra azonban vállalkozunk, hogy megsejtsük ennek a hosszú távú modellnek a működési mechanizmusait. Az eredmények hasonlók lehetnek az eddigiekhez, ha hosszú távon a vállalatok száma endogén módon kialakulhat. A webáruház mindig a reziduális kereslettel szembesül, azaz a piac méretéből le kell vonni a hagyományos boltok számát, ami immár nem növelhető tetszőlegesen, feltételezve a piacok rögzí- tett számát. Ha az egyik piac olyan mértékben megnő, hogy beléphet egy új vállalat, az érinti a webáruház reziduális keresletét. Tekintsük a módosított modell egy olyan rövid távú változatát, amelyben ismerjük az optimális vállalatszámot minden piacra, így a megoldás egybe is esik a hosszú távú megoldással:

$$p_{L0}^N = \frac{\tau \sum_{i=1}^n \delta^i}{3 \sum_{i=1}^n n^i} - \frac{\theta}{3}, \tag{6.39}$$

$$p_{LA^i}^N = \frac{\tau \sum_{i=1}^n \delta^i}{6 \sum_{i=1}^n n^i} + \frac{\theta}{3}. \tag{6.40}$$

A nevező változik a korábbiakhoz képest, de ha feltesszük, hogy $n^i = 2$ minden piacra, akkor visszakapjuk a korábbi megoldásokat. Az eredmények azt mutatják, hogy a webáruház és a hagyományos boltok árai csökkennek a hagyományos vállalatok számának növekedésével. A rövid távhoz képest így több vállalat léphet be, ami ösztönzi a versenyt. Továbbá a (6.25) szerint ez a verseny csökkenti a hagyományos boltok keresletét. Másrészről ez ahhoz is vezet, hogy a hagyományos boltok teljes kereslete növekszik, így a reziduális kereslete a webáruháznak állandóan csökken. Következésképp az eredmények sokkal nagyobb versenyt mutatnak a vállalatok nagyobb száma miatt.

6.4.3. Gazdaságpolitikai következtetések

A modell gazdaságpolitikai következtetésekkel is szolgál. Egyrészt alátámasztja azt a tézist, hogy célszerű a piaci korlátokat lebontani[4] – legalábbis ezeken a piacokon. Ez nagyobb versenyre kényszeríti mind a hagyományos boltokat, mind a webáruházakat, mivel egyre több szereplő tud belépni, amiből a fogyasztók az árak csökkenésén keresztül nyernek. Láttuk, hogyha több webáruház van jelen, akkor versenyük a fuvardíj szintjére csökkenti az árakat, amire a hagyományos boltok még kisebb árral reagálnak.

Másrészt a térbeli gazdaságtan azon alapvető tézise is fennáll, hogy érdemes a szállítási költségek csökkenését ösztönözni. Ez ugyanúgy nagyobb árversenyhez vezet, mint a piaci korlátok lebontása. A fogyasztók utazási költsége mérséklődik, így a termékek könnyebben beszerezhetővé válnak. Ezzel párhuzamosan csökken a fuvardíj is, ami a rezervációs áron keresztül befolyásolja az árakat. A hagyományos boltok árai egyértelműen csökkennek az általuk a (6.24) összefüggés alapján szabható optimális árak érvényesülésekor. A webáruházak esetén nem egyértelmű

[4] Akár beleértve a külföldi webáruházakat is.

a helyzet, az árakat a fuvardíj és az utazási költség viszonya befolyásolja. Mivel nem tudni, hogy ez a kettő hogyan függ az általános szállítási költségektől, ugyanis függvényformájukat nem ismerjük, így nehéz bármit is mondani. Ettől függetlenül az magától értetődőnek tűnik, hogy a webáruháznak a fajlagos – egy személyre vonatkozó – szállítási költsége nagyobb mértékben csökkenhet, mint a fogyasztók utazási költsége. Emiatt a fuvardíj/utazási költség ($\frac{\theta}{\tau}$) arány is csökkenhet, ami által a korábban elszigetelt piacok elérhetővé válnak. Ennek köszönhetően ezeken a piacokon is nagyobb verseny alakulhat ki. Mindezek értelmében azok a beruházások hasznosak, amelyek a szállítási költségek csökkentését célozzák. Így például az infrastruktúrafejlesztések fontos szerepet töltenek be a fogyasztók helyzetének javításában a gazdaság fejlesztésén túl.

6.5. Összegzés

A fejezet Lijesen (2013) modelljének módosított változatát mutatta be. Az új modell inkább a térbeliségre helyezi a hangsúlyt, így alkalmasabb lehet bizonyos problémák megértéséhez. A lineáris külső kereslet feltevése helyett az új modell $n-1$ számú és különböző méretű piacot vezetett be, hogy más megközelítésből világítsa meg a problémát. A két modell eredményei hasonlók, de van néhány apróbb különbség.

A megfelelő átalakítások után az árak, a lehetséges elhelyezkedések intervallumai és a piacméretkorlátok hasonlók. A külső piac növekedése vagy a versenyző vállalatok számának csökkenése növeli mindkét esetben az árakat. Az új modell struktúrája azonban sokkal kompetitívebb, az árak alacsonyabbak, és a hagyományos boltoknak javul a lehetőségük, hogy térben jobban el tudjanak különülni egymástól.

Az új modellben fontos szerepet kap a piacméretkorlát, amely meghatározza, hogy a webáruház melyik piacokat akarja kiszolgálni, és melyek azok, amelyeket a hagyományos boltoknak hagy. Továbbá a rögzített vállalatszám feltevésének a feloldása nagyobb versenyre ösztönöz azzal, hogy új szereplők léphetnek be. Érdekes eredményekkel szolgál, hogy ha megengedjük a webáruházak árversenyét, akkor a kiszállítási díj szintjére csökken az ár. Ha viszont a hagyományos boltok száma endogén, akkor elmondható, hogy a bemutatott modellhez képest szintén tovább erősödik a verseny, és alacsonyabb árakat kapunk.

Gazdaságpolitikai következtetésekkel is szolgál a modell. Ezek egyrészt támogatják az e-kereskedelem teljes liberalizációját, ami az árak mérséklődéséhez vezet.

Másrészt a szállítási költségek csökkentése – például az infrastruktúrafejlesztés – is fontos eszköz, mivel megteremti annak a lehetőségét, hogy több piacra jusson el az e-kereskedelem, a webáruházak szolgáltatásai, így csökkentve a piacokon az árakat.

7. fejezet

E-kereskedelem: szállítási díjjal vagy anélkül?

A fejezet a díjmentes kiszállítás (free shipping) és az elkülönült árazás (partitioned pricing) stratégiáját vizsgálja. Egy webáruház döntésekor lényeges szempont, hogy a szállítási költséget, milyen módon hárítsa át a vevőkre, milyen stratégia előnyösebb számára. A termék árában kell, hogy benne legyen ez a díj[1], vagy a két árat szét kell választani, a kiszállítási díjnak az áron felül kell lennie? A probléma elemzéséhez az előző fejezetben bemutatott modellt alkalmazzuk, ami kiegészítésre kerül a szállítási díj szkepticizmussal. Egy olyan modellbe helyezzük az elemzést, ami a térbeliséget mélyrehatóbban veszi figyelembe a piac méretén, a kiszállítási díjon és az utazási költségen keresztül.

7.1. Bevezetés

A webáruházak terjedésével párhuzamosan az ezzel kapcsolatos kérdések is egyre több kutatót foglalkoztatnak. A szállítási díj vizsgálata a szakirodalomban meglehetősen népszerű. Campanelli (2002) megállapította, hogy a kereskedők egy része a költségeket áthárítja, azaz a kiszállítási költséget teljes egészében a vevőkre terhelik. Tedeschi (2001) szerint azonban bizonyíték van arra, hogy vannak vállalatok, akik hasznot húznak a kiszállításból. Enbysk (2005) azt találta, hogy a kereskedőknek több mint fele keres a szállítási díjakon.

[1] Természetesen ebben az esetben az is elképzelhető, hogy a vállalat azért nem alkalmaz kiszállítási költségeket, hogy az alacsonyabb árakkal csalogassa magához a vevőket, ahogy azt az Amazon csinálta (Courogen 2002, Wingfield 2003). Ennek ellenére hosszú távon nem lehetséges ragadozó árképzéssel nyereségesen működni.

Morwitz (1998) szerint az elkülönült árazás esetén a fogyasztók alábecsülhetik vagy alulértékelhetik a kiszállítási díjat. Azonban más tanulmányok épp az ellenkezőjét találták. Schindler és szerzőtársai (2005) a fogyasztók preferenciáit vizsgálta az elkülönült és a díjmentes kiszállítási árazás esetén és azt találták, hogy néhány fogyasztó tisztességtelennek találja, amikor extra költségekkel szembesülnek a termék árán felül (mint kiszállítási és kezelési költség). Őket nevezik kiszállítási díj szkeptikusoknak, akik jobban kedvelik, ha csak egyetlen ár van. Léteznek nem kiszállítási díj szkeptikusok is, akik inkább preferálják az elkülönült árakat. Ez a megállapítás összhangban van Hamilton és Srivastava (2008) eredményével, akik amellett érveltek, hogy az elkülönült árazáskor a fogyasztók árérzékenysége magasabb az alacsonyabb kiszállítási díj, mint a drágább alapár felé.

Lewis és szerzőtársai (2006) a fogyasztók árérzékenységét vizsgálta a különböző kiszállítási stratégiák esetén és hogy a kiszállítási díjak milyen hatással vannak a megrendelés gyakoriságára és a kosár méretére. A díjmentes kiszállítás növelte a megrendelések előfordulásának gyakoriságát, viszont kisebb összegű megrendelésekhez vezetett. Továbbá a küszöbértékhez kötött díjmentes kiszállítás nagyobb megrendelésekkel párosult, viszont a megrendelés gyakoriságára nem volt hatással. A szerzők szerint a díjmentes kiszállítási árazás nem volt profitábilis a vállalatok számára és veszteségeket eredményezett.

Dinlersoz és Li (2006) az internetes könyvkereskedelem piacát elemezte, hogy a kereskedők milyen árazási stratégiákat használnak. Az elemzésükbe bevették a szállítás minőségét is, amit az átlagos kiszállítási idővel feleltettek meg. A szerzők azt találták, hogy azok az eladók akik alacsonyabb alapárat kínálnak, azok magasabb kiszállítási minőséget adnak és alacsonyabb kiszállítási díjat kérnek. Ez ellentmondásosnak tűnik, amit a nem tökéletes vásárlói információkkal magyaráztak.

Yao és Zhang (2012) a termékár és kiszállítási díj allokációját, valamint a kiszállítási időt vizsgálta egyszerre analitikus és empirikus eszközökkel. Arra jutottak, hogy a díjmentes kiszállítás növeli az alapárat, azaz a teljes ár nem csak a termék árát fedezi, hanem a kiszállítási díj egy részét is. Továbbá a termék ár növekszik a pontos kézbesítés valószínűségével, viszont a kiszállítási díj közben csökken.

Nevena és szerzőtársai (2012) a népszerű kiszállítási díjakat és azok hatásait vizsgálta. A küszöbértékhez kötött díjmentes kiszállítás[2] értékelése jobb volt, mint a díjmentes kiszállításé, ha a vásárlók eredetileg is a küszöbérték felett akartak vásárolni. Ellenkező esetben az értékelés romlott.

[2] A küszöbértékhez kötött díjmentes kiszállítás szintén egy fix díj, de ez csak akkor kell kifizetni, ha a vásárlás értéke nem ér el egy határt.

Gümüş és szerzőtársai (2013) az árazási stratégiákat elemezte, figyelembe véve a kiszállítási és kezelési díjakat. A vállalatok számára praktikus választ kerestek arra, hogy vajon jobb-e a kiszállítási és kezelési költségeket a termék árába beépíteni vagy érdemesebb elkülöníteni azt. A szerzők megerősítették, hogy az elkülönült árazás esetén a teljes kiszállítási ár alacsonyabb, míg a kiszállítási és kezelési díjakkal együtt magasabb, mint a díjmentes ár. Az empirikus eredményeik azt mutatták, hogy a népszerű vagy kockázatvállaló vállalatok ingyenes kiszállítási stratégiát választanak és az áraikat másfélszer többet változtatják, miközben az elkülönült árazást legfőképp olyan vállalatok választják, akik nagy és nehéz termékekkel kereskednek, amiknek magas a kiszállítási díja. Az elkülönült árazás esetén a kiszállítási és kezelési díj a teljes árnak a 3-5%-a. A szerzők szerint a díjmentes stratégia több fogyasztót vonz, de a bevételek alacsonyabbak a kiszállítási díj hiánya miatt, mint az elkülönült árazási stratégia esetében.

Huang és Cheng (2015) a küszöbértékhez kötött díjmentes kiszállítást vették górcső alá. Nemcsak a dollár értékhez, hanem a termékek darabszámához kötve is vizsgálták. Ez utóbbi nagyobb vásárlási szándékhoz vezetett.

A fejezetben a díjmentes kiszállítást és az elkülönült árazási stratégiát vesszük górcső alá, ehhez az előző fejezetben bemutatott modellt vesszük alapul. A korábbiakhoz képest abban térünk el, hogy most a keresletet a fogyasztók szokásai és viselkedése befolyásolni fogja. Egyfelől nem érzékelik tökéletesen a kiszállítási díjat, másfelől lehetnek kiszállítási díj szkeptikusok, akik érzékenyek a tisztességes kiszállítási díjtól való eltérésre.

Mivel a térbeli tulajdonságokra összpontosítunk az árazási stratégiák vizsgálatakor, ezért a bemutatásra kerülő modell lényegesen eltér a korábbi, hasonló modellektől. Yao és Zhang (2012) a kiszállítási idő fontosságát hangsúlyozza a modelljében, amit sztenderd és gyorsított kiszállítással, valamint késedelmes kiszállítással fejezik ki egy Hotelling keretrendszerben. Gümüş és szerzőtársai (2013) a kiszállítási díj szkeptikusok létét és a kereskedők relatív népszerűségét egy exponenciális keresleti függvénnyel írja le.

A fejezet a következő részekre tagolódik. Először a leglényegesebb paraméterek, a profit maximalizálás és a hagyományos boltok optimális elhelyezkedése kerül bemutatásra az új modellben, ezután az eredmények és további lehetséges kutatások lesznek tárgyalva. Végül az utolsó rész összegzi a mondottakat.

7.2. Modell

Induljunk ki az előző fejezetben bemutatott modellből és használjuk annak jelöléseit! Továbbra is fennáll, hogyha a fogyasztók a hagyományos boltokban akarnak vásárolni, akkor az áron felül egy utazási költséggel ($\tau > 0$) szembesülnek, ha azonban online vásárolnak, akkor a webáruháznak most van egy fix kiszállítási költsége ($\theta > 0$). Azonban a webáruház kiszállítási díjat (ϕ) kérhet a fogyasztóktól, azért hogy fedezze a kiszállítási költséget.[3] Ekkor az első közömbös fogyasztó elhelyezkedése is eltér a korábbitól

$$p_0 + \psi_1\phi + \psi_2(\phi - \kappa p_0)^2 = p_{A^i} + \tau(x_{A^i} - x_{0A^i}). \tag{7.1}$$

A fogyasztók számára a kiszállítási díj nem egyértelmű része az árnak, mivel hogy nem teljesen racionálisak vagy mert csak az információszerzés költsége túl magas számukra. Ez megváltoztatja a vásárlók viselkedését és eltolja a közömbös fogyasztó elhelyezkedését.

A kiszállítási díj két dologban változott a korábbiakhoz képest a (7.1) bal oldalán. Az első ($\psi_1\phi$) hasonló a kiszállítási díjhoz, ami az eredeti modellben is megjelent. A ψ_1 paraméter azt fejezi ki, hogy a fogyasztók mennyire érzékelik a kiszállítási díjat, amikor azt a termék ára nem tartalmazza. Ennek az értéke egy 0 és 1 közötti szám ($0 \leq \psi_1 \leq 1$), és amikor nulla, akkor az extra költség irreleváns a fogyasztó számára, amikor egy, akkor a fogyasztó teljesen racionálisan viselkedik, mint az eredeti modellben. De ha a webáruház ismeri ezt a paramétert, akkor magasabb kiszállítási díjat ad és alacsonyabb termék árat, mert a fogyasztók egy része be fog "dőlni" ennek. Így a webáruház egyszerre tudja növelni a keresletét, valamint a profitját is. Azonban ez a mechanizmus önmagában egy kiegyensúlyozatlan helyzethez vezetne, például a legextrémebb esetben a termék ingyenes és a kiszállítási díj az egyetlen ár. Világos, hogy ez a fogyasztók egy részéből elégedetlenséget váltana ki, és otthagynák a webáruházat, majd más lehetőség után néznének. Így a kiszállítási díj második tagja ($\psi_2(\phi - \kappa p_0)^2$) egy olyan csoportját próbálja a fogyasztóknak megragadni, akik tisztességtelenül magasnak (vagy értelmetlenül alacsonynak[4]) vélik a kiszállítási díjat, és ezért nem fogadják el a webáruház ajánlatát. A ψ_2 paraméter ennek a tagnak az érzékenységét jelenti és a zárójelben lévő rész az

[3] Mivel a kiszállítási és utazási költség eltérő paraméterek, ezért függetlenek, de a valóságban lehetnek közös tényezőik, mint az olaj- vagy elektromos áramárak.

[4] Természetesen a modell eredményei között ez a helyzet nem fog fenn állni, mivel a vállalatok nem adnak alacsonyabb kiszállítási díjat, mint a tisztességes kiszállítási díj. Ennek a tagnak a szimmetricitása csak az analitikus kezelhetőséget segíti elő.

aktuális kiszállítási díj eltérése a tisztességes kiszállítási díjtól, ami κ százaléka a termék árának. Ezért κ jelenti a tisztességes kiszállítási díj arányt, míg Schindler és szerzőtársai (2005) után ψ_2 paraméter a fogyasztók kiszállítási díj szkeptikusainak az arányát. Így ψ_2 és κ is 0 és 1 közötti számok ($0 \leq \psi_2, \kappa \leq 1$).

Átrendezve a (7.1)-t kifejezhetjük a x_{0A^i} változót, majd ezt hasonlóan megtehetjük a három másik közömbös fogyasztó elhelyezkedésével is

$$x_{0A^i} = \frac{1}{\tau}(\tau x_{A^i} + p_{A^i} - p_0 - \psi_1\phi - \psi_2(\phi - \kappa p_0)^2) \tag{7.2}$$

$$x_{A^i0} = \frac{1}{\tau}(p_0 + \psi_1\phi + \psi_2(\phi - \kappa p_0)^2 - p_{A^i} + \tau x_{A^i}) \tag{7.3}$$

$$x_{0B^i} = \frac{1}{\tau}(\tau x_{B^i} + p_{B^i} - p_0 - \psi_1\phi - \psi_2(\phi - \kappa p_0)^2) \tag{7.4}$$

$$x_{B^i0} = \frac{1}{\tau}(p_0 + \psi_1\phi + \psi_2(\phi - \kappa p_0)^2 - p_{B^i} + \tau x_{B^i}). \tag{7.5}$$

Az első egyenlet írja le az indifferens fogyasztó elhelyezkedését a webáruház és az A^i hagyományos bolt bal oldala között. A többi egyenlet ehhez hasonlóan értelmezhető.

Az első bolt kereslete az i. piacon a következőképp fejezhető ki

$$q_{A^i} = x_{A^i0} - x_{0A^i} = \frac{2}{\tau}(p_0 + \psi_1\phi + \psi_2(\phi - \kappa p_0)^2 - p_{A^i}). \tag{7.6}$$

Az általánosság megsértése nélkül feltehetjük, hogy a vállalatoknak nincs termelési és más költsége a kiszállítási díjon kívül

$$\pi_{A^i} = p_{A^i} q_{A^i} = p_{A^i}\frac{2}{\tau}(p_0 + \psi_1\phi + \psi_2(\phi - \kappa p_0)^2 - p_{A^i}). \tag{7.7}$$

A hagyományos boltok árait az első rendű feltételek alapján meghatározhatjuk. Mivel ezek nem függnek i indextől, ezért egy általános alsó indexre válthatunk, r-re

$$p_r = p_{A^i} = p_{B^i} = \frac{p_0 + \psi_1\phi + \psi_2(\phi - \kappa p_0)^2}{2}. \tag{7.8}$$

Továbbá (7.6) és (7.8) az optimumban azt eredményezi, hogy

$$q_r = q_{A^i} = q_{B^i} = \frac{2p_r}{\tau}. \tag{7.9}$$

Minden i piacon B^i és A^i szimmetrikusak, így az összes hagyományos bolt kereslete és ára megegyezik. Világos, hogy két bolt az i. piacon $2q_r$ keresletre tesz szert, a maradék a webáruházé. Az i. piac mérete δ^i és így ez alapján meghatározható a webáruház profitja a következő módon[5]

$$\pi_0 = \sum_{i=1}^{n} \Big((p_0 - \theta^i)(\delta^i - 2q_r) \Big) . \tag{7.10}$$

7.2.1. Árazási szabályok

Az árakat a díjmentes kiszállítás és az elkülönült árazási stratégia esetére határozzuk meg. Analitikusan a két probléma különbözik, az elsőben a profit maximalizálás egy változó szerint, míg a másodikban két változó szerint történik. Feltételezzük hogy a webáruház a logisztikát maga végzi.

Az eredmények mind Nash, mind Stackelberg verseny esetén léteznek, de a különbségek nem olyan jelentősek: a Nash eset próbálja megragadni a hasonló méretű boltokat, míg a Stackelberg esetben a webáruház mérete nagyobb, mint a hagyományos boltoké és erősebb a piaci ereje is.

Díjmentes kiszállítás

A díjmentes kiszállítás egy olyan stratégiát jelent, amikor az eladó egyetlen árat ad meg, amiért cserébe kap egy terméket, amit házhoz is szállítanak. A díjmentes kiszállításnak köszönhetően, vagyis hogy $\phi = 0$, a kiszállítási díj érzékeléshez és a tisztességtelenséghez kapcsolódó tagot a keresletben nem kell figyelembe venni. A webáruház maximalizál az ár szerint, miközben kiszállítási költsége merül fel. A nagybetűk jelentik a díjmentes kiszállítás, míg a kisbetűk az elkülönült árazás esetét. Így a profitfüggvény a következő

$$\Pi_0 = \sum_{i=1}^{n} (P_0 - \theta^i)(\delta^i - \frac{4}{\tau}(P_0 - p_r)) \to \max_{P_0} .$$

Az árakat így megkapjuk Nash és Stackelberg verseny esetén[6]

$$P_0^N = \frac{D}{6} + \frac{2H}{3} \qquad\qquad P_0^S = \frac{D}{4} + \frac{H}{2}, \tag{7.11}$$

[5]Meg kell jegyezni, hogy a (7.9) a Nash esetben még nem behelyettesíthető, csak a (7.6).

[6]A levezetések a függelékben találhatóak meg.

ahol ismét $D = \frac{\sum_{i=1}^{n} \tau\delta^i}{n}$, továbbá $H = \frac{\sum_{i=1}^{n} \theta^i}{n}$. A két képlet hasonló. Az árak a piac átlagos méretének és az átlagos kiszállítási költségnek a súlyozott átlagától függenek. Ez kifejezi, hogy a térbeli változók határozzák meg az árat, amikor nincsenek termelési költségek. A Stackelberg esetben a piac súlya nagyobb, míg a Nash esetben a kiszállítási költség súlyáé. Belátható, hogy a teljes ár a Stackelberg esetben magasabb, mint a Nash esetben, mint ahogy az várható is. A hagyományos boltok árait a (7.9) segítségével kaphatjuk meg

$$P_r^N = \frac{D}{12} + \frac{H}{3} \qquad\qquad P_r^S = \frac{D}{8} + \frac{H}{4}. \tag{7.12}$$

Elkülönült árazás

Az elkülönült árazási stratégia esetén külön van a termék ára és külön a kiszállítási díja. Ez a kettő együtt kerül meghatározásra a profitmaximalizáláskor, miközben a fogyasztók alulbecsülhetik a kiszállítási díjat vagy kiszállítási díj szkeptikusok lehetnek, így befolyásolva a keresletet. A vállalat maximalizálja a profitját az áron és a kiszállítási díjon keresztül

$$\pi_0 = \sum_{i=1}^{n} \left((p_0 + \phi - \theta^i)(\delta^i - \frac{4}{\tau}(p_0 + \psi_1\phi + \psi_2(\phi - \kappa p_0)^2 - p_r)) \right). \tag{7.13}$$

Miután az első rendű feltételeket kiszámoljuk a Nash és Stackelberg esetben, a következő összefüggést kapjuk

$$T = \phi - \kappa p_0 = \frac{1 - \psi_1}{2\psi_2(1 + \kappa)}. \tag{7.14}$$

T jelöli az eltérést a tisztességes kiszállítási díjtól. Ha $\psi_1 = 1$, akkor $T = 0$, vagyis a fogyasztók teljesen racionálisak és nekik a tisztességes kiszállítási díjra van szükségük. De nem mindig ez a helyzet, ez a tag általában nem nulla, hanem egy pozitív érték. Így a webáruháznak megéri egy nagyobb kiszállítási díjat meghatároznia, mint a tisztességes díj, mivel a veszteség kisebb, mint a nyereség azokon a fogyasztókon, akik nem érzékelik tökéletesen a kiszállítási díjat. Ahogy ψ_1, ψ_2 és κ csökken, úgy nő T, azaz ahogy a fogyasztók egyre kevésbé törődnek a kiszállítási díjjal, úgy tud a webáruház ebből többet profitálni.

Továbbá az is világos, hogy a teljes ár megegyezik a termék árával, a tisztességes kiszállítási díjjal és ez eltérési T változóval

$$p_0 + \phi = (1+\kappa)p_0 + T. \tag{7.15}$$

A Nash esetben kombinálva az első két elsőrendű feltételt kiszámolhatjuk a termék árat, majd utána megkaphatjuk a teljes árat

$$p_0^N = \frac{D}{6(1+\psi_1\kappa)} + \frac{2H}{3(1+\kappa)} - \frac{5}{6}\frac{1}{1+\kappa}T - \frac{\psi_1}{6(1+\psi_1\kappa)}T \tag{7.16}$$

$$p_0^N + \phi^N = \frac{1+\kappa}{1+\kappa\psi_1}\frac{D}{6} + \frac{2H}{3} + \frac{1-\psi_1}{6(1+\psi_1\kappa)}T. \tag{7.17}$$

Együtt a (7.8) és (7.16) adja meg a hagyományos boltok optimális árát

$$p_r^N = \frac{D}{12} + \frac{1+\psi_1\kappa}{1+\kappa}\frac{H}{3} - \psi_2\frac{T^2}{3}. \tag{7.18}$$

A Stackelberg árak analóg módon meghatározhatóak

$$p_0^S = \frac{D}{4(1+\psi_1\kappa)} + \frac{H}{2(1+\kappa)} - \frac{3}{4(1+\kappa)}T - \frac{\psi_1}{4(1+\psi_1\kappa)}T \tag{7.19}$$

$$p_0^S + \phi^S = \frac{1+\kappa}{1+\kappa\psi_1}\frac{D}{4} + \frac{H}{2} + \frac{1-\psi_1}{4(1+\psi_1\kappa)}T. \tag{7.20}$$

$$p_r^S = \frac{D}{8} + \frac{1+\psi_1\kappa}{1+\kappa}\frac{H}{4} - \psi_2\frac{T^2}{4}. \tag{7.21}$$

Egyrészt vegyük észre, hogy az árak függnek az átlagos kiszállítási és utazási költségtől. Viszont a szállítási díj szkepticizmus miatt, új tagok is megjelennek. A webáruház alacsonyabb alapárat határoz meg a díjmentes kiszállításhoz képest, hogy „becsapja" a vevők egy részét. Így ugyanazért a termékért összességében nagyobb árat tud meghatározni, mert a vásárlók nem veszik észre, hogy közben arányaiban magasabb kiszállítási díjat határoz meg. Ezzel szemben a hagyományos boltok árat csökkentenek, mert a fogyasztók az alacsonyabb alapárral hasonlítják össze a saját áraikat. Gümüş és szerzőtársai (2013) eredményei összhangban vannak ezzel.

Továbbá érdemes megjegyezni, hogy a szállítási díjat és az utazási költséget befolyásolják a ψ_1 és κ paraméterek. Tehát a térbeli paramétereken keresztül is hat a szállítási díj szkepticizmus és a kiszállítási érzékelési díj.

A $\psi_1 = 1$ esetben a fogyasztók mindegyike tisztában van a kiszállítási díjjal és annak mértékével. Könnyen belátható, hogy ekkor $T = 0$, így a webáruház kiszállítási díja a tisztességes kiszállítási díj, ezért a kiszállítási díj szkepticizmus sincs jelen. Következésképp a díjmentes kiszállítás és az elkülönült árazás megegyezik, azaz $P_0 = p_0 + \phi$, ami a hagyományos boltok áraira is igaz, $P_r = p_r$.

A modellnek speciális esete, amikor a ψ_1 paramétert a fogyasztók racionalitásának tekintjük és $\psi_2 = 1 - \psi_1$ az érzelmek foka –így ψ_2 a $(0, 1)$ intervallumban marad. Ha a fogyasztók teljesen racionálisak, $\psi_1 = 1$, akkor nem foglalkoznak az érzelmekkel $\psi_2 = 0$ és elvárják, hogy a vállalat a tisztességes kiszállítási díjat alkalmazza. Ha teljesen irracionálisak, akkor $\psi_1 = 0$ és $\psi_2 = 1$, akkor a vállalat teljes egészében ki tudja a fogyasztókat használni, mert nem foglalkoznak a kiszállítási díjjal. Ekkor a tisztességes kiszállítási díjtól való eltérés csak κ változótól függ, mivel $T = \frac{1}{2(1+\kappa)}$.

Egy másik speciális eset, amikor a tisztességes kiszállítási díj nem a termékár aránya, hanem egy rögzített értéke, ekkor $\kappa = \frac{d}{p_0}$. Ez azt eredményezné, hogy $\phi = \frac{1-\psi_1}{2\psi_2} + d$, ahol d a kívánt szintje a tisztességes kiszállítási díjnak. Ebben az esetben a webáruház szintén eltér a tisztességes kiszállítási díj szinttől, ha $\psi_1 \neq 1$, hogy több profitot szerezzen. A kifejezéseknek egyszerűbb alakja van ebben az esetben, mert a kiszállítási díj nem függ a termékártól, de az eredmények hasonlók az azonos ösztönzők miatt.

7.2.2. Az optimum szükséges feltételei

A következő feltételek a profit-maximalizálás szükséges feltételeit tartalmazzák. Az előző fejezethez képest most több megkötést kell tennünk. Először is a webáruház ára ismét pozitív kell, hogy legyen ($P_0, p_0 > 0$), ami már implikálja azt is, hogy a hagyományos boltoknak pozitív az ára és a kiszállítási díj is pozitív a (7.8) és (7.15) alapján.

Továbbá fel kell tételeznünk, hogy a kereslet elég nagy minden i. piacon a két hagyományos bolt számára, azaz $\delta^i - 2q_r^* > 0$ vagy $\frac{\delta^i}{q_r^*} > 2$. A kifejezés bal oldala jelenti azt, hogy hány hagyományos bolt tud a piacra belépni. Ha teljesen precízek akarunk lenni, akkor fel kell tételeznünk azt is, hogy háromnál kisebbnek kell lennie. Ez a feltétel kizárja, hogy új hagyományos boltok akarjanak belépni a piacra

$$3 > \frac{\tau\delta^i}{2p_r} > 2. \tag{7.22}$$

Végül pedig nyilvánvaló, hogy a webáruház azokról a piacokról kilép, ahol nem tud profitot termelni. Ebből következik, hogy minden i-re vagy a maximumának a θ^i -nek alacsonyabbnak kell lennie, mint a webáruház teljes árának

$$P_0 > \max \theta^i \qquad\qquad p_0 + \phi > \max \theta^i. \tag{7.23}$$

7.2.3. Elhelyezkedés

Az elhelyezkedésre vonatkozóan az előző fejezetben leírtak érvényesek. Számoljuk ki a (7.2)-t és (7.3)-t az egyensúlyban, amik megmutatják hogy a bal és jobboldali kereslete a boltoknak megegyezik $\frac{q_r}{2}$-ral, azaz összesen q_r-rel

$$x_{0A^i} = \frac{1}{\tau}(\tau x_{A^i} + p_{A^i} - p_0 - \psi_1\phi - \psi_2(\phi - \kappa p_0)^2) = x_{A^i} - \frac{q_r}{2} \tag{7.24}$$

$$x_{A^i0} = \frac{1}{\tau}(p_0 + \psi_1\phi + \psi_2(\phi - \kappa p_0)^2 - p_{A^i} + \tau x_{A^i}) = x_{A^i} + \frac{q_r}{2}. \tag{7.25}$$

Átrendezve a (7.24)-t, megkapjuk az intervallum bal oldalát, ahol A^i vállalat letelepülhet. Ezek az elhelyezkedések biztosítják A^i vállalat számára a szükséges keresletet a bal oldalon, feltételezve $x_{0A^i} > 0$

$$x^l_{A^i} = x_{0A^i} + \frac{q_r}{2}. \tag{7.26}$$

Az A^i vállalatot korlátozza a jobb oldalán a B^i vállalat, így A^i-nek legalább $\frac{q_r}{2}$ távolságra kell lennie B^i utolsó fogyasztójától. De tudjuk, hogy B^i-nek szintén q_r kereslete van a szimmetricitás miatt, így a legvégső elhelyezkedés az A^i vállalat számára balra a $\delta^i - \frac{3}{2}q_r$ ponttól van. Az A^i vállalat lehetséges elhelyezkedéseinek intervalluma jobbról

$$x^r_{A^i} = x_{0B^i} - \frac{q_r}{2} = \delta^i - \frac{3}{2}q_r. \tag{7.27}$$

A másik vállalat elhelyezkedése hasonló $x_{0A^i} > 0$ vállalathoz. Az összesített eredmények megegyeznek az előző fejezetben kapottakkal

$$x_{A^i} \in \left(\frac{q_r^*}{2}, \delta^i - \frac{3q_r^*}{2}\right) \tag{7.28}$$

$$x_{B^i} \in \left(\frac{3q_r^*}{2}, \delta^i - \frac{q_r^*}{2} \right). \tag{7.29}$$

7.3. Eredmények

Az eredmények bemutatásakor elég csak az elkülönült árazásra fókuszálni, mert ennek –mint láttuk– speciális esete a díjmentes kiszállítás. Érzékenységvizsgálatot készítünk a modell változóira. Ezután a modell néhány alapvető tulajdonságát és következményét mutatjuk be.

A piac méretével (δ^i) pozitívan korrelál minden ár – a hagyományos boltok árai, a díjmentes kiszállítás ára, az elkülönült árazásban a termék ára és a kiszállítás díja. Nyilvánvaló, hogy ahogy a kereslet növekszik a vállalatok árat tudnak emelni, és így a profitok is nőnek.

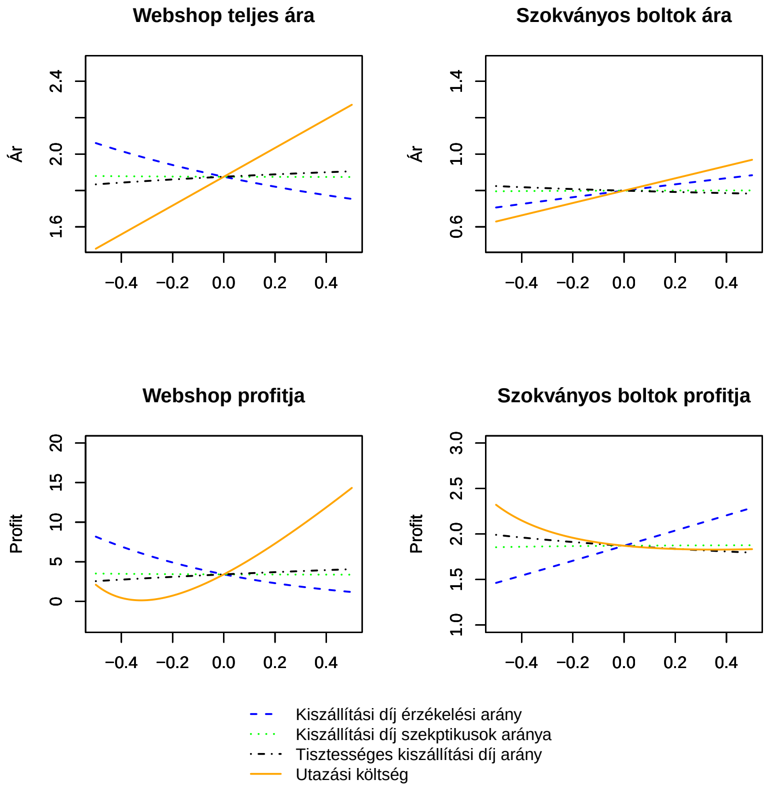
A kiszállítási költség (θ^i) emelkedése növeli a webáruház költségeit, így az árait meg kell emelnie, hogy a profitabilitását fenn tudja tartani. Nemcsak a termék ár, hanem a kiszállítási díj is emelkedik, mivel a magasabb termék ár magasabb tisztességes kiszállítási díjhoz vezet. A hagyományos boltok követik a webáruház áremelését, hiszen a webáruház kárára nő a keresletük és így extra profithoz jutnak. Azonban a webáruház nem tudja kompenzálni a csökkenő keresletet, így a profitja visszaesik.

Az utazási költségnek (τ) ellentétes hatása van a profitra, mint a kiszállítási költségnek. A növekedése mérsékli a hagyományos boltok keresletét, így több fogyasztó vásárol a webáruháztól. A webáruház emeli az árakat, amit a hagyományos boltok is követnek. Ezzel egy időben a webáruház profitja emelkedik, míg a hagyományos boltoké csökken. A magasabb utazási költség a webáruháznak előnyt jelent, mert természetes módon korlátozza a fogyasztókat, hogy elérjék a hagyományos boltokat.

A korábban kapott eredményekben (D változó) a piacméret változója be van szorozva az utazási költséggel, így ha zérus lenne az utazási költség, akkor a piacméret hatás is megszűnne. Ez ellentmondásnak látszik, hogy az utazási költség eltűnésével a kiszállítási költség nem változott meg, vagyis hogy a kettő között nincs kapcsolat. Ennek a problémának a feloldására egy közös szállítási költség faktort lehet bevezetni, ehhez viszont kissé módosítani kell a modellt. Legyen $\tau(p_\tau) = p_\tau t_\tau$ és $\theta(p_\tau) = p_\tau t_\theta(i)$, ahol p_τ a szállítási költségek kompozit árindexe. Ennek a csökkenése már egyszerre mérsékli az utazási és kiszállítási költségeket.

Így implicit a benzin, villamosenergia és más szállítási költség árnövekedése az utazási és kiszállítási költség emelkedéséhez vezet. Ez közvetlen módon hat a webáruház keresletének a bővülésére a hagyományos boltok kárára. Így a webáruház növelni tudja az árát, amit a hagyományos boltok követnek. Ebben a helyzetben a hagyományos boltok több profitot is el tudnak érni, ami köszönhető annak, hogy a modellben a fogyasztók bármekkora ár mellett hajlandók vásárolni és így ki sem lépnek a piacról. Azonban a webáruház költségei is nőnek az emelkedő kiszállítási költségek miatt, a profitja az utazási és kiszállítási költség arányától függ. Ha a kiszállítási költség hatása jelentősebb, akkor emiatt veszteség éri a webáruházat, de az ellenkező esetben nő a profitja.

7.1. ábra. A webáruház és hagyományos boltok ára és profitja a paraméterek függvényében



Megjegyzés: A vízszintes tengelyen a különböző vonalak az adott paraméter arányos változását mutatják a többi paraméter változatlansága mellett. A függőleges tengely a kapott árakat és profitokat szemlélteti. Az webáruház esetén az ár tartalmazza a kiszállítási díjat. A szélsőséges esetek nem biztos, hogy léteznek, mert a szükséges feltételek lehet, hogy nem teljesülnek.

Az elkülönült árazáshoz kapcsolódó tényezők szintén fontos szerepet játszanak. A 7.1 ábra szemlélteti a kiszállítási díj érzékelésének arányában, a kiszállítási díj szkeptikusainak arányában, valamint a tisztességes kiszállítási díj arányban történt változásokat, továbbá segít az eredmények értelmezésében, amikor nincs analitikus levezetés.

A kiszállítási díj érzékelés arányának (ψ_1) növekedése alacsonyabb árat eredményez a webáruház számára a kereslet visszaesése miatt. A veszteség a kiszállítási díjhoz köthető, mert több fogyasztó veszi észre annak a jelentőségét. Ezért a webáruház megpróbálja átstrukturálni az árait, növeli a termék árat, míg csökkenti a kiszállítási díjat. Összességében ezek a tényezők vezetnek a profit csökkenéséhez. A hagyományos boltok nyernek ezen mivel sok új fogyasztó őket választja, árat tudnak emelni és magasabb profitot érnek el.

A kiszállítási díj szkeptikusok arányának (ψ_2) az emelkedése hasonló az előző esethez. A webáruháznak a teljes árát csökkentenie kell, hogy ne vesszen olyan sok fogyasztót, de nem tudja elkerülni a profit visszaesését. Ez ismét kedvező a hagyományos boltoknak: árat tudnak emelni, hogy javítsák a profitabilitásukat.

A tisztességes kiszállítási díj arány (κ) növekedése lehetőséget ad a webáruházaknak, hogy magasabb kiszállítási díjat kérjenek. Másfelől, a termék ár úgy csökken, hogy a teljes ár növekedése arányaiban ne legyen olyan magas. Így a webáruház extra profithoz jut.

Végül vizsgáljuk meg az árak és a profit összefüggéseit. Könnyen belátható, hogy az elkülönült árazás esetén a termék ára alacsonyabb, de a teljes ár magasabb mint a díjmentes kiszállítási ár ($p_0 < p_0 < p_0 + \phi$). A kapottak összhangban vannak Gümüş és szerzőtársai (2013), valamint Yao és Zhang (2012) eredményeivel.

A kapcsolat nem világos a hagyományos boltok és a webáruház termékára között. A modell paramétereitől függ, hogy melyik változó magasabb. A hagyományos boltok termékára lehet alacsonyabb, de magasabb is mint a webáruházé. Ez elsőre ellentmond annak a hétköznapi megfigyelésnek, hogy a webáruházak olcsóbbak a hagyományos boltoknál. Azonban jobban végiggondolva feloldható ez a látszólagos ellentmondás. Mivel a modell nem vesz figyelembe olyan tényezőket, mint árak transzparenciája, raktározás, kiszállítás minősége vagy sebessége stb., így fennállhat ez a helyzet, hogy bizonyos esetekben egy webáruház magasabb, míg más esetekben alacsonyabb termékárat határoz meg, mint egy hagyományos bolt. Például ha egy hagyományos bolt nagyobb mennyiségben szerez be egy bizonyos terméket, akkor nagyobb kedvezményeket tud kiharcolni, mint egy olyan webáruház, ami külső raktárról szerzi be azt.

Abból, hogy a díjmentes kiszállítás speciális eset, következik az is, hogy mivel az elkülönült árazás esetén a webáruház nem választja ezt a stratégiát, így a profit ekkor alacsonyabb. Eszerint a webáruháznak elkülönült árazást kellene alkalmaznia. De fontos megjegyezni, hogy ehhez a webáruháznak ismernie kell az összes releváns piaci információt, a paramétereket is a profit maximalizálása során. De valójában ezeket nehéz és költséges összegyűjteni. Így ha egy webáruház nem megfelelő döntést hoz, akkor a profitja akár alacsonyabb lehet a díjmentes kiszállítási esetben lévőnél. Emiatt az árazási stratégia kiválasztásának a piaci ismereteken kell alapulnia. Egy újonnan induló webáruház számára a díjmentes kiszállítás lehet a megfelelő, de a tapasztalatok összegyűjtésével változtathat az árazási stratégiáján.

7.4. Összegzés

A kiszállítási díj témájában napjainkban is számos kutatás folyik. Ez nem csak elméleti, hanem gyakorlati szempontból is releváns, hiszen a vállalatvezetési döntéseknek egy fontos aspektusa, hogy egy vállalat milyen kiszállítási stratégiát alkalmaz. Ez végső soron a fogyasztói döntéseken keresztül kihat a vállalat profitabilitásra is, és akár a siker kulcsát is jelentheti.

A korábbi modellekben –legjobb tudomásunk szerint– a tér nem volt ilyen részletesen beépítve, továbbá a hagyományos boltok – amik a webáruházzal versenyeznek – szintén hiányoztak. Ebben a részben egy térbeli webáruház modell került bemutatásra, amiben olyan paraméterek jelennek meg, mint a piacok mérete, kiszállítási költség és utazási költség. Ezen kívül a webáruházak két általános árazási stratégiáját is megvizsgáltuk, mint a díjmentes kiszállítást és az elkülönült árazás stratégiáját. Az utóbbi esetben a kiszállítási díj miatt új mechanizmusok jelennek meg. Egyfelől a fogyasztók nem elég elővigyázatosak vagy csak a termék árára figyelnek, így egy részük nem foglalkozik vagy csak részben a kiszállítási díjjal. Másfelől azok a fogyasztók (kiszállítási díj szkeptikusok), akik foglalkoznak a kiszállítási díjjal, azoknak van egy elképzelésük a tisztességes kiszállítási díj szintjéről vagy arányáról. Ők otthagyják a boltot, ha a webáruház által szabott díj túl magas.

A fejezet legfőbb eredményei a modell néhány érdekes tulajdonságát fedik fel. Először is a kiszállítási díjjal való árazás magasabb profithoz vezet, azonban a piac ismerete szükséges hozzá: a racionális fogyasztók aránya, a kiszállítási díj szkeptikusok aránya és a tisztességes kiszállítási díj arány. Ez az információ költséges, és ezért az új belépők számára a díjmentes árazást célszerűbb választani. Másodszor a magasabb kiszállítási költség a hagyományos boltok profitjának növekedéséhez és a webáruház esetében veszteséghez vezet, míg a magasabb utazási költségek ellentétes hatással van a profitokra. Ha a két költségnek van egy közös faktora, és emiatt ezek együtt növekednek, akkor a hagyományos boltok mindig nyernek ezen, de a webáruház számára kérdéses a kimenetel, a költségek arányától függ. Például ha az utazási költségek szignifikánsabbak mint a szállítási költség, akkor a webáruháznak is nő a profitja. Harmadszor az eredmények megerősítik a szakirodalmat, úgy mint a díjmentes kiszállítási ár az elkülönült árazás termék ára és teljes ára között van.

8. fejezet

Összefoglaló

A gazdasági tér mindennapi része az életnek. Az emberek vásárolni járnak, amihez el kell dönteniük melyik boltba menjenek figyelembe véve a távolságot, árakat és választékot. Munkába járnak, aminek a lakóhelyükhöz közel kell lennie, vagy a munkahelyükhöz közel keresnek új lakóhelyet. A vállalatoknak telephelyül egy alkalmas telket kell választaniuk figyelembe véve a vásárlókat, az inputok beszerzési lehetőségeit, de még a munkaerőt is. Emellett azt se szabad elfelejteni, hogy szüksége van olyan piacokra, ahol értékesíteni tudja az áruit. A kormányzatnak számos regionális és helyi feladatot kell ellátnia, miközben a gazdaság különböző pontjaiból gyűjti be az ehhez szükséges erőforrásokat. Ezek a mindennapi életből vett példák is jól szemléltetik, hogy a tér a gazdasági folyamatok alapvető része és hogy a gazdaságföldrajznak létjogosultsága van, relevanciája elvitathatatlan. Számos közgazdaságtani kérdésre hívja fel a figyelmet, amivel foglalkozni kell, hogy jobban megérthessük a gazdaság pontos működését.

Ezekben a modellekben alapvető fontosságú a termékdifferenciálás, azonban a tér bevezetése komoly analitikus nehézségeket hordoz. Emiatt a gazdaságföldrajzban számos eltérő modell van, amik különböző módszertannal dolgoznak. Azonban mindegyikben közös, hogy számos egyszerűsítést tartalmaznak annak érdekében, hogy a problémák kezelhetőek maradjanak. Erre több példát is láthattunk az értekezésben.

A második fejezet rövid betekintést adott a gazdaságföldrajz történetébe, számos modellbe és azon belül is két irányzatba. Az új gazdaságföldrajz régiók közötti gazdasági folyamatok leírását ragadja meg, így makroökonómiai jelenségekkel foglalkozik. A Hotelling típusú modellek mikroszinten vizsgálják a vállalatok interakcióit, aminek két leghíresebb modellje a Hotelling modell és Salop körmodellje.

A harmadik fejezet ismertette Puga (1999) új gazdaságföldrajzi modelljét, majd ökonometriai eszközökkel becsülte meg a magyarországi fogyasztók helyettesítési rugalmasságát. Ennek értéke szignifikáns volt mind a négy alkalmazott becslésben.

A negyedik fejezetben statisztikai eszközök segítségével adatelemzést végeztünk, aminek eredményeként azt kaptuk, hogy Magyarországon térbeli monopóliumok találhatók. Ez részben annak köszönhető, hogy a boltok nagy része vidéken, a periféria területeken elszórtan versenytárs nélkül működik.

Az ötödik fejezet megmutatta, hogyha bevezetünk egy hasznosságfüggvényt a Hotelling modellbe, akkor a korábbi szakirodalomhoz képest néhány eredmény változatlan marad, néhány eredmény azonban módosul. Először is a jövedelem a rezervációs ár helyére lép, és biztosítja azt, hogy a termék áraiban korlátok vannak. Másik újdonság a közömbös fogyasztó képlete, amire a korábbi modellekhez képest erősebb hatással vannak az árak és már a jövedelem is megjelenik. Az eredmények a jövedelem és a szállítási költség arányától függnek. Ha ez alacsony, akkor lokális monopóliumok alakulnak ki. Ha az arány magas, akkor csak a piac közepén lehet egyensúly, ahol a vállalatok az árakban versenyeznek. A két eset között létezik egy harmadik is, köztes értékekre, ahol a vállalatok a negyedelőpontok és a középpont közé próbálnak települni.

A hatodik fejezetben Lijesen (2013) modelljéről és annak egy módosított változatáról volt szó. A két modell hasonlít egymásra, de van néhány apróbb különbség is. Az új modellben nagyobb verseny alakul ki, ezáltal az árak alacsonyabbak és a hagyományos boltok lehetséges elhelyezkedései szűkebbek. Ha modellben megengedjük, hogy a népességszám növekedhessen és a vállalatok endogén módon léphessenek be, akkor tovább fokozódik a verseny és még alacsonyabb árak alakulnak ki.

A hetedik fejezet az előző fejezetre építkezve vizsgálta az elkülönült árazás és a díjmentes kiszállítás stratégiáját. A kiszállítási díj alkalmazása magasabb profithoz vezet, azonban ehhez a piacot is jól kell ismerni: a racionális fogyasztók arányát, a kiszállítási díj szkeptikusok arányát és a tisztességes kiszállítási díj arányát. Másodszor a magasabb kiszállítási költség a hagyományos boltok profitját növeli és a webáruháznak veszteséget eredményez. Az utazási költségek emelkedése ezzel ellentétes hatással van a profitokra. Ha a két költségnek van egy közös tényezője, ami növekszik, akkor a hagyományos boltok mindig nyernek ezen, de a webáruház számára ez a költségek arányától függ. Ha az utazási költségek szignifikánsabbak, mint a szállítási költség, akkor a webáruház is profitot tud realizálni ezen. Továbbá a kapottak a szakirodalom több eredményével összhangban vannak.

Mint ahogy a felsorolásból is látszik, a problémák bonyolultsága miatt nem véletlen, hogy különböző modelleket kell alkalmazni. Emiatt sem tud létrejönni egy általános elmélet, ami egységes keretbe foglalná a diszciplínát. Ehelyett a részterületek egy-egy problémára koncentrálnak eltérő módszertannal és módszerekkel. Az egységesség hiánya meggátolja, hogy a mainstream közgazdaságtan részévé váljon. Tehát kiemelten fontos a terület további kutatása, hogy a jövőben tovább fejlődhessen a tudományterület és ezzel mindinkább a mainstream közgazdaságtan részéve válhasson. Ne csak a közgazdaságtan egy részterülete legyen, hanem annak alapvető része.

Bibliográfia

Anderson, S. P. & Neven, D. J. (1991). Cournot competition yields spatial agglomeration. *International Economic Review*, *32*(4), 793–808.

Balassa, B. (1966). Tariff reductions and trade in manufacturers among the industrial countries. *The American Economic Review*, *56*(3), 466–473.

Baldwin, R., Forslid, R., M., P., Ottaviano, G., & Robert-Nicoud, F. (2003). *Economic geography and public policy*. Princeton University Press.

Bertrand, J. (1883). Book review of theorie mathematique de la richesse sociale and of recherches sur les principles mathematiques de la theorie des richesses. *The economic journal*, (67), 499–508.

Birg, L. (2015). *Cross-border or online - tax competition with mobile consumers under destination and origin principle*.

Blazewicz, J., Bouvry, P., Kovalyov, M., & Musial, J. (2014). Internet shopping with price sensitive discounts. *4OR*, *12*(1), 35–48. doi:10.1007/s10288-013-0230-7

Bosker, M., Brakman, S., Garretsen, H., & Schramm, M. (2010). Adding geography to the new economic geography: Bridging the gap between theory and empirics. *Journal of Economic Geography*, *10*(6), 793–823.

Böckem, S. (1994). A generalized model of horizontal product differentiation. *The Journal of Industrial Economics*, *42*(3), 287–298.

Brakman, S., Garretsen, H., & Schramm, M. (2004). The spatial distribution of wages: Estimating the Helpman-Hanson model for Germany. *Journal of Regional Science*, *44*(3), 437–466.

Brakman, S., Garretsen, H., & Schramm, M. (2006). Putting new economic geography to the test: Free-ness of trade and agglomeration in the EU regions. *Regional Science and Urban Economics*, *36*(5), 613–635.

Campanelli, M. (2002). Who pays to get it there? *Entrepreneur*.

Chen, Y. & Riordan, M. H. (2007). Price and variety in the spokes model. *The Economic Journal*, *117*(522), 897–921. doi:10.1111/j.1468-0297.2007.02063.x

Christaller, W. (1933). *Die zentralen orte in süddeutschland*. Gustav Fischer, Jena.

Combes, P., Mayer, T., & Thisse, J. (2008). *Economic geography: The integration of regions and nations*. Princeton University Press. Princeton University Press.

Cournot, A. A. (1838). *Researches on the mathematical principles of the theory of wealth.* New York: A. M. Kelley.

d'Aspremont, C., Gabszewicz, J., & Thisse, J. (1979). On Hotelling's "stability in competition". *Econometrica*, *47*(5), 1145–50.

Dinlersoz, E. M. & Li, H. (2006). The shipping strategies of internet retailers: Evidence from internet book retailing. *Quantitative Marketing and Economics*, *4*(4), 407–438.

Dixit, A. K. & Stiglitz, J. E. (1977). Monopolistic competition and optimum product diversity. *American Economic Review*, *67*(3), 297–308.

Ebina, T., Matsushima, N., & Shimizu, D. (2015). Product differentiation and entry timing in a continuous time spatial competition model. *European Journal of Operational Research*, *247*(3), 904–913.

Economides, N. (1984). The principle of minimum differentiation revisited. *European Economic Review*, *24*(3), 345–368.

Enbysk, M. (2005). Are your shipping fees driving away customers? *Microsoft Small Business Center*.

EU Brussels: Director General of Fair Trading. (1999). Supermarkets: A report on the supply of groceries from multiple stores in the United Kingdom.

Fujita, M. & Krugman, P. (2004). The new economic geography: Past, present and the future. *Papers in Regional Science*, *83*, 139–164.

Fujita, M., Krugman, P., & Venables, A. J. (1999). *The spatial economy: Cities, regions and international trade*. MIT Press.

Gannon, C. A. (1977). Product differentiation and locational competition in spatial markets. *International Economic Review*, *18*(2), 293–322.

Grant, S. & Quiggin, J. (1994). Nash equilibrium with mark-up-pricing oligopolists. *Economics Letters*, *45*(2), 245–251.

Gümüş, M., Li, S., Oh, W., & Ray, S. (2013). Shipping fees or shipping free? a tale of two price partitioning strategies in online retailing. *Production and Operations Management*, *22*(4), 758–776.

H. Hanson, G. (2005). Market potential, increasing returns and geographic concentration. *Journal of International Economics*, *67*(1), 1–24.

Hamilton, R. W. & Srivastava, J. (2008). When 2 + 2 is not the same as 1 + 3: Variations in price sensitivity across components of partitioned prices. *Journal of Marketing Research*, *45*(4), 450–461.

Head, K. & Mayer, T. (2004). The empirics of agglomeration and trade. In J. V. Henderson & J. F. Thisse (Eds.), *Handbook of regional and urban economics* (Chap. 59, Vol. 4, pp. 2609–2669). Handbook of Regional and Urban Economics. Elsevier.

Heckscher, E. (1918). *The continental system: An economic interpretation*. Clarendon press, Oxford.

Henkel, J., Stahl, K., & Walz, U. (2000). Coalition Building in a Spatial Economy. *Journal of Urban Economics*, *47*(1), 136–163.

Hinloopen, J. & van Marrewijk, C. (1999). On the limits and possibilities of the principle of minimum differentiation1. *International Journal of Industrial Organization*, *17*(5), 735–750.

Hotelling, H. (1929). Stability in competition. *The economic journal*, *39*(153), 41–57.

Hu, Z.-H., Wei, C., Li, Q., & Xiao, F. (2014). Competition with online and offline demands considering logistics costs based on the hotelling model. *Mathematical Problems in Engineering*, 1–12.

Huang, W. & Cheng, Y. (2015). Threshold free shipping policies for internet shoppers. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, *82*(100), 193–203.

Iida, T. & Matsubayashi, N. (2011). Strategic multi-store opening under financial constraint. *European Journal of Operational Research*, *210*(2), 379–389.

Isard, W. (1956). *Location and space-economy: A general theory relating to industrial location, market areas, land use, trade and urban structure*. MIT Press, Cambridge MA.

Janssen, M. C. W., Karamychev, V. A., & van Reeven, P. (2005). Multi-store competition: Market segmentation or interlacing? *Regional Science and Urban Economics*, *35*(6), 700–714.

Jiang, Y., Shang, J., & Liu, Y. (2013). Optimizing shipping-fee schedules to maximize e-tailer profits. *International Journal of Production Economics*, *146*(2), 634–645. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.08.012

Káposzta, J. & Tóth, T. (2013). *Regionális és vidékfejlesztési ismeretek (elméleti jegyzet)*. Debreceni Egyetem Agrár- és Gazdálkodástudományok centruma.

Kelemen, J. (2013a). Magyarország hét régiójának új gazdaságföldrajzi modellje – paraméterbecslés. *Közgazdasági Szemle*, 1075–1089.

Kelemen, J. (2013b). The spatial monopolies of supermarket chains in Hungary. *Pannon Management Review*, 153–174.

Kelemen, J. (2017a). Note on hotelling's webshop. *Köz-gazdaság*, 1075–1089.

Kelemen, J. (2017b). Több piacra épülő webáruház térbeli árversenye. *Közgazdasági Szemle*, *64*, 612–629.

Koopmans, T. C. (1957). *Three essays on the state of economic science*. McGraw-Hill, New York.

Krugman, P. (1991). Increasing returns and economic geography. *Journal of Political Economy*, *99*(3), 483–99.

Krugman, P. (2009). The increasing returns revolution in trade and geography. *American Economic Review*, *99*(3), 561–71.

Krugman, P. & Venables, A. J. (1995). Globalization and the inequality of nations. *The Quarterly Journal of Economics*, *110*(4), 857–80.

Lerner, A. P. & Singer, H. W. (1937). Some notes on duopoly and spatial competition. *Journal of Political Economy*, *45*(2), 145–186.

Lewis, M., Singh, V., & Fay, S. (2006). An empirical study of the impact of non-linear shipping and handling fees on purchase incidence and expenditure decisions. *Marketing Science*, *25*(1), 51–64.

Lijesen, M. (2013). Hotelling's webshop. *Journal of Economics*, *109*(2), 193–200.

Liu, L. & Dukes, A. (2015). Online shopping intermediaries: The strategic design of search environments. *Management Science*, 1–14. doi:10.1287/mnsc.2015.2176

Lösch, A. (1962). *Die räumliche ordnung der wirtschaft*. Gustav Fischer, Jena.

Marshall, A. (1890). *Principles of economics*. Macmillan, London.

Martinez-Giralt, X. & Neven, D. J. (1988). Can price competition dominate market segmentation? *Journal of Industrial Economics*, *36*(4), 431–42.

Meyer, D. (2005). Az új gazdaságföldrajz gazdaságpolitikai implikációi – növekedéselméleti megközelítésben. In *Gazdasági növekedés magyarországon*. Műegyetemi Kiadó.

Morwitz, V. G., Greenleaf, E. A., & Johnson, E. J. (1998). Divide and prosper: Consumers' reactions to partitioned prices. *Journal of Marketing Research*, *35*(4), 453–463.

Myrdal, G. (1957). *Economic theory and underdeveloped regions*. Duckworth, London.

Nevena, T. K., Srivastava, J., & Steul-Fischer, M. (2012). The effect of shipping fee structure on consumers' online evaluations and choice. *Journal of the Academy of Marketing Science*, *40*(6), 759–770.

Norman, G. (1983). Spatial pricing with differentiated products. *The Quarterly Journal of Economics*, *98*(2), 291–310.

Ohlin, B. (1933). *Interregional and international trade*. Harvard University Press. Cambridge.

Ottaviano, G. I. P. (2010). 'new' new economic geography: Firm heterogeneity and agglomeration economies. *Journal of Economic Geography*, *11*(2), 1–10.

Ottaviano, G. I. P. & Thisse, J.-F. (2004). *New economic geography : what about the N ?* (CORE Discussion Papers No. 2004065). Université catholique de Louvain, Center for Operations Research and Econometrics (CORE).

Pálvölgyi, D. (2011). Hotelling on graphs.

Peng, S.-K. & Tabuchi, T. (2007). Spatial Competition in Variety and Number of Stores. *Journal of Economics & Management Strategy*, *16*(1), 227–250.

Puga, D. (1999). The rise and fall of regional inequalities. *European Economic Review*, *43*(2), 303–334.

Redding, S. & Venables, A. J. (2004). Economic geography and international inequality. *Journal of International Economics*, *62*(1), 53–82.

Ricardo, D. (1817). *The principles of political economy and taxation*. John Murray, London.

Salop, S. (1979). Monopolistic competition with outside goods. *The Bell Journal of Economics*, 141–156.

Samuelson, P. A. (1954). The transfer problem and transport costs, ii: Analysis of effects of trade impediments. *The Economic Journal*, *64*(254), 264–289.

Samuelson, P. A. (1983). Thünen at two hundred. *Journal of Economic Literature*, *21*(4), 1468–1488.

Sarkar, J., Gupta, B., & Pal, D. (1997a). Location equilibrium for cournot oligopoly in spatially separated markets. *Journal of Regional Science*, *37*(2), 195–212. doi:10.1111/0022-4146.00051

Sarkar, J., Gupta, B., & Pal, D. (1997b). Spatial Cournot competition and agglomeration in a model of location choice. *Regional Science and Urban Economics*, *27*(3), 261–282.

Sarkar, J. & Pal, D. (2002). Spatial competition among multi-store firms. *International Journal of Industrial Organization*, *20*(2), 163–190.

Schindler, R. M., Morrin, M., & Bechwati, N. N. (2005). Shipping charges and shipping-charge skepticism: Implications for direct marketers' pricing formats. *Journal of Interactive Marketing*, *19*(1), 41–53.

Smithies, A. (1941). Optimum location in spatial competition. *Journal of Political Economy*, *49*(3), 423–439.

Soetevent, A. R. (2010). *Price competition on graphs* (Tinbergen Institute Discussion Papers No. 10-126/1). Tinbergen Institute.

Stahl, K. (1983). A note on the microeconomics of migration. *Journal of Urban Economics*.

Starrett, D. (1978). Market allocations of location choice in a model with free mobility. *Journal of Economic Theory*, *17*(1), 21–37.

Stelder, D. (2012). Spatial monopoly of multi-establishment firms: An empirical study for supermarkets in the Netherlands. *Papers in Regional Science*, *91*(1), 181–192.

Tabuchi, T. (1994). Two-stage two-dimensional spatial competition between two firms. *Regional Science and Urban Economics*, *24*(2), 207–227.

Tabuchi, T. (2009). *Self-organizing Marketplaces* (CIRJE F-Series No. CIRJE-F-607). CIRJE, Faculty of Economics, University of Tokyo.

Tedeschi, B. (2001). E-commerce report; shipping fees: Some scrimp, some profit. *The New York Times*.

Teitz, M. B. (1968). Locational strategies for competitive systems. *Journal of regional science*, *8*(2), 135–148.

Thünen, J. H. (1910). *Der isolierte staat*. Gustav Fischer, Jena.

Varga, A. (2009). *Térszerkezet és gazdasági növekedés*. Akadémiai Kiadó.

Weber, A. (1922). *Über den standort der industrie*. Verlag von J.C.B. Mohr (Paul Siebeck).

Witzgall, C. (1964). Optimal location of a central facility: Mathematical models and concepts. *The economic journal*.

Woeckener, B. (2002). Spatial competition with an outside good and distributed reservation prices. *Journal of Economics*, *77*(2), 185–196. doi:10.1007/s00712-002-0546-9

Wrede, M. (2015). A continuous logit hotelling model with endogenous locations of consumers. *Economics Letters*, *126*(100), 81–83.

Yao, Y. & Zhang, J. (2012). Pricing for shipping services of online retailers: Analytical and empirical approaches. *Decision Support Systems*, *53*(2), 368–380.

A. függelék

Puga modellje

A.1. Haszonmaximalizálás

A fogyasztó maximalizálja a hasznát a költségvetési korlátja mellett

$$M_r = \left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R} \sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} m_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{(\sigma-1)/\sigma} \right]^{\sigma/(\sigma-1)} \longrightarrow \max_{\forall \tilde{r} \in R, \tilde{i} \in N_{\tilde{r}} \; m_{r\tilde{r}\tilde{i}}}$$

$$\gamma Y_r = \sum_{\tilde{r}=1}^{R} \sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}} m_{r\tilde{r}\tilde{i}}$$

A feladat Lagrange-függvénye, ahol $\mathbf{m_{r\tilde{r}\tilde{i}}}$ vektor az $m_{r\tilde{r}\tilde{i}}$ termékváltozatokból van felépítve

$$\mathcal{L}(\mathbf{m_{r\tilde{r}\tilde{i}}}, \lambda) = \left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R} \sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} m_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{(\sigma-1)/\sigma} \right]^{\sigma/(\sigma-1)} - \lambda(\gamma Y_r - \sum_{\tilde{r}=1}^{R} \sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}} m_{r\tilde{r}\tilde{i}})$$

Ennek a deriváltjai $\forall r, \tilde{r} \in R, \tilde{i} \in N_{\tilde{r}} \; m_{r\tilde{r}\tilde{i}}$ esetén

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_{r\tilde{r}\tilde{i}}} = \frac{\sigma}{\sigma - 1} \left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R} \sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} m_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{(\sigma-1)/\sigma} \right]^{\sigma/(\sigma-1)-1} \frac{\sigma - 1}{\sigma} m_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{(\sigma-1)/\sigma-1} + \lambda p_{r\tilde{r}\tilde{i}} = 0$$

Azt kapjuk $\tilde{r}, \tilde{r}', \tilde{i}, \tilde{i}'$-re hogy

$$\frac{p_{r\tilde{r}\tilde{i}}}{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}} = (\frac{m_{r\tilde{r}\tilde{i}}}{m_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}})^{-1/\sigma}$$

átrendezve

$$m_{r\tilde{r}\tilde{i}} = \left(\frac{p_{r\tilde{r}\tilde{i}}}{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}}\right)^{-\sigma} m_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}$$

Vagyis az árarány megegyezik a helyettesítési határaránnyal. Ezt kihasználva helyettesítsünk be a (3.2)-be

$$M_r = \left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R}\sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}}\left(\left(\frac{p_{r\tilde{r}\tilde{i}}}{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}}\right)^{-\sigma} m_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}\right)^{(\sigma-1)/\sigma}\right]^{\sigma/(\sigma-1)} =$$

$$\frac{m_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}}{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{-\sigma}}\left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R}\sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma}\right]^{\sigma/(\sigma-1)}$$

Átrendezve az egyenlet mindkét oldalát a következőt kapjuk

$$m_{r\tilde{r}'\tilde{i}'} = \frac{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{-\sigma}}{\left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R}\sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma}\right]^{\sigma/(1-\sigma)}} M_r$$

Végül ezt visszahelyettesítve és az indexeket átírva

$$\gamma Y_r = \sum_{\tilde{r}'=1}^{R}\sum_{\tilde{i}'=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'} m_{r\tilde{r}'\tilde{i}'} = \sum_{\tilde{r}'=1}^{R}\sum_{\tilde{i}'=1}^{N_{\tilde{r}}} \frac{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{1-\sigma}}{\left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R}\sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma}\right]^{\sigma/(\sigma-1)}} M_r =$$

$$\frac{\sum_{\tilde{r}'=1}^{R}\sum_{\tilde{i}'=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{1-\sigma}}{\left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R}\sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma}\right]^{\sigma/(\sigma-1)}} M_r$$

Mivel a számlálóban és a nevezőben lévő szumma indexei az r. régióban élő fogyasztóra végigfutnak az összesen lehetőségen, ezért feltehető, hogy az azonos indexek megegyeznek. Így a kitevők összevonása után tovább egyenlő

$$\gamma Y_r = \left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R}\sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)} M_r$$

Legyen

$$P_r = \left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R}\sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)}$$

Ekkor

$$\gamma Y_r = P_r M_r$$

vagyis P_r az r. régió árindexe. Az előző egyenletet felhasználva, belátható hogy egy fogyasztó kereslete az adott termék iránt

$$m_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}(p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}) = \frac{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{-\sigma}}{P_r^{-\sigma}} M_r = \frac{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{-\sigma}}{P_r^{-\sigma}} \gamma Y_r P_r^{-1} = \frac{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{-\sigma}}{P_r^{1-\sigma}} \gamma Y_r$$

Indirekt hasznosságfüggvény

Mivel a hasznosságfüggvény Cobb-Douglas típusú, ezért tudjuk hogy

$$A_r = \frac{(1-\gamma)Y_r}{P_A}, \qquad M_r = \frac{\gamma Y_r}{P_r}$$

A jövedelem ezért a következőképp írható fel

$$Y_r = P_A \frac{(1-\gamma)Y_r}{P_A} + P_r \frac{\gamma Y_r}{P_r}$$

A hasznosságfüggvény átírható

$$U_r(A_r, M_r) = C_\gamma A_r^{1-\gamma} M_r^{\gamma} = C_\gamma \left(\frac{(1-\gamma)Y_r}{P_A} \right)^{1-\gamma} \left(\frac{\gamma Y_r}{P_r} \right)^{\gamma} =$$

Ekkor megkapjuk az indirekt hasznosságfüggvényt, ami az árak és a jövedelem függvényében mutatja meg a hasznosságot

$$V_r(P_A, P_r, Y_r) = C_\gamma \left(\frac{(1-\gamma)}{P_A} \right)^{1-\gamma} \left(\frac{\gamma}{P_r} \right)^{\gamma} Y_r$$

Ha feltesszük, hogy $C_\gamma = (1-\gamma)^{\gamma-1}\gamma^{-\gamma}$, akkor egyszerűsödik a kifejezés

$$V_r(P_A, P_r, Y_r) = P_A^{\gamma-1} P_r^{-\gamma} Y_r$$

Ekkor a Roy-azonosság segítségével is meghatározható a kereslet

$$m_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}(p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}) = -\frac{\frac{\partial V_r}{\partial p_{r\tilde{r}\tilde{i}}}}{\frac{V_r}{\partial Y_r}} = -\frac{P_A^{\gamma-1} Y_r (-\gamma) P_r^{-\gamma-1} \frac{1}{1-\sigma} P_r^{\sigma} (1-\sigma) p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma}}{P_A^{\gamma-1} (P_r)^{-\gamma}} =$$

$$= P_r^{\sigma-1} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma} \gamma Y_r = \frac{p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma}}{P_r^{1-\sigma}} \gamma Y_r$$

A.2. Költségminimalizálás

A vállalat feladata adott kibocsátási szint mellet ($\overline{y_{ri}}$) minimalizálni a költségeket

$$C_{ri}(l_{ri}, \mathbf{i_{ri\tilde{r}\tilde{i}}}) \longrightarrow \min_{l_{ri} \text{ és } \forall \tilde{r} \in R, \tilde{i} \in N_{\tilde{r}} \ i_{ri\tilde{r}\tilde{i}}}$$

$$\overline{y_{ri}} = \frac{C_\mu l_{ri}^{1-\mu} I_{ri}^{\mu} - \alpha}{\beta}$$

A feladat Lagrange-függvénye

$$\mathcal{L}(\mathbf{i_{ri\tilde{r}\tilde{i}}}, l_{ri}, \lambda) = w_r l_{ri} + \sum_{\tilde{r}=1}^{R} \sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}} i_{ri\tilde{r}\tilde{i}} - \lambda (C_\mu l_{ri}^{1-\mu} I_{ri}^{\mu} - \alpha - \beta \overline{y_{ri}})$$

Ebből $\forall \tilde{r} \in R, \tilde{i} \in N_{\tilde{r}} \ i_{ri\tilde{r}\tilde{i}}$ esetén

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial i_{ri\tilde{r}\tilde{i}}} = p_{r\tilde{r}\tilde{i}} - \lambda C_\mu l_{ri}^{1-\mu} \mu I_{ri}^{\mu-1} \frac{\sigma}{\sigma - 1} \left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R} \sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} i_{ri\tilde{r}\tilde{i}}^{(\sigma-1)/\sigma} \right]^{1/(\sigma-1)} \frac{\sigma - 1}{\sigma} i_{ri\tilde{r}\tilde{i}}^{-1/\sigma} = 0$$

Azt kapjuk $\tilde{r}, \tilde{r}', \tilde{i}, \tilde{i}'$-re hogy

$$\frac{p_{r\tilde{r}\tilde{i}}}{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}} = \left(\frac{i_{ri\tilde{r}\tilde{i}}}{i_{ri\tilde{r}'\tilde{i}'}} \right)^{-1/\sigma}$$

azaz

$$i_{ri\tilde{r}\tilde{i}} = \left(\frac{p_{r\tilde{r}\tilde{i}}}{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}} \right)^{-\sigma} i_{ri\tilde{r}'\tilde{i}'}$$

A kapottakat helyettesítsük be (3.8)-be

$$I_{ri} = \left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R} \sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} \left(\left(\frac{p_{r\tilde{r}\tilde{i}}}{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}} \right)^{-\sigma} i_{ri\tilde{r}'\tilde{i}'} \right)^{(\sigma-1)/\sigma} \right]^{\sigma/(\sigma-1)} =$$

$$\frac{i_{ri\tilde{r}'\tilde{i}'}}{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{-\sigma}} \left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R} \sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma} \right]^{\sigma/(\sigma-1)}$$

Ezt átrendezve

$$i_{ri\tilde{r}'\tilde{i}'} = \frac{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{-\sigma}}{\left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R}\sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma}\right]^{\sigma/(\sigma-1)}} I_{ri}$$

Használjuk ki, hogy a termelési függvény Cobb-Douglas típusú, így(3.9) alapján a költségek μ hányada az iparcikkekre vonatkozik. Ebbe helyettesítsük be az előbb kapott eredményt

$$\mu C_{ri} = \sum_{\tilde{r}'=1}^{R}\sum_{\tilde{i}'=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'} i_{ri\tilde{r}'\tilde{i}'} = \sum_{\tilde{r}'=1}^{R}\sum_{\tilde{i}'=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'} \frac{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{-\sigma}}{\left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R}\sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma}\right]^{\sigma/(\sigma-1)}} I_{ri} =$$

$$\sum_{\tilde{r}'=1}^{R}\sum_{\tilde{i}'=1}^{N_{\tilde{r}}} \frac{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{1-\sigma}}{\left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R}\sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma}\right]^{\sigma/(\sigma-1)}} I_{ri} = \frac{\sum_{\tilde{r}'=1}^{R}\sum_{\tilde{i}'=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{1-\sigma}}{\left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R}\sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma}\right]^{\sigma/(\sigma-1)}} I_{ri} =$$

Miután kiemeljük egyik szummából a másikat, látható, hogy az indexek a számlálóban és a nevezőben ugyanott futnak végig, így tovább egyenlő

$$\left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R}\sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)} I_{ri}$$

Ahonnan visszakapjuk újra az árindexet, ami természetesen az r. régión belül nem függ a vállalattól

$$P_r = \left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R}\sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)}$$

Tehát

$$\mu C_{ri} = w_r l_{ri} + P_r I_{ri}$$

Egy iparcikk iránti keresletet kifejezhetjük az előző egyenlet alapján

$$i_{ri\tilde{r}'\tilde{i}'} = \frac{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{-\sigma}}{P_r^{-\sigma}} I_{ri} = \frac{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{-\sigma}}{P_r^{-\sigma}} \mu \frac{C_{ri}}{P_r} = \mu \frac{p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{-\sigma}}{P_r^{1-\sigma}} C_{ri}$$

A Cobb-Douglas tulajdonságból következik, hogy a költségek μ és $1-\mu$ arányban oszlanak meg a munkaköltségek és az ipari összetett-jószág költsége között

$$l_{ri} = (1-\mu)\frac{C_{ri}}{w_r}, \qquad I_{ri} = \mu\frac{C_{ri}}{P_r}$$

A költséget bontsuk fel és írjuk át

$$C_{ri} = C_{ri}^{1-\mu}C_{ri}^{\mu} = w_r^{1-\mu}P_r^{\mu}\left(\frac{C_{ri}}{w_r}\right)^{1-\mu}\left(\frac{C_{ri}}{P_r}\right)^{\mu} =$$

$$(1-\mu)^{\mu-1}\mu^{-\mu}w_r^{1-\mu}P_r^{\mu}\left((1-\mu)\frac{C_{ri}}{w_r}\right)^{1-\mu}\left(\mu\frac{C_{ri}}{P_r}\right)^{\mu} =$$

Tegyük fel, hogy $C_\mu = (1-\mu)^{\mu-1}\mu^{-\mu}$, így tovább egyszerűsödik a kifejezés

$$C_\mu w_r^{1-\mu}P_r^{\mu}\left((1-\mu)\frac{C_{ri}}{w_r}\right)^{1-\mu}\left(\mu\frac{C_{ri}}{P_r}\right)^{\mu} = w_r^{1-\mu}P_r^{\mu}C_\mu l_{ri}^{1-\mu}I_r^{\mu} =$$

A termelési függvényt felhasználva

$$w_r^{1-\mu}P_r^{\mu}(\alpha + \beta y_{ri})$$

Így meghatároztuk a költségfüggvényt az inputok árának függvényében

$$C_{ri}(w_r, P_r, y_{ri},) = w_r^{1-\mu}P_r^{\mu}(\alpha + \beta y_{ri})$$

Ebből a Shephard lemma segítségével a vállalat inputkeresletei ismét meghatározhatóak

$$i_{ri\tilde{r}'\tilde{i}'} = \frac{\partial C_{ri}}{\partial p_{r\tilde{r}\tilde{i}}} = w_r^{1-\mu}(\alpha + \beta y_{ri})\mu P_r^{\mu-1}\frac{1}{1-\sigma}P_r^{\sigma}(1-\sigma)p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma} =$$

$$w_r^{1-\mu}P_r^{\mu}(\alpha + \beta y_{ri})\mu P_r^{\sigma-1}p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma} = P_r^{\sigma-1}p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma}\mu C_{ri}$$

$$l_{ri} = \frac{\partial C_{ri}}{\partial w_r} = (1-\mu)w_r^{-\mu}P_r^{\mu}(\alpha + \beta y_{ri}) = w_r^{-1}(1-\mu)C_{ri}$$

A.3. Kereslet

Egyrészt a termékre szüksége van a fogyasztóknak, másrészt kell az N_r darab vállalatnak a termeléséhez is mindegyik régióban. Persze a vállalat szembesül azzal, hogy több terméket kell küldenie magasabb áron ahhoz, hogy a kívánt mennyiség érkezzen meg. Az r. régióban lévő i. vállalat termékének a kereslete a következő

$$q_{\tilde{r}\tilde{i}} = \sum_{r=1}^{R} \tau_{r\tilde{r}} m_{r\tilde{r}\tilde{i}} + \sum_{r=1}^{R}\sum_{i=1}^{N_r} \tau_{r\tilde{r}} i_{ri\tilde{r}\tilde{i}} = \sum_{r=1}^{R} \left[\tau_{r\tilde{r}} m_{r\tilde{r}\tilde{i}} + \sum_{i=1}^{N_r} \tau_{r\tilde{r}} i_{ri\tilde{r}\tilde{i}} \right] =$$

$$\sum_{r=1}^{R} \left[\tau_{r\tilde{r}} \frac{p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma}}{P_r^{1-\sigma}} \gamma Y_r + \sum_{i=1}^{N_r} \tau_{r\tilde{r}} \frac{p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma}}{P_r^{1-\sigma}} \mu C_{ri} \right] =$$

$$\sum_{r=1}^{R} \left[\tau_{r\tilde{r}} \frac{(\tau_{r\tilde{r}} p_{\tilde{r}\tilde{i}})^{-\sigma}}{P_r^{1-\sigma}} \gamma Y_r + \sum_{i=1}^{N_r} \tau_{r\tilde{r}} \mu \frac{(\tau_{r\tilde{r}} p_{\tilde{r}\tilde{i}})^{-\sigma}}{P_r^{1-\sigma}} C_{ri} \right] =$$

Vegyük észre, hogy a zárójelen belül a második tagban csak C_{ri} függ az i indextől. Mindent emeljünk ki, majd definiáljuk a következőt $C_r = \sum_{i=1}^{N_r} C_{ri}$, és írjuk át

$$\sum_{r=1}^{R} \left[\tau_{r\tilde{r}} \frac{(\tau_{r\tilde{r}} p_{\tilde{r}\tilde{i}})^{-\sigma}}{P_r^{1-\sigma}} \gamma Y_r + \tau_{r\tilde{r}} \frac{(\tau_{r\tilde{r}} p_{\tilde{r}\tilde{i}})^{-\sigma}}{P_r^{1-\sigma}} \mu C_r \right] =$$

$$\sum_{r=1}^{R} \tau_{r\tilde{r}}^{1-\sigma} \left[\frac{p_{\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma}}{P_r^{1-\sigma}} \gamma Y_r + \frac{p_{\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma}}{P_r^{1-\sigma}} \mu C_r \right] = \sum_{r=1}^{R} \tau_{r\tilde{r}}^{1-\sigma} \left[\gamma Y_r + \mu C_r \right] \frac{p_{\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma}}{P_r^{1-\sigma}} =$$

Definiáljuk a kiadásfüggvényt egy r régióra $e_r = \gamma Y_r + \mu C_r$, ami tartalmazza a fogyasztók és a termelők kiadásait az iparcikkekre

$$\sum_{r=1}^{R} \tau_{r\tilde{r}}^{1-\sigma} e_r p_{\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma} P_r^{\sigma-1} = p_{\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma} \sum_{r=1}^{R} \tau_{r\tilde{r}}^{1-\sigma} e_r P_r^{\sigma-1}$$

Ha ezt az alakot megvizsgáljuk, akkor a kereslet rugalmassága elsőre úgy tűnhet, hogy σ. Ami csak akkor lesz igaz, ha élünk azzal a feltételezéssel, hogy a vállalatok olyan sokan vannak, hogy egymásra nem tudnak hatni, azaz nem létezik vállalati stratégia.

Számoljuk ki a kereslet sajátárhoz ($p_{\tilde{r}\tilde{i}}$) tartozó deriváltját.[1] Vegyük észre azonban, hogy az árindexen belül is található sajátár.

$$q'_{\tilde{r}\tilde{i}}(p_{\tilde{r}\tilde{i}}) = -\sigma p_{\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma-1} \sum_{r=1}^{R} \tau_{r\tilde{r}}^{1-\sigma} e_r P_r^{\sigma-1} +$$

[1]Ne felejtsük el a szorzatderivált második tagjában az árindex most a következő formát veszi fel $P_r = \left[\sum_{\tilde{r}'=1}^{R} \sum_{\tilde{i}'=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}'\tilde{i}'}^{1-\sigma} \right]^{1/(1-\sigma)} = \left[\sum_{\tilde{r}'=1}^{R} \sum_{\tilde{i}'=1}^{N_{\tilde{r}}} (\tau_{r\tilde{r}'} p_{\tilde{r}'\tilde{i}'})^{1-\sigma} \right]^{1/(1-\sigma)}$

$$p_{\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma}\sum_{r=1}^{R}\tau_{r\tilde{r}}^{1-\sigma}e_r(\sigma-1)P_r^{\sigma-2}\frac{1}{1-\sigma}P_r^{\sigma}\tau_{r\tilde{r}}^{1-\sigma}(1-\sigma)p_{\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma}=$$

Vonjunk össze, majd az első tagból kiemelhető $q_{\tilde{r}\tilde{i}}$

$$-\sigma p_{\tilde{r}\tilde{i}}^{-1}q_{\tilde{r}\tilde{i}}+(\sigma-1)p_{\tilde{r}\tilde{i}}^{-2\sigma}\sum_{r=1}^{R}\tau_{r\tilde{r}}^{1-\sigma}e_rP_r^{2(\sigma-1)}$$

A kereslet rugalmassága az $\tilde{r}$ régióban élő $\tilde{i}$. vállalatnak definíció szerint

$$\epsilon_{\tilde{r}\tilde{i}}=q'_{\tilde{r}\tilde{i}}(p_{\tilde{r}\tilde{i}})\frac{p_{\tilde{r}\tilde{i}}}{q_{\tilde{r}\tilde{i}}(p_{\tilde{r}\tilde{i}})}=$$

Az előzőt felhasználva

$$-\sigma+(\sigma-1)\frac{p_{\tilde{r}\tilde{i}}^{-2\sigma+1}}{q_{\tilde{r}\tilde{i}}}\sum_{r=1}^{R}\tau_{r\tilde{r}}^{2(1-\sigma)}e_rP_r^{2(\sigma-1)}$$

Tegyük fel a következőt: $\frac{\partial P_r}{\partial p_{\tilde{r}\tilde{i}}}=0\ \forall\tilde{r},\tilde{i}$. Ebben az esetben a második tag szükségszerűen nulla lesz, hisz az árindex ár szerinti deriváltja nulla. Ez úgy interpretálható, hogy a vállalatok nem tudnak hatni, nincsenek vállalati stratégiák. Ez a feltétel összhangban van a monopolisztikus verseny harmadik feltételével.

A.4. Profitmaximalizálás

A vállalat a profitját a költségfüggvény segítségével az ár szerint maximalizálja.

$$\Pi(p)=TR(q(p))-TC(q(p))=q(p)p-TC(q(p))\longrightarrow\max_p$$

Az elsőrendű feltétel ekkor a következő alakot ölti

$$pq'(p)+q=MC(q)q'(p)$$

ami átrendezve

$$MC(q)=p\left(1+\frac{q(p)}{q'(p)p}\right)$$

Legyen ϵ az árrugalmasság, ami negatív közönséges jószág esetén. Ezt felhasználva

$$MC(q) = p\left(1 + \frac{1}{q'(p)\frac{p}{q(p)}}\right) = p\left(1 + \frac{1}{\epsilon}\right) = p\left(1 - \frac{1}{|\epsilon|}\right)$$

Ekkor felhasználva (3.11) és (3.13) egyenleteket

$$\beta w_{\tilde{r}}^{1-\mu} P_{\tilde{r}}^{\mu} = p_{\tilde{r}\tilde{i}}\left(1 - \frac{1}{\sigma}\right)$$

Amiből megkaphatjuk egy vállalat által kínált árat

$$p_{\tilde{r}\tilde{i}} = \frac{\beta\sigma}{\sigma - 1} w_{\tilde{r}}^{1-\mu} P_{\tilde{r}}^{\mu}$$

A paraméterek mellett egy adott régió ára függ az adott régióban lévő bértől és árindextől. Ez azonban minden egyes régióbeli vállalatra azonos, következésképp egy régión belül a vállalatok ára megegyezik.

A profit, azaz bevétel mínusz költségek (3.11) felhasználásával meghatározható

$$\Pi_{ri}(p_{\tilde{r}\tilde{i}}) = p_{\tilde{r}\tilde{i}} q_{\tilde{r}\tilde{i}} - w_{\tilde{r}}^{1-\mu} P_{\tilde{r}}^{\mu}(\alpha + \beta q_{\tilde{r}\tilde{i}}) =$$

Ezután használjuk fel (3.14) egyenletet a második tagra

$$p_{\tilde{r}\tilde{i}} q_{\tilde{r}\tilde{i}} - \frac{\sigma - 1}{\beta\sigma} p_{\tilde{r}\tilde{i}}(\alpha + \beta q_{\tilde{r}\tilde{i}}) = \frac{p_{\tilde{r}\tilde{i}}}{\sigma}\left(q_{\tilde{r}\tilde{i}} - \frac{\alpha(\sigma - 1)}{\beta}\right)$$

Most használjuk fel a nullprofit feltételt

$$\Pi_{ri}(p_{\tilde{r}\tilde{i}}) = \frac{p_{\tilde{r}\tilde{i}}}{\sigma}\left(q_{\tilde{r}\tilde{i}} - \frac{\alpha(\sigma - 1)}{\beta}\right) = 0$$

Ekkor csak a szorzat jobb oldala lehet nulla, így

$$q_{\tilde{r}\tilde{i}} = q^* = \frac{\alpha(\sigma - 1)}{\beta}$$

Mivel ez a kifejezés csak a paraméterektől függ, ezért minden vállalat ugyanannyit termel.

A.5. Profitmaximalizálás a mezőgazdaságban

Mivel a földnek nincs bérleti díja, ezért a mezőgazdaságban a profit a földjáradék lesz.[2] A következő feladatot kell megoldanunk[3]

$$\Pi_r^A = \begin{cases} p_r^A y_i^A - w_r L_r^A \longrightarrow \max_{y_r^A, L_r^A} \\ y_r^A \leq g(L_r^A, K_r) \end{cases}$$

Írjuk át a profitfüggvényt a következő alakra

$$R_r(p_r^A, w_r, K_r) = \max_{y_r^A, L_r^A} \{p_r^A y_r^A - w_r L_r^A | y_r^A \leq g(L_r^A, K_r)\}$$

A mezőgazdasági terméknek nincs szállítási költsége, így mindenhol ugyanannyiba kerül. Ugyanakkor legyen a mezőgazdasági termék az ármérce (*numéraire*), vagyis $p_r^A = 1 \; \forall r$, azaz

$$R_r(1, w_r, K_r) = \max_{y_r^A, L_r^A} \{y_r^A - w_r L_r^A | y_r^A \leq g(L_r^A, K_r) =$$

Ahhoz hogy eliminálni tudjuk a földterületek változóját, K_r-t az egyenletekből, így azt emeljük ki a termelési függvényből. A függvény első fokon homogén, így könnyen megtehető

$$\max_{y_r^A, L_r^A} \{y_r^A - w_r L_r^A | y_r^A \leq K_r g(\frac{L_r^A}{K_r}, 1)\} =$$

A többi tagból is emeljük ki K_r-t.

$$\max_{y_r^A, L_r^A} \{K_r(\frac{y_r^A}{K_r} - w_r \frac{L_r^A}{K_r}) | \frac{y_r^A}{K_r} \leq g(\frac{L_r^A}{K_r}, 1)\} =$$

Ekkor a maximum függvényből is kiemelhető, de ekkor megváltozik, hogy miszerint maximalizálunk.

$$K_r \max_{\frac{y_r^A}{K_r}, \frac{L_r^A}{K_r}} \{\frac{y_r^A}{K_r} - w_r \frac{L_r^A}{K_r} | \frac{y_r^A}{K_r} \leq g(\frac{L_r^A}{K_r}, 1)\} =$$

Definiáljuk a földterület arányos változókat, valamint az egy egységnyi földterület utáni profitot vagy földjáradékot a munkabér függvényében ($r_r(w_r)$).

[2] Krugman modelljében a szakképzetlen munkások bért kaptak. Ha a művelhető területek számát szakképzetlen munkásnak értelmezzük, akkor a profit, földjáradék ezen munkások bérével fog megegyezni. Tehát ez az összeg nem bérként, hanem profitként jelenik meg a jövedelmükben.

[3] A mezőgazdasági bérek megegyeznek az ipari bérekkel egy régión belül

$$K_r \max_{y_r^{*A}, L_r^{*A}} \{y_r^{*A} - w_r L_r^{*A} | y_r^{*A} \leq g(L_r^{*A}, 1)\} = K_r R_r(1, w_r, 1) = K_r r_r(w_r)$$

A feladat ekkor így néz ki

$$\Pi = y_r^{*A} - w_r L_r^{*A} \longrightarrow \max_{y_r^{*A}, L_r^{*A}}$$

$$y_r^A \leq g(L_r^{*A}, 1)$$

A probléma megoldható a Kuhn-Tucker módszerrel, ahol a feladat Lagrange-függvénye

$$\mathcal{L}(y_r^{*A}, L_r^{*A}, \lambda) = y_r^{*A} - w_r L_r^{*A} + \lambda(g(L_r^{*A}, 1) - y_r^{*A})$$

Az elsőrendű feltételek

$$\frac{\partial \mathcal{L}(y_r^{*A}, L_r^{*A}, \lambda)}{\partial y_r^{*A}} = 1 - \lambda \leq 0 \qquad y_r^{*A} \geq 0 \qquad y_r^{*A}(1 - \lambda) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(y_r^{*A}, L_r^{*A}, \lambda)}{\partial L_r^{*A}} = \lambda g'(L_r^{*A}, 1) - w_r \leq 0 \quad L_r^{*A} \geq 0 \quad L_r^{*A}(\lambda g'(L_r^{*A}, 1) - w_r) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(y_r^{*A}, L_r^{*A}, \lambda)}{\partial \lambda} = g(L_r^{*A}, 1) - y_r^{*A} \leq 0 \qquad \lambda \geq 0 \qquad \lambda(g(L_r^{*A}, 1) - y_r^{*A}) = 0$$

Ha $\lambda = 0$, akkor ellentmondáshoz jutunk. Ha $\lambda = 1$, akkor megkapjuk a megoldást, azaz $w_r = g'(L_r^{*A}, 1)$ és $y_r^{*A} = g(L_r^{*A}, 1)$.

Tegyük fel, hogy a termelési függvény Cobb-Douglas alakú

$$g_r(L_r^A, K_r) = L_r^{A\,\theta} K_r^{1-\theta}$$

Egyrészt világos, hogy állandó mérethozadékú, másrészt valóban előállítható a két ismertetett modell.[4] Az előbb kapott optimumfeltételeket használjuk fel erre az esetre.

[4]Ha $\theta = 0$ akkor Krugman 1991-es modellje, ha $\theta = 1$, akkor Venables és Krugman modellje.

$$y_r = g_r(L_r^{A*}, 1) = L_r^{A*\,\theta}$$

$$w_r = g_r'(L_r^{A*}, 1) = \theta L_r^{A*\,\theta-1}$$

Az első egyenletből megkapjuk a munkaerő-keresleti függvényt egy egységnyi földterület mellett

$$L_r^{A*}(w_r) = \left(\frac{w_r}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}}$$

Kiszámítható az egy földterületre vonatkozó profitfüggvény is

$$r_r(w_r) = y_r - w_r L_r^{A*} = L_r^{A*\,\theta} - w_r L_r^{A*} = \left(\frac{w_r}{\theta}\right)^{\frac{\theta}{\theta-1}} - w_r\left(\frac{w_r}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} =$$

$$(1-\theta)\left(\frac{w_r}{\theta}\right)^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

A.6. Vállalatok száma

A munkaerőpiacon is egyensúly van, a munkaerő-állomány a régió ipari és mezőgazdasági munkásaiból áll.

$$L_r = L_r^A + L_r^M = K_r\left(\frac{w_r}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} + N_r l_{ri} = K_r\left(\frac{w_r}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} + N_r(1-\mu)w_r^{-1}C_r =$$

$$K_r\left(\frac{w_r}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} + N_r(1-\mu)w_r^{-1}p_r\frac{\sigma-1}{\beta\sigma}(\alpha+\beta y_r)$$

Vegyük a következő formáját az egyenletnek

$$L_r = K_r\left(\frac{w_r}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} + N_r(1-\mu)w_r^{-1}C_r$$

Alakítsuk át ismerve a költségfüggvényt és a mezőgazdaság keresleti függvényét

$$L_r = L_r^A + N_r(1-\mu)w_r^{-\mu}P_r^{\mu}(\alpha+\beta y_r)$$

$$L_r\left(1-\frac{L_r^A}{L_r}\right) = L_r\frac{L_r^M}{L_r} = N_r(1-\mu)w_r^{-\mu}P_r^{\mu}(\alpha+\beta y_r)$$

Legyen ς_r a régión belüli ipari munkáshányad (szakképzett munkások dolgoznak az iparban és a mezőgazdaságban is, ha $\theta > 0$). Ekkor az optimális vállalatszám egy régióban a következő

$$N_r = \frac{\varsigma_r L_r}{(1-\mu)w_r^{-\mu}P_r^{\mu}(\alpha+\beta y_r)}$$

A.7. Rövid távú egyensúly

A.7.1. Kiadás egyenlet

A kiadás az $r.$ régióban a fogyasztó jövedelme és a vállalatok költségei.

$$e_r = \gamma Y_r + \mu N_r C_r = \gamma Y_r + \mu N_r w_r^{1-\mu}P_r^{\mu}(\alpha+\beta y_r) = \gamma Y_r + \mu N_r p_r\frac{\sigma-1}{\beta\sigma}(\alpha+\beta y_r)$$

A régióra vonatkozó költségfüggvény felírható úgyis, hogy $C_r = N_r C_{ri}$, mivel egy régión belül a vállalatok megegyeznek, így költségeik is. Továbbá a (3.14) is felhasználható volt.

Egyensúlyban a vállalatok q^* mennyiséget termelnek, így (3.19) következőképp is felírható

$$N_r = \frac{\varsigma_r L_r}{(1-\mu)w_r^{-\mu}P_r^{\mu}(\alpha+\beta q^*)} = \frac{\varsigma_r L_r}{(1-\mu)\alpha\sigma w_r^{-\mu}P_r^{\mu}}$$

Ezt felhasználhatjuk a kiadás meghatározásában

$$e_r = \gamma Y_r + \mu N_r w_r^{1-\mu}P_r^{\mu}(\alpha+\beta q^*) = \gamma Y_r + \mu\alpha\sigma N_r w_r^{1-\mu}P_r^{\mu} =$$

$$\gamma Y_r + \frac{\mu}{1-\mu}w_r\varsigma_r L_r$$

Így végül megkapjuk a teljes kiadást az összetett jószágra, ami a bértől függ

$$e_r = \gamma(w_r L_r + r(w_r)K_r) + \frac{\mu}{1-\mu} w_r \varsigma_r L_r$$

A.7.2. Árindex egyenlet

Emlékezzünk vissza az árindex definíciójára és alakítsuk át, felhasználva hogy egy régión belül az árak azonosak

$$P_r = \left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R} \sum_{\tilde{i}=1}^{N_{\tilde{r}}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)} = \left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R} N_{\tilde{r}} p_{r\tilde{r}\tilde{i}}^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)} =$$

$$\left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R} N_{\tilde{r}} (\tau_{r\tilde{r}} p_{\tilde{r}\tilde{i}})^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)} =$$

Majd használjuk fel (3.14)-t és (3.19)-t.

$$\left[\sum_{\tilde{r}=1}^{R} \frac{\varsigma_{\tilde{r}} L_{\tilde{r}}}{(1-\mu)\alpha\sigma w_{\tilde{r}}^{-\mu} P_{\tilde{r}}^{\mu}} \left(\frac{\beta\sigma}{\sigma-1} w_{\tilde{r}}^{1-\mu} P_{\tilde{r}}^{\mu} \tau_{r\tilde{r}}\right)^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)}$$

Azaz az árindex függ a bértől és a többi árindextől is

$$P_r = \frac{\beta\sigma}{\sigma-1} \left[\frac{1}{(1-\mu)\alpha\sigma} \sum_{\tilde{r}=1}^{R} \varsigma_{\tilde{r}} L_{\tilde{r}} w_{\tilde{r}}^{1-\sigma(1-\mu)} P_{\tilde{r}}^{-\mu\sigma} \tau_{r\tilde{r}}^{1-\sigma}\right]^{1/(1-\sigma)}$$

A.7.3. Béregyenlet

Már láttuk, hogy

$$q_{\tilde{r}\tilde{i}} = \sum_{r=1}^{R} \tau_{r\tilde{r}}^{1-\sigma} e_r \frac{p_{\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma}}{P_r^{1-\sigma}}$$

Ismerve q^*-t és (3.14)-t

$$\frac{\sigma-1}{\beta}\alpha = q^* = p_{\tilde{r}\tilde{i}}^{-\sigma} \sum_{r=1}^{R} \tau_{r\tilde{r}}^{1-\sigma} e_r P_r^{\sigma-1} = \left(\frac{\beta\sigma}{\sigma-1} w_{\tilde{r}}^{1-\mu} P_{\tilde{r}}^{\mu}\right)^{-\sigma} \sum_{r=1}^{R} \tau_{r\tilde{r}}^{1-\sigma} e_r P_r^{\sigma-1}$$

$$w_{\tilde{r}}^{\sigma(1-\mu)} = \left(\frac{\beta\sigma}{\sigma-1}\right)^{-\sigma} P_{\tilde{r}}^{-\sigma\mu} \frac{\beta}{\alpha(\sigma-1)} \sum_{r=1}^{R} \tau_{r\tilde{r}}^{1-\sigma} e_r P_r^{\sigma-1}$$

Az alsó indexeket felcserélve az átalakítás után a bér függ az árindextől és a kiadástól

$$w_r = \left(\frac{\beta\sigma}{\sigma-1}\right)^{1/(\mu-1)} P_r^{\mu/(\mu-1)} \left[\frac{\beta}{\alpha(\sigma-1)} \sum_{\tilde{r}=1}^{R} \tau_{\tilde{r}r}^{1-\sigma} e_{\tilde{r}} P_{\tilde{r}}^{\sigma-1}\right]^{1/(\sigma(1-\mu))}$$

B. függelék

Szimultán Hotelling modell

B.1. Profit függvények

Legyen TC a teljes költség függvény. A profit függvény általános alakja a következő

$$\pi_R = \int_l^r \int_0^{v_R} p_R(v)q(v,x)\mathrm{d}v\mathrm{d}x - TC_R(\int_l^r \int_0^{v_R} q(v,x)\mathrm{d}v\mathrm{d}x) =$$

Először tegyük fel, hogy a határköltség rögzített

$$\int_l^r \int_0^{v_R} (p_R(v) - c_R(v))q(v,x)\mathrm{d}v\mathrm{d}x =$$

Bevezetve a haszonkulcs alapú árképzést

$$\int_l^r \int_0^{v_R} (1-\rho_R)p_R(v)q(v,x)\mathrm{d}v\mathrm{d}x =$$

Használjuk (5.3)-t

$$\gamma(1-\frac{C_R}{P_R})[\int_l^{x_R}(y-\tau(x_R-x))\mathrm{d}x + \int_{x_R}^r (y-\tau(x-x_R))\mathrm{d}x] =$$

Végül a profit függvény

$$\gamma(1-\frac{C_R}{P_R})(y(r-l)+\tau x_R(r+l)-\frac{\tau}{2}(l^2+r^2)-\tau x_R^2)$$

B.1.1. A két vállalat profit függvényének hasonlósága

$$\hat{x} := \tilde{x}(P, \overline{P}, x, 1-\overline{x}) = \frac{P^{-\gamma} - \overline{P}^{-\gamma}}{P^{-\gamma} + \overline{P}^{-\gamma}} \frac{y}{\tau} + \frac{P^{-\gamma}x + \overline{P}^{-\gamma}(1-\overline{x})}{P^{-\gamma} + \overline{P}^{-\gamma}}$$

$$\pi_A(P, \overline{P}, x, 1-\overline{x}) = \gamma(1 - \frac{c}{p})[(\tau x + y)\tilde{x} - \frac{\tau \tilde{x}^2}{2} - \tau x^2]$$

$$\tilde{x}(\overline{P}, P, \overline{x}, 1-x) = \frac{\overline{P}^{-\gamma} - P^{-\gamma}}{\overline{P}^{-\gamma} + P^{-\gamma}} \frac{y}{\tau} + \frac{\overline{P}^{-\gamma}\overline{x} + P^{-\gamma}(1-x)}{\overline{P}^{-\gamma} + P^{-\gamma}} =$$

$$\frac{\overline{P}^{-\gamma} - P^{-\gamma}}{\overline{P}^{-\gamma} + P^{-\gamma}} \frac{y}{\tau} + \frac{\overline{P}^{-\gamma}(\overline{x}-1) - P^{-\gamma}x + \overline{P}^{-\gamma} + P^{-\gamma}}{\overline{P}^{-\gamma} + P^{-\gamma}} =$$

$$1 - [\frac{P^{-\gamma} - \overline{P}^{-\gamma}}{P^{-\gamma} + \overline{P}^{-\gamma}} \frac{y}{\tau} + \frac{\overline{P}^{-\gamma}(\overline{x}-1) - P^{-\gamma}x}{P^{-\gamma} + \overline{P}^{-\gamma}}] = 1 - \hat{x}$$

$$\pi_B(\overline{P}, P, \overline{x}, 1-x) = \gamma(1 - \frac{c}{p})[y - \frac{\tau}{2} + \tau(1-x) + (\tau(1-x) - y)\tilde{x}(\overline{P}, P, \overline{x}, 1-x)$$

$$-\frac{\tau \tilde{x}^2(\overline{P}, P, \overline{x}, 1-x)}{2} - \tau(1-x)^2] =$$

$$\gamma(1 - \frac{c}{p})[(\tau x + y)\hat{x} - \frac{\tau \hat{x}^2}{2} - \tau x^2] = \pi_A(P, \overline{P}, x, 1-\overline{x})$$

B.2. Első rendű feltételek

B.2.1. Elhelyezkedés

Emlékezzünk 5.6-ra és 5.7-re. Ha szimmetricitást tételezünk fel, akkor $p = P_A = P_B$, $\tilde{x}'(x_A) = \tilde{x}'(x_B) = 0,5$, $x_A = 1 - x_B$ és így $\tilde{x} = 0,5$. Helyettesítsük be ezeket az eredményeket 5.21-be és 5.22-be. Az elhelyezkedés szerinti elsőrendű feltétel A vállalatra

$$\gamma(1 - \frac{c}{P_A})(\frac{\tau}{2} + \frac{(\tau x_A + y)}{2} - \frac{\tau}{4} - 2\tau x_A) = 0$$

$$x_A = \frac{1}{6} + \frac{y}{3\tau}$$

És B vállalatra

$$\gamma(1-\frac{c}{P_B})(\tau+\frac{\tau}{2}+\frac{(\tau x_B-y)}{2}-\frac{\tau}{4}-2\tau x_B)=0$$

$$x_B=\frac{5}{6}-\frac{y}{3\tau}$$

És igaz az, hogy $x_A+x_B=1$.

B.2.2. Ár

És most számoljuk ki az árakat. Újra használjuk a szimmetricitás feltevését és az optimális elhelyezkedéseket a 5.8-ban és 5.9-ben. Azt kapjuk, hogy $\tilde{x}'(p)=\tilde{x}'(P_A)=-\tilde{x}'(P_B)=\frac{-\gamma}{6p}(4\frac{y}{\tau}-1)$. Ezt felhasználjuk a 5.23-ban és 5.24-ben. Először A vállalatra

$$\frac{c}{p^2}(\frac{\tau x_A+y}{2}-\frac{\tau}{8}-\tau x_A^2)=(\frac{c}{p}-1)\tilde{x}'(p)(\tau x_A+y-\frac{\tau}{2})$$

$$\frac{c}{p^2}(\frac{-5}{72}\tau+\frac{5}{9}y-\frac{y^2}{9\tau})=(\frac{c}{p}-1)\tilde{x}'(p)(\frac{4y}{3}-\frac{\tau}{3})$$

Aztán B vállalat következik

$$\frac{c}{p^2}(y-\frac{\tau}{2}+\tau x_B+(\tau x_B-y)\tilde{x}-\frac{\tau\tilde{x}^2}{2}-\tau x_B^2)=(\frac{c}{p}-1)\tilde{x}'(P_B)(\tau x_B-y-\tau\tilde{x})$$

$$\frac{c}{p^2}(-\frac{5}{72}\tau+\frac{5}{9}y-\frac{y^2}{9\tau})=(\frac{c}{p}-1)\tilde{x}'(p)(\frac{4y}{3}-\frac{\tau}{3})$$

Ugyanaz az eredmény, mint A vállalatnál. Megoldva az egyenletet

$$p=c(1+\frac{-\frac{5}{4}+10\frac{y}{\tau}-2(\frac{y}{\tau})^2}{\gamma(4\frac{y}{\tau}-1)^2})$$

B.3. Másodrendű feltételek

B.3.1. Elhelyezkedés

A másodrendű feltételek az elhelyezkedés szerint a következőek

$$\frac{\partial^2\pi_A}{\partial^2 x_A}=\gamma(1-\frac{c}{P_A})(\tau\tilde{x}'(x_A)+\tau\tilde{x}'(x_A)-\tau(\tilde{x}'(x_A))^2-2\tau)$$

$$\frac{\partial^2 \pi_B}{\partial^2 x_B} = \gamma(1-\frac{c}{P_B})(\tau\tilde{x}'(x_B)+\tau\tilde{x}'(x_B)-\tau(\tilde{x}'(x_B))^2-2\tau)$$

Behelyettesítve az eredményeket mindkettő megegyezik

$$-\gamma(1-\frac{c}{p})\frac{5}{4}\tau$$

B.3.2. Keresztderivált

Először a következő kifejezést kell kiszámolnunk

$$\frac{\partial \tilde{x}'(P_A)}{\partial x_A} = -\gamma\frac{P_A^{-\gamma-1}P_B^{-\gamma}}{(P_A^{-\gamma}+P_B^{-\gamma})^2}$$

$$\frac{\partial \tilde{x}'(P_B)}{\partial x_B} = -\gamma\frac{P_A^{-\gamma}P_B^{-\gamma-1}}{(P_A^{-\gamma}+P_B^{-\gamma})^2}$$

Mindkettő egyenlő $\frac{-\gamma}{4p}$ értékkel a stacionárius pontokban

$$\frac{\partial^2 \pi_A}{\partial P_A \partial x_A} = \gamma\frac{c}{P_A^2}(\tau\tilde{x}+(\tau x_A+y)\tilde{x}'(x_A)-\tau\tilde{x}\tilde{x}'(x_A)-2\tau x_A)+$$
$$\gamma(1-\frac{c}{P_A})(\tau\tilde{x}'(P_A)+(\tau x_A+y)\frac{\partial\tilde{x}'(P_A)}{\partial x_A}-\tau\tilde{x}'(x_A)\tilde{x}'(P_A)-\tau\tilde{x}\frac{\partial\tilde{x}'(P_A)}{\partial x_A})$$

$$\frac{\partial^2 \pi_B}{\partial P_B \partial x_B} = \gamma\frac{c}{P_B^2}(\tau+\tau\tilde{x}+(\tau x_B-y)\tilde{x}'(x_B)-\tau\tilde{x}\tilde{x}'(x_B)-2\tau x_B)+$$
$$\gamma(1-\frac{c}{P_B})(\tau\tilde{x}'(P_B)+(\tau x_B-y)\frac{\partial\tilde{x}'(P_B)}{\partial x_B}-\tau\tilde{x}'(x_B)\tilde{x}'(P_B)-\tau\tilde{x}\frac{\partial\tilde{x}'(P_B)}{\partial x_B})$$

Az első tagok nullák az elhelyezkedés elsőrendű feltételei miatt (5.21 és 5.22). Először A vállalat

$$\gamma(1-\frac{c}{P_A})[\frac{\tau}{2}\tilde{x}'(P_A)+(\tau(x_A-\frac{1}{2})+y)\frac{\partial\tilde{x}'(P_A)}{\partial x_A}] =$$

$$-(4y-\tau)\frac{\gamma^2}{p}(1-\frac{c}{p})\frac{1}{6}$$

Aztán B vállalat

$$\gamma(1-\frac{c}{P_B})(\frac{\tau}{2}\tilde{x}'(P_B)+(\tau(x_B-\frac{1}{2})-y)\frac{\partial\tilde{x}'(P_B)}{\partial x_B})=$$

$$(4y-\tau)\frac{\gamma^2}{p}(1-\frac{c}{p})\frac{1}{6}$$

B.3.3. Ár

Végül ár szerint

$$\frac{\partial^2\pi_A}{\partial^2 P_A}=\gamma\frac{-2c}{P_A^3}((\tau x_A+y)\tilde{x}-\frac{\tau\tilde{x}^2}{2}-\tau x_A^2)+\gamma\frac{c}{P_A^2}((\tau x_A+y)\tilde{x}'(P_A)-\tau\tilde{x}\tilde{x}'(P_A))+$$
$$\gamma\frac{c}{P_A^2}((\tau x_A+y)\tilde{x}'(P_A)-\tau\tilde{x}\tilde{x}'(P_A))+$$
$$\gamma(1-\frac{c}{P_A})((\tau x_A+y)\tilde{x}''(P_A)-\tau(\tilde{x}'(P_A))^2-\tau\tilde{x}\tilde{x}''(P_A))$$

$$\frac{\partial^2\pi_B}{\partial^2 P_B}=\gamma\frac{-2c}{P_B^3}(y-\frac{\tau}{2}+\tau x_B+(\tau x_B-y)\tilde{x}-\frac{\tau\tilde{x}^2}{2}-\tau x_B^2)+$$
$$\gamma\frac{c}{P_B^2}((\tau x_B-y)\tilde{x}'(P_B)-\tau\tilde{x}\tilde{x}'(P_B))+\gamma\frac{c}{P_B^2}((\tau x_B-y)\tilde{x}'(P_B)-\tau\tilde{x}\tilde{x}'(P_B))+$$
$$\gamma(1-\frac{c}{P_B})((\tau x_B-y)\tilde{x}''(P_B)-\tau(\tilde{x}'(P_B))^2-\tau\tilde{x}\tilde{x}''(P_B))$$

Az elsőrendű feltételeket át kell rendezni, majd az ár szerinti elsőrendű feltételeket felhasználni, 5.23 és 5.24

$$\frac{\partial^2\pi_A}{\partial^2 P_A}=\frac{-2}{P_A}[\gamma\frac{c}{P_A^2}((\tau x_A+y)\tilde{x}-\frac{\tau\tilde{x}^2}{2}-\tau x_A^2)-\gamma\frac{c}{P_A}((\tau x_A+y)\tilde{x}'(P_A)-\tau\tilde{x}\tilde{x}'(P_A))]+$$
$$\gamma(1-\frac{c}{P_A})((\tau x_A+y)\tilde{x}''(P_A)-\tau(\tilde{x}'(P_A))^2-\tau\tilde{x}\tilde{x}''(P_A))=$$

$$\frac{-2}{P_A}[-\gamma((\tau x_A+y)\tilde{x}'(P_A)-\tau\tilde{x}\tilde{x}'(P_A))]+$$
$$\gamma(1-\frac{c}{P_A})((\tau x_A+y)\tilde{x}''(P_A)-\tau(\tilde{x}'(P_A))^2-\tau\tilde{x}\tilde{x}''(P_A))$$

$$\frac{\partial^2 \pi_B}{\partial^2 P_B} = \frac{-2}{P_B}[\gamma \frac{c}{P_B^2}(y - \frac{\tau}{2} + \tau x_B + (\tau x_B - y)\tilde{x} - \frac{\tau \tilde{x}^2}{2} - \tau x_B^2) -$$

$$\gamma \frac{c}{P_B}((\tau x_B - y)\tilde{x}'(P_B) - \tau \tilde{x}\tilde{x}'(P_B))] +$$

$$\gamma(1 - \frac{c}{P_B})((\tau x_B - y)\tilde{x}''(P_B) - \tau(\tilde{x}'(P_B))^2 - \tau \tilde{x}\tilde{x}''(P_B)) =$$

$$\frac{-2}{P_B}[-\gamma((\tau x_B - y)\tilde{x}'(P_B) - \tau \tilde{x}\tilde{x}'(P_B))] +$$

$$\gamma(1 - \frac{c}{P_B})((\tau x_B - y)\tilde{x}''(P_B) - \tau(\tilde{x}'(P_B))^2 - \tau \tilde{x}\tilde{x}''(P_B))$$

Először meg kell határozni $\tilde{x}''(P_A)$ értékét

$$\gamma(\frac{-2y}{\tau} + x_B - x_A)P_B^{-\gamma}\Big(\frac{(-\gamma - 1)P_A^{-\gamma-2}(P_A^{-\gamma} + P_B^{-\gamma})^2}{(P_A^{-\gamma} + P_B^{-\gamma})^4}$$

$$- \frac{P_A^{-\gamma-1}2(P_A^{-\gamma} + P_B^{-\gamma})(-\gamma)P_A^{-\gamma-1}}{(P_A^{-\gamma} + P_B^{-\gamma})^4}\Big) =$$

Behelyettesítve az eredményeket

$$\gamma(\frac{-2y}{\tau} + x_B - x_A)\frac{-1}{4p^2} = \frac{-\tilde{x}'(P_A)}{p} = \frac{\gamma}{6p^2}(4\frac{y}{\tau} - 1)$$

Belátható, hogy $\tilde{x}''(P_B) = -\tilde{x}''(P_A)$, mivel a kifejezés szimmetrikus a változókban. Most így lehetőség van a második parciális deriváltakat kiszámolni. Először A vállalatra

$$\tilde{x}'(P_A)\{\frac{2}{p}[\gamma(\tau x_A + y - \tau \tilde{x})] + \gamma(1 - \frac{c}{p})((\tau x_A + y)\frac{-1}{p} - \tau \tilde{x}'(P_A) - \tau \tilde{x}\frac{-1}{p}))\} =$$

$$\frac{-\gamma^2 \tau}{18p^2}(4\frac{y}{\tau} - 1)^2[2 + (1 - \frac{c}{p})(\frac{\gamma}{2} - 1)]$$

És B vállalat

$$\gamma\tilde{x}'(P_B)[\frac{-2}{p}(\tau\tilde{x}-(\tau x_B-y))+(1-\frac{c}{p})((\tau x_B-y)\frac{-1}{p}-\tau\tilde{x}'(P_B)-\tau\tilde{x}\frac{-1}{p})]=$$

$$(4y-\tau)\frac{\gamma}{3p}\tilde{x}'(P_A)[2+(1-\frac{c}{p})(\frac{\gamma}{2}-1)]$$

Így a két vállalat ár szerinti második parciális deriváltja megegyezik.

B.3.4. Lokális maximum

A lokális maximum feltétele, hogy a Hesse mátrix bal felső sarokminorja negatív ($D_1 < 0$) és a Hesse mátrix determinánsa pozitív ($D_2 > 0$). Az előbbi akkor igaz, ha $1-\frac{c}{p} > 0$, ami ekvivalens azzal hogy $p > c$, amit már láttunk, hogy igaz. Csak a második feltételt kell ellenőrizni

$$D_2 = -\gamma(1-\frac{c}{p})\frac{5}{4}\tau\frac{-\gamma^2\tau}{18p^2}(4\frac{y}{\tau}-1)^2[2+(1-\frac{c}{p})(\frac{\gamma}{2}-1)]- \\ [(4y-\tau)\frac{\gamma^2}{p}(1-\frac{c}{p})\frac{1}{6}]^2=$$

$$(4y-\tau)^2\frac{\gamma^3}{p^2}(1-\frac{c}{p})\frac{5}{72}[2-(1-\frac{c}{p})(1-\frac{\gamma}{10})]$$

Azaz akkor igaz, ha az utolsó tag is pozitív

$$2-(1-\frac{c}{p})(1-\frac{\gamma}{10})=1+\frac{c}{p}+\frac{\gamma}{10}(1-\frac{c}{p})>0$$

B.4. Az aláígérés egyszerű feltétele

Először meghatározhatjuk a legalacsonyabb árat, ami lehetőséget ad az aláígérésre, azaz A vállalat esetén $x_B = \tilde{x}$

$$x_B = \frac{y}{\tau}+\frac{P_A^{-\gamma}x_A - P_B^{-\gamma}x_B}{P_A^{-\gamma}-P_B^{-\gamma}}$$

$$P_A = \left(\frac{\frac{y}{\tau}+x_A-x_B}{\frac{y}{\tau}}\right)^{\frac{1}{\gamma}}P_B$$

Az A vállalat ára pozitív, akkor ha a jobb oldal is pozitív. Ezért a Nash egyensúlyban a nevezőnek is pozitívnak kell lennie $0 < \frac{y}{\tau} + x_A - x_B = \frac{1}{3}(5\frac{y}{\tau} - 2)$, ami azt jelenti hogy $0,4 < \frac{y}{\tau}$. Következésképp az alacsony jövedelem és szállítási költség arány nem ad lehetőséget az aláígérésre.

C. függelék

Több piacra épülő webáruház

3. Állítás. *Ha* $\theta, b, \tau > 0$, *akkor* $\frac{4\theta+2b\tau\theta}{12(\frac{b\tau}{3}+1)} > \frac{\theta}{3}$.

Bizonyítás:

$$\frac{4\theta + 2b\tau\theta}{12(\frac{b\tau}{3} + 1)} = \frac{4\theta + 2b\tau\theta}{4b\tau + 12} = \theta\frac{b\tau + 3 - 1}{2b\tau + 6} =$$

$$\theta\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2b\tau + 6}\right) > \theta\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) = \frac{\theta}{3}$$

4. Állítás. *Ha* $0 < \delta^i - 2q_{Ai}^N$, *akkor* $\frac{3}{4}\left(\delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n}\right) > \frac{\theta}{\tau}$.

Bizonyítás: Használjuk fel (6.15)-t és (6.20)-t az átalakításokhoz.

$$0 < \delta^i - 2q_{Ai}^N = \delta^i - \frac{4}{\tau}(p_0 + \theta - p_{A^i}) = \delta^i - 2\frac{p_0 + \theta}{\tau}$$

Ez az alak jól mutatja, hogy a rezervációs ár a $p_0 + \theta$, és a (6.27) feltétel azt jelenti, hogy $\alpha^i > 2$. Ezután helyettesítsük be a webáruház árának optimális értékét, (6.23)-t.

$$\delta^i - \frac{2}{\tau}\left(\frac{D}{6} + \frac{2\theta}{3}\right) = \delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n} - \frac{4}{3}\frac{\theta}{\tau}$$

Így

$$\delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n} > \frac{4}{3}\frac{\theta}{\tau}$$

5. Állítás. *Ha fennáll* (6.27)*, akkor a webáruház pozitív árat határoz meg.*

Bizonyítás:

$$p_0^N = \frac{D}{6} - \frac{\theta}{3} > \frac{D}{6} - \frac{1}{3}\frac{3\tau}{4}\left(\min_i \delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n}\right) =$$

$$\frac{D}{6} - \frac{\tau}{4}\min_i \delta^i + \frac{D}{12} =$$

$$\frac{D}{4} - \frac{\tau}{4}\min_i \delta^i = \frac{\tau}{4}\left(\frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{n} - \min_i \delta^i\right)$$

6. Állítás. *Ha fennáll* (6.27)*, akkor* $\forall i$ *esetén* $\delta^i/\frac{\theta}{\tau} \geq 2$.

Bizonyítás: $\forall i$ esetén fennáll, hogy

$$\frac{3}{4}\left(\delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n}\right) > \frac{\theta}{\tau}$$

Átrendezve $\forall i$

$$\left(3\delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{n}\right)/\frac{\theta}{\tau} > 4$$

Ekkor vegyük a legkisebb méretű piacot

$$\left(2\min_i \delta^i + \min_i \delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{n}\right)/\frac{\theta}{\tau} > 4$$

Ekkor a $\min_i \delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{n} \leq 0$, ezért elhagyható, hogy az egyenlőtlenség továbbra is igaz legyen

$$2\min_i \delta^i/\frac{\theta}{\tau} > 4$$

Azaz

$$\min_i \delta^i/\frac{\theta}{\tau} > 2$$

Ez igaz a legkisebb piacméretre, akkor viszont az ennél nagyobbakra is.

7. Állítás. *Ha igaz,* $\forall i$ *esetén, hogy* $2 < \delta^i/q_{A^i}^N < 3$*, akkor*

$$\max_i \delta^i < \frac{2\theta}{\tau} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{2n} < \frac{3}{2}\min_i \delta^i$$

.

Bizonyítás: Először rendezzük át a feltétel jobb oldalát és használjuk fel az optimális kereslet képletét. Ebből már adódik a bizonyítás második fele.

$$\delta^i < \frac{2\theta}{\tau} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{2n}$$

Ezután pedig alkalmazzuk a 6. állítást az effektív fuvardíjra.

$$\delta^i < \frac{2\theta}{\tau} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{2n} < \frac{3}{2}\left(\delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n}\right) + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{2n} = \frac{3}{2}\delta^i$$

D. függelék

Webáruház árazási stratégiái

D.1. Profit maximalizálás

D.1.1. Első rendű feltételek

Díjmentes kiszállítás

A profit függvény általános formája

$$\Pi_0 = \sum_{i=1}^{n}(P_0 - \theta_i)(\delta_i - \frac{4}{\tau}(P_0 - p_r)) \rightarrow \max_{P_0}$$

A vállalat egy változó szerint maximalizálja a profitját és így a Nash esetben könnyen kiszámolhatjuk az első rendű feltételt és az árat

$$\frac{\partial \Pi_0^N}{\partial P_0} = \sum_{i=1}^{n}\Big((P_0 - \theta_i)(-\frac{4}{\tau}) + (\delta_i - \frac{4}{\tau}(P_0 - p_r))\Big) = 0$$

$$P_0^N = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\tau\delta_i + 4\theta_i)}{6n}$$

A profit függvény kissé módosul a Stackelberg esetben

$$\Pi_0^S = \sum_{i=1}^{n}(P_0 - \theta_i)(\delta_i - \frac{4}{\tau}\frac{P_0}{2}) \rightarrow \max_{P_0}$$

$$\frac{\partial \Pi_0^S}{\partial P_0} = \sum_{i=1}^{n}\Big((P_0 - \theta_i)(-\frac{2}{\tau}) + (\delta_i - \frac{2}{\tau}(P_0 - p_r))\Big) = 0$$

$$P_0^S = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\tau\delta_i + 2\theta_i)}{4n}$$

A másodrendű feltételek triviálisak

Elkülönült árazás

A profit függvény minden paramétert tartalmaz

$$\pi_0 = \sum_{i=1}^{n} \Big((p_0 + \phi - \theta_i)(\delta_i - \frac{4}{\tau}(p_0 + \psi_1 \phi + \psi_2 (\phi - \kappa p_0)^2 - p_r)) \Big) \tag{D.1}$$

Az első rendű feltételek a Nash esetben

$$\frac{\partial \pi_0^N}{\partial p_0} = \sum_{i=1}^{n} \Big((\delta_i - \frac{4}{\tau}(p_0 + \psi_1 \phi + \psi_2 (\phi - \kappa p_0)^2 - p_r)) + (p_0 + \phi - \theta_i)(-\frac{4}{\tau}(1 + 2\psi_2(\phi - \kappa p_0)(-\kappa))) \Big) = 0$$

$$\frac{\partial \pi_0^N}{\partial \phi} = \sum_{i=1}^{n} \Big((\delta_i - \frac{4}{\tau}(p_0 + \psi_1 \phi + \psi_2 (\phi - \kappa p_0)^2 - p_r)) + (p_0 + \phi - \theta_i)(-\frac{4}{\tau}(\psi_1 + 2\psi_2(\phi - \kappa p_0))) \Big) = 0$$

Kombinálva a két elsőrendű feltételt

$$1 + 2\psi_2(\phi - \kappa p_0)(-\kappa) = \psi_1 + 2\psi_2(\phi - \kappa p_0)$$

Megkapjuk az optimális eltérését a kiszállítási díjnak a tisztességes szállítási díjtól

$$T = \phi - \kappa p_0 = \frac{1 - \psi_1}{2\psi_2(1 + \kappa)}$$

Visszahelyettesítve az egyik elsőrendű feltételbe megkapjuk a termék árát

$$p_0^N = \frac{\sum_{i=1}^{n} \tau \delta_i}{6n(1 + \psi_1 \kappa)} + \frac{4 \sum_{i=1}^{n} \theta_i}{6n(1 + \kappa)} - \frac{\psi_1 T + \psi_2 T^2}{3(1 + \psi_1 \kappa)} - \frac{2T}{3(1 + \kappa)} =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} \tau \delta_i}{6n(1 + \psi_1 \kappa)} + \frac{4 \sum_{i=1}^{n} \theta_i}{6n(1 + \kappa)} - \frac{5}{6} \frac{1}{1 + \kappa} T - \frac{\psi_1}{6(1 + \psi_1 \kappa)} T$$

A teljes ár könnyen számolható (7.14) segítségével

$$p_0^N + \phi^N = (1+\kappa)p_0 + T = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\frac{1+\kappa}{1+\kappa\psi_1}\tau\delta_i + 4\theta_i)}{6n} + \frac{1-\psi_1}{6(1+\psi_1\kappa)}T$$

$$p_r^N = \frac{p_0 + \psi_1\phi + \psi_2(\phi - \kappa p_0)^2}{2} = \frac{(1+\psi_1\kappa)p_0 + \psi_1 T + \psi_2 T^2}{2} =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\tau\delta_i}{12n} + \frac{1+\psi_1\kappa}{1+\kappa}\frac{4\sum_{i=1}^{n}\theta_i}{12n} - \frac{\psi_2 T^2}{3}$$

A Stackelberg esetben a profit függvény kissé módosul

$$\pi_0^S = \sum_{i=1}^{n}\Big((p_0 + \phi - \theta_i)(\delta_i - \frac{2}{\tau}(p_0 + \psi_1\phi + \psi_2(\phi - \kappa p_0)^2))\Big) \tag{D.2}$$

Elsőrendű feltételek

$$\frac{\partial \pi_0^S}{\partial p_0} = \sum_{i=1}^{n}\Big((\delta_i - \frac{2}{\tau}(p_0 + \psi_1\phi + \psi_2(\phi - \kappa p_0)^2)) + (p_0 + \phi - \theta_i)(-\frac{2}{\tau}(1 + 2\psi_2(\phi - \kappa p_0)(-\kappa)))\Big) = 0$$

$$\frac{\partial \pi_0^S}{\partial \phi} = \sum_{i=1}^{n}\Big((\delta_i - \frac{2}{\tau}(p_0 + \psi_1\phi + \psi_2(\phi - \kappa p_0)^2)) + (p_0 + \phi - \theta_i)(-\frac{2}{\tau}(\psi_1 + 2\psi_2(\phi - \kappa p_0)))\Big) = 0$$

Visszakapjuk ugyanazt az eltérést a tisztességes kiszállítási díjtól

$$T = \phi - \kappa p_0 = \frac{1-\psi_1}{2\psi_2(1+\kappa)}$$

A termék ár

$$p_0^S = \frac{\sum_{i=1}^{n}\tau\delta_i}{4n(1+\psi_1\kappa)} + \frac{2\sum_{i=1}^{n}\theta_i}{4n(1+\kappa)} - \frac{\psi_1 T + \psi_2 T^2}{2(1+\psi_1\kappa)} - \frac{T}{2(1+\kappa)} =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\tau\delta_i}{4n(1+\psi_1\kappa)}+\frac{2\sum_{i=1}^{n}\theta_i}{4n(1+\kappa)}-\frac{3}{4(1+\kappa)}T-\frac{\psi_1}{4(1+\psi_1\kappa)}T$$

A teljes ár

$$p_0^S+\phi^S=(1+\kappa)p_0+T=\frac{\sum_{i=1}^{n}(\frac{1+\kappa}{1+\kappa\psi_1}\tau\delta_i+2\theta_i)}{4n}+\frac{1-\psi_1}{4(1+\psi_1\kappa)}T$$

$$p_r^S=\frac{\sum_{i=1}^{n}\tau\delta_i}{8n}+\frac{1+\psi_1\kappa}{1+\kappa}\frac{2\sum_{i=1}^{n}\theta_i}{8n}-\frac{\psi_2 T^2}{4}$$

Másodrendű feltételek

Másodrendű feltételek a Nash esetben

$$\frac{\partial^2\pi_0^N}{\partial^2 p_0}=\sum_{i=1}^{n}\left(-\frac{8}{\tau}(1-2\psi_2(\phi-\kappa p_0)\kappa))-(p_0+\phi-\theta_i)\frac{8\psi_2}{\tau}\kappa^2\right)=$$

$$\frac{\partial^2\pi_0^N}{\partial p_0\partial\phi}=\sum_{i=1}^{n}\Big(-\frac{4}{\tau}(\psi_1+2\psi_2(\phi-\kappa p_0))-$$
$$\frac{4}{\tau}(1-2\psi_2(\phi-\kappa p_0)\kappa)+(p_0+\phi-\theta_i)\frac{8}{\tau}\psi_2\kappa\Big)$$

$$\frac{\partial^2\pi_0^N}{\partial\phi\partial p_0}=\sum_{i=1}^{n}\Big(-\frac{4}{\tau}(1-2\psi_2(\phi-\kappa p_0)\kappa)-$$
$$\frac{4}{\tau}(\psi_1+2\psi_2(\phi-\kappa p_0))+(p_0+\phi-\theta_i)\frac{8}{\tau}\psi_2\kappa\Big)$$

$$\frac{\partial^2\pi_0^N}{\partial^2\phi}=\sum_{i=1}^{n}\left(-\frac{8}{\tau}(\psi_1+2\psi_2(\phi-\kappa p_0))-(p_0+\phi-\theta_i)\frac{8}{\tau}\psi_2\right)$$

Ismerjük T értékét, de nincs szükségünk p_0 vagy ϕ értékére

$$\frac{\partial^2\pi_0^N}{\partial^2 p_0}=-\frac{8}{\tau}(En+\kappa^2 F)$$

$$\frac{\partial^2\pi_0^N}{\partial^2\phi}=-\frac{8}{\tau}(Gn+F)$$

$$\frac{\partial^2 \pi_0^N}{\partial p_0 \partial \phi} = -\frac{4}{\tau}(Gn + En - 2F\kappa)$$

ahol

$$E = 1 - 2\psi_2 \kappa T = \frac{1 + \kappa\psi_1}{1 + \kappa} > 0$$

$$F = \psi_2 \sum_{i=1}^{n} (p_0 + \phi - \theta_i) > 0$$

$$G = \psi_1 + 2\psi_2 T > 0$$

A paraméterek alapján E és G pozitívak, míg azt már korábban feltettük, hogy $p_0 + \phi - \theta_i > 0$, így F is pozitív.

Azt kell ellenőrizni, hogy a Hesse mátrix bal felső minorjának determinánsa (D_1) negatív és hogy a Hesse mátrix (H^N) determinánsa pozitív. Ekkor az első rendű feltételek megoldásai lokális maximumok, mert a mátrix negatív definit. Azt egyszerű belátni, hogy $|D_1| < 0$ azonban a bonyolultabb eset a $|H^N| > 0$.

$$|H^N| = D_2 = \frac{64}{\tau^2}(En + \kappa^2 F)(Gn + F) - \frac{16}{\tau^2}(Gn + En - 2F\kappa)^2 =$$

$$\frac{16}{\tau^2}(4Fn(1 + \kappa)(G\kappa + E) - n^2(E - G)^2)$$

ahol

$$G\kappa + E = \kappa(\psi_1 + 2\psi_2 T) + 1 - 2\psi_2 \kappa T = 1 + \kappa\psi_1$$

és

$$E - G = 1 - 2\psi_2 \kappa T - \psi_1 - 2\psi_2 T = 1 - \psi_1 - (1 + \kappa)2\psi_2 \frac{1 - \psi_1}{2\psi_2(1 + \kappa)} = 0$$

Az előző feltételeink alapján látható, hogy D_2 szigorúan pozitív

$$D_2 = \frac{64}{\tau^2} Fn(1 + \kappa)(1 + \kappa\psi_1)$$

A Stackelberg eset bizonyítása analóg a Nash esethez. A legfőbb különbség az hogy a másodrendű deriváltak fele akkorák, mint az előző esetben, azaz fennáll a Hesse mátrixra, hogy $H^S = \frac{1}{2}H^N$. Mivel csak a (7.14) egyenletet használtuk az előző bizonyítás során, ami mindkét esetben igaz, így H^S szintén negatív definit lesz.

D.2. Modell változók tulajdonságai

Ha a bal felső index hiányzik, ami arra utal hogy Nash vagy Stackelberg eset, akkor az mind a két esetet jelenti.

8. Állítás. *A teljes Stackelberg ár magasabb, mint a teljes Nash ár*

Bizonyítás. A legmagasabb szállítási költség nagyobb vagy egyenlő a szállítási költségek átlagával. Továbbá a (7.23) egyenlőtlenség alapján

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\theta_i}{n} = avg(\theta) \leq \max(\theta_i) \leq p_0 + \phi$$

Az előző egyenlőtlenséget iteratív módon alkalmazva a Stackelberg árakra a következő eredményhez jutunk

$$p_0^S + \phi^S - p_0^N - \phi^N = \frac{1}{12}\left(\frac{1+\kappa}{1+\psi_1\kappa}\frac{\tau\sum_{i=1}^{n}\delta_i}{n} + \frac{1-\psi_1}{1+\psi_1\kappa}T\right) - \frac{1}{6}\frac{\sum_{i=1}^{n}\theta_i}{n} \geq$$

$$\frac{1}{24}\left(\frac{1+\kappa}{1+\psi_1\kappa}\frac{\tau\sum_{i=1}^{n}\delta_i}{n} + \frac{1-\psi_1}{1+\psi_1\kappa}T\right) - \frac{1}{12}\frac{\sum_{i=1}^{n}\theta_i}{n} \geq$$

$$\frac{1}{48}\left(\frac{1+\kappa}{1+\psi_1\kappa}\frac{\tau\sum_{i=1}^{n}\delta_i}{n} + \frac{1-\psi_1}{1+\psi_1\kappa}T\right) - \frac{1}{24}\frac{\sum_{i=1}^{n}\theta_i}{n} \to 0$$

□

9. Állítás. $\frac{\partial p_0}{\partial\delta_i} > 0$, $\frac{\partial\phi}{\partial\delta_i} > 0$, $\frac{\partial(p_0+\phi)}{\partial\delta_i} > 0$, $\frac{\partial p_r}{\partial\delta_i} > 0$, $\frac{\partial\pi_0}{\partial\delta_i} > 0$, $\frac{\partial\pi_r}{\partial\delta_i} > 0$

Bizonyítás. $\frac{\partial p_0^N}{\partial\delta_i} = \frac{\tau}{6n(1+\psi_1\kappa)} > 0$ és $\frac{\partial p_0^S}{\partial\delta_i} = \frac{\tau}{4n(1+\psi_1\kappa)} > 0$,

$\frac{\partial\phi}{\partial\delta_i} = (\kappa p_0 + T)' = \kappa\frac{\partial p_0}{\partial\delta_i} > 0$,

A harmadik az előző kettő következménye

$\frac{\partial p_r^N}{\partial\delta_i} = \frac{\tau}{12n} > 0$ és $\frac{\partial p_r^S}{\partial\delta_i} = \frac{\tau}{8n} > 0$,

$\frac{\partial\pi_0^N}{\partial\delta_i} = (\sum(p_0+\phi-\theta_i)(\delta_i - \frac{4p_r}{\tau}))' = \sum((p_0+\phi-\theta_i)(1-\frac{4p_r'}{\tau})+$

$(p_0+\phi)'(\delta_i - \frac{4p_r}{\tau})) = \sum((p_0+\phi-\theta_i)(1-\frac{4}{\tau}\frac{\tau}{12n}) + \frac{1+\kappa}{1+\kappa\psi_1}\frac{1}{12n}(\tau\delta_i - 4p_r)) >$

Felhasználva a (7.22) egyenlőtlenséget arra a következtetésre jutunk, hogy minden tag nemnegatív

$\sum((p_0+\phi-\theta_i)(1-\frac{1}{3n}) + \frac{1+\kappa}{1+\kappa\psi_1}\frac{1}{12n}(4p_r - 4p_r)) = \sum(p_0+\phi-\theta_i)(1-\frac{1}{3n}) > 0$

A Stackelberg eset hasonlóan látható be.

$\frac{\partial \pi_r}{\partial \delta_i} = (\frac{2p_r^2}{\tau})' = \frac{4p_r}{\tau}p_r' = \frac{4p_r}{\tau}\frac{\partial p_r}{\partial \delta_i} > 0$

□

10. Állítás. $\frac{\partial p_0}{\partial \theta_i} > 0,\ \frac{\partial \phi}{\partial \theta_i} > 0,\ \frac{\partial (p_0+\phi)}{\partial \theta_i} > 0,\ \frac{\partial p_r}{\partial \theta_i} > 0,\ \frac{\partial \pi_0}{\partial \theta_i} < 0,\ \frac{\partial \pi_r}{\partial \theta_i} > 0$

Bizonyítás. $\frac{\partial p_0^N}{\partial \theta_i} = \frac{4}{6n(1+\kappa)} > 0$ és $\frac{\partial p_0^S}{\partial \theta_i} = \frac{2}{4n(1+\kappa)} > 0,$

$\frac{\partial \phi}{\partial \theta_i} = \kappa\frac{\partial p_0}{\partial \theta_i} > 0,$

A harmadik az előző kettő következménye

$\frac{\partial p_r^N}{\partial \theta_i} = \frac{1+\psi_1\kappa}{1+\kappa}\frac{1}{12n} > 0$ és $\frac{\partial p_r^S}{\partial \theta_i} = \frac{1+\psi_1\kappa}{1+\kappa}\frac{1}{4n} > 0,$

$\frac{\partial \pi_0}{\partial \theta_i} = \sum((p_0+\phi-\theta_i)(-\frac{4p_r'}{\tau}) + ((p_0+\phi)'-1)(\delta_i - \frac{4p_r}{\tau})) = \sum((p_0+\phi-\theta_i)(-\frac{4p_r'}{\tau}) + (\frac{2}{3n}-1)(\delta_i - \frac{4p_r}{\tau})) < 0,$

A Stackelberg eset hasonlóan látható be.

$\frac{\partial \pi_r}{\partial \theta_i} = \frac{4p_r}{\tau}p_r' = \frac{4p_r}{\tau}\frac{\partial p_r}{\partial \theta_i} > 0$ □

11. Állítás. $\frac{\partial p_0}{\partial \tau} > 0,\ \frac{\partial \phi}{\partial \tau} > 0,\ \frac{\partial (p_0+\phi)}{\partial \tau} > 0,\ \frac{\partial p_r}{\partial \tau} > 0,\ \frac{\partial \pi_0}{\partial \tau} > 0,\ \frac{\partial \pi_r}{\partial \tau} < 0$

Bizonyítás. $\frac{\partial p_0^N}{\partial \tau} = \frac{\sum \delta_i}{6n(1+\psi_1\kappa)} > 0$ és $\frac{\partial p_0^S}{\partial \tau} = \frac{\sum \delta_i}{4n(1+\psi_1\kappa)} > 0,$

A második és a harmadik analóg az előző bizonyításhoz.

$\frac{\partial p_r^N}{\partial \tau} = \frac{\sum \delta_i}{12n} > 0$ és $\frac{\partial p_r^S}{\partial \tau} = \frac{\sum \delta_i}{8n} > 0,$

$\frac{\partial \pi_0^N}{\partial \tau} = \sum((p_0+\phi-\theta_i)(\frac{4p_r}{\tau^2} - \frac{4p_r'}{\tau}) + (p_0+\phi)'(\delta_i - \frac{4p_r}{\tau})) = \sum((p_0+\phi-\theta_i)\frac{4}{\tau^2}(p_r - \frac{\sum \tau\delta_i}{12n}) + (p_0+\phi)'(\delta_i - \frac{4p_r}{\tau})) > 0,$

Ez szintén pozitív a (7.22) egyenlőtlenség miatt, mert

$p_r - \frac{\sum \tau\delta_i}{12n} > p_r - \frac{\sum 6p_r}{12n} = (p_r - \frac{pr}{2}) = \frac{p_r}{2} > 0$

Újra használhatjuk a (7.22) egyenlőtlenséget.

$\frac{\partial \pi_r^N}{\partial \tau} = \frac{4p_r p_r'}{\tau} - 2\frac{p_r^2}{\tau^2} = \frac{2p_r}{\tau}(2p_r' - \frac{p_r}{\tau}) = \frac{2p_r}{\tau^2}(\frac{\sum \tau\delta_i}{6n} - p_r) < \frac{2p_r}{\tau^2}(\frac{\sum 6p_r}{6n} - p_r) = 0$

A Stackelberg eset hasonló mind a két esetben.

□

12. Állítás. *Ha* $\tau = p_\tau t_\tau$ *és* $\theta_i = p_\tau t_\theta(i)$ *akkor*

$\frac{\partial p_0}{\partial p_\tau} > 0,\ \frac{\partial \phi}{\partial p_\tau} > 0,\ \frac{\partial (p_0+\phi)}{\partial p_\tau} > 0,\ \frac{\partial p_r}{\partial p_\tau} > 0,\ \frac{\partial \pi_r}{\partial p_\tau} > 0$

Bizonyítás. $\frac{\partial p_0^N}{\partial p_\tau} = \frac{\sum t_\tau\delta_i}{6n(1+\psi_1\kappa)} + \frac{4\sum t_\theta(i)}{6n(1+\kappa)} > 0$ és $\frac{\partial p_0^S}{\partial p_\tau} = \frac{\sum t_\tau\delta_i}{4n(1+\psi_1\kappa)} + \frac{2\sum t_\theta(i)}{4n(1+\kappa)} > 0,$

A második és a harmadik analóg az előző bizonyításhoz.

$\frac{\partial p_r^N}{\partial p_\tau} = \frac{\sum t_\tau\delta_i}{12n} + \frac{1+\psi_1\kappa}{1+\kappa}\frac{\sum t_\theta(i)}{12n} > 0$ és $\frac{\partial p_r^S}{\partial p_\tau} = \frac{\sum t_\tau\delta_i}{8n} + \frac{1+\psi_1\kappa}{1+\kappa}\frac{\sum t_\theta(i)}{4n} > 0,$

$\frac{\partial \pi_r^N}{\partial p_\tau} = \frac{2p_r}{\tau p_\tau}(2p_\tau p_r' - p_r)) = \frac{2p_r}{\tau p_\tau}(p_\tau p_r' + \frac{\psi_2 T^2}{3})) > 0$
$\frac{\partial \pi_r^S}{\partial p_\tau} = \frac{2p_r}{\tau p_\tau}(p_\tau p_r' + \frac{\psi_2 T^2}{4})) > 0$

□

13. Állítás. $\frac{\partial(p_0+\phi)}{\partial\psi_1} < 0$, $\frac{\partial p_r}{\partial\psi_1} > 0$, $\frac{\partial \pi_0}{\partial\psi_1} < 0$, $\frac{\partial \pi_r}{\partial\psi_1} > 0$

Bizonyítás. $\frac{\partial(p_0^N+\phi^N)}{\partial\psi_1} = (\frac{\sum(\frac{1+\kappa}{1+\kappa\psi_1}\tau\delta_i+4\theta_i)}{6n} + \frac{1-\psi_1}{6(1+\psi_1\kappa)}T)' = (\frac{1+\kappa}{1+\kappa\psi_1}\frac{\sum\tau\delta_i}{6n} + \frac{(1-\psi_1)^2}{(1+\psi_1\kappa)}\frac{1}{12\psi_2(1+\kappa)})' = -\kappa\frac{1+\kappa}{(1+\kappa\psi_1)^2}\frac{\sum\tau\delta_i}{6n} - \frac{2(1-\psi_1)(1+\psi_1\kappa)+\kappa(1-\psi_1)^2}{(1+\psi_1\kappa)^2}\frac{1}{12\psi_2(1+\kappa)} < 0,$
$\frac{\partial p_r^N}{\partial\psi_1} = \frac{\kappa}{1+\kappa}\frac{4\sum\theta_i}{12n} + \frac{(1-\psi_1)^2}{12\psi_2(1+\kappa)(1+\psi_1\kappa)} > 0$
A Stackelberg esetek hasonlóak
$\frac{\partial\pi_0}{\partial\psi_1} = \sum\Big(\frac{\partial(p_0+\phi)}{\partial\psi_1}(\delta_i - \frac{4p_r}{\tau}) + (p_0+\phi-\theta_i)(-\frac{4p_r'}{\tau})\Big) < 0,$
$\frac{\partial\pi_r}{\partial\psi_1} = \frac{4p_r p_r'}{\tau} > 0$

□

14. Állítás. $\frac{\partial(p_0+\phi)}{\partial\psi_2} < 0$, $\frac{\partial p_r}{\partial\psi_2} > 0$, $\frac{\partial \pi_0}{\partial\psi_2} < 0$, $\frac{\partial \pi_r}{\partial\psi_2} > 0$

Bizonyítás. $\frac{\partial(p_0^N+\phi^N)}{\partial\psi_2} = -\frac{(1-\psi_1)^2}{12(1+\psi_1\kappa)(1+\kappa)\psi_2^2} < 0,$
$\frac{\partial p_r^N}{\partial\psi_2} = \frac{(1-\psi_1)^2}{12\psi_2^2(1+\kappa)^2} > 0$
A Stackelberg esetek hasonlóak
$\frac{\partial\pi_0}{\partial\psi_2} = \sum\Big(\frac{\partial(p_0+\phi)}{\partial\psi_2}(\delta_i - \frac{4p_r}{\tau}) + (p_0+\phi-\theta_i)(-\frac{4p_r'}{\tau})\Big) < 0,$
$\frac{\partial\pi_r}{\partial\psi_2} = \frac{4p_r p_r'}{\tau} > 0$

□

15. Állítás. $\pi_0 \geq \Pi_0$ *és* $\pi_r \leq \Pi_r$

Bizonyítás. A profitok definíciói
$\pi_0 = \sum(p_0+\phi-\theta_i)(\delta_i - \frac{4p_r}{\tau}), \Pi_0 = \sum(P_0-\theta_i)(\delta_i - \frac{4P_r}{\tau}), \pi_r = \frac{2p_r^2}{\tau}, \Pi_r = \frac{2P_r^2}{\tau}$
Így együtt a webshop profitjai
$\pi_0 - \Pi_0 = \sum\Big((p_0+\phi-\theta_i)(\delta_i - \frac{4p_r}{\tau}) - (P_0-\theta_i)(\delta_i - \frac{4P_r}{\tau})\Big)$

Ha az egységár mínusz az egységköltség és a kereslet nagyobb mint az elkülönült esetben, akkor a szorzatuk is nagyobb lesz. Ezért a következő két egyenlőtlenség biztosítja az állítás érvényességét

$(p_0^N+\phi^N-\theta_i)-(P_0^N+\theta_i) = p_0^N+\phi^N-P_0^N = \frac{\sum(\frac{1+\kappa}{1+\kappa\psi_1}\tau\delta_i+4\theta_i)}{6n} + \frac{1-\psi_1}{6(1+\psi_1\kappa)}T - \frac{\sum(\tau\delta_i+4\theta_i)}{6n} = \frac{\kappa(1-\psi_1)}{1+\kappa\psi_1}\frac{\sum\tau\delta_i}{6n} + \frac{1-\psi_1}{6(1+\psi_1\kappa)}T > 0$
$(\delta_i - \frac{4p_r^N}{\tau}) - (\delta_i + \frac{4P_r^N}{\tau}) = \frac{4}{\tau}(P_r^N - p_r^N) = \frac{4}{\tau}(\frac{\sum\tau\delta_i}{12n} + \frac{4\sum\theta_i}{12n} - \frac{\sum\tau\delta_i}{12n} - \frac{1+\psi_1\kappa}{1+\kappa}\frac{4\sum\theta_i}{12n} + \frac{\psi_2 T^2}{3}) = \frac{4}{\tau}(\frac{\kappa(1-\psi_1)}{1+\kappa}\frac{4\sum\theta_i}{12n} + \frac{\psi_2 T^2}{3}) > 0$

Ezután a szokványos boltok profitjának különbsége már következik a második egyenlőtlenségből

$\Pi_r - \pi_r = \frac{2P_r^2}{\tau} - \frac{2p_r^2}{\tau} = \frac{2}{\tau}(P_r + p_r)(P_r - p_r) > 0$
A Stackelberg esetek hasonlóak

$\square$